

Обложка
щется

Обложка
щется

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 594.

Содержаніе: Цѣль обученія ариметикѣ. *Н. Извольскаго.* — Возрастъ земли. *М. Руджаго.* — Альфа-лучи и опредѣленіе элементарнаго заряда электричества. *М. Фихтенгольца.* — Подготовительныя работы Комитета Перваго Всероссийскаго Съѣзда преподавателей физики, химіи и космографіи. — Библиографія. П. Собственные сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ. К. Θ. Лебединцевъ. „Систематическій сборникъ задачъ и другихъ упражненій по курсу алгебры“. — Задачи №№ 138 — 141 (6 сер.). — Рѣшенія задачъ. Отдѣлъ I. №№ 92, 93, 94. и 97 (6 сер.). — Книги. и брошюры, поступившія въ редакцію. — Объявленія.

Цѣль обученія ариметикѣ.

Н. Извольскаго.

Въ виду приближающагося II-го Съѣзда преподавателей математики, можетъ быть, небезынтересными окажутся тѣ соображенія, которыя я позволю себѣ развить въ настоящей статьѣ.

Обычно цѣль обученія ариметикѣ въ начальной школѣ выражаютъ слѣдующей формулой (см., напримѣръ, методику ариметики А. И. Гольденберга): „цѣль обученія ариметикѣ состоитъ въ томъ, чтобы научить дѣтей сознательно, быстро и умѣло выполнять дѣйствія надъ числами и примѣнять эти дѣйствія къ расчетамъ житейскаго обихода“.

Здѣсь прежде всего обращаетъ на себя вниманіе слово „сознательно“ (сознательно выполнять дѣйствія). Какъ понимать это слово? Первоначально приходитъ мысль понимать это слово въ томъ смыслѣ, что учащіеся должны, выполняя дѣйствіе, отдавать логически-словесный отчетъ въ каждомъ его шагѣ, который (т. е. отчетъ) промелькнулъ бы въ какой-либо формѣ въ сознаніи учащагося. Пусть, напримѣръ, надо 57×23 . Тогда

этотъ отчетъ долженъ былъ бы имѣть приблизительно слѣдующую форму: 57×23 значить 57 повторить 23 раза слагаемымъ, для чего можно сначала 57 повторить 20 разъ, а затѣмъ 57 повторить 3 раза и полученные результаты сложить; сначала 57 повторю 20 разъ, или 57 умножаю на 20, для чего надо 57 умножить на 2 и справа приписать ноль; 57×2 слѣдуетъ такъ: сначала 50×2 , — получится 100, затѣмъ и т. д. Довести этотъ отчетъ до конца 1) трудно, ибо потребуются и много мѣста и много времени, а 2) бесполезно, ибо неминуемы пробѣлы, которые уже имѣются въ началѣ этого отчета. Напримѣръ, почему 57×23 замѣняется $57 \times 20 + 57 \times 3$, т. е., другими словами, не было упомянуть распределительный законъ; почему $50 \times 2 = 100$, — пришлось бы опять повторять: 5 десятковъ повторить слагаемымъ 2 раза, получимъ 10 десятковъ (къ 5 десяткамъ присчитываю 5 разъ по одному десятку) и т. п. Думается, что добиваться подобнаго отчета, свободного отъ пробѣловъ, отъ учащагося — задача и неблагоприятная и не достигающая цѣли. Быть можетъ, по этому поводу умѣстно вспомнить опредѣленіе цѣли обученія ариметикѣ, данное въ лекціяхъ Ф. Клейна „Elementarmathematik von höheren Standpunkte aus“, которая я воспроизвожу по русскому переводу, печатавшемуся на страницахъ „Вѣстника“ *). По Ф. Клейну, цѣлью обученія ариметикѣ является „пріучить дѣтей увѣренно владѣть арифметическими дѣйствіями, пользуясь при этомъ различными параллельно развивающимися душевными свойствами, къ которымъ приходится апеллировать, по не настаивая глубоко на логической концепціи, связывающей этотъ матеріалъ“.

Здѣсь мы имѣемъ слово „увѣренно“ вмѣсто словъ „сознательно, быстро и умѣло“; кромѣ того, здѣсь дано поясненіе, требующее обращаться ко всѣмъ постепенно развивающимся душевнымъ способностямъ, а не настаивать на логической концепціи. Это поясненіе, вѣроятно, вызвано тѣмъ, что, согласно новымъ педагогическимъ изслѣдованіямъ, возникаетъ сомнѣніе, какъ усваиваются дѣтьми первые шаги дѣйствій надъ числами. Напримѣръ, $5 + 3$. Нужно ли здѣсь требовать отъ учащагося усвоенія разсужденія въ родѣ: къ 5 надо присчитать 3 единицы; присчитываю первую единицу — получу 6, вторую — 7, третью — 8, или знаніе $5 + 3 = 8$ возникло при созерпаніи группъ предметовъ, оцѣнваемыхъ числами 5 и 3? Еще примѣръ: $28 : 4$, нужно ли здѣсь добиваться разсужденія, въ родѣ того, какое имѣетъ мѣсто въ методикѣ арифметики А. И. Гольденберга ($28 : 2 = 14$, теперь надо 14 еще раздѣлить на 2 и т. д.), или знаніе $28 : 4 = 7$ есть иная форма уже усвоеннаго математическаго предложенія $7 \times 4 = 28$ (я знаю, что $7 \times 4 = 28$; отсюда я вижу, что $28 : 4 = 7$)?

Въ виду вышеизложеннаго слѣдуетъ, повидимому, установить, что слово „сознательно“ отнюдь не слѣдуетъ понимать въ томъ смыслѣ, который былъ указанъ первоначально и который требуетъ установленія логической связи между отдѣльными шагами выполненія дѣйствія. Въ связи съ этимъ возникаетъ вопросъ, не лучше ли, во избѣ-

*) См. „Вѣстникъ“, № 481, стр. 3.

жаніе такого толкованія, слова „сознательно, быстро и умѣло“ замѣнить, согласно формулировкѣ Ф. Клейна, однимъ словомъ „увѣренно“.

Далѣе, не разбираясь въ этомъ вопросѣ, отмѣтимъ сомнѣніе: не слишкомъ ли узко учить лишь „примѣнять эти дѣйствія къ расчетамъ житейскаго обихода“? Многіе вопросы, гдѣ числа и дѣйствія надъ ними приходятъ на помощь, далеки отъ житейскаго обихода: напримѣръ, вопросъ о разстояніи солнца отъ земли и т. п.

Наконецъ, — и это составляетъ главную цѣль настоящей статьи, — въ выше данныхъ формулахъ цѣли обученія ариметикѣ чувствуется пробѣлъ. Чтобы выяснить этотъ пробѣлъ, обратимся къ мемуару А. Пуанкаре „Наука и методъ“. Здѣсь на стр. 1—24 и 55—57*) высказанъ рядъ глубокихъ мыслей, относящихся къ наукѣ вообще и къ математикѣ въ частности. Сущность взглядовъ А. Пуанкаре возможно передать въ слѣдующей формѣ.

Каждая наука отбираетъ для себя рядъ фактовъ, который и служить ей матеріаломъ. Этотъ матеріалъ прежде всего подлежитъ классификаціи: выбираютъ факты, которые представляются намъ почему-либо простѣйшими, распредѣляются всѣ факты на категоріи и т. д. Затѣмъ начинается наиболѣе существенная работа: изъ фактовъ, подлежащихъ вѣдѣнію данной науки, строится рядъ комбинацій, съ цѣлью подмѣтить какія-либо особенности въ какой-либо изъ осуществленныхъ комбинацій. При созданіи такихъ комбинацій, вѣроятно, сначала приходится руководствоваться нѣкоторымъ порядкомъ (начинать съ простѣйшихъ и усложнять ихъ въ извѣстномъ порядкѣ), затѣмъ какою-либо опредѣленною цѣлью, наконецъ, можно случайно осуществить комбинацію, которая почему-либо намъ представляется интересною, и при изысканіи новыхъ комбинацій интересъ начинаетъ играть доминирующую роль. И эта комбинаціонная работа имѣетъ мѣсто не только въ наукѣ, но и въ любомъ искусствѣ, въ любой отрасли практической дѣятельности; композиторъ даетъ извѣстную пьесу потому, что ему удалось получить и разработать интересную ли мелодію, интересную ли гармонію, которая почему-то обращаютъ на себя наше вниманіе, — однимъ словомъ, ядромъ этого музыкальнаго произведенія является интересная комбинація музыкальных тоновъ; плотники при постройкѣ дома стремятся скомбинировать строительный матеріалъ такъ, чтобы достигнуть опредѣленной цѣли и т. д., и т. д.

Но одна или даже рядъ комбинацій, каждая изъ которыхъ удовлетворяетъ потребности интереса, еще ничего не значить: другое дѣло, если въ ряду построенныхъ комбинацій будетъ подмѣчена какая-либо аналогія. Если это удастся сдѣлать, то будемъ имѣть законъ.

И возникаетъ мысль, что и при обученіи ариметикѣ, даже ея началамъ, слѣдуетъ обратить большее вниманіе, чѣмъ это обычно дѣлаютъ, на развитіе способности къ комбинаціонной работѣ.

*) См. русскій переводъ (изданіе „Mathesis“, Одесса 1910).

Разовьемъ эту мысль подробнѣе.

Ариѳметика, какъ и всякая наука, имѣетъ дѣло съ фактами. Существованіе каждаго числа для нашего сознанія служитъ фактомъ. Пусть въ природѣ нигдѣ чиселъ нѣтъ, но наше сознаніе создало числа, и поэтому для него существованіе каждаго числа есть такой же фактъ, какъ и для нашего зрѣнія, напримѣръ, существованіе радуги и т. п.

Числа, такимъ образомъ, являются матеріаломъ ариѳметики: сначала только цѣлыя числа, потомъ, когда цѣлыхъ чиселъ оказалось недостаточно, были созданы дробныя числа, числа со знаками и т. д. Ариѳметика — по крайней мѣрѣ, поскольку она является предметомъ обученія въ низшей и средней школахъ — беретъ для себя лишь цѣлыя и дробныя числа. Изъ этого матеріала ариѳметика строитъ рядъ комбинацій, изыскивая среди нихъ тѣ, которыя представляютъ какія-либо поражающія наше вниманіе особенности. Изъ ряда этихъ комбинацій выясняются законы.

Вотъ примѣръ, иллюстрирующій эту комбинаціонную работу и ея значеніе. Взявъ какое-либо число, — напримѣръ, 6, — мы создаемъ слѣдующую комбинацію: $6 = 1 + 2 + 3$, т. е. число 6 можетъ быть разложено на послѣдовательныя слагаемыя; также $12 = 3 + 4 + 5$, $15 = 7 + 8 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$ и т. д. Мы видимъ отсюда, что нѣкоторые числа допускаютъ разложеніе на послѣдовательныя слагаемыя, при чемъ нѣкоторые изъ нихъ допускаютъ такое разложеніе нѣсколькими способами. Возникаетъ вопросъ: всякое ли число допускаетъ такое разложеніе? Начинаемъ для выясненія этого вопроса перебирать числа, начиная съ 2: 2, очевидно, не допускаетъ такого разложенія; $3 = 1 + 2$; 4, какъ нетрудно видѣть, не допускаетъ; $5 = 2 + 3$, $6 = 1 + 2 + 3$ и т. д. Перебирая всѣ числа по порядку, мы замѣчаемъ, что не допускаютъ такого разложенія числа 2, 4, затѣмъ 8, 16, 32, ... Здѣсь мы подмѣчаемъ общій законъ: разложенія на послѣдовательныя слагаемыя не допускаютъ тѣ числа, которыя являются степенями числа 2.

Мы пришли къ этому заключенію путемъ индукціи, но для математики этого мало: такъ какъ математика оперируетъ надъ матеріаломъ, созданномъ нами самими, и такъ какъ мы можемъ формулировать въ видѣ аксіомъ или постулатовъ тѣ условія, которыя были удовлетворены при созданіи этого матеріала, то математика можетъ идти инымъ путемъ, путемъ дедукціи, къ установленію обязательности подмѣченнаго свойства для любого изъ слѣдующихъ, непосредственно не разобранныхъ чиселъ *).

Уже изъ этого примѣра видно, что комбинаціонная работа и слѣдующая за нею индукція имѣютъ мѣсто въ ариѳметикѣ. Добавимъ еще, что дѣти, при обученіи ихъ ариѳметикѣ, познаютъ многія свойства путемъ индукціи: напримѣръ, перемѣстительный законъ для сложенія и умноженія, пожалуй, даже признакъ дѣлимости на 2 и т. д. Врядъ

*) Вопросъ о разложеніи чиселъ на послѣдовательныя слагаемыя разобранъ (дедуктивно) въ статьѣ г. Агрономава, въ № 2 „Математическаго Образованія“ за 1912 г.

ли можно возражать противъ желанія поставить дѣло обученія такъ, чтобы даже съ первыхъ шаговъ дѣти приучались къ комбинаціонной работѣ.

Я далекъ отъ мысли дать разработанную систему такихъ упражненій, проведенную черезъ весь курсъ ариметики, начиная съ самыхъ первыхъ шаговъ; это дѣло будущаго и притомъ дѣло, требующее участія многихъ лицъ. Здѣсь я имѣю въ виду дать отдѣльные примѣры такихъ упражненій, которые могли бы оказаться полезными для разсматриваемой цѣли.

Первая серія упражненій требуетъ отъ учащихся комбинированія опредѣленнаго матеріала въ опредѣленномъ порядкѣ.

1) Умѣстно въ концентрѣ до 1000. Пишется и выполняется примѣръ на вычисленіе 10×19 ($=190$); затѣмъ пишутся еще 2 примѣра: 12×21 и 14×23 . Здѣсь обращается вниманіе учащихся на порядокъ составленія такихъ примѣровъ: каждый множитель второго примѣра на 2 больше соотвѣтствующаго множителя перваго примѣра; также въ третьемъ примѣрѣ каждый множитель еще увеличился на 2 сравнительно со вторымъ. Послѣ этого учащіеся приглашаются къ самостоятельному продолженію составленія такихъ примѣровъ, пока произведеніе будетъ получаться меньше 1000. Можно здѣсь же обратить вниманіе на болѣе интересные результаты: иногда въ произведеніи получается на концѣ 1 нуль, иногда 2 нуля. Можно искать причину этого.

2) Въ предѣлѣ до 100. Пишется два примѣра: $90 - 4 \times 5$ и $90 - 5 \times 6$. Конечно, прежде всего устанавливается порядокъ дѣйствій: 1) умноженіе, 2) вычитаніе. Затѣмъ выясняется, что во второмъ примѣрѣ каждый множитель увеличился на единицу сравнительно съ первымъ примѣромъ. Предлагается продолжить этотъ рядъ примѣровъ ($90 - 6 \times 7$ и т. д.) до тѣхъ поръ, пока возможно выполнять вычитаніе. Возможна иная форма этихъ упражненій: напомнимъ первый примѣръ въ видѣ $48 - 4 \times 5$; послѣ вычисленій получимъ результатъ 28. Затѣмъ опять каждаго множителя увеличимъ на единицу, т. е. составимъ примѣръ $48 - 5 \times 6$. Отвѣтъ, какъ ясно, получимъ другой. Возникаетъ вопросъ: какъ измѣнить уменьшаемое, чтобы отвѣтъ получился такой же, какъ въ первомъ примѣрѣ. Приходимъ къ примѣру $58 - 5 \times 6$. Предлагается продолжить составленіе такихъ примѣровъ такъ, чтобы отвѣтъ всегда получался 28 ($70 - 6 \times 7$, $84 - 7 \times 8$ и $100 - 8 \times 9$). Возникаетъ возможность прослѣдить, какъ надо измѣнять въ этихъ примѣрахъ уменьшаемое.

3) Въ предѣлѣ до 100. Пишется два примѣра на сложеніе: $4 + 14 + 24 + 34 = \dots$ и $4 + 15 + 26 + 37 = \dots$. Выясняется, что въ первомъ примѣрѣ каждое послѣдующее слагаемое на 10 больше предыдущаго, а во второмъ — на 11 больше предыдущаго. Предлагается продолжить составленіе такихъ примѣровъ такъ, чтобы въ 3-мъ примѣрѣ каждое послѣдующее слагаемое было на 12 больше предыдущаго (первое слагаемое всегда 4 и число слагаемыхъ также 4), затѣмъ, чтобы каждое слагаемое увеличивалось на 13, и т. д. до тѣхъ поръ, пока въ отвѣтѣ не получимъ ровно 100. Подобную же серію

примѣровъ можно выполнить, начиная съ числа 7 ($7 + 17 + 27 + 37 = \dots$) или съ числа 1. Далѣе является возможнымъ подмѣнить, что, если начать съ какого-либо иного однозначнаго числа, кромѣ 1, 4 и 7, то не дойдемъ до такого примѣра, чтобы въ отвѣтъ получилось ровно 100. Возможно также здѣсь, при переходѣ отъ одного примѣра къ слѣдующему, использовать измѣненіе суммы въ зависимости отъ измѣненія слагаемыхъ.

4) Въ предѣлѣ 1000. Комбинаціи съ парюю скобокъ. Пишется примѣръ $5 \times 24 + 18 \times 3$, вычисляется (порядокъ дѣйствій: сначала оба умноженія, потомъ сложеніе). Затѣмъ пишется тотъ же самый примѣръ и предлагается учащимся поставить скобки передъ первымъ числомъ и послѣ 3-го. Послѣ вычисленія получимъ уже иной отвѣтъ. Возникаетъ вопросъ, какъ иначе можно поставить ту же пару скобокъ, чтобы отвѣтъ получился иной. Выясняется возможность еще двухъ комбинацій (желательно, чтобы учащіе нашли ихъ сами): $5 \times (24 + 18 \times 3)$ и $5 \times (24 + 18) \times 3$. Далѣе возможно предложить учащимся составлять самимъ такія же комбинаціи изъ иныхъ чиселъ, — напримѣръ, 6, 10, 9 и 5.

Вторая серія упражненій требуетъ при выполненіи комбинацій руководиться извѣстною цѣлью.

1) Въ предѣлѣ 100. Пишется примѣръ $58 + 17 + 12$; здѣсь удобно выполнять вычисленіе такъ: сначала сложить первое и третье числа (получатся круглые десятки!), а затѣмъ къ полученной суммѣ прибавить второе число. Дается еще рядъ примѣровъ: $43 + 24 + 7$; $23 + 18 + 2 + 7$; $37 + 14 + 13 + 26$ и т. п.

2) Въ предѣлѣ 1000. Вычисляется примѣръ: $74 \times (126 \times 3 - 371)$. Обращается вниманіе, что примѣръ составленъ такъ, что въ скобкахъ получается однозначное число. Предлагается учащимся самимъ составлять подобные примѣры: число 74 можно сохранить во всѣхъ примѣрахъ, дѣйствія должны остаться тѣ же; слѣдуетъ лишь мѣнять числа въ скобкахъ — однако такъ, чтобы въ каждомъ примѣрѣ въ скобкахъ получалось однозначное число.

Третья серія упражненій имѣетъ цѣлью подмѣнить какія-либо особенности осуществляемыхъ комбинацій и иногда сдѣлать даже общее заключеніе о рядѣ комбинацій.

1) Упражненія на возведеніе чиселъ въ квадратъ. Можно эти упражненія располагать въ порядкѣ, чтобы придти къ заключенію, что квадратъ любого числа не можетъ оканчиваться на 2, 3, 7 и 8.

2) Пишется двузначное число (лучше безъ нуля), переставляются его цифры и изъ большаго изъ этихъ двухъ двузначныхъ чиселъ вычитается меньшее. Рядъ такихъ упражненій приведетъ къ заключенію, что получаемая разность кратна 9: если разность цифръ двузначнаго числа равна 1, то эта разность равна 9.1; если разность цифръ равна 2, то разность между двузначнымъ числомъ и его обращеніемъ равна 9.2 и т. д. Возможно распространить эти упражненія и на трехзначныя числа.

3) Находить послѣдовательныя кратныя числа 9; всякій разъ узнавать сумму цифръ получаемыхъ чиселъ. Отсюда путемъ индукціи можно сдѣлать заключеніе объ общемъ признакѣ дѣлимости числа на 9.

Четвертая серія упражненій охватываетъ болѣе сложные вопросы.

1) Вышеразобранный примѣръ о разложеніи чиселъ на послѣдовательныя слагаемыя.

2) (Займствовано у Таннери). Даны числа 2, 3, 5, 7, 11, 13 и 17. Распредѣлить эти числа на 2 группы такъ, чтобы произведеніе чиселъ одной группы было на 1 больше произведенія чиселъ другой. Задача легко рѣшается квадратнымъ уравненіемъ; чтобы рѣшить ее ариѳметически, надо разсматривать рядъ комбинацій, нѣкоторыя изъ которыхъ быстро отпадаютъ. Желательно найти руководящую мысль, быстро приводящую къ цѣли: если произведеніе чиселъ одной группы лишь на 1 больше произведенія другой, то суммы чиселъ каждой группы должны быть равны.

3) (Займствовано изъ ариѳметики Э. Бореля). Разложить на первоначальные множители произведеніе $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 121$.

4) Изыскать способъ быстро находить суммы:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{48 \cdot 49};$$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100} \text{ и т. д.}$$

Или

$$\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2}{37 \cdot 39} \text{ и т. п.}$$

5) Найти дроби, заключающіяся между $\frac{5}{16}$ и $\frac{7}{24}$.

6) Найти двузначное число, чтобы оно было въ 2 раза больше произведенія его цифръ (1 рѣшеніе), въ 3 раза (2 рѣшенія), въ 4 раза, въ 5 разъ (ни одного), въ 6 разъ (1 рѣшеніе).

Послѣдній, напримѣръ, вопросъ рѣшается изъ уравненія:

$$10a + b = 6ab, \text{ откуда } a = \frac{b}{2(3b - 5)} \text{ и т. д.}$$

Вотъ тѣ попытки, которыми, думалъ бы я, возможно вовлечь учащихся въ комбинаціонную работу. Желательна возможно скорая и возможно полная разработка преподаванія, основаннаго на этой комбинаціонной работѣ.

Возрастъ земли.

М. Рудзкаго.

Возрастъ земли можно вычислить нѣсколькими способами. Мы начнемъ съ методовъ, основанныхъ на теоріи вѣкового охлажденія земли, или на теоріи денудациі и аккумуляціи.

Продолжительность геологической эпохи можно измѣрить, сравнивая толщину пластовъ, отложенныхъ въ теченіе этой эпохи, съ толщиной пластовъ, которые образуются за годъ въ рѣчныхъ долинахъ, въ дельтахъ, на низкомъ прибрежномъ днѣ и т. д. Правда, полная толщина серіи пластовъ, принадлежащихъ къ опредѣленной эпохѣ, не представляетъ собой опредѣленной величины: въ одномъ мѣстѣ она составляетъ сотни метровъ, въ другомъ — тысячи, а въ третьемъ сводится всего къ нѣсколькимъ метрамъ. Точно такъ же толщина пластовъ новѣйшаго происхожденія колеблется въ широкихъ предѣлахъ: тогда какъ одна рѣка за годъ отлагаетъ на своей долинѣ слой ила въ одинъ миллиметръ, другая за то же время отлагаетъ не больше одной четверти миллиметра. Кромѣ того, результаты сравненія сильно мѣняются въ зависимости отъ природы сравниваемыхъ слоевъ. Но если принять извѣстные предосторожности, если исключить неполныя серіи и избѣгать сравнивать между собой пласты явно различнаго происхожденія, если, наконецъ, пользоваться средними очень большого числа сравненій, то можно получить результаты, заслуживающіе нѣкотораго довѣрія. Необходимо, однако, имѣть въ виду, что всѣ эти сравненія основаны на молчаливо допускаемой гипотезѣ, что въ теченіе геологическихъ эпохъ средняя скорость денудациі и аккумуляціи не мѣнялась.

У насъ нѣтъ прямыхъ доказательствъ ни въ пользу этой гипотезы ни противъ нея. Возможно, что солнечное излученіе нѣкогда было болѣе интенсивнымъ, что вѣтры были сильнѣе, дожди обильнѣе, рѣки и теченія стремительнѣе, прибой волнъ — мощнѣе; но не менѣе возможно также, что средняя сила всѣхъ этихъ агентовъ съ теченіемъ времени не мѣнялась.

Но допустимъ, что скорость денудациі и аккумуляціи оставалась постоянной. Прежде всего оказывается, что изъ трехъ послѣдовательныхъ эръ — палеозойской, мезозойской и кайнозойской (считая въ порядкѣ старшинства) — первая была самой продолжительной, а послѣдняя самой короткой, такъ какъ первой соответствуетъ наибольшая толщина пластовъ, а послѣдней — наименьшая. Сравнивая затѣмъ эту толщину съ толщиной пластовъ новѣйшаго образованія, мы найдемъ продолжительность каждой эпохи, а сложивъ ихъ, мы узнаемъ, сколько времени прошло съ начала палеозойской эры.

Согласно вычисленію сэра А. Гейки (А. Geikie) это время обнимаетъ, по меньшей мѣрѣ, сто миллионѣвъ лѣтъ.

По странной случайности это число совпало съ тѣмъ, которое получилъ лордъ Кельвинъ*), исходя изъ совершенно другихъ соображеній. Но это совпаденіе лишь кажущееся, такъ какъ въ этихъ двухъ методахъ начальный моментъ, отъ котораго отсчитывается время, не одинъ и тотъ же: въ одномъ случаѣ этимъ моментомъ служитъ начало старѣйшей геологической эпохи, фауна которой сохранилась въ окаменѣломъ состояніи, тогда какъ лордъ Кельвинъ исходитъ отъ момента отвердѣванія земного шара. Первая дата должна быть значительно позже второй. Въ самомъ дѣлѣ, лордъ Кельвинъ представлялъ себѣ, что процессъ отвердѣванія шелъ отъ центра земли къ ея поверхности, и вслѣдствіе этого жизнь могла появиться на землѣ лишь послѣ того, какъ отвердѣваніе было закончено**). Съ другой стороны, по мнѣнію натуралистовъ, органическая жизнь не могла начаться съ такой высоко развитой фауны, какую мы находимъ въ кэмбрийской формации, древнѣйшей изъ всѣхъ палеозойскихъ. Необходимо, слѣдовательно, допустить, что между эпохой, когда закончилось отвердѣваніе, и началомъ палеозойской эры прошло весьма продолжительное время.

Когда въ качествѣ начального момента выбираютъ время, къ которому закончилось отвердѣваніе, то при этомъ, очевидно, допускаютъ извѣстную гипотезу. Тѣло не можетъ стать твердымъ, если оно раньше не было жидкимъ; теорія Кельвина, слѣдовательно, тѣсно связана съ гипотезой о первоначальномъ жидкомъ состояніи земли. Его способъ вычисленія можетъ служить примѣромъ метода, основаннаго на теоріи вѣкового охлажденія земного шара. Всѣ другіе методы этого рода представляютъ собой лишь варианты, болѣе или менѣе отличающіеся отъ прототипа. Я не исключаю отсюда и моихъ собственныхъ изысканій***), хотя я шелъ нѣсколько инымъ путемъ.

Методъ Кельвина состоитъ въ слѣдующемъ. Какъ извѣстно, „геотермическимъ градіентомъ“ называется выраженная въ метрахъ глубина, на которую нужно спуститься въ артезианскомъ колодѣ или шахтѣ, чтобы температура земли повысилась на 1 градусъ Ц. Въ различныхъ колодцахъ и рудникахъ градіентъ имѣетъ неодинаковое значеніе; что касается средняго значенія градіента, то оно, какъ теперь считаютъ, превышаетъ тридцать метровъ на 1 градусъ Ц.; Кельвинъ принялъ 50 англійскихъ футовъ на 1 градусъ Ф., т. е. около 29½ метровъ на 1 градусъ Ц. Онъ допустилъ, далѣе, что въ моментъ отвердѣванія земной шаръ отъ центра до поверхности имѣлъ вездѣ одинаковую

*) Мы здѣсь имѣемъ въ виду его знаменитый мемуаръ „On the Age of the Earth“. Спустя 40 лѣтъ послѣ появленія этого мемуара, лордъ Кельвинъ въ другомъ мемуарѣ („The Earth as an Abode fitted for Life“) понизилъ свое число до 30 — 40 милліоновъ лѣтъ; онъ высказалъ здѣсь свое мнѣніе, что земля стала годной къ воспріятію зародышей жизни двадцать или тридцать милліоновъ лѣтъ тому назадъ.

**) Очевидно, что отвердѣваніе столь огромнаго шара, какъ земля, должно было потребовать очень много времени.

***). „Бюллетень Краковской Академіи Наукъ“, февраль 1901. Числа, полученные мною въ этой работѣ, значительно превышаютъ числа, найденныя Кельвиномъ.

температуру. Очевидно, что геотермический градиентъ въ то время былъ безконечно великъ, и что онъ долженъ былъ убывать по мѣрѣ того, какъ охлаждались поверхностные слои и возрастала разность между ихъ температурой и температурой внутри земли. Такимъ образомъ, убывая сначала быстро, а затѣмъ все медленнѣе и медленнѣе, градиентъ въ поверхностныхъ слояхъ достигъ, наконецъ, своего настоящаго значенія. Посредствомъ формулъ, которыя Фурье далъ въ своей „Аналитической теоріи теплоты“, можно вычислить, за какое время поверхностный градиентъ падаетъ отъ безконечности до даннаго значенія (т. е. въ нашемъ случаѣ до $29\frac{1}{2}$ метровъ на 1 градусъ Ц.), если даны начальная температура и коэффициентъ (термометрической) проводимости. Кельвинъ принималъ, что начальная температура земли была вездѣ одинакова и составляла 7000° Ф. (3871° Ц.); въ качествѣ термометрическаго коэффициента проводимости для всего земного шара онъ взялъ коэффициентъ поверхностныхъ породъ (онъ выражается числомъ 400, если единицами служить годъ и англійскій футъ, и числомъ 43, если въ качествѣ единицъ взять годъ и метръ). При помощи формулъ Фурье лордъ Кельвинъ и получилъ упомянутое выше число — сто милліоновъ лѣтъ *).

Этотъ методъ допускаетъ различныя возраженія, но разсматривать ихъ здѣсь бесполезно, такъ какъ открытіе радиоактивныхъ веществъ въ землѣ расшатало самыя основы этого вычисленія. Мы знаемъ теперь, что во всякомъ вопросѣ, относящемся къ охлажденію земли, необходимо принимать въ расчетъ теплоту, выделяющуюся вслѣдствіе разложенія радія. Болѣе того, мы не знаемъ даже, дѣйствительно ли земля охлаждается, такъ какъ неизвѣстно, какое количество теплоты больше: то ли, которое теряется благодаря излученію въ пространство, скажемъ, за годъ, или же то, которое приобретается за то же время благодаря распаденію радія.

Но если открытіе радиоактивныхъ веществъ въ породахъ сразу опрокинуло всѣ попытки вычисленія возраста земли, основанныя на теоріи вѣкового охлажденія, то мы, съ другой стороны, обязаны этому открытію новымъ методомъ, основаннымъ на теоріи распаденія радиоактивныхъ веществъ. Раньше, чѣмъ излагать этотъ методъ, мы скажемъ нѣсколько словъ о другомъ методѣ, идея котораго восходитъ еще до Э. Галлея (E. Halley); въ качествѣ исходной точки въ этомъ методѣ служить соленость морской воды.

Въ рѣчной водѣ находится очень мало растворенныхъ твердыхъ веществъ; она содержитъ, главнымъ образомъ, карбонатъ кальція **), и небольшое количество хлоридовъ; морская же вода, напротивъ, содержитъ немного карбонатовъ и большое количество хлоридовъ, въ особенности хлористаго натрія. Но углекислый кальцій представляетъ

*) Какъ показалъ Перри (Perry), можно, избѣживъ гипотезы, продлить это время до милліардовъ лѣтъ.

**) Растворимость углекислаго кальція зависитъ отъ количества угольной кислоты, раствореннаго въ водѣ. Мы не будемъ поднимать этого вопроса, чтобы не уклониться отъ нашего предмета.

собой трудно растворимое вещество, и морская вода почти насыщена имъ. Рѣки доставляютъ эту соль въ море уже въ теченіе миллионныхъ лѣтъ, и состояніе стационарнаго насыщенія поддерживается благодаря тому, что кальцій поглощается морскими животными, которые строятъ изъ него свой скелетъ и раковину. Раковины умершихъ животныхъ, кораллы, рифы и т. д. представляютъ собой мощныя отложенія на днѣ морскомъ. Въ этихъ отложеніяхъ мы и находимъ углекислый кальцій, доставляемый рѣками. Хлористый натрій, напротивъ, весьма растворимъ, и океаны далеко не насыщены этой солью, вслѣдствіе чего доставляемая рѣками соль остается въ растворѣ, и количество ея въ водѣ океановъ съ теченіемъ времени должно возрастать. Отсюда слѣдуетъ, что количество хлористаго натрія въ прошлыя времена было меньше, а именно, тѣмъ меньше, чѣмъ отдаленнѣе это прошлое. Эти соображенія приводятъ насъ къ заключенію, что въ первоначальныхъ океанахъ вода была прѣсная, и что вся масса хлористаго натрія, содержащаяся въ современныхъ моряхъ, доставлена имъ рѣками.

Соленость воды океановъ весьма постоянна — 3,5% соли, изъ которыхъ три четверти приходится на хлористый натрій; мы легко можемъ поэтому опредѣлить все количество этой соли въ океанахъ, помноживъ *) ихъ объемъ, выраженный въ литрахъ, на количество соли, растворенное въ одномъ литрѣ. Съ другой стороны, можно вычислить ежегодный приходъ рѣчной воды и количество соли въ одной тоннѣ рѣчной воды. Такимъ путемъ мы найдемъ все количество хлористаго натрія, доставляемое ежегодно рѣками. Наконецъ, раздѣливъ количество соли, растворенное въ океанахъ, на количество, доставляемое ежегодно рѣками, мы найдемъ, сколько лѣтъ прошло съ той эпохи, когда образовались моря.

Какъ мы непосредственно видимъ, этотъ методъ основанъ на гипотезѣ, что ежегодный приходъ соли изъ рѣкъ оставался постояннымъ въ теченіе вѣковъ. Какъ видимъ далѣе, начальный моментъ, отъ котораго ведется счетъ время, отличенъ отъ начального момента въ геологическомъ методѣ, основанномъ на скорости аккумуляцій, и отъ начального момента, который принимается въ методѣ лорда Кельвина. Что касается числовыхъ результатовъ, то мы ограничимся двумя: по Жоли (Joly), искомое число составляетъ 95 миллионныхъ лѣтъ, а по Ромеру (E. v. Romer) — 160 миллионныхъ лѣтъ. Разногласіе между этими двумя числами не должно насъ удивлять. Въ самомъ дѣлѣ, изъ двухъ основныхъ данныхъ вычисленія съ достаточной точностью можно опредѣлить только одно — полное количество хлористаго натрія въ океанѣ, такъ какъ два количества, отъ которыхъ оно зависитъ, извѣстны довольно точно; дѣйствительно, хотя у насъ нѣтъ достовѣрныхъ свѣдѣній о размѣрахъ и глубинѣ арктическихъ и антарктическихъ морей *), объемъ морей можетъ быть вычисленъ съ

*) При чемъ необходимо, однако, ввести нѣсколько малыхъ поправокъ.

**) Въ этомъ отношеніи дѣло измѣнилось къ лучшему благодаря новѣйшимъ успѣхамъ въ изслѣдованіи полярныхъ странъ. Но упомянутыя вычисленія по времени предшествуютъ важнѣйшимъ полярнымъ экспедиціямъ.

точностью до нѣсколькихъ процентовъ, и соленость морей намъ извѣстна съ точностью, которая не оставляетъ желать ничего лучшаго. Но другая основная величина — количество хлористаго натрія, доставляемое ежегодно рѣками, — не можетъ быть вычислена съ такой точностью, какъ первая, такъ какъ два количества, отъ которыхъ она зависитъ, не вполне хорошо извѣстны. Точно извѣстны средній годичный приходъ и средняя соленость*) лишь небольшого числа рѣкъ. Особенно многого оставляютъ желать наши свѣдѣнія объ экзотическихъ рѣкахъ.

Остановися еще на причинахъ погрѣшности. Въ правѣ ли мы утверждать, что первобытный океанъ былъ совершенно лишенъ соли? Если онъ содержалъ немного хлористаго натрія, то это количество мы должны были бы отнять отъ суммы. Къ несчастью, мы ничего не знаемъ ни о количествѣ ни о составѣ первоначально растворенной соли.

Но если нѣкоторыя количества нужно, можетъ быть, вычесть изъ суммы, то другія навѣрное необходимо къ ней прибавить. Сюда относится соль, содержащаяся въ соляныхъ копияхъ, каковыя представляютъ собой не что иное, какъ отложенія морской соли, образовавшіяся вслѣдствіе испаренія морской воды. Далѣе нужно присоединить еще соль, которой пропитаны пласты морского дна; хотя эта соль распределена въ очень малыхъ количествахъ, но самые пласты чрезвычайно обширны, такъ какъ они покрываютъ все морское дно и образовались въ теченіе безмѣрно долгаго времени; вмѣстѣ съ тѣмъ количество соли, заключенное въ этихъ пластахъ, несравненно больше того, которое находится въ соляныхъ копияхъ.

Далѣе, нѣкоторыя количества должны входить въ сумму не одинъ, а два, три раза или болѣе. Граница между сушей и моремъ не является фиксированной разъ навсегда; пласты, отлагающіеся на морскомъ днѣ и пропитывающіеся его солью, становятся сушей, подвергаются дренажу, и соль изъ нихъ переносится обратно въ море вторично, а иногда также въ третій, въ четвертый разъ и т. д. То же самое происходитъ и съ соляными копиями, съ древними солончаками и т. д. Всѣ соотвѣтственные количества должны входить въ сумму два, три и болѣе разъ; дѣйствительно, если нѣкоторое количество соли совершило переходъ съ суши въ море, скажемъ, три раза, то для этого потребовалось въ три раза больше времени, чѣмъ на одинъ переходъ.

Мы привели цѣлый рядъ существенныхъ причинъ погрѣшности, которыхъ нельзя оцѣнить съ точностью. Возможно, что вмѣсто того или другого количества было по ошибкѣ взято меньшее въ два, три или еще большее число разъ. Аналогичныя вычисленія, относящіяся къ круговороту углекислаго кальція, подвержены еще болѣе крупнымъ погрѣшностямъ.

*) Такъ какъ приходъ и соленость въ различные времена года бываютъ весьма неодинаковы, то нужно взять полный годичный приходъ и среднюю годичную соленость. Но такъ какъ эти два количества, въ особенности первое, мѣняются изъ года въ годъ, то нужно вывести ихъ изъ наблюдений за большое число лѣтъ.

Въ извѣстномъ отношеніи изложенный методъ сходенъ съ методомъ Кельвина, отъ котораго онъ совершенно отличается во всѣхъ прочихъ отношеніяхъ. Оба эти метода имѣютъ между собою то общее, что позволяютъ опредѣлить только промежутокъ времени, при чемъ начальный моментъ, отъ котораго отсчитывается этотъ промежутокъ, въ этихъ двухъ методахъ различенъ и опредѣляется гипотезой. Методъ же, основанный на распаденіи радиоактивныхъ веществъ, напротивъ, сходенъ съ геологическимъ методомъ въ томъ отношеніи, что позволяетъ опредѣлить возрастъ образованія даже отдѣльныхъ пластовъ, т. е. возрастъ реального объекта. Оба эти метода въ состояніи доставить намъ безпредѣльное число датъ, при чемъ данныя, полученныя однимъ методомъ, могутъ быть проверены посредствомъ другого.

Перейдемъ теперь къ методу, основанному на распаденіи радиоактивныхъ веществъ. Какъ извѣстно, въ водѣ минеральныхъ источниковъ и въ различныхъ породахъ былъ открытъ гелій. Вскорѣ послѣ этого открытія замѣтили, что отношеніе между количествомъ гелія и количествомъ радиоактивнаго вещества, — отношеніе, которое мы будемъ впредь называть „коэффициентомъ гелія“, — возрастаетъ съ геологическимъ возрастомъ породы. Но известняки, которые по своему богатству ископаемыми какъ бы самой природой предназначены къ тому, чтобы служить основой для хронологіи, обнаруживаютъ, къ несчастью, столь значительныя отклоненія, что изъ ихъ коэффициентовъ нельзя извлечь никакой пользы. Очевидно, въ известнякахъ на „коэффициентъ гелія“ имѣетъ вліяніе не одинъ только возрастъ, но и другіе факторы. То же затрудненіе мы встрѣчаемъ и въ другихъ породахъ. Въ концѣ концовъ, согласные результаты даютъ только нѣкоторые рѣдкіе минералы, какъ фторъ, титанитъ, торіанитъ, апатитъ, берилъ (аквамаринъ, изумрудъ) и, въ особенности, цирконъ (гіацинтъ), — таково, по крайней мѣрѣ, мнѣніе Стрѣтта (R. I. Strutt), наиболѣе выдающагося спеціалиста въ этой области изслѣдованія. Цирконъ — очень стойкій металлъ, чрезвычайно упорно сопротивляющійся дѣйствію всевозможныхъ физическихъ агентовъ. Къ несчастью, его кристаллы встрѣчаются исключительно въ изверженныхъ породахъ, и къ тому же часто бываетъ трудно опредѣлить, къ какой геологической эпохѣ относится изслѣдуемый экземпляръ.

Ниже мы будемъ все время говорить о цирконѣ, хотя почти то же самое можно было бы сказать и о фторѣ, торіанитѣ и т. д. Мы выбираемъ цирконъ, какъ типъ, потому что онъ сравнительно съ другими минералами послужилъ предметомъ болѣе подробныхъ и болѣе обширныхъ изслѣдованій. Цирконъ содержитъ гораздо больше радиоактивныхъ веществъ, чѣмъ окружающая его порода. Возможно, что въ моментъ кристаллизаціи ураній, торій и ихъ производныя сгущаются, и что какъ-разъ въ точкахъ ихъ концентраціи образуются кристаллы циркона. Но каковъ бы ни былъ способъ образованія кристалловъ циркона, существенное значеніе имѣетъ то обстоятельство, что они гораздо больше, чѣмъ окружающая порода, богаты радиоактивными веществами и геліемъ. Тѣмъ не менѣе сомнительно, чтобы цирконъ удерживалъ весь гелій, происходящій отъ распаденія его радиоактив-

ныхъ составныхъ частей. Возможно, что происходитъ нѣкоторое разсѣяніе, но размѣровъ его нельзя вычислить за отсутствіемъ положительныхъ данныхъ. Съ другой стороны, не исключена и противоположная гипотеза, мало, впрочемъ, вѣроятная, а именно, что цирконъ притягиваетъ гелій, образующійся въ окружающемъ его веществѣ. Изъ минераловъ, богатыхъ геліемъ, только берилу можно было бы приписать способность поглощать гелій. Берилъ обнаруживаетъ столь огромный коэффициентъ гелія, что Болтвуду (Boltwood) для объясненія пришлось придумать совершенно специальную гипотезу. По Болтвуду, во время кристаллизаціи берила происходитъ чрезвычайная концентрація радія, іонія и т. д., сопровождаемая необыкновенно быстрымъ разложеніемъ. Намъ, впрочемъ, нѣтъ надобности заниматься бериломъ, который Струттъ исключилъ изъ своего изслѣдованія; мы оставимъ берилъ въ сторонѣ и возвратимся къ циркону.

Допустимъ на минуту, что цирконъ удерживаетъ весь гелій, образующійся отъ распадения его радиоактивныхъ составныхъ частей. Допустимъ далѣе, что количество гелія, образующееся за годъ, остается постояннымъ. Это послѣднее предположеніе, несомнѣнно, неточно, потому что количество образующагося гелія должно уменьшаться по мѣрѣ уменьшенія количества радиоактивнаго вещества; однако, пока отдѣляющееся вещество составляетъ лишь малую дробь остающагося вещества, годичное образованіе гелія можетъ колебаться лишь въ тѣсныхъ предѣлахъ.

Цирконъ содержитъ уранъ, торій и ихъ производныя. Самую главную роль играетъ уранъ, и потому мы раньше всего должны рассмотреть его распадение. Распадения торія нѣтъ даже необходимости разсматривать, такъ какъ онъ можетъ быть замѣненъ соответственнымъ эквивалентомъ урана.

Путемъ теоретическихъ соображеній Рѣтгерфордъ (Rutherford) пришелъ къ заключенію, что граммъ окиси урана U_3O_8 выдѣляетъ за годъ $\frac{9,13}{10^8}$ кб. см. гелія*). Изъ опытовъ съ торіанитомъ и смоляной

обманкой Стрѣттъ нашелъ $\frac{9,9}{10^8}$ кб. см. въ годъ. Согласіе результатовъ нужно считать вполне удовлетворительнымъ, — особенно, если принять во вниманіе, съ какими необыкновенными трудностями сопряжены эти весьма тонкія изслѣдованія. Примемъ теоретическое число, т. е. $\frac{9,13}{10^8}$ кб. см. гелія въ годъ и на 1 гр. окиси урана; предположимъ далѣе, что торій уже замѣненъ соответственнымъ эквивалентомъ урана, и, наконецъ, что изслѣдуемая проба содержитъ h кб. см. гелія и u гр. окиси урана. Для удобства вычисленія Стрѣттъ прини-

*) Количество газа химики обыкновенно выражаютъ въ кубическихъ сантиметрахъ, при чемъ подразумевается, что газъ находится подъ нормальнымъ давленіемъ и температурѣ 0° . Чтобы узнать соответственное число граммовъ, нужно объемъ умножить на плотность гелія, т. е. на $\frac{1,89}{10^4}$.

маеть за „коэффициентъ гелія“ отношеніе $\frac{h}{u}$. Это, слѣдовательно, не отвѣщенное число, но отношеніе объема къ массѣ, т. е. величина, обратная плотности.

Если 1 гр. окиси урана выдѣляетъ въ годъ $\frac{9,13}{10^8}$ кб. см. гелія, то u гр. окиси даютъ за то же время $\frac{9,13}{10^8} u$ кб. см. гелія, а для полученія h кб. см. гелія требуется

$$\frac{10^8}{9,13} \cdot \frac{h}{u} \text{ лѣтъ.} \quad (I)$$

Мы видимъ теперь, чѣмъ руководился Стрѣттъ при выборѣ опредѣленія „коэффициента гелія“: такъ какъ изъ опытовъ получаются объемы этого газа, то Стрѣттъ опредѣлилъ коэффициентъ гелія такимъ образомъ, чтобы избѣжать превращенія объемовъ въ массы.

Полученныя Стрѣттомъ числа выражаются въ десяткахъ и сотняхъ миллионовъ лѣтъ. Приведемъ въ качествѣ примѣра нѣсколько чиселъ, которыя онъ далъ въ концѣ своего послѣдняго мемуара о геологическомъ возрастѣ (Rate, at which Helium is produced in Thorianite, etc..., „Proceedings R. S. London“, т. 84 A, стр. 388). Собственно говоря, опыты, которые легли въ основу его данныхъ, не относятся къ циркону. Но такъ какъ методъ въ существенныхъ чертахъ тотъ же и результаты имѣютъ величину того же порядка, то почти безразлично, возьмемъ ли мы данныя, выведенныя изъ опытовъ съ циркономъ, или же данныя, относящіяся къ другому минералу. Вотъ эти числа:

Минералъ и его происхождение:	Геологическій горизонтъ:	Возрастъ :
Сферосидеритъ изъ рейнской области (Германія)	Олигоценъ	8 400 000 лѣтъ
Гематитъ, изъ графства Antrim (Ирландія)	Эоценъ	31 000 000 „
Гематитъ, лѣсъ въ Dean (Англія)	Каменноугольный известнякъ	150 000 000
Титанитъ, графство Renfrew, Онтарио (Америка)	Архей	710 000 000 „

Необходимо отдать себѣ отчетъ о допускаемой этими результатами степени точности. Они основаны на двухъ гипотезахъ: 1) что не происходитъ разбѣянія гелія, и 2) что въ прошлыя времена онъ выдѣлялся въ такомъ же количествѣ, какъ и въ настоящее время. Чтобы освободиться отъ второй гипотезы, нужно лишь замѣнить формулу (I) другой, болѣе точной. Нетрудно показать, что отношеніе между количествомъ урана, находящимся въ настоящее время въ минералѣ, и его начальнымъ количествомъ должно выражаться по-

казательной функцией времени (съ отрицательнымъ показателемъ). Начальное количество неизвѣстно, но его можно было бы вычислить, считая, что гипотеза 1) соответствуетъ дѣйствительности. Въ самомъ дѣлѣ, если бы рассматриваемый минералъ удерживалъ весь свой гелій, то пришлось бы лишь перевести объемъ гелія въ граммы и вычислить соответствующее количество урана; это не представляло бы никакой трудности, такъ какъ мы знаемъ, что восемь атомовъ гелія соответствуютъ одному атому урана, и такъ какъ атомные вѣса обоихъ элементовъ извѣстны. Мы нашли бы такимъ образомъ количество урана, подвергшееся разложенію; прибавивъ къ нему количество, имѣющееся въ настоящее время, мы получили бы начальное количество. Но, по всей вѣроятности, происходитъ нѣкоторое разсѣяніе, степень котораго мы, къ несчастью, не можемъ опредѣлить. Такимъ образомъ, мы не въ состояніи вычислить начальное количество урана и не можемъ использовать точной формулы. Нѣсколько измѣнивъ ее и переходя къ предѣлу, мы получимъ приближенную формулу, весьма сходную съ формулой (I) и годную для неслишкомъ большихъ промежутковъ времени — напримѣръ, для періодовъ, меньшихъ миллиарда лѣтъ. Конечно, упомянутое сейчасъ затрудненіе не устраняется: приближенная формула содержитъ тѣ же неизвѣстныя, что и точная формула, хотя въ нѣсколько иномъ видѣ, и потому, подобно ей, не годится для дѣйствительнаго вычисленія. Но мы можемъ воспользоваться ея сходствомъ съ формулой (I), чтобы узнать, чѣмъ грѣшитъ эта послѣдняя. Сравнимъ съ этой цѣлью дѣйствительную приближенную формулу съ формулой (I): вмѣсто h , т. е. количества гелія, имѣющагося въ настоящее время, числитель истинной приближенной формулы содержитъ все количество гелія — назовемъ его черезъ h_0 , — образовавшееся отъ распадѣнія урана; вмѣсто u , т. е. имѣющагося теперь количества урана, знаменатель содержитъ полное начальное количество u_0 этого элемента. Такъ какъ количество h_0 больше, чѣмъ h , а u_0 больше, чѣмъ u , то числитель и знаменатель формулы (I) оба, какъ видимъ, слишкомъ малы. Что касается самой дроби $\frac{h}{u}$, то она въ нѣкоторыхъ случаяхъ можетъ быть слишкомъ велика, а въ другихъ — слишкомъ мала. Когда разсѣяніе незначительно, то количество h достигаетъ почти значенія h_0 и числитель имѣетъ почти свое истинное значеніе, но, такъ какъ знаменатель u меньше, чѣмъ u_0 , то дробь $\frac{h}{u}$ больше, чѣмъ $\frac{h_0}{u_0}$. Вслѣдствіе этого формула (I) даетъ слишкомъ большое число лѣтъ. Когда разсѣяніе происходитъ въ сильной степени, то h значительно меньше, чѣмъ h_0 , и, несмотря на то, что и знаменатель u тоже меньше, чѣмъ u_0 , дробь $\frac{h}{u}$ меньше, чѣмъ $\frac{h_0}{u_0}$. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ число лѣтъ, вычисленное при помощи формулы (I), слишкомъ мало. Такимъ образомъ, въ противоположность Стрѣтту, который считаетъ свои числа наименьшими, мы полагаемъ, что его числа могутъ быть либо слишкомъ велики,

либо слишкомъ малы, или даже частью слишкомъ малы, частью слишкомъ велики.

Не лишнее, можетъ быть, замѣтить, что вся теорія радиоактивности еще очень молода, и что какое-нибудь неожиданное открытіе можетъ ее сильно видоизмѣнить; въ частности, у насъ нѣтъ никакихъ гарантій, что въ описанномъ выше методѣ не будетъ открытъ какой-нибудь новый источникъ погрѣшностей.

Подъ вліяніемъ Стрѣтта Гольмеса (Holmes) примѣнилъ тѣ же методы къ нѣскольکو отличному случаю. Болтвудъ показалъ, что уранъ, по всей вѣроятности, разлагается, въ концѣ концовъ, на гелій и свинецъ, а именно одинъ атомъ урана разлагается на восемь атомовъ гелія и одинъ атомъ свинца. Подобно тому, какъ возрастъ минерала можно опредѣлить по отношенію между количествами гелія и урана, точно такъ же, слѣдовательно, его можно опредѣлить по отношенію между свинцомъ и ураномъ. Гольмесъ рассмотрѣлъ множество минераловъ, не менѣе четырнадцати, и принялъ также во вниманіе опыты Болтвуда. Въ результатѣ онъ далъ слѣдующій списокъ („Proceedings R. S. London“, т. 85 A, стр. 256):

Геологическая эпоха	Отношеніе между свинцомъ и ураномъ	Возрастъ
Каменноугольная	0.041	340 милліон. лѣтъ
Девонская	0.045	370 „ „
Пермская	0.050	410 „ „
Силурійская	0.053	430 „ „
Архейская	{ 0.125	1025 „ „
а) Швеція	{ 0.155	1270 „ „
б) Соед. Штаты Америки . . .	{ 0.160	1310 „ „
	{ 0.175	1435 „ „
с) Цейлонъ	0.20	1640 „ „

Какъ видимъ, методъ, основанный на распаденіи радиоактивныхъ веществъ, въ общемъ, даетъ значительныя числа.

Мы должны упомянуть еще объ опредѣленіи „возраста земли“, произведенномъ Г. Г. Дарвиномъ (G. H. Darwin) въ связи съ его изысканіями объ эволюціи луны*). Въ сущности, это единственное

*) У читателя можетъ возникнуть вопросъ, почему мы не касаемся изслѣдованій Гельмгольца о возрастѣ солнца, тогда какъ возрастъ земли долженъ тѣмъ или инымъ образомъ зависѣть отъ возраста этого свѣтила. Но дѣло въ томъ, что основа вычисленія Гельмгольца — термодинамика сокращенія — оказывается весьма шаткой, если на солнцѣ есть радій. Существованіе же радія на солнцѣ, если и не доказано, то представляется во всякомъ случаѣ, вѣроятнымъ.

опредѣленіе, дѣйствительно заслуживающее такого названія. Въ самомъ дѣлѣ, моментъ катастрофы, разбившей первоначально единое тѣло на два различныхъ тѣла — землю и луну, слѣдовало бы считать истиной датой рожденія земли и луны.

Такимъ образомъ, если эта катастрофа дѣйствительно имѣла мѣсто, то время, протекшее съ того момента, должно считаться истиннымъ „возрастомъ земли“. Однако, цѣлый рядъ доводовъ, которыхъ мы не можемъ здѣсь привести, заставляетъ насъ думать, что теорія Г. Г. Дарвина является недостаточно надежной. Но оставимъ въ сторонѣ вопросъ о правильности теоріи Дарвина и рассмотримъ лишь ея хронологическую сторону. Г. Г. Дарвинъ поставилъ себѣ вопросъ, сколько лѣтъ отдѣляетъ насъ отъ предполагаемой катастрофы. Такъ какъ для того, чтобы отвѣтить на этотъ вопросъ, необходимо было принять нѣсколько произвольныхъ гипотезъ, то Дарвинъ выбралъ гипотезы съ такимъ расчетомъ, чтобы искомое число лѣтъ было „минимумомъ“. Въ концѣ концовъ, онъ получилъ число въ 53 милліона лѣтъ. Съ другими данными онъ получилъ бы большія числа, но, несомнѣнно, того же порядка: можетъ быть, нѣсколько сотъ милліоновъ, можетъ быть, нѣсколько милліардовъ, но ни въ коемъ случаѣ не тысячи, а равнымъ образомъ и не числа, несравненно большія милліардовъ.

Такимъ образомъ, съ какой бы стороны мы ни подошли къ нашей задачѣ и какими бы мы ни пользовались методами, мы всегда придемъ къ заключенію, что фазы исторіи земли обнимаютъ періодъ въ десятки и сотни милліоновъ лѣтъ.

Альфа-лучи и опредѣленіе элементарнаго заряда электричества.

М. Фихтенгольца.

Въ настоящее время извѣстно около 35 радиоактивныхъ элементовъ *). Основное отличіе радиоактивныхъ элементовъ отъ прочихъ заключается въ томъ, что первые, выделяя энергію, самопроизвольно превращаются въ другіе элементы. Нынѣ всѣми принята стройная теорія радиоактивности: теорія атомнаго распада, созданная Рѣдгерфордомъ (Rutherford¹⁾). Эта теорія очень правдоподобно объясняетъ всѣ явленія радиоактивности и оправдывается всѣми послѣдовавшими послѣ ея установленія открытіями. Она заключается въ слѣдующемъ. Радиоактивность есть свойство атома элемента; атомы радиоактивныхъ элементовъ неустойчивы и, подобно неустойчивымъ химическимъ соединеніямъ, разрушаются, выделяя при этомъ энергію

*) См. таблицы радиоактивныхъ элементовъ въ Le Radium, 9 (1913), 1.

¹⁾ Phil. Mag., 1903, 5, p. 576.

и образуя атомы новаго элемента (въ большинствѣ случаевъ также радиоактивнаго), которые снова разрушаются; распадъ атома продолжается такъ, пока не получается атомъ какого-либо устойчиваго, нерадиоактивнаго элемента. Какъ показали наблюденія, скорость распада атома зависитъ только отъ природы элемента, и до сихъ поръ мы не имѣемъ средства измѣнить эту скорость. Скорость распада является характерной для каждаго элемента и измѣняется обыкновенно временемъ, въ теченіе котораго разрушается половина даннаго количества вещества (періодъ полу-распада). Этотъ періодъ колеблется въ очень широкихъ предѣлахъ: отъ 0,002 секундъ для актинія *A* (продуктъ распада атома актинія) до $3 \cdot 10^{10}$ — $4 \cdot 10^{10}$ лѣтъ для торія (для радія этотъ періодъ составляетъ около 2000 лѣтъ).

Энергія выдѣляется радиоактивными веществами въ видѣ α , β , γ и δ -лучей. Лучи эти невидимы и обладаютъ слѣдующими свойствами. Они іонизируютъ газы (и дѣлаютъ послѣдніе проводниками электричества, что наблюдается по разряженію конденсатора въ присутствіи радиоактивныхъ веществъ), производятъ свѣченіе сѣрнистаго цинка, платиносинеродистаго барія и другихъ флуоресцирующихъ веществъ, измѣняютъ окраску многихъ минераловъ, дѣйствуютъ на фотографическую пластинку и вообще вызываютъ цѣлый рядъ химическихъ превращеній (напримѣръ, разлагаютъ воду, при чемъ, кромѣ H_2 и O_2 , образуется еще H_2O_2 ; выдѣляютъ изъ соляной кислоты хлоръ, образуютъ изъ кислорода озонъ и т. д.).

Излученіе радиоактивныхъ элементовъ способно проникать черезъ всѣ тѣла, но въ различной степени: α -лучи поглощаются листомъ бумаги или слоемъ воздуха въ нѣсколько сантиметровъ толщиной; β -лучи болѣе проникаемы (менѣе поглощаемы), они поглощаются наполовину слоемъ алюминія въ 0,2 — 0,5 мм. толщиной (въ зависимости отъ природы элемента, испускающаго лучи) и совершенно поглощаются 1 мм. свинца; γ -лучи наиболѣе проникаемы, они поглощаются наполовину слоемъ свинца въ 1 — 1,5 см.; проникаемость δ -лучей наименьшая, она равна приблизительно 0,1 проникаемости α -лучей.

Эти излученія происходятъ въ видѣ отдѣльныхъ лучей, что доказывается слѣдующими опытами. При внезапномъ расширеніи воздуха, насыщеннаго парами воды, послѣдняя осаждается на присутствующихъ въ воздухѣ пылинкахъ, образуя облачко. Если же предварительно удалить пыль и ионизировать воздухъ, то вода осаждается только на іонахъ. При іонизаціи воздуха излученіемъ радиоактивныхъ веществъ можно въ микроскопъ послѣ расширенія наблюдать отдѣльныя облачныя нити, исходящія изъ препарата. Это указываетъ на образование іоновъ только въ нѣкоторыхъ направленіяхъ; слѣдовательно, и излученіе происходитъ въ данный моментъ только въ нѣкоторыхъ опредѣленныхъ направленіяхъ*). Прерывность α и β -лучей доказывается еще такъ: α и β -лучи, попадая на флуоресцирующій экранъ, вызываютъ свѣченіе, которое при разсматриваніи въ микроскопъ оказывается состоящимъ изъ множества вспыхивающихъ и тотчасъ угасающихъ сверканій — спин-

*) Wilson, Proc. Roy. Soc., 85 (1911), p. 285 — 288.

цилляцияй; слѣдовательно, свѣченіе вызывается не непрерывнымъ излученіемъ, а отдѣльными частицами. Спинтарископъ подѣ въ вліяніемъ α -лучей особенно хорошо наблюдается въ спинтарископѣ Крукса (Crookes), имѣющемся въ продажѣ повсюду. Спинтарископъ состоитъ изъ цилиндра, у котораго одно основаніе изнутри покрыто сѣрнистымъ цинкомъ, а другое замѣщено луной; надъ флуоресцирующимъ экраномъ помѣщается игла, на кончикѣ которой находится чрезвычайно малое количество соли радія; свѣрканія наблюдаютъ черезъ луку.

Изъ всѣхъ лучей наименѣе изучены δ -лучи. Предполагаютъ, что δ -лучи появляются подѣ дѣйствіемъ α -лучей и состоятъ изъ отрицательно заряженныхъ частицъ (вѣроятно, электроновъ), летящихъ со скоростью 3000 км. въ секунду (0.1 скорости свѣта).

Больше изучены γ -лучи, но и ихъ природа не выяснена. Одни полагаютъ, что γ -лучи образуются потокомъ нейтральныхъ дублетовъ, составленныхъ изъ отрицательнаго и положительнаго электроновъ (хотя существованіе положительныхъ электроновъ еще вполне проблематично); другіе же считаютъ γ -лучи электромагнитными возмущеніями въ эфирѣ подѣ вліяніемъ ударовъ β -частицъ (γ -лучи возникаютъ только въ присутствіи β -лучей). По своимъ свойствамъ γ -лучи напоминаютъ лучи Рѣнтгена: γ -лучи не отклоняются ни въ магнитномъ ни въ электрическомъ силовыхъ поляхъ. Скорость γ -лучей, вѣроятно, равна скорости свѣта (300 000 км. въ секунду).

β -лучи являются потокомъ отрицательныхъ электроновъ, что можно заключить изъ измѣренія ихъ удѣльнаго заряда $\left(\frac{e}{m}\right)^*$. Эти лучи сильно отклоняются въ электрическомъ и магнитномъ поляхъ. Скорость β -частицъ различна для разныхъ элементовъ; такъ, на примѣръ, β -лучи радія D (продуктъ постепеннаго распада атома радія) обладаютъ скоростью въ 31 000 км. въ секунду, а β -лучи радія C — 298 000 км. въ секунду (т. е. почти скоростью свѣта*). β -лучи очень сходны съ катодными лучами, которые также являются потокомъ отрицательныхъ электроновъ, но катодные лучи движутся съ меньшей скоростью, а потому легче отклоняемы. β -лучи ионизируютъ воздухъ слабѣе α -лучей, при чемъ медленные лучи сильнѣе быстрыхъ. β -лучи радія D ионизируютъ почти такъ, какъ α -лучи. (δ -лучи, повидимому, являются особенно медленными β -лучами).

*) Методъ измѣренія удѣльнаго заряда и скорости различныхъ лучей см. въ статьѣ Дехенда („Вѣстникъ“, № 582). Вычисленія производятся по формуламъ $x = A \frac{e}{m} \cdot \frac{1}{r^2}$, $y = B \frac{e}{m} \cdot \frac{1}{r}$, гдѣ x , y суть соответственно величины

отклоненія въ электрическомъ и магнитныхъ поляхъ, $\frac{e}{m}$ — удѣльный зарядъ, r — скорость лучей, A и B — коэффициенты, зависящіе отъ силы полей, длины трубки и т. д. Всѣ величины, кромѣ $\frac{e}{m}$ и r извѣстны. Слѣдовательно,

$$r = \frac{Ay}{Bx}; \quad \frac{e}{m} = \frac{Ay^2}{B^2x}.$$

Наибольше интересным и изученным видом излучения являются α -лучи. α -лучи представляют собой поток атомов гелия, заряженных двумя положительными элементарными зарядами. Природа α -лучей была точно установлена Редгерфордом *) следующим методом. В сосуд, из которого удален воздух, вводилась трубочка, сделанная из чрезвычайно тонкого стекла и наполненная эманацией радия (радиоактивный газ, выделяющийся при разрушении атома радия; при распаде атома эманация выделяется α -частица). Стенки трубочки были настолько тонки (0,01 мм.), что большая часть α -лучей могла проходить через них во внешний сосуд. В самом начале исследования помощью электродов, вплавленных в стенку сосуда, спектр газа, оставшегося в наружном сосуде. При этом не оказывалось линий гелия. Затем аппарат оставляли на несколько времени. Мало-по-малу в спектр газа в наружном сосуде появлялись линии гелия, принимавшие нормальную яркость через несколько дней. Это указывало на прохождение гелия через стекло, что возможно только для α -лучей. Для проверки наполняли ту же самую тонкостенную трубочку гелием, который уже не проходил во внешний сосуд. Медленность появления первых линий спектра гелия в первом опыте объясняется тем, что α -частицы, двигающиеся с огромной скоростью, ударяясь о твердое тело, проникают несколько внутрь и диффундируют оттуда только через несколько часов. Поэтому был произведен такой опыт. Тонкостенную трубочку с эманацией окружали свинцовой фольгой и помещали в безвоздушное пространство. Через несколько часов свинец расплавляли, и тогда можно было обнаружить присутствие в нем гелия, который только в виде α -частиц мог проникнуть в свинец и диффундировать оттуда при плавлении.

Наблюдения над отклонением α -частиц под влиянием электрического и магнитного полей показали, что удельный заряд $\left(\frac{e}{m}\right)$ для α -частиц всего вдвое меньше удельного заряда водородного иона при электролизе, между тем как, судя по атомному весу гелия ($= 4$), удельный заряд должен быть вчетверо меньше. Это указывает на то, что каждый атом гелия в виде α -частицы несет двойной положительный заряд. Это согласуется также и с данными наблюдений отклонения каналовых лучей в атмосфере гелия, которые тоже указывают на двойной элементарный заряд.

На долю α -частиц приходится наибольшая часть энергии, выделяемой радиоактивными веществами, так как α -частицы обладают наибольшей массой, а потому и наибольшей кинетической энергией. На это указывают следующие обстоятельства. Препараты радия (и всех сильно радиоактивных веществ) имеют всегда температуру вышею, чем окружающая среда; следовательно, они выделяют тепло. Эта тепловая энергия получается из кинетической энергии летящих

*) E. Rutherford und T. Royds, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik, Bd. VI, H. 1, S. 1—7 (1903); см. также статьи этих авторов в Phil. Mag., 1909, 17, p. 281.

частицъ, уменьшающейся при столкновѣніяхъ съ молекулами другихъ тѣлъ. Калориметрическія измѣренія Рѣдгерфорда и Робинзона показали, что 1 гр. радія совместно со всеми продуктами распада радія выделяетъ 132 граммъ-калорій въ часъ, изъ которыхъ на α -излученіе приходится 121,2 калорій, на β -излученіе — 4,3 калорій и на γ -излученіе — 6,5 калорій.

α -излученіе ионизируетъ газы значительно сильнѣе другихъ излученій. При этомъ замѣчательно, что, чѣмъ медленнѣе движется α -частица, тѣмъ больше ионизація. Но какъ только скорость α -частицы падаетъ вслѣдствіе столкновенія съ молекулами газа ниже нѣкоторой величины (8100 км. въ секунду, что равно 2,7% скорости свѣта), исчезаетъ всякое дѣйствіе α -частицъ, и ихъ нельзя уловить ни однимъ способомъ. α -частицы вылетаютъ изъ различныхъ веществъ съ разной скоростью. Вслѣдствіе этого α -частицы имѣютъ различный наибольшій пробѣгъ въ воздухѣ, т. е. наибольшее разстояніе отъ лучейспускающаго вещества, на которомъ еще можетъ быть обнаружено присутствіе α -частицъ. Различныя вещества поглощаютъ α -частицы по опредѣленнымъ законамъ: простыя тѣла пропорціонально корнямъ квадратнымъ изъ атомныхъ вѣсовъ, а сложныя — пропорціонально суммѣ корней квадратныхъ изъ атомныхъ вѣсовъ составляющихъ элементовъ. Характеристикой α -излученій является средній пробѣгъ въ воздухѣ при 0° и 760 мм. давленія и начальная скорость. Вотъ данныя для нѣкоторыхъ веществъ.

Лучейспускающее вещество	Пробѣгъ въ см.	Начальная скорость въ км. въ сек.
Уранъ	2,37	14 700
Радій	3,13	16 100
Эманация радія	3,94	17 400
Радій С	6,57	20 600
Торій	2,58	15 100
Эманация торія	4,74	18 500
Торій С ₂	8,16	22 100

Приблизительно пробѣгъ (или дальность полета) опредѣляется такъ: опредѣляютъ то разстояніе лучейспускающаго вещества отъ флуоресцирующаго экрана, при которомъ послѣдній перестаетъ свѣтиться. Наиболѣе точныя опредѣленія пробѣга производятся помощью электроскопа по прекращенію ионизаціи воздуха. Очень нагляденъ слѣдующій методъ Пшибрама (К. Przibram)*), правда, лишь приблизительный. Пшибрамъ наблюдаетъ образованіе облака изъ паровъ хлористаго аммо-

*) Wien. Ber., 121 (1912).

нія при іонизаціи α -лучами, при чемъ для усиленія іонизаціи аппаратъ помѣщается въ электрическомъ полѣ (причины см. ниже). Граница этого облачка указываетъ на прекращеніе іонизаціи и бываетъ рѣзко очерчена (особенно при пользованіи полоніемъ и радіемъ С).

α -частицы при столкновеніяхъ съ другими молекулами испытываютъ нѣкоторое отклоненіе отъ прямолинейнаго пути (α -частицы разсѣиваются). Это подтверждается слѣдующими опытами. 1) Если на пути прямолинейнаго пучка α -лучей, дающаго на экранѣ изъ сѣрнистаго цинка свѣтлое пятно, помѣстить очень тонкій золотой листочекъ, то точки сцинтилляціи распредѣляются на большей площади, чѣмъ безъ листочка, заходя при этомъ въ область геометрической тѣни. Съ увеличеніемъ числа золотыхъ листочковъ увеличивается и разсѣяніе, если только α -лучи вообще могутъ пройти черезъ всѣ листочки. 2) Если направить на фотографическую пластинку, почти касательно къ ней, пучокъ α -лучей, то послѣ проявленія, при увеличеніи въ 500 разъ, можно замѣтить зерна эмульсіи, почернѣвшія отъ прикосновенія α -частицы. Каждая α -частица даетъ нѣсколько такихъ черныхъ точекъ (10 — 15), лежащихъ близко одна къ другой, что даетъ возможность опредѣлить путь α -частицы. Оказывается, что путь α -частицы имѣетъ видъ слегка изломанной линіи*). 3) Недавно Вильсонъ (Wilson) далъ новый методъ опредѣленія разсѣиванія α -частицъ. Онъ наблюдалъ слѣдъ, оставленный α -частицей въ видѣ облачной нити (см. выше). Путь α -частицы и въ этомъ случаѣ является изломаннымъ**). (β -лучи также разсѣиваются при прохожденіи черезъ различныя тѣла, но, благодаря чрезвычайно малой массѣ этихъ лучей разсѣиваніе ихъ происходитъ въ гораздо большихъ размѣрахъ).

(Окончаніе слѣдуетъ).

Подготовительныя работы Комитета Перваго Всероссійскаго Съѣзда преподавателей физики, химіи и космографіи.

Послѣ полученія Русскимъ Физико-Химическимъ Обществомъ разрѣшенія на созывъ Съѣзда на рождественскихъ каникулахъ 1913 — 14 года Распорядительный Комитетъ собрался въ первый разъ 27 октября 1912 года и до весны 1913 года имѣлъ всего 11 засѣданій. Распорядительный Комитетъ состоялъ изъ 24 лицъ, избранныхъ по 12 каждымъ отдѣленіемъ Русскаго Физико-Химическаго Общества, но путемъ кооптаціи число членовъ Комитета было увеличено до 47.

*) M. Reingaum, Phys. Zeitschr. 12 (1911), S. 1076 — 77. (Докладъ на конгрессѣ въ Карлсруэ).

**) Wilson, Le Radium, 10 (1913), № 1.

Главнѣйшіе вопросы, обсуждавшіеся на засѣданіи Комитета, слѣдующіе: кооптація новыхъ членовъ, опредѣленіе рамокъ работъ Съѣзда въ связи съ вопросами о включеніи въ программу Съѣзда физики, преподаваемой въ начальныхъ училищахъ, и природовѣдѣнія; оповѣщеніе преподавателей о Съѣздѣ, учрежденіе мѣстныхъ комитетовъ въ различныхъ городахъ Россіи, помѣщеніе для Съѣзда, исхлопотаніе субсидій отъ правительственныхъ и общественныхъ учреждений, выставка приборовъ и книгъ, вопросъ о подготовкѣ преподавателей, квартиры для иногороднихъ членовъ Съѣзда, экскурсіи, изданіе справочника для членовъ Съѣзда, организація работы въ секціяхъ, выясненіе вопроса о томъ, какіе пункты программы желательно наиболѣе полно освѣтить на Съѣздѣ, вопросъ объ изданіи дневника, вопросъ о предварительномъ отпечатаніи тезисовъ докладовъ до начала Съѣзда, приглашеніе лекторовъ для чтенія на Съѣздѣ ряда научныхъ докладовъ, значекъ для членовъ Съѣзда, организація Бюро во время самого Съѣзда.

Предсѣдателемъ Комитета былъ избранъ проф. Орестъ Даниловичъ Хвольсонъ, товарищемъ предсѣдателя Сергѣй Ивановичъ Созоновъ, секретарями — Александръ Антоновичъ Добіашъ и Николай Николаевичъ Соковнинъ.

Вопросъ о кооптаціи новыхъ членовъ въ составъ Комитета обсуждался на нѣсколькихъ засѣданіяхъ. Между прочимъ, было постановлено имѣть въ Комитетѣ представителей всѣхъ тѣхъ вѣдомствъ, въ которыхъ состоятъ среднія учебныя заведенія.

На одномъ изъ первыхъ засѣданій Комитета возникъ вопросъ о томъ, включать ли въ программу Съѣзда преподаваніе природовѣдѣнія и физики въ начальныхъ и городскихъ училищахъ. По этому поводу была принята резолюція: «Вводить въ программу постановку физики только въ тѣхъ учебныхъ заведеніяхъ, гдѣ физика преподается, какъ отдѣльный предметъ. Вопросъ о природовѣдѣніи не включается въ программу, какъ самостоятельный вопросъ, но можетъ быть затронутъ, поскольку онъ касается свѣдѣній по физикѣ и химіи».

Комитетомъ были предприняты шаги къ возможно широкому оповѣщенію преподавательскихъ круговъ объ имѣющемъ быть Съѣздѣ. Была избрана особая Редакціонная Комиссія, которой было поручено составить обращеніе, направленное въ редакціи газетъ. Это сообщеніе носило характеръ предварительнаго: оно было разослано въ декабрѣ 1912 г. Впослѣдствіи весной 1913 г. было разослано второе, гораздо болѣе подробное сообщеніе, направленное непосредственно преподавателямъ физики, химіи и космографіи вмѣстѣ съ анкетными листами.

Помимо непосредственнаго обращенія къ преподавателямъ всей Россіи, приняты были шаги къ тому, чтобы образовать въ болѣе крупныхъ центрахъ Россіи мѣстные комитеты. Былъ написанъ рядъ писемъ проживающимъ въ крупныхъ центрахъ ученымъ или педагогамъ, въ редакціи педагогическихъ журналовъ и въ правленія научно-педагогическихъ кружковъ или организацій. Такія письма были написаны въ слѣдующіе города: Варшаву, Казань, Кіевъ, Москву, Нижній-Новгородъ, Николаевъ, Одессу, Полтаву, Ригу, Саратовъ, Тверь, Тифлисъ, Юрьевъ, Томскъ и Харьковъ. На большинство писемъ были получены благопріятные отвѣты, нѣкоторые же лица указали на

невозможность принять участіе въ работахъ Комитета съ указаніемъ на другихъ лицъ, могущихъ замѣстить ихъ; въ результатъ оказались завязанными сношенія почти со всѣми вышеперечисленными городами. Въ большинствѣ означенныхъ городовъ были образованы мѣстные комитеты.

Чтобы обезпечить Сѣздъ необходимыми для собранія помѣщеніями, Комитетъ обратился къ г. ректору С.-Петербургскаго Университета и къ гг. профессорамъ, завѣдующимъ физическимъ институтомъ и химической лабораторіей Университета, съ просьбой отвести для Сѣзда помѣщеніе. Всѣ эти ходатайства были уважены, и въ настоящее время Сѣздъ вполне обезпеченъ помѣщеніемъ для общихъ собраній и для работъ секцій.

Характеризуя порядокъ работъ Сѣзда, слѣдуетъ указать, что всѣ болѣе важные вопросы предварительно обсужденія въ засѣданіяхъ Распорядительнаго Комитета подготавливались и разсматривались въ специальныхъ комиссіяхъ.

Такихъ Комиссій въ разное время было избрано 8, а именно:

1. Редакціонная комиссія (о которой уже упоминалось выше).
2. Комиссія по составленію смѣты.
3. Выставочная комиссія.
4. Анкетная комиссія.
5. Педагогическая комиссія (комиссія по вопросу о подготовкѣ преподавателей).
6. Квартирная комиссія (комиссія по подысканію квартиръ для пріѣзжающихъ членовъ Сѣзда).
7. Экскурсіонная комиссія.
8. Комиссія по составленію справочника. Изъ обработанныхъ въ комиссіяхъ, а затѣмъ заслушанныхъ и частью утвержденныхъ въ Комитетѣ вопросовъ укажемъ на слѣдующіе:

Предположено специально для членовъ Сѣзда устроить выставку какъ научныхъ, такъ и учебныхъ приборовъ, а равно и книгъ научныхъ и учебниковъ. Слѣдуетъ обратить вниманіе, чтобы на этой выставкѣ хорошо были представлены приборы для практическихъ занятій учениковъ, а именно, желательно имѣть на ней наборы для практическихъ занятій по Гану и Гримзелю. Педагогическій музей военно-учебныхъ заведеній общалъ оказать существенную поддержку послѣднему отдѣлу выставки, приобрѣтивъ полный наборъ по Гану, стояющій около 1000 рублей, и представивъ его Комитету на время выставки для установки его въ отведенномъ для выставки помѣщеніи.

Въ отвѣтъ на ходатайство объ устройствѣ выставки было получено соотвѣтственное разрѣшеніе, а также получено разрѣшеніе отъ Департамента Таможенныхъ Сборовъ на безпошлинный допускъ изъ-за границы экспонатовъ на выставку при условіи внесенія залога, который возвращается при обратномъ вывозѣ экспонатовъ изъ Россіи. Затѣмъ возбужденъ былъ вопросъ объ устройствѣ особаго отдѣла, посвященнаго специально русскимъ приборамъ. Вопросъ этотъ служилъ предметомъ обсужденія въ нѣсколькихъ засѣданіяхъ. Организція такого отдѣла признана была затруднительной вслѣдствіе того, что на выставкѣ не можетъ быть экспертизы, а потому и невозможно ручаться, что выставляемые приборы будутъ дѣйствительно русскаго происхожденія, а не будутъ собраны въ Россіи изъ заграничныхъ частей или даже не будутъ цѣликомъ заграничнаго происхожденія.

Изданіе библіографическаго справочника съ критическими указаніями Комитетъ призналъ затруднительнымъ: постановлено только отпе-

чатать безъ всякихъ ко мментарій списокъ тѣхъ книгъ, которыя будутъ находиться на выставкѣ.

Анкетная коммиссія выработала анкетные листы отдѣльно по физикѣ, химіи и космографіи. Эти листы были отпечатаны въ количествѣ 9000 экземпляровъ, по 3000 по каждому предмету преподаванія. Весной они были разсланы преподавателямъ вмѣстѣ съ подробнымъ обращеніемъ. Такъ какъ къ концу мая отвѣтовъ было получено мало (около 400), то Распорядительный Комитетъ обратился къ мѣстнымъ комитетамъ съ просьбой содѣйствовать ускоренію полученія заполненныхъ анкетныхъ листовъ. Въ виду недостаточности этой мѣры въ августѣ-мѣяцѣ были разсланы повѣстки преподавателямъ съ просьбой ускорить возвращеніе анкетныхъ листовъ и съ просьбой затребовать бланки анкетъ отъ Комитета, если таковые не были получены. Результаты такихъ повѣстокъ уже сказались, въ концѣ августа стали поступать требованія на анкетные листы отъ лицъ, по какимъ-либо причинамъ ихъ не получившихъ.

Официальная программа Съѣзда заключаетъ въ себѣ 10 пунктовъ. Въ виду невозможности освѣтить ихъ всѣ въ одинаковой мѣрѣ, Распорядительный Комитетъ послѣ обсужденія вопроса какъ въ отдѣльныхъ секціяхъ, такъ и въ общемъ собраніи Комитета нашелъ наиболее цѣлесообразнымъ выдѣлить, какъ особенно важные пункты въ настоящее время, слѣдующіе два: 1) вопросъ о подготовкѣ преподавателей и 2) вопросъ о практическихъ занятіяхъ учениковъ. Вопросъ о подготовкѣ преподавателей вѣдаетъ особая педагогическая коммиссія, которая работаетъ совмѣстно съ секціями.

Экскурсіонная коммиссія намѣтила слѣдующіе 4 типа экскурсій: 1) экскурсіи показательныя, 2) экскурсіи научныя и учебныя, 3) экскурсіи на заводы и 4) экскурсіи въ учебныя заведенія. Списокъ экскурсій еще не составленъ и будетъ вырабатываться настоящей осенью.

По изданію справочника для членовъ Съѣзда Комитетъ остановился на типѣ справочника, бывшаго на Менделѣевскомъ Съѣздѣ. Постановлено заказать, что можно, уже съ весны, какъ, напримѣръ, описаніе города, планъ города и переплеты къ справочнику, которые могутъ быть сдѣланы дешевле въ свободное лѣтнее время. Предложеніе это было принято.

Вскорѣ послѣ начала работъ Комитета весь наличный составъ былъ раздѣленъ на секціи; нѣкоторые члены Комитета работали одновременно въ двухъ секціяхъ. Завѣдующими секціями были избраны слѣдующія лица: физической секціей — проф. Федоръ Яковлевичъ Капустинъ; химической секціей — Вадимъ Никандровичъ Верховскій; космографической секціей — проф. Александръ Александровичъ Ивановъ. Секціи имѣли по нѣсколько засѣданій, подвергли подробному обсужденію всѣ пункты программы Съѣзда и нѣкоторые свои рѣшенія подвергали санкціи Комитета.

Въ Комитетѣ былъ подвергнутъ подробному обсужденію вопросъ объ изданіи Дневника Съѣзда. Было постановлено «Дневника» не печатать, такъ какъ весьма трудно, почти невозможно найти типографію, могущую работать въ праздничное время, и такъ какъ, несмотря на очень большой трудъ редактора по подготовкѣ матеріала для этого дневника, вслѣдствіе спѣшности работы возможны многочисленныя пропуски и ошибки. Взамѣнъ «Дневника»

постановлено напечатать передъ Съѣздомъ тезисы докладовъ, или доклады въ сокращенномъ видѣ и раздать ихъ членамъ Съѣзда вмѣстѣ со справочникомъ.

Комитетомъ былъ составленъ списокъ лицъ, которые могли бы прочесть на засѣданіяхъ Съѣзда, какъ общихъ, такъ и секціонныхъ, рядъ научныхъ докладовъ. Комитетъ вошелъ въ сношенія съ этими лицами и отъ большинства изъ нихъ въ настоящее время уже получено согласіе прочесть такіе доклады. Выразили согласіе слѣдующія лица: проф. И. И. Боргманъ (Петербургъ), академикъ П. И. Вальденъ (Рига), академикъ кн. Б. Б. Голицынъ (Петербургъ), проф. Д. А. Гольдгаммеръ (Казань), проф. Г. Г. Деметцъ (Кіевъ), проф. Ю. С. Залькиндъ (Петербургъ), проф. А. А. Ивановъ (Петербургъ), проф. Ф. Я. Капустинъ (Петербургъ), проф. А. Л. Корольковъ (Петербургъ), проф. Н. С. Курнаковъ (Петербургъ), проф. Ф. Ю. Левинсонъ-Лессингъ (Петербургъ), В. В. Лермантовъ (Петербургъ), проф. К. Д. Покровскій (Юрьевъ), проф. А. И. Садовскій (Юрьевъ), проф. М. М. Тихвинскій (Петербургъ), проф. Н. А. Умовъ (Москва), проф. О. Д. Хвольсонъ (Петербургъ), проф. А. В. Цингеръ (Москва).

БИБЛОГРАФІЯ.

II. Собственныя сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ.

Авторы, переводчики и редакторы новыхъ сочиненій приглашаются присылать для этого отдѣла, извѣстнаго въ германской литературѣ подъ названіемъ „Selbstanzeigen“, краткія сообщенія о выпущенныхъ ими сочиненіяхъ, объ ихъ характерѣ и объ ихъ назначеніи. Къ этимъ сообщеніямъ долженъ быть приложенъ экземпляръ сочиненія. Помѣщая эти сообщенія, редакция сохраняетъ, однако, за собою право помѣстить и независимую рецензію.

К. Θ. Лебединцевъ. *Систематическій сборникъ задачъ и другихъ упражненій по курсу алгебры.* Изд. книгоиздательства «Сотрудникъ», С.-Петербургъ-Кіевъ. Ч. I — изд. 2-ое, 1912 г.; ч. II — 1913 г. Цѣна каждой части 50 коп.

Предлагаемый сборникъ алгебраическихъ задачъ составленъ въ соотвѣтствіи съ «Курсомъ алгебры» того же автора, появившемся въ свѣтъ въ 1909 — 10 гг.; онъ содержитъ упражненія какъ по отдѣламъ обычной программы среднихъ учебныхъ заведеній, такъ и по новымъ отдѣламъ, излагаемымъ въ «Курсѣ алгебры» и посвященнымъ выясненію понятія о функціи, изученію свойствъ простѣйшихъ функцій и ихъ графическому изображенію. Но и независимо отъ этого послѣдняго обстоятельства предлагаемый сборникъ отличается особенностями, на которыя авторъ считаетъ долгомъ указать.

Отдѣлъ алгебраическихъ преобразованій подвергся возможному сокращенію и упрощенію. Авторъ исходилъ изъ мысли, что изученіе преобразованій

не должно быть самостоятельной цѣлью въ школьномъ курсѣ, а имѣть лишь служебное значеніе по отношенію къ послѣдующему курсу алгебры; поэтому въ каждомъ параграфѣ даны только тѣ упражненія, которыя являются существенными для ознакомленія съ даннымъ родомъ преобразованій, и самые примѣры составлены, по возможности, просто, наподобіе тѣхъ преобразованій, которыя дѣйствительно приходится производить въ дальнѣйшей алгебраической практикѣ.

Въ противоположность этому значительно расширенъ отдѣлъ уравненій въ той его части, которая касается рѣшенія задачъ помощью составленія уравненій. Этотъ отдѣлъ авторъ считаетъ самымъ существеннымъ изъ вопросовъ обычно проходимой программы, и потому онъ приложилъ всѣ усилія, чтобы представить этотъ отдѣлъ возможно болѣе полнымъ и интереснымъ, чтобы содержаніе задачъ было возможно болѣе естественнымъ и касалось притомъ самыхъ разнообразныхъ вопросовъ науки и жизни. Кромѣ того, въ отдѣлѣ уравненій 1-ой степени съ однимъ неизвѣстнымъ выдѣлена цѣлая группа задачъ, которыя могутъ быть рѣшаемы помощью составленія уравненій безъ предварительныхъ свѣдѣній изъ теорій послѣднихъ; это сдѣлано съ тою цѣлью, чтобы первоначальное знакомство съ уравненіями и рѣшеніе ихъ по соображенію могло имѣть мѣсто возможно раньше и вестись параллельно съ изученіемъ алгебраическихъ преобразованій.

Въ отдѣлахъ, касающихся изученія свойствъ простѣйшихъ функцій, дается цѣлый рядъ примѣровъ для конкретнаго усвоенія основныхъ свойствъ этихъ функцій, а также имѣется большой запасъ упражненій на составленіе графикъ и на примѣненіе ихъ къ рѣшенію задачъ.

Во вторую часть вошло не мало задачъ, содержаніе которыхъ взято изъ области геометріи, физики и астрономіи; рѣшеніе подобныхъ задачъ, по мнѣнію автора, особенно цѣлесообразно при повторительномъ курсѣ математики, такъ какъ даетъ возможность учащимся объединить свои свѣдѣнія изъ различныхъ отдѣловъ математики и соприкасающихся съ ней наукъ.

Во всемъ вообще сборникъ задачи и упражненія каждаго параграфа расположены систематически въ порядкѣ возрастающей сложности и подобраны такъ, чтобы облегчить преподающему конкретно-индуктивное изложеніе всякаго вопроса въ курсѣ.

Въ сборникѣ не помѣщены отвѣты на задачи, такъ какъ авторъ убѣжденъ, что наличность готовыхъ отвѣтовъ ослабляетъ самостоятельность учащихся и отучаетъ ихъ контролировать ходъ своихъ разсужденій; между тѣмъ, алгебраическія задачи допускаютъ возможность нетрудной и разнообразной проверки, вполне доступной для самостоятельнаго выполненія учащимися.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей привать-доцента Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 138 (6 сер.). Построить треугольникъ, зная положеніе центровъ O и I круговъ описаннаго и вписаннаго и середины M одной изъ его сторонъ.

Л. Богдановичъ (Н.-Новгородъ).

№ 139 (6 сер.). Доказать неравенство

$$a^4 + 2a^3b + 2ab^3 + b^4 \geq 6a^2b^2,$$

гдѣ a и b — вещественныя числа одного знака. Въ какомъ случаѣ въ предложенной для доказательства формулѣ возможенъ знакъ равенства?

А. Кисловъ (Москва).

№ 140 (6 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$x^2 + 2(a+b)x + 4ab = y^2 - z^2,$$

гдѣ a и b — данныя цѣлыя числа.

Е. Ръзницкій (Рига).

№ 141 (6 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x^4 - 4x^3y + 8xy^3 + 4y^4 = 0,$$

$$x^2 - 3xy + y^2 = 2.$$

Л. Закутинскій (Черкассы).

<http://vofem.ru>

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

ОТДѢЛЪ I.

№ 92 (6 сер.). Доказать равенство

$$1^2 + 2^2 + 3^2, \dots + n^2 = C_{n+1}^2 + 2(C_n^2 + C_{n-1}^2 + \dots + C_2^2).$$

Вычисливъ сумму $C_{n+2}^2 + C_{n+1}^2$, находимъ:

$$\begin{aligned} C_{n+2}^2 + C_{n+1}^2 &= \frac{(n+2)(n+1)}{2} + \frac{(n+1)n}{2} = \frac{(n+1)(n+2+n)}{2} = \\ &= \frac{(n+1)(2n+2)}{2} = (n+1)^2. \end{aligned}$$

Итакъ,

$$(1) \quad (n+1)^2 = C_{n+2}^2 + C_{n+1}^2.$$

Допустивъ, что разсматриваемое равенство вѣрно при нѣкоторомъ опредѣленномъ n , сложимъ его съ тождествомъ (1). Тогда находимъ, что

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 + (n+1)^2 = C_{n+2}^2 + 2(C_{n+1}^2 + C_n^2 + C_{n-1}^2 + \dots + C_2^2),$$

т. е. — что разсматриваемое равенство остается вѣрнымъ при замѣнѣ n черезъ $n+1$. Но оно вѣрно при $n=2$, что провѣряется непосредственнымъ вычислениемъ. Значитъ, оно вѣрно при $n=3, 4, \dots$ и т. д.

П. Гольманъ (г. Кобеляки); В. Фесенко (Харьковъ); А. Сердобинскій (Чита); М. Трапезонцевъ (Нахичевань); В. Павловъ (с. Ворсма); Н. N.; П. Волохинъ (Ялта); Л. Закутинскій (Черкасы); Флавианъ Д. (Петербургъ).

№ 93 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x - 15 = 0.$$

Представимъ данное уравненіе въ видѣ:

$$x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x^2 + 2x - 15 = 0,$$

или

$$(1) \quad (x^2 - x)^2 - 2(x^2 - x) - 15 = 0.$$

Рѣшая уравненіе (1) относительно выраженія $x^2 - x$, принятаго за неизвѣстное, находимъ:

$$(2) \quad x^2 - x = 5$$

или

$$(3) \quad x^2 - x = -3.$$

Рѣшая уравненія (2) и (3), получимъ:

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}, \quad x_{3,4} = \frac{1 \pm i\sqrt{11}}{2},$$

гдѣ $i = \sqrt{-1}$.

Д. Синцовъ (Харьковъ); *А. Ильинъ* (Астрахань); *В. Кованько* (ст. Струнино); *П. Гольманъ* (с. Кобеляки); *Д. Кобиевъ* (Тифлисъ); *И. Зюзинъ* (с. Архангельское); *А. Сердобинскій* (Чята); *М. Транезонцевъ* (Нахичевань); *П. Войковъ* (Женева).

№ 94 (6 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$x = a + \sqrt{a + \sqrt{x}}.$$

Преобразовать уравненіе къ виду $(x - a)^2 = a + \sqrt{x}$, или

$$(1) \quad (x - a)^2 - \sqrt{x} - a = 0,$$

разлагаемъ лѣвую часть на множителей слѣдующимъ образомъ:

$$\begin{aligned} (x - a)^2 - \sqrt{x} - a &= (x - a)^2 - (\sqrt{x})^2 + x - \sqrt{x} - a = \\ &= (x - a - \sqrt{x})(x - a + \sqrt{x}) + (x - \sqrt{x} - a) = \\ &= (x - \sqrt{x} - a)(x + \sqrt{x} - a) + (x - \sqrt{x} - a) = (x - \sqrt{x} - a)(x + \sqrt{x} - a + 1). \end{aligned}$$

Итакъ, уравненіе (1) можно представить въ видѣ:

$$(x - \sqrt{x} - a)(x + \sqrt{x} - a + 1) = 0,$$

а потому оно распадается на два уравненія:

$$x - \sqrt{x} - a = 0 \quad \text{и} \quad x + \sqrt{x} - (a - 1) = 0,$$

квадратныя относительно \sqrt{x} ; рѣшая эти уравненія, получимъ:

$$\sqrt{x} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4a}}{2}, \quad \sqrt{x} = \frac{-1 \pm \sqrt{4a - 3}}{2},$$

откуда

$$x = \left(\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4a}}{2} \right)^2 \quad \text{или} \quad x = \left(\frac{-1 \pm \sqrt{4a - 3}}{2} \right)^2,$$

т. е.

$$x_{1,2} = \frac{2a + 1 \pm \sqrt{4a + 1}}{2}, \quad x_{3,4} = \frac{2a - 1 \pm \sqrt{4a - 3}}{2}.$$

Каждый изъ полученныхъ корней, если онъ окажется вещественнымъ при нѣкоторомъ вещественномъ значеніи a , долженъ быть провѣренъ обычнымъ образомъ, такъ какъ уравненіе (1) не тождественно данному уравненію.

А. Григорьевъ (Полтава); *В. Кованько* (ст. Струнино); *Н. Н.*; *П. Волохинъ* (Ялта); *Л. Закутинскій* (Черкассы); *Флавіанъ Д.* (Петербургъ).

№ 97 (6 сер). Доказать неравенство

$$a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3.$$

где a и b действительныя числа. Въ какомъ случаѣ возможенъ знакъ равенства?

При действительныхъ a и b имѣемъ:

$$(1) \quad a^2 + ab + b^2 = \frac{(a+b)^2}{2} + \frac{a^2 + b^2}{2},$$

откуда

$$(2) \quad a^2 + ab + b^2 \geq 0.$$

Такъ какъ

$$(3) \quad (a - b)^2 \geq 0,$$

то изъ неравенствъ (2) и (3) слѣдуетъ, что

$$(a - b)^2 (a^2 + ab + b^2) \geq 0, \text{ или } (a - b)[(a - b)(a^2 + ab + b^2)] \geq 0,$$

т. е.

$$(a - b)(a^3 - b^3) \geq 0, \text{ откуда } a^4 - a^3b - ab^3 + b^4 \geq 0, \quad a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3.$$

Въ послѣднемъ неравенствѣ правая часть можетъ быть равна лѣвой лишь тогда и только тогда, если хоть одна изъ формулъ (2) или (3) обращается въ равенство, а это возможно соотвѣтственно при [см. (1)] $a = b = 0$ или при $a = b$, т. е. вообще при $a = b$. Итакъ, въ доказанной формулѣ знакъ равенства возможенъ лишь при $a = b$.

И. Зюзинъ (с. Татьянино); А. Сердобинскій (Чита); В. Павловъ (с. Ворсма); Флавианъ Д. (Петербургъ); Н. Назаровъ (Дмитровская Гора).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

Е. Звягинцевъ и А. Бернашевскій. *Живой счетъ въ городской школѣ*. Иллюстрированный сборникъ арифметическихъ задачъ и упражненій для городскихъ школъ. Изд. т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1913. Выпускъ I — стр. IV + 72; ц. 15 к. Выпускъ II — стр. 112; ц. 20 к. Выпускъ III — стр. 102; ц. 20 к.

М. С. Лянченковъ. *Математическая хрестоматія для школы и семьи*. Выпускъ 2-ой. Стр. 111 + XXX + II. Ц. 60 к., въ папкѣ 75 к.

В. Ф. Трояновскій. *Бесѣды по природовѣдѣнію. Физика*. Часть I. Лекціи, прочитанныя авторомъ на первыхъ общеобразовательныхъ курсахъ физики и химіи при Псковскомъ губернскомъ земствѣ. Изданіе книжнаго склада Псковскаго губ. земства. Псковъ, 1912. Ц. 70 к.

Редакторъ приватъ-доцентъ В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
щется

Обложка
щется