

Обложка  
щется

Обложка  
щется

# Вѣстникъ Опытной Физики

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 595.

**Содержаніе:** Альфа-лучи и опредѣленіе элементарнаго заряда электричества. *М. Фихтенгольца.* (Окончаніе). — Къ предстоящему II-му Всероссійскому Сѣзду преподавателей математики. *Прив.-доц. В. Кагана.* — Библиографія. I. Рецензіи: Д-ръ Ф. Кольраушъ. „Введеніе въ дифференціальное и интегральное исчисленіе и въ дифференціальныя уравненія“. *В. Шидловскаго.* — Правила о преміяхъ имени С. С. Сокольскаго при Русскомъ Астрономическомъ Обществѣ. — Задачи №№ 142 — 145 (6 сер.). — Рѣшенія задачъ. Отдѣлъ I. №№ 96 и 99 (6 сер.). — Объявленія.

### Альфа-лучи и опредѣленіе элементарнаго заряда электричества.

*М. Фихтенгольца.*

(Окончаніе \*).

Теперь обратимся къ тѣмъ методамъ опредѣленія элементарнаго заряда электричества, въ которыхъ ту или иную роль играютъ  $\alpha$ -частицы\*\*). Наиболѣе прямыми и точными являются оптический методъ Регенера (E. Regener)\*\*\*) и электрическій мультипликаціонный методъ Рѣдгерфорда\*\*\*\*). Они основаны на опредѣленіи числа  $\alpha$ -частицъ и ихъ общаго заряда. При дѣленіи послѣдняго на первое получается величина заряда одной  $\alpha$ -частицы. Но, какъ мы видѣли выше, принимая  $\alpha$ -частицу за заряженный атомъ гелія, мы должны допустить, что каждая  $\alpha$ -частица несетъ два элементарныхъ заряда. Слѣдовательно, такимъ путемъ можно опредѣлить элементарный зарядъ электричества.

\*) См. „Вѣстникъ“, № 594.

\*\*) Большинство другихъ методовъ приведены въ статьѣ А. Голлоса „Броуновское движеніе“ („Вѣстникъ“, №№ 520 и 521) а методъ непосредственнаго наблюденія іоновъ — въ статьѣ того же автора „Наблюденіе электроновъ въ телескопъ и опредѣленіе элементарнаго электрическаго заряда“ („Вѣстникъ“, № 538).

\*\*\*) Sitzungsab. der Preuss. Akad., XXXVIII, (1909), S. 948—965.

\*\*\*\*) Rutherford and Geiger, Proc. Royal. Soc. A, 81 (1908), 141—161, и Phys. Zeitschr., № 1 (1909).



Оптический методъ Регенера подсчета  $\alpha$ -частицъ основанъ на слѣдующемъ. Какъ показали Рѣдгерфордъ и Гейгеръ\*), каждая  $\alpha$ -частица вызываетъ одну спинцилляцію на флуоресцирующемъ экранѣ. Поэтому, считая число спинцилляцій, можно узнать число  $\alpha$ -частицъ, попавшихъ на экранъ, а отсюда и общее число выбрасываемыхъ препаратомъ  $\alpha$ -частицъ.

До Регенера въ качествѣ флуоресцирующаго экрана употреблялся сѣрнистый цинкъ, дающій очень яркую спинцилляцію. Но сѣрнистый цинкъ можно получать только въ видѣ очень мелкихъ кристалловъ, изъ которыхъ нельзя сдѣлать сплошнаго экрана. Поэтому смѣшиваютъ кристаллики  $ZnS$  съ канадскимъ бальзамомъ и наносятъ смѣсь на картонъ. Но такая постановка изслѣдованія не даетъ увѣренности, что каждая  $\alpha$ -частица вызываетъ спинцилляцію, такъ какъ нѣкоторыя  $\alpha$ -частицы могутъ застрять въ бальзамѣ и исчезнуть безслѣдно. Этимъ объясняются также и неясныя спинцилляціи, часто наблюдаемыя на такихъ экранахъ. Для устраненія этого недостатка Регенеръ предпринялъ цѣлый рядъ предварительныхъ испытаній. Онъ изслѣдовалъ свѣченіе различныхъ флуоресцирующихъ веществъ и нашелъ, что виллемитъ и нѣкоторые окрашенные сорта алмаза также даютъ ясную спинцилляцію, но значительно болѣе слабую, чѣмъ сѣрнистый цинкъ. Однако, они имѣютъ то преимущество, что ихъ можно получать въ видѣ тонкихъ пластинокъ, представляющихъ собой сплошной флуоресцирующій экранъ. Для болѣе яснаго наблюденія спинцилляцій Регенеръ примѣнялъ микроскопъ съ гомогенной иммерзіей. Благодаря этому можно было увеличить отверстіе объектива, чѣмъ достигалась болѣе яркость картины.

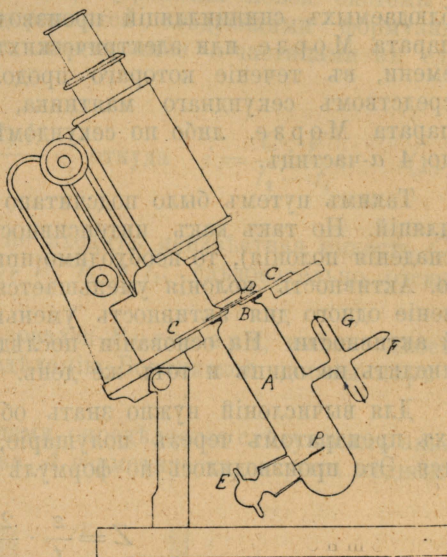
Въ качествѣ источника  $\alpha$ -лучей примѣнялся полоній (продуктъ распада атома радія, иначе называемый „радій  $F$ “), осажденный на мѣдномъ кружкѣ въ 11 мм. діаметромъ. Препаратъ былъ слишкомъ силенъ для того, чтобы можно было точнѣе измѣрить количество электричества, переносимаго  $\alpha$ -частицами. Экранъ нужно помѣстить не дальше 3,5 см. отъ препарата для того, чтобы  $\alpha$ -частицы достигали экрана и вызывали спинцилляцію (пробѣгъ  $\alpha$ -частицъ полонія — 3,58 см.). Но на такомъ разстояніи получается при сильномъ препаратѣ нѣсколько сотъ спинцилляцій, что сдѣлало бы невозможнымъ подсчетъ. Поэтому нужно помѣстить препаратъ приблизительно въ 13 см. отъ экрана. Однако, въ такомъ случаѣ  $\alpha$ -частицы не долетали бы до экрана. Этого можно избѣжать, только удаляя воздухъ между препаратомъ и экраномъ. Для того, чтобы  $\alpha$ -частицы достигали экрана, нужно сравнительно небольшое разрѣженіе, но выгоднѣе, довести разрѣженіе до очень низкаго давленія, такъ какъ яркость спинцилляцій уменьшается съ увеличеніемъ пути, пройденнаго въ воздухѣ.

Аппаратъ, которымъ пользовался Регенеръ, изображенъ на фиг. 1.

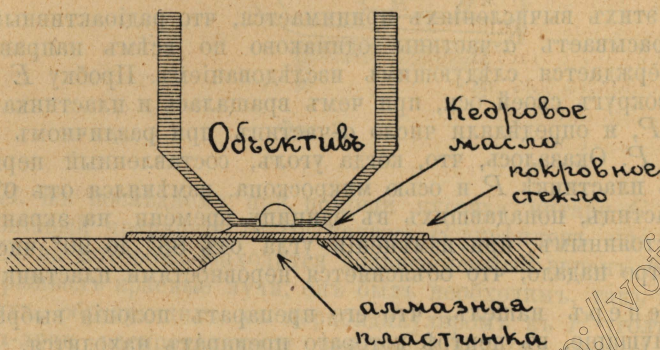
\*) Они сравнивали число  $\alpha$ -частицъ, полученное оптическимъ методомъ, съ числомъ, полученнымъ съ помощью ихъ электрическаго метода (см. ниже), и получили замѣчательное согласованіе.



Стекла́нная трубка *A*, плоскоотполированная у конца *B*, герметически прикрѣплялась къ предметному столику *C*. Отверстіе предметнаго столика закрывалось покровнымъ стекломъ (толщиной въ 0,08 мм.), къ которому канадскимъ бальзамомъ прикрѣплялась тонкая пластинка, выточенная изъ алмаза, площадью около 1 кв. мм. и толщиною въ 0,1 мм. Надъ покровнымъ стекломъ помѣщалась капля кедроваго масла, возобновлявшая оптиче́скій контактъ съ объективомъ. Подробнѣе это видно на фиг. 2. Поло́ниевый препаратъ *P* прикрѣплялся къ притертой пробкѣ *E*. Изъ трубки *A* черезъ отверстие *F* выкачивался воздухъ при помощи ртутнаго насоса. Трубка *G*, снабженная электродами, служила для испытанія вакуума электрической искрой. Около трубки *A* помѣщалась лампа накаливанія, силу свѣта которой можно было регулировать. Эта лампа освѣщала экранъ. Предварительные опыты показали необходимость освѣщенія экрана, чтобы можно было сосредоточить на экранѣ все вниманіе. Наблюденія производились микроскопомъ Цейсса, дающимъ увеличеніе въ 176 разъ. При такой



Фиг. 1.



Фиг. 2.

постановкѣ опытовъ всѣ сцинцилліаціи были почти одинаковой яркости. При рѣзко наставленномъ микроскопѣ свѣтлыя точки не имѣли замѣтнаго протяженія.



Счетъ сцинцилляцій начинался только тогда, когда глазъ наблюдателя дѣлался достаточно чувствительнымъ благодаря привычкѣ къ темнотѣ. На это требовалось 15 и болѣе минутъ. Каждый разъ счетъ продолжался до тѣхъ поръ, пока глазъ не чувствовалъ утомленія, приблизительно 5 — 10 минутъ, а иногда и полчаса. Учетъ числа наблюдаемыхъ сцинцилляцій производился посредствомъ телеграфнаго аппарата Морзе или электрическихъ счетныхъ часовъ. Опредѣленіе времени, въ теченіе котораго продолжался подсчетъ, производилось посредствомъ секунднаго маятника, дѣлавшаго отмѣтки на лентѣ аппарата Морзе, либо по секундомѣру. Въ секунду появлялось отъ 1 до 4  $\alpha$ -частицъ.

Такимъ путемъ было подсчитано въ разное время 16 000 сцинцилляцій. Но такъ какъ интенсивность излученія падаетъ (по мѣрѣ распадаенія полонія), то необходимо привести всѣ наблюденія къ одному дню. Активность полонія уменьшается вдвое въ 136 — 137 дней, въ теченіе одного дня активность уменьшается на 0,00535 первоначальной активности. На основаніи послѣдняго можно всѣ наблюденія пересчитать на одинъ и тотъ же день.

Для вычисленій нужно знать общее число  $\alpha$ -частицъ, высылаемыхъ препаратомъ черезъ полушаріе, въ центрѣ котораго онъ находится. Это производилось по формулѣ

$$Z = \frac{z}{t} \cdot \frac{2\pi R^2}{f},$$

гдѣ  $Z$  — общее число  $\alpha$ -частицъ,  $z$  — число наблюдаемыхъ за время  $t$   $\alpha$ -частицъ,  $R$  — разстояніе препарата отъ экрана,  $f$  — величина наблюдаемой площади экрана. Величину  $f$  опредѣляли, приклеивая вмѣсто алмазной пластинки стеклянную, на которой были нанесены дѣленія.

При этихъ вычисленіяхъ принимается, что радіоактивный препаратъ выбрасываетъ  $\alpha$ -частицы одинаково по всѣмъ направленіямъ. Это подтверждается слѣдующимъ изслѣдованіемъ. Пробку  $E$  (фиг. 1) вращали вокругъ своей оси, при чемъ вращалась и пластинка съ препаратомъ  $P$ , и опредѣляли число  $\alpha$ -частицъ при различномъ наклонѣ пластинки  $P$ . Оказалось, что, когда уголь, составленный перпендикулярно къ пластинкѣ  $P$  и осью микроскопа, измѣнялся отъ  $0^\circ$  до  $88^\circ$ , число  $\alpha$ -частицъ, попадавшихъ въ единицу времени на экранъ, оставалось постояннымъ; при измѣненіи угла отъ  $88^\circ$  до  $90^\circ$  число  $\alpha$ -частицъ быстро падало, что объясняется неровностями пластинки  $P$ .

Регенеръ нашелъ, что его препаратъ полонія выбрасываетъ черезъ полушаріе, въ центрѣ котораго препаратъ находится,

$$3,935 \times 10^5 \alpha\text{-частицъ.}$$

Затѣмъ нужно было опредѣлить зарядъ электричества, переносимый  $\alpha$ -частицами. Это производилось слѣдующимъ образомъ. Опредѣ-



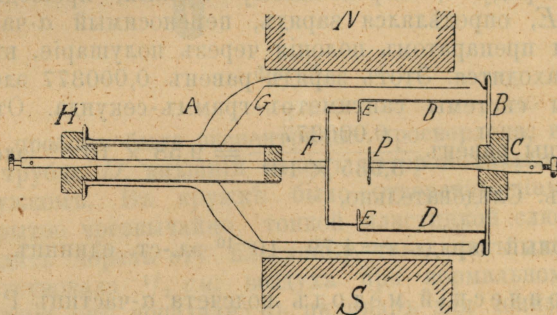
ляли время  $t_1$ , необходимое для заряженія квадрантнаго электрометра неизвѣстной емкости  $C_x$  и его проводниковъ до потенціала  $V$ , затѣмъ присоединяли къ электрометру конденсаторъ извѣстной емкости и опредѣляли время  $t_2$ , необходимое для заряженія новой системы до прежняго потенціала  $V$ . Это выражается слѣдующими формулами ( $i$  есть количество электричества, переносимое  $\alpha$ -частицами въ единицу времени):

$$i = \frac{C_x \cdot V}{t_1}, \quad i = \frac{(C_x + C) V}{t_2}, \quad \text{откуда} \quad i = \frac{C \cdot V}{t_2 - t_1}, \quad (1)$$

т. е. въ окончательную формулу не входитъ неизвѣстная емкость  $C_x$ , а только извѣстныя величины  $C$ ,  $V$ ,  $t_2$  и  $t_1$ ; слѣдовательно, отсюда можно опредѣлить  $i$ .

Конденсаторъ, которымъ пользовался Регенеръ, имѣлъ емкость въ  $70,6 \times 10^{-12}$  фарада (по опредѣленію Берлинской палаты мѣръ и вѣсовъ).

Зарядъ, переносимый  $\alpha$ -частицами, опредѣляется слѣдующимъ аппаратомъ (фиг. 3). Стеклянная трубка  $A$  герметически закрыта мѣднымъ



Фиг. 3.

кружкомъ  $B$ . Къ послѣднему при помощи кусочка янтаря  $C$  прикрѣплялся полоніевый препаратъ  $P$ . На кружкѣ  $B$  укрѣпленъ еще мѣдный цилиндръ  $D$ , на которомъ находится кольцообразный экранъ  $E$ . Этотъ экранъ задерживалъ краевые лучи; онъ былъ необходимъ, такъ какъ въ направленіяхъ, образующихъ съ перпендикуляромъ къ  $P$  уголъ, большій  $88^\circ$ ,  $\alpha$ -лучи распределяются неравномѣрно (см. выше). Лѣвѣе экрана находится цилиндрический пріемникъ  $F$ , край котораго вплотную прилегаютъ къ экрану  $E$ , такъ что всѣ проходящіе черезъ отверстіе въ  $E$  лучи попадаютъ въ  $F$ . Отъ пріемника  $F$  черезъ янтарную пробку  $H$  идетъ проводникъ къ парѣ квадрантовъ электрометра Дюлалака. Для предохраненія отъ вѣшняго вліянія проводникъ, идущій къ электрометру, заключался въ мѣдную оболочку, соединенную съ землей; такой же оболочкой  $G$  снабжались пріемникъ  $F$  и цилиндръ  $D$ .



$N$  и  $S$  были полюсы сильного электромагнита. Трубка  $A$  снабжалась припаянной стеклянной трубкой, через которую выкачивался воздух.

Ходъ измѣреній былъ слѣдующій. Въ трубкѣ  $A$  производилась почти совершенная пустота: съ этой цѣлью трубка нагрѣвалась до  $400^{\circ}$  и изъ нея выкачивался воздухъ ртутнымъ насосомъ. Затѣмъ понижали температуру до  $300^{\circ}$ ; тогда манометръ Макъ Леода показывалъ давленіе въ  $0,0001—0,0002$  мм.; потомъ отдѣляли трубку отъ насоса, соединяли ее съ 2 сосудами, наполненными свѣже-приготовленнымъ кокосовымъ углемъ. Одинъ изъ сосудовъ погружали въ жидкій воздухъ и черезъ 2—3 дня отдѣляли отъ трубки  $A$  (кокосовый уголь обладаетъ свойствомъ при охлажденіи сильно поглощать газы). Послѣ этихъ манипуляцій остатокъ воздуха въ трубкѣ такъ малъ, что его трудно замѣтить. Удаленіе воздуха необходимо для того, чтобы избѣжать переноса электричества благодаря іонизаціи. Затѣмъ трубка  $A$  вносилась въ сильное магнитное поле между полюсами электромагнита  $NS$ . Всѣ дальнѣйшія изслѣдованія дѣлались въ магнитномъ полѣ для того, чтобы заставить  $\beta$  и  $\delta$ -лучи, несущіе отрицательный зарядъ, изогнуться и застрять въ цилиндрѣ  $D$  или вернуться къ  $P$ . При такихъ условіяхъ измѣнялись величины  $t_1$  и  $t_2$  и изъ уравненія (1) опредѣлялось  $i$ , такъ какъ  $C$  и  $V$  были заранѣе найдены. Затѣмъ по заряду  $i$ , переносимому лучами, прошедшими черезъ отверстіе въ  $E$ , опредѣлялся зарядъ, переносимый  $\alpha$ -частицами, выбрасываемыми препаратомъ полонія черезъ полушаріе, въ центрѣ котораго онъ находится. Этотъ зарядъ равенъ  $0,000377$  электростатической единицы системы сантиметръ-граммъ-секунда. Отсюда зарядъ одной  $\alpha$ -частицы равенъ  $\frac{0,000377}{3,935 \times 10^5} = 9,58 \times 10^{-10}$  электростатическихъ единицъ. Слѣдовательно,

элементарный зарядъ  $e = 4,79 \cdot 10^{-10}$  эл.-ст. единицъ  $C. G. S.$

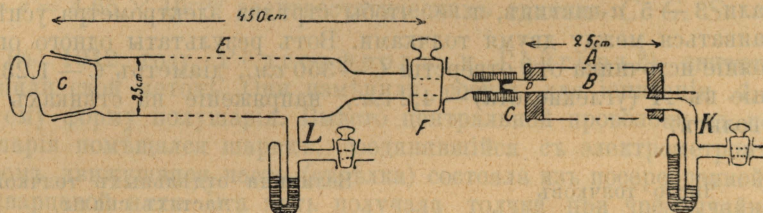
Электрическій методъ подсчета  $\alpha$ -частицъ Рѣдгерфорда основанъ на іонизаціи, вызываемой  $\alpha$ -частицей. Каждая  $\alpha$ -частица, іонизируя газъ между двумя различно заряженными пластинками, вызываетъ въ газѣ токъ, производящій отклоненіе стрѣлки электрометра; по числу этихъ отклоненій судятъ о числѣ  $\alpha$ -частицъ, пролетѣвшихъ между этими пластинками. Но токъ, вызываемый іонизаціей газа одною  $\alpha$ -частицею при обыкновенныхъ условіяхъ, такъ слабъ, что его можно уловить только чрезвычайно чувствительнымъ электрометромъ или электроскопомъ, работѣ съ которыми препятствуетъ много экспериментальныхъ трудностей. Но тутъ на помощь приходитъ слѣдующее обстоятельство. Таунсендъ\*) указалъ, что іонизація газовъ очень сильно увеличивается, если разность потенциаловъ заряженныхъ пластинокъ довести до величины, близкой къ той, при которой наступаетъ искровой разрядъ. Это объясняется тѣмъ, что въ сильномъ электрическомъ полѣ отрицательные іоны, сталкиваясь съ моле-

\*) Townsend, Phil. Mag., февраль 1901, июнь 1902. апрѣль, сентябрь и ноябрь 1903.



кулами газа, іонізують послѣднія. Благодаря увеличенію числа іонівъ, являющихся переносчиками электричества въ газахъ, усиливается токъ. Это усиленіе можно довести до того, что получающійся токъ уже легко обнаруживается электрометромъ.

Аппаратъ, которымъ пользовался Рёдгерфордъ, изображёнъ на фиг. 4. Сосудъ *A*, въ которомъ происходила іонизація, состоялъ изъ мѣднаго цилиндра длиной въ 25 см. и съ внутреннимъ діаметромъ въ 1,7 см.; цилиндръ былъ закрытъ эбонитовыми пробками, черезъ которыя проходила мѣдная же проволока *B*. Черезъ трубку *K*, соединявшуюся съ манометромъ и съ воздушнымъ насосомъ, воздухъ въ сосудѣ *A* разрѣжался до 2 — 5 см. давленія, такъ какъ при такомъ давленіи имѣло мѣсто наибольшее усиленіе іонизаціи. Проволока *B* соединялась съ парой квадрантовъ электрометра Долецалека, а стѣнки цилиндра — съ отрицательнымъ полюсомъ аккумуляторной батареи высокаго напряженія, положительный полюсъ которой соединялся съ землей. Одна изъ



Фиг. 4.

зобонитовыхъ пробоекъ была эксцентрично просверлена, и въ отверстіе вставлялась трубка *D*, внѣшній конецъ которой закрывался металлическимъ кружкомъ. Въ кружкѣ было отверстіе діаметромъ около 1,5 мм., закрытое чрезвычайно тонкой пластинкой слюды.  $\alpha$ -частицы могли проходить черезъ эту пластинку, такъ какъ для нихъ ея толщина соответствовала  $\frac{1}{2}$  см. воздуха при нормальномъ давленіи, и такимъ образомъ онѣ попадали въ цилиндръ для іонизаціи *A*. Радиоактивное вещество находилось внутри трубки *E*, длиною въ 450 см. Эта трубка герметически соединялась при помощи широкопросверленнаго крана *F* съ трубкой *D*. Во время опыта изъ трубки *E* совершенно выкачивался воздухъ, чтобы  $\alpha$ -частицы могли долетать до іонизаціоннаго сосуда *A*. Выкачиваніе производилось насосомъ черезъ трубку *L*, соединенную съ манометромъ. Потенціалъ на наружной стѣнкѣ сосуда *A* выбирался такой, чтобы токъ между наружной стѣнкой и проволокой *B* увеличился въ нѣсколько тысячъ разъ противъ нормальнаго тока іонизаціи. Но при такомъ напряженіи черезъ газъ между стѣнкой и проволокой даже при отсутствіи іонизаціи проходилъ слабый токъ, который приводилъ стрѣлку электрометра въ медленное движеніе. Для уничтоженія этого движенія электрометръ соединялся съ землей помощью „радиоактивнаго сопротивленія“. Последнее состояло изъ двухъ параллельныхъ металлическихъ пластинокъ, изъ которыхъ верхняя соединялась съ электрометромъ (съ тѣми же квадрантами,



что и проволока *B*), а нижняя, покрытая сверху радиоактивнымъ веществомъ, соединялась съ землею. Если въ газѣ внутри сосуда возникаетъ токъ, то послѣдній переходитъ въ электрометръ и отклоняетъ стрѣлку; но тотчасъ же электричество начинаетъ переходить съ верхней пластинки на нижнюю (благодаря іонизаціи находящагося между ними воздуха), а оттуда въ землю, и стрѣлка возвращается въ прежнее положеніе. Такимъ же образомъ дѣйствовалъ сильный токъ, проходившій въ электрометръ изъ цилиндра *A* въ случаѣ поступленія туда  $\alpha$ -частицы; этотъ токъ вызывалъ рѣзкое отклоненіе стрѣлки, которая, по мѣрѣ того какъ электричество уходило въ землю черезъ радиоактивное сопротивление, постепенно возвращалась къ нулевому положенію (въ теченіе нѣсколькихъ секундъ). Источникъ  $\alpha$ -лучей помѣщался въ трубкѣ *E* и укрѣплялся на поломъ желѣзномъ цилиндрѣ, который можно было передвигать снаружѣ при помощи магнита. Число  $\alpha$ -частицъ, попадающихъ въ сосудъ *A* въ 1 минуту, зависитъ отъ величины отверстія *C*, отъ разстоянія источника лучей отъ отверстія и отъ интенсивности источника. Эти величины подбирались такъ, чтобы въ минуту въ *A* попадали 3—5  $\alpha$ -частицъ, т. е. чтобы стрѣлка электрометра успѣвала успокаиваться между двумя толчками. Вотъ результаты одного опыта. Разстояніе источника отъ отверстія *C*—350 см., діаметръ *C*—1,23 мм., давленіе въ *A* (углекислота)—4,2 см., напряженіе на стѣнкахъ *A*—1320 вольтъ:

Число толчковъ		Величина отдѣльныхъ толчковъ въ частяхъ скалы
1-ая минута	4	11, 12, 10, 11;
2       „	3	10, 11, 8;
3       „	5	10, 9, 13, 8, 12;
4       „	4	18*, 8, 12;
5       „	3	10, 6, 10;
6       „	4	9, 10, 12, 11;
7       „	2	10, 11;
8       „	3	11, 13, 8;
9       „	3	8, 20*;
10      „	4	8, 12, 14, 6;

Среднее въ 1 минуту 3,5

Среднее — 10 частей скалы.

За исключеніемъ обозначенныхъ звѣздочками чиселъ, всѣ толчки вызваны одной  $\alpha$ -частицей, попавшей въ *A*. Толчки, обозначенные звѣздочкой, вызваны двумя  $\alpha$ -частицами, одновременно попавшими въ *A*. Различная сила толчковъ зависитъ отъ различной силы іонизаціи, что обусловлено разсѣиваніемъ  $\alpha$ -частицъ.  $\alpha$ -частицы, пройдя черезъ слюду



и воздухъ, заключенный въ  $A$ , испытываютъ отклоненіе. Тѣ изъ нихъ, которыя сильно отклонились и скоро застряли въ стѣнкѣ сосуда  $A$ , вызываютъ болѣе слабую іонизацію и слабый толчекъ; тѣ же, которыя совершили болѣе долгій полетъ, вызываютъ болѣе сильную іонизацію и сильный толчекъ. Считая число толчковъ стрѣлки электрометра, можно опредѣлить число  $\alpha$ -частицъ, прошедшихъ черезъ отверстіе  $C$  въ сосудъ  $A$ . Зная же величину отверстія  $C$  и разстояніе источника отъ него, можно опредѣлить общее число  $\alpha$ -частицъ, выбрасываемыхъ препаратомъ.

Число  $\alpha$ -частицъ, выбрасываемыхъ въ 1 секунду 1 *гр.* металлическаго радія, равно  $3,4 \times 10^{10}$ .

Измѣняя зарядъ, переносимый  $\alpha$ -лучами, подобно Регенеру Рёдгерфордъ получилъ зарядъ  $\alpha$ -частицы равнымъ  $9,3 \times 10^{-10}$  электростатическихъ единицъ системы  $C. G. S.$ , откуда

$$e = 4,65 \times 10^{-10} \text{ электростатическихъ единицъ } C. G. S.$$

Въ 1912 году Рёдгерфордъ и Гейгеръ\*) значительно улучшили свой методъ. Они измѣнили сосудъ для іонизаціи  $A$ , придавъ ему форму полушарія. вмѣсто центральной проволоки въ центрѣ полушарія помѣщался шарикъ, соединявшійся съ электрометромъ, въ которомъ движущаяся часть (стрѣлка) состояла изъ посеребренной тонкой кварцевой нити. Эта нить получала толчки при чрезвычайно маломъ измѣненіи потенціала и возвращалась въ нулевое положеніе чрезвычайно быстро. Поэтому можно было, во-первыхъ, не примѣнять высокаго напряженія для увеличенія іонизаціи, что избавляло отъ значительныхъ трудностей, и, во-вторыхъ, рѣзко увеличить число  $\alpha$ -частицъ, попадавшихъ въ сосудъ для іонизаціи, что повышало точность. Но такъ какъ глазъ не въ состояніи былъ уловить большое число слабыхъ колебаній стрѣлки, послѣднія запечатлѣвались на быстро движущейся фотографической лентѣ, что устраняло возможность субъективной ошибки при подсчетѣ. При помощи такого аппарата Рёдгерфорду и Гейгеру удалось сосчитать до 900  $\alpha$ -частицъ въ 1 минуту. Но, къ сожалѣнію, авторы не приводятъ результатовъ своего подсчета, а только указываютъ методъ.

Всѣ другіе методы опредѣленія  $e$  являются косвенными, а потому они не такъ точны. Всѣ они исходятъ изъ того, что для  $\alpha$ -частицъ отношеніе  $\frac{e}{m}$  равно  $5,07 \times 10^3$  электромагнитныхъ единицъ  $C. G. S.$

Дьюаръ (Dewar) нашелъ, что 1 *гр.* металлическаго радія вмѣстѣ съ продуктами распада выдѣляетъ въ 1 секунду  $5,32 \times 10^{-6}$  кб. мм.

\*) Phil. Mag., 24 (1912), pp. 618 — 623.



гелія, что соотвѣтствуетъ  $9,53 \times 10^{-13}$  гр. гелія. Если это число раздѣлить на  $13,6 \times 10^{10}$  (это есть число  $\alpha$ -частицъ, выбрасываемыхъ въ 1 секунду 1 гр. металлическаго радія вмѣстѣ съ продуктами распада; это число въ 4 раза больше соотвѣтствующаго числа для одного только радія), то получается масса одной  $\alpha$ -частицы. Подставляя найденную массу въ отношеніе  $\frac{e}{m}$ , получаемъ:

$$e = 5,30 \times 10^{-10} \text{ электростатическихъ единицъ } C. G. S.$$

Болтъвудъ \*) опредѣлилъ, что изъ 1 гр. радія въ 1 секунду разрушается  $1,09 \times 10^{-11}$  гр. Такъ какъ при этомъ радій съ атомнымъ вѣсомъ 226 даетъ гелій съ атомнымъ вѣсомъ 4, то на  $3,4 \times 10^{10}$   $\alpha$ -частицъ, выбрасываемыхъ радіемъ въ 1 секунду, приходится масса  $\frac{4}{226} \cdot 1,09 \times 10^{-10}$  гр., откуда (такимъ же путемъ, какъ и въ предыдущемъ методѣ) находимъ:

$$e = 4,31 \times 10^{-10} \text{ электростатическихъ единицъ } C. G. S.$$

Полагая, что количество тепла, выдѣляемаго радіемъ, соотвѣтствуетъ кинетической энергіи  $\alpha$ -частицъ, Рѣдгерфордъ \*\*), зная число частицъ и ихъ кинетическую энергію (опредѣляющуюся въ зависимости отъ  $e$ ), нашелъ:

$$e = 4,65 \times 10^{-10} \text{ электростатическихъ единицъ } C. G. S.$$

Первые два метода (Регенѣра и Рѣдгерфорда) являются очень точными и даютъ результаты, согласные не только между собой, но и съ результатами другихъ методовъ. Для сравненія приведемъ табличку результатовъ наиболѣе важныхъ и точныхъ опредѣленій. Изложеніе этихъ методовъ можно найти въ упомянутыхъ выше (стр. 177) статьяхъ „Вѣстника“.

Счетъ  $\alpha$ -частицъ:

Регенеръ	$e = 4,79 \times 10^{-10}$ эл.-ст. ед. C. G. S.
----------	---

Рѣдгерфордъ и Гейгеръ	4,65	„
-----------------------	------	---

Броуновское движеніе:

Перренъ	4,24	„
---------	------	---

Сведбергъ	4,64	„
-----------	------	---

По методу Дж. Дж. Томсона

наблюденія облака — Бегеманнъ	4,67	„
-------------------------------	------	---

\*) Boltwood, Phys. Zeitschr., 9, 502, 1908.

\*\*) Phil. Mag., 12, 2, 348, 1906.



наблюдения  
отдельных  
капель: { Милликанъ  $e = 4,89 \times 10^{-10}$  эл.-ст. ед. С. G. S.  
Регенеръ 4,89 „

Планкъ изъ теоретическихъ соображеній вывелъ почти такую же величину для  $e$ :  $e = 4,69$ .

## Къ предстоящему II-му Всероссийскому Съезду преподавателей математики.

*Прив.-доц. В. Кагана.*

Заключительное засѣданіе I-го Всероссийскаго Съезда преподавателей математики еще совсѣмъ свѣжо въ памяти, а между тѣмъ быстро приближается время второго Съезда. Будетъ поэтому очень своевременно высказать нѣсколько соображеній о задачахъ предстоящаго Съезда.

Условія, въ которыхъ будетъ протекать второй Съездъ, значительно разнятся отъ тѣхъ, при которыхъ происходилъ первый. Тогда преподаватели математики собрались со всѣхъ концовъ Россіи еще впервые. По новизнѣ дѣла, при крайнемъ разнообразіи выдвинутыхъ вопросовъ, при огромномъ числѣ участниковъ Съезда, при отсутствіи традиціи и программы, одобренной самимъ Съездомъ, послѣдній, естественно, въ значительной мѣрѣ расплывался въ деталяхъ, на частныхъ вопросахъ; онъ не далъ, да и не могъ дать, опредѣленныхъ практическихъ результатовъ. Резолюціи I-го Съезда носятъ общій характеръ широкой программы съ ясно выраженными тенденціями, но безъ рѣшеній. И это было не случайно, это было сознательно проведено Организационнымъ Комитетомъ I-го Съезда и одобрено самимъ Съездомъ.

„Сознавая всю сложность высказанныхъ здѣсь пожеланій“, говорится въ 12-мъ пунктѣ резолюцій I-го Съезда, „Съездъ признаетъ необходимымъ проявить соотвѣтствующую осторожность при всѣхъ начинаніяхъ, касающихся проведенія ихъ въ жизнь. Въ виду этого Съездъ выразилъ настоящія резолюціи въ весьма общей формѣ и поручаетъ Организационному Комитету II-го Съезда составить Комиссіи, которыя занялись бы тщательной и детальной обработкой высказанныхъ здѣсь общихъ пожеланій.

Доклады этихъ Комиссій необходимо отпечатать и не позже, чѣмъ за 3 мѣсяца до начала II-го Съезда, разослать состоящимъ при всѣхъ вѣдомствахъ Ученымъ Комитетамъ, Совѣтамъ и Конференціямъ высшихъ учебныхъ заведеній, Математическимъ Обществамъ и Кружкамъ, преподавателямъ математики среднихъ учебныхъ заведеній, а также органамъ педагогической печати.

Обсужденіе этихъ докладовъ и постановленіе по нимъ окончательныхъ рѣшеній должно составить главную задачу «II-го Всероссийскаго Съезда преподавателей математики».

На Организационный Комитетъ II-го Съезда была возложена, такимъ образомъ, отвѣтственная и сложная задача. Но возложить задачу всегда много



легче, чѣмъ выполнить ее. На пути осуществленія указанныхъ предначертаній, между прочимъ, возникли совершенно неожиданно препятствія чисто практическаго свойства: печатаніе трудовъ I-го Съѣзда обошлось гораздо дороже, чѣмъ это предполагалось по смѣтѣ, и средствъ не хватило уже на 2-ой томъ трудовъ; пришлось наложить платежъ по одному рублю на каждый экземпляръ. Печатаніе новыхъ докладовъ, такимъ образомъ, оказалось невыполненнымъ. Такимъ образомъ, готовой канвы для занятій II-го Съѣзда уже не будетъ. Съ другой стороны, не подлежитъ сомнѣнію, что ко II-му Съѣзду будутъ предъявлены болѣе настойчивыя требованія конкретныхъ, осязательныхъ результатовъ. Вопросъ о томъ, какимъ образомъ такіе результаты могутъ быть достигнуты, составляетъ насущную задачу какъ для Распорядительнаго Комитета предстоящаго Съѣзда, такъ и для самого Съѣзда.

По сравненію съ I-мъ Съѣздомъ II-ой находится въ гораздо болѣе благоприятныхъ условіяхъ въ томъ отношеніи, что передъ нимъ — готовая программа въ формѣ резолюцій I-го Съѣзда, устанавливающихъ вопросы, которые подлежатъ разрѣшенію. Напомнимъ эти резолюціи.

1) Съѣздъ признаетъ необходимымъ поднять самостоятельность и активность учащихся, а также усилить наглядность преподаванія на всѣхъ его ступеняхъ и въ то же время повысить логическій элементъ въ старшихъ классахъ, считаясь, однако, съ психологическими особенностями возраста учащихся и съ доступностью для нихъ преподаваемого матеріала.

2) Съѣздъ признаетъ своевременнымъ опустить изъ курса математики средней школы нѣкоторые вопросы второстепеннаго значенія, провести черезъ курсъ и ярко освѣтить идею функциональной зависимости, а также — въ цѣляхъ сближенія преподаванія въ средней школѣ съ требованіями современной науки и жизни — ознакомить учащихся съ простѣйшими и несомнѣнно доступными имъ идеями аналитической геометріи и анализа.

3) Съѣздъ признаетъ крайне желательнымъ, чтобы авторы настоящихъ и будущихъ учебниковъ приняли во вниманіе точки зрѣнія, изложенныя во 2-мъ пунктѣ настоящихъ резолюцій. Въ частности, признается желательнымъ выработка задачникѣвъ, соответствующихъ кругу интересовъ учащихся, на каждой ступени ихъ обученія, и включающихъ въ себѣ данныя изъ физики, космографіи, механики и пр., а также составленіе математической хрестоматіи, дополняющей и углубляющей свѣдѣнія, выносимыя учащимися изъ официальной программы.

4) Съѣздъ признаетъ желательнымъ подробную разработку вопроса о такой организаціи преподаванія средней школы, которая, сохраняя общеобразовательный ея характеръ, допускала бы спеціализацію въ старшихъ классахъ, приуроченную къ индивидуальнымъ способностямъ учащихся и удовлетворяющую требованіямъ высшей школы.

5) Съѣздъ признаетъ желательнымъ, чтобы университетъ безъ ущерба для главнаго своего назначенія служить наукѣ и научному образованію усилилъ свое преподаваніе элементами, необходимыми для будущаго преподавателя средней школы.

6) Съѣздъ признаетъ необходимымъ, чтобы кандидаты въ преподаватели по окончаніи высшаго учебнаго заведенія получали спеціальную педагогиче-



скую подготовку на курсахъ, возможно лучше обеспеченныхъ преподавательскими силами и матеріальными средствами.

7) Съѣздъ считаетъ необходимымъ, помимо постоянныхъ курсовъ, устраивать для освѣженія какъ научной, такъ и педагогической подготовки учителей среднихъ учебныхъ заведеній также краткосрочные курсы и съѣзды.

8) Съѣздъ признаетъ желательнымъ, чтобы наиболѣе одаренные въ математическомъ отношеніи учащіеся могли найти въ учебномъ заведеніи удовлетвореніе своимъ запросамъ, а также организованное руководство со стороны учебного персонала.

9) Въ цѣляхъ повышенія спеціального и педагогическаго самообразованія преподавателей желательно, чтобы бібліотеки учебныхъ заведеній были въ полной мѣрѣ снабжены необходимыми учеными, учебными, методическими сочиненіями, справочными изданіями и журналами.

10) Съѣздъ признаетъ желательнымъ, чтобы педагогическимъ совѣтамъ учебныхъ заведеній было предоставлено больше самостоятельности въ дѣлѣ распредѣленія учебнаго матеріала по классамъ и въ выборѣ учебныхъ руководствъ.

11) Съѣздъ признаетъ желательнымъ повысить въ женскихъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ уровень преподаванія математики, какъ въ виду высокаго образовательнаго значенія этого предмета, такъ и въ виду широкаго стремленія оканчивающихъ женскую школу къ высшему образованію.

12) См. выше.

13) Съѣздъ признаетъ желательнымъ, чтобы отдѣльные члены его представили въ организуемую Комиссію свои соображенія по указаннымъ въ предыдущихъ пунктахъ вопросамъ. Соображенія эти, если не будутъ включены въ доклады, должны быть къ нимъ приложены.

14) Въ виду, того, что крайне серьезный вопросъ объ экзаменахъ и письменныхъ работахъ обсуждался только въ одной изъ секцій и не прошелъ черезъ Общее Собраніе, Съѣздъ, признавая неудовлетворительность современной постановки этого дѣла въ средней школѣ и необходимость коренныхъ въ ней измѣненій, поручаетъ Организационному Комитету II-го Съѣзда организовать по этому вопросу отдѣльную Комиссію, въ которую передать и поступившія по этому вопросу изъ 2-ой секціи заявленія.

15) Съѣздъ выражаетъ желаніе, чтобы на II-мъ Съѣздѣ преподавателей математики были образованы особыя секціи преподавателей техническихъ учебныхъ заведеній, женскихъ учебныхъ заведеній и коммерческихъ учебныхъ заведеній. При этомъ Съѣздъ высказываетъ пожеланіе, чтобы въ секціи техническихъ и коммерческихъ учебныхъ заведеній были представлены доклады о переработкѣ программъ математики.

16) Въ виду того, что въ настоящее время въ различныхъ мѣстахъ Россіи существуетъ довольно много математическихъ кружковъ, желательно созданіе особой организациі, которая, оставая эти кружки исполнѣ самостоятельными, объединила бы ихъ на почвѣ ихъ общихъ интересовъ и стремленій.

17) Съѣздъ выражаетъ свою признательность тѣмъ органамъ печати, которые служили и служатъ дѣлу преподаванія математическихъ наукъ, и



привѣтствуетъ начинаніе Московскаго Математическаго Кружка въ изданіи журнала «Математическое Образование», который включилъ въ свои задачи содѣйствіе взаимному освѣдомленію обществъ и кружковъ, посвящающихъ себя дѣлу математическаго образованія.

18) Съѣздъ признаетъ необходимымъ созвать «Второй Всероссийскій Съѣздъ преподавателей математики» въ Москвѣ въ декабрѣ 1913-го года и просить Московскій Математическій Кружокъ, въ виду выраженной Предсѣдателемъ и присутствующими членами его готовности организовать Второй Съѣздъ, взять на себя выполненіе этой задачи.

19) Съѣздъ поручаетъ своему Организационному Комитету сообщить настоящія свои постановленія Министрамъ и Главноуправляющимъ, въ вѣдѣніи которыхъ находятся среднія учебныя заведенія.

Достаточно прочитавъ эти резолюціи, чтобы видѣть, какая широкая программа въ нихъ заключается. Это именно программа на 2 года, а не на новые 6 дней II-го Съѣзда. Правда, по разнымъ пунктамъ резолюцій Съѣзду будутъ представлены доклады, которые послужатъ матеріаломъ для обсужденія и рѣшенія вопросовъ. Но если члены Съѣзда не познакомились съ этими докладами предварительно, то условія обсужденія, не нужно отъ себя этого скрывать, будутъ неблагоприятны. Съ другой стороны, нужно помнить ясно выразившееся на I-мъ Съѣздѣ желаніе, чтобы рѣшенія не были Съѣзду навязаны, чтобы именно Съѣздъ, а не небольшая группа его представителей, постановлялъ рѣшенія, чтобы на Съѣздѣ преобладалъ живой обмѣнъ мнѣній его участниковъ, чтобы онъ не былъ загроможденъ детальными докладами. И въ то же время необходимо помнить, что фактически значеніе Съѣзда чисто моральное: лишь обоснованностью своихъ постановленій, тщательной ихъ разработкой, дѣйствительнымъ соотвѣтствіемъ нуждамъ школы и преподаванія онъ можетъ импонировать тѣмъ органамъ, отъ которыхъ зависитъ проведеніе рѣшеній Съѣзда въ жизнь.

Таковы разнородныя задачи и требованія, которымъ Съѣздъ долженъ удовлетворить; съ ними прежде всего долженъ считаться Организационный Комитетъ, на который всегда падаетъ особенно тяжелая отвѣтственность за каждую неудачу.

Мы считаемъ, что справиться съ задачей Съѣздъ можетъ только въ томъ случаѣ, если она будетъ въ значительной мѣрѣ ограничена. Обсудить всѣ вопросы, поставленные въ приведенныхъ выше резолюціяхъ, вынести по нимъ обоснованныя рѣшенія, по нашему глубокому убѣжденію, неосуществимо: эти вопросы охватываютъ всѣ стороны преподаванія математики и притомъ не въ одной только средней школѣ. Надо сдѣлать выборъ и остановиться на вопросахъ, болѣе всего насущныхъ и неотложныхъ. Нужно поставить на окончательное рѣшеніе Съѣзда лишь небольшое число такихъ вопросовъ, съ которыми возможно было бы дѣйствительно справиться. Въ выборѣ этихъ вопросовъ заключается, на нашъ взглядъ, наиболѣе отвѣтственная и серьезная задача Организационнаго Комитета Съѣзда. Мы позволимъ себѣ высказать свое мнѣніе по этому вопросу.

На первую очередь, на нашъ взглядъ, долженъ быть выдвинутъ вопросъ о самой организаціи школы, съ которой въ дальнѣйшемъ могутъ быть сообра-



зованы и программы и методы преподавания. Эти вопросы возникали и затрагивались въ различныхъ докладахъ I-го Съѣзда, но опредѣленное и яркое выраженіе они получили въ докладахъ проф. К. А. Поссе и В. Б. Струве. Рѣчь идетъ о бифуркаціи средней школы и притомъ средней общеобразовательной школы. Вопросъ идетъ о томъ, должны ли получать молодые люди, направляющіеся въ университетъ, единообразное среднее образованіе, или это послѣднее въ высшихъ классахъ гимназій, не впадая въ спеціализацію и узко-практическія тенденціи, должно все-таки расщепляться и давать различные пути юношамъ различныхъ наклонностей и дарованій. Вопросы эти вызвали чрезвычайно живой интересъ на I-мъ Съѣздѣ; рѣшеніе ихъ должно быть, на нашъ взглядъ, поставлено на II-мъ Съѣздѣ на первую очередь, и это рѣшеніе должно уйти далеко впередъ по сравненію съ 4-ой резолюціей I-го Съѣзда: необходимо высказаться относительно того, какъ именно бифуркація должна быть проведена, какую спеціализацію Съѣздъ признаетъ желательной, до какихъ предѣловъ она должна быть и можетъ быть проведена безъ ущерба для общеобразовательнаго характера школы.

Второй вопросъ, фактически также кореннымъ образомъ связанный съ самой организаціей школы и въ настоящее время неотложно требующій рѣшенія, это — вопросъ о повышеніи уровня преподаванія всѣхъ предметовъ вообще и математики въ частности въ женской школѣ.

Въ промежутокъ времени, протекшій послѣ I-го Съѣзда, задачи женскаго образованія въ Россіи значительно измѣнились, и въ виду этого 11-ая резолюція Съѣзда приобретаетъ особое значеніе. Высшія женскія учебныя заведенія возведены на степень университетовъ; оканчивающія ихъ слушательницы допускаются къ экзамену въ Государственныхъ Комиссіяхъ, а успѣшно выдержавшія эти испытанія допускаются къ преподавательской дѣятельности на тѣхъ же основаніяхъ, что и мужчины. Онѣ должны принести съ собою такую же подготовку и, что особенно существенно, должны принести эту подготовку уже въ высшую школу. Наши женскія гимназій на этомъ уровнѣ, конечно, не стоятъ, и врядъ ли можетъ быть рѣчь о томъ, чтобы въ настоящее время всю среднюю женскую школу поставить на уровень мужской. Но представляется очевиднымъ, что школа, и именно государственная школа, должна придти на помощь женщинамъ, которой открытъ путь къ узаконенному высшему образованію. И здѣсь, слѣдовательно, нужна своеобразная бифуркація; долженъ быть сохраненъ существующій типъ средней школы для дѣвицъ, заканчивающихъ въ гимназій свое образованіе, и долженъ быть созданъ новый типъ школы для идущихъ въ женскій университетъ.

Вопросъ о введеніи элементовъ высшей математики въ среднюю школу тѣсно связанъ съ вопросомъ о бифуркаціи школы. Врядъ ли можетъ быть сомнѣніе въ томъ, что настоящая единая, перегруженная матеріаломъ гимназія не въ состояніи пойти навстрѣчу этимъ требованіямъ. Мы полагаемъ поэтому, что вопросъ этотъ можетъ получить опредѣленное рѣшеніе только послѣ рѣшенія перваго вопроса. Но зато очень остро стоитъ вопросъ о пропедевтическихъ курсахъ, — въ особенности, о пропедевтическомъ курсѣ геометріи. Уже при составленіи резолюцій I-го Съѣзда выражались очень настойчивыя требованія, чтобы Съѣздъ высказался по этому вопросу опредѣленно. Мы полагаемъ, что II-ой Съѣздъ дѣйствительно долженъ вынести по этому вопросу опредѣленное рѣшеніе.



Наконецъ въ настоящее время во всѣхъ учебныхъ округахъ организованы педагогическіе курсы для подготовленія преподавателей средней школы; а въ Москвѣ, гдѣ будетъ засѣдать Съѣздъ, возникъ и новый педагогическій институтъ. Болѣе, чѣмъ когда-либо, теперь своевременно, чтобы представители практическаго учебнаго дѣла сказали, чего они отъ этихъ учрежденій ждутъ, что должны они внести въ подготовку преподавателя.

Таковы вопросы, которые, на нашъ взглядъ, должны быть поставлены на рѣшеніе II-го Съѣзда. Согласится ли Организационный Комитетъ съ этой программой, внесетъ ли онъ въ нее существенныя измѣненія, или приметъ совершенно другую, мы не беремся, конечно, предсказывать. Но одно мы считаемъ чрезвычайно существеннымъ: серія вопросовъ, поставленныхъ на дѣйствительное рѣшеніе Съѣзда, должна быть значительно сужена, она не должна разбросаться по всѣмъ рубрикамъ широкой программы.

А съ другой стороны, нужно, конечно, помнить, что задача Съѣзда заключается не въ одномъ только постановленіи рѣшеній; очень многіе придаютъ даже этимъ рѣшеніямъ совершенно второстепенное значеніе. Обмѣнъ мнѣній, и притомъ часто не съ кафедръ, а въ промежуткахъ между докладами, товарищеское общеніе, освѣженіе мысли въ научной обстановкѣ, подъемъ въ средѣ участниковъ общаго дѣла — трудно сказать, составляетъ ли это вторую или первую задачу Съѣзда.

## БИБЛИОГРАФІЯ.

### I. Рецензіи.

**Д-ръ Ф. Л. Кольраушъ**, преподаватель Учебныхъ Курсовъ при Императорской Телеграфной Испытательной Станціи въ Берлинѣ. *Введеніе въ дифференціальное и интегральное исчисленіе и въ дифференціальныя уравненія*. Переводъ съ нѣмецкаго инженеръ-технолога С. К. Лейбовича. Подъ редакціей, съ предисловіемъ и съ приложеніемъ статьи «Природа и математика» Николая Морозова. С.-Петербургъ, 1911. Ц. 2 руб.

Учебникъ, составленный д-ромъ Ф. Л. Кольраушемъ, отличается наглядностью и простотою изложенія; для поясненія различнаго рода выводовъ берутся примѣры изъ жизни природы. Учебникъ отличается общедоступностью; лишь нѣкоторые примѣры взяты изъ области электротехники и потому понятны только специалистамъ. Авторъ имѣлъ въ виду лицъ для которыхъ важнѣе всего ознакомиться съ практическимъ значеніемъ дифференціальнаго и интегральнаго исчисленій. Онъ задался, главнымъ образомъ, цѣлью помочь изучающему усвоить себѣ предметъ практически и безъ особой подготовки.

Книга, составленная Кольраушемъ, можетъ служить введеніемъ въ болѣе обширные курсы; она пригодна не для однихъ студентовъ и неспециалистовъ, но и для преподаванія въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ, и даже для самообразованія; поэтому появленіе этой книги особенно цѣнно. Изложенію самого предмета предпосланъ краткій конспектъ необходимыхъ основъ;



пониманіе выводовъ облегчено введеніемъ примѣровъ, фигуръ и задачъ, число которыхъ достигаетъ 200.

Учебникъ распадается на двѣ части. Первая часть содержитъ дифференціальное и интегральное исчисленіе. Вторая часть — дифференціальныя уравненія. Въ введеніи прежде всего дается понятіе о функціяхъ и ихъ подраздѣленіи. Понятіе о функціи дается на примѣрѣ изъ области физики: «сила тока  $J$  есть функція напряженія  $E$ »; выясняется графическое изображеніе функціи и понятіе о координатахъ; основанія аналитической геометріи на плоскости; уравненія прямой, круга, параболы, эллипса, гиперболы; о предѣлѣ функціи; опредѣленіе числа  $e$  съ помощью формулы бинома. Замѣчательно наглядно выяснено понятіе о безконечно-малой величинѣ и о различного порядка безконечно-малыхъ; авторъ при этомъ исходитъ изъ разсмотрѣнія конечныхъ величинъ различныхъ порядковъ, сопровождая свои разсужденія наглядными примѣрами изъ жизни. Понятіе о производной функціи весьма хорошо выяснено путемъ разсмотрѣнія вопроса объ опредѣленіи скорости желѣзнодорожнаго поѣзда въ извѣстной точкѣ подъема при равномерномъ замедленіи. Замѣчательно обстоятельно, вразумительно выяснена сущность дифференціала; съ цѣлью выяснитъ понятіе о производной берется примѣръ объ опредѣленіи скорости въ извѣстный моментъ при свободномъ паденіи тѣла. Геометрическое значеніе производной еще болѣе уясняется примѣненіемъ ея къ опредѣленію касательной въ любой точкѣ кривой.

Глава 2-ая учебника содержитъ, собственно, дифференціальное исчисленіе, а именно выводъ производныхъ алгебраическихъ, логарифмической, показательной, тригонометрическихъ и круговыхъ функцій; понятіе о второй производной, о максимумѣ и минимумѣ, о точкахъ перегиба, о высшихъ и частныхъ производныхъ. Приводя примѣры на нахожденіе производныхъ, авторъ рѣшеніе многихъ задачъ проверяетъ и рекомендуетъ проверять путемъ примѣненія къ числовымъ величинамъ. Такимъ образомъ осуществляется практическое примѣненіе дифференціального исчисленія и выясняется въ каждомъ частномъ случаѣ, до какой степени слѣдуетъ уменьшить величину, выбираемую за дифференціалъ.

Имѣя, напримѣръ, функцію  $y = 3x + 5$ , находимъ ея производную  $\frac{dy}{dx} = 3$ .

Вставляя  $x_1 = 12$ , получаемъ, что  $y_1 = 41$ ;

»  $x_2 = 12,1$ , » »  $y_2 = 41,3$ .

Слѣдовательно,  $dx = 0,1$ ,  $dy = 0,3$ ,  $\frac{dy}{dx} = \frac{0,3}{0,1} = 3^*$ .

Вообще во второй главѣ подробно изложены важнѣйшія свѣдѣнія изъ дифференціального исчисленія.

\*) Считаемъ этотъ примѣръ чрезвычайно неудачнымъ. Такъ какъ функція взята линейная, то отношеніе  $\Delta y : \Delta x$  всегда сохраняетъ свое значеніе: нѣтъ, слѣдовательно, основаній брать  $\Delta x$  малымъ.



Глава 3-я обнимает собою главнѣйшій матеріалъ по интегральному исчисленію, значеніе котораго выяснено на хорошо подобранныхъ примѣрахъ вычисления площадей, объемовъ, опредѣленія центра тяжести, моментовъ инерціи и сопротивленія круга, полукруга.

Въ приложеніи къ первой части находятся полезныя добавленія: о преобразованіи координатъ, о полярныхъ координатахъ, о координатахъ въ пространствахъ; о рядахъ для  $e$  и  $e^x$ ; о площадяхъ эллипса и сектора равносторонней гиперболы; о центрѣ тяжести полусшара, параболоида вращенія, о моментахъ инерціи.

Въ главѣ о дифференціальныяхъ уравненіяхъ авторъ ограничивается уравненіями съ одной зависимой переменнѣй, такъ же, какъ и одной независимой. Примѣры взяты изъ области физики и техники: напримѣръ, разсматриваются вопросы объ упругой линіи, колебаніяхъ маятника, беспроводномъ телеграфѣ и др. Въ концѣ книги собраны формулы дифференціального и интегрального исчисленія.

Вообще въ этой книгѣ замѣчательно хорошо выяснено понятіе, значеніе и примѣненіе производной функціи, дифференціала, интеграла, второй производной, при чемъ изложеніе отличается замѣчательною ясностью, наглядностью, простотой изложенія и иллюстрированіемъ теоріи на интересныхъ примѣрахъ и задачахъ.

Учебникъ заслуживаетъ особеннаго вниманія преподавателей и можетъ быть признанъ, по нашему мнѣнію, весьма полезнымъ пособіемъ при ознакомленіи учащихся съ основами дифференціального и интегрального исчисления въ нашихъ среднихъ школахъ и кадетскихъ корпусахъ; а начинающимъ студентамъ и лицамъ, приступающимъ къ болѣе глубокому изученію математики, онъ окажетъ несомнѣнную услугу.

Къ концу книги приложена замѣчательная статья Николая Морозова «Природа и математика». Помѣщая эту статью, Н. Морозовъ послѣдовалъ примѣру англійскаго астронома Проктора, который сказалъ: «Для того, чтобы понять всю увлекательность и стройность высшаго математическаго анализа, нужно выводить его теоремы изъ явленій окружающей природы». Н. Морозовъ выводитъ основную сущность дифференціального и интегрального исчисления на примѣрѣ законовъ свободнаго паденія тѣлъ. Изъ двухъ законовъ паденія тѣлъ уяснено, что такое дифференціалъ, интегралъ, и въ какихъ близкихъ соотношеніяхъ находятся они съ природою и ея явленіями. Выяснено, что цѣль и смыслъ дифференціального и интегрального исчисленія состоятъ въ нахожденіи правилъ для интегрированія функцій или уравненій съ переменными величинами, выражающими зависимость между какими-нибудь двумя или нѣсколькими явленіями въ природѣ или характеризующими ея пространственныя соотношенія.

Въ заключеніе нашего обзора книги, составленной Кольраушемъ, пожелаемъ ей самаго широкаго распространенія.

В. Шидловскій.



## Правила о преміяхъ имени С. С. Сольскаго при Русскомъ Астрономическомъ Обществѣ.

§ 1. Изъ завѣщаннаго С. С. Сольскимъ Русскому Астрономическому Обществу капитала въ пять тысячъ рублей, вмѣстѣ съ наросшими на него процентами, Совѣтомъ Общества присуждаются, согласно волѣ завѣщателя, двѣ равныя преміи за два лучшихъ популярныхъ сочиненія по астрономіи, изъ которыхъ одно должно быть написано на русскомъ языкѣ, русскимъ авторомъ и издано въ Россіи, а другое можетъ быть издано за-границей, при чемъ языкъ и національность автора значенія не имѣютъ.

§ 2. Размѣръ премій опредѣляется суммой, указанной въ § 1, за вычетомъ расходовъ по вознагражденію рецензентовъ.

§ 3. Сочиненія на соисканіе премій должны быть представлены не позже 12-го сентября 1915 года. О присужденіи премій будетъ объявлено на годовомъ собраніи Русскаго Астрономическаго Общества въ мартѣ 1916 г.

§ 4. Сочиненія на соисканіе премій представляются въ печатномъ видѣ съ указаніемъ имени автора, при чемъ они должны быть изданы не ранѣе 1911 года.

§ 5. Преміи С. С. Сольскаго не могутъ быть присуждены за сочиненія лицъ, входящихъ въ составъ Совѣта, и за сочиненія, уже удостоенныя какой-либо другой преміи.

§ 6. Для разбора сочиненій, представленныхъ на соисканіе премій, Совѣтомъ Русскаго Астрономическаго Общества проглашаются рецензенты. Авторы представленныхъ работъ не могутъ быть рецензентами. Число рецензентовъ и размѣръ вознагражденія ихъ опредѣляется Совѣтомъ Русскаго Астрономическаго Общества, при чемъ общая сумма вознагражденія всѣхъ рецензентовъ не должна превышать 500 рублей.

§ 7. Если на основаніи составленныхъ рецензій Совѣтъ Русскаго Астрономическаго Общества не найдетъ возможнымъ присудить одну или обѣ преміи, то Совѣтъ имѣетъ право присудить преміи за сочиненія, хотя и не представленные на соисканіе премій, но удовлетворяющія изложеннымъ выше условіямъ.



## З А Д А Ч И.

Подъ редакціей привать-доцента Е. Л. Буницкаго.

Редакція просить не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникъ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція просить лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

**№ 142** (6 сер.). Построить треугольникъ по двумъ сторонамъ  $a$  и  $b$  зная, что отношеніе противлежащихъ угловъ равно 3.

*П. Грабовскій (Одесса).*

**№ 143** (6 сер.) Рѣшить уравненіе

$$\left( \frac{x^2 + px + q}{a - \beta} \right)^2 + 2px = 0,$$

гдѣ  $a$  и  $\beta$  суть корни квадратнаго уравненія  $x^2 + px + q = 0$

*Е. Григорьевъ (Саратовъ).*

**№ 144** (6 сер.). Доказать, что 1) при  $p$ , равномъ простому нечетному числу, и при любомъ цѣломъ положительномъ и не кратномъ  $p$  значеніи  $m$  многочленъ

$$x^{m(p-1)} + x^{m(p-2)}y^m + x^{m(p-3)}y^{2m} + \dots + x^m y^{m(p-2)} + y^{m(p-1)}$$

дѣлится на многочленъ

$$x^{p-1} + x^{p-2}y + x^{p-3}y^2 + \dots + xy^{p-2} + y^{p-1}$$

и что 2) если  $m$ , кромѣ того, есть число нечетное, то и многочленъ

$$(x^{p-2} + x^{p-3}y + x^{p-4}y^2 + \dots + xy^{p-3} + y^{p-2})^m - (x^{m(p-2)} + x^{m(p-3)}y^m + \dots + y^{m(p-2)})$$

также дѣлится на

$$x^{p-1} + x^{p-2}y + x^{p-3}y^2 + \dots + xy^{p-2} + y^{p-1}.$$

*И. Рабиновичъ (дер. Бураково Олонеккой губ.).*



**№ 145** (6 сер.). На продолженіи высоты  $AD$ , проведенной къ гипотенузѣ даннаго равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника  $ABC$ , опредѣлить точку  $M$  такъ, чтобы центры тяжести четырехугольника  $ABMC$  и его контура совпадали (фигура четырехугольника и его контуръ при вычисленіи центровъ тяжести предполагаются по условію однородными).

Н. С. (Одесса).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

### ОТДѢЛЪ I.

**№ 96** (6 сер.). Доказать справедливость неравенства

$$h_a + h_b + h_c \geq 9r,$$

гдѣ  $h_a$ ,  $h_b$ ,  $h_c$ ,  $r$  суть высоты и радіусъ вписаннаго круга нѣкотораго треугольника.

Пусть  $x$ ,  $y$ ,  $z$  — три произвольныхъ положительныхъ числа. Докажемъ неравенство

$$(1) \quad (x + y + z) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9.$$

Раскрывъ скобки въ лѣвой части, получимъ:

$$(2) \quad (x + y + z) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = 3 + \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + \left( \frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right) + \left( \frac{z}{x} + \frac{x}{z} \right).$$

Такъ какъ  $x$  и  $y$  положительны, то

$$\frac{(x - y)^2}{xy} \geq 0, \quad \text{или} \quad \frac{x^2}{xy} - \frac{2xy}{xy} + \frac{y^2}{xy} \geq 0,$$

откуда

$$(3) \quad \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2.$$

Подобнымъ же образомъ получимъ:

$$(4) \quad \frac{y}{z} + \frac{z}{y} \geq 2,$$

$$(5) \quad \frac{z}{x} + \frac{x}{z} \geq 2.$$

Сложивъ неравенства (3), (4), (5) и прибавивъ къ обѣимъ частямъ по 3, получимъ:

$$3 + \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + \left( \frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right) + \left( \frac{z}{x} + \frac{x}{z} \right) \geq 9,$$



т. е. [см. (2)]

$$(x + y + z) \cdot \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9.$$

Итакъ неравенство (1) доказано.

Примѣняя неравенство (1) къ тремъ высотамъ треугольника, получимъ:

$$(6) \quad (h_a + h_b + h_c) \left( \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right) \geq 9.$$

Но  $ah_a = bh_b = ch_c = 2s = 2pr$ , гдѣ  $a, b, c, s, 2p$  — стороны, площадь и периметръ треугольника. Поэтому

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2s} + \frac{b}{2s} + \frac{c}{2s} = \frac{2p}{2s} = \frac{1}{r},$$

откуда [см. (6)]

$$(h_a + h_b + h_c) \cdot \frac{1}{r} \geq 9, \text{ т. е. } h_a + h_b + h_c \geq 9r.$$

Замѣчаніе. Пусть  $x_1, x_2, \dots, x_n$  суть  $n$  чиселъ, каждое изъ которыхъ отлично отъ нуля. Если частное  $\frac{1}{n}$  равно среднему арифметическому чиселъ

$$\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \dots, \frac{1}{x_n},$$

то  $n$  называется среднимъ гармоническимъ чиселъ  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ; такимъ образомъ  $n$  опредѣляется формулой:

$$n = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}.$$

Записавъ неравенство (1) въ видѣ  $\frac{x+y+z}{3} \geq \frac{3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}$ , приходимъ

къ выводу, что среднее арифметическое трехъ положительныхъ чиселъ не меньше ихъ средняго гармоническаго. Предложеніе это вѣрно и для любого числа  $n$  положительныхъ чиселъ, въ чемъ можно убѣдиться при помощи рассужденій, аналогичныхъ тѣмъ, которыми мы пользовались при выводѣ неравенства (1).

И. Зюзинъ (с. Татьянино); А. Сердобинскій (Чита); В. Павловъ (с. Ворсма); Флавианъ Д. (Петербургъ).

**№ 99** (6 сер). Решить уравненіе

$$\operatorname{tg}^3 x + \sec^3 x = 3.$$

Полагая

$$(1) \quad \operatorname{tg} x = y,$$

имѣемъ:

$$(2) \quad \sec x = \pm \sqrt{1 + y^2};$$



такимъ образомъ данное для рѣшенія уравненіе можно записать въ видѣ:

$$y^3 \pm (\sqrt{1+y^2})^3 = 3, \text{ откуда } [(\sqrt{1+y^2})^3]^2 = (3-y^3)^2,$$

или

$$(1+y^2)^3 = (3-y^3)^2, \quad y^6 + 3y^4 + 3y^2 + 1 = y^6 - 6y^3 + 9,$$

т. е.

$$(3) \quad 3y^4 + 6y^3 + 3y^2 - 8 = 0.$$

Представивъ уравненіе (3) въ видѣ  $3(y^2+y)^2 = 8$  и разрѣшая его относительно выраженія  $y^2+y$ , получимъ:

$$y^2+y = \pm \sqrt{\frac{8}{3}}, \text{ или } y^2+y = \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}, \text{ откуда } 3y^2+3y \mp 2\sqrt{6} = 0.$$

Итакъ, уравненіе (3) распадается на два квадратныхъ уравненія

$$3y^2+3y-2\sqrt{6}=0 \text{ и } 3y^2+3y+2\sqrt{6}=0.$$

Рѣшая ихъ, находимъ четыре корня уравненія (3), а именно:

$$y_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+24\sqrt{6}}}{6}, \quad y_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-24\sqrt{6}}}{6},$$

т. е. [см. (1)]

$$(4) \quad \operatorname{tg} x_1 = \frac{-3 + \sqrt{9+24\sqrt{6}}}{6},$$

$$(5) \quad \operatorname{tg} x_2 = \frac{-3 - \sqrt{9+24\sqrt{6}}}{6},$$

$$(6) \quad \operatorname{tg} x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-24\sqrt{6}}}{6}.$$

Формулы (4) и (5) даютъ дѣйствительныя значенія для  $\operatorname{tg} x$ ; каждому изъ нихъ отвѣчаетъ безчисленное множество дугъ  $x_1$  и  $x_2$ , которыя опредѣляются формулами  $x_1 = \alpha + k\pi$  и  $x_2 = (-\beta) + k\pi$ , гдѣ  $\alpha$  и  $(-\beta)$  суть соответственно наименьшія по абсолютной величинѣ дуги, удовлетворяющія равенствамъ:

$$(7) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{-3 + \sqrt{9+24\sqrt{6}}}{6}$$

и

$$(8) \quad \operatorname{tg} (-\beta) = \frac{-3 - \sqrt{9+24\sqrt{6}}}{6},$$

а  $k$  — произвольное цѣлое число.

Однако, полученные нами рѣшенія нуждаются въ провѣркѣ, такъ какъ мы возвышали въ квадратъ обѣ части одного изъ промежуточныхъ уравненій. Во всякомъ случаѣ полученные нами общія выраженія для  $x_1$  и  $x_2$  удовле-



творяютъ уравненію  $(\sec^3 x)^2 = (3 - \operatorname{tg}^2 x)^2$ , тождественному уравненію (3), а потому и одному изъ уравненій  $\pm \sec^3 x = 3 - \operatorname{tg}^2 x$ . Слѣдовательно,

$$(9) \quad \pm \sec^3 (\alpha + k\pi) = 3 - \operatorname{tg}^2 (\alpha + k\pi),$$

$$(10) \quad \pm \sec^3 (-\beta + k\pi) = 3 - \operatorname{tg}^2 (-\beta + k\pi),$$

а потому тѣ цѣлыя значенія  $k$ , при которыхъ въ первой части равенствъ (9) или (10) придется взять знакъ плюсъ, дають рѣшенія первоначальнаго уравненія. Записавъ формулы (9) въ видѣ

$$(11) \quad \pm (-1)^k \sec^3 \alpha = 3 - \operatorname{tg}^2 \alpha,$$

$$(12) \quad \pm (-1)^k \sec^3 (-\beta) = 3 + \operatorname{tg}^2 \beta,$$

замѣтимъ что  $\sec \alpha$  и  $\sec (-\beta)$  суть числа положительныя, такъ какъ  $\alpha$  и  $(-\beta)$  суть дуги первой положительной и первой отрицательной четверти. Но правыя части формулъ (11) и (12) также положительны. Это ясно для формулы (12), такъ какъ  $\operatorname{tg} \beta > 0$ , а что касается формулы (11), то это вытекаетъ изъ слѣдующихъ неравенствъ: такъ какъ  $\sqrt{6} < 3$ , то [см. (7)]

$$0 < \operatorname{tg} \alpha = \frac{-3 + \sqrt{9 + 24\sqrt{6}}}{6} < \frac{-3 + \sqrt{9 + 24 \cdot 3}}{6} = \frac{-3 + \sqrt{81}}{6} = 1,$$

т. е.

$$0 < \operatorname{tg} \alpha < 1, \quad 0 < \operatorname{tg}^3 \alpha < 1, \quad \text{откуда} \quad 3 - \operatorname{tg}^2 \alpha > 0.$$

Итакъ, въ формулахъ (11) и (12) передъ лѣвыми частями можно взять знакъ плюсъ тогда и только тогда, если  $k$  есть число четное. Слѣдовательно формулы (4) и (5) дають для первоначальнаго уравненія такіе корни

$$x_1 = \operatorname{arctg} \frac{-3 + \sqrt{9 + 24\sqrt{6}}}{6} + 2m\pi, \quad x_2 = -\operatorname{arctg} \frac{3 + \sqrt{9 + 24\sqrt{6}}}{6} + 2m\pi,$$

гдѣ для значенія  $\operatorname{arctg}$  взяты въ обоихъ случаяхъ наименьшія положительныя значенія, а  $m$  есть любое цѣлое число. Формула (6) даетъ два мнимыхъ значенія для  $\operatorname{tg} x$ ; имъ отвѣчаютъ мнимыя значенія дуги  $x$ , опредѣленіе которыхъ, выходя за предѣлы элементовъ алгебры и тригонометріи, относится къ теоріи функцій комплекснаго переменнаго.

*В. Кованько* (ст. Струнино); *А. Сердобинскій* (Чита); *С. Конюховъ* (Томскъ); *Флавіанъ Д.* (Петербургъ).



Обложка  
щется



Обложка  
щется