

№ 548.

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

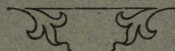
ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Привать-Доцента В. Ф. КАГАНА.

XLVI-го семестра № 8-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1911.

<http://vofem.ru>

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА ИЗДАНИЕ:

**Густавъ Ми**

---

профессоръ и директоръ Физическаго Института Грейфсвальдскаго  
Университета

## **КУРСЪ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА И МАГНИТИЗМА**

Экспериментальная физика мірового эѳира  
для физиковъ, химиковъ и электротехниковъ

Разрѣшенный авторомъ переводъ съ нѣмецкаго В. В. СОКОЛОВА  
подъ редакціей заслуженнаго профессора О. Д. ХВОЛЬСОНА.

Въ двухъ частяхъ. Съ 361 рисункомъ.

Около 50 печатныхъ листовъ.

### **СОДЕРЖАНИЕ:**

#### **Часть I. ЭЛЕКТРОСТАТИКА.**

Главы I—XI: Общія свойства электрическаго поля.— Электрическое напряженіе.— Электрическій зарядъ.— Электрическія свойства изоляторовъ.— Электрическое поле внутри проводниковъ.— Прохождение электричества черезъ электроны.— Электрическая проводимость въ газахъ.— Тлѣющий разрядъ.— Разрядъ въ формѣ вольтовой дуги и электрическія искры.— Радиоактивность.— Металлическіе проводники.— Заключение.

#### **Часть II. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА.**

Главы I—IX: Общія свойства магнитнаго поля.— Электрическое напряженіе и сила тока.— Силовыя дѣйствія магнитнаго поля.— Появленіе и исчезновеніе магнитнаго поля.— Магнитныя свойства веществъ. Технические примѣненія электромагнитныхъ силовыхъ дѣйствій.— Электромагнитныя колебанія.— Принципъ релятивности (относительн.).— Указатель.

**Книга МИ выйдетъ въ свѣтъ 4-мя выпусками.**

Выходъ 1-го выпуска предполагается въ декабрѣ 1911 года, каждаго послѣдующаго черезъ два-три мѣсяца послѣ выхода предыдущаго.

**Подписная цѣна на все изданіе 5 рублей.**

Допускается разсрочка: при подпискѣ 2 руб., по полученіи которыхъ высылается первый выпускъ; выпуски 2-й, 3-й и 4-й высылаются съ наложеніемъ платежа въ 1 руб. 10 коп. на каждый.

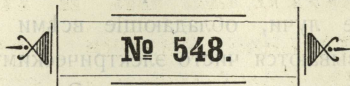
О всякой перемены адреса издательство проситъ сообщать немедленно.

По выходѣ въ свѣтъ всего изданія цѣна будетъ повышена.

# Вѣстникъ Опытной Физики

И

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



**Содержаніе:** Современное положеніе вопроса объ эфирѣ. *Проф. О. Д. Хвольсона.* — О представленіи цѣлаго числа въ видѣ суммы одинаковыхъ степеней цѣлыхъ чиселъ. *Прив.-доц. В. Кагана.* — Опредѣленія бесконечно малыхъ количествъ вещества. *Вильяма Рамзая.* — Постановка преподаванія математики въ мужскихъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ Пруссіи. *В. Лицмана.* — Задача на премію № 5. *В. Ермакова.* — Первый Всероссийскій Сѣздъ преподавателей математики. — Второй Менделѣевскій Сѣздъ. — Научная хроника: Учебникъ геометріи Н. И. Лобачевского. — Краткій отчетъ о засѣданіи Московскаго Математическаго Кружка 29 сентября 1911 г. — Рецензіи: Н. Извольскій. „Геометрія на плоскости (планиметрия)“. *И. Александрова.* — Задачи №№ 456 — 461 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ №№ 367 и 368 (5 сер.). — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Перечень статей, которыя будутъ помѣщены въ ближайшихъ номерахъ „Вѣстника“. — Объявленія.

### Современное положеніе вопроса объ эфирѣ\*).

*Проф. О. Д. Хвольсона.*

Взгляды автора на значеніе гипотезы объ эфирѣ нельзя назвать соответствующими современному положенію научной мысли, и тѣ надежды на развитіе этой гипотезы въ будущемъ, которыя онъ высказываетъ въ концѣ послѣдней лекціи, вовсе не осуществились. Особенно въ первой части этой лекціи онъ какъ будто стоитъ на почвѣ старой, чисто механической теоріи, которая старалась объяснить свѣтовые явленія, какъ упругія колебанія эфира, пользуясь классическою механикою Ньютона. Она не только успѣшно разъясняла всѣ свѣтовые явленія, которыя были извѣстны до послѣдней четверти истекшаго столѣтія, но и предсказывала существованіе новыхъ, еще неизвѣстныхъ явленій, при чемъ опытъ всегда подтверждалъ эти предсказанія.

Механическая теорія эфира была впервые поколеблена ученіемъ Максвелла, который развилъ новые взгляды на сущность электрическихъ

\*) Одна изъ дополнительныхъ статей, помѣщенныхъ проф. О. Д. Хвольсономъ въ видѣ приложений въ изданномъ подъ его редакціей русскомъ переводѣ сочиненія А. А. Майкельсона „Свѣтовые волны и ихъ примѣненія“ (Одесса, „Mathesis“, 1912).

и магнитныхъ явленій, выдвинувъ ту роль, которую играютъ въ этихъ явленіяхъ непроводники электричества. Онъ допустилъ, что эфиръ обладаетъ всѣми свойствами такого непроводника, и теоретически доказалъ, что свѣтовые волны суть электромагнитныя колебанія, распространяющіяся въ эфирѣ, какъ въ непроводникѣ, создавъ такимъ образомъ одно изъ величайшихъ твореній человѣческаго гения — электромагнитную теорію свѣта. Эта теорія окончательно восторжествовала, когда великій Герцъ открылъ электрическіе лучи, обладающіе всѣми свойствами свѣтовыхъ лучей, хотя они и вызываются чисто электрическимъ явленіемъ, а именно — колебательнымъ разрядомъ конденсатора. Электрическіе лучи Герца — тѣ самые, которыми пользуются въ телеграфіи безъ проводовъ. Теорія Максвелла и опыты Герца въ высокой степени подняли значеніе эфира, расширили и внесли разнообразіе въ ту роль, которую онъ долженъ играть въ физическихъ явленіяхъ. Онъ признавался источникомъ и носителемъ такихъ съ виду разнообразныхъ явленій, какъ электрическія, магнитныя и свѣтовые. Но этимъ самымъ чрезвычайно усложнялась задача механическаго объясненія того, что можетъ происходить въ эфирѣ. На необходимость рѣшенія этой задачи указываетъ вскользь и авторъ этой книги въ послѣдней лекціи. Однако, рѣшить ее не удалось. Всѣ попытки выяснить внутреннюю сущность электрическихъ и магнитныхъ явленій (свѣтовые представляютъ лишь частный ихъ случай) какими-либо чисто механическими процессами въ эфирѣ, оказались тщетными.

Основные уравненія Максвелла, въ которыхъ сосредоточена вся его теорія, могутъ быть выведены только на основаніи чисто эмпирически установленныхъ законовъ электрическихъ и магнитныхъ явленій. Но тщетными оказались всѣ попытки дать этимъ уравненіямъ механическую интерпретацію, т. е. выяснить, какимъ внутреннимъ измѣненіямъ въ распредѣленіи вещества эфира и какимъ внутреннимъ движеніямъ соответствуетъ появленіе тѣхъ силъ, о свойствахъ которыхъ говорятъ эти уравненія, и тѣхъ явленій, которыя въ эфирѣ происходятъ въ согласіи съ этими же уравненіями.

Вопросъ объ эфирѣ еще болѣе усложнился и механика эфира оказалась еще менѣе доступной пониманію, когда возникла, развилась и окрѣпла теорія электронная. Она допускаетъ, что отрицательное электричество есть вещество, состоящее изъ отдѣльныхъ частицъ, изъ атомовъ электричества, называемыхъ электронами. О сущности положительнаго электричества эта теорія пока еще ничего опредѣленнаго не высказываетъ. Покоющійся электронъ окруженъ электрическимъ, движущійся — кромѣ того, еще магнитнымъ полемъ. Потокъ движущихся электроновъ составляетъ явленіе электрическаго тока. Колеблющіеся электроны вызываютъ въ про-

странствѣ электромагнитныя волны, въ частномъ случаѣ — свѣтовые. Возникаетъ вопросъ о механизмѣ всѣхъ этихъ фактически существующихъ явленій. Здѣсь затрудненія оказались не только еще болѣе непреодолимыми, но попытки разобраться въ механикѣ эѳира путемъ систематическаго построения всѣхъ логически возможныхъ гипотезъ привели къ ясному выводу, что механика эѳира существовать не можетъ, что никогда не удастся объяснить возникновеніе электромагнитныхъ явленій, прилагая къ эѳиру законы механики. И наука пошла еще много дальше. Она нынѣ допускаетъ весьма сложное строеніе того, что называется атомомъ обыкновенной матеріи. Такой атомъ содержитъ электроны и, можетъ быть, ядро положительнаго электричества. Если это вѣрно, то отъ старой механики приходится, вообще, отказаться; она приложима къ обыкновенной матеріи лишь потому, что скорости, съ которыми приходится имѣть дѣло, ничтожно малы сравнительно со скоростью  $C$ , т. е. со скоростью свѣта. Механическое міровоззрѣніе уступаетъ свое мѣсто новому — электромагнитному.

Установленными приходится нынѣ считать: существованіе электроновъ и вызываемая ими электромагнитныя явленія; на нихъ должна быть построена наука о природѣ.

Какую же роль играетъ въ этой наукѣ эѳиръ? Никакой! Мы, конечно, можемъ продолжать называть эѳиромъ ту среду, въ которой происходятъ электромагнитныя явленія. Но это будетъ уже пустой звукъ, и мы ничего не потеряемъ, если замѣнимъ слово „эѳиръ“ словомъ „пространство“. Объ эѳирѣ мы въ настоящее время ничего не знаемъ, ибо мы не можемъ логически связать представленіе объ эѳирѣ, какъ о средѣ, къ которой приложимы законы механики, съ тѣми электромагнитными явленіями, которыя въ немъ происходятъ. Цѣлый рядъ выдающихся ученыхъ, какъ, напримѣръ, Эйнштейнъ, Корбино, Кэмпбелль, Лауэ и т. д., высказывали въ рѣзкой формѣ мысль, что современная наука должна совершенно исключить изъ своего инвентаря понятіе объ эѳирѣ, съ которымъ она абсолютно ничего сдѣлать не можетъ и которымъ фактически нигдѣ не пользуется. „Его слѣдуетъ выбросить въ ту кучу мусора, гдѣ давно гниютъ флогистонъ, *hottog vacui*, теплородъ и т. д.“ — пишутъ Корбино (1909) и Кэмпбелль (1910). Ко всему этому примыкаютъ новыя, еще не выработанныя идеи объ энергіи, какъ о самодовлѣющемъ субстратѣ, испускаемомъ тѣлами и распространяемомъ въ пространствѣ со скоростью  $C$ . Эти идеи, несомнѣнно, представляютъ возвращеніе къ старой теоріи истеченія, данной Ньютономъ.

## О представленіи цѣлаго числа въ видѣ суммы одинаковыхъ степеней цѣлыхъ чиселъ.

(Реферать).

Среди многочисленныхъ замѣчательныхъ теоремъ, открытыхъ Ферма и сообщенныхъ имъ безъ доказательства, имѣется знаменитая теорема, которую въ настоящее время можно найти въ очень многихъ элементарныхъ сочиненіяхъ по алгебрѣ или теоріи чиселъ \*). Теорема эта заключается въ томъ, что всякое простое число вида  $4n+1$  можетъ быть представлено въ видѣ суммы двухъ квадратовъ. Предложеніе это было доказано Эйлеромъ въ его „Commentationes arithmeticae“, т. I (1754). Исходя изъ этого, нетрудно доказать, что и всякое число, которое разлагается на простые множители исключительно вида  $4n+1$ , также представляетъ собой сумму двухъ квадратовъ. Могутъ ли быть цѣлыя числа иного вида представлены въ видѣ суммы квадратовъ? Вопросъ этотъ рѣшается самъ собой, если примемъ во вниманіе слѣдующія простыя соображенія. На различные квадраты, очевидно, не разлагаются уже наименьшія простые числа 2 и 3. Если же рѣчь идетъ о разложеніи цѣлаго числа на квадраты, среди которыхъ могутъ быть повторяющіеся, то совершенно ясно, что всякое число можетъ быть представлено въ видѣ суммы квадратовъ. Прежде всего ясно, что число можетъ быть представлено въ видѣ суммы единицъ; это будетъ, конечно, наибольшее число квадратовъ, на которые число можетъ быть разложено. Можно поступить иначе. Пусть  $A$  будетъ данное цѣлое число. Найдемъ наибольшій полный квадратъ  $a_1$ , который въ немъ содержится, такъ что

$$A_1 = a_1^2 + R_1.$$

Теперь найдемъ наибольшій полный квадратъ  $a_2$ , который содержится въ  $R_1$ , такъ что

$$R_1 = a_2^2 + R_2$$

и т. д. Продолжая этотъ процессъ, мы, очевидно, разложимъ данное число на квадраты:

$$A = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2. \quad (1)$$

Но каковое наименьшее число квадратовъ, на которое можетъ быть разложено данное цѣлое число? На это нельзя дать общаго отвѣта, но уже Ферма зналъ, что это число не превышаетъ 4. Иначе говоря, всякое цѣлое положительное число можетъ

\*) См., напримѣръ, Веберъ и Вельштейнъ, „Энциклопедія Элементарной Математики“. Т. I, изд. 2-ое, § 84.

быть представлено въ видѣ суммы квадратовъ цѣлыхъ же чиселъ, число которыхъ не превышаетъ 4. Доказана эта теорема была впервые Лагранжемъ (1770). Это доказательство было потомъ обработано Эйлеромъ, вслѣдствіе чего самое предложеніе часто приписываютъ Эйлеру. Очень изящное доказательство этой теоремы было дано Гауссомъ въ „Disquisitiones arithmeticae“

Существенно, слѣдовательно, въ этомъ предложеніи не то, что каждое число разлагается на квадраты, а именно то, что мы можемъ указать общій верхній предѣлъ 4 для числа составляющихъ квадратовъ: каково бы ни было заданное число, мы можемъ быть увѣрены, что намъ понадобится не больше 4 квадратовъ, чтобы составить это число. Важно отмѣтить, что понизить этого предѣла нельзя: существуютъ цѣлыя числа, которыя невозможно разложить на меньшее число квадратовъ.

Послѣ сказаннаго врядъ ли нужно выяснять, что всякое цѣлое положительное число можетъ быть разложено не только на квадраты, но и на любыя одинаковыя степени. Иными словами, каковы бы ни были цѣлое положительное число  $A$  и цѣлый положительный показатель  $m$ , всегда можно будетъ найти рядъ цѣлыхъ положительныхъ чиселъ  $a_1, a_2, \dots, a_n$  такихъ, что

$$A = a_1^m + a_2^m + a_3^m + \dots + a_n^m. \quad (2)$$

Это разложеніе можно выполнить такъ, какъ мы выполнили выше разложеніе (1). Но вопросъ въ томъ, можно ли и въ этомъ случаѣ для каждаго показателя  $m$  указать такой предѣлъ  $M$ , котораго не превысило бы число слагаемыхъ  $n$  въ правой части разложенія (2), каково бы ни было число  $A$ . Иначе говоря, опредѣляетъ ли каждый показатель  $m$  независимо отъ числа  $A$  максимумъ числа  $m$ -тыхъ степеней, изъ которыхъ это число можетъ быть составлено? Варингъ (Waring) еще въ 1782 г. въ своихъ „Meditationes algebraicae“ высказалъ убѣжденіе, что это всегда имѣетъ мѣсто. Теорема Варинга заключается, такимъ образомъ, въ слѣдующемъ:

Каждое цѣлое положительное число можетъ быть представлено въ видѣ суммы  $m$ -тыхъ степеней цѣлыхъ положительныхъ чиселъ, число которыхъ ниже нѣкотораго предѣла, вполне опредѣляемаго показателемъ  $m$ , т. е. не зависящаго вовсе отъ разлагаемаго числа.

Какъ мы уже сказали, это предложеніе высказано было Варингомъ только въ видѣ догадки. Оно долго ожидало своего рѣшенія; около 150 лѣтъ задача вообще оставалась безъ движенія. Ліувиль занялся вопросомъ о разложеніи числа на сумму четвертыхъ степеней и показалъ, что для этого можетъ понадобится не больше 53 такихъ слагаемыхъ. Однако, результатъ Ліувилья отличается отъ теоремы Ферма не только числомъ составляющихъ степеней. Это

число 53 играет у Лјувиля совсѣмъ другую роль: оно является только верхнимъ предѣломъ необходимаго числа слагаемыхъ. Иными словами, Лјувиль доказалъ, что всякое цѣлое положительное число \*) можетъ быть разложено на сумму четвертыхъ степеней, число которыхъ не превышаетъ 53; но вопросъ о томъ, можетъ ли дѣйствительно понадобится 53 слагаемыхъ, нельзя ли всегда обойтись меньшимъ числомъ ихъ, оставался открытымъ. Съ пониженія этого числа и начинается дальнѣйшее движеніе въ дѣлѣ рѣшенія этой любопытной задачи. Реалистъ (Realis) свелъ число слагаемыхъ на 47 (1878 г.), Люка (Lucas) понизилъ его до 45 (1878 г.), Флекъ (Fleck) — до 39; затѣмъ пониженіе пошло уже медленно; въ 1907 г. Ландау (Landau) съ большимъ трудомъ довелъ его до 38, а Виферихъ (Wieferich) — до 37 (1909 г.). Возможно ли еще дальнѣйшее пониженіе, каково наименьшее число абсолютно необходимыхъ слагаемыхъ, чтобы разложить любое число на биквадраты, — этотъ вопросъ еще остается открытымъ. Виферихъ высказываетъ только убѣжденіе, что тѣми методами, которыми это изслѣдованіе велось до сихъ поръ, дальнѣйшее пониженіе достигнуто быть не можетъ.

Зато вопросъ о разложеніи числа на кубы получилъ болѣе успѣшное рѣшеніе. Ландау и Виферихъ доказали, что всякое число можетъ быть представлено въ видѣ суммы максимумъ 9 кубовъ. Правда, въ работѣ Вифериха оказалась погрѣшность, вслѣдствіе которой вопросъ о 48 числахъ, составившихъ какъ бы исключеніе, оставался открытымъ. Г. Лейнѣкъ изъ Москвы взялъ на себя трудъ изслѣдовать непосредственно эти 48 чиселъ — трудъ нелегкій, ибо всѣ эти числа 10-значны. Оказалось, что эти числа могутъ быть разложены на меньшее число кубовъ. Такимъ образомъ, во всякомъ случаѣ для  $m = 3$  теорема Варинга доказана.

Въ послѣдніе годы тѣ же авторы, къ которымъ присоединились еще Майе (Maillet), Шуръ (Schur) и Гурвицъ (Hurwitz) доказали теорему Варинга для значеній  $m$ , равныхъ 5, 6, 7, 8 и 10.

Въ прошломъ году извѣстный математикъ, профессоръ Гёттингенскаго университета Д. Гильбертъ опубликовалъ полное доказательство теоремы Варинга во всемъ ея объемѣ, т. е. для любого показателя  $m$  \*\*). Работа Гильберта идетъ по пути, совершенно отличному отъ того, по которому шли его предшественники, и представляетъ собой своеобразное примѣненіе анализа къ теоріи чиселъ; приемы Гильберта напоминаютъ до нѣкоторой степени знаменитые мемуары Эрмита и Линдемана, содержавшіе доказательство трансцендентности чиселъ  $e$  и  $\pi$ .

Центръ тяжести мемуара Гильберта составляетъ замѣчательное тождество, разлагающее  $m$ -ую степень квадратичной формы

\*) Мы будемъ впредь говорить просто „число“, такъ какъ здѣсь рѣчь только и идетъ о цѣлыхъ положительныхъ числахъ.

\*\*) D. Hilbert. „Beweis für die Darstellbarkeit der ganzen Zahlen durch eine feste Anzahl  $n$ -er Potenzen (Waringsches Problem)“. Mathem. Annalen, Bd. 67.

въ сумму  $2m$ -ыхъ степеней линейныхъ формъ. Подробнѣе: если  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_r$  суть независимыя переменныя, а  $m$  — натуральное число, то

$$(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_r^2)^m = \sum_h Q_h (a_{1h} x_1 + a_{2h} x_2 + \dots + a_{rh} x_r)^{2m},$$

гдѣ  $Q_h$  суть положительныя рациональныя числа, а  $a_{1h}, a_{2h}, \dots, a_{rh}$  — цѣлыя числа, которыя всѣ вполне опредѣляются значеніемъ показателя  $m$ .

Любопытно, что точкой отправленія для доказательства этой теоремы служить значеніе кратнаго интеграла

$$\iint \dots \int (t_1 x_1 + t_2 x_2 + \dots + t_r x_r) dt_1 dt_2 \dots dt_r,$$

взятаго по всему объему шара радіуса, равнаго 1, въ пространствѣ  $r$ -го измѣренія (т. е. для всѣхъ значеній  $t_1, t_2, \dots, t_r$ , удовлетворяющихъ неравенству  $t_1^m + t_2^m + t_3^m + \dots + t_r^m \leq 1$ ).

Гаусдорфу уже удалось значительно упростить доказательство этого тождества, хотя его изслѣдованіе все же опирается на теорію опредѣленныхъ интеграловъ. Можно, однако, вполне рассчитывать, что доказательство удастся провести средствами элементарной математики, къ которой по своему содержанію принадлежатъ какъ теорема Варинга, такъ и вспомогательное тождество Гильберта.

Упомянутая работа Гильберта несомнѣнно принадлежитъ къ числу перловъ среди трудовъ этого талантливаго геометра.

*В. Кананъ.*

## Опредѣленія бесконечно малыхъ количествъ вещества.

*Вилльяма Рамзая.*

(Докладъ, читанный 20 апрѣля 1911 г. въ Парижѣ, въ Французскомъ Физическомъ Обществѣ).

Мои изслѣдованія рѣдкихъ газовъ привели меня къ необходимости опредѣлить ихъ плотности съ той цѣлью, чтобы я могъ вывести заключеніе объ ихъ атомныхъ вѣсахъ. До 1895 года изслѣдователи пользовались баллонами вмѣстимостью въ нѣсколько литровъ; такъ, Реньо (Regnault) въ своихъ классическихъ опытахъ бралъ шары, вмѣщавшіе около двухъ литровъ каждый; лордъ Рэлей (Rayleigh) пользовался приѣмниками такой же емкости. Такъ какъ въ началѣ нашихъ изслѣдованій мы не могли выдѣлить изъ атмосферы болѣе 200 куб. см. газа, то намъ пришлось опредѣлять плотности при помощи значительно меньшаго количества — приблизительно въ 160 куб. см. Однако, нетрудно

понять, что даже это количество можетъ дать удовлетворительный результатъ; дѣйствительно, вѣсъ аргона, опредѣленный посредствомъ вѣсовъ, составлялъ 0,27 *гр.*, и даже при пользованіи вѣсами, чувствительность которыхъ не превышала 0,1 *мгр.*, погрѣшность была не больше 1/2700.

Позже, когда намъ удалось получить родственниковъ аргона \*) — неонъ, криптонъ и ксенонъ, которые составляютъ чрезвычайно малую часть атмосферы, мы стали смѣлѣе; мы подвергли взвѣшиванію лишь 32 *кб. см.* неона при давленіи, равномъ половинѣ атмосферы; вѣсъ газа составлялъ около 0,011 *мгр.* Что касается криптона и ксенона, то количество ихъ, находившееся въ нашемъ распоряженіи, давало возможность взвѣсить не болѣе 7 *кб. см.*; но, благодаря ихъ болѣшимъ плотностямъ, удалось достигнуть той же точности, что и въ случаѣ неона, такъ какъ вѣсъ былъ равенъ 0,015 *гр.* Погрѣшность не превышала 1 или 2 тысячныхъ.

Я попытался также опредѣлить удѣльно объемы криптона и ксенона въ жидкомъ состояніи; съ этой цѣлью я построилъ капиллярныя трубки, въ которыхъ газы сжижались при низкой температурѣ, и мнѣ удалось измѣрить количества въ 0,006 *кб. см.* = 6 *кб. мм.*

Хотя уже и эти количества достаточно малы, но количества радиоактивныхъ продуктовъ еще гораздо меньше. Прежде всего, радій встрѣчается лишь въ маломъ количествѣ; такъ какъ его распадъ совершается очень медленно и длится тысячи лѣтъ, то мы можемъ получить лишь очень малыя количества этихъ веществъ. Я напому, что полъ-жизни радія достигаетъ 1700 лѣтъ, что онъ распадается на эманцію и гелій, и что даже при 0,5 *гр.* бромистаго радія все количество эманціи, которымъ мы можемъ располагать, есть величина порядка 0,1 *кб. мм.*

Разсмотримъ сначала, какія средства имѣются въ нашемъ распоряженіи, чтобы выполнить эти измѣренія. Мы можемъ опредѣлить

при помощи хорошихъ точныхъ вѣсовъ . . . . .	$10^{-4} = 0,0001,$
„ пробирныхъ вѣсовъ . . . . .	$10^{-5} = 0,00001,$
„ микровѣсовъ Нернста . . . . .	$10^{-6} = 0,000001,$
„ микровѣсовъ Уитлау-Грея (Whytlaw-Gray) $3 \times 10^{-9}$	$= 0,000000003,$
спектроскопъ даетъ возможность открыть гелій въ количествѣ: . . . . .	$2 \times 10^{-10} = 0,0000000002,$
обоняніе (для меркаптана). . . . .	$10^{-11} = 0,00000000001,$
электроскопъ . . . . .	$10^{-12} = 0,000000000001.$

Всѣмъ извѣстно, какимъ образомъ электроскопъ сталъ весьма употребительнымъ приборомъ, при помощи котораго открываютъ радій

\*) См. В. Рамзай, „Благородные и радиоактивные газы“, „Вѣстникъ“, №№ 481 и 482, а также отдѣльное изданіе „Mathesis“, 1909. ц. 25 коп.

и торіи въ породахъ; при помощи электроскопа супруги Кюри открыли радій; ученые, которые изслѣдуютъ содержаніе радія въ породахъ, при помощи электроскопа безошибочно отличаютъ руды, содержащія въ одномъ граммѣ  $2,3 \times 10^{-12}$  гр. радія, отъ тѣхъ, которыя содержатъ  $2,4 \times 10^{-12}$  гр.

Въ послѣдніе годы мнѣ пришлось обратить вниманіе на эманацию, происходящую изъ радія. Благодаря любезности Вѣнской Академіи, я имѣлъ въ своемъ распоряженіи около полуграмма бромистаго радія: Уитлау-Грэю и мнѣ удалось не только измѣрить объемъ газа, который это вещество непрерывно выдѣляетъ, но даже опредѣлить его объемъ въ жидкомъ состояніи; затѣмъ намъ удалось заморозить его, охлаждая посредствомъ жидкаго воздуха, измѣрить длины волнъ лучей его спектра и, наконецъ, взвѣсить количество его, не превышающее одной десятой части кубическаго миллиметра. Но это еще не все. Кѣтбертсонъ (Cuthbertson) и Портеръ (Porter), мои коллеги по университету, изобрѣли приборъ, при помощи котораго удалось опредѣлить показатель преломленія этого ничтожнаго количества вещества. Существуетъ англійская поговорка: „костюмъ нужно кроить по сукну“, а соответствующая французская пословица говоритъ: „соразмѣрь свой ротъ со своимъ кошелькомъ!“. Въ нашемъ кошелькѣ было лишь очень малое количество благороднаго элемента, и цѣнность этого сообщенія, быть можетъ, соответствуетъ этому ничтожному количеству; но я разсчитываю на вашу снисходительность, „дѣлая изъ мухи слона“.

Этотъ бромистый радій, растворенный въ водѣ, находился въ маленькой ампулѣ, прикрѣпленной къ насосу Тѣплера (Töpler); вы знаете, что подъ дѣйствіемъ бромистаго радія вода разлагается на водородъ и кислородъ. Мы получили за недѣлю почти ровно 25 куб. см. гремучаго газа. Въ этой смѣси всегда находится небольшой избытокъ водорода, — безъ сомнѣнія, вслѣдствіе образованія перекиси водорода; этотъ избытокъ весьма полезенъ, такъ какъ онъ даетъ послѣ взрыва пузырьки водорода, несущій эманацию и дающій возможность перелить ее въ пріемники, предназначенные для экспериментированія. Далѣе, водородъ не сгущается при температурѣ жидкаго воздуха, тогда какъ эманация отлагается на стѣнкахъ сосуда въ твердомъ состояніи; благодаря этому, легко можно отдѣлить одно вещество отъ другого, выкачивая водородъ съ помощью насоса. Эманация остается тогда въ совершенно чистомъ видѣ.

Эманация въ проходящемъ свѣтѣ безцвѣтна подобно водѣ; въ отраженномъ свѣтѣ она вызываетъ фосфоресценцію трубки, при чемъ цвѣтъ послѣдней зависитъ отъ природы стекла. Въ кварцѣ она испускаетъ бѣлый свѣтъ; въ натріевомъ стеклѣ она даетъ сиреневое сіяніе, а въ калиевомъ стеклѣ — синевеленый цвѣтъ. При сжатіи въ натріевомъ стеклѣ, она будучи одновременно голубоватой и розовой, напоминаетъ пламя синерода.

При охлажденіи этого газа до  $-71^{\circ}$  онъ становится непрозрачнымъ и отвердѣваетъ. При этомъ наблюдается поразительное измѣненіе цвѣта; подъ дѣйствіемъ отвердѣвшей эманации стекло испускаетъ,

подобно маленькой электрической дугѣ, яркое сіяніе синестального цвѣта. При дальнѣйшемъ охлажденіи цвѣтъ переходитъ въ желтый, и въ жидкомъ воздухѣ онъ становится краснооранжевымъ. При повышеніи температуры эти измѣненія цвѣта совершаются въ обратномъ порядкѣ. Хотя это сіяніе является очень интенсивнымъ, я не думаю, однако, что онъ можетъ составить серьезную конкуренцію современнымъ способамъ освѣщенія.

Намъ удалось измѣрить объемъ этой рѣдкой жидкости; зная, что плотность газа, какъ увидимъ ниже, равна 112,5, мы можемъ вычислить плотность жидкости. Она очень тяжела, а именно, въ 5,7 разъ тяжелѣе воды.

До сихъ поръ я называлъ этотъ газъ по имени, которое ему дали Рѣтгерфордъ (Rutherford) и Содди (Soddy). Но онъ, несомнѣнно, принадлежитъ къ ряду недѣятельныхъ газовъ, и извѣстны уже три эманации: радія, торія и актинія. Выраженіе „эманация радія“ не совсѣмъ удачно; нужно было придумать названіе, которое указывало бы на какое-либо изъ разительныхъ свойствъ этого газа и въ то же время напоминало бы его родственниковъ изъ ряда аргона. Я выбралъ слово „нитонъ“, которое означаетъ „сіяющій“; сознаюсь, что я сдѣлалъ это несмотря на протесты филологовъ-пуристовъ, которые не позволяютъ приставлять греческое окончаніе къ латинскому слову; въ свое оправданіе я напому, что греки очень часто вводили въ свой языкъ латинскія слова: такъ, напримѣръ, мы встрѣчаемъ слова: *σοῦδαριον*, *δηνάριον*, *κρατάριον*, *κῆρος* и множество другихъ \*).

Въ 1904 г. Колли (Collie) и мнѣ удалось измѣрить длины волнъ нѣсколькихъ спектральныхъ линій нитона; другой рядъ опытовъ былъ произведенъ мною въ сотрудничествѣ съ Камерономъ (Cameron); Ватсонъ (Watson) произвелъ въ моей лабораторіи всестороннее изслѣдованіе этого вопроса, при чемъ онъ пользовался нитономъ, очищеннымъ мною. По Гикксу (Hicks) этотъ спектръ обнаруживаетъ очень близкое сходство съ спектрами недѣятельныхъ газовъ; такъ какъ самъ нитонъ тоже недѣятеленъ, то представляется весьма вѣроятнымъ, что онъ относится къ этому ряду элементовъ.

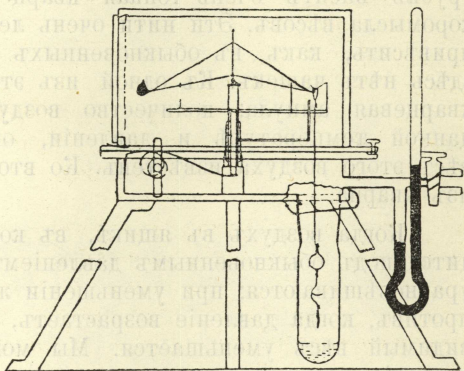
Нѣкоторые изслѣдователи произвели опыты съ цѣлью опредѣлить точный атомный вѣсъ нитона. Я упомяну лишь объ опытахъ, основанныхъ на диффузіи и произведенныхъ Кюри и Данномъ (Danne), Бѣмстедомъ (Bumstead) и Уилеромъ (Wheeler), Рѣтгерфордомъ и m-lle Бруксъ (Brooks), Маковымъ (Makower), Шомономъ (Chaumont) и Перкинсомъ (Perkins). Достаточно сказать, что результаты, относящіеся къ атомному вѣсу, колеблются между 70 и 235. Дебьернъ (Debierne), который пользовался методомъ Бунзена, основаннымъ на истеченіи газа черезъ узкое отверстіе, нашелъ, что атомный вѣсъ равенъ 220. Принимая во вниманіе,

\*) Я узналъ, что въ Швейцаріи словомъ „niton“ обозначаютъ особаго рода волшебное существо, подобное никкелямъ (nickels) и кобольдамъ (kobolds) рудоносныхъ областей Германіи.

что радій, превращаясь въ нитонъ, выдѣляетъ атомъ гелія, и считая, что согласно результату, найденному г. Кюри и подтвержденному сэромъ Эдуардомъ Торпе (Thorpe), атомный вѣсъ радія равенъ 226,4, мы найдемъ, что атомный вѣсъ эманации равенъ разности  $226,4 - 4$ , т. е. 222,4.

Молекулярный вѣсъ опредѣляется плотностью; въ случаѣ одноатомнаго газа (есть полное основаніе полагать, что нитонъ представляетъ собой одноатомный элементъ) молекулярный вѣсъ совпадаетъ съ атомнымъ. Для того, чтобы получить окончательный результатъ, необходимо было взвѣсить извѣстный объемъ нитона.

Но какъ намъ взвѣсить газъ, если количество его, которое мы можемъ получить въ наше распоряженіе, не превышаетъ одной десятой кубическаго миллиметра? Какъ я уже указалъ, такое взвѣшивание стало осуществимымъ благодаря микровѣсамъ, изобрѣтеннымъ Стиле (Steele) и построеннымъ Уитлау-Греємъ. Позвольте мнѣ описать въ краткихъ чертахъ тѣ методы, которыми мы пользовались.



Фиг. 2.

Прежде всего, однако, необходимо выяснитъ конструкцію вѣсовъ. Уже нѣсколько лѣтъ ученые пользуются новымъ веществомъ — сплавленнымъ кварцомъ. Вѣсмъ извѣстна стойкость этого вещества; его коэффициентъ термическаго расширенія почти равенъ нулю. Его можно обрабатывать, какъ стекло, вытягивая въ палочки надлежащей толщины. Раньше, чѣмъ построить эти вѣсы, я справился у моего коллеги, профессора механики, какую форму нужно дать мосту для того, чтобы онъ наилучшимъ образомъ сопротивлялся внѣшнему давленію; профессоръ любезно сдѣлалъ для меня соотвѣтствующій чертежъ.

Чтобы построить коромысло, нужно при помощи вязальной иглы вырѣзать на графитной пластинкѣ линіи, въ которыя кладутъ короткія палочки кварца, имѣющія въ поперечникѣ около  $\frac{1}{2}$  мм. Въ томъ мѣстѣ, гдѣ концы палочекъ соприкасаются, ихъ сплавляютъ, для чего на одно мгновеніе направляютъ на нихъ кислородное пламя паяльной трубки. Ножъ (призма) состоитъ изъ капельки кварца, сплавленной на концѣ короткой палочки и чрезвычайно тщательно выточенной въ формѣ топорика. Подъ микроскопомъ онъ долженъ быть прямымъ, безъ нарѣзокъ и совершенно гладкимъ. Перпендикулярно къ этой палочкѣ и очень близко къ ножу прикрѣплена вторая палочка, которая служитъ для того, чтобы приладить ножъ; она прикрѣплена къ коромыслу вѣсовъ такимъ образомъ, что ножъ образуетъ прямой уголъ съ пло-

скостью коромысла. Эта вторая палочка служит также для того, чтобы поддерживать маленькое зеркальце изъ платинированнаго кварца. Это зеркало отражаетъ свѣтъ отъ лампочки Нернста, который падаетъ на шкалу, находящуюся приблизительно на разстояніи трехъ метровъ отъ зеркала; нить лампочки отбрасываетъ свое изображеніе на шкалу, раздѣленную на миллиметры.

Вѣсы находятся въ латунномъ ящикѣ, изъ котораго можно выкачать воздухъ. Въ нижней поверхности этого ящика продѣланы два отверстия напротивъ концовъ коромысла и подъ ними. Въ этихъ отверстияхъ укрѣплены двѣ полныя стеклянныя пробки, къ которымъ прилажены двѣ трубки, имѣющія около 3 см. въ діаметрѣ. Въ каждой трубкѣ виситъ очень тонкая кварцевая нить, припаянная къ концу коромысла вѣсовъ. Эти нити очень легко сгибаются, и къ нимъ можно привѣсить, какъ въ обыкновенныхъ вѣсахъ, чашки на ножкахъ. Но здѣсь нѣтъ чашекъ. Къ одной изъ этихъ нитей подвѣшена маленькая кварцевая ампула; количество воздуха, содержащагося въ ней при данной температурѣ и давленіи, опредѣляется заранѣе, такъ что вѣсъ этого воздуха извѣстенъ. Ко второй нити подвѣшенъ противовѣсъ изъ кварца.

Когда воздухъ въ ящикѣ, въ которомъ помѣщаются вѣсы, находится подъ обыкновеннымъ давленіемъ, ампула и противовѣсъ взаимно уравниваются; при уменьшеніи же давленія ампула падаетъ; напротивъ, когда давленіе возрастаетъ, ампула виситъ въ воздухѣ, и ея видимый вѣсъ уменьшается. Мы можемъ, слѣдовательно, регулируя давленіе, увеличивать или уменьшать вѣсъ на опредѣленныя маленькія величины. Чтобы сдѣлать вычисленіе, нужно лишь отсчитать давленіе по манометру и знать температуру.

Объекты, которые мы желаемъ взвѣсить, подвѣшиваются къ нити посредствомъ маленькихъ крючковъ изъ кварца. Но раньше взвѣшивания необходимо вывѣрить чувствительность вѣсовъ. Это производится при помощи кварцевой палочки, выступающей вертикально отъ центра коромысла. Вначалѣ ей даютъ большую длину, чѣмъ нужно, съ той цѣлью, чтобы можно было отнимать отъ нея маленькіе кусочки, размягчая кварцъ при помощи паяльной трубки. Время отъ времени опредѣляютъ періодъ качанія вѣсовъ; наконецъ, кварцъ заставляютъ испаряться, прикасаясь къ нему пламенемъ паяльной трубки, пока не достигнуть достаточной продолжительности качанія, — на примѣръ, въ 50 секундъ.

Сосудъ, содержащій объектъ, который мы желаемъ взвѣсить, уравнивается грузомъ въ видѣ крючка изъ кварца. вмѣстѣ съ этимъ противовѣсомъ нужно впустить въ ящикъ воздухъ до опредѣленнаго давленія. Вначалѣ впускали неочищенный воздухъ, но вскорѣ оказалось, что необходимо удалить всякіе слѣды пыли и влажности. Поэтому впускаемый воздухъ предварительно очищается, и съ этой цѣлью его пропускаютъ черезъ колонну, содержащую жженную известь, фосфорный ангидридъ и вату.

При давленіи, превышающемъ 150 мм. ртутнаго столба, воздушныя теченія въ ящикѣ мѣшаютъ правильному ходу опыта; поэтому опытъ устраиваютъ такимъ образомъ, чтобы вѣсы были въ равновѣсіи подъ давленіемъ около 80 мм. Съ этой цѣлью нужно измѣнять величину противовѣса, подбавляя кусочки кремнезема или же заставляя посредствомъ паяльной трубки часть его испариться. Эта операція требуетъ около часу времени.

Вы поймете теперь, что мы имѣли въ своемъ распоряженіи вѣсы, которые могли указывать разность, не превышающую около 2 или 3 миллионныхъ долей миллиграмма. Чтобы представить себѣ это, предположимъ сперва, что объемъ воздуха, содержащагося въ ампулѣ, при нормальномъ давленіи и температурѣ 0° имѣетъ вѣсъ въ 0,027 мг. Каждый миллиметръ манометра соответствуетъ, слѣдовательно, 0,026/760, скажемъ, 0,0000355 мг., т. е. 3,5 стотысячнымъ долямъ. Но каждый интервалъ въ 10 дѣленій шкалы, на которую падаетъ свѣтъ отъ лампочки Нернста, отраженный зеркаломъ на вѣсахъ, соответствуетъ 1 мм. давленія; слѣдовательно, одно дѣленіе шкалы соответствуетъ 3 миллионнымъ долямъ миллиграмма; легко раскрыть значеніе одной десятой дѣленія: мы доходимъ, такимъ образомъ, до 3 десяти-миллионныхъ долей миллиграмма. Въ дѣйствительности чувствительность не столь велика; какъ я уже сказалъ, ее можно считать равной 2 или 3 миллионнымъ долямъ.

Послѣ того, какъ мы ознакомились съ конструкціей и употребленіемъ вѣсовъ, я, съ вашего позволенія, скажу нѣсколько словъ объ опытахъ съ нитомомъ, плотность котораго мы опредѣлили.

Напомню, что мы придумали способъ, посредствомъ котораго газъ былъ заключенъ въ капиллярную трубку. Раньше, чѣмъ дѣлать опыты съ дорого стоящимъ нитомомъ, мы испробовали вѣсы на взвѣшиваніи ксенона; такъ какъ я обладаю 100 куб. см. этого элемента, то я свободно могъ располагать половиной кубическаго миллиметра.

Отмѣривъ въ капиллярной трубкѣ 0,0977 куб. мм. ксенона, мы перевели его въ твердое состояніе въ верхушкѣ трубки при помощи маленькой смоченной воронки изъ пропускной бумаги, наполненной жидкимъ воздухомъ; послѣ этого трубку запаяли, направивъ на нее маленькое пламя ниже воронки, и затѣмъ помѣстили ее въ маленькую пробирку, подвѣшенную на коромыслѣ вѣсовъ; уравнивъ трубку, мы отмѣтили давленіе, при которомъ свѣтовое пятно находилось на нулѣ шкалы. Чтобы открыть маленькую трубку, не теряя кусочковъ стекла, мы сняли при помощи платиновыхъ щипцовъ пробирку, въ которую трубка приходилась вплотную, и подталкивали трубку въ пробиркѣ такимъ образомъ, что кончикъ ея, который былъ раньше очень вытянутъ, отламывался; затѣмъ мы положили обратно трубку въ пробиркѣ на вѣсы. Чтобы очистить трубку отъ ксенона, мы нѣсколько разъ разрѣдили ящикъ, и, измѣняя давленіе, посредствомъ маленькой ампулы опредѣлили потерю вѣса, соответствующую удаленію ксенона. Измѣненіе давленія было равно 17,1 мм. (70 — 52,9), что соответствуетъ 608 миллионнымъ.

Однако, это не даетъ истиннаго вѣса ксенона, потому что трубка наполнена воздухомъ подъ давленіемъ въ 52,9 мм.; такъ какъ мы знаемъ объемъ маленькой трубки, то мы можемъ вычислить вѣсъ воздуха; онъ равенъ 46 миллионнымъ; полный вѣсъ равенъ, слѣдовательно, суммѣ обоихъ вѣсовъ, т. е. 654 миллионнымъ. Нужно еще сдѣлать поправку; во-первыхъ, трубка была стеклянная, и плотность ея не такая, какъ кремнезема, изъ котораго сдѣланъ противовѣсъ. Чтобы опредѣлить разность, обусловленную различіемъ плотностей, мы снимаемъ ампулу и кладемъ вмѣсто нея противовѣсъ изъ кремнезема; произведя вторичное взвѣшиваніе, мы находимъ разность въ 91 миллионную долю; ее нужно вычесть, и въ результатѣ мы получимъ 561 миллионную. Во-вторыхъ, нужно сдѣлать поправку, имѣя въ виду то обстоятельство, что ксенонъ былъ взвѣшенъ подъ давленіемъ въ 70 мм., тогда какъ въ опытѣ давленіе измѣнилось до 52,9 мм. Если бы мы взвѣсили запаянную трубку подъ давленіемъ 52,9 мм., а не 70 мм., то она вѣсила бы больше; поправка будетъ, слѣдовательно, положительной: это разность въ вѣсѣ 0,536 кб. мм. (емкость ампулы) при давленіи въ 70 мм. и при давленіи въ 52,9 мм. (разность давленій 17,1 мм.). Эта разность вѣса выражается равенствомъ:

$$17,1 \times 0,536 \times 1,29/760 \times 1000 = 15 \text{ миллионныхъ,}$$

гдѣ 1,29 есть вѣсъ одного кубическаго сантиметра воздуха въ мгр.

Вѣсъ ксенона равенъ, слѣдовательно,  $561 + 15 = 576$  миллионнымъ мгр. Легко показать, что вычисленіе даетъ для этого вѣса 577 миллионныхъ.

Я позволю себѣ привести еще одинъ примѣръ взвѣшиванія, произведеннаго посредствомъ этихъ вѣсовъ. Уитлау и я опредѣлили вѣсъ гелія, который образуется изъ нитона, когда онъ переходитъ въ радій *A*, *B*, *C* и, наконецъ, *D*. Мы наполнили трубку нитономъ въ іюль 1910 г. и оставили его до начала октября для того, чтобы онъ превратился въ гелій и радій *D*. Продолжительность полужизни послѣдняго составляетъ около 16 лѣтъ; мы можемъ поэтому считать его неизмѣннымъ. Взвѣсивъ трубку и отбивъ кончикъ, мы помѣстили трубку непосредственно на вѣсы. Потеря вѣса составляла 15 миллионныхъ; а объемъ трубки былъ равенъ 0,196 кб. мм.; вѣсъ воздуха, вошедшаго при давленіи въ 37,7 мм. и температурѣ 18,5°, былъ равенъ 12 миллионнымъ; полный вѣсъ гелія составлялъ, слѣдовательно, 27 миллионныхъ.

Однако, при взятомъ нами количествѣ нитона должны были получиться 38 миллионныхъ; нужно было отыскать недостававшее количество. Подъ вліяніемъ эманации должны увеличиваться скорость движенія молекулъ газа, находящихся въ томъ же самомъ сосудѣ; причиной, несомнѣнно, являются толчки, получаемые молекулами отъ частицъ *a*, которыя извергаются во время распада атомовъ нитона. Благодаря этой скорости, молекулы проникаютъ въ стѣнки сосуда, въ которомъ онѣ заключены; изъ произведенныхъ нами опытовъ можно заключить, что эта способность проникать сквозь стѣнки зависитъ не только отъ скорости, но и отъ размѣровъ и формы молекулъ. Такъ,

гелій въ смѣси съ нитомомъ проникаетъ въ стекло лучше, чѣмъ неонъ, а неонъ—лучше, чѣмъ водородъ.

Какъ бы тамъ ни было, мы нагрѣли трубку въ маленькой пробиркѣ изъ кварца, которая была окружена второй трубкой, чтобы не дать войти газамъ изъ пламени; мы удалили газы насосомъ; охлажденный уголь поглощалъ кислородъ, введенный нами въ самомъ началѣ опыта, чтобы вытѣснить воздухъ, который могъ бы загрязнить газы слѣдами неона и гелія. Остатокъ составлялъ 0,042 *кб. мм.*; онъ имѣлъ спектръ чистаго гелія, и его вѣсъ былъ равенъ 8 миллионнымъ. Прибавивъ это число къ количеству, найденному при помощи вѣсовъ, мы получимъ въ суммѣ 35 миллионныхъ, т. е. на 3 миллионныхъ меньше того числа, которое мы нашли бы, исходя изъ гипотезы, что каждый атомъ нитона, распадаясь на радій *D*, выдѣляетъ три атома гелія, т. е. три частицы  $\alpha$ .

Нашей первой цѣлью было найти истинный атомный вѣсъ нитона; для этого мы ввели въ пяти опытахъ количества этого элемента, колеблющіяся между 0,073 *кб. мм.* и 0,0566 *кб. мм.* въ трубкахъ, служившихъ для опредѣленія плотности, какъ я уже описалъ выше. Таковы были объемы, дѣйствительно удаленные изъ трубокъ насосомъ; ясно, что необходимо было сдѣлать поправку на потери нитона, обусловленные его частичнымъ самопроизвольнымъ разложеніемъ на твердые продукты, и поправку на часть элемента, которая проникала въ стѣнку какъ въ собственномъ видѣ, такъ и въ видѣ гелія. Количества, полученные путемъ взвѣшиванія, составляли отъ 572 до 739 миллионныхъ миллиграмма. Найденные атомные вѣса выражаются числами 227, 226, 225, 220 и 218,—въ среднемъ, 223. Взявъ атомный вѣсъ радія, полученный г-жей Кюри и сэромъ Эдуардомъ Торпе, и вычитывая изъ него атомный вѣсъ гелія, т. е. 4, мы найдемъ для нитона атомный вѣсъ 222,4, что весьма удовлетворительно согласуется съ нашимъ результатомъ.

Я позволю себѣ вкратцѣ описать еще одинъ опытъ, произведенный Кѣтбертсономъ и Портеромъ въ Физическомъ Институтѣ университета. Задача заключалась въ томъ, чтобы найти показатель преломленія нитона, имѣя въ распоряженіи меньше 0,1 *кб. мм.* этого газа. Названные изслѣдователи отшлифовали на концѣ запаянной капиллярной трубки двѣ поверхности, параллельныя оси трубки, и просверлили въ трубкѣ каналецъ перпендикулярно къ этимъ поверхностямъ; приклеивъ къ послѣднимъ двѣ шлифованныя стеклянные пластинки, они получили маленькую камеру, вмѣщавшую около 1 *кб. мм.* На шлифованномъ стеклѣ они навели слоемъ платины два маленькихъ кружка, такъ что свѣтъ могъ проходить сквозь платинированную часть, а также отражаться металлическими поверхностями пластинокъ. Эта термометрическая трубка составляла верхнюю часть прибора, который я описалъ вамъ, и въ который можно было, по желанію, ввести очищенный нитонъ. Разсматривая зеленый свѣтъ ртутной лампы сквозь каналецъ, мы увидимъ полосы въ видѣ концентрическихъ окружностей, при чемъ длина ихъ радіусовъ измѣняется при всякомъ измѣненіи давленія. Измѣривъ

число полосъ, проходящихъ черезъ опредѣленную точку при данномъ измѣненіи давленія, можно вычислить рефракцію газа.

Нѣсколько измѣреній было произведено съ большимъ или меньшимъ успѣхомъ. Совершенно непредвидѣнное затрудненіе вынудило насъ прекратить изслѣдованіе: дѣло въ томъ, что эманация раздѣдаетъ платину, которая становится весьма темной и теряетъ свою прозрачность въ такой степени, что черезъ нѣсколько минутъ уже совершенно невозможно видѣть свѣтъ сквозь платинированныя пластинки. Но еще до того, какъ началось раздѣдающее дѣйствіе эманации, намъ удалось сдѣлать нѣкоторыя наблюденія, указывающія, что въ случаѣ бѣлаго свѣта рефракція ( $\mu - 1$ ) нитона приблизительно въ 45 разъ больше рефракціи гелія, т. е. 0,000 035. Замѣтимъ, что Кѣтбертсонъ указалъ весьма любопытное соотношеніе между числами, выражающими рефракціи инертныхъ элементовъ. Числа, соотвѣтствующія гелію, неону, аргону, криптону и ксенону, обнаруживаютъ простое соотношеніе: 1, 2, 12 и 20. Показатель преломленія нитона, повидимому, связанъ съ другими показателями преломленія.

Возможность взвѣшивать столь ничтожныя количества наводитъ насъ на мысль о другихъ чрезвычайно интересныхъ изслѣдованіяхъ: можно было бы, напримѣръ, вычислить толщину слоевъ газа, пристающихъ къ твердымъ предметамъ, такъ какъ ихъ вѣсъ вполнѣ ощутителенъ. Уитлау-Грей взвѣсилъ весьма легкую золотую капсулу, поверхность которой была равна около 2,5 кв. см. Нагрѣвъ капсулу до красна, ее сейчасъ же подвѣсили къ вѣсамъ и уравновѣсили грузомъ; въ теченіе двухъ дней она увеличивалась въ вѣсъ; полное приращеніе вѣса составило одну миллионную; вычисливъ толщину слоя воздуха, нашли, что она составляетъ 7 молекулъ. Очевидно, что въ этомъ направленіи можно сдѣлать многое, такъ какъ мы можемъ по желанію брать другое вещество и другой газъ, а также измѣнять температуру и давленіе.

Мы узнали еще одну необыкновенную вещь. Намъ нужна была чистая вода, которая при выпариваніи не оставляла бы твердаго остатка. Хотя мы перегоняли воду въ сосудахъ изъ платины, кварца и серебра, мы ни разу не могли получить капли, которая при выпариваніи не оставляла бы послѣ испаренія кристаллическаго осадка. Мы пробовали даже воду, полученную синтетическимъ путемъ, для чего мы сжигали водородъ въ соприкосновеніи съ охлажденными сосудами изъ стекла, кварца, платины и серебра; но всѣ полученныя капли оставляли сходный осадокъ, вѣсомъ около 100 миллионныхъ на каплю. На эти опыты мы потратили полмѣсяца весьма незанимательнымъ образомъ; наконецъ, мы открыли, что при выпариваніи воды въ струѣ воздуха, профильтрованного сквозь вату, не получается никакого остатка. Остатокъ имѣлъ своимъ источникомъ пыль, взвѣшенную въ воздухѣ. Какъ показываетъ микроскопъ, кристаллы состоятъ, большей частью, изъ поваренной соли, углекислаго и серническаго кальція.

Очевидно, что вода, испаряясь, заряжается электричествомъ и притягиваетъ пыль, которая имѣетъ сравнительно большой вѣсъ.

Я изложилъ вамъ нѣсколько опытовъ, произведенныхъ нами въ послѣдніе годы. Благодаря своему необыкновенному усовершенствованію, такіе инструменты, какъ спектроскопъ, микроскопъ и электроскопъ, могутъ служить для изслѣдованія ничтожнѣйшихъ количествъ, и намъ казалось обиднымъ, что наши орудія для вѣсового и объемнаго опредѣленія вещества сильно отстали. Я надѣюсь, что мы не злоупотребили вашимъ вниманіемъ, рассказавъ вамъ о нашихъ попыткахъ, цѣль которыхъ — увидѣть невидимое, осязать неосязаемое и взвѣсить невѣсомое.

## Международная Коммиссія по преподаванію математики.

### Постановка преподаванія математики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ Западной Европы.

Какъ мы указали въ № 545 „Вѣстника“, важнѣйшій результатъ работъ Международной Коммиссіи заключается въ настоящее время въ томъ, что во всѣхъ странахъ опубликованы отчеты о постановкѣ преподаванія математики на всѣхъ ступеняхъ. Редакція „Вѣстника“ считаетъ своевременнымъ ознакомить съ этими отчетами своихъ читателей. Опубликовать ихъ полностью нѣтъ никакой возможности въ виду обширныхъ размѣровъ подлинныхъ рефератовъ. Сдѣлать краткія извлеченія — значитъ свести ихъ къ сухому перечисленію, которое врядъ ли въ комъ-либо вызоветъ интересъ. Мы рѣшили поэтому опубликовать наиболѣе существенные доклады, касающіеся средней школы, съ небольшими купюрами. Въ Германіи школы Пруссіи служатъ, собственно говоря, типами для всѣхъ меньшихъ государствъ. Поэтому мы помѣщаемъ обстоятельный обзоръ преподаванія математики въ Пруссіи, а за нимъ небольшую статью о тѣхъ особенностяхъ, которыми отличается постановка преподаванія математики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ другихъ германскихъ странъ. Вслѣдъ за симъ будутъ помѣщены статьи о постановкѣ преподаванія математики въ Франціи, Австріи, Англіи и Италіи.

### Постановка преподаванія математики въ мужскихъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ Пруссіи.

В. Лицмана.

#### 1. Краткій обзоръ развитія средней школы въ Пруссіи.

Въ настоящее время въ Пруссіи различаютъ три типа среднихъ учебныхъ заведеній: гимназіи, реальныя гимназіи и высшія реальныя училища.

Наряду съ этими девятиклассными полными учебными заведениями существуютъ еще такъ называемыя неполныя учебныя заведения, обнимающія только курсъ первыхъ шести классовъ; это въ соотвѣтствующемъ порядкѣ: прогимназіи, реальныя прогимназіи и реальныя училища. Прежде, чѣмъ обратиться къ характеристикѣ этихъ отдѣльных типовъ школъ, бросимъ краткій взглядъ на исторію средней школы въ Пруссіи.

1788-ой годъ. Въ срединѣ XVIII-го столѣтія представителями средней школы слѣдуетъ считать латинскія школы; такихъ школъ насчитывалось ко времени Фридриха Великаго около 80 пятиклассныхъ и около 300 трехклассныхъ. Эти школы въ своей дѣятельности были очень различны между собой. Нѣкоторыя изъ нихъ, какъ, напримѣръ, Іоахимстальскую гимназію и гимназію Фридриха Вердера, можно съ полнымъ правомъ отнести къ образцовымъ учебнымъ заведениямъ; другія достигли лишь незначительныхъ результатовъ на педагогическомъ поприщѣ. Въ 1788 году для латинскихъ школъ было установлено испытаніе зрѣлости. Благодаря этому оканчивающіе ученики получили право посѣщать университетъ; впрочемъ, за университетомъ было все же сохранено право подвергать абитуриентовъ испытаніямъ; университету было предоставлено также допускать къ занятіямъ и не имѣющихъ аттестата зрѣлости. Слѣдовательно, аттестатъ зрѣлости былъ ни необходимымъ ни даже всегда достаточнымъ условіемъ для поступленія въ университетъ.

Такимъ образомъ, въ Пруссіи, въ противоположность многимъ другимъ виѣрманскимъ странамъ, средняя школа съ самаго начала тѣснѣйшимъ образомъ срослась съ вопросомъ о присущихъ ей правахъ. Несомнѣнно, благодаря этому чрезвычайно сильно поднялся уровень образованности массы и надолго упрочился авторитетъ и вліяніе средней школы. Но, съ другой стороны, вопросъ о правахъ нерѣдко являлся тормазомъ для успѣшности и развитія средней школы: многіе ученики посѣщаютъ школы, надбляющія ихъ правами, не ради самой школы, а именно ради этихъ правъ, и новые типы школъ могутъ добиться признанія лишь постепенно и путемъ трудной борьбы съ существующими привилегіями.

1812-ый годъ. Права, которыя давали испытанія зрѣлости, были въ 1812 году впервые расширены изданіемъ «Инструкціи для выпускныхъ экзаменовъ». Съ этого времени для всѣхъ учениковъ среднихъ учебныхъ заведеній, стремившихся въ университетъ, необходимымъ условіемъ для пріема становится экзаменъ зрѣлости. Только не учившіеся въ школахъ, какъ и раньше, могли получить свидѣтельство, дававшее доступъ къ университетскимъ занятіямъ, отъ особой университетской комиссіи.

1816-ый годъ. Первый учебный планъ былъ установленъ въ 1816 году фонъ-Сюверномъ (von Süvern), но не въ качествѣ обязательнаго, а, скорѣе, лишь какъ «Образецъ постановки основъ учебнаго дѣла». Главный учебный матеріалъ средней школы по этому плану составляли древніе языки; однако, и математика была недурно обезпечена 60-ью часами; кромѣ того, курсъ разсчитанъ на десять лѣтъ. На долю естествознанія выпало меньше часовъ. Новые языки по этому учебному плану совершенно отсутствовали.

1834-ый годъ. Новыя «Правила испытанія учениковъ, поступающихъ въ университеты» устанавливають, наконецъ, существующее и сейчасъ почти

безъ исключеній положеніе, что для пріема въ университетъ экзаменъ зрѣлости является необходимымъ и достаточнымъ предварительнымъ условіемъ.

Вмѣстѣ съ этимъ въ Пруссіи вполнѣ установилась система, существенно отличная отъ другихъ странъ. Совершенно иначе обстоитъ дѣло, напримѣръ, въ Англіи, гдѣ Оксфордъ и Кембриджъ ежегодно производятъ свои письменные пріемные экзамены \*) и черезъ посредство ихъ направляютъ все преподаваніе среднихъ школъ; или, скажемъ, во Франціи, гдѣ доцентами и преподавателями производится письменный и устный экзаменъ; но тамъ долготѣнее общеніе съ учениками на почвѣ преподаванія не можетъ оказать никакого вліянія на рѣшеніе вопроса о ихъ зрѣлости, потому что ученикъ совершенно чуждъ экзаменаціонной комиссіи.

1837-ой годъ. Первая дѣйствительно цѣльная учебная программа 1837 года принадлежитъ Іог. Шульце (Joh. Schulze). Учебныя заведенія становятся съ этого времени девятиклассными; число уроковъ сильно сокращается, — движеніе противъ чрезмѣрнаго отягощенія учащихся впервые оказываетъ свое дѣйствіе, — напримѣръ, число уроковъ по математикѣ падаетъ до 33. Вводится французскій языкъ въ качествѣ новаго обязательнаго предмета.

Общій характеръ гимназій здѣсь уже прочно установленъ и съ того времени почти не измѣнился; перевѣсъ лежитъ на древнихъ языкахъ — латинскомъ и греческомъ; сравнительно хорошо обезпечены уроками математическія науки, меньше — естественныя; нѣкоторое вниманіе удѣлено и новымъ языкамъ; ко всему этому присоединяется національная основа воспитанія.

1856-ой годъ. Менѣе важны были измѣненія, внесенныя въ гимназій программой Л. Визе (L. Wiese) и положеніемъ объ испытаніяхъ зрѣлости 1856 года. Только въ усиленіи преподаванія Закона Божьяго, въ пониженіи естественныхъ наукъ, въ усиленіи надзора при экзаменахъ зрѣлости и въ другихъ, болѣе мелкихъ чертахъ проявилась реакція противъ сорокъ восьмого года.

1859-ый годъ. Въ этомъ году впервые былъ введенъ новый типъ средней школы, получившій названіе реального училища 1-го разряда, а впослѣдствіи названный реальной гимназіей.

Еще въ XVIII-мъ столѣтіи наряду съ гимназіями существовали реальные училища. Въ 1706 году основалъ такое училище Землеръ (Semler), въ 1747 году — Геккеръ (Hecker). Но это были единичныя школы, которыя къ тому же были болѣе или менѣе недолговѣчны; число ихъ возрастало довольно медленно.

\*) Впрочемъ, требованія этихъ экзаменовъ едва ли могутъ идти въ сравненіе съ программами нашихъ экзаменовъ зрѣлости. Такъ, напримѣръ, изъ „Программы по математикѣ для вступительнаго экзамена въ Кембриджскій университетъ“, которую Г. Годфрей приложилъ къ своему докладу „О преподаваніи математики въ англійскихъ общественныхъ мужскихъ школахъ“, прочитанному имъ на Международномъ Математическомъ Конгрессѣ въ Римѣ, — видно, что по геометріи приблизительно достаточно курса 5-го класса, а по ариметикѣ — 6-го класса нашей гимназій. Ср. „Atti del IV Congresso internazionale dei Matematici, Roma, 6—11 Aprile, 1908“. Vol. III, Roma (Accad. dei Lincei) 1909, S. 449 и сл.

Въ 1832 г. была издана «Временная инструкция для выпускныхъ экзаменовъ при высшихъ городскихъ<sup>\*)</sup> и при реальныхъ училищахъ», устанавливавшая нѣкоторое единство въ постановкѣ этихъ школъ, до того времени довольно разнообразной. Это распоряженіе исходило отъ К. В. Кортюма (C. W. Kortüm), который былъ призванъ на министерскій постъ изъ рейнской провинціи; да и вообще поддержка реальной школы въ значительной степени исходить съ Запада. Реальнымъ училищамъ даровано было право одногодичной военной службы и былъ открытъ доступъ къ нѣкоторымъ техническимъ специальностямъ (напримѣръ, почтовой, лѣсной, строительной); послѣдняго права они позже снова были лишены.

Во многихъ реальныхъ училищахъ преподавался также латинскій языкъ. И вотъ Л. Визе выдѣлилъ изъ нихъ въ 1859 году девятиклассныя школы, которыя всѣ имѣли у себя латинскій языкъ, и при томъ почти съ такимъ же числомъ часовъ, какъ математика; онъ назвалъ ихъ реальными училищами 1-го разряда. Затѣмъ «Положеніемъ о преподаваніи и экзаменахъ въ реальныхъ и высшихъ городскихъ училищахъ» онъ ввелъ для нихъ испытаніе зрѣлости. Аттестатъ зрѣлости реальной гимназіи давалъ доступъ ко всѣмъ высшимъ должностямъ, для которыхъ прохожденіе университетскаго курса не являлось необходимымъ предварительнымъ условіемъ. Съ этого времени начинается борьба этихъ типовъ школъ, борьба за и противъ новыхъ правъ. Только въ 1870 году окончившіе реальныя гимназіи получили право поступать въ высшія учебныя заведенія для изученія математики, естествознанія и новыхъ языкахъ; но до 1886 года они были ограничены въ томъ отношеніи, что послѣ окончанія образованія они могли занимать должности преподавателей только въ реальныхъ же учебныхъ заведеніяхъ.

Тѣ реальныя училища, которыя не были девятиклассными, получили названіе реальныхъ училищъ 2-го разряда и высшихъ городскихъ училищъ (höhere Bürgerschulen); въ значительной части это были семиклассныя школы. Эти школы сохранили выпускные экзамены съ правами однолѣтней военной службы.

1878-ой годъ. Еще до появленія въ 1882 году послѣднихъ программъ для среднихъ школъ къ двумъ существовавшимъ до сихъ поръ типамъ средней школы былъ присоединенъ еще одинъ типъ девятиклассной школы — высшее реальное училище безъ латинскаго языка (Oberrealschule). Среди тѣхъ реальныхъ училищъ 2-го разряда, которыя имѣли семь классовъ, вначалѣ было лишь очень немногихъ, въ которыхъ не преподавался латинскій языкъ. Дѣло измѣнилось, когда въ 1866 году были присоединены новыя провинціи, а съ ними цѣлый рядъ такихъ училищъ въ Касселѣ, Висбаденѣ, Ганноверѣ, Франкфуртѣ на Майнѣ. Во Франкфуртѣ на Майнѣ въ свое время на одну гимназію насчитывалось шесть среднихъ учебныхъ заведеній безъ латыни<sup>\*\*)</sup>. Сюда присоединились вновь основанныя училища въ промышленныхъ центрахъ — въ Кельнѣ, Дортмундѣ, Дюссельдорфѣ, далѣе, въ Магдебургѣ, затѣмъ, какъ единичныя явленія, также и на востокъ — въ Штеттинѣ и въ Кенигсбергѣ. Изъ всѣхъ этихъ школъ безъ латыни вначалѣ только три были преобразованы

<sup>\*)</sup> Подъ „городскими училищами“ вездѣ нужно понимать „Bürgerschulen“.

<sup>\*\*)</sup> P. Bode. „Die Entwicklung des lateinlosen höheren Schulwesens in Frankfurt a. M.“ Progr. Adlerflichtschule, Frankfurt a. M. 1901.

въ 1878 году въ девятиклассныя: училище Фридриха Вердера и Луизеншtedское техническое училище, оба въ Берлинѣ, а также училище Герике въ Магдебургѣ.

Хотя техническія училища всегда имѣли сильный — по нашимъ современнымъ воззрѣніямъ, даже очень сильный — общеобразовательный характеръ, но у нихъ была своя специальная задача: готовить къ поступленію въ Технологическій Институтъ въ Берлинѣ, основанный въ 1821 году. Наряду съ ними — конечно, въ такой же мѣрѣ, а во многихъ мѣстахъ даже въ большей степени — для той же цѣли, т. е. для образованія средняго промышленнаго сословія, служили «областныя ремесленныя школы». Иногда для усиленія общаго образованія въ техническихъ учебныхъ заведеніяхъ устраивался даже специальный классъ. Такъ, еще въ 1849 году при областной школѣ въ Гагенѣ находился такъ называемый «Берлинскій классъ».

Итакъ, въ 1878 году впервые нѣкоторые изъ подобныхъ полупрофессиональныхъ школъ были и по своему названію превращены въ общеобразовательныя училища. Въ 1880 г. появляются еще восемь такихъ учебныхъ заведеній, именно въ Бреславлѣ, Бригѣ, Глейвицѣ, Кельнѣ, Эльберфельдѣ, Кобленцѣ, Крефельдѣ и Гальберштадтѣ. Прочія техническія школы были преобразованы частью въ шестиклассныя высшія городскія школы безъ латинскаго языка; нѣкоторые изъ нихъ еще долгое время (въ Бармерѣ, напримѣръ, до 1896 года) имѣли въ своемъ составѣ специальные классы по машинной Technikѣ или тому подобные.

1882-ой годъ. Появившіеся въ 1882 году «Учебные планы для среднихъ школъ» и «Положеніе о выпускныхъ экзаменахъ», — авторомъ которыхъ былъ старофилологъ Боницъ\*), — впервые, такимъ образомъ, занялись всѣми тремя типами средней школы. Тенденція новыхъ плановъ заключается въ сближеніи гимназій съ реальной гимназіей. Въ гимназій было уменьшено число часовъ для древнихъ языковъ (— 11), увеличено же для новыхъ языковъ (+ 4), а также для математики и естествознанія (+ 4). Съ другой стороны, реальная гимназія получила лишнихъ 10 часовъ латыни и лишилась 7 часовъ математики и естествознанія. Несмотря на это, ожидаемаго расширенія правъ реальной гимназій не произошло. Тогда возникъ «Всеобщій германскій союзъ преподавателей реальныхъ школъ», который поставилъ себѣ цѣлью бороться за дарованіе правъ реальной гимназій.

Въ новооснованныхъ высшихъ реальныхъ училищахъ на первомъ планѣ стоятъ новые языки и естественно-математическіе предметы. Права, связанныя съ окончаніемъ высшаго реального училища, были вначалѣ почти равны нулю. Измѣнить это положеніе поставилъ себѣ задачей кружокъ людей, во главѣ которыхъ стоялъ Галленкампъ (Gallenkamp). Затѣмъ тѣ же цѣли поставило себѣ основанное въ 1889 году Гольцмюллеромъ (Holzmüller) «Общество для содѣйствія средней школѣ безъ латинскаго языка\*\*).

\*) Н. Bonitz переѣхалъ въ Берлинъ изъ Вѣны; ему вмѣстѣ съ Экснеромъ обязаны своимъ происхожденіемъ прекрасныя австрійскія учебныя планы 1849 года.

\*\*) Органомъ этого Общества является основанный Гольцмюллеромъ „Zeitschrift für lateinlose höhere Schulen“. Журналъ этотъ, выходящій 21 годъ ежемѣсячными книгами, издается въ настоящее время гг. Шмитцъ-Манси (Schmitz-Mancy).

1890-ый годъ. Созванная по инициативѣ Императора такъ называемая «Декабрьская конференція» высказалась за закрытіе реальныхъ гимназій, а затѣмъ и противъ общей нижней ступени (первые 6 классовъ) для гимназій и реальныхъ училищъ. Кромѣ того, она высказала пожеланіе объ установленіи выпускныхъ экзаменовъ при окончаніи нижней ступени, т. е. послѣ шести лѣтъ (ср. главу 2); эти выпускные экзамены должны были быть обязательными для полученія свидѣтельства, дающаго право на однолѣтнюю службу въ арміи. Результатомъ этихъ резолюцій, — которыя, какъ обнаружилось впоследствии, были въ значительной мѣрѣ неудачны, — было быстрое уменьшеніе числа реальныхъ гимназій, которыя къ этому времени получили уже значительное развитіе, тѣмъ болѣе, что въ 1877 году и кадетскіе корпуса были преобразованы по типу реальныхъ гимназій. Быстрое развитіе реформированной школы (ср. главу 3) снова покрыло эту убыль (ср. таблицу въ главѣ 2-ой).

1892-ой годъ. Вслѣдъ за «Декабрьской конференціей» были изданы «Учебные планы и задачи преподаванія для среднихъ школъ», «Положеніе объ испытаніяхъ зрѣлости» и «Положеніе о выпускныхъ экзаменахъ». Учебные планы внесли повсюду сокращеніе числа часовъ, что особенно отразилось на латинскомъ языкѣ. Учебныя заведенія, служащія подготовительной ступенью для полныхъ средне-учебныхъ заведеній, были всѣ сведены къ шести классамъ; особенно это коснулось реальныхъ училищъ, бывшихъ до сихъ поръ семиклассными, если только они не преобразовывались немедленно въ высшія реальныя училища. Высшія городскія училища также получили названіе реальныхъ училищъ.

На этотъ разъ пришлось уже обратить вниманіе также и на такъ называемыя реформированныя школы; но мы поговоримъ о нихъ въ другомъ мѣстѣ (глава 3).

Права остались, большею частью, тѣ же. Реальная гимназія не получила никакихъ новыхъ правъ, высшее реальное училище получило, наконецъ, тѣ же права, что и реальная гимназія вплоть до права изученія въ университетѣ новыхъ языковъ.

1900-ый годъ. Новая стадія школьной политики, которую мы еще теперь переживаемъ, исходитъ отъ такъ называемой «Іюньской конференціи» 1900 года. Важнѣйшій результатъ ея — принципиальное уравниеніе въ правахъ всѣхъ трехъ типовъ среднихъ школъ. Высочайшее повелѣніе, приведшее въ исполненіе эту резолюцію, послѣдовало еще въ 1900 году, а новые учебные планы — въ 1901 году. Съ этого времени, следовательно, полныя девятиклассныя школы, т. е. гимназіи, реальныя гимназіи и высшія реальныя училища въ одинаковой мѣрѣ открываютъ абитуриентамъ доступъ въ высшія учебныя заведенія.

(Продолженіе слѣдуетъ).

## Задача на премію № 5.

Два положительных простых числа  $b$  и  $c$  удовлетворяют равенству:

$$4b + c = a^2.$$

Доказать, что уравнение:

$$z^2 = x^4 - ax^2y^2 + by^4$$

не решается в целых числах (кроме  $x = z = 1$ ,  $y = 0$ ), за исключением случая, когда  $a = b = c = 5$ . Показать, что в этом случае уравнение:

$$z^2 = x^4 - 5x^2y^2 + 5y^4$$

имеет бесконечное число решений в целых числах.

*Проф. В. Ермаков (Кіевъ).*

Авторъ лучшаго рѣшенія получитъ книги по собственному выбору на сумму въ 10 руб. Рѣшенія должны быть присланы въ редакцію не позже 1 марта 1912 года.

Примѣчаніе. Рѣшеніе задачи на премію должно быть написано на особомъ листѣ бумаги, на которомъ никакой другой переписки съ редакціей быть не должно. Авторы должны назвать свою фамилію и указать адресъ.

## Первый Всероссийскій Съѣздъ преподавателей математики \*).

Сверхъ докладовъ, списокъ которыхъ опубликованъ нами въ № 547 «Вѣстника», Организационный Комитетъ получилъ заявленіе о слѣдующихъ докладахъ

1. М. Л. Франкъ — «Элементы анализа бесконечно малыхъ и приближенные вычисленія въ техническихъ школахъ».

2. Онъ же — «Объ элементахъ номографіи въ курсѣ средней школы».

3. Б. Б. Піотровскій — «О курсѣ теоретической ариѳметики въ старшихъ классахъ средней школы».

4. Н. А. Извольскій — «Современное положеніе курса геометріи въ средней школѣ въ связи съ обзоромъ наиболѣ распространенныхъ учебниковъ».

5. В. В. Лермантовъ — «Содержаніе курса математики» (См. программу Съѣзда, пунктъ 2-ой).

6. Онъ же — «О согласованіи программъ высшей и средней школъ».

7. Я. П. Ковальскій — «О курсѣ космографіи въ средней школѣ въ связи съ практическими занятіями».

\*) См. № 547 „Вѣстника“.

8. Рижское Математическое Общество — «О дѣятельности своей за послѣдніе годы».

9. К. Θ. Лебединцевъ — «Методъ обученія математикѣ въ старой и новой школѣ».

10. Онъ же — «Вопросъ о дробяхъ въ курсѣ ариѳметики».

11. Онъ же. — По вопросамъ методики геометріи (Точнаго заглавія еще не дано).

12. Θ. А. Эрнъ — «Спорные вопросы въ методикѣ ариѳметики».

## Второй Менделѣевскій Съѣздъ\*).

Второй Менделѣевскій Съѣздъ по общей и прикладной химіи и физикѣ состоится въ С.-Петербургѣ отъ 21 до 28 декабря с. г., непосредственно передъ Съѣздомъ преподавателей математики.

На общихъ собраніяхъ Съѣзда будутъ произнесены рѣчи:

П. И. Вальденъ — «О развитіи химіи въ Россіи». Н. Д. Зелинскій — «О явленіяхъ абсорбціи ультрафіолетовыхъ колебаній радиоактивными тѣлами и продуктами ихъ распада». Л. В. Писаржевскій — «Роль растворителя въ ученіи о свободной энергіи химической реакціи». Г. А. Тамманъ — «Объ отношеніяхъ жидкаго и кристаллическаго состояній». Д. А. Гольдгаммеръ — «Время, пространство, эфиръ». П. Н. Лебедевъ — «Электромагнитныя волны и матерія». Н. А. Умовъ — Тема рѣчи пока еще окончательно не опредѣлена. А. А. Эйхенвальдъ — «Электронъ».

На Съѣздѣ предполагается особый отдѣлъ методовъ преподаванія физики и химіи. По этому отдѣлу объявлены доклады:

И. И. Боргманъ — «О положительныхъ лучахъ». О. Д. Хвольсонъ — «Электрическія единицы» и «Второй принципъ термодинамики». Л. А. Чугаевъ — «О валентности». А. Р. Колли — «Объ электрическихъ колебаніяхъ». А. А. Байковъ — «Химія металлическихъ сплавовъ». П. И. Вальденъ — «О законѣ сохраненія массы при химическихъ реакціяхъ». А. Л. Гершунъ — Тема еще не установлена.

При Съѣздѣ — главнымъ образомъ, при секціи физики — будетъ устроена выставка приборовъ какъ школьныхъ, такъ и научныхъ. Въ первой участвуютъ, между прочимъ, Т-во «Физико-химикъ» изъ Кіева и Швабе изъ Москвы; во второй — Zeiss, Fuess, Hilger, Schmidt und Henschel и другія иностранныя фирмы.

Предполагается устроить рядъ экскурсій для обозрѣнія научныхъ учебно-помогательныхъ и техническихъ учреждений Петербурга.

Передъ Съѣздомъ выйдетъ въ свѣтъ особая справочная книжка для членовъ Съѣзда. Во время Съѣзда будетъ выходить дневникъ.

Кромѣ обзоровъ, на засѣданіяхъ будутъ устроены демонстраціи новыхъ явленій и новыхъ приборовъ изъ области физики и химіи, — на примѣръ, будетъ показанъ жидкій водородъ.

Въ слѣдующемъ номерѣ «Вѣстника» будетъ опубликованъ списокъ секціонныхъ докладовъ.

\*). См. № 539 «Вѣстника».

## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Учебникъ геометріи Н. И. Лобачевского.** Въ вышедшихъ недавно первыхъ двухъ книжкахъ XVII-го тома „Извѣстій Казанскаго Физико-Математическаго Общества“ опубликованъ, наконецъ, учебникъ геометріи, найденный проф. Загоскинымъ въ архивѣ Попечителя Казанскаго Учебнаго Округа. Книгѣ предпослано введеніе проф. А. В. Васильева, которому мы не мало обязаны распространеніемъ свѣдѣній о Н. И. Лобачевскомъ и его работахъ. Мы помѣщаемъ это введеніе цѣликомъ.

„Учебникъ Геометріи“, составленный Н. И. Лобачевскимъ и представленный имъ въ 1823 г. Попечителю Казанскаго Учебнаго Округа Магницкому для напечатанія на казенный счетъ въ видѣ „классической“ книги, въ теченіе долгаго времени оставался въ архивѣ Казанскаго Университета и былъ найденъ тамъ проф. Н. П. Загоскинымъ. Онъ остался ненапечатаннымъ вслѣдствіе неблагопріятнаго отзыва академика Николая Фусса, которому былъ препровожденъ Магницкимъ\*).

Позже Лобачевскій при своемъ влияніи въ университетѣ могъ напечатать свой учебникъ и, если не сдѣлалъ этого, то, вѣроятно, потому, что сознавалъ самъ въ этомъ отношеніи его недостатки. Но, какъ историческій документъ, издаваемая рукопись представляетъ большой интересъ. Во многихъ мѣстахъ ея находимъ мысли, которыя нашли затѣмъ мѣсто въ томъ систематическомъ изложеніи геометріи, которое Лобачевскій напечаталъ подъ заглавіемъ „О началахъ геометріи“. Особенный интересъ представляетъ, конечно, то мѣсто, которое относится къ теоріи параллельныхъ линий.

„Строгаго доказательства сей истины“, говоритъ Лобачевскій о постулатѣ Евклида, „до сихъ поръ не могли сыскать; какія были даны, могутъ называться только поясненіями, но не заслуживаютъ быть почтены въ полномъ смыслѣ математическими доказательствами“.

Этому заявленію Лобачевского, сдѣланному за три года до представленія имъ (12 февраля 1826 г.) въ физико-математическое отдѣленіе рукописи подъ заглавіемъ „Exposition succincte des principes de la géométrie avec une démonstration rigoureuse du théorème des parallèles“, предшествовала, какъ мы можемъ судить по дошедшимъ до насъ записямъ лекцій, читанныхъ Лобачевскимъ отъ 1815 по 1817 г., продолжительная работа мысли по вопросу объ обоснованіи теоріи параллельныхъ линий. Бережно сохраненная однимъ

\*) Фуссъ отнесся къ сочиненію очень строго, находя, что, „если сочинитель думаетъ, что оно можетъ служить учебною книгою, то онъ симъ доказываетъ, что онъ не имѣетъ точнаго понятія о потребностяхъ учебной книги, т. е. о полнотѣ геометрическихъ истинъ, всю систему начальнаго курса науки составляющихъ, о способѣ математическомъ, о необходимости точныхъ и ясныхъ опредѣленій всѣхъ понятій, о логическомъ порядкѣ и методическомъ расположеніи предметовъ, о надлежащей постепенности геометрическихъ истинъ, о неупустительной и, по возможности, чисто геометрической строгости ихъ доказательствъ и пр. О всѣхъ сихъ необходимыхъ качествахъ и слѣдуетъ въ разсмотрѣнной мною геометріи“.

Но особенно возмущается Фуссъ, приравниваясь къ духу времени и своему корреспонденту, тѣмъ, что сочинитель принимаетъ французскій метръ за единицу при измѣреніи прямыхъ линий и сотую часть четверти круга подъ именемъ градуса за единицу при измѣреніи дугъ круга. „Извѣстно, пишетъ Фуссъ, что сіе раздѣленіе выдуманно было во время французской революціи, когда бѣшенство націи уничтожить прежде бывшее распространилось даже до календаря и дѣленія круга; но сія новизна и въ самой Франціи давно уже оставлена.“

изъ учениковъ Лобачевскаго (М. М. Темниковымъ) рукопись состоятъ изъ тетрадей, написанныхъ разными руками и содержащихъ лекціи по элементарной алгебрѣ и по геометріи. Въ тетрадяхъ находятся три очерка систематическаго изложенія геометріи, и въ каждой изъ этихъ системъ приводятся три различныхъ способа изложенія теоріи параллельныхъ линій. Въ тетради № 1 (по порядку ихъ расположенія въ сводѣ) мы находимъ доказательство, напечатанное въ видѣ приложенія къ геометріи подъ литерою А; это доказательство всего ближе примыкаетъ къ доказательству, которое давалъ Лежандръ въ нѣкоторыхъ изданіяхъ своихъ „*Eléments de géométrie*“.

Доказательство, помѣщенное подъ литерою Б, находится въ тетради № 3. Оно принадлежитъ къ тому типу доказательствъ постулатума, которые основываются на разсмотрѣніи безконечныхъ частей плоскости. Этотъ типъ доказательствъ, введенный Бертраномъ изъ Женевы въ его книгѣ: „*Développement nouveau de la partie élémentaire des mathématiques*, 1788“, многократно былъ примѣняемъ и Лежандромъ. Доказательство, данное Лобачевскимъ, всего болѣе сходно съ доказательствомъ, которое было дано Крелле въ его статьѣ: „*Ueber die Parallelen theorie und das System in der Geometrie*, Berlin 1816“ и позже перепечатано подъ заглавіемъ: „*Theorie der Parallelen*“ въ XI томѣ журнала Крелле.

Наконецъ, въ тетради № 2 теорія параллельныхъ линій основывается на слѣдующемъ опредѣленіи параллельныхъ линій.

„Если двѣ линіи  $AB$  и  $CD$  простираются въ одну сторону, т. е. по одинаковому направленію, то онѣ нигдѣ сойтись не могутъ. Таковыя линіи называются линіями параллельными. Слѣдовательно, параллельныя линіи никакого угла другъ съ другомъ не составляютъ. Поскольку же параллельныя линіи простираются по одному направленію, то изъ сего слѣдуетъ, 1-ое, что каждая линія, простирающаяся по другому направленію, нежели по какому параллельныя линіи простираются, имѣетъ съ ними одинаковую разность въ направленіи. И наоборотъ, 2-ое, что если двѣ линіи имѣютъ одинаковую разность въ направленіи съ третьею линіею, то сіи двѣ линіи необходимо простираются по одному направленію, а, слѣдовательно, параллельны“.

Построеніе теоріи параллельныхъ линій, основанное на понятіи о направленіи, было съ особенной полнотою развито Якоби въ его сочиненіи: „*De undecimo Euclidis axiomate judicium*“ (Jena 1824), но до 1815 г. оно находится только въ одномъ голландскомъ сочиненіи (Van Swinden, „*Grondbeginsels del Meetkunde*“, Amsterdam 1815 \*).

Лекціи 1815—1817 гг., учебникъ геометріи 1823 г. и недошедшая до насъ рукопись „*Exposition succincte des principes de la géométrie*“, прочтенная въ заведеніи физико-математическаго отдѣленія 12 февраля 1826 г. — таковы три ступени развитія мысли Лобачевскаго въ области теоріи параллельныхъ линій.

Въ лекціяхъ онъ даетъ три различныхъ способа для ея обоснованія, въ учебникѣ 1823 г. онъ заявляетъ, что „всѣ до сихъ поръ данныя доказательства не заслуживаютъ быть почтены въ полномъ смыслѣ математическими“; черезъ три года онъ уже даетъ ту геометрическую систему, построенную на положеніи, противорѣчащемъ постулату Евклида, которая обезсмертила его имя.

\*) См. статью Зонке о параллельныхъ линіяхъ въ „*Allgemeine Encyclopädie der Wissenschaften und Künste von Ersch u. Gruber*“ (Dritte Sektion, elfter Theil, S. 368. Leipzig 1838).

## Краткій отчетъ о засѣданіи Московскаго Математическаго Кружка 29 сентября 1911 г.

Въ засѣданіи 29 сентября происходило слѣдующее:

1) Обсуждался вопросъ объ участіи Московскаго Математическаго Кружка въ I-омъ Всероссійскомъ Сѣздѣ преподавателей математики.

Б. К. Млодзѣевскій сообщилъ Собранію, что имъ одновременно было получено отъ организаторовъ предстоящаго Сѣзда нѣсколько увѣдомленій о ходѣ работъ Организационнаго Комитета, а также приглашеніе принять участіе въ распорядительномъ засѣданіи Комитета 2-го сентября. Затѣмъ прибывшій въ Москву товарищъ предсѣдателя Организационнаго Комитета проф. С. Е. Савичъ передалъ Б. К. Млодзѣевскому отъ имени Комитета приглашеніе Кружку участвовать въ предстоящемъ Сѣздѣ, а также избрать въ составъ Комитета одного делегата отъ Кружка. Заслушавъ сообщеніе отъ Б. К. Млодзѣевскаго, Собраніе постановило: 1) принять участіе въ предстоящемъ Сѣздѣ представленіемъ особаго доклада о дѣятельности Московскаго Математическаго Кружка и поручить составленіе этого доклада секретарю І. И. Чистякову; 2) избрать делегатомъ отъ Кружка въ Организационный Комитетъ Сѣзда проф. Б. К. Млодзѣевскаго.

2) К. Θ. Лебединцевъ сдѣлалъ докладъ: Вопросъ о дробяхъ въ курсѣ арифметики.

Въ началѣ доклада г. Лебединцевъ коснулся самаго спорнаго въ настоящее время вопроса въ методикѣ дробей — именно, вопроса объ относительномъ порядкѣ изученія обыкновенныхъ и десятичныхъ дробей. Приведя доводы, говорящіе въ пользу того, чтобы десятичнымъ дробямъ было отведено видное мѣсто въ школьномъ курсѣ, докладчикъ подвергъ затѣмъ критикѣ практикуемый въ нѣкоторыхъ новыхъ школахъ методическій приѣмъ — предпосылать изученію обыкновенныхъ дробей полный курсъ дробей десятичныхъ, и указалъ тотъ порядокъ распрежденія курса дробей, который представляется ему наиболѣе умѣстнымъ съ педагогической и научной точки зрѣнія. Этотъ порядокъ состоитъ въ раздѣленіи всего курса дробей на циклы, въ каждомъ изъ которыхъ изучались бы вопросы приблизительно одинаковой дидактической трудности; первый цикл отводится ознакомленію съ простѣйшими дробями помощью наглядныхъ пособій и дѣйствительнаго измѣренія и дѣленія предметовъ на части; второй цикл посвящается изученію десятичныхъ дробей и рѣшенію при помощи ихъ всѣхъ подходящихъ вопросовъ, но безъ изученія дѣйствій умноженія и дѣленія на дробь; въ третьемъ же циклѣ изучаются обыкновенныя и десятичныя дроби параллельно и вводится въ соотвѣтственный моментъ понятіе объ умноженіи и дѣленіи на дробь. При этомъ докладчикъ иллюстрировалъ методическими примѣрами предлагаемый имъ способъ разработки понятія и правилъ умноженія и дѣленія дробей. Кромѣ того, въ докладѣ были указаны важнѣйшія сокращенія, какія можно было бы произвести въ традиціонной программѣ; именно, докладчикъ предлагалъ значительно сократить теорію дѣлимости чиселъ и совершенно упразднить изученіе такъ называемыхъ періодическихъ дробей.

## РЕЦЕНЗИИ.

**Н. Извольскій.** *Геометрія на плоскости (планиметрия).* Москва, 1911. Цѣна 1 р. 20 к.

Эта оригинальная и сильная книга отличается слѣдующими главнѣйшими особенностями.

1. Лишь ту фигуру можно изучать, которую мы умѣемъ построить, — такъ что, напримѣръ, о прямомъ углѣ можно говорить не ранѣе того, какъ мы выучимся строить прямые углы.

Такого рода методъ нельзя назвать совершенно новымъ, но, несомнѣнно, онъ и интересенъ и весьма продуктивенъ. Правда, онъ вначалѣ требуетъ много времени, но зато впослѣдствіи проигрышъ времени оказывается громаднымъ выигрышемъ, какъ я самъ не разъ убѣждался на опытѣ. За успѣхъ этой системы преподаванія едва ли можно опасаться, если только не будетъ переиздѣнъ нѣкоторый предѣлъ, умаляющій значеніе геометріи, какъ логической системы и какъ лучшаго упражненія въ силлогистическомъ мышленіи. Только въ этомъ смыслѣ можно имѣть опасенія, вводя книгу г. Извольскаго въ школу. Какъ и всегда, здѣсь все дѣло будетъ зависѣть отъ такта преподавателя.

2. Авторъ совершенно отдѣлилъ чисто геометрическія соотношенія отъ метрическихъ соотношеній. Ученіе о несоизмѣримыхъ отношеніяхъ изложено имъ по Дедекинду. Ученіе о предѣлахъ авторъ исключилъ совсѣмъ и весьма хорошо обошелся безъ него.

Для лицъ, которыя признаютъ введеніе въ наши среднія школы элементовъ высшей математики совершенно преждевременнымъ, такое нововведеніе автора будетъ весьма симпатичнымъ — и наоборотъ. Правда, отдѣлъ о несоизмѣримыхъ отношеніяхъ у г. Извольскаго будетъ для учащихся труденъ и сложенъ, ученіе о предѣлахъ могло его сократить и съ виду упростить; но, быть можетъ, самый серьезный доводъ въ пользу автора состоитъ въ томъ, что ученіе о безконечно-малыхъ, основательно изложенное, въ концѣ концовъ, едва ли можетъ обойтись безъ началъ и идей Дедекинда.

Оставляя другія особенности книги пока въ сторонѣ, мы можемъ сказать, что авторъ вполне справился со своей задачей. Относительно упрощенныхъ доказательствъ (свойства треугольниковъ, измѣреніе угловъ дугами и т. д.) авторъ внимательно отнесся къ литературѣ предмета. Многія мѣста книги изложены прекрасно; языкъ автора точенъ и правиленъ. Ученіе о радикальныхъ осяхъ и радикальномъ центрѣ, заканчивающееся задачей объ окружности, касающейся данныхъ трехъ окружностей, изложено самостоятельно, и не только сильно, но и очень красиво.

Надо надѣяться, что книга г. Извольскаго оживитъ практическое преподаваніе геометріи, многіе годы стоящее у насъ почти неподвижно. Въ общемъ нельзя не пожелать этой чуждой всего казеннаго книгѣ самаго широкаго распространенія.

Въ частностяхъ съ авторомъ во многомъ можно и не соглашаться. Такъ, авторъ говоритъ, что уголь не есть часть плоскости; уголь — это есть совокупность двухъ лучей и точки, изъ которой эти лучи исходятъ. Намъ кажется, что оба опредѣленія, во-первыхъ, тождественны, если только установлены понятія о части, о плоскости и объ отношеніи послѣдней къ двумъ прямымъ (а это сдѣлано у г. Извольскаго безукоризненно), а, во-вторыхъ, оба опредѣленія неосновательны. Почему же такъ? Здѣсь можно было бы дать знаменитый отвѣтъ Агассиза: „потому что это неправда“. Дѣло въ томъ, что еще Н. И. Лобачевскій полагалъ, что трудно установить опредѣленіе угла, не связывая его или съ числомъ, или съ измѣреніемъ (или съ вращеніемъ — прибавимъ мы

отъ себя). Мѣста, въ которыхъ можно не соглашаться съ г. Извольскимъ, всѣ — въ этомъ родѣ и духѣ. Число задачъ на построение слѣдовало бы увеличить, именно потому, что учащіеся по системѣ г. Извольскаго должны быть въ этой области сравнительно сильнѣе, ибо они каждый разъ начинаютъ съ построения фигуръ. Мелкіе же недостатки книги, во-первыхъ, исчезнуть въ слѣдующихъ изданіяхъ, а, во-вторыхъ, изъ-за крупныхъ достоинствъ всего сочиненія о нихъ не стоитъ говорить.

*И. Александровъ (Москва).*

## ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента **Е. Л. Буницкаго.**

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

**№ 456** (5 сер.). Доказать справедливость тождества

$$\frac{bc}{p^2 + r_a^2} + \frac{ca}{p^2 + r_b^2} + \frac{ab}{p^2 + r_c^2} = 1,$$

гдѣ  $a, b, c, p, r_a, r_b, r_c$  суть соответственно стороны, полупериметръ и радиусы вѣѣвписанныхъ круговъ нѣкотораго треугольника.

*Л. Богдановичъ (Ярославль).*

**№ 457** (5 сер.). Доказать, что всякій многочленъ четвертой степени  $f(x)$  при произвольныхъ значеніяхъ  $a$  и  $b$  удовлетворяетъ равенству

$$f(a) - f(b) = \frac{a-b}{6} \left[ f'(a) + f'(b) + 4f' \left( \frac{a+b}{2} \right) \right],$$

въ которомъ  $f'(x)$  обозначаетъ производную функціи  $f(x)$ .

*Р. Витвинскій (Одесса).*

**№ 458** (5 сер.). При какихъ значеніяхъ  $a$  и  $b$  многочленъ

$$x^4 + ax^3 + bx^2 - 8x + 1$$

обращается въ точный квадратъ?

*Г. Варкентинъ (С-Петербургъ).*

**№ 459** (5 сер.). Данъ предѣлъ отношенія  $A$  числа всѣхъ дѣлителей числа  $N^{3m}$  къ числу всѣхъ дѣлителей числа  $N^m$ , гдѣ  $N$  есть нѣкоторое постоянное число, при безконечномъ возрастаніи цѣлаго положительнаго показателя  $m$ . Определить число различныхъ простыхъ сомножителей, входящихъ въ разложеніе числа  $N$ .

*Н. С. (Одесса).*

№ 460 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^2 - 20x - (6x - 15) \sqrt[3]{x^2 + 3(5x - 2)\sqrt{x} + 1} = 0.$$

В. Тюнинъ (Уфа).

№ 461 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\frac{\cos^3 \vartheta}{\cos x} + \frac{\sin^2 \vartheta}{\sin x} = 1,$$

въ которомъ  $\vartheta$  есть данный, а  $x$  — искомый уголъ.

(Займствъ).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 367 (5 сер.). Построить треугольникъ  $ABC$ , зная положеніе его центра тяжести  $G$  и положеніе срединъ прямыхъ, соединяющихъ середины паръ его сторонъ  $AB$  и  $AC$ ,  $BC$  и  $AC$ .

Пусть  $a$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  суть соответственно середины сторонъ  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  искомага треугольника, а  $A'$  и  $C'$  — соответственно середины сторонъ  $\beta\gamma$  и  $\beta a$  треугольника  $a\beta\gamma$ . Такъ какъ стороны треугольниковъ  $ABC$  и  $a\beta\gamma$  соответственно параллельны, то фигуры  $A\gamma a\beta$  и  $\beta\gamma aC$  суть параллелограммы, а потому прямая  $Aa$  и  $C\gamma$  проходятъ соответственно черезъ середины  $A'$  и  $C'$  діагоналей  $\beta\gamma$  и  $\beta a$  этихъ параллелограммовъ. Поэтому части  $aA'$  и  $\gamma C'$  медианъ  $Aa$  и  $C\gamma$  треугольника  $ABC$  суть медианы треугольника  $a\beta\gamma$ , откуда вытекаетъ, что прямая  $Aa$  и  $C\gamma$  пересѣкаются въ общемъ центрѣ тяжести  $G$  треугольниковъ  $ABC$  и  $a\beta\gamma$ . Такъ какъ  $aA'$  есть медиана треугольника  $a\beta\gamma$ , то  $A'G = \frac{1}{3} \cdot aA' = \frac{1}{3} AA'$ , откуда  $AA' = 3A'G$ , и точно такъ же находимъ, что  $CC' = 3C'G$ . Наконецъ, такъ какъ  $B\beta$  есть медиана треугольника  $ABC$ , то  $GB = 2\beta G$ . Изъ всего сказаннаго вытекаетъ слѣдующее построеніе искомага треугольника по точкамъ  $A'$ ,  $G$  и  $C'$ : на продолженіи отрезковъ  $GA'$  и  $GC'$  откладываемъ соответственно отрезки  $A'A$  и  $C'C$ , равныя соответственно  $3GA'$  и  $3GC'$ , соединяемъ середину  $\beta$  отрезка  $AC$  съ точкой  $G$  и откладываемъ на продолженіи отрезка  $\beta G$  отрезокъ  $GB$ , равный  $2\beta G$ . Треугольникъ  $ABC$  есть искомый.

В. Гурьяновъ (Горки); Л. Богдановичъ (Ярославль); М. Превратухинъ (Козловъ); Н. Housefheanъ (Владикавказъ); В. Морзулевъ (Одесса).

№ 368 (5 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$a^n b^n (x^{2n} + y^{2n}) - x^n y^n (a^{2n} + b^{2n}) = 0.$$

Если  $a$  и  $b$  равны нулю, то уравненіе приводится къ тождеству. Пусть одно изъ этихъ чиселъ — напимѣръ,  $b$  — отлично отъ нуля. Раскрывая скобки, преобразовываемъ данное уравненіе послѣдовательно къ виду:

$$\begin{aligned} & a^n b^n x^{2n} + a^n b^n y^{2n} - x^n y^n a^{2n} - x^n y^n b^{2n} = \\ & = (a^n b^n x^{2n} - x^n y^n a^{2n}) - (x^n y^n b^{2n} - a^n b^n y^{2n}) = \\ & = a^n x^n (b^n x^n - a^n y^n) - b^n y^n (b^n x^n - a^n y^n) = \\ & = (a^n x^n - b^n y^n) (b^n x^n - a^n y^n) = 0. \end{aligned}$$

откуда слѣдуетъ, что данное уравненіе распадается на два уравненія:

$$a^n x^n - b^n y^n = 0 \text{ и } b^n x^n - a^n y^n = 0, \text{ откуда } \frac{y^n}{x^n} = \frac{a^n}{b^n} \text{ или } \frac{x^n}{y^n} = \frac{a^n}{b^n},$$

т. е.

$$\left(\frac{y}{x}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (1)$$

или

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n. \quad (2)$$

Если  $n$  есть число ирраціональное или раціональное съ нечетнымъ числителемъ, то уравненія (1) и (2) дають намъ  $\frac{y}{x} = \frac{a}{b}$  или  $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ . Поэтому, называя черезъ  $a$  и  $b$  частныя отъ дѣленія  $a$  и  $b$  на ихъ общаго наибольшаго дѣлителя, имѣемъ слѣдующія рѣшенія:

$$x = at, \quad y = \beta t \text{ или } x = \beta t, \quad y = at, \quad (3)$$

гдѣ  $t$  есть произвольное цѣлое число. Если же  $n$  есть раціональное число съ четнымъ числителемъ, то изъ уравненій (1) и (2) вытекаетъ соответственно:

$\frac{y}{x} = \pm \frac{a}{b}, \quad \frac{x}{y} = \pm \frac{a}{b}$ , а потому данное уравненіе, кромѣ рѣшеній (3) имѣетъ еще рѣшенія:

$$x = at, \quad y = -\beta t \text{ или } x = \beta t, \quad y = -at,$$

гдѣ  $t$  — произвольное цѣлое число.

М. Добровольскій (Сердобскъ); Г. Пистфакъ (Лодзь); Л. Богдановичъ (Ярославль).

## Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

О. Дзіобекъ, профессоръ Военно-инженерной Академіи въ Берлинѣ. *Курсъ аналитической геометріи*. Часть первая. „Аналитическая геометрія на плоскости“. Переводъ съ нѣмецкаго Гр. Фихтенгольца подъ редакціей и съ примѣчаніями преподав. С.-Петербургскихъ Высшихъ Женскихъ Курсовъ Вѣры Шиффъ. Съ 87 чертежами. Изданіе „Mathesis“. Одесса, 1911. Стр. VIII + 390. Ц. 2 р. 50 к.

А. А. Майкельсонъ. *Свѣтотворныя волны и ихъ примѣненія*. Съ англійскаго перевела В. О. Хвольсонъ подъ редакціей и пятью дополнительными статьями засл. проф. О. Д. Хвольсона. Съ 109 чертежами и тремя цвѣтными таблицами. Изданіе „Mathesis“. Одесса, 1912. Стр. VIII + 192. Ц. 1 р. 50 к.

Основы общей бѣологии. I. Б. Ф. Вериге, профессоръ Императорскаго Новороссійскаго Университета. *Единство жизненныхъ явленій*. Съ 81 рис. Изданіе „Mathesis“. Одесса, 1912. Стр. VII + 276. Ц. 2 р.

**Г. А. Лоренцъ**, профессоръ Лейденскаго Университета. *Курсъ физики*. Разрѣшенный авторомъ переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Н. П. Ка-стерина, профессора Императорскаго Новороссійскаго Университета. Томъ I. Съ 236 рис. Второе, исправленное и дополненное изданіе. Одесса, „Mathesis“, 1912. Стр. VIII + 356. Ц. 2 р. 75 к.

**С. Глазенапъ**, заслуженный ординарный профессоръ. *Таблицы логарифмовъ съ пятью десятичными знаками, съ приложеніемъ другихъ таблицъ, упрощающихъ вычисленія*. СПб. 1911. Стр. 32 + 122. Ц. 85 к.

**А. Воиновъ**, директоръ Павловскаго реальнаго училища. *Основанія аналитической геометріи*. Курсъ 7 класса реальныхъ училищъ. Пятое изданіе. Москва, 1911. Стр. 98. Ц. 70 к.

**Н. Извольскій**. *Геометрія на плоскости (Планиметрия)*. Изданіе книжнаго магазина „Сотрудникъ школь“ А. К. Залѣвской. Москва, 1911. Стр. VIII + 266. Ц. 1 р. 20 к.

**Его же**. *Геометрія въ пространствѣ (Стереометрія)*. Изданіе книжнаго магазина В. В. Думнова. Москва, 1910. Стр. IV + 127. Ц. 65 к.

**Н. Извольскій**. *Арифметика*. Часть I. Курсъ 1-го класса. Изданіе фирмы „Сотрудникъ школь“ А. К. Залѣвской, 2-е, исправленное. Москва, 1911. Стр. 90. Ц. 30 к.

**Его же**. *Арифметика*. Часть II. Курсъ 2-го и 3-го классовъ. Изданіе фирмы „Сотрудникъ школь“ А. К. Залѣвской, 2-е, исправленное. Москва, 1911. Стр. 210. Ц. 60 к.

**Д. Левитусъ**, преподаватель СПб. гимназіи и реальнаго училища Л. Д. Лентовской. *Курсъ элементарной алгебры* для среднихъ учебныхъ заведеній. Часть II, содержащая ученіе о преобразованіяхъ дробныхъ выраженій, рѣшеніе уравненій первой степени съ однимъ и многими неизвѣстными и графическій методъ изслѣдованія въ примѣненіи къ задачамъ первой степени. Изданіе Т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1912. Стр. 280. Ц. 75 к.

**М. Хрущинскій**, преподаватель коммерческихъ училищъ въ С.-Петербургѣ. *Краткій учебникъ арифметики*. Курсъ 1-го, 2-го и 3-го классовъ средне учебныхъ заведеній. СПб., 1911. Стр. IV + 136. Ц. 70 к.

### Перечень статей, которыя будутъ помѣщены въ ближайшихъ номерахъ „Вѣстника“.

Проф. Пойнтингъ: „Свѣтовое давленіе“. — Проф. Д. М. Синцовъ: „Съѣздъ въ Миланѣ 5—7 сентября 1911 г.“ — Проф. Ретгерфордъ: „Единицы радиоактивности“. — Прив.-доц. В. Ф. Каганъ: „Десятая книга Евклида“. — Прив.-доц. С. О. Шатуновскій: „Объ одномъ рядѣ, служащемъ для вычисленія  $\pi^2$ “. — Проф. Д. М. Синцовъ: „Послѣдній трудъ, посвященный Евклиду“. — Проф. Беккерель: „Эволюція вещества и міровъ“ и др.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**.

Издатель **В. А. Гернетъ**.



Проф. Ф. КЛЕЙНЪ.

# Вопросы Элементарной и Высшей Математики

Лекции, читанныя студентамъ, предназначающимъ себя къ преподавательской дѣятельности.

ПЕРЕВОДЪ СЪ НѢМЕЦКАГО

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ И СЪ ДОПОЛНЕНІЯМИ ПРИВАТЪ-ДОЦЕНТА В. Ф. КАГАНА.

VIII + 480 стр. 8°. 1912 г. Цѣна 3 руб.

## СОДЕРЖАНИЕ:

**Ариѳметика.** Введение. Дѣйствія надъ натуральными числами. Первое расширеніе понятія о числѣ. Особья свойства цѣлыхъ чиселъ. Комплексныя числа. Современное развитіе и строеніе математики вообще.

**Алгебра.** Введение. Вещественныя уравненія съ вещественными неизвѣстными. Уравненія въ области комплексныхъ чиселъ.

**Анализъ.** Введение. Логариѳмъ и показательная функція. О гоніометрическихъ функціяхъ. Исчисленіе безконечно-малыхъ въ собственномъ смыслѣ слова.

**Приложеніе.** Трансцендентность чиселъ  $e$  и  $\pi$ . Ученіе о совокупностяхъ.

Къ книгѣ приложена также статья редактора о Римановыхъ поверхностяхъ.

А. А. МАЙКЕЛЬСОНЪ.

# СВѢТОВЫЯ ВОЛНЫ И ИХЪ ПРИМѢНЕНІЯ

Перевела В. О. ХВОЛЬСОНЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ И СЪ ДОПОЛНЕНІЯМИ

заслуж. проф. О. Д. ХВОЛЬСОНА.

Около 13 печатн. листовъ, съ 109 черт. и тремя цвѣтными таблицами.

Цѣна 1 руб. 50 коп.

**Содержаніе:** Лекція I. Волновое движеніе и интерференція. Лекція II. Сравненіе микроскопа и телескопа съ интерферометромъ. Лекція III. Примѣненіе методовъ интерференціи для измѣренія разстояній и угловъ. Лекція IV. Примѣненіе методовъ интерференціи въ спектроскопіи. Лекція V. Свѣтovyя волны, какъ единицы длины. Лекція VI. Изслѣдованіе вліянія магнитизма на свѣтovyя волны при помощи интерферометра и ступеньчатой рѣшетки (эшелона). Лекція VII. Приложенія интерференціоннаго метода въ астрономіи. Лекція VIII. Эѳиръ.

**Дополнительныя статьи проф. О. Д. ХВОЛЬСОНА:**

1. О диффракціи. 2. Объ интерференціонныхъ полосахъ. 3. Нѣскольکو словъ о спектральномъ анализѣ. 4. Современное положеніе вопроса объ эѳирѣ. 5. Другой интерференціонный способъ изслѣдованія строенія спектральныхъ линій.

# Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходить 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, въ  
24 и 32 стр. каждый,  
подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

**ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:** Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премію. Библиографическій отдѣлъ: обзоръ специальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимназ. муж. и жен., реальн. уч. прогимн., город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку.

Важнѣйшія статьи, помѣщенные въ 1910 г.

44-ый семестръ.

*Прив.-доц. С. О. Шатуновскій.* О построеніяхъ, производимыхъ циркулемъ и линейкой. *Н. Извольскій.* О биссектрисахъ треугольника. *Проф. Б. К. Млодзевскій.* О четырехугольникѣ, имѣющемъ при данныхъ сторонахъ наибольшую площадь. *К. Ивановъ.* Практическія занятія по физикѣ въ германской средней школѣ. *Проф. Д. Синцовъ.* Замѣтка по вопросу о трисекціи угла. *Н. Васильевъ.* Нѣкоторые свойства вращающагося твердаго тѣла. *А. Толлосъ.* Броуновское движеніе. *А. Филипповъ.* Дѣленіе на 9. *Е. Смирновъ.* Объ ирраціональныхъ числахъ. *Л. Мандельштамъ* и *Н. Папалекси.* Основы беспроволочной телеграфіи. *Е. Томашевичъ.* О биссектрисахъ треугольника. *Проф. Д. Мордухай-Болтовскій.* О геометрическихъ построеніяхъ съ помощью линейки при условіи, что дана неизмѣнная дуга круга съ центромъ. *М. Планкъ.* Отношеніе новѣйшей физики къ механистическому міровоззрѣнію. *Г. Е. Бѣкке.* Генезисъ минераловъ. *К. Лебединцевъ.* Еще къ вопросу объ ирраціональныхъ числахъ. *Прив.-доц. А. А. Дмитріевскій.* Приближенное рѣшеніе задачи объ удвоеніи куба. *Т. Арльтъ.* Причина землетрясеній, горообразованія и родственныхъ явленій.

45-ый семестръ.

*Проф. Ф. Клейнъ.* О преподаваніи геометріи. *Т. Ниттгаммеръ.* Методы и новѣйшіе результаты опредѣленія силы тяжести. *Н. Васильевъ.* Объ устойчивости велосипеда въ движеніи. *В. Даватцъ.* О построеніи кривой  $x^y = y^x$ . *А. Филипповъ.* Умноженіе натуральныхъ чиселъ. *Э. Маундеръ.* „Каналы“ Марса. *Проф. Б. Донатъ.* Волчокъ и его будущее въ техникѣ. *Г. И. Чистяковъ.* Рѣшеніе одного трансцендентнаго уравненія. *Проф. Э. Конъ.* Пространство и время съ точки зрѣнія физики. *А. Толлосъ.* Наблюденіе іоновъ въ микроскопѣ и опредѣленіе элементарнаго электрическаго заряда. *К. Газзе.* Построеніе правильного семнадцатигульника. *Прив.-доц. В. В. Бобынинъ.* Исторія первоначальнаго развитія счисленія дробей. *С. Гоу.* Задачи точной астрономіи. *Проф. Г. Пеннеръ.* Утилизациа атмосфернаго азота при помощи вольтовой дуги. *Г. Левинъ.* Нѣкоторые соотношенія въ прямоугольномъ треугольникѣ. *Ф. Генкель.* Эволюція звѣздъ и теорія захвата. *А. Виттингъ.* Между дѣломъ и шуткой въ области чиселъ.

Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ 6 руб., за полгода 3 руб. Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ 4 руб., за полугодіе 2 руб. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за се-  
местръ. Отдѣльные номера текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.