Обложка
ищется

Обложка
пщется

Второй серіи I-го семестра №2.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

№ 602.

Къ ученію о радикалахъ.

Прив.-доц. С. О. Шатуновскаго.

(*Окончаніе* *).

17. Теорема. Двучленъ x^h-1 дѣлится на $X_n=(x^n-1):(x-1)$ въ томъ и только въ томъ случаѣ, если h кратно n.

Доказательство. Полиномы $X_n=x^{n-1}+x^{n-2}+\dots+x+1$ и $x-1$ не имѣютъ общихъ множителей, ибо при дѣленіи X_n на $x-1$ мы получаемъ въ остаткѣ число n. Двучленъ x^h-1 всегда дѣлится на $x-1$; если онъ дѣлится также на X_n, то онъ дѣлится и на произведеніе $X_n(x-1)=x^n-1$, а это возможно только въ томъ случаѣ, если h кратно n (теорема **15**).

18. Теорема. Если числа m и m' сравнимы по модулю n, то функціи x^m и $x^{m'}$ сравнимы по модулю x^n-1.

Доказательство. Пусть будетъ $m>m'$; тогда $x^m-x^{m'}=$ $=x^{m'}(x^{m-m'}-1)$. По условію $m-m'$ есть число, кратное n; слѣдова-

*) См. „Вѣстникъ", № 601.

тельно, двучленъ $x^{m-m'}-1$ дѣлится на двучленъ x^n-1, а потому на x^n-1 дѣлится и разность $x^m-x^{m'}$, т. е. $x^m \equiv x^{m'} \mod (x^n-1)$.

§ 3. О функціи $F(x)F(x^2)F(x^3)\ldots F(x^{n-1})$.

19. Пусть $F(z)$ будетъ нѣкоторая цѣлая функція отъ z. Замѣняя въ ней z послѣдовательно черезъ $x, x^2, x^3, \ldots, x^{n-1}$, получимъ функціи $F(x), F(x^2), F(x^3), \ldots, F(x^{n-1})$. Произведеніе этихъ функцій мы будемъ обозначать черезъ $\Pi(x)$, такъ что

$$\Pi(x)=F(x)F(x^2)F(x^3)\ldots F(x^{n-1}).$$

20. Теорема. Если n есть простое число, а s — цѣлое число, не дѣлящееся на n, то функція $\Pi(x^s)$, которая получается путемъ подстановки x^s вмѣсто x въ $\Pi(x)$, равноостаточна съ $\Pi(x)$ относительно функціи x^n-1:

$$\Pi(x^s)\equiv \Pi(x) \qquad \mod (x^n-1). \tag{9}$$

Доказательство. $\Pi(x^s)=F(x^s).F(x^{2s})\ldots F(x^{(n-1)s})$. Пусть остатки отъ дѣленія на n чиселъ

$$s,\ 2s,\ 3s, \ldots, (n-1)s \tag{10}$$

будутъ

$$r_1, r_2, r_3, \ldots, r_{n-1}. \tag{11}$$

Такъ какъ числа $1, 2, 3, \ldots, (n-1)$ попарно несравнимы по модулю n, то въ силу теоремы **6** числа (10) несравнимы по модулю n; поэтому всѣ остатки различны между собою; а такъ какъ всѣ они меньше n и ни одинъ изъ нихъ не равенъ нулю, то числа (11) могутъ лишь порядкомъ отличаться отъ чиселъ $1, 2, 3, \ldots, (n-1)$.

Съ другой стороны, такъ какъ $is\equiv r_i \pmod n$, то (теор. **18** и **13**)

$$F(x^{is})\equiv F(x^{r_i}) \quad \mod (x^n-1) \quad \text{при } i=1,\ 2,\ \ldots,\ n-1.$$

Вмѣстѣ съ тѣмъ (**10**)

$$F(x^s)F(x^{2s})\ldots F(x^{(n-1)s})\equiv F(x^{r_1})F(x^{r_2})\ldots F(x^{r_{n-1}}) \qquad (\mathrm{mod}\, x^n-1).$$

Показатели $r_1, r_2, \ldots, r_{n-1}$, какъ мы видѣли, отличаются только порядкомъ отъ чиселъ $1, 2, 3, \ldots, n-1$; поэтому правая часть послѣдняго сравненія совпадаетъ съ $\Pi(x)$, т. е. послѣднее сравненіе совпадаетъ съ сравненіемъ (9), которое требовалось доказать.

21. Основная теорема I. Остатокъ отъ дѣленія полинома $\Pi(x)$ на $X_n=(x^n-1):(x-1)$ при простомъ n представляетъ собой постоянное число, т. е. не зависитъ отъ x.

Доказательство. Пусть $Q(x)$ и $R(x)$ будутъ соотвѣтственно частное и остатокъ отъ дѣленія полинома $\Pi(x)$ на X_n, такъ что

$$\Pi(x)=X_n Q(x)+R(x),\ R(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_ix^i+\cdots+a_{n-2}x^{n-2}. \tag{12}$$

Намъ нужно доказать, что $a_1 = a_2 = \cdots = a_{n-2} = 0$. Съ этою цѣлью остановимся на одномъ произвольномъ, но опредѣленномъ изъ этихъ коэффиціентовъ a_i и докажемъ, что онъ равенъ нулю. Мы, слѣдовательно, считаемъ, что i фиксировано, при чемъ, конечно, $0 < i < n-1$. Такъ какъ n есть простое число, то i и n суть числа взаимно простыя. Въ такомъ случаѣ неопредѣленное уравненіе $ix - ny = n - 1$ допускаетъ рѣшенія въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ. Пусть $x = s$, $y = t$ будетъ пара такихъ рѣшеній, такъ что

$$is - nt = n - 1, \quad \text{или} \quad is = nt + (n-1); \tag{13}$$

здѣсь n и s суть, очевидно, числа взаимно простыя, ибо, если бы они имѣли общаго множителя, то того же множителя имѣло бы и число $\mathbf{1} = n(t+1) - is$.

Теперь перепишемъ равенство (12), замѣнивъ X_n его значеніемъ $(x^n - 1) : (x - 1)$. Полученное равенство, будучи тождествомъ, не нарушится, если мы вмѣсто x подставимъ x^s. Итакъ,

$$\Pi(x) = Q(x)\frac{x^n - 1}{x - 1} + R(x), \quad \Pi(x^s) = Q(x^s)\frac{x^{sn} - 1}{x^s - 1} + R(x^s). \tag{14}$$

Двучленъ $x^{sn} - 1$ дѣлится на $x^s - 1$ и на $x^n - 1$, а, слѣдовательно, онъ дѣлится и на наименьшее кратное этихъ двучленовъ; такъ какъ s и n числа взаимно простыя, то, согласно теоремѣ **16**, общій наибольшій дѣлитель этихъ двучленовъ есть $x - 1$, а потому ихъ наименьшее кратное равно $X_n(x^s - 1)$. Слѣдовательно, $x^{sn} - 1 = X_n(x^s - 1)\,T(x)$, такъ что тождества (14) можно переписать такъ:

$$\Pi(x) = Q(x)\,X_n + R(x), \quad \Pi(x^s) = Q(x^s)\,T(x)\,X_n + R(x^s).$$

Отсюда

$$\Pi(x^s) - \Pi(x) = X_n\left[Q(x^s)\,T(x) - Q(x)\right] + \left[R(x^s) - R(x)\right].$$

Согласно теоремѣ **20**, лѣвая часть этого тождества дѣлится на $x^n - 1$, а, слѣдовательно, и на X_n; первое слагаемое правой части дѣлится на X_n; слѣдовательно, и второе слагаемое дѣлится на X_n. Это значитъ, что полиномы $R(x^s)$ и $R(x)$ равноостаточны по модулю X_n; но степень второго полинома ниже $n - 1$; слѣдовательно, $R(x)$ есть остатокъ отъ дѣленія полинома $R(x^s)$ на X_n.

Съ другой стороны, согласно положенію (12),

$$R(x^s) = a_0 + a_1 x^s + a_2 x^{2s} + \cdots + a_i x^{is} + \cdots + a_{n-2} x^{(n-2)s}.$$

При дѣленіи этого полинома на $x^n - 1$ мы, по теоремѣ **14**, получимъ въ остаткѣ полиномъ

$$a_0 + a_1 x^{r_1} + a_2 x^{r_2} + \cdots + a_i x^{r_i} + \cdots + a_{n-2} x^{r_{n-2}}, \tag{15}$$

гдѣ $r_1, r_2, \ldots, r_{n-1}$ суть остатки отъ дѣленія чиселъ $s, 2s, 3s, \ldots, (n-2)s$ на n; какъ было разъяснено при доказательствѣ теоремы **20**, всѣ эти остатки различны между собой и ни одинъ изъ нихъ не равенъ нулю, такъ какъ n и s суть числа взаимно простыя. Въ виду выбора числа s, опредѣляемаго равенствами (13), $r_i = n-1$; каждый изъ остальныхъ остатковъ $r_1, r_2, \ldots, r_{n-1}$, слѣдовательно, меньше $n-1$. Итакъ,

$$R(x^s) = (x^n-1)\,V(x) + a_0 + a_1 x^{r_1} + \cdots + a_{i-1} x^{r_{i-1}} + a_i x^{n-1} + a_{i+1} x^{r_{i+1}} + \cdots + a_{n-2} x^{r_{n-2}}.$$

Прибавивъ и вычтя въ правой части произведенiе $a_i X_n$, мы представимъ это тождество въ видѣ:

$$R(x^s) = X_n\left[(x-1)\,V(x) + a_i\right] + \left[a_0 + a_1 x^{r_1} + \cdots + a_i x^{n-1} + \cdots + a_{n-2} x^{r_{n-2}} - a_i X_n\right].$$

Замѣнивъ во второмъ слагаемомъ правой части членъ $a_i X_n$ его значенiемъ $a_i x^{n-1} + a_i x^{n-2} + \cdots + a_i x + a_i$, получимъ, по уничтоженiи членовъ $a_i x^{n-1}$ и $-a_i x^{n-1}$, полиномъ, степень котораго относительно x не выше $(n-2)$-ой и который представляетъ, слѣдовательно, остатокъ отъ дѣленiя полинома $R(x^s)$ на X_n. Свободный членъ этого остатка есть $a_0 - a_i$. Съ другой стороны, какъ мы видѣли выше, этотъ остатокъ есть $R(x)$, а потому свободный членъ равенъ a_0. Слѣдовательно, $a_0 - a_i = a_0$, т. е. $a_i = 0$. Это именно и требовалось доказать.

§ 4. Функцiя $F(y)\,F(xy)\,F(x^2y)\ldots F(x^{n-1}y)$.

22. Теорема. *Пусть $F(y)$ будетъ цѣлая функцiя отъ y. Если составимъ произведенiя*

$$\Pi_1(x, y) = F(y)\,F(xy)\,F(x^2y)\ldots F(x^{n-1}y), \tag{16}$$

$$\Pi_1'(x, y) = F(xy)\,F(x^2y)\,F(x^3y)\ldots F(x^ny), \tag{17}$$

изъ которыхъ второе получается изъ перваго путемъ замѣны y черезъ xy, то

$$\Pi_1' \equiv \Pi_1 \quad \operatorname{mod}(x^n-1). \tag{18}$$

Доказательство. Такъ какъ $x^ny = y + (x^n-1)\,y$, то x^ny и y равноостаточны относительно x^n-1, а потому, согласно теоремѣ **13**, $F(x^ny) \equiv F(y) \operatorname{mod}(x^n-1)$, т. е. $F(x^ny) = F(y) + (x^n-1)\,G(x, y)$, гдѣ $G(x, y)$ есть частное отъ дѣленiя разности $F(x^ny) - F(y)$ на x^n-1.

Подставляя это въ равенство (17), получимъ:

$$\Pi_1' = \Pi_1 + (x^n-1)\,Q(x, y), \quad \text{гдѣ } Q(x, y) = F(xy)\ldots F(x^{n-1}y)\,G(x, y).$$

Это указываетъ, что функцiи Π_1' и Π_1 равноостаточны относительно двучлена x^n-1.

23. Функцiю Π_1 можно представить въ видѣ произведенiя $F(y)\,\Pi_2(x, y)$, гдѣ

$$\Pi_2(x, y) = F(xy)\,F(x^2y)\ldots F(x^{n-1}y). \tag{19}$$

Если это произведеніе Π_2 мы будемъ разсматривать, какъ функцію отъ x, то она имѣетъ видъ функціи $\Pi(x)$, введенной выше въ п. **19**. Поэтому, согласно основной теоремѣ I, остатокъ отъ дѣленія функціи Π_2 на X_n не содержитъ x, но онъ можетъ, конечно, содержать y. Такимъ образомъ, каждой функціи $F(y)$, по отношенію къ простому числу n, отвѣчаетъ нѣкоторая другая функція $F_1(y)$, которая получается такимъ образомъ, что мы составляемъ произведеніе (19) $\Pi_2(x, y)$, дѣлимъ его на X_n и въ остаткѣ получаемъ эту функцію $F_1(y)$. Эту функцію $F_1(y)$ мы будемъ называть сопряженной съ $F(y)$ относительно показателя n.

24. Разсмотримъ простѣйшій примѣръ. Пусть $n=2$, а $F(y)$ пусть будетъ линейная функція: $F(y)=a+by$. Въ такомъ случаѣ произведеніе Π_2 сводится къ одному только множителю $a+bxy$. Раздѣляя его на $X_2=x+1$, получимъ въ остаткѣ $F_1(y)=a-by$; это и есть функція, сопряженная съ $F(y)=a+by$ относительно показателя 2.

25. Основная теорема II. Если помножимъ функцію $F(y)$ на функцію $F_1(y)$, сопряженную съ ней относительно простого показателя n, то произведеніе будетъ содержать только такія степени y, показатели которыхъ кратны n, т. е.

$$F(y)\,F_1(y)=c_0+c_1y^n+c_2y^{2n}+\cdots+c_ky^{kn}. \qquad (20)$$

Доказательство. Для данной функціи $F(y)$ составимъ произведеніе (19), т. е. Π_2, и раздѣлимъ его на X_n. Въ частномъ мы получимъ многочленъ $G(x, y)$, а въ остаткѣ функцію $F_1(y)$, сопряженную съ $F(y)$ относительно показателя n. Такъ какъ $F(y)$ не содержитъ x, то при дѣленіи на X_n произведенія (16), т. е. $\Pi_1=F(y)\,\Pi_2(x, y)$, мы получимъ въ частномъ $H(x, y)=F(y)\,G(x, y)$, а въ остаткѣ $R(y)=F(y)\,F_1(y)$. Намъ нужно, слѣдовательно, показать, что остатокъ $R(y)$ содержитъ только такія степени y, показатели которыхъ кратны n.

Пусть

$$R(y)=b_0+b_1y+b_2y^2+\cdots+b_hy^h+\cdots+b_my^m, \qquad (21)$$

$$\Pi_1=X_nH(x, y)+R(y).$$

Если мы въ послѣднее тожество подставимъ xy вмѣсто y, то лѣвая его часть перейдетъ въ выраженіе (17) Π_1', и мы получимъ:

$$\Pi_1'=X_nH(x, xy)+R(xy).$$

Вмѣстѣ съ тѣмъ

$$\Pi_1'-\Pi_1=X_n\,[H(x, xy)-H(x, y)]+R(xy)-R(y). \qquad (22)$$

Согласно теоремѣ **22**, разность $\Pi_1'-\Pi_1$ дѣлится на x^n-1, а потому подавно дѣлится на X_n. Но въ такомъ случаѣ равенство (22) показываетъ, что на X_n дѣлится и разность $R(xy)-R(y)$. Принимая во вниманіе выраженіе (21) для $R(y)$, находимъ:

$$R(xy)-R(y)=b_1y\,(x-1)+b_2y^2\,(x^2-1)+\cdots+b_hy^h\,(x^h-1)+\cdots+b_my^m\,(x^m-1)\,.$$

Эта разность дѣлится на X_n, такъ что въ частномъ получается полиномъ, цѣлый относительно x и y. Это возможно только въ томъ случаѣ, если коэффиціентъ $b_h(x^h-1)$ при каждой степени y^h дѣлится на X_n. Но x^h-1 дѣлится на X_n только въ томъ случаѣ, если h кратно n (теорема **17**). Поэтому, всякій разъ какъ h не кратно n, коэффиціентъ b_h долженъ быть равенъ нулю. Иными словами, полиномъ (21) содержитъ только такія степени y, показатели которыхъ кратны n. Это и требовалось доказать.

§ 5. Освобожденіе знаменателя дроби отъ радикаловъ.

26. Положимъ, что знаменатель нѣкоторой дроби содержитъ радикалы. Остановимся на такомъ изъ нихъ, который самъ не содержится подъ знакомъ радикала. Такой радикалъ мы будемъ называть внѣшнимъ. Итакъ, допустимъ, что знаменатель дроби содержитъ внѣшній радикалъ $\varrho=\sqrt[n]{a}$. Мы будемъ предполагать, что n простое число, ибо извлеченіе корня составной степени приводится къ извлеченію ряда корней простыхъ степеней. Въ составъ разсматриваемаго знаменателя радикалъ ϱ можетъ входить въ различныхъ степеняхъ отъ 1-ой до $(n-1)$-ой включительно, ибо $\varrho^n=a$, $\varrho^{n+1}=a\sqrt[n]{a}$ и т. д. Такимъ образомъ, знаменаталь дроби можетъ быть разсматриваемъ, какъ цѣлый полиномъ въ отношеніи радикала ϱ. Обозначимъ этотъ знаменатель черезъ $F(\varrho)$. Этотъ знаменатель мы можемъ разсматривать, какъ значеніе функціи $F(y)$ отъ перемѣнной y при $y=\varrho$. Пусть $F_1(y)$ будетъ функція, сопряженная съ $F(y)$ относительно показателя n. Въ такомъ случаѣ

$$F(y)F_1(y)=c_0+c_1y^n+c_2y^{2n}+\cdots+c_ky^{kn},$$

$$F(\varrho)F_1(\varrho)=c_0+c_1a+c_2a^2+\cdots+c_ka^k.$$

Слѣдовательно, если числителя и знаменателя нашей дроби помножить на $F_1(\varrho)$, то знаменатель уже радикала ϱ содержать не будетъ.

27. Примѣръ. Пусть будетъ дана дробь

$$\frac{1}{1+\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{9}}. \tag{23}$$

Знаменателя этого выраженія можно разсматривать, какъ значеніе функціи $F(y)=1+y-y^2$ при $y=\sqrt[3]{3}$.

Чтобы получить функцію $F_1(y)$, сопряженную съ $F(y)$ относительно показателя 3, составимъ произведеніе

$$\Pi_2=(1+xy-x^2y^2)(1+x^2y-x^4y^2)$$

и раздѣлимъ его на $X_3=x^2+x+1$. Въ остаткѣ мы и получимъ требуемую функцію $F_1(y)=1-y+2y^2+y^3+y^4$. И дѣйствительно, въ полномъ согласіи съ основной теоремой II

$$F(y)F_1(y)=(1+y-y^2)(1-y+2y^2+y^3+y^4)=1+4y^3-y^6.$$

Если въ этомъ тождествѣ положимъ $y=\sqrt[3]{3}$, то получимъ:

$$\left(1+\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{9}\right)\left(2+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}\right).2=4.$$

Слѣдовательно, числителя и знаменателя дроби (23) достаточно помножить на $2+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}$, чтобы освободить знаменателя отъ радикала:

$$\frac{1}{1+\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{9}}=\frac{2+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{\left(1+\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{9}\right)\left(2+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}\right)}=\frac{2+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{2}.$$

Куда насъ увлекаетъ наше солнце.

Ѳ. Морё (Th. Moreux).

(Переводъ съ французскаго).

*(Окончаніе *).*

Но вотъ ужъ лѣтъ двадцать, какъ мы обладаемъ болѣе непосредственнымъ методомъ для разрѣшенія этой важной проблемы. Этотъ методъ основанъ на физическомъ принципѣ, который носитъ названіе принципа Допплера-Физо. Изложимъ вкратцѣ сущность этого принципа.

Христіанъ Допплеръ (Doppler), профессоръ математики въ Прагѣ, въ 1842 г. показалъ, что цвѣтъ свѣтящагося тѣла, подобно высотѣ звука, испускаемаго тѣломъ, долженъ измѣняться въ зависимости отъ того, приближается ли тѣло или удаляется. Это объясняется тѣмъ, что цвѣтъ и звукъ, разсматриваемые субъективно, суть не что иное, какъ физіологическія дѣйствія, зависящія не отъ абсолютной длины волны, а отъ числа волнъ, вступающихъ за данный промежутокъ времени въ глазъ или въ ухо. Это число, какъ легко понять, должно увеличиваться, если источникъ свѣта или звука приближается къ намъ, и, напротивъ, должно уменьшаться, если разстояніе отъ того же источника увеличивается. Въ первомъ случаѣ колеблющееся тѣло какъ бы тѣснитъ исходящія отъ него волны однѣ къ другимъ, и эти волны взаимно налагаются все гуще и гуще. Во второмъ же случаѣ, т. е. когда тѣло удаляется отъ насъ, волны рѣдѣютъ, и данное число волнъ приходится теперь на большее разстояніе.

Каждый легко можетъ провѣрить принципъ Допплера въ примѣненіи къ звуку; для этого достаточно прислушаться къ свистку локомотива, когда онъ проходитъ мимо станціи. По мѣрѣ приближенія

*) См. „Вѣстникъ“, № 601.

паровоза звукъ становится все болѣе рѣзкимъ и затѣмъ очень быстро понижается, когда машина удаляется. Допплеру, однако, не удалось примѣнить свой принципъ къ движенію звѣздъ. Какъ онъ полагалъ, звѣзда, приближаясь, должна мѣнять свой цвѣтъ, —напримѣръ, терять красный свѣтъ и становиться оранжевой или желтой; когда же звѣзда удаляется, она должна потерять фіолетовый свѣтъ, который переходитъ въ синій или зеленый; такимъ образомъ, цвѣтъ звѣзды долженъ весь измѣниться. Теоретически это явленіе не подлежитъ сомнѣнію, но на практикѣ невозможно примѣнить этотъ критерій къ солнцу или къ звѣздамъ, такъ какъ они испускаютъ сплошной свѣтъ. Ихъ спектръ цѣликомъ перемѣщается слегка въ одномъ или другомъ направленіи по шкалѣ преломляемости: одни лучи, нормально видимые, переходятъ въ ультра-фіолетовый или инфра-красный конецъ, и, обратно, другіе лучи, невидимые въ обыкновенное время, становятся видимыми на одномъ изъ концовъ спектра; но въ общей сложности вся совокупность впечатлѣній на ретину остается та же.

Но въ 1848 г. Физо (Fizeau) показалъ, какъ примѣнить принципъ Допплера. Въ спектрѣ, замѣтилъ онъ, нужно разсматривать не только цвѣта; мы наблюдаемъ въ немъ еще рядъ темныхъ линій, занимающихъ при нормальныхъ условіяхъ опредѣленное положеніе, которое легко опредѣлить очень точнымъ образомъ; при извѣстныхъ условіяхъ движенія эти линіи должны слѣдовать за общимъ отклоненіемъ спектра и перемѣщаться къ красному или фіолетовому концу. Достаточно, поэтому, измѣрить это небольшое смѣщеніе, чтобы узнать, насколько наблюдаемое тѣло приближается къ намъ или удаляется въ противоположную сторону. Дѣйствительно, этотъ принципъ въ примѣненіи къ звѣздамъ оказался весьма плодотворнымъ, въ особенности въ послѣдніе годы; онъ показалъ намъ даже лучевыя скорости звѣздъ, т. е. ихъ движенія по лучу зрѣнія. Онъ позволяетъ, такимъ образомъ, въ тѣхъ случаяхъ, когда звѣзда имѣетъ видимое движеніе, перпендикулярное къ нашему, опредѣлять дѣйствительный ходъ этого движенія.

Съ тѣхъ поръ явилась возможность при изученіи движенія солнца получать абсолютныя и сравнительно точныя числа. Дѣйствительно, для этого достаточно сравнить среднюю лучевую скорость большого числа звѣздъ, расположенныхъ въ направленіи, въ которомъ движется солнце, съ лучевой скоростью звѣздъ, которыя мы оставляемъ позади насъ. Въ первомъ случаѣ должны преобладать въ общей сложности движенія сближающія, а во второмъ — отдаляющія; половина средней разности и представитъ намъ скорость, съ которой наша система переносится относительно звѣздъ, служащихъ для сравненія. Разстояніе разсматриваемыхъ объектовъ не имѣетъ большого значенія: на свѣтъ, испускаемый движущимися звѣздами, приближеніе или удаленіе оказываетъ реальныя и физическія дѣйствія, которыя не видоизмѣняются отъ разстоянія. Возникаютъ ли эти дѣйствія у предѣла звѣздной вселенной или на самой границѣ нашей атмосферы, они остаются безъ измѣненія, если только скорости одинаковы, и при достаточномъ источникѣ свѣта ихъ въ обоихъ случаяхъ одинаково легко открыть.

Успѣшное примѣненіе этого метода, какъ онъ ни простъ, заставило себя ждать до начала нашего вѣка. Если первые опыты въ Потсдамѣ, произведенные надъ лучевыми скоростями 51 звѣзды, имѣли, собственно, только характеръ пробы, то все же примѣнимость принципа была ими вполнѣ доказана, и на него стали возлагать большія надежды. Фогель (Vogel) вывелъ изъ этого опыта, что поступательное движеніе солнца равно 12 *км.* съ вѣроятной погрѣшностью въ 3 *км.* въ ту или другую сторону. Согласно этимъ числамъ, собственная скорость звѣзды заключается между одной третью и одной половиной скорости земли по ея орбитѣ; этотъ результатъ нѣсколько отличенъ отъ чиселъ О. и Л. Струве, которые получили двѣ трети этой скорости, пользуясь гипотетическими значеніями разстояній звѣздъ.

До этого времени не наблюдали сколько-нибудь значительнаго перемѣщенія туманностей. Спектроскопическій методъ далъ возможность приступить къ этому вопросу и вмѣстѣ съ тѣмъ доставилъ интересныя данныя относительно проблемы нашего собственнаго движенія. Такъ, Килеръ (Keeler) въ Ликской обсерваторіи опредѣлилъ въ 1890 - 1891 гг. лучевыя скорости 14 неразрѣшимыхъ туманностей, измѣривъ слабыя перемѣщенія двухъ блестящихъ линій въ ихъ спектрѣ. Введя въ наблюденія поправку на поступательное движеніе земли, онъ получилъ слѣдующія скорости по лучу зрѣнія для 14 туманностей, отнесенныхъ къ солнцу: $+18$ *км.* -10, $+6$, -34, $+48$, -17, -5, $+41$, -51, -65, -10, -50, $+10$, -11. Знакъ $+$ показываетъ, что туманность удаляется, знакъ $-$, что она приближается; но эти числа представляютъ собою только результирующую, и необходимо узнать, какія количества въ нихъ приходится относить за счетъ нашего собственнаго поступательнаго движенія.

Рѣшеніемъ этого вопроса занялся Тиссеранъ (Tisserand). Предполагая извѣстной точку апекса, онъ допускаетъ въ принципѣ, что 14 скоростей, принадлежащихъ туманностямъ, должны въ общей сложности уравновѣшиваться, такъ какъ движенія направлены въ совершенно различныя стороны. Онъ получилъ такимъ образомъ число 15 *км.*, которое мало отличается отъ числа, выведеннаго Фогелемъ изъ лучевыхъ скоростей извѣстнаго числа звѣздъ.

Въ 1901 г. профессоръ Кэмпбеллъ, пользуясь спектрографомъ Милса (Mills) и достаточнымъ матеріаломъ, опредѣлилъ, что солнце перемѣщается приблизительно на 20 *км.* въ секунду по направленію къ точкѣ, имѣющей прямое восхожденіе $277°30'$ и склоненіе $+20°$. Эта скорость вполнѣ согласовалась съ той, которую получилъ Монкъ (Monck) въ Дублинѣ. Сравнивъ движенія солнца съ движеніями 2000 звѣздъ каталога Портера (Porter), Монкъ, пришелъ къ заключенію, что скорость солнца заключается между 16 *км.* и 24 *км.* въ секунду. Считаютъ, что эта скорость въ 20 *км.* въ секунду обладаетъ точностью до одного или двухъ *км.* Что касается направленія, допускаемаго Кэмпбеллемъ, то оно менѣе достовѣрно, такъ какъ 280 звѣздъ, служившихъ базою для вычисленій, находятся, большей частью, въ сѣверномъ полушаріи, чѣмъ вызывается систематическое перемѣщеніе по направленію къ экватору.

Въ 1910 г. профессоръ Струбантъ (Stroobant) произвелъ новое опредѣленіе скорости солнечной системы въ пространствѣ. Изслѣдовавъ прежнія рѣшенія проблемы, онъ принялъ послѣднее значеніе, данное Ньюкомомъ для апекса: прямое восхожденіе = 277°,5, сѣверное склоненіе = 35°; основываясь на новѣйшихъ опредѣленіяхъ лучевыхъ скоростей звѣздъ, онъ вычислилъ перемѣщеніе солнца въ этомъ направленіи.

Разсмотрѣвъ 49 звѣздъ, расположенныхъ вблизи предполагаемаго апекса, Струбантъ нашелъ для поступательной скорости величину въ 18,75 *км.*, тогда какъ 15 звѣздъ, окружающихъ анти-апексъ, дали ему скорость въ 21,55 *км.* въ секунду. Соединивъ эти результаты, онъ нашелъ, что, поскольку рѣчь идетъ о звѣздахъ, видимыхъ невооруженнымъ глазомъ, солнечная система перемѣщается къ предполагаемому апексу со скоростью въ 19,40 *км.*, въ секунду. Это значеніе немного ниже того (19,89 *км.* + 1,52 *км.*), которое далъ Кэмпбеллъ, пользуясь апексомъ, вычисленнымъ имъ самимъ; оно представляетъ годичное перемѣщеніе въ 4,10 астрономическихъ единицъ. Въ своей работѣ, весьма солидной и добросовѣстной, Струбантъ различными способами классифицируетъ изученныя звѣзды, давая ихъ положеніе, величину, спектральный типъ и т. д., и показываетъ, что звѣзды различныхъ типовъ доставляютъ различныя значенія для скорости солнечной системы; такъ, 20 звѣздъ типа Оріона даютъ среднее значеніе въ 22,5 *км.* и, повидимому, составляютъ индивидуальную систему въ звѣздной вселенной.

Около того же времени профессора Фростъ (Frost) и Каптейнъ опубликовали изслѣдованіе о новомъ значеніи скорости солнца въ пространствѣ, полученномъ посредствомъ лучевой скорости звѣздъ типа Оріона. Авторы пользовались исключительно звѣздами, мало удаленными отъ апекса и анти-апекса, фиксировавъ апексъ въ точкѣ, для которой прямое восхожденіе = 269°,7, сѣверное склоненіе = 30°,8 для 1875,0 года. Кромѣ того, они показали, что звѣзды Оріона вообще находятся на большомъ разстояніи отъ земли. Этимъ можно было объяснить, что полученная ими скорость приблизительно на 2 *км.* въ секунду больше, чѣмъ скорость, найденная Гоу (Hough) и Гальмомъ (Halm), которые пользовались большимъ числомъ сравнительно близкихъ къ намъ звѣздъ; быть можетъ, эти звѣзды до нѣкоторой степени участвуютъ въ движеніи солнца въ пространствѣ.

Любопытно отмѣтить, что скорость солнца относительно близкихъ къ апексу звѣздъ меньше на десять *км.* въ секунду, чѣмъ скорость, отнесенная къ звѣздамъ близъ анти-апекса, а именно соотвѣтственныя рѣшенія,, выполненныя порознь, суть 18,38 *км.* и 28,38 *км.* По мнѣнію авторовъ эта разность объясняется тѣмъ, что звѣзды вблизи этихъ обѣихъ точекъ принадлежатъ двумъ большимъ звѣзднымъ потокамъ. Среднее значеніе, данное, какъ окончательный результатъ этой работы, составляетъ 23,3 *км.* въ секунду.

Профессоръ Боссъ (Boss) получилъ даже болѣе высокое число. Его изысканія, охватывающія собственныя движенія болѣе 5000 звѣздъ, распредѣленныхъ равномѣрно по всему небу, позволили ему опредѣлить положеніе солнечнаго апекса и внести извѣстныя поправки въ значенія Ньюкома для прецессіи и для равноденствія 1874 г. Положеніе апекса для 1875,0 г. онъ фиксируетъ въ точкѣ, имѣющей прямое восхожденіе $= 270°,52 \pm 1°,08$ до $\pm 1°,53$, сѣверное склоненіе $= + 34°,28 \pm 0°,90$ до $\pm 1°,28$. Подобно своимъ предшественникамъ онъ получилъ различныя положенія въ зависимости отъ выбранныхъ звѣздъ, ихъ величинъ, собственныхъ движеній и т. д., но эти положенія достаточно близки между собой. Что касается скорости солнца въ пространствѣ, то профессоръ Боссъ нашелъ, что можно принять число 24 *км.* въ секунду. Несомнѣнно, что это въ лучшемъ случаѣ лишь временная константа, но тѣмъ не менѣе она довольно близка къ дѣйствительности. Наконецъ, по Боссу значеніе (19,9 *км.*), выведенное изъ спектроскопическихъ наблюденій, вызываетъ возраженія, связанныя съ самимъ методомъ. Результаты его работы въ своей совокупности оказались совершенно не въ пользу существованія опредѣленныхъ звѣздныхъ теченій, которыя были открыты Каптейномъ и Эддингтономъ и въ существованіи которыхъ эти послѣдніе были увѣрены: собственныя движенія въ дѣйствительности направлены во всѣ стороны.

Каковы бы ни были эти разногласія относительно второстепенныхъ пунктовъ занимающаго насъ вопроса, мы можемъ, разсмотрѣвъ всѣ данныя, заключить, что наше солнце несетъ насъ, приблизительно, въ направленіи созвѣздія Лиры, вѣроятно, въ сосѣдство Веги, немного къ югу отъ этой звѣзды. Наше солнце обладаетъ скоростью, содержащейся между 20 и 24 *км.* въ секунду; путь, пробѣгаемый имъ за годъ, слѣдовательно, въ 4 или 5 разъ больше діаметра земной орбиты. Если бы Вега была удалена отъ насъ не больше, чѣмъ α Кентавра, наша ближайшая сосѣдка, то, чтобы достигнуть ея, мы должны были бы мчаться 70 000 лѣтъ, если принять минимальное значеніе скорости, или 56 000 лѣтъ, если возьмемъ максимальное значеніе скорости. Но это только сравненіе, такъ какъ въ дѣйствительности Вега почти въ 6 разъ болѣе (около 5,8 разъ), удалена отъ насъ, чѣмъ α Кентавра; предыдущія числа нужно поэтому увеличить въ такомъ же отношеніи, и мы можемъ сказать, что, если бы Вега оставалась въ одномъ и томъ же мѣстѣ неба, то мы достигли бы ея послѣ долгаго путешествія, продолжительность котораго заключается между 325 000 и 400 000 годами.

Но что значатъ 4000 вѣковъ въ исторіи небесъ! Если человѣчество еще будетъ существовать въ эту удаленную отъ насъ эпоху, то оно, несомнѣнно, увидитъ новое небо и будетъ въ состояніи рѣшить новый вопросъ, который мы можемъ поставить теперь же: какую траекторію мы описываемъ? Какъ бы будущее ни рѣшило эту новую проблему, мы можемъ, однако, быть увѣрены, что черезъ 400 000 лѣтъ созвѣздія на небесномъ сводѣ не будутъ имѣть никакого сходства съ тѣми, которыми мы привыкли восторгаться.

Изъ записной книжки преподавателя.

Нѣкоторыя замѣчанія къ статьѣ прив.-доц. В. Кагана „Ариѳметическое и алгебраическое дѣленіе“*).

По поводу § 76 въ 25-мъ издании „Элементарной Алгебры“ А. Киселева.

А. Киселева.

Напомню читателямъ содержаніе этой статьи, по крайней мѣрѣ, въ той ея части, которой коснутся мои замѣчанія.

Въ изданіяхъ моей „Элементарной Алгебры“, предшествующихъ 25-му, извѣстная теорема объ остаткѣ отъ дѣленія цѣлаго многочлена $F(x)$, расположеннаго по убывающимъ степенямъ x, на двучленъ $x-a$ доказывалась весьма просто посредствомъ равенства:

$$F(x) = (x-a)\,Q(x) + R, \tag{1}$$

въ которомъ $Q(x)$ есть частное, а R — послѣдній остатокъ отъ дѣленія $F(x)$ на $x-a$. Разсматривая это равенство, какъ тождество, мы можемъ положить въ немъ $x=a$ и тогда изъ него получаемъ прямо то, что требуется доказать, т. е. что $R=F(a)$.

Въ 25-мъ изданіи (и въ 26-мъ, недавно вышедшемъ) я устранилъ это доказательство, замѣнивъ его другимъ, основаннымъ на непосредственномъ наблюденіи самого процесса дѣленія $F(x)$ на $x-a$ и характера получаемыхъ при этомъ остатковъ: 1-го, 2-го, 3-го и т. д. При этомъ въ выноскѣ я разъяснилъ, что прежнее „весьма простое доказательство не вполнѣ строго“, такъ какъ равенство (1) получено нами отъ дѣленія $F(x)$ на $x-a$, а, выполняя дѣленіе, мы скрытымъ образомъ должны были предполагать, что дѣлитель не равенъ нулю, и, слѣдовательно, мы не имѣемъ права a priori утверждать, что это равенство остается вѣрнымъ и при $x=a$.

Г. Каганъ согласенъ, что въ нѣкоторыхъ отношеніяхъ доказательство, приводимое въ послѣднихъ изданіяхъ моей алгебры, имѣетъ свои преимущества передъ устраненнымъ, но только никакъ не въ логическомъ отношеніи; съ этой стороны, по мнѣнію г. Кагана, „никакихъ дефектовъ въ устраняемомъ доказательствѣ нѣтъ“, и мое утвержденіе, будто оно не вполнѣ строго, „совершенно несправедливо“. Чтобы оправдать такой свой взглядъ на устраняемое мною доказательство, г. Каганъ излагаетъ слѣдующую теорему (служащую основаніемъ для строгаго опредѣленія алгебраическаго дѣленія многочленовъ):

„Теорема. Если $F(x)$ и $G(x)$ суть двѣ цѣлыя функціи, изъ которыхъ послѣдняя не сводится къ нулю тождественно, то существуетъ одна и только одна пара цѣлыхъ алгебраическихъ функцій $Q(x)$ и $R(x)$, удовлетворяющихъ слѣдующимъ условіямъ:

1) должно имѣть мѣсто тождество:

$$F(x) = G(x) \,.\, Q(x) + R(x);$$

2) степень функціи $R(x)$ должна быть ниже степени функціи $G(x)$.

---

*) См. „Вѣстникъ“, № 596.

Доказавъ эту теорему, г. Каганъ примѣняетъ ее къ частному случаю, когда $G(x) = x - a$, и получаетъ такимъ образомъ равенство

$$F(x) = (x - a)\,Q(x) + R,$$

которое, согласно доказанной теоремѣ, представляетъ собою тождество, и, слѣдовательно, должно быть вѣрно и при $x = a$.

Не останавливаясь на дальнѣйшихъ строкахъ статьи г. Кагана (въ которыхъ онъ говоритъ о различіи между дѣленіемъ алгебраическимъ и дѣленіемъ ариѳметическимъ), я позволю себѣ сдѣлать нѣкоторыя замѣчанія по поводу изложеннаго мною вкратцѣ содержанія статьи.

1°. Изъ статьи г. Кагана съ очевидностью слѣдуетъ, что, по его мнѣнію, утвержденіе „равенство $F(x) = (x - a)\,Q(x) + R$ есть тождество" требуетъ для своего обоснованія доказательства особой теоремы (приведенной выше). Но вѣдь этой теоремы въ моей Алгебрѣ нѣтъ (и не только въ моей, но и въ массѣ другихъ элементарныхъ руководствъ, какъ русскихъ, такъ и иностранныхъ); значитъ, то „весьма простое доказательство", о которомъ идетъ рѣчь, оказывается въ этихъ руководствахъ, такъ сказать, висящимъ въ воздухѣ; поэтому, съ точки зрѣнія самаго г. Кагана, утвержденіе мое, что оно не вполнѣ строго, никакъ нельзя назвать „совершенно несправедливымъ".

2°. Замѣчу далѣе, что для строгаго обоснованія указаннаго тождества тѣмъ путемъ, какимъ идетъ г. Каганъ, недостаточно одной теоремы, изложенной въ его статьѣ, но надо еще предварительно установить тотъ законъ тождества цѣлыхъ функцій, который г. Каганомъ (какъ онъ самъ говоритъ въ выноскѣ) предполагается ранѣе установленнымъ; а для этого понадобилось бы прежде всего доказать, что, если цѣлый многочленъ $F(x)$ равенъ нулю при всевозможныхъ численныхъ значеніяхъ x, то всѣ его коэффиціенты должны быть равны нулю. Строгое изложеніе всѣхъ этихъ предварительныхъ теоремъ не совсѣмъ просто. Чтобы убѣдиться въ этомъ, достаточно просмотрѣть, напримѣръ, изложеніе этого вопроса въ „Leçons d'algèbre et d'analyse par Jules Tannery (§ 2, Etude d'un polynome, стр. 69, 70, 71 и др.), или въ „Cours d'algèbre, par B. Niewenglowski (Chapitre II, стр. 13, 14, 15 и слѣд.).

3°. Статья г. Кагана невольно наталкиваетъ на вопросъ, нельзя ли тождественность равенства $F(x) = (x - a)\,Q(x) + R$ установить независимо отъ приведенной выше теоремы и, слѣдовательно, независимо отъ закона тождества цѣлыхъ функцій. Задавшись этимъ вопросомъ, я прихожу къ заключенію, что это возможно сдѣлать, напримѣръ, такъ.

Пусть, совершая дѣленіе многочлена $F(x)$ на двучленъ $x - a$ обыкновеннымъ пріемомъ, мы дошли до такого остатка R, который не содержитъ буквы x; пусть при этомъ въ частномъ окажется многочленъ $Q(x)$. Если бы мы вздумали утверждать, что равенство:

$$\frac{F(x)}{x - a} = Q(x) + \frac{R}{x - a}$$

есть тождество, т. е. что обѣ его части даютъ одинаковыя числа при всевозможныхъ значеніяхъ x, то этимъ утвержденіемъ мы допустили бы тотъ логическій дефектъ, на который я указалъ въ упомянутой выноскѣ къ § 76 моего руководства, такъ какъ вслѣдствіе невозможности дѣленія на нуль мы не имѣемъ права утверждать (безъ особаго разсмотрѣнія и, быть можетъ, безъ нѣкотораго соглашенія), что написанное равенство вѣрно и при $x = a$. Но это равенство намъ и не нужно. Мы возьмемъ другое равенство, которое получимъ при помощи слѣдующаго разсужденія.

Изъ самаго процесса нахожденія членовъ частнаго $Q(x)$ и остатка R мы усматриваемъ, что остатокъ R получается отъ вычитанія изъ дѣлимаго $F(x)$ всѣхъ членовъ произведенія $(x-a)\,Q(x)$. Значитъ,

$$F(x) - (x-a)\,Q(x) = R. \qquad (2)$$

Хотя это равенство мы нашли при помощи дѣленія $F(x)$ на $x - a$, однако, оно имѣетъ самостоятельное значеніе, не зависящее отъ процесса, которымъ мы его получили. Равенство это означаетъ слѣдующее: если мы умножимъ (согласно правилу умноженія многочленовъ) $Q(x)$ на $x - a$ и найденнное произведеніе [обозначимъ его $S(x)$] вычтемъ (согласно правилу вычитанія многочленовъ) изъ $F(x)$, то въ результатѣ получимъ (по приведеніи подобныхъ членовъ) выраженіе R (замѣтимъ: само выраженіе R, а не выраженіе, тождественное R). Но при всякомъ численномъ значеніи x имѣетъ мѣсто равенство $(x-a)\,Q(x) = S(x)$ (согласно смыслу алгебраическаго умноженія) и равенство $F(x) - S(x) = R$ (согласно смыслу алгебраическаго вычитанія); слѣдовательно, полученное нами равенство (2) есть тождество. А изъ этого равенства непосредственно слѣдуетъ:

$$F(x) = (x-a)\,Q(x) + R.$$

Такимъ образомъ, тождественность этого равенства, какъ мнѣ думается, возможно установить (безъ логическихъ дефектовъ), минуя весь тотъ грузный аппаратъ, который указанъ г. Кагановъ (аппаратъ этотъ, впрочемъ, совершенно необходимъ при строго научномъ изложеніи свойствъ многочленовъ и дѣйствій надъ ними). Значитъ, стоитъ только сдѣлать небольшое измѣненіе и разъясненіе къ „весьма простому доказательству“, чтобы оно осталось въ силѣ. Однако, я думаю, что приводимое мною въ послѣднихъ 2-хъ изданіяхъ Алгебры доказательство имѣетъ свои преимущества не только тѣмъ, что оно позволяетъ установить законъ частнаго, но также и тѣмъ — и это очень важно, — что оно ясно указываетъ, какъ и почему получается въ остаткѣ $F(a)$, тогда какъ „весьма простое доказательство“ бьетъ учащагося по головѣ обухомъ, принуждая его согласиться съ возвѣщенной истиной.

Первый Всероссійскій Съѣздъ преподавателей физики, химіи и космографіи.

И. Габера.

I. Исторія Съѣзда.

...ность Съѣзда преподавателей физики и химіи чувствовалась давно ...же на X-омъ Съѣздѣ естествоиспытателей въ Москвѣ собралась группа преподавателей для совмѣстнаго обсужденія нѣкоторыхъ вопросовъ, связанныхъ съ преподаваніемъ физики. XI Съѣздъ естествоиспытателей происходилъ въ Петербургѣ, и здѣсь благодаря стараніямъ проф. О. Д. Хвольсона былъ организованъ Съѣздъ преподавателей физики Петербургскаго округа. Но все это происходило въ небольшихъ размѣрахъ, носило случайный характеръ, и, напримѣръ, XII Съѣздъ естествоиспытателей преподавателямъ физики и химіи, какъ таковымъ, почти ничего не далъ. Нужна была авторитетная организація, нужны были энергичные люди, чтобы выполнить такую большую работу, какъ организація всероссійскаго съѣзда преподавателей физики, химіи и космографіи, и такая организація нашлась: на помощь пришло славное Русское Физико-Химическое Общество. Русское Физико-Химическое Общество интересуется больше научными вопросами, но, чѣмъ дальше, оно все больше и больше начинаетъ удѣлять время также вопросамъ педагогическаго характера; укажемъ, напримѣръ, на нормальный списокъ приборовъ для физическаго кабинета, выработанный Обществомъ. 14-го октября 1908 года Отдѣлъ физики Русскаго Физико-Химическаго Общества выдѣлилъ изъ своего состава особую комиссію—Педагогическую. Одной изъ задачъ Комиссіи было устройство съѣздовъ преподавателей физики и химіи. Первымъ шагомъ Комиссіи въ этомъ направленіи была организація секціи методовъ преподаванія физики и химіи при II Менделѣевскомъ Съѣздѣ, происходившемъ въ 1911 г. Послѣ Съѣзда у всѣхъ членовъ Педагогической комиссіи создалась увѣренность въ необходимости созыва спеціальнаго всероссійскаго съѣзда преподавателей физики и химіи. Въ программу этого съѣзда Комиссія рѣшила включить также и вопросы, связанные съ постановкой преподаванія космографіи въ средней школѣ, исходя изъ того соображенія, что едва ли удастся организовать отдѣльно съѣздъ преподавателей космографіи. 10 апрѣля 1912 г. Педагогическая комиссія вошла въ Отдѣленіе физики Русскаго Физико-Химическаго Общества съ предложеніемъ созвать на рождественскихъ каникулахъ $19^{13}/_{14}$ учебнаго года Первый Всероссійскій Съѣздъ преподавателей физики, химіи и космографіи и при этомъ представила проектъ положенія и программы Съѣзда. Отдѣленіемъ физики предложеніе Комиссіи было принято и даже былъ открытъ для осуществленія этого начинанія нѣкоторый кредитъ. Столь же сочувственное отношеніе встрѣтило предложеніе Комиссіи и со стороны Отдѣленія химіи. Вскорѣ Русское Физико-Химическое Общество возбудило соотвѣтственное ходатайство о разрѣшеніи Съѣзда, и 27 августа 1912 г. разрѣшеніе было получено.

II. Организація Съѣзда.

По полученіи разрѣшенія на созывъ Съѣзда, Русское Физико-Химическое Общество организовало Распорядительный Комитетъ въ составѣ 24 членовъ по 12 отъ каждаго Отдѣленія, но ко времени Съѣзда число членовъ путемъ кооптаціи было доведено до пятидесяти. Предсѣдателемъ Комитета былъ избранъ проф. О. Д. Хвольсонъ. Понимая, что организація всероссійскаго съѣзда не можетъ протекать только въ Петербургѣ, Комитетъ обратился къ провинціальнымъ работникамъ на педагогическомъ поприщѣ съ просьбой образовать на мѣстахъ отдѣленія Распорядительнаго Комитета. Такихъ отдѣленій было образовано 14, и многія изъ нихъ оказали Комитету существенную помощь.

Вскорѣ послѣ начала работъ Комитета весь наличный составъ былъ раздѣленъ на три секціи. Завѣдующимъ секціей физики былъ избранъ проф.

Ф. Я. Капустинъ, секціей химіи — В. Н. Верховскій, секціей космографіи — проф. А. А. Ивановъ. Прежде всего пришлось, конечно, опредѣлить рамки работъ Съѣзда. Оффиціальная программа Съѣзда заключаетъ въ себѣ 10 пунтовъ: 1) рефераты по научнымъ вопросамъ; 2) программы физики, химіи и космографіи; 3) положеніе физики, химіи и космографіи среди другихъ образовательныхъ предметовъ; 4) методы преподаванія физики, химіи и космографіи; 5) постановка практическихъ занятій; 6) подготовка преподавателей; 7) учебники; 8) устройство лабораторій и постановка класснаго эксперимента; 9) рефераты учениковъ; 10) экскурсіи съ учащимися.

Въ виду невозможности освѣтить полностью всѣ эти вопросы Распорядительный Комитетъ нашелъ наиболѣе цѣлесообразнымъ выдѣлить изъ программы два пункта: 1) подготовка преподавателей и 2) практическія занятія учениковъ, какъ особенно важные, и эти пункты освѣтить на Съѣздѣ съ наибольшей полнотой.

Для предварительной разработки вопроса о подготовкѣ преподавателей была образована Педагогическая комиссія подъ предсѣдательствомъ С. И. Созонова, работавшая совмѣстно съ секціями. На засѣданіяхъ Комиссіи разсматривался вопросъ о подготовкѣ преподавателей только физики и химіи, причемъ Комиссія признала необходимымъ разсматривать отдѣльно два вопроса: 1) подготовка лицъ, приступающихъ къ преподавательской дѣятельности; 2) содѣйствіе лицамъ, уже преподающимъ и желающимъ расширить и обновить свои знанія. Доклады по этимъ вопросамъ (IV секція) Комиссія сочла цѣлесообразнымъ сгруппировать къ концу Съѣзда. Что касается трехъ секцій Комитета, то каждая изъ нихъ выработала вопросы, по которымъ, главнымъ образомъ, желательно было получить отъ Съѣзда резолюціи. Секція физики (I) выдвинула два вопроса: 1) необходимы ли практическія занятія; если да, то для нихъ слѣдуетъ отвести время, мѣсто и средства; 2) нужны ли практическія занятія по всему курсу или по опредѣленнымъ отдѣламъ? Остальные вопросы оффиціальной программы рѣшено только поднять, подготовляя тѣмъ отчасти темы для послѣдующихъ съѣздовъ. Секція химіи (II) (помимо вопросовъ о практическихъ занятіяхъ и подготовкѣ преподавателей) выдвинула на первый планъ вопросы: 1) о введеніи химіи, какъ общеобразовательнаго предмета, въ курсъ средней школы; 2) о мѣстѣ химіи среди другихъ предметовъ въ курсѣ средней школы. Рѣшено было также озаботиться освѣщеніемъ на Съѣздѣ вопроса о программахъ по химіи. Секція космографіи (III) выдвинула въ качествѣ основныхъ вопросовъ: 1) наблюденіе неба при прохожденіи курса космографіи; 2) улучшеніе постановки преподаванія космографіи.

Желая представить I-ому Всероссійскому Съѣзду преподавателей физики, химіи и космографіи полную картину преподаванія указанныхъ предметовъ въ нашемъ обширномъ отечествѣ, Комитетъ предпринялъ по этому поводу анкету. Анкета должна была освѣтить преподаваніе физики, химіи и космографіи съ различныхъ сторонъ, но, къ сожалѣнію, на нее откликнулось до начала Съѣзда очень мало преподавателей *). Предсѣдателемъ Анкетной комиссіи былъ избранъ П. А. Знаменскій. Желая, кромѣ того, дать членамъ Съѣзда наглядную картину кабинетовъ и постановки практическихъ занятій въ отдѣльныхъ учебныхъ заведеніяхъ, Распорядительный Комитетъ организовалъ Комиссіи: выставочную и экскурсіонную (предсѣдатели П. А. Знаменскій и И. В. Глинка).

*) Результаты анкеты будутъ помѣщены ниже.

Выставочная комиссія занялась устройствомъ выставки научныхъ и учебныхъ приборовъ, научныхъ и учебныхъ книгъ и организацiей примѣрнаго физическаго кабинета; въ эту же Комиссію направлялись и доклады, связанные съ демонстраціями. Экскурсіонная же комиссія въ ряду другихъ экскурсій устроила цѣлый рядъ посѣщеній физическихъ кабинетовъ среднихъ и высшихъ учебныхъ заведеній.

Нельзя также не остановиться на дѣятельности Редакціонной комиссіи (предсѣдатель С. И. Созоновъ). Такъ какъ вопросъ о печатаніи трудовъ Съѣзда оставленъ открытымъ, Редакціонная комиссія издала четыре сборника, посвященныхъ четыремъ секціямъ Съѣзда. Въ каждомъ изъ нихъ были напечатаны тѣ доклады или тезисы докладовъ, которые были своевременно получены. Кромѣ того, Комиссія издала сборникъ очень интересныхъ статей, посвященныхъ экскурсіямъ. Здѣсь описаны большинство среднихъ и высшихъ учебныхъ заведеній С.-Петербурга, научныя и техническія учрежденія, станціи и нѣкоторые заводы. Сборникъ этотъ имѣетъ самостоятельный интересъ не только для членовъ Съѣзда. Выставкамъ приборовъ и книгъ посвящены были двѣ книжки — каталоги, къ концу же Съѣзда вышелъ изъ печати списокъ членовъ Съѣзда, записавшихся до 27 декабря*).

По плану, составленному Распорядительнымъ Комитетомъ, утреннія засѣданія посвящались сообщеніямъ научнаго характера, дневныя — докладамъ съ демонстраціями, вечернія — докладамъ педагогическимъ и преніямъ. Кромѣ того, установленъ былъ троякій типъ засѣданій Съѣзда: общія собранія, секціонныя и соединенныя засѣданія нѣсколькихъ секцій.

III. Общія собранія.

Кромѣ заключительнаго общаго собранія 6-го января, о которомъ рѣчь будетъ въ концѣ, состоялось два общихъ собранія: 27-го и 29-го декабря.

27-го декабря въ 2 часа дня Съѣздъ былъ открытъ предсѣдателемъ Распорядительнаго Комитета проф. О. Д. Хвольсономъ. Въ произнесенной при этомъ рѣчи маститый профессоръ отмѣтилъ иниціативу Русскаго Физико-Химическаго общества въ дѣлѣ созыва Съѣзда и вкратцѣ изложилъ всю подготовительную работу. Коснувшись затѣмъ двухъ вышеуказанныхъ вопросовъ, на которыхъ рѣшено было сосредоточить работы Съѣзда, профессоръ остановился на значеніи практическихъ занятій для учениковъ, указавъ, что практическія занятія — источникъ правильнаго воспріятія научнаго матеріала учащимися, и что только они могутъ повести къ правильному пониманію пройденнаго. Остановившись затѣмъ на работахъ Педагогической комиссіи, О. Д. Хвольсонъ познакомилъ членовъ Съѣзда съ двумя вопросами, выдвинутыми этой Комиссіей, и затѣмъ перешелъ къ вопросу объ обезпеченіи средней школы приборами русскаго производства**). Въ заключеніе предсѣдатель просилъ помнить, что настоящій Съѣздъ первый, что за нимъ послѣдуетъ рядъ другихъ съѣздовъ, которые будутъ, несомнѣнно, плодотворнѣе перваго, но что нужно надѣяться, что и теперешняя работа Распорядительнаго Комитета принесетъ свои плоды. Послѣ рѣчи проф.

---

*) Число членовъ къ открытію Съѣзда достигло 814, къ послѣднему дню — 1178.

**) Вопросъ этотъ будетъ освѣщенъ ниже, когда рѣчь будетъ идти о соединенныхъ засѣданіяхъ секцій.

О. Д. Хвольсона, по предложенію Распорядительнаго Комитета, былъ избранъ предсѣдателемъ Съѣзда проф. Н. А. Умовъ (Москва) и товарищемъ предсѣдателя проф. И. И. Боргманъ (С.-Петербургъ), затѣмъ былъ выслушанъ отчетъ секретаря Распорядительнаго Комитета А. П. Аѳанасьева о подготовительной работѣ Комитета. Послѣ привѣтственныхъ рѣчей каѳедру занялъ академикъ П. И. Вальденъ, произнесшій рѣчь на тему — „О вліяніи физики на развитіе химіи". Остановившись на первыхъ моментахъ развитія физики при Демокритѣ, Платонѣ и Архимедѣ, П. И. Вальденъ прослѣдилъ состояніе наукъ физики и химіи въ средніе вѣка и новый періодъ. Начавъ съ первичной матеріи Платона, П. И. въ заключеніе указалъ на задачу, которую призваны рѣшить современные физико-химики: является ли единственная матерія алхимиковъ фантазіей или дѣйствительностью *).

Второе Общее собраніе было открыто 29-го декабря въ 2 часа дня. Большой залъ Морского Корпуса съ трудомъ вмѣстилъ всѣхъ членовъ Съѣзда, собравшихся послушать рѣчи предсѣдателя Съѣзда проф. Н. А. Умова — „Эволюція физическихъ наукъ и ея идейное значеніе" *) и проф. А. А. Иванова — „Русское солнечное затменіе 1914 года". Не останавливаясь на содержаніи этихъ рѣчей, которымъ будетъ отведено отдѣльное мѣсто, укажемъ только, что онѣ были прослушаны съ величайшимъ интересомъ. Во время доклада проф. А. А. Иванова были продемонстрированы многіе діапозитивы, касающіеся какъ солнечныхъ затменій вообще, такъ и предстоящаго солнечнаго затменія. Какъ извѣстно, полоса полнаго солнечнаго затменія пройдетъ черезъ Норвегію, Швецію, Ботническій заливъ, Аландскіе острова, Ригу, Минскъ, Кіевъ, Крымъ, Азовское и Черное моря, Малую Азію и Персію.

IV. Анкета.

Въ послѣднее время все болѣе и болѣе распространяется пріемъ преподаванія физики, химіи и космографіи, при которомъ весьма важную роль играютъ практическія занятія учениковъ. Одной изъ главныхъ задачъ съѣзда было установить цѣнность и результаты этого метода. Для этой цѣли Распорядительный Комитетъ рѣшилъ произвести анкету среди преподавателей физики, химіи и космографіи, дабы представить Съѣзду полную картину преподаванія означенныхъ предметовъ въ учебныхъ заведеніяхъ Россіи. Анкетная комиссія выработала анкетные листы, отпечатала ихъ въ количествѣ 3000 по каждому предмету и весной 1912 г. разослала преподавателямъ. Къ концу мая было получено всего до 400 отвѣтовъ, лѣтомъ отвѣты совсѣмъ не получались и только осенью дѣло нѣсколько оживилось. До ноября поступило 600 отвѣтовъ **) (300 — по физикѣ, 100 — по химіи, 200 — по космографіи). Несмотря на небольшое число отвѣтовъ, Комиссія въ концѣ октября приступила къ разработкѣ анкеты. По окончаніи этой работы было приступлено къ составленію докладовъ (2 — по физикѣ, 1 — по химіи, 1 — по космографіи). Принимая во вниманіе, что результаты всѣхъ докладовъ основываются на весьма немногочисленныхъ отвѣтахъ, мы не можемъ, конечно, придавать имъ особое значеніе; на это со-

*) Рѣчь будетъ напечатана въ „Вѣстникѣ".

**) Вслѣдствіе небольшого числа отвѣтовъ на первую анкету, Комиссія приступила къ организаціи второй. Такъ какъ во второмъ случаѣ анкетные листы направлялись черезъ учебные округа, то уже теперь получено свыше тысячи отвѣтовъ.

гласно указывали всѣ докладчики; все же эти результаты даютъ нѣкоторый набросокъ и весьма интересны, такъ какъ охватываютъ постановку преподаванія въ нѣсколькихъ сотняхъ среднихъ учебныхъ заведеній.

Физикѣ посвящены были два доклады: одинъ Г. М. Григорьева (Петербургъ) — „Преподаваніе физики въ средней школѣ по даннымъ анкеты", другой — П. А. Знаменскаго (Петербургъ) — „Практическія занятія по физикѣ въ средней школѣ по даннымъ анкеты". Обратимся къ первому докладу. Первый вопросъ, интересующій насъ, есть, конечно, вопросъ о помѣщеніи: имѣются ли 1) физическій классъ, 2) комната для практическихъ занятій, 3) особое помѣщеніе для приборовъ, 4) комната для приготовленія опытовъ. Оказывается, что 12% имѣютъ всѣ эти комнаты, 32% имѣютъ всѣ перечисленныя помѣщенія безъ комнаты для практическихъ занятій, 22% только физическій классъ, 15% имѣютъ только другія помѣщенія (конечно, подъ этими другими помѣщеніями подразумѣвается какой-нибудь корридоръ, въ которомъ случайно помѣщенъ шкафъ съ приборами!) и, наконецъ, 19% ничего не имѣютъ. Интересно разсмотрѣть отвѣты — по отдѣльнымъ типамъ учебныхъ заведеній — на вопросы: 1) имѣется ли физическій кабинетъ и 2) имѣется ли комната для практическихъ занятій:

		Имѣютъ физ. кабинетъ	Имѣютъ комнату для практ. зан.			Имѣютъ физ. кабинетъ	Имѣютъ комнату для практ. зан.
Женск. гимн.	правит.	33%	3%	Реальн. учил.	правит.	89%	18%
	частныя	53 „	23 „		частныя	60 „	30 „
Мужск. гимн.	правит.	80 „	14 „	Коммерческія училища		89 „	40 „
	частныя	40 „	20 „				

Впереди всѣхъ стоятъ коммерческія училища, позади — правительственныя женскія гимназіи. Комнаты должны быть оборудованы: 1) газомъ, 2) водой, 3) электричествомъ, 4) проекціоннымъ фонаремъ, 5) затемненіемъ. Изъ коммерческихъ училищъ 50% имѣетъ все, 25% имѣетъ только три изъ указанныхъ пунктовъ, реальныя училища оборудованы хуже, еще хуже мужскія гимназіи, на послѣднемъ мѣстѣ стоятъ правительственныя женскія гимназіи. Займемся вопросомъ о приборахъ. 18% всѣхъ учебныхъ заведеній либо вовсе не имѣетъ ихъ либо очень мало. Изъ реальныхъ училищъ 30% имѣютъ устарѣлые приборы. Эти устарѣлые или неисправные приборы — зло физическаго кабинета: преподаватель, часто въ силу отсутствія технической сноровки, часто вслѣдствіе отсутствія опытнаго мастера, лишенъ возможности воспользоваться приборомъ, а администрація отказываетъ въ выпискѣ новыхъ, указывая на заполненные шкафы. Изъ всѣхъ кабинетовъ хорошо обставлены только 10%, всѣ необходимые приборы имѣютъ 50%. Несомнѣнно, что условіемъ удовлетворительнаго прохожденія курса физики является наличность каждаго изъ трехъ пунктовъ: 1) физическій классъ и другія помѣщенія, 2) вода и электричество, 3) изъ приборовъ все необходимое. Оказывается, что только 23% удовлетворяютъ всѣмъ этимъ требованіямъ. По типамъ же этимъ требованіямъ учебныя заведенія удовлетворяютъ слѣдующимъ образомъ: женскія гимназіи $10^0/_0$, мужскія гимназіи $15^0/_0$, реальныя училища $27^0/_0$, коммерческія училища $66^0/_0$. Жить кабинетъ можетъ только тогда, когда ему отпускаются средства: и дѣйствительно, $81^0/_0$ всѣхъ учебныхъ заведеній отпускаютъ средства кабинету, $13^0/_0$ отпускаютъ нерегулярно, $6^0/_0$ не отпускаютъ ихъ вовсе. Но и среди отпускающихъ средства на физическій кабинетъ имѣются такія учебныя заведенія, которыя отпускаютъ 40 руб., 30 руб., 20 руб. и даже 5 руб. Трудно сказать, что дѣлаютъ преподаватели съ этими 5 рублями! Правда, большинство учебныхъ заведеній отпускаетъ болѣе значительныя суммы: средняя сумма — 200 руб. Расположеніе учебныхъ заведеній въ зависимости отъ отпускаемыхъ средствъ остается прежнимъ: больше всѣхъ отпускаютъ коммерческія училища, меньше всѣхъ — женскія гимназіи.

Успѣхъ преподаванія физики несомнѣнно связанъ съ личностью преподавателя, и потому интересно было установить спеціальность преподавателей физики. Изъ всѣхъ преподавателей только $69^0/_0$ назвали своей спеціальностью физику, остальные $31^0/_0$ назвали своей спеціальностью математику, химію и біологическія науки. Но и первые $69^0/_0$ не преподаютъ только физику, изъ нихъ исключительно физику преподаютъ только $12^0/_0$, $7^0/_0$ преподаютъ, кромѣ того, химію, $60^0/_0$ математику и $45^0/_0$ космографію. Тотъ фактъ, что считающіе себя спеціалистами по физикѣ преподаютъ и другіе предметы, объясняется, конечно, тѣмъ, что въ провинціи нельзя набрать полный комплектъ уроковъ только по физикѣ, но есть и другая весьма вѣская причина. Анкета показала, что $63^0/_0$ всѣхъ учебныхъ заведеній не имѣютъ служителя при физическомъ кабинетѣ: преподавателю приходится дѣлать самому абсолютно все, даже мыть посуду; мыслимо ли при такихъ условіяхъ брать уроки только по физикѣ.

Чтобы закончить вопросъ о постановкѣ преподаванія физики въ средней школѣ, остается еще разсмотрѣть вопросъ о построеніи курса и то, что съ нимъ тѣсно связано, т. е. вопросъ объ учебникѣ и количествѣ часовъ. Курсъ можно проходить либо концентрически, либо по ступенямъ, либо радіально. Въ $25^0/_0$ всѣхъ учебныхъ заведеній курсъ построенъ по первымъ двумъ методамъ, въ $75^0/_0$ радіально. Въ связи съ этимъ пробладаетъ учебникъ Краевича (въ 164 учебныхъ заведеніяхъ), затѣмъ слѣдуютъ учебники Косоногова, Цингера, Киселева, Григорьева, Ковалевскаго и др. Здѣсь, однако, нужно обратить вниманіе на слѣдующее обстоятельство: по мнѣнію преподавателей, преобладаніе радіальнаго метода нельзя считать показателемъ превосходства этого метода. Чѣмъ меньше число часовъ, удѣляемыхъ физикѣ, и чѣмъ меньше число классовъ, въ которыхъ физика проходится, тѣмъ труднѣе ввести концентрическій методъ преподаванія. Такъ какъ въ этомъ отношеніи различные типы учебныхъ заведеній сильно разнятся, то интересно разсмотрѣть этотъ вопросъ по отдѣльнымъ типамъ учебныхъ заведеній въ связи съ временемъ, удѣляемымъ физикѣ. Въ женскихъ гимназіяхъ, $80^0/_0$ которыхъ удѣляетъ физикѣ не больше 6 часовъ, значительно преобладаетъ радіальный методъ, въ правительственныхъ женскихъ гимназіяхъ концентрическаго метода почти совершенно нѣтъ. Въ мужскихъ гимназіяхъ и реальныхъ училищахъ, $95^0/_0$ которыхъ удѣляютъ физикѣ 9, 10 и больше часовъ, концентрическій методъ постепенно вводится; правда, въ правительственныхъ учебныхъ заведеніяхъ преобладаетъ еще радіальный методъ, но въ частныхъ уже преобладаетъ концентрическій. Въ коммерческихъ училищахъ наблюдается большое разнообразіе въ количествѣ часовъ, удѣляемыхъ физикѣ:

45% имѣетъ 7—8 уроковъ, остальные 9—10 и больше уроковъ; преобладаетъ, но незначительно, радіальный методъ.

Замѣтимъ еще, что Комиссія заинтересовалась вопросомъ объ экскурсіяхъ; оказалось, что въ 45% всѣхъ учебныхъ заведеній экскурсіи совершаются.

Итакъ, мы видимъ, что постановка преподаванія физики, въ смыслѣ внѣшнихъ условій, стоитъ далеко не на должной высотѣ, и, если въ коммерческихъ училищахъ дѣло стоитъ сравнительно хорошо, въ мужскихъ гимназіяхъ и реальныхъ училищахъ нѣсколько хуже, то въ женскихъ гимназіяхъ оно обстоитъ ужасно.

Познакомившись съ внѣшними условіями преподаванія физики, перейдемъ къ вопросу о постановкѣ практическихъ занятій по этому предмету. Вопросъ этотъ не новый и имѣетъ уже свою исторію, ему удѣляетъ много времени педагогическая литература, и, какъ вопросъ весьма важный и очередной, онъ былъ предметомъ особаго вниманія на Съѣздѣ. Въ исторіи развитія практическихъ занятій по физикѣ въ Россіи можно указать три періода. Первый въ 1900 г.— занятія носятъ случайный характеръ, въ нихъ принимаетъ участіе мало учениковъ, объ обязательности практическихъ занятій нѣтъ и рѣчи. Насколько извѣстно, первымъ организовалъ практическія занятія по физикѣ Б. Ю. Кольбе въ 1895 году, но длились они всего два года*); четырьмя же годами позже Съѣздъ преподавателей физико-математическихъ наукъ призналъ практическія занятія по физикѣ крайне желательными. Въ теченіе второго періода (1900 г.—1907 г.) практическія занятія становятся болѣе планомѣрными и часто обязательными для учащихся. Во второмъ періодѣ Главное Управленіе военно-учебныхъ заведеній организовало практическія занятія въ 3-хъ учебныхъ заведеніяхъ; три Съѣзда (Варшавскій, Кіевскій и Петербургскій), имѣвшіе мѣсто въ это время, всѣ высказались за введеніе практическихъ занятій. Въ теченіе третьяго періода (послѣ 1907 года) многіе десятки учебныхъ заведеній вводятъ у себя практическія занятія. Замѣтимъ, что изъ всѣхъ 265 учебныхъ заведеній, отозвавшихся на анкету**), 104 (т. е. около 40%) ввели у себя практическія занятія; изъ этихъ 104 учебныхъ заведеній только 19% ввели практическія занятія до 1907 г., всѣ остальныя—послѣ.

Что касается учебныхъ заведеній различныхъ типовъ, то и здѣсь коммерческія училища стоятъ впереди всѣхъ, а правительственныя женскія гимназіи позади всѣхъ. Нельзя, однако, не отмѣтить, что частныя женскія гимназіи стоятъ далеко впереди правительственныхъ. Впрочемъ, приведемъ лучше цифровыя данныя. Практическія занятія ввели:

Коммерческія уч.	Реальныя уч.		Мужскія гимназіи		Женскія гимназіи	
	правит.	частныя	правит.	частныя	правит.	частныя
59%	41%	40%	46%	33%	20%	44%

*) Во время одной изъ экскурсій намъ удалось осмотрѣть тотъ физическій кабинетъ, въ которомъ Б. Ю. Кольбе впервые организовалъ практическія занятія. Прямо поразительно, какъ можно было ихъ организовать въ такомъ крошечномъ кабинетѣ, и немудрено, что занятія эти пришлось прекратить спустя 2 года послѣ начала. Объ этой необходимости талантливый конструкторъ говоритъ съ большимъ сожалѣніемъ.

**) Сюда не входятъ кадетскіе корпуса и учительскія семинаріи, такъ какъ отъ нихъ поступило очень мало матеріала.

Странно слѣдующее обстоятельство: всѣ Съѣзды высказываются за практическія занятія, всюду встрѣчаютъ они единодушное признаніе, а между тѣмъ ввело ихъ только 40% всѣхъ учебныхъ заведеній. Каковы причины этого? Анкета указываетъ много причинъ: и тѣснота помѣщенія, и недостатокъ средствъ, и несоотвѣтствіе между временемъ и обиліемъ матеріала, нѣкоторые указываютъ и на несочувствіе начальства. На первомъ планѣ тѣснота помѣщенія: для каждаго ученика необходимо 5 квадратныхъ аршинъ пола, между тѣмъ очень немногія учебныя заведенія указываютъ до 200 квадратныхъ аршинъ и больше, 7 учебныхъ заведеній указали до 150 квадратныхъ аршинъ, остальныя же имѣютъ помѣщеніе для 7 или 8 учащихся или вовсе не имѣютъ. Недостатокъ средствъ не даетъ возможности имѣть служителя; даже въ 40% тѣхъ учебныхъ заведеній, въ которыхъ практическія занятія ведутся, нѣтъ служителя; мудрено ли, что при такихъ условіяхъ преподаватель, даже наладившій практическія занятія, очень скоро бросаетъ ихъ. Какъ на одну изъ причинъ, препятствующихъ правильному веденію практическихъ занятій, многіе преподаватели указываютъ еще на необязательность этихъ занятій и веденіе ихъ въ неурочное время. Изъ правительственныхъ среднихъ школъ, наладившихъ уже практическія занятія, только 33% считаютъ ихъ обязательными и въ этомъ отношеніи сильно отстали отъ частныхъ; въ послѣднихъ 66% считаютъ практическія занятія обязательными. По отдѣльнымъ типамъ школы, считающія практическія занятія обязательными, согласно даннымъ анкеты, распредѣляются слѣдующимъ образомъ:

Коммерческія уч.	Реальныя уч.		Мужскія гимназіи		Женскія гимназіи	
	правит.	частныя	правит.	частныя	правит.	частныя
82%	41%	50%	46%	80%	20%	67%

Нужно замѣтить, что даже при благопріятныхъ внѣшнихъ условіяхъ и при обязательности практическихъ занятій, послѣднія только тогда могутъ дать положительные результаты, когда они ведутся по многимъ отдѣламъ и во всѣхъ классахъ, гдѣ преподается физика. Между тѣмъ многія гимназіи ведутъ практическія занятія только въ 8 классѣ, многія учебныя заведенія ведутъ эти занятія только по оптикѣ и электричеству. Правда, такихъ меньшинство; большинство же ведетъ практическія занятія 2 и 3 года и есть 30—40 учебныхъ заведеній, въ которыхъ ученики выполняютъ до 40—50 работъ. Характеръ этихъ ученическихъ работъ въ большинствѣ случаевъ (80%) измѣрительный; только 10% всѣхъ учебныхъ заведеній указало, что у нихъ ведутся работы качественнаго характера и 10% указало работы того и другого характера. Замѣчательно, что всѣ тѣ учебныя заведенія, въ которыхъ практическія занятія широко поставлены, указали работы количественнаго характера.

Остается разсмотрѣть еще очень важный вопросъ о системѣ занятій. Какая изъ системъ предпочитается преподавателями: система отдѣльныхъ работъ или фронтальная система. Оказывается, что 70% всѣхъ преподавателей предпочитаетъ фронтальную систему, 15% — систему отдѣльныхъ работъ, остальные считаютъ фронтальную систему трудно достижимой и высказываются за систему на 2 фронта или смѣшанную. Что касается дѣйствительности, то, какъ мы увидимъ, она не соотвѣтствуетъ взглядамъ преподавателей. Въ учебныхъ заведеніяхъ указанныя системы распредѣлены слѣдующимъ образомъ:

	ПРАКТИЧ. ЗАН. ОБЯЗАТ.	ПРАКТ. ЗАН. НЕОБЯЗАТ.
Отдѣльныя работы . . .	33%	53%
Одинъ фронтъ	30 „	13 „
Смѣшанная система . . .	37 „	34 „

Въ послѣднее время начинаетъ распространяться методъ лабораторныхъ уроковъ *).

Что касается взаимоотношенія практическихъ занятій съ курсомъ, то здѣсь замѣчается весьма любопытное явленіе: введеніе практическихъ занятій отражается на построеніи курса и заставляетъ переходить отъ радіальнаго расположенія матеріала къ концентрическому. Практическія занятія могутъ быть либо связаны съ курсомъ, либо идти параллельно курсу, либо быть отдѣлены отъ курса. Въ различныхъ учебныхъ заведеніяхъ примѣняются различныя системы согласно слѣдующей таблицѣ:

		ПРАКТИЧ. ЗАНЯТІЯ СВЯЗАНЫ СЪ КУРС.,	ПАРАЛ. КУРСУ,	ОТДѢЛЕНЫ ОТЪ КУРСА
Курсъ расположенъ:	радіально	13%	45%	42%
	концентрически	23 „	57 „	20 „

Фронтальная система особенно пригодна, когда практическія занятія идутъ параллельно курсу, но для фронтальной системы требуется очень много экземпляровъ каждаго прибора; вотъ почему анкета должна была отвѣтить еще и на вопросъ, какими приборами обходятся преподаватели при веденіи практическихъ занятій. Оказывается, что 55% всѣхъ учебныхъ заведеній обходятся покупными приборами, 32% собираютъ приборы на мѣстѣ, остальныя пользуются тѣми и другими. Замѣчательно, что въ число 32% входятъ всѣ тѣ учебныя заведенія, въ которыхъ практическія занятія уже вполнѣ налажены.

Перейдемъ теперь къ даннымъ анкеты по химіи, которой былъ посвященъ докладъ В. Н. Верховскаго — „Результаты анкеты о постановкѣ преподаванія химіи въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ“. Какъ извѣстно, химія, какъ особый предметъ, преподается только въ реальныхъ и коммерческихъ училищахъ, при чемъ условія преподаванія этого предмета въ указанныхъ учебныхъ заведеніяхъ настолько различны, что результаты анкеты слѣдуетъ разсмотрѣть отдѣльно для каждаго изъ указанныхъ типовъ. Сдѣлать какіе-либо окончательные выводы мы, конечно, не можемъ, такъ какъ на анкету отозвалось всего 45 реальныхъ (38 правительственныхъ и 7 частныхъ) и 27 коммерческихъ училищъ.

а) Реальныя училища. Во всѣхъ училищахъ химія проходится въ 5-мъ классѣ или въ 5-мъ и 6-мъ классахъ, при чемъ почти всюду ей отводится два недѣльныхъ часа. Изъ всѣхъ 45 реальныхъ училищъ 20% имѣютъ всѣ необходимыя помѣщенія, 18% только классъ и комнату для практическихъ занятій, 41% только классъ, 16% только комнату для практическихъ занятій, остальные вовсе не имѣютъ приспособленныхъ помѣщеній. Площадь отведенныхъ помѣщеній, большей частью, равна 100 — 200 квадратнымъ аршинамъ (42%), или 200 — 300 квадратнымъ аршинамъ (30%). Оборудованіе помѣщеній весьма недостаточно; только 9% имѣютъ газъ, водопроводъ имѣется не всюду (60%)

*) О различныхъ методахъ веденія практическихъ занятій вопросъ будетъ разсмотрѣнъ ниже.

и даже вытяжнымъ шкафомъ оборудованы не всѣ помѣщенія (74%). Для нагрѣванія большинство (выше 90%) пользуется спиртовыми лампочками, — правда, у 56% имѣются, кромѣ того, и лампы Бартеля. — Въ большинствѣ училищъ на химію отпускаютъ ежегодно особыя суммы, размѣры которыхъ весьма разнообразны: 17% получаютъ меньше 50 руб., 33% получаютъ 50 — 100 руб., 30% получаютъ 100 — 300 р. и 5% даже выше 300 р., у остальныхъ сумма неопредѣленная. Служителя, столь необходимаго при занятіяхъ по химіи, имѣютъ только 41% всѣхъ училищъ, и, несмотря на то, что при такихъ условіяхъ преподавателю приходится очень много работать, только 47% всѣхъ школъ платятъ преподавателямъ добавочное вознагражденіе за завѣдываніе кабинетомъ. Спеціальностью своей преподаватели химіи называютъ: 51% химію, 42% другія естественныя науки, остальные — другія науки. Что касается программы, то она въ отвѣтахъ характеризуется принятыми въ училищахъ учебниками: 27 преподавателей указали учебникъ Кукулеско; затѣмъ встрѣчаются Григорьевъ, Полянскій, Хворостанскій; органическая химія входитъ въ составъ общаго курса, при чемъ въ большинствѣ случаевъ (74%) ей удѣляютъ 5 — 10 часовъ.

Практическія занятія ведутся почти во всѣхъ реальныхъ училищахъ (95%), при чемъ 43% ведутъ занятія по анализу и по общей химіи, два учебныхъ заведенія — только по общей химіи, остальныя — только по анализу. Тамъ, гдѣ практическія занятія ведутся по общей химіи, они идутъ параллельно курсу — слѣдовательно, въ 5 классѣ — и притомъ чаще въ неучебное время. Отъ учащихся въ большинствѣ случаевъ (76%) требуется составленіе отчетовъ о продѣланныхъ практическихъ занятіяхъ.

b) Коммерческія училища. Количество отвѣтовъ (27) настолько незначительно, что едва ли имѣетъ смыслъ подробно останавливаться на данныхъ анкеты; все же эти данныя были разработаны и приводятъ къ слѣдующимъ выводамъ: помѣщенія, отведенныя для уроковъ химіи въ коммерческихъ училищахъ, обширнѣе соотвѣтственныхъ помѣщеній реальныхъ училищъ и лучше оборудованы: 60% имѣютъ газъ, водопроводъ и вытяжной шкафъ, 36% имѣютъ водопроводъ и вытяжной шкафъ. На надобности кабинетовъ отпускаются значительныя средства: 16% отпускаютъ 50 — 100 руб., 44% 100 — 300 руб. и 24% свыше 300 руб.; 41% имѣютъ лаборанта, 37% — служителя и лишь 22% не имѣютъ ни лаборанта ни служителя. Что касается дополнительнаго вознагражденія преподавателя, то, хотя по даннымъ анкеты только 26% всѣхъ преподавателей получаютъ вознагражденіе, но процентъ этотъ сравнительно высокъ, если принять во вниманіе, что тамъ, гдѣ есть лаборантъ, дополнительное вознагражденіе не полагается. Почти всѣ преподаватели (96%) назвали своей спеціальностью химіи. Чтобы указать программу по химіи, мы и здѣсь приведемъ рядъ учебниковъ, указанныхъ въ отвѣтахъ: Кукулеско (5), Сперанскій (4), Созоновъ и Верховскій (4), Каблуковъ (3) и др. Разнообразіе учебниковъ объясняется несомнѣнно разнообразіемъ учебныхъ плановъ коммерческихъ училищъ, гдѣ количество уроковъ, отведенныхъ химіи, колеблется между 4 и 12. Органическая химія въ 11 училищахъ преподается, какъ особый предметъ. Практическія занятія не ведутся только въ 1 училищѣ. Въ большинствѣ училищъ (77%) ведутся занятія по общей химіи, 54% ведутъ занятія по аналитической химіи (только по аналитической 11%), 23% ведутъ занятія по органической химіи. Письменные отчеты о продѣланныхъ практическихъ занятіяхъ обязательны почти всюду (92%). Практическія занятія по общей химіи въ большинствѣ случаевъ (71%) ведутся параллельно курсу.

Разсмотрѣнію данныхъ анкеты по космографіи былъ посвященъ докладъ Ф. Ф. Василевскаго — „Данныя анкеты о преподаваніи космографіи“.

Всего подверглось разработкѣ 174 отвѣта*) которые привели къ слѣдующимъ заключеніямъ. Въ мужскихъ учебныхъ заведеніяхъ космографія преподается въ 7-мъ или 8-мъ классахъ (53% — въ 7 классѣ, 47% — въ 8 классѣ), въ женскихъ учебныхъ заведеніяхъ почти всюду въ 7 классѣ. Изъ первыхъ 51% удѣляютъ космографіи 1 часъ и 49% — 2 часа, изъ вторыхъ 77% удѣляютъ 1 часъ и 23% — 2 часа. Если разсмотрѣть мужскія учебныя заведенія по типамъ, то мы получимъ слѣдующіе результаты: мужскія гимназіи: 8 классъ — 1 часъ, реальныя училища: 7 классъ — 2 часа; коммерческія училища: 58% въ 7 классѣ (изъ нихъ 82% имѣютъ 1 часъ и 18% — 2 часа), 42% въ 8 классѣ (при чемъ всюду 2 часа).

Занятія ведутся, главнымъ образомъ, по учебникамъ Покровскаго (60%) и Щербакова (20%), встрѣчаются учебники Малинина и Ройтмана; большинство (57%) придерживается учебника, остальные (43%) отступаютъ отъ него, при чемъ больше дополняютъ курсъ, чѣмъ сокращаютъ; дополняютъ, конечно, въ коммерческихъ и реальныхъ училищахъ, а сокращаютъ въ женскихъ гимназіяхъ. Дополненія касаются обычно описательнаго курса, а сокращенія — теоретическаго.

Обратимся теперь къ характеру курса, при чемъ разсмотримъ порядокъ изложенія и содержанія. Въ мужскихъ учебныхъ заведеніяхъ кажущіяся движенія и истинныя, большей частью, проходятся послѣдовательно, въ женскихъ — одновременно; въ 51% всѣхъ учебныхъ заведеній проходится теоретическій курсъ, въ 37% — описательный, въ 12% — смѣшанный. Теоретическое прохожденіе курса преобладаетъ въ мужскихъ учебныхъ заведеніяхъ, особенно въ реальныхъ училищахъ. При прохожденіи курса въ большинствѣ учебныхъ заведеній (86%) примѣняютъ пособія и приборы, при чемъ, большей частью, приборы не самодѣльные, а покупные; хуже всѣхъ въ этомъ отношеніи обставлены частныя мужскія и женскія гимназіи, лучше всѣхъ реальныя и коммерческія училища. Очень многіе преподаватели (55%), особенно преподаватели мужскихъ учебныхъ заведеній, указали, что ученики рѣшаютъ задачи по космографіи; къ сожалѣнію, неизвѣстно только, о какихъ задачахъ идетъ рѣчь и насколько серьезно этотъ вопросъ поставленъ. Практическихъ занятій въ большинствѣ случаевъ (71%) нѣтъ, только 29% всѣхъ учебныхъ заведеній ввели практическія занятія, изъ нихъ 84% ведутъ занятія подъ открытымъ небомъ и 34% знакомятъ учениковъ съ приборами**); тамъ, гдѣ практическія занятія введены, они почти всюду (86%) обязательны. Въ среднемъ практическимъ занятіямъ удѣляютъ 5—15 часовъ. Средствъ на практическія занятія почти нигдѣ не ассигнуютъ. Изъ всѣхъ преподавателей только 11 назвали своей спеціальностью астрономію, изъ остальныхъ: 63 назвали математику, 48 — физику, 10 математику и физику. Встрѣчаются и такіе, спеціальность которыхъ ничего общаго съ космографіей не имѣетъ***).

---

*) Отвѣты преподавателей кадетскихъ корпусовъ не подверглись разработкѣ, такъ какъ ихъ было прислано очень мало. Это тѣмъ болѣе досадно, что лучше всего преподаваніе космографіи поставлено именно въ кадетск. корпусахъ.

**) Очевидно, что у 18% ведутся и тѣ и другія занятія.

***) Одинъ изъ такихъ преподавателей (историкъ) послѣ долгой и упорной борьбы съ космографіей рѣшилъ „перенести ее въ разрядъ словесныхъ наукъ“.

Резолюціи II-го Всероссійскаго Съѣзда преподавателей математики.

II-ой Всероссійскій Съѣздъ преподавателей математики, выслушавъ и обсудивъ доклады и пренія по всѣмъ вопросамъ, относящимся къ программѣ Съѣзда, вынесъ слѣдующія постановленія:

I. Признавая необходимымъ условіемъ успѣшнаго преподаванія математики правильную постановку подготовки преподавателей, а также созданіе такихъ условій, при которыхъ лицамъ, уже состоящимъ преподавателями, была бы предоставлена возможность освѣжать и пополнять свои познанія, Съѣздъ находитъ крайне желательнымъ осуществленіе слѣдующихъ мѣръ:

а) Чтобы лица, приступающія къ преподаванію, обладали подготовкой, какъ научной, такъ и общепедагогической; б) чтобы на физико-математическихъ факультетахъ высшихъ учебныхъ заведеній читались курсы, освѣщающіе съ научной точки зрѣнія основные вопросы элементарной математики; в) чтобы устраивались районные съѣзды преподавателей математики; г) чтобы устраивались краткосрочные научные и педагогическіе курсы для преподавателей математики; д) чтобы организацію такихъ курсовъ, кромѣ учрежденій, устраивающихъ ихъ въ настоящее время, приняли на себя высшія учебныя заведенія, а также математическіе кружки и общества, объединяющіе преподавателей.

II. Признавая, что успѣшное преподаваніе математики можетъ быть осуществлено лишь при дружной работѣ всѣхъ заинтересованныхъ въ немъ круговъ, и что для правильной постановки его имѣютъ большое значеніе не только общія мѣропріятія органовъ управленія, но и личный починъ отдѣльныхъ преподавателей (какъ это подтверждается примѣрами Германіи), Съѣздъ признаетъ крайне желательнымъ осуществленіе слѣдующихъ мѣръ:

а) чтобы Педагогическимъ Совѣтамъ было предоставлено право разрѣшать преподавателямъ отступать отъ существующихъ программъ подъ условіемъ представленія проектовъ измѣненій на утвержденіе Совѣта; б) чтобы осуществленіе пересмотра программъ и плана преподаванія математики въ средней школѣ было произведено въ цѣломъ, а не путемъ частичныхъ измѣненій; при выработкѣ такого плана необходимо не только внесеніе новыхъ отдѣловъ, но и освобожденіе курса отъ отдѣловъ, утратившихъ свое значеніе; в) чтобы преподаваніе математики въ женскихъ гимназіяхъ было организовано на одинаковыхъ началахъ съ мужскими; г) чтобы къ совмѣстной работѣ по выработкѣ плана и программы преподаванія привлекались представители науки и преподаватели средней школы.

III. Съѣздъ признаетъ начала аналитической геометріи и анализа необходимыми въ курсѣ средней школы всѣхъ типовъ. Для повышенія успѣшности результатовъ, достигаемыхъ въ дѣлѣ преподаванія аналитической геометріи и анализа, желательны слѣдующія мѣры:

а) пересмотръ программъ аналитической геометріи и анализа; б) назначеніе на эти предметы достаточнаго количества времени; в) установленіе связи анализа съ предыдущими частями курса; г) болѣе правильная методическая постановка преподаванія аналитической геометріи и анализа.

IV. Для скорѣйшаго проведенія въ жизнь изложенныхъ постановленій Съѣздъ признаетъ необходимымъ учредить Комиссію по вопросу о постановкѣ преподаванія математики и просить Михаила Григорьевича Попруженко, Захарія Андреевича Макшеева, Болеслава Корнеліевича Млодзѣевскаго, Алексѣя Константиновича Власова, Дмитрія Матвѣевича Синцова и Николая Николаевича Салтыкова принять на себя организацію означенной Комиссіи съ тѣмъ, чтобы послѣдняя, выдѣливъ изъ себя соотвѣтственныя подкомиссіи, представила къ третьему Съѣзду доклады по слѣдующимъ вопросамъ:

а) постановка подготовки преподавателей математики; б) общія основанія постановки и планы преподаванія математики въ общеобразовательной средней школѣ; при этомъ необходимо обратить особое вниманіе на разработку вопросовъ о пропедевтическихъ курсахъ, курсахъ аналитической геометріи и анализа и вопросовъ о продолжительности курса средней школы, о способахъ оцѣнки, о переводныхъ, выпускныхъ и конкурсныхъ экзаменахъ.

V. Съѣздъ признаетъ весьма важнымъ для успѣшности работы дальнѣйшихъ съѣздовъ установленіе преемственности и тѣсной связи между работой ихъ Организаціонныхъ Комитетовъ. Для осуществленія такой преемственности онъ находитъ необходимымъ учрежденіе „Постояннаго Бюро Съѣздовъ преподавателей математики" и постановляетъ, чтобы изъ состава членовъ Организаціонныхъ Комитетовъ II-го и предстоящаго III-го Съѣздовъ была образована Комиссія. На эту Комиссію возлагается порученіе представить III-му Съѣзду докладъ объ организаціи „Постояннаго Бюро Съѣздовъ преподавателей математики".

VI. Съѣздъ признаетъ желательнымъ созвать III-ій Всероссійскій Съѣздъ преподавателей математики въ Харьковѣ въ декабрѣ 1915 года и проситъ Харьковское Математическое Общество взять на себя выполненіе этой задачи.

VII. Съѣздъ поручаетъ своему Организаціонному Комитету сообщить настоящія свои постановленія Министрамъ и Главноуправляющимъ, въ вѣдѣніи которыхъ находятся среднія учебныя заведенія.

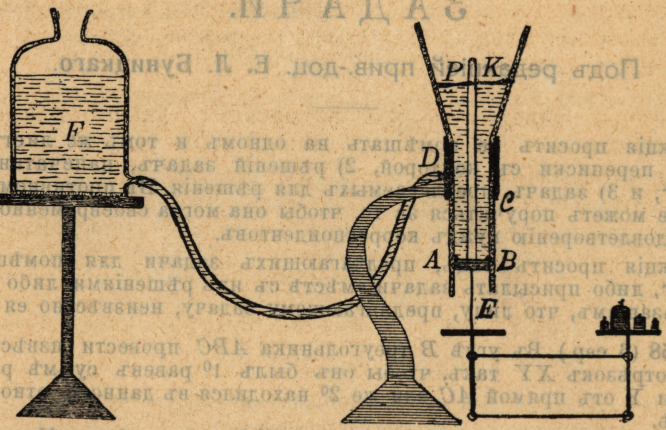
НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Хромоскопъ Аронса. Для точнаго опредѣленія цвѣтовъ всевозможныхъ оттѣнковъ требуется установить научную систему международныхъ обозначеній и изготовить такіе нормальные образчики всевозможныхъ цвѣтовъ, которые не измѣнялись бы съ теченіемъ времени и всегда были бы подъ рукой для сравненія. Этимъ требованіямъ удовлетворяетъ хромоскопъ Аронса. Этотъ аппаратъ, дающій возможность воспроизвести свыше $4^1/_2$ милліоновъ оттѣнковъ различныхъ цвѣтовъ, основанъ на поляризаціи свѣта. Какъ извѣстно, если въ поляризаціонномъ аппаратѣ вставить между поляризаторомъ и анализаторомъ очень тонкую пластинку кварца, вырѣзанную перпендикулярно къ оптической оси, и вращать анализаторъ, то получатся различные цвѣта въ зависимости отъ угла между плоскостями поляризаціи обоихъ николей и отъ толщины пластинки. Въ приборѣ Аронса, кромѣ обычныхъ двухъ николей и системы пластинокъ различной толщины, которыя легко вставляются и выключаются помощью рычага, имѣется еще у передняго конца вспомогательный поляризаторъ и рядъ вспомогательныхъ кварцевыхъ пластинокъ. Цвѣтъ въ хромоскопѣ опредѣляется толщиною кварцевой пластинки (въ миллиметрахъ), угломъ между николями, положенiемъ вспомогательнаго поляризатора (въ градусахъ), указывающимъ яркость даннаго цвѣта, и положенiемъ николя въ боковой трубкѣ прибора, показывающимъ яркость окружающаго фона. Этотъ аппаратъ весьма удобенъ для изученiя явленiй дополнительныхъ цвѣтовъ и сложенiя цвѣтовъ, и открываемое имъ безконечное разнообразiе цвѣтовъ и оттѣнковъ несомнѣнно окажетъ большiя услуги художественной промышленности.

Рукописи Эйлера въ Императорской Академiи наукъ. Какъ извѣстно, Швейцарское Общество естествоиспытателей издаетъ въ настоящее время полное собранiе сочиненiй Эйлера. По этому поводу Императорская Академiя наукъ предоставила въ распоряженiе Швейцарскаго Общества хранящiяся въ Академiи рукописи Эйлера. Для разбора этихъ рукописей Обществомъ былъ командированъ проф. Г. Энестрёмъ изъ Стокгольма, который опубликовалъ въ послѣдней тетради „Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung“ (Bd. XXII, Heft 11/12) отчетъ о своей работѣ. Въ виду сложности этого дѣла, работа, впрочемъ, еще далеко не закончена, но она уже обнаружила много интереснаго матерiала. Рукописи содержатъ частью уже изданныя сочиненiя Эйлера, частью еще по настоящее время не напечатанные мемуары, сообщенiя, отзывы, переписку, бiографическiе и библiографическiе матерiалы. Особенный интересъ представляетъ рядъ записныхъ книжекъ, густо исписанныхъ различными замѣтками въ огромномъ большинствѣ случаевъ математическаго содержанiя. Первыя двѣ книжки содержатъ почти исключительно упражненiя; но дальнѣйшiя сохранили слѣдъ вопросовъ, интересовавшихъ въ то время великаго математика; онѣ даютъ поэтому богатый матерiалъ для исторiи творчества Эйлера. Такъ какъ, однако, эти записныя книжки содержатъ до 3000 густо исписанныхъ страницъ, то разобрать ихъ не такъ легко, — на это потребуется трудъ многихъ мѣсяцевъ.

ОПЫТЫ И ПРИБОРЫ.

Приборъ для демонстрированiя давленiя жидкости на дно сосуда. На послѣднемъ Съѣздѣ преподавателей физики, химiи и космографiи были демонстрированы многiе очень интересные приборы; съ нѣкоторыми изъ нихъ мы хотимъ познакомить читателей. Кiевское товарищество профессоровъ и преподавателей физики, химiи и космографiи экспонировало новый „приборъ для демонстрированiя давленiя жидкости на дно сосуда“. Приборъ этотъ (см. черт.) представляетъ видоизмѣненiе всѣмъ извѣстнаго прибора, приспособленнаго для той же цѣли, но выгодно отличается отъ него многими свойствами, которыя станутъ понятны изъ описанiя прибора. Дномъ сосуда служитъ кружокъ AB, движущiйся вверхъ и внизъ вдоль цилиндра C. Для того, чтобы вода не выливалась, вокругъ кружка имѣется каналъ, наполняющiйся ртутью. Кружокъ AB посредствомъ стержня E опирается либо на чашку вѣсовъ Роберваля либо на конецъ коромысла обыкновенныхъ вѣсовъ; на другую чашку кладется грузъ, уравновѣшивающій вѣсъ кружка AB и давленіе жидкости. Къ цилиндру C привинчиваются различные сосуды P, при чемъ вода поступаетъ въ нихъ черезъ отростокъ D изъ резервуара F. Къ кружку AB придѣланъ вертикальный стержень, посредствомъ котораго измѣряется высота поверхности жидкости надъ дномъ сосуда. Поднявъ сосудъ F, мы наполняемъ сосудъ P водой до опредѣ-



ленной черточки K и опредѣляемъ давленіе на дно грузомъ, который необходимо положить на чашку вѣсовъ, чтобы ихъ уравновѣсить; опустивъ затѣмъ сосудъ F и подождавъ, пока вода изъ P вытечетъ обратно въ F, мы привинчиваемъ сосудъ другой формы, поступаемъ съ нимъ по прежнему и снова измѣряемъ давленіе. Такимъ образомъ, на этомъ приборѣ непосредственно измѣряется давленіе жидкости на дно сосуда, въ то время какъ въ прежнихъ приборахъ опредѣлялась высота жидкости, при которой давленіе соотвѣтствуетъ ранѣе выбранному грузу. Несомнѣннымъ удобствомъ прибора служитъ также способъ его наполненія и опоражниванія, а также и то, что о равенствѣ давленія на дно сосуда жидкости и груза судятъ по показаніямъ стрѣлки вѣсовъ, а не по появленію первыхъ капель жидкости, просачивающейся между сосудомъ и его притертымъ дномъ.

И. Габеръ.

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

А. Малининъ и К. Буренинъ. *Руководство космографіи для гимназій и реальныхъ училищъ.* Изд. 17-е, переработанное прив.-доц. Московскаго университета А. И. Некрасовымъ. Москва, т-во И. Д. Сытина, 1914. Стр. 194. Ц. 80 к.

Ф. Н. Индриксонъ. *Сокращенный учебникъ физики.* С.-Петербургъ, 1914 Стр. 480.

В. Петрашевичъ, инж.-металлургъ. *Строеніе вещества согласно новѣйшимъ изслѣдованіямъ въ области физики и химіи.* Оренбургъ, 1913. Стр. 58.

Э. Гримзель, проф. Директоръ высшаго реальнаго училища въ Гамбургѣ. *Дидактика и методика физики въ средней школѣ.* Перевелъ І. В. Яшунскій. С.-Петербургъ, 1913. Стр. 166. Ц. 1 р. 50 к.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей прив.-доц. Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 158 (6 сер.). Въ углѣ B треугольника ABC провести извѣстнаго направленія отрѣзокъ XY такъ, чтобы онъ былъ 1⁰ равенъ суммѣ разстояній точекъ X и Y отъ прямой AC или же 2⁰ находился въ данномъ отношеніи къ этой суммѣ.

И. Александровъ (Москва).

№ 159 (6 сер.). Разстоянія d_x, d_y, d_z центра круга радіуса R, описаннаго около нѣкотораго треугольника, отъ сторонъ этого послѣдняго суть соотвѣтственно стороны правильныхъ многоугольниковъ объ x, y и z сторонахъ, вписанныхъ въ кругъ радіуса $\frac{R}{2}$. Опредѣлить численныя значенія x, y и z.

В. Шлыгинъ (Москва).

№ 160 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^2 - 5x - 4\sqrt{x} + 13 = 0.$$

Л. Закутинскій (Черкассы).

№ 161 (6 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ уравненіе

$$(x+y)(x+y^2)(x+y^3) = 135.$$

В. Яницкій (Острогъ, Вол. губ.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

Отдѣлъ I.

№ 105 (6 сер.). *Найти общій видъ полиномовъ* P *третьей степени, удовлетворяющихъ тожеству* $P'^2(1-x^2) = 9(1-P^2)$, *гдѣ* P' — *производная полинома* P.

(Заимств. изъ *Journal de Mathématiques élémentaires*).

Обозначимъ искомый полиномъ черезъ

$$(1)\qquad P = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

гдѣ a, b, c, d — искомые коэффиціенты, и запишемъ данное тожество въ видѣ

$$(2)\qquad P'^2(x^2-1) = 9(P^2-1).$$

Дифференцируя равенство (1), имѣемъ:

$$(3)\qquad P' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Такимъ образомъ, тожество (2) окончательно принимаетъ слѣдующій видъ:

$$(4)\qquad (3ax^2+2bx+c)^2(x^2-1) = 9\,[(ax^3+bx^2+cx+d)^2-1],$$

и задача сводится къ тому, чтобы найти, если это возможно, такія значенія коэффиціентовъ a, b, c, d, при которыхъ равенство (4) дѣйствительно обращается въ тожество. Съ этой цѣлью можно, примѣнивъ обычный методъ, раскрыть скобки въ обѣихъ частяхъ равенства (4) и, приравнявъ коэффиціенты при одинаковыхъ степеняхъ x, рѣшить полученную систему равенствъ относительно a, b, c, d. Но можно поступить иначе. Дифференцируя тожество (2), получимъ: $2xP'^2 + 2P'P''(x^2-1) = 18PP'$, или

$$(5)\qquad xP'^2 + P'P''(x^2-1) = 9PP'.$$

Полиномъ P' [см. (3)] обращается тожественно въ нуль лишь при $a=b=c=0$, т. е. въ въ томъ случаѣ, если полиномъ P обращается въ постоянную величину d, представляя собою не полиномъ третьей степени въ строгомъ смыслѣ слова, а полиномъ нулевой степени. Въ этомъ исключительномъ случаѣ тожество (2) переходитъ въ равенство $9(d^2-1)=0$, откуда $d=\pm 1$, т. е. (6) $P=\pm 1$. Устраняя исключительное рѣшеніе (6), можно сократить тожество (5) на P', и тогда приходимъ къ новому тожеству

$$(7)\qquad xP' + P''(x^2-1) = 9P.$$

Такъ какъ [см. (3)] (8) $P'' = 6ax + 2b$, то [(1), (3), (7)] тожество (7) можно записать въ видѣ:

$$x(3ax^2+2bx+c) + (6ax+2b)(x^2-1) - 9ax^3 - 9bx^2 - 9cx - 9d = 0,$$

или, послѣ обычныхъ преобразованій,

$$(9)\qquad 5bx^2 + (6a+8c)\,x + (2b+9d) = 0.$$

Полагая въ тожествѣ (4) $x=0$, получимъ. $-c^2 = 9d^2 - 9$, или (10) $c^2 = 9 - 9d^2$. Съ другой стороны, тожество (9) возможно лишь тогда, если выполняются равенства: $5b=0$, $6a+8c=0$, $2b+9d=0$, изъ которыхъ слѣдуетъ, что

$$b=0,\quad d=0,\quad a=-\tfrac{4}{3}c.$$

Такъ какъ $d=0$, то изъ равенства (10) имѣемъ: $c=\pm 3$, откуда $a=-\frac{4}{3}(\pm 3)=\mp 4$. Итакъ, если задача возможна, то $a=\pm 4$, $b=d=0$, $c=\mp 3$, причемъ для a и для c надо брать одновременно разные знаки. Слѣдовательно, искомый полиномъ P долженъ имѣть видъ: (11) $P=\pm(4x^3-3x)$. Непосредственной подстановкой можно убѣдиться, что каждое изъ рѣшеній (11) дѣйствительно удовлетворяетъ тожеству (2), откуда слѣдуетъ, что формулы (6) и (11) даютъ всѣ рѣшенія задачи.

Задача рѣшается просто также и методами интегральнаго исчисленія. Устранивъ рѣшеніе (6), можно всегда допустить, что x имѣетъ произвольное, но настолько большое по абсолютной величинѣ значеніе, чтобы выполнялись неравенства $|x|>1$ и $|P|>1$. Въ этомъ предположеніи, извлекая корень квадратный изъ обѣихъ частей тожества (2), получимъ $P'\sqrt{x^2-1} = 3\sqrt{P^2-1}$, откуда (12) $\dfrac{P'}{\sqrt{P^2-1}}=\dfrac{3}{\sqrt{x^2-1}}$, при чемъ радикалы въ обѣихъ частяхъ взяты съ тѣми или иными, но съ опредѣленными знаками. Помноживъ тожество (12) на dx и интегрируя, получимъ:

$$\int\frac{P'dx}{\sqrt{P^2-1}}=\int\frac{3dx}{\sqrt{x^2-1}},\quad \text{или}\quad \int\frac{dP}{\sqrt{P^2-1}}=3\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-1}},$$

откуда послѣ интегрированія находимъ:

$$(13)\qquad \lg|P+\sqrt{P^2-1}|=3\lg|x+\sqrt{x^2-1}|+a,$$

гдѣ a — нѣкоторая постоянная. Преобразовывая равенство (13) обычнымъ путемъ, находимъ:

$\lg|P+\sqrt{P^2-1}|=\lg|(x+\sqrt{x^2-1})^3|+\lg e^a=\lg|e^a(x+\sqrt{x^2-1})^3|$, откуда $|P+\sqrt{P^2-1}|=|e^a(x+\sqrt{x^2-1})^3|$, т. е.

$$(14)\qquad P+\sqrt{P^2-1}=\pm e^a(x+\sqrt{x^2-1})^3,$$

гдѣ e — основаніе натуральныхъ логариѳмовъ. Обозначая число e^a, взятое съ надлежащимъ знакомъ, черезъ m, получимъ [см. (14)]:

$$(15)\qquad \begin{aligned} P+\sqrt{P^2-1}&=m\left[x^3+3x(x^2-1)+(3x^2+x^2-1)\sqrt{x^2-1}\right]=\\ &=m\left[(4x^3-3x)+\sqrt{(4x^2-1)^2(x^2-1)}\right].\end{aligned}$$

Полагая (16) $4x^3-3x=u$ и принимая во вниманіе легко провѣряемое тожество $(4x^2-1)^2(x^2-1)=(4x^3-3x)^2-1=u^2-1$, находимъ [см. (15)], что

$$(17)\qquad P+\sqrt{P^2-1}=m(u+\sqrt{u^2-1}),$$

откуда $\dfrac{1}{P+\sqrt{P^2-1}}=\dfrac{1}{m(u+\sqrt{u^2-1})}$, или, послѣ освобожденія отъ ирраціональности, (18) $P-\sqrt{P^2-1}=\dfrac{u-\sqrt{u^2-1}}{m}$. Сложивъ равенства (17) и (18), получимъ:

$$(19)\qquad 2P=\left(m+\frac{1}{m}\right)u+\left(m-\frac{1}{m}\right)\sqrt{u^2-1}.$$

Если бы разность $m-\dfrac{1}{m}$ была отлична отъ нуля, то изъ тожества (19) можно было бы опредѣлить радикалъ $\sqrt{u^2-1}$ въ видѣ полинома, а потому полиномъ u^2-1 оказался бы точнымъ квадратомъ, что невѣрно, такъ какъ по извлеченіи корня квадратнаго изъ полинома u^2-1 получимъ неточный корень u [см. (16)] и остатокъ (-1). Итакъ, $m-\dfrac{1}{m}=0$, откуда $m=\pm1$, а потому $m+\dfrac{1}{m}=\pm2$. Слѣдовательно, тожество (19) переходитъ въ равенство $2P=\pm2u$, откуда [см. (16)] $P=\pm(4x^3-x)$.

Р. Витвинскій (Юрьевъ); *И. Зюзинъ* (с. Татьянино); *Флавіанъ Д.* (Петербургъ); *Н. С.* (Одесса).

Редакторъ прив.-доц. **В. Ф. Каганъ.** Издатель **В. А. Гернетъ.**

Типографія „Техникъ" — Одесса, Екатерининская, 58.

Обложка
пщется

Обложка
ищется