

№ 550.

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

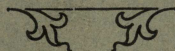
В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

---

XLVI-го семестра № IO-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1911.

<http://vofem.ru>



ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1912 ГОДЪ

(XXIII-й годъ изданія)

на общепедагогическій журналъ для учителей и дѣятелей  
по народному образованію

# „РУССКАЯ ШКОЛА“

**Программа журнала:** Общіе вопросы образованія и воспитанія. Реформа школы. Экспериментальная педагогика, психологія, школьная гигиена. Методика преподаванія различныхъ предметовъ. Исторія школы. Обзоры новѣйшихъ теченій въ области различныхъ наукъ. Дѣятельность госуд. и обществ. учреждений по народному образованію (Госуд. Думы, земствъ и пр.). Народное образованіе заграницей. Низшая и средняя школа въ Россіи. Вопросы національной школы различныхъ народовъ Россіи. Женское образованіе. Профессиональное образованіе. Вышешкольное образованіе.

Кромѣ статей по означенной программѣ, журналъ даетъ слѣдующіе постоянные отдѣлы: I. Экспериментальная педагогика, подъ ред. А. П. Нечаева и Н. Е. Румянцева. II. Критика и библіографія, обзоры педагогическихъ и дѣтскихъ журналовъ. III. Хроника общаго и професс. образованія въ Россіи и заграницей. IV. Хроника библіотечнаго дѣла и вышешкольнаго образованія. V. Разныя извѣстія. VI. Новости литературы. VII. Новѣйшія правит. распоряженія и законодат. постановленія.

„Русская Школа“ выходитъ ежемѣсячно книжками, не менѣе 15 печатн. листовъ. Подписная цѣна: въ СПБ. безъ дост.—7 руб., съ дост.—7 руб. 50 коп., для иногороднихъ—8 руб., за границу—9 руб. въ годъ. Для сельскихъ учителей, выписыв. журналъ за свой счетъ,—6 руб. въ годъ, съ разсрочкою (при подпискѣ—3 руб. и къ 1-му іюля—3 руб.). Городамъ и земствамъ, выписыв. не менѣе 10 экз., уступка въ 15 проц. Книжнымъ магазинамъ за комиссію 5 проц. съ годовой цѣны. Подписка съ разсрочкой и уступкой только въ конторѣ редакціи (СПБ., Лиговская, д. 1).

Редакторъ-издатель Я. Я. Гуревичъ.

III-й годъ  
изданія

ПРИНИМАЕТСЯ ПОДПИСКА НА 1912 ГОДЪ

III-й годъ  
изданія

на научно-популярный богато-иллюстрированный журналъ

# „ВѢСТНИКЪ ВОЗДУХОПЛАВАНІЯ“

Въ 1912 году журналъ будетъ выходить четыре раза въ мѣсяцъ по значительно расширенной программѣ, посвященной ВОЗДУХОПЛАВАНІЮ, АВТОМОБИЛИЗМУ (моторныя лодки, гидропланы и сани) и двигателямъ внутренняго сгорания.

Великолѣпныя иллюстраціи, чертежи, портреты, конструктивные данныя въ каждомъ номерѣ. **Постоянные отдѣлы:** 1) Текущіе вопросы русскаго воздухоплаванія; 2) Научно-технический отдѣлъ; 3) Новости конструкцій летательныхъ аппаратовъ; новыя аэропланы и дирижабли; 4) Автомобилизмъ; 5) Двигатели для воздухоплаванія и автомобилизма; 6) Хроника воздухоплаванія, библіографія и отвѣты читателямъ.

Пробный номеръ высылается за три 7-ми коп. марки.

**Условія подписки на 1912 годъ:** на 1 годъ—48 номеровъ—10 руб., на 6 мѣс.—24 номера—6 руб., на 3 мѣс.—12 номеровъ—3 р. 50 к., на 1 мѣс.—4 номера—1 руб. Допускается разсрочка для годовыхъ подписчиковъ: при подпискѣ—5 руб., въ апрѣлѣ—3 руб. и въ августѣ—2 руб. За границу—16 руб. Цѣна отдѣльнаго номера—30 к.

Контора и редакція: С.-Петербургъ, Вознесенскій пр., 28.

Журналъ „ВѢСТНИКЪ ВОЗДУХОПЛАВАНІЯ“ одобренъ Главнымъ Инженернымъ Управленіемъ и рекомендованъ Военнымъ Министерствомъ циркуляромъ Главнаго Штаба отъ 15-го ноября 1910 года, № 203.



# Вѣстникъ Опытной Физики

И

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 550.

**Содержаніе:** Свѣтовое давленіе. *Проф. Дж. Пойнтинга.* (Продолженіе). — Международная Коммиссія по преподаванію математики. Съѣздъ въ Миланѣ 5—7 (18—20) сентября 1911 г. *Проф. Д. Синцова* — Опыты и приборы. *А. Яницкаго.* — Задачи №№ 468—473 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ №№ 372, 373 и 393 (5 сер.). — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Объявленія.

### Свѣтовое давленіе.

*Проф. Дж. Пойнтинга.*

(Продолженіе\*).

II.

#### Опыты надъ давленіемъ свѣта, падающаго нормально къ поверхности.

Когда Максвеллъ создалъ свою теорію давленія свѣта и нашелъ чрезвычайно малую величину, которую даетъ даже полный солнечный свѣтъ, онъ замѣтилъ, что, вѣроятно, „можно получить гораздо больше лучистой энергіи, если сконцентрировать лучи электрической лампы. Такіе лучи, падая на тонкій металлическій дискъ, деликатно подвѣшенный въ безвоздушномъ пространствѣ, можетъ быть, произвести замѣтное механическое дѣйствіе“ \*\*\*).

Двадцать семь лѣтъ спустя московскій профессоръ Лебедевъ прочелъ на Интернаціональномъ Конгрессѣ физики \*\*\*\*) докладъ о своихъ опытахъ, при помощи которыхъ ему удалось обнаружить давленіе

\*) См. „Вѣстникъ“, № 549.

\*\*) „Electricity and Magnetism“, § 793.

\*\*\*) „Rapports“, томъ 2, р. 133. Болѣе подробный отчетъ данъ въ „Annales der Physik“, VI, 433, nov. 1901.



вышеуказаннымъ путемъ. Найденные имъ результаты согласовались прекраснѣйшимъ образомъ съ результатами, получаемыми на основаніи теоріи Максвелла.

Въ большомъ стеклянномъ шарѣ, діаметръ котораго былъ равенъ 20 см. или 8 д., подвѣшивались диски на тонкой стеклянной нити *ТН*. Одно изъ расположеній дисковъ показано на рисункѣ 13. *НН* представляетъ стеклянный стержень, къ которому прикрѣплено зеркало *М*, отражающее въ зрительную трубу дѣленія шкалы; при помощи этого приспособленія опредѣляется положеніе дисковъ. На перекладинахъ укрѣплены на разстояніи 1 см. отъ вертикальной оси *НН* платиновые

диски діаметромъ въ 0,5 см. Толщина верхней пары была 0,1 мм., а нижней 0,02 мм. Диски, находящіеся направо, покрыты съ обѣихъ сторонъ слоемъ платиновой черни, тогда какъ находящіеся налѣво отполированы. Воздухъ въ шарѣ разрѣжался, насколько возможно было, при помощи насоса Шпренгеля, и затѣмъ на одинъ изъ дисковъ направлялся свѣтъ, испускаемый вольтовой дугой; получавшееся отклоненіе диска наблюдалось по движенію шкалы, отраженной въ зрительную трубу. Сила, необходимая для отклоненія диска на найденную величину, опредѣлялась посредствомъ наблюденія времени колебанія системы безъ нагрузки и съ нагрузкой опредѣленныхъ объема и вѣса, — методъ, которымъ постоянно пользуются для опредѣленія силы, которая требуется для того, чтобы закрутить металлическую проволоку на какой-нибудь уголъ.

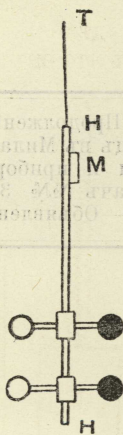


Рис. 13.

При томъ въ высшей степени сильномъ разрѣженіи, которое имѣло мѣсто въ этомъ опытѣ, вѣроятно, не было никакого матеріальнаго переноса частичекъ воздуха, находившагося вблизи диска. Но если даже оставалось небольшое конвекціонное дѣйствіе, то это не имѣло значенія, такъ какъ дѣлались дополнительные опыты съ цѣлью исключить его; для этого направляли лучи сначала на переднюю сторону диска, а затѣмъ на заднюю и брали разность обѣихъ смѣщеній. Возникновеніе конвекціонныхъ потоковъ зависитъ отъ повышенія температуры диска, а также отъ разности температуръ обѣихъ сторонъ. Если бы повышеніе температуры было даже очень велико, то вслѣдствіе взятыхъ очень тонкихъ дисковъ могла получиться такая малая разность температуръ обѣихъ сторонъ, что ею можно было пренебречь. На практикѣ приходилось поэтому принимать во вниманіе конвекціонное дѣйствіе, вызываемое только повышеніемъ температуры диска, и оно должно быть одно и то же по величинѣ и направленію независимо отъ стороны, на которую падаютъ лучи. Результатъ этого дѣйствія будетъ зависеть отъ „положенія“ диска; и если бы можно было установить дискъ совершенно вертикально, то этого дѣйствія, вѣроятно, вовсе не было бы, потому что воздухъ поднимался бы вверхъ одинаково по обѣимъ сторонамъ диска. Но установить дискъ абсолютно вертикально практически невозможно.



Если свѣтъ отталкиваетъ дискъ на разстояніе  $P$ , а конвекціонный потокъ на  $C$ , то мы наблюдаемъ  $P + C$ , когда свѣтъ падаетъ на переднюю сторону, и  $-P + C$ , когда онъ падаетъ на заднюю, такъ что разность обоихъ наблюденій равна  $2P$ , и  $C$  такимъ образомъ исключается.

Радиометрическое дѣйствіе зависитъ отъ малой разности температуръ обѣихъ сторонъ диска. Эта разность больше для толстаго диска, чѣмъ для тонкаго; и такъ какъ онъ толще въ пять разъ, то и эта разность больше въ пять разъ. Если, напримѣръ, толстый черный дискъ (0,1 мм.) отклоняется на 18 дѣленій, а тонкій (0,02 мм.) — на 13, то уменьшенію толщины на 0,08 мм. соответствуетъ уменьшеніе въ 5 дѣленій. Если толщина уменьшится еще на 0,02 мм., то отклоненіе должно быть меньше на  $5 \times 0,02/0,08 = 5/4 = 1,25$ . Такимъ образомъ, очень тонкій дискъ отклонился бы на  $13 - 1,25 = 11,75$  дѣленій и его температура была бы одинакова съ обѣихъ сторонъ, такъ что онъ не подвергался бы никакому радиометрическому дѣйствію. Этимъ путемъ, а именно наблюденіемъ результатовъ, получаемыхъ съ тѣмъ же самымъ пучкомъ лучей, падающихъ сначала на толстый дискъ, а затѣмъ на тонкій, радиометрическое дѣйствіе исключалось.

Что касается блестящихъ дисковъ, то радиометрическое дѣйствіе было слишкомъ мало, чтобы его можно было измѣрить.

Лучи, падавшіе на черные диски, поглощались и производили свое полное давленіе  $P = E$ . Лучи, падавшіе на блестящіе диски, частью отражались, и отраженный свѣтъ также производилъ давленіе. Для того, чтобы опредѣлить, какая часть лучей отражалась, были произведены вспомогательные опыты. Допустимъ, что она равнялась  $r$ ; тогда давленіе должно было быть  $P(1 + r)$ .

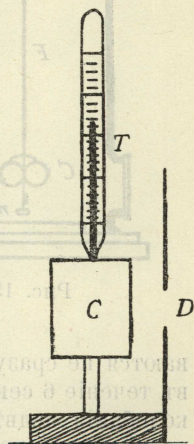


Рис. 14.

Чтобы доказать правильность теоріи давленія свѣта, необходимо было измѣрить энергію  $E$ , приходящуюся на 1 кв. см. лучей. Одинъ изъ способовъ, къ которымъ прибѣгли, показанъ на рис. 14. Въ выкрашенномъ въ черный цвѣтъ кускѣ мѣди  $C$  опредѣленныхъ объема и вѣса было сдѣлано небольшое отверстіе, въ которое вставляли небольшой термометръ. Противъ  $C$  помещали экранъ съ отверстіемъ  $D$  такого же точно размѣра, какъ дискъ; черезъ  $D$  пропускали пучекъ свѣтовыхъ лучей, который падалъ на  $C$  и нагревалъ его. Повышеніе температуры за данный промежутокъ времени показывало, какое количество энергіи сообщалъ пучекъ лучей, и такимъ образомъ опредѣлялась энергія, доставляемая въ секунду.

Если  $V$  — скорость свѣта, а  $H$  — количество теплоты въ эргахъ, развиваемое въ  $C$  въ теченіе секунды, то  $H$  представляетъ собою энергію въ пучкѣ длины  $V$ , а  $H/V$  есть энергія, приходящаяся на 1 см. Сила, дѣйствующая на черный дискъ такого же размѣра, какъ отверстіе  $D$ , должна была поэтому равняться  $H/V$ . Измѣренія теплоты совпадали съ измѣреніями силы приблизительно съ точностью до  $1/5$ .



Одновременно съ профессоромъ Лебедевымъ этимъ вопросомъ занимались также профессора Никольсъ (Nichols) и Гёлль (Hull) и въ 1903 году \*) они опубликовали полностью результаты своихъ работъ. Ихъ методъ нѣсколько походилъ на методъ Лебедева, но отличался отъ послѣдняго очень важными деталями. Двѣ круглыхъ стек-

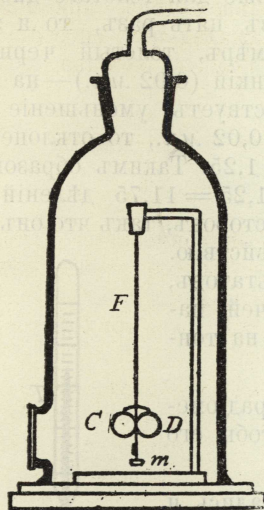


Рис. 15.

лянныхъ пластинки *CD* (рис. 15), каждая діаметромъ въ 12,8 мм. и толщиной въ 0,17 мм., были подвѣшены на кварцевой нити въ стеклянномъ сосудѣ, въ которомъ нѣсколько разрѣжался воздухъ. Передняя сторона ихъ была посеребрена и тщательно отполирована; внизу находилось небольшое зеркальце *m*, посредствомъ котораго наблюдалось въ зрительную трубу отраженіе шкалы.

На дискъ направлялся пучекъ свѣтовыхъ лучей, дѣйствіе которыхъ измѣрялось отклоненіемъ шкалы въ зрительной трубѣ.

Никольсъ и Гёлль воспользовались необъяснимымъ пока фактомъ, что, когда давленіе воздуха въ сосудѣ доходитъ до 2—3 см. ртутнаго столба, или приблизительно до 1 д., конвекціонное дѣйствіе значительно уменьшается. Кромѣ того, необходимо нѣкоторое время для того, чтобы это дѣйствіе развилось, такъ какъ диски нагреваются не сразу. Поэтому они направляли пучекъ лучей на дискъ лишь въ теченіе 6 секундъ, что составляетъ четвертую часть времени полного колебанія подвѣшенной системы. Давленіе свѣта пріобрѣтаетъ моментально всю свою силу и сохраняетъ эту силу все время, въ теченіе котораго свѣтъ падаетъ на дискъ. Конвекціонное же дѣйствіе достигаетъ максимума постепенно и въ теченіе 6 секундъ не принимаетъ серьезныхъ размѣровъ. Пользуясь отклоненіемъ, полученнымъ шестисекунднымъ дѣйствіемъ лучей, можно вычислить полное ихъ дѣйствіе, котораго они достигаютъ при продолжительномъ паденіи.

Чтобы исключить радіометрическое дѣйствіе, лучи направлялись сначала на переднюю сторону диска. Эта сторона нагревалась нѣсколько больше, и радіометрическое дѣйствіе вмѣстѣ съ давленіемъ свѣта отталкивало дискъ назадъ. Затѣмъ лучи направлялись на заднюю сторону диска, такъ что свѣтъ давилъ въ обратномъ направленіи. Лучи проходили черезъ прозрачное стекло и падали все-таки на покрытую серебромъ переднюю сторону. Поэтому послѣдняя и въ этомъ случаѣ была болѣе нагрѣта, и радіометрическое дѣйствіе было направлено въ ту же сторону, какъ и раньше. Такимъ образомъ, давленіе свѣта

\*) „Proc. American Academy of Arts and Sciences“, vol. XXXVIII, p. 559, April 1903.



должно было казаться уменьшеннымъ вслѣдствіе направленного въ противоположную сторону радіометрическаго дѣйствія. Среднее обоихъ наблюдений должно поэтому дать величину давленія свѣта и исключить радіометрическое дѣйствіе.

Всѣ почти лучи отражались посеребренной поверхностью, и такимъ образомъ давленіе было почти вдвое больше, чѣмъ при поглощеніи. Была опредѣлена дѣйствительная отражательная способность серебра, и такимъ образомъ была извѣстна слабая разниа между нею и полнымъ отраженіемъ.

Чтобы опредѣлить энергію пучка лучей, ихъ направляли на покрытый чернымъ серебряный дискъ опредѣленныхъ размѣровъ и вѣса, а повышение температуры опредѣлялось термоэлектрическимъ путемъ, на которомъ мы останавливаться не будемъ. Повышеніе температуры за данный промежутокъ времени давало количество полученной теплоты, откуда можно было опредѣлить энергію, которая приходится на 1 кб. см. пучка.



Рис. 16.

Были сдѣланы поправки, которыя требовались вслѣдствіе того, что дискъ не представлялъ изъ себя идеальнаго рефлектора, и въ результатъ Никольсъ и Гёлльъ нашли, что полученное ими давленіе отличалось отъ энергіи кубическаго сантиметра падающихъ лучей меньше, чѣмъ на одинъ процентъ.

Если мы примемъ во вниманіе малость измѣряемой силы и величину пертурбацій, мы должны будемъ признать, что это одинъ изъ наиболѣе тонко выполненныхъ въ наше время опытовъ. Профессоръ Гёлльъ сдѣлалъ нѣсколько интересныхъ опытовъ\*), въ которыхъ дискъ-приемникъ помѣщался между двумя параллельными, прикреплёнными спереди и сзади диска, стеклянными пластинками съ небольшимъ промежуткомъ между ними, какъ это показано на рис. 16. Радіометрическое дѣйствіе тогда исключалось. Дѣйствительно, если молекула сообщала усиленную отдачу поглощающему диску, то она неслась впередъ и сообщала такую же усиленную отдачу передней пластинкѣ. Обѣ эти отдачи нейтрализовали другъ друга. Одновременно исключалось другое дѣйствіе, вызываемое отдѣленіемъ частичекъ отъ самой поглощающей поверхности при нагрѣваніи, потому что оторванные такимъ образомъ частички даютъ равные импульсы диску назадъ и пластинкѣ впередъ. Гёлльъ нашелъ, что при такомъ расположеніи дисковъ можно было измѣрять давленіе свѣта даже при 70 мм. ртутнаго столба. Интересно отмѣтить, что сэръ Уильямъ Круксъ\*\*) нашелъ, что радіометрическое дѣйствіе почти прекращается даже при яркомъ солнечномъ свѣтѣ, если помѣстить подобнымъ образомъ дискъ между двумя пластинками.

Этимъ способомъ окружать дискъ можно воспользоваться для того, чтобы показать давленіе свѣта цѣлой аудиторіи. Я нашелъ, что

\*) „Physical Review“, XX, May 1905.

\*\*) „Phil. Trans.“, 170, 1879, p. 88, § 389.



получаются очень хорошие результаты, если установить приборъ, какъ показано на рисунокѣ 17.

Посеребренный дискъ  $S$  и черный дискъ  $B$  помѣщены внутри четырехугольной коробки изъ тонкой слюды, которая подвѣшивается на кварцевой нити въ металлическомъ ящикѣ со стеклянной пластинкой спереди; сбоку въ  $w$  находится окошечко, черезъ которое проходитъ пучекъ свѣтовыхъ лучей къ зеркальцу  $m$  и отражается затѣмъ

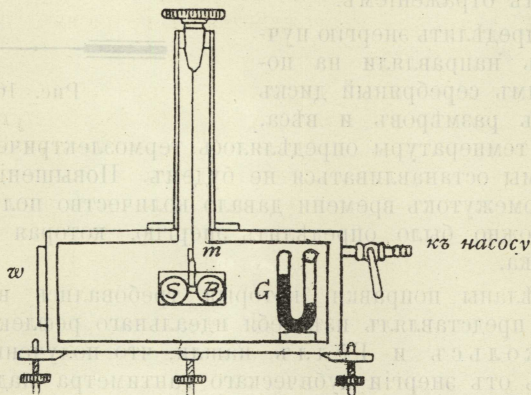


Рис. 17.

на шкалу. При помощи насоса давленіе доводятъ до 1 — 2 см. приблизительно, что указывается небольшимъ барометромъ  $G$ . Если въ теченіе короткаго времени свѣтовые лучи падаютъ на  $S$ , то  $S$  отталкивается. Если они направлены столько же времени на  $B$ , то  $B$  также отталкивается, но не такъ сильно, какъ  $S$ .

### III.

#### **Опыты надъ давленіемъ свѣта на источникъ, изъ котораго онъ исходитъ. Отдача свѣта.**

Мы видѣли, что теорія ведетъ къ допущенію, что свѣтовые волны переносятъ съ собою количество движенія, направленное впередъ, такъ, какъ если бы онѣ были частицами, оторванными отъ источника, и что онѣ получаютъ это количество движенія отъ источника. Потеря послѣднимъ количества движенія должна проявиться въ видѣ обратнаго давленія на источникъ. Въ самомъ дѣлѣ, свѣтящійся предметъ долженъ отдавать вслѣдствіе испусканія имъ свѣтовыхъ лучей подобно тому, какъ ружье отдаетъ вслѣдствіе того, что оно выбрасываетъ пулю.



Самый удовлетворительный и наиболее прямой методъ производства опыта состоятъ, несомнѣнно, въ томъ, чтобы подвѣсить въ насколько возможно совершенномъ вакуумѣ дискъ, вычерненный съ одной стороны и посеребренный съ другой. Внутри диска можно было бы вложить свернутую кольцомъ металлическую проволоку, которая нагрѣвалась бы электрическимъ токомъ, входящимъ черезъ подвѣсъ. Черная поверхность испускала бы тепло въ видѣ чистой энергіи почти цѣликомъ, посеребренная же — въ небольшомъ лишь количествѣ. Вслѣдствіе этого черная сторона получила бы обратный толчекъ. Но этотъ прямой методъ сопровождается совершенно непреодолимыми экспериментальными трудностями.

Докторъ Барлоу (Barlow) и авторъ прибѣгли къ опыту \*), обнаруживающему обратное давленіе менѣе прямымъ путемъ; дискъ нагрѣвался пучкомъ падавшихъ на него свѣтовыхъ лучей. Температура повышалась до тѣхъ поръ, пока не наступало устойчивое состояніе, при которомъ энергія, испускаемая въ видѣ радіаціи, равнялась поглощаемой энергіи. Дѣйствіе вызывалось поэтому давленіемъ приходящей радіаціи, съ одной стороны, и уходящей, съ другой. Приходилось, такимъ образомъ, опредѣлять величину каждой изъ этихъ частей.

Для изученія природы изслѣдуемаго явленія нужно разсматривать идеальные случаи. Допустимъ, что въ одномъ случаѣ пучекъ лучей, обладающій энергіей  $P$  на кубическій сантиметръ, падаетъ перпендикулярно на очень тонкій, совершенно черный, а потому вполне поглощающій, съ обѣихъ сторонъ дискъ, и пусть этотъ дискъ будетъ подвѣшенъ въ идеальномъ вакуумѣ такъ, чтобы онъ совершенно не подвергался возмущеніямъ со стороны воздуха. Дискъ нагрѣвается, и его температура повышается до тѣхъ поръ, пока онъ не отдаетъ столько же энергіи, сколько получаетъ. Если онъ очень тонокъ, то температура его практически одна и та же съ обѣихъ сторонъ, и каждая сторона отдаетъ половину энергіи. Давленія испускаемыхъ радіацій поэтому равны и противоположны и не производятъ никакого дѣйствія. У насъ, слѣдовательно, остается лишь давленіе  $P$  падающихъ лучей.

Въ другомъ случаѣ возьмемъ дискъ, черный съ передней стороны и совершенно отражающій съ задней, и пусть тотъ же самый пучекъ лучей падаетъ на переднюю сторону. Когда температура диска становится постоянной, энергія испускаемой радіаціи равна энергіи получаемой. Такъ какъ задняя сторона представляетъ изъ себя совершенный рефлекторъ, то она не испускаетъ лучистой энергіи, которая посылается цѣликомъ передней поверхностью. Если бы она выходила только по нормали, то она производила бы давленіе  $P$ , равное давленію падающихъ лучей, и все давленіе было бы  $2P$ . Но она распространяется во всѣхъ направленіяхъ и распределяется такимъ же образомъ, какъ свѣтъ, испускаемый раскаленной до бѣла поверхностью. Можно показать, что благодаря этому давленіе уменьшается до  $\frac{2}{3}P$ , такъ что общее давленіе падающей и испускаемой радіаціи равно  $\frac{5}{3}P$ .

\*) „Proc. Royal. Soc.“ A., vol. LXXXIII, p. 534, 1910.



Если бы испускаемые лучи не производили никакого обратного давления, никакой отдачи, то давление на дискъ было бы  $P$  въ томъ и другомъ случаѣ. Итакъ, для того, чтобы доказать существованіе обратного давления, нужно изслѣдовать, больше ли оно во второмъ случаѣ, чѣмъ въ первомъ.

Опыты производились съ четырьмя дисками, передняя и задняя поверхности которыхъ были: черной и черной ( $B/B$ ), черной и серебряной ( $B/S$ ), серебряной и серебряной ( $S/S$ ), серебряной и черной ( $S/B$ ). Если допустить, что черная поверхность идеально поглощала, а серебряная идеально отражала, и что энергія пучка въ кубическомъ сантиметрѣ равнялась  $P$ , то давления на диски должны были бы быть:

$B/B$	$B/S$	$S/S$	$S/B$ ,
$P$	$\frac{5}{3}P$	$2P$	$2P$ .

Но черная поверхность отражала незначительную часть лучей, около 5%; серебряная, въ свою очередь, отражала не все, а только 95%. Если принять, что черная сторона испускала 0,95, а серебряная 0,05 точно такъ же, какъ это сдѣлалъ бы совершенный радиаторъ, то давления можно считать равными:

$B/B$	$B/S$	$S/S$	$S/B$ ,
$1,05P$	$1,62P$	$1,95P$	$1,92P$ .

Кромѣ того, хотя мы подвѣсили диски въ сосудѣ съ разрѣженной, насколько возможно, атмосферой, здѣсь все-таки наблюдалось слабое радиометрическое дѣйствіе, вызванное оставшимся газомъ, потому что температура передней стороны была всегда выше температуры задней стороны на величину, необходимую для передачи энергіи, которая излучалась задней стороной, съ передней поверхности на заднюю. Наибольшая разность температуръ получалась съ дискомъ  $B/B$ ; съ нимъ и наблюдалось наибольшее радиометрическое дѣйствіе, которое стремилось отталкивать дискъ отъ источника.

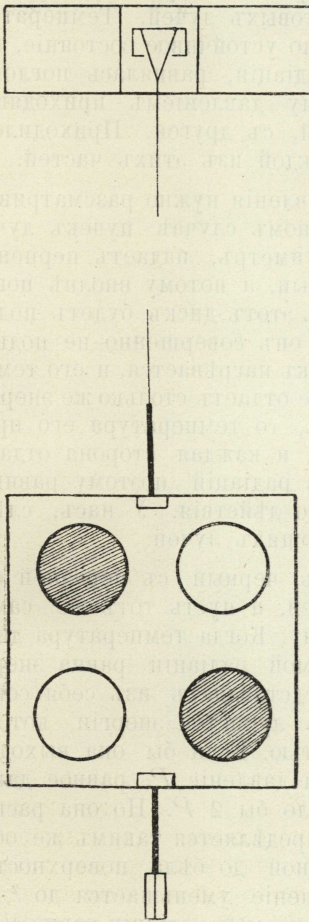


Рис. 18.

Каждый дискъ состоялъ изъ двухъ тонкихъ круглыхъ стеклянныхъ пластинокъ, діаметръ которыхъ былъ 1,2 см., а толщина 0,1 мм.



Между ними находился слой асфальта, тоже приблизительно въ 0,1 мм. толщины. Для приготовления диска, клали кусок асфальта на одну пластинку, которая нагрѣвалась до тѣхъ поръ, пока асфальтъ не становился мягкимъ; тогда придавливали къ нему другую пластинку. Серебряныя поверхности приготавливались путемъ отложенія на вѣшную сторону диска частицъ серебрянаго катода разрядной трубки.

Диски укрѣплялись затѣмъ въ отверстіяхъ пластинки изъ слюды (рис. 18), при чемъ центры дисковъ находились въ углахъ квадрата, сторона котораго равнялась 2 см.; сама же пластинка подвѣшивалась на кварцевой нити длиною въ 9 см. въ кольцѣ съ пружинкой, помещенномъ въ горлышкѣ шарообразнаго сосуда, діаметръ котораго равнялся 16 см. Нѣтъ надобности подробно описывать здѣсь, какимъ образомъ разрѣжался газъ въ сосудѣ. Достаточно сказать, что его (сосудъ) многократно наполняли сухимъ кислородомъ и, наконецъ, запаивали въ  $S$  (рис. 19) послѣ того, какъ выкачивали газъ, и что расширение  $C$ , въ которомъ находился древесный уголь, погружали въ жидкій воздухъ, кипѣвшій при низкомъ давленіи въ теченіе нѣсколькихъ часовъ до опыта, а также во время опыта. Почти весь остававшійся кислородъ поглощался тогда углемъ, и, какъ показывалъ приборъ, когда на диски направлялись свѣтовые лучи, степень разрѣженія была чрезвычайно высока.

Планъ прибора можно видѣть на рисункѣ 20.  $S$  представляетъ 50-тивольтовую фокусъ-трубку Эдисона (Ediswan), правильно работающую при 60 вольтахъ.  $L_1$  есть одна линза, а  $L_2$  — другая, которая даетъ на взятомъ дискѣ изображеніе  $L_1$ . Въ  $B$  находится лампа, изображеніе которой отражалось зеркаломъ подъ пластинкой изъ слюды на шкалу  $C$ .

Сила, соответствующая наблюдаемому отклоненію, вычислялась обыкновеннымъ путемъ изъ времени колебанія подвѣшенной системы сначала безъ груза, а затѣмъ съ грузомъ опредѣленнаго вѣса.

Для опредѣленія энергіи падающихъ лучей пользовались методомъ Никольса и Гѣлла (см. стр. 261), а именно: на вычерненную серебрянную пластинку опредѣленнаго вѣса направляли лучи и при этомъ отмѣчали, насколько повышалась температура серебра. Энергія была такова, что если бы лучи только падали на совершенно черную поверхность, они произвели бы отклоненіе на 13.6 дѣлений. Въ нижеслѣдующей таблицѣ указаны: въ первой строкѣ — природа диска; во второй — отношенія отклоненій, вычисленныхъ на основаніи допущенія, что черная поверхность отражаетъ 5%, а серебряная 95%; въ третьей — отклоненія, которые получились бы, если бы не было никакихъ другихъ силъ, кромѣ

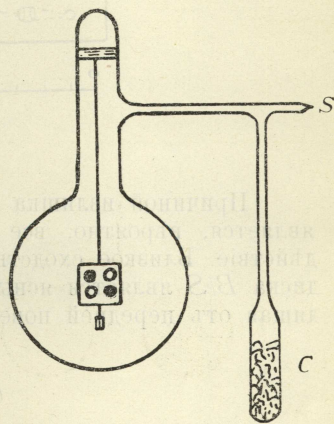


Рис. 19.



давления свѣта; они получаются умноженіемъ числа 13.6 на отношенія; въ четвертой строкѣ, наконецъ, даны отклоненія, которыя дѣйстви-тельно наблюдались.

Диски: . . . . .	$B/B$	$B/S$	$S/S$	$S/B$ ,
Вычисленные отношенія: .	1,05	1,62	1,95	1,92,
Вычисленные отклоненія: .	14,3	22,0	26,5	26,1,
Наблюдаемые отклоненія: .	16,1	22,3	28,7	28,0.

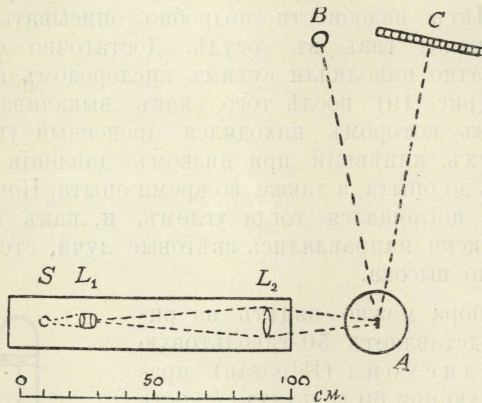


Рис. 20.

Причиной излишка 16,1 надъ 14,3, полученнаго съ дискомъ  $B/B$ , является, вѣроятно, все еще остававшееся слабое радиометрическое дѣйствіе. Близкое сходство вычисленнаго и наблюданнаго отклоненій диска  $B/S$  является яснымъ доказательствомъ того, что радіація, исходящая отъ передней поверхности, производитъ обратное давленіе.

(Окончаніе слѣдуетъ).



## Международная Коммиссія по преподаванію математики.

Съѣздъ въ Миланѣ 5—7 (18—20) сентября 1911 г.

Намѣченный на предыдущемъ Брюссельскомъ Собраніи (см. «Вѣстникъ», № 524 и 525) съѣздъ дѣятелей Коммиссіи состоялся въ Миланѣ 18—20 сентября (н. ст.). Онъ привлекъ довольно значительное количество участниковъ. Кромѣ Центрального Комитета (предсѣдатель — проф. F. Klein, товарищъ предсѣдателя — sir George Greenhill и секретарь — проф. H. Fehr, редакторъ журнала «Enseignement Mathématique»), присутствовавшего in corpore, были представлены всѣ главнѣйшія европейскія государства: Австрія, приславшая W. Wirtinger'a и Dinzl'a, Англія кромѣ проф. Greenhill'a, еще проф. W. W. Hobson и C. Godfrey, Германия, — отъ которой, кромѣ проф. Ф. Клейна, присутствовали секретарь германской подкоммиссии W. Lietzmann, авторъ нѣсколькихъ рефератовъ, совсемъ еще юный на видъ, и проф. Timmerding, авторъ интереснаго реферата: «Mathematik in den physikalischen Lehrbüchern», Франция, приславшая президіумъ своей Национальной Подкоммиссии въ полномъ составѣ (предсѣдатель — престарѣлый A. de Saint-Germain, вице-предсѣдатель и казначей C. Bourlet, секретарь C. A. Laisant и вице-секретарь Bioche), Россія, представителями которой, на этотъ разъ специально командированными, явились членъ русской делегаціи проф. Б. М. Кояловичъ и пишущій эти строки; Швейцарія прислала, кромѣ генер. секретаря Г. Фера, еще гг. Gubler'a и Jacottet'a. По одному представителю имѣли Данія (проф. Neergaard), Швеція (Helge v. Koch) и Норвегія (Alfsen). Не были вовсе представлены изъ европейскихъ государствъ Бельгія, Голландія, Греція, Румынія, Испанія и Португалія, а также Соединенные Штаты. Последнее можно было, впрочемъ, предвидѣть — время съѣзда совпадало съ началомъ учебныхъ занятій у американцевъ, и еще въ Брюсселѣ ихъ представитель Upton высказывалъ пожеланіе, чтобы съѣздъ дѣятелей Коммиссіи состоялся въ Ливерпулѣ, потому что при этомъ американцы могли бы еще явиться. Но то обстоятельство, что предстоящій Международный Конгрессъ уже намѣченъ въ Англіи, а относительно Италіи слишкомъ мало было еще извѣстно на Брюссельскомъ Собраніи, побудило Ф. Клейна предложить Собранію назначить мѣстомъ слѣдующаго Собранія именно сѣверную Италію и, въ частности, остановиться на Миланѣ. Предложеніе это и было принято присутствовавшими въ Брюсселѣ дѣятелями Международной Коммиссіи. Предполагалось, что избраніе именно Италіи мѣстомъ новаго съѣзда подгонитъ итальянцевъ и заставитъ ихъ энергичнѣе приняться за работу. И действительно, явившись хозяевами на Съѣздѣ, итальянцы прежде всего собрались въ достаточномъ числѣ: дѣятельное участіе въ занятіяхъ съѣзда приняли, помимо членовъ мѣстнаго Комитета\*), итальянскіе делегаты проф. G. Castelnuovo

\*) Предсѣдатель — вице-директоръ мѣстнаго политехническаго института проф. математики Ant. Sayno; члены: директоръ института, сенаторъ проф. Colombo, сенаторъ проф. Celoria, директоръ знаменитой астрономической



(Римъ) и F. Enriques (Болонья), членъ Итальянской Подкоммиссиі A. Conti, редакторъ «Il Bollettino di Matematica» (Римъ), маститый E. D'Ovidio, председатель Итальянской Подкоммиссиі (Туринъ), Fr. Severi, лауреатъ Римскаго Конгресса, какъ председатель Общества «Matesis» (Падуа), G. Lazzari, изд. «Periodico di Matematica» (Ливорно), C. Somigliana (Туринъ), G. Veronese (Падуа), присутствовали также престарѣлый Ant. Jung (Миланъ), Reuna (Римъ), Gino Loria (Генуя). Этотъ перечень, однако, далеко не полонъ, — число присутствовавшихъ итальянцевъ было болѣе значительно, я называю лишь болѣе извѣстныя имена и извѣстныя мнѣ лица.

5-го (18) сентября утромъ происходило закрытое засѣданіе Центрального Комитета, въ 4 часа — засѣданіе его же совместно съ подкоммиссіями, подготавливавшими докладъ по слѣдующимъ вопросамъ, намѣченнымъ Комитетомъ.

A. Въ какой мѣрѣ можно въ среднихъ школахъ (лицеяхъ, колледжахъ, гимназіяхъ и реальныхъ училищахъ) достигнуть систематичности въ изложеніи математики; въ какой мѣрѣ возможно сліяніе различныхъ вѣтвей математическаго преподаванія?

B. Теоретическое и практическое преподаваніе математики для студентовъ-физиковъ и натуралистовъ.

Это предварительное обсужденіе въ которомъ принимали участіе и присутствовавшіе делегаты, носило довольно отрывочный характеръ. Подготовка доклада по первому вопросу поручена была проф. Castelnuovo и Bionche, по второму — проф. Timmerding'у. Самое засѣданіе, какъ и всѣ послѣдующія, происходило въ помѣщеніяхъ Политехническаго Института.

Цѣльнаго университета въ Миланѣ нѣтъ. Есть высшая сельско-хозяйственная и ветеринарная школы; роль историко-филологическаго факультета играетъ Королевская Научно-литературная Академія; есть и Высшій Коммерческій Институтъ, носящій названіе Коммерческаго Института Luigi Vossioni (онъ созданъ на пожертвованія сенатора F. Vossioni въ память сына, погибшаго при Адуѣ). Заслуживаетъ, наконецъ, упоминанія существующій болѣе 10 лѣтъ Università popolare di Milano и основанная еще императрицей Маріей Терезіей Королевская Академія Художествъ, помѣщающаяся въ Palazzo Brera \*).

Наиболѣе родственнымъ Комиссиі учрежденіемъ являлся такимъ образомъ Политехническій Институтъ, къ которому и приуроченъ былъ поэтому нашъ Съѣздъ. Основанный въ 1863 году знаменитымъ итальянскимъ математикомъ Francesco Brioschi, онъ за эти сорокъ семь лѣтъ разросся благодаря энергіи его и его преемника, нынѣшняго директора, проф. Colombo и притоку частныхъ пожертвованій, въ значительное учрежденіе. Между прочимъ Миланскій Политехническій Институтъ является единственнымъ техническимъ учебнымъ

обсерваторіи Брега въ Миланѣ, основанной въ 1764 г., считавшей въ числѣ своихъ директоровъ знаменитаго астронома Schiaparelli, — далѣе проф. Piazza, Varoni, Fasella и секретарь Giac. Loria.

\*) Интересно, что всѣ просвѣтительныя учрежденія объединены съ 1897 г. однимъ Consiglio direttivo, въ которое, кромѣ директоровъ, входятъ представители города и провинціи.



заведеніемъ Италіи, въ которомъ съ 1878 г. имѣется двухгодичный подготовительный курсъ по теоретическимъ предметамъ (такъ называемая «Scuola preparatoria»); въ другихъ Scuole per applicazioni degli ingegneri этотъ курсъ замѣняется двухлѣтнимъ пребываніемъ на физико-математическомъ факультетѣ университета и сдачею «Licenza in matematica». Эта особенность вызывается, несомнѣнно, не столько преимуществами подобной подготовки, сколько именно отсутствіемъ въ Миланѣ, университета съ физико-математическимъ факультетомъ.

Нынѣшнее помѣщеніе Института — старинное, невзрачное по внѣшнему виду двухэтажное зданіе, носящее имя «Palazzo detto la Canonica», — выходитъ на площадь Кавура (съ памятникомъ дѣятелю объединенія Италіи) и заключаетъ, какъ всѣ старинныя итальянскія зданія, красивый внутренний дворъ, который со второго дня Съѣзда украшенъ прекрасною статуей Fr. Brioschi.

На вечеръ этого дня было назначено предварительное собраніе для взаимнаго ознакомленія въ лучшемъ миланскомъ ресторанѣ «Cova». Почтенный предсѣдатель мѣстнаго Комитета, проф. A. Sayno, привѣтствовалъ конгресси-стовъ небольшою рѣчью, въ которой онъ выразилъ удовольствіе видѣть столькихъ собравшихся и пожелалъ намъ успѣха, подчеркнувъ значеніе математики, чистой и прикладной, безъ которыхъ человѣчеству нельзя было бы разобраться въ хаосѣ внѣшняго міра. Отъ имени членовъ Съѣзда ему отвѣчалъ Ф. Клейнъ, воздавшій должное дѣятелямъ Политехническаго Института, въ особенности Jung'у въ области гидравлики и Fr. Brioschi, котораго онъ, Клейнъ, зналъ по его изслѣдованіямъ изъ области абстрактной алгебры, и который здѣсь, въ Миланѣ, выступаетъ въ новомъ освѣщеніи — организатора Института прикладныхъ знаній.

На другой день занятія наши начались съ возложенія Ф. Клейномъ вѣнка къ подножію памятника Fr. Brioschi, о заслугахъ котораго нашъ предсѣдатель сказалъ теплое слово. Открывая затѣмъ собраніе, Ф. Клейнъ подчеркнул въ своемъ вступительномъ словѣ, что собраніе никакихъ постановленій не дѣлаетъ, и въ этомъ смыслѣ обсужденіе указанныхъ выше вопросовъ, разумѣется, не имѣетъ въ виду вынесенія какихъ-либо резолюцій, цѣль его — рассмотреть указанные вопросы такъ же, какъ на Брюссельскомъ Съѣздѣ дебатировался вопросъ о преподаваніи началъ высшей математики въ средней школѣ; и теперь, какъ и тогда, исключается вопросъ о подготовкѣ по математикѣ инженеровъ, какъ слишкомъ обширный и сложный. Въ заключеніе онъ предложилъ установить составъ присутствующихъ (Präsenz-Liste).

Что касается до состоянія работъ въ отдѣльныхъ странахъ, то это должно было составить предметъ заявленій представителей отдѣльныхъ странъ, къ чему затѣмъ и перешли. Но передъ тѣмъ слово было предоставлено G. Ugo-pese, выступившему съ критикой дѣятельности Комиссіи и вызвавшему оживленныя пренія. Но передадимъ сначала, насколько это выяснилось въ Миланѣ, въ какомъ положеніи стоятъ работы въ каждой странѣ. Было бы, конечно, утомительно перечислять, какъ это дѣлаетъ протоколъ, заявленія представителей по очереди.

Достаточно сказать, что закончены и отпечатаны отчеты Голландіи, Даніи, Швеции (сборникъ которой особенно отмѣтилъ Ф. Клейнъ, какъ содержащій не только изложеніе фактическаго положенія дѣла, но и выводы и критическія замѣчанія), очень подвинулись и скоро будутъ закончены работы въ



Бельгін, Швейцаріи, Норвегій, Венгріи, Англіи. Русскій делегатъ проф. Б. М. Кояловичъ перечислилъ уже напечатанные доклады (см. «Вѣстникъ», № 545, стр. 114—115), а также перечислилъ и тѣ, которые находятся въ печати. Мною было указано при этомъ на то общее оживленіе интереса къ вопросамъ преподаванія математики, которое сказывается въ развитіи дѣятельности Кружковъ и Обществъ, или специально посвящающихъ себя вопросамъ преподаванія, какъ Московскій Математическій Кружокъ, Рижскій и Варшавскій Кружки, или занимающихся ими параллельно и наряду съ вопросами чисто научными, какъ Харьковское и Кіевское Общества, а также на предстоящій I-ый Сѣздъ Преподавателей Математики, давно уже составлявшій предметъ пожеланій и нынѣ близкій къ осуществленію. Но наибольшій интересъ представляло взаимное положеніе двухъ главныхъ странъ-соперницъ: Германіи и Франціи. На Брюссельскомъ Сѣздѣ Ф. Клейнъ съ чувствомъ законной гордости предъявилъ результатъ работъ Германской Подкомиссіи — девять выпусковъ — книгъ по различнымъ отдѣламъ (они перечислены въ моемъ отчетѣ, помѣщенномъ въ № 524 «Вѣстника»). Представитель Франціи не имѣлъ подъ рукою никакихъ матеріаловъ для представленія Собранію, но онъ заявилъ, что Франція свои отчеты, распределенные на пять томовъ, выпуститъ сразу и познакомилъ Собраніе съ ихъ содержаніемъ. Тогда это казалось немного галльскимъ хвастовствомъ. Но теперь престарѣлый представитель Франціи, президентъ ея Подкомиссіи A. de St. Germain, не безъ гордости представилъ Собранію всѣ намѣченные пять томовъ исполнѣ готовыми.

Напротивъ, въ Германіи работы, при всей ихъ энергичности, оказались еще далекими отъ окончанія. Проф. Ф. Клейнъ долженъ былъ заявить, что, хотя 16 тетрадей уже отпечатаны и еще 4 печатаются, но даже и черезъ годъ, къ Кембриджскому Конгрессу, все готово еще не будетъ: больше десяти выпусковъ въ годъ напечатать не удастся, а всѣхъ будетъ 40, изъ которыхъ, такимъ образомъ, готова лишь половина, и для окончанія понадобится еще годъ. Въ особенности далекъ отъ окончанія томъ V, и проф. Ф. Клейнъ собирався использовать слѣдовавшій почти непосредственно за Миланскимъ очередной ежегодный Сѣздъ Нѣмецкаго Математическаго Союза (Deutsche Mathematiker Vereinigung), происходившій въ Карлсруэ съ 25 по 28 сентября н. ст., чтобы подвинуть впередъ его осуществленіе. Сверхъ поступившихъ уже въ продажу тринадцати тетрадей\*), проф. Ф. Клейнъ предложилъ вниманію собравшихся еще три: II. 7. Wirz, «Преподаваніе математики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ имперскихъ земель»; такимъ образомъ, остаются лишь среднія учебныя заведенія Тюрингена, рефератъ о которыхъ обрабатываетъ Hossfeld; томъ III. 5. Timmerding «Задачи по коммерческой ариметикѣ въ математическомъ преподаваніи въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ» и томъ IV. 7. Jahnke «Математика въ специальныхъ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ». Повидимому, особенныя дополненія долженъ испытать томъ III, ибо до сихъ поръ, если подсчитать всѣ вышедшіе, готовящіеся къ

\*) Въ моемъ отчетѣ о Брюссельскомъ Сѣздѣ перечислены бывшія тогда готовыми 9 тетрадей. Съ тѣхъ поръ появились еще 2 тетради I тома, въ которыхъ W. Lorey описываетъ государственныя испытательныя комиссіи и практическую подготовку преподавателей въ Пруссіи, A. Thaeer, N. Geuthner и A. Böttger даютъ очерки преподаванія математики въ учебныхъ заведеніяхъ Ганзейскихъ городовъ, Мекленбурга и Ольденбурга, и 2 тетради III тома (R. Schimmak'a и P. Zühlke), заглавія которыхъ см. въ № 545 „Вѣстника“.



печати и уже намѣченные выпуски, то общее число все же не достигаетъ 40 тетрадей, о которыхъ говорилъ проф. Клейнъ. Въ этомъ сказалась слабая сторона принятой въ Германіи системы выпускать спеціальныя монографіи по отдѣльнымъ вопросамъ и преимущество системы, принятой во Франціи.

Мною не было пока упомянуто лишь объ Италіи и о Соединенныхъ Штатахъ. Въ первой дѣло значительно подвинулось: хотя и не безъ внутреннихъ треній, организациі наладились, пять изъ намѣченныхъ 12 рефератовъ находятся въ рукописи и даже въ печати, получена и матеріальная поддержка правительства, но, конечно, до завершенія еще далеко. Американскій представитель отсутствовалъ, — быть можетъ, онъ сообщилъ бы что-нибудь новое; по имѣющимся же въ Центральномъ Комитетѣ свѣдѣніямъ скептическое отношеніе проф. Ф. Клейна къ степени успѣшности работы при раздѣленіи труда между цѣлымъ рядомъ подкомиссій, повидимому, оправдывается: предварительные отчеты, хотя и готовы, но сводки ихъ еще нѣтъ, и трудно сказать, будетъ ли она готова къ Кембриджскому Съѣзду. Конечно, примѣръ Франціи убѣждаетъ, что не всегда скептицизмъ оправдывается. Во всякомъ случаѣ, если бы даже одна только Германія оказалась къ Кембриджскому Съѣзду не закончившей свою работу, общее дѣло Комиссіи нельзя было бы считать завершеннымъ. Но даже и въ тѣхъ странахъ, гдѣ отчеты напечатаны полностью, какъ во Франціи, нельзя сказать, что сдѣлано уже все: сами представители Франціи, въ особенности С. Bourlet, признавали въ частныхъ бесѣдахъ, что къ ихъ пяти томамъ слѣдовало бы добавить шестой, посвященный выводамъ. Конечно, нѣсколько наивно было бы думать, что всемірная анкета по всеобъемлющей программѣ могла закончиться въ промежутокъ между двумя конгрессами, когда къ тому же весь первый годъ ушелъ на организационную работу. И можно сказать, что не одна Франція, а всѣ участвующія въ работахъ страны все свое вниманіе сосредоточили на собираніи матеріала о состояніи преподаванія математики въ учебныхъ заведеніяхъ различныхъ типовъ; часть же критическая, выводы, касающіеся современныхъ тенденцій математическаго образованія, до сихъ поръ не составили предмета занятій Международной Комиссіи.

Съ критикой въ этомъ направленіи и выступилъ на первомъ же засѣданіи въ Миланѣ извѣстный математикъ G. Veronese. Онъ указалъ, что, если фраза о современныхъ тенденціяхъ и сохранилась въ послѣднемъ циркулярѣ Центральнаго Комитета, то въ немъ это предлагается, какъ задача Миланскаго Съѣзда, въ работахъ же, публикуемыхъ Комиссіей, нѣтъ разработки вопросовъ, такъ широко развитыхъ во второй части предварительнаго доклада, а между тѣмъ это, можетъ быть, самое важное. G. Veronese — ученикъ Клейна, но ихъ тенденціи различны: у итальянцевъ преподаваніе математики съ 1866 г. находится подъ вліяніемъ Cremona, Brioschi, Beiti. Самъ Veronese состоитъ директоромъ профессиональной школы, тамъ, конечно, не преподаютъ геометрію по Hadamard'у, тамъ нужно что-нибудь практическое. Перейдя на этомъ примѣрѣ къ итальянской школѣ, Veronese отклонился въ сторону критики итальянской школы вообще, высказавъ мнѣніе, что въ Италіи есть школы классическія (лицей) и школы реальныя и нѣтъ еще просто средней школы. Новый законъ создаетъ, правда, современную школу, но еще надо посмотреть, что изъ нея выйдетъ. Выходъ съ тѣмъ Veronese находить, что Миланскому Собранію надо воздержаться отъ какихъ бы то ни было постановленій и декретовъ. Онъ былъ остановленъ въ этомъ пунктѣ



Ф. Клейномъ, напомнившимъ о своихъ словахъ, въ самомъ началѣ сказанныхъ именно въ этомъ духѣ, но уже замѣчаніе G. Veronese вызвало оживленные отповѣди со стороны F. Enriques'a и Castelnuovo, подчеркнувшего, что новыми планами поднять уровень, но понизились результаты преподаванія. D'Ovidio указывалъ, что въ преподаваніи геометріи строгость не можетъ быть проведена очень далеко, — быть можетъ, она уже и теперь проведена слишкомъ далеко \*).

Засѣданіе въ дальнѣйшемъ перешло къ докладу проф. G. Castelnuovo, и лишь по окончаніи его Ф. Клейнъ пригласилъ остаться для совѣщанія по поводу того, какъ и съ чѣмъ выступить Комmissія на Кембриджскомъ Съѣздѣ. Окончательно же приняты были предложенія Центральнаго Комитета на слѣдующій день 7-го (20-го) въ утреннемъ засѣданіи. Такъ затруднявшій вопросъ объ общемъ докладѣ, который долженъ былъ резюмировать работы отдѣльных Національных Подкомmissій, разрѣшился весьма просто. Такого общаго доклада не будетъ вовсе на Кембриджскомъ Съѣздѣ, прежде всего, конечно, потому, что по предложенію Ф. Клейна рѣшено предложить Кембриджскому Конгрессу продолжить дѣятельность Комmissіи до слѣдующаго Конгресса. Тогда явится возможность заняться и второю частью задачи. На Кембриджскомъ Конгрессѣ Ф. Клейнъ сдѣлаетъ лишь общій докладъ о состояніи работъ Комmissіи и внесетъ это предложеніе относительно продолженія работъ Комmissіи.

Вопросъ принялъ поэтому другую форму: какъ организовать занятія по вопросамъ преподаванія на Кембриджскомъ Конгрессѣ. Должна быть, конечно, особая педагогическая секція, и желательно, чтобы завѣдующимъ ею былъ кто-либо изъ англичанъ — членовъ Англійской Подкомmissіи, на примѣръ, C. Godfrey. Въ дальнѣйшемъ тогда предвидится съѣздъ дѣятелей Комmissіи въ Геттингенѣ, затѣмъ, можетъ быть, въ Женевѣ. На самомъ Конгрессѣ желательно устроить нѣсколькихъ засѣданій, на которыхъ, помимо могущихъ поступить докладовъ, желательно сосредоточить обсужденіе на нѣсколькихъ вопросахъ, связанныхъ съ предметами дѣятельности Комmissіи. Какъ таковыя, намѣчались: «О преподаваніи началъ теоріи векторовъ (Champ vectoriel) въ средней школѣ» — (предложилъ Timerding), «О подготовкѣ преподавателей математики» (предложилъ Veronese), «О преподаваніи математики въ профессиональныхъ школахъ» (предложилъ F. Klein), «О преподаваніи математики инженерамъ», «О преподаваніи математики въ женскихъ учебныхъ заведеніяхъ». Fehr предлагалъ внести на Кембриджскій Съѣздъ снова вопросы А и В Миланскаго Съѣзда. Окончательно намѣтить вопросы предоставлено Центральному Комитету, который и долженъ позаботится о подготовкѣ предварительныхъ докладовъ. При этомъ внесено было предложеніе измѣнить порядки подготовки, устраивая, на примѣръ, по вопросу о преподаваніи математики для физиковъ нѣчто въ родѣ анкеты среди профессоровъ и выдающихся ученыхъ въ области физики. Но это предложеніе не встрѣтило сочувствія, — указывалось, что въ приведенномъ примѣрѣ, во-первыхъ, сами физики часто пишутъ, какъ, на примѣръ, Bouasse, очень обширные курсы, не меньшіе, чѣмъ пишутъ математики Appell,

\*) Можетъ быть, нужно отмѣтить, что учебники элементарной геометріи самого Veronese имѣютъ именно тенденцію введенія болѣе строгости.



Vogt, Fabry, и, находясь въ постоянномъ общеніи съ физиками, едва ли математики должны прибѣгать еще къ особымъ опросамъ.

Перейдемъ теперь къ докладамъ по вопросамъ А и В.

### Пренія по вопросу А.

По вопросу А. первый докладчикъ G. Castelnuovo свою тему сузилъ, ограничившись лишь вопросомъ о томъ, насколько можно достигнуть строгости изложенія въ школьной математикѣ. На предварительномъ совѣщаніи наканунѣ ораторы не были, повидимому, согласны даже въ томъ, что надо понимать подъ этими словами. При томъ различнаго можно требовать и достигать въ гимназіяхъ и лицейяхъ, съ одной стороны, и въ профессиональныхъ школахъ, съ другой. Докладчикъ только первые имѣетъ въ виду. Но и здѣсь можно говорить о введеніи строгости въ изложеніи ариѳметики и алгебры, или же въ геометріи, можно и здѣсь и тамъ, и при томъ въ различной степени. Удобнѣе всего, по мнѣнію докладчика, выяснить это на геометріи. Существующія, существовавшія, и возможные системы изложенія можно схематически сгруппировать такъ.

#### А. Методъ чисто логическій.

Примѣры: Halsted, (Hilbert), Peano\*). Здѣсь построеніе логическое, изслѣдованіе независимости аксіомъ. Къ интуиціи совершенно не прибѣгаютъ.

#### В. Основаніе эмпирическое, развитіе логическое.

а. Всѣ аксіомы, необходимыя для развитія геометріи, высказываются. Примѣры: Veronese и другіе итальянскіе курсы\*\*).

б. Только часть аксіомъ высказывается: Евклидъ, Thieme\*\*\*).

с. Никакой системы аксіомъ не формулируется: Holzmüller\*\*\*\*). Изъ аксіомъ приводятся только тѣ, которыя не имѣютъ характера абсолютной очевидности (Kambly, Müller).

#### С. Методъ эмпирическо-дедуктивный.

Къ очевидности прибѣгаютъ всегда, когда возможно, но почти не устанавливается, что допускается, и что доказывается.

Примѣры: Borel, Behrendsen — Götting.

\*) G. B. Halsted. „Rational Geometry“. 1904. Переведено на французскій языкъ P. Barbarin'омъ. 9. V. 1911.

D. Hilbert. „Grundlagen der Geometrie“. 3 изданія.

G. Peano. „Principii di Geometria logicamente esposte“. Torino. 1889.

\*\*) G. Veronese. „Elementi di Geometria“. 1897. Изъ другихъ итальянскихъ авторовъ можно назвать:

G. Ingrami. „Elementi di Geometria“. Bol. 1899.

Enriques ed Amaldi. „Elementi di Geometria“. 1903.

Sannia e D'Ovidio.

\*\*\*\*) G. Holzmüller. „Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik“.

\*\*\*\*\*) H. Thieme. „Die Elemente der Geometrie (Grundlehren der Mathematik für Studierende und Lehrer)“, n. 1.



## D. Методъ интуитивно-экспериментальный.

Теоремы представляются какъ факты, обнаруживаемые интуиціей или доказанные опытнымъ путемъ, и связь логическая между теоремами не обнаруживается.

Примѣръ: Peггу.

Къ этой схемѣ Castelnuovo добавилъ на основаніи высказывавшихся на предварительномъ совѣщаніи замѣчаній, что въ Германіи и Соединенныхъ Штатахъ преобладаетъ система С, въ латинскихъ (романскихъ) странахъ — система Ва. Въ Англіи — прежде Вb, послѣ пропаганды Peггу — къ Вс. Италія отъ С (по Лежандру) съ 1867 г. переходитъ къ Вb появленіемъ перевода Евклида, сдѣланнаго въ 1868 г. Betti и Brioschi, потомъ къ Ва. Франція, наоборотъ, отъ Вb переходитъ къ Ва и отъ Ва къ С. Но эти схемы подверглись въ преніяхъ, послѣдовавшихъ за докладомъ, значительнымъ исправленіямъ. Lietzmann указывалъ, что въ Германіи можно замѣтить движеніе въ направленіи  $Bb \rightarrow Bc \rightarrow C$ . Въ Италіи въ преподаваніи въ среднихъ школахъ, какъ отмѣтилъ самъ докладчикъ, два цикла, и въ какомъ возрастѣ начинается здѣсь рациональное воспитаніе (въ какое время въ исторіи), объ этомъ наканунѣ говорено не было.

Ф. Клейнъ отмѣтилъ, что, какъ учебникъ, книга Halsted'a нигдѣ, кажется, не употребляется. «Grundlagen der Geometrie» D. Hilbert'a не имѣютъ схода съ нею; Hilbert не довелъ до конца изслѣдованія независимости аксіомъ, и теперь, напримѣръ, Rosenthal доказываетъ, что одну изъ аксіомъ V группы можно опустить. Клейнъ предпочелъ бы обратный порядокъ именъ (скобки и у Castelnuovo указывали, что книга Hilbert'a совсѣмъ не учебникъ): Peano, (Hilbert), Halsted. Въ профессиональныхъ школахъ — система D; къ ней именно теперь стремятся, — стоитъ вспомнить по этому поводу докладъ Andrade на Римскомъ Конгрессѣ.

G. Veronese замѣтилъ, что, если говорить относительно средней школы, то въ качествѣ примѣровъ перваго направленія можно оставить только Halsted'a. Hilbert далъ научное изслѣдованіе, Peano — даже не трактатъ. Переходя, далѣе, къ D, можно отмѣтить, что Peггу лишь перенесъ методу созерцательно-эмпирическую изъ профессиональныхъ школъ въ школы общекультурныя. У него нѣтъ внутренней связи между отдѣльными теоріями. Въ профессиональныхъ школахъ совсѣмъ другое: тамъ постоянно имѣются въ виду при преподаваніи дальнѣйшія приложенія. Относительно раздѣла V. Veronese замѣтилъ, что трудно сказать, чтобы Ва стояло выше Вb: есть сочиненія, относящіяся къ Вb, и болѣе строгія. Системы изложенія можно предложить различныя. Возьмемъ, напримѣръ, кругъ и точку А внѣ его, а точку В внутри. АВ должно встрѣтить кругъ. Доказать это можно съ помощью принципа непрерывности; безъ этого принципа нельзя ввести понятія о переменныхъ величинахъ. Трудность преподаванія заключается въ необходимости примѣняться къ средней интеллигентности, къ средней способности ученика. И здѣсь многое зависитъ отъ умѣнья учителя. Veronese думаетъ, что его книга можетъ быть употребляема въ рукахъ хорошаго учителя. Надо считаться съ развитіемъ науки. Если бы Кантъ зналъ изслѣдованія по неевклидовой геометріи, онъ, конечно, совершенно иначе построилъ бы свое ученіе о



пространствъ. Что касается характера преподаванія въ Италиі, то до 1867 г. преподаваніе здѣсь шло не по системѣ С, а по Лежандру. И Евклида нужно, по мнѣнію Veronese, относить не къ разряду Bb, а къ Ba, ибо онъ стремился выставить всѣ необходимыя аксіомы. Правда, онъ выставилъ не всѣ, но надо принять въ соображеніе историческую перспективу. И написанные въ духѣ Евклида учебники Faifoger совсѣмъ не худы.

D'Ovidio замѣтилъ, что всѣ три автора Halsted, Hilbert и Peano, названные при раздѣлѣ А, имѣютъ очень мало отношенія къ средней школѣ. Далѣе, Лежандръ не такъ уже плохъ; его слѣдовало бы отнести къ Ba, — плохи Лежандристы. Что касается модной теперь группы С, то здѣсь, можно сказать, аксіомы въ карманѣ, — ими пользуются, но ихъ не называютъ. Едва ли это лучше.

С. Bourlet говоритъ о преподаваніи геометріи во Франціи. Въ общемъ схема  $Bb \rightarrow Ba \rightarrow C$  вѣрна. Но не надо забывать, что преподаваніе геометріи продолжается 5 лѣтъ. Мы имѣемъ три цикла: первый въ классахъ 4 — 3, гдѣ сообщаются геометрическіе факты, второй циклъ въ классахъ 2 — 1 и, наконецъ, третій циклъ — въ «Classe de mathématiques spéciales». Эволюція несомнѣнна. Присутствующіе представители старшаго поколѣнія de-St-Germain и С. А. Laisant учились по Лежандру. Надо, впрочемъ, замѣтить, что при высокомъ уровнѣ французскаго преподавательскаго персонала вліяніе книги сильно, но книга — только пособіе. Напримѣръ, книжки Е. Borel'я продаются очень мало, и тѣмъ не менѣе онъ имѣетъ сильное вліяніе на учителей. Отъ учебниковъ типа Лежандра во Франціи перешли къ учебникамъ болѣе строгаго типа: Rouché et de Comberousse, «Traité de géométrie élémentaire», выдержавшій очень много изданій (первое въ 1864 г.). Преподавать геометрію начинаютъ равнѣ. Самъ Bourlet имѣлъ очень хорошаго учителя, но одиннадцати лѣтъ онъ долженъ былъ разсуждать логически, исходя изъ аксіомъ, и ничего не понималъ. Новое далъ Мэгау въ своихъ «Nouveaux éléments» (1874 г.). Онъ вводилъ сліяніе планиметріи со стереометріей, но и много экспериментальныхъ фактовъ. Его трудно понимать, но нѣтъ и строгости. Книга имѣла значеніе опыта. Какъ учебникъ, ее употреблять нельзя, нельзя давать ученикамъ. Значитъ, ее нужно измѣнить. Новыя программы 1902-го года очень сократили математику въ отдѣленіяхъ А и В (гимназии) и для перваго цикла разрѣшили отбрасывать детали доказательствъ. Это дало самому Bourlet идею, исправляя идеи Мэгау, ввести, какъ методъ, перенесеніе (translation). Перенесеніе, вращеніе, группа вращеній — вотъ понятія, которыя онъ положилъ въ основу. Первоначально онъ хотѣлъ писать книгу типа А, но издатель настоялъ, чтобы сначала была написана книга С, а потомъ В. Свои идеи онъ изложилъ въ статьѣ въ журналѣ «Nouvelles Annales». Усовершенствованія въ его методу внесъ Rousseau «Ens. math.» 15 mars 1909. Такимъ образомъ, въ настоящее время схема преподаванія въ теченіе 5-лѣтняго курса  $D - C - B - A$ .

Проф. W. W. Hobson говорилъ о развитіи преподаванія геометріи въ Англіи. Евклидъ переиздавался, но и приспособлялся примѣчаніями и дополненіями («Sequel to Euclid»). Новѣйшее направленіе ведетъ начало не отъ Пергю, идеи котораго не даютъ общихъ методовъ, въ чемъ онъ не согласенъ съ Veronese.

Представитель Австріи, проф. Dintzl, выступилъ по вопросу о преподаваніи геометріи въ Австріи. Основная реформа 1849 г. Exner'a и Bonitz'a;



основы ея сохраняють послѣдніе учебные планы 1909 года. Курсъ математики состоитъ изъ двухъ концентровъ: пропедевтическій — 3 года, потомъ систематическій. Въ качествѣ примѣра Dintzl беретъ трактованіе отрицательныхъ чиселъ: въ I курсѣ отрицательныя числа вводятся геометрически (скала, движеніе по прямой въ различныхъ направленіяхъ); во II-омъ изъ аксіомъ выводятся законы операцій надъ натуральными числами; изъ обращеній операцій выводятся числа отрицательныя, и затѣмъ доказывается, что къ нимъ примѣнимы тѣ же законы.

Пренія сосредоточились далѣе на вопросѣ о сліяніи (fusion) различныхъ вѣтвей математическихъ наукъ въ школьномъ преподаваніи, вступительный докладъ о которомъ сдѣлалъ Bioche. Онъ охарактеризовалъ тенденціи пуристскія и фюзіонистскія; придерживающіеся первыхъ стремятся строго разграничивать отдѣльныя области: ариметики и алгебры, алгебры и геометріи; вторые, напротивъ, стремятся къ объединенію различныхъ отдѣловъ алгебры и геометріи, геометріи и тригонометріи. Въ частности онъ указалъ, что во Франціи проводится сліяніе планиметріи со стереометріей въ первоначальныхъ нормальныхъ школахъ и въ школахъ механики. Въ Австріи, по замѣчанію W. Wirtinger'a, начертательная геометрія служить для изученія пространственныхъ фигуръ въ реальныхъ училищахъ. Въ Германіи, по словамъ Lietzman'a, геометрія преподается въ теченіе 10 лѣтъ. Въ старшихъ классахъ 17-лѣтнимъ — аксіоматика. Въ начальныхъ школахъ — пропедевтическій курсъ. Сліяніе имѣетъ мѣсто именно здѣсь, но, въ противоположность Австріи съ ея трех-годовичнымъ пропедевтическимъ курсомъ, въ Пруссіи у однихъ учителей онъ проходится въ теченіе двухъ лѣтъ, у другихъ полъ-года или, можетъ быть, годъ. Въ Виртембергѣ систематически — два года. Во многихъ случаяхъ производится сліяніе стереометріи съ начертательной геометріей, начинаемой позже: что вычисляется, то и вычерчивается.

По отношенію къ Италіи взоры всѣхъ обратились къ Lázzeri. Онъ сказалъ, что его книга — результатъ преподаванія въ Морской Школѣ. Въ свое время она вызвала длинныя разсужденія. Прежнія программы были составлены такъ, что преподавателю оставлена была свобода производить въ преподаваніи это сліяніе, если онъ находитъ нужнымъ. Потомъ — Lázzeri не знаетъ, почему — эти программы были передѣланы, и этой свободы уже не осталось. Книга его написана 20 лѣтъ назадъ. Недавно она переведена на нѣмецкій языкъ \*). G. Veronese замѣтилъ, что до нѣкоторой степени проводить сліяніе планиметріи со стереометріей возможно и при нынѣшнихъ программахъ. G. Castelnuovo подчеркнул, что на собраніи «Matesis» большинство высказалось противъ fusion: изъ 60 участниковъ не нашлось ни одного сторонника. D'Ovidio замѣтилъ на это, что большинство учителей относятся къ фюзіонизму отрицательно не съ научной стороны, а съ дидактической: въ планиметріи на чертежѣ все; въ стереометріи же требуется слишкомъ большое усиліе воображенія.

### Докладъ и пренія по вопросу В.

7-го (20) сентябрія происходило чтеніе и обсужденіе доклада по второму намѣченному вопросу В: какъ поставить теоретическое и практическое преподаваніе математики для студентовъ-физиковъ и натуралистовъ?

\*) Lázzeri und Bassani. „Elemente der Geometrie“. Leipzig, 1911.



Докладчик проф. Timerding попытался прежде всего дать схематическое изображение взаимоотношения различных отраслей знания и их отношения къ математикѣ въ видѣ своего рода генеалогическаго дерева. Переходя затѣмъ къ описанію положенія дѣлъ въ Германіи, онъ указалъ на сильное стремленіе атематическое или антиматематическое для инженеровъ, что для химиковъ читается курсъ математики, въ теченіе 1 семестра, 2 — 3 недѣльных часа (разумѣются химики университетскіе, объ инженерахъ надо говорить отдѣльно). Для физиковъ въ Берлинѣ и Лейпцигѣ читается особый курсъ математики, специально облегченный и приспособленный, болѣе интуитивнаго характера. Въ курсѣ астрономіи также, съ развитіемъ физической и химической астрономіи, возникаетъ стремленіе убавить обязательныя математическія требованія. По физикѣ мѣсто Германіи не изъ послѣднихъ, а въ электротехникѣ даже одно изъ первыхъ (стоитъ вспомнить «Сименсъ и Гальске», «Allgemeine Elektrizitäts Gesellschaft», «Шуккертъ»), но познанія инженеровъ этихъ фирмъ въ математикѣ очень слабы. Проф. Timerding привелъ примѣръ, какъ они не могли понять математически сложеніе двухъ колебательныхъ движеній и могли представить себѣ это лишь при помощи специальной модели.

Во Франціи, какъ выяснилъ С. Bourlet, борются жестоко противъ специализаціи. Математиковъ обяжали приобрѣтать *licence de physique* и *licence de chimie*. Въ «Ecole Normale» для математиковъ читаютъ «Conférence de Zoologie», и Пастеръ — результатъ такого энциклопедизма. «Ecole polytechnique» имѣетъ страшное вліяніе на преподаваніе, правда, для математики счастливое: весь «classe de Mathématiques Spéciales» посвященъ подготовкѣ къ ея вступительнымъ экзаменамъ. Другія большія школы создавались по этому образцу, служа своего рода ирригаціонными каналами для отвлеченія избытка лицъ, стремящихся въ «Ecole Polytechnique». Въ университеты на математическіе факультеты шли во Франціи не лучшія силы, а тѣ, напротивъ, кто не попадалъ въ спеціальныя школы. Потомъ поняли, что можно научиться физикѣ и химіи, не проходя черезъ «Ecole Polytechnique». «Cours de Mathématiques générales» и былъ созданъ для физиковъ и химиковъ: 2 часа въ недѣлю лекцій и 1 — 2 часа практическихъ упражненій. Для характеристики того, что продѣлывали готовящіеся въ «Ecole Polytechnique», достаточно указать на трехтомный курсъ аналитической геометріи Pruvost: были ученики (лѣтъ 20 — 30 тому назадъ), которые знали его отъ корки до жорки. Но когда былъ созданъ лѣтъ 15 назадъ «Cours de Mathématiques générales» въ Университетѣ, то онъ оказалъ обратное вліяніе на «Classe de Mathématiques spéciales». Теперь въ лицахъ въ классахъ, такъ сказать, обыкновенныхъ во всѣхъ отдѣленіяхъ, даже отдѣленіяхъ словесныхъ (*des lettres*) проходятъ математики настолько, что доходятъ до понятія о производной. Съ этой подготовкой можно выбирать себѣ карьеру по страхованію или коммерческую. Что касается до «Classe de mathématiques spéciales», онъ существуетъ не во всѣхъ лицахъ: (изъ общаго числа 96 провинціальныхъ не считая Алжира, Туниса, колоній и департамента Сены, онъ существуетъ только въ 25). Онъ готовится въ большія школы: Ecole Polytechnique, Ponts et Chaussées, des Mines, Normale, Centrale, Navale. Ученики, прошедшіе этотъ классъ, не только знаютъ хорошо математику, но умѣютъ изящно излагать. При поступленіи въ университетъ для тѣхъ, кто будетъ добиваться *licence de l'ordre des sciences physiques et chimiques*, достаточно знать «Cours de mathématiques générales» (для нихъ читается уже въ университетѣ соотвѣтственно



Науки гуманитарныя.

Науки естественныя.

Географія

Право и администрація — Лѣсоводство

Мореплаваніе

Статистика

Геодезія

Астрономія

Метеорологія

Геологія

Антропол.

Науки

Теологія — историческія — экономія и словесныя

Политич.

Страхованіе — Математика — Механика — Физика — Химія — Минералогія — Ботаника — Зоологія

Коммерческая ариеметика

Балистика

Построеніе машинъ — Металлургія

Военно-инженерное дѣло — Пути сообщенія — Горное дѣло

Медицина

Архитектура

Скульптура

Живопись

Искусства

Философія



«Cours de mathématiques préparatoires à l'étude de sciences physiques». Въ результатѣ этой реформы лицеевъ въ «Ecole des Beaux Arts» уничтожили преподаваніе высшей математики.

Относительно Италіи Сомильяна замѣтилъ, что существуютъ особые курсы математики для химиковъ, но можно пройти двухлѣтній курсъ математики для физиковъ, общій съ инженерами. Castelnovo пополнилъ замѣчаніе Сомильяно и указалъ, что «математики», съ другой стороны, считаютъ физику второстепенной.

W. Wirtinger (Австрія) свои замѣчанія изобразилъ въ видѣ таблицы, взявъ за образецъ Вѣнскій Политехническій Институтъ, гдѣ математику изучаютъ 2 года.

	I-й годъ		II-й годъ	
	лекціи:	практ. зан.:	лекціи:	практ. зан.:
Инженеровъ путей сообщенія	5	2	5	2
Машинныхъ инженеровъ	5	2	5	2
Архитекторовъ	4	2	—	—
Химическихъ техникувъ	4	2	—	—

Для университетскихъ слушателей установлены опредѣленные испытательныя требованія, которыя можно изобразить, условившись принимать за 1 приобрѣтеніе правъ Oberlehrer по извѣстной специальности и за  $\frac{1}{2}$  — преподавателя въ низшихъ классахъ:

	A	B	C	D
Физика . . . . .	1	—	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Химія . . . . .	—	—	1	—
Математика . . . . .	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Естественная исторія . . . . .	—	—	—	1
Философія . . . . .	—	1	—	—

Представитель Венгріи, проф. Ratz, отмѣтилъ, что въ Венгріи въ Политехническихъ Институтахъ почти то же, только больше практическихъ занятій. Въ университетѣ разницы больше: для естествоиспытателей не нужна математика.

Проф. Б. М. Кояловичъ далъ объясненія по поводу Россіи, проф. W. W. Hobson — относительно Англіи.

Отмѣтимъ замѣчанія проф. G. Greenhill'я, что предложенная Реггу метода изложенія механики аналогична системѣ С геометріи. Онъ называетъ ее гористической. Методъ формулъ облегчаетъ изученіе, такъ какъ инженеръ въ послѣдствіи беретъ свои формулы изъ распространенныхъ среди техникувъ сборниковъ.

Проф. Н. Fehr высказалъ убѣжденіе, что физиковъ нельзя заставлять слушать полный курсъ механики, а лишь сокращенный, для химиковъ можно вводить соответствующую главу въ курсъ математики.



Проф. С. Bourlet замѣтилъ, что полезно было бы установить — путемъ простого констатированія, не прибѣгая къ предложенной однимъ изъ членовъ анкетѣ, — какіе отдѣлы математики полезны для техника и какими методами нужно ихъ излагать, обычными ли или нужно создавать новые.

Вотъ наиболѣе существенное, что было высказано во время преній по указанному вопросу. Послѣ непродолжительнаго перерыва Члены Съѣзда собрались на публичное собраніе.

### Публичное засѣданіе 7 (20) сентября.

Проф. F. Klein открылъ засѣданіе и предоставилъ слово привѣтствовавшимъ Съѣздъ. Сенаторъ Colombo прочелъ телеграмму Министра Народнаго Просвѣщенія Credaro, сказали привѣтствія представители префекта и городского головы Милана въ звучныхъ закругленныхъ фразахъ, которыя такъ хорошо звучатъ на итальянскомъ языкѣ, затѣмъ проф. Klein сказалъ свое слово, въ которомъ, выразивъ благодарность за радушный приѣмъ, вспомнилъ о великихъ математикахъ древности, жившихъ и работавшихъ въ Италіи — объ окутанномъ туманомъ преданій Пифагорѣ, Архимедѣ, который представлялъ яркій примѣръ соединенія служенія наукѣ съ приложеніями ея къ жизни и служенію отечеству. Переходя къ новѣйшимъ временамъ, онъ напомнилъ уроженца Италіи Лагранжа и великихъ математиковъ современной Италіи, не терявшихъ связи съ преподаваніемъ ея въ школахъ. Это послѣднее касается уже всякаго образованнаго человѣка, хотя съ нею, можетъ быть, связываются не лучшія воспоминанія, и съ теченіемъ времени математическія знанія становятся необходимыми и проникаютъ все въ болѣе широкіе слои населенія, а съ этимъ растетъ и значеніе математики для общества. Проф. Klein ознакомилъ Собраніе съ результатами дѣятельности Комиссіи о которыхъ мы говорили выше.

Сенаторъ Colombo произнесъ затѣмъ рѣчь о значеніи математики для техники. Институты Туринскій съ 1906 г. и Миланскій съ 1863 г., а съ 1908 г. и Падуанскій отличаются тѣмъ, что даютъ полное научное и техническое образованіе. Два года посвящаются вполнѣ на математику и теоретическіе предметы: аналитическую геометрію, дифференціальное и интегральное исчисленія съ приложеніями, нѣкоторыя главы синтетической геометріи. Все это необходимо для инженера и представляетъ собою программу minimum. Сенаторъ Colombo эту систему считаетъ предпочтительнѣе общетальянской, гдѣ 2 года проходятся въ университетѣ, а техническое заведеніе — это «Scuola per applicazioni degli ingegneri». Не будемъ останавливаться на вопросѣ, какая изъ двухъ системъ лучше, эта ли или Миланская, столь извѣстная намъ, и дѣйствительно ли именно эта послѣдняя болѣе способна дать наилучшую подготовку будущимъ инженерамъ.

За рѣчью Colombo послѣдовала рѣчь проф. F. Enriques'a: «Математика и теорія познанія». Самъ математикъ и философъ, Энрикесъ посвятилъ свою рѣчь взаимоотношеніямъ двухъ дисциплинъ, двѣ тысячи лѣтъ тѣсно связанныхъ и лишь послѣднія 100 лѣтъ раздѣлившихся. Великій философъ-метафизикъ Гегель не любилъ математики, и, наложивъ печать своей личности на философію, ему современную, онъ былъ причиной этого раздѣленія. Не то было прежде. Пифагоръ и пифагорейцы внесли два капитальныя



приобрѣтенія въ область математики: 1) теорему Пифагора и 2) несоизмѣримость стороны квадрата съ его діагональю. Они разсматривали точки, какъ малыя песчинки, линіи для нихъ составлялись изъ точекъ, отсюда пифагорейское изреченіе: вещи суть числа (цѣлыя). И это стояло въ явномъ для нихъ противорѣчій со второю названною выше теоремою. Не въ этомъ ли причина мистическаго молчанія, которыми они покрывали свои ученія. Но вотъ являются элейцы — Зенонъ съ его знаменитымъ парадоксомъ объ Ахиллесѣ и черепахахъ. И противорѣчіе, имъ вскрытое, средствами пифагорейцевъ было не разрѣшимо, ибо гипотеза Пифагора была невѣрна. Но послѣ этого уже перестало составлять научный скандалъ находить ирраціональныя числа. Нужна была теорія ирраціональныхъ чиселъ. Ее создалъ Эвдоксъ Книдскій, авторъ V-ой книги «Началь» Евклида. Она оказала рѣшительное вліяніе на греческую мысль. Создается теорія идей Платона, совершенно напрасно подвергавшаяся со стороны нѣкоторыхъ ученыхъ осмѣянію. Не лежитъ ли въ основѣ ея стремленіе къ раціональной классификаціи, идея порядка. Объяснить все изъ идеи добра (хотя это и не удалось Платону) — вотъ его задача. И развѣ сами мы не создаемъ, напримѣръ, идею, которая въ дѣйствительности никогда вполне не осуществляется. Овлаждаетъ умами ученикъ Платона — Аристотель, господствующій всѣмъ среднѣмъ вѣкомъ. Ихъ сравниваетъ Энрикесъ съ воображаемымъ больнымъ Мольера, — тоже словесное, ничего не говорящее, ничего не прибавляющее къ нашему знанію объясненіе. Лишь съ теченіемъ времени вліяніе Платона возрождается. Р. Вассон и Галилей, — послѣдній въ гораздо большей степени, чѣмъ первый, еще алхимикъ, — является основателемъ современной науки, — онъ дѣлаетъ рѣшительный шагъ: качества не имѣютъ реального существованія, а есть пространственность, движенія, механика. Галилея можно считать раціоналистомъ. Декартъ воспринимаетъ мысль Платона, идею Галилея онъ далъ всеобщее значеніе. Онтологическій аргументъ, принципъ достаточнаго основанія — вотъ что характерно для его мышленія.

Ньютономъ, со своимъ «*hypotheses non fingo*», стремится установить компромиссъ. Упомянувъ Беркля съ его первыми и вторыми качествами и теоріей видѣнія (*Théorie de la vision*), Энрикесъ переходитъ къ Канту, произведшему атаку на первичныя идеи Ньютона. Кантъ поставилъ вопросъ, но никто теперь не успокоится на его рѣшеніи. Созданіе неевклидовой геометріи имѣетъ громадное значеніе, какъ психо-физиологическое, такъ и логическое. Спустя сорокъ лѣтъ возродился романтизмъ, проповѣдуется возвращеніе къ Канту. Но во всемъ этомъ произвольность. И математика съ ея стремленіемъ къ строгости и тонкимъ анализомъ основныхъ посылокъ снова будетъ служить къ оздоровленію и въ теоріи познанія, и не далеко то время, когда снова надъ дверями философскихъ школъ появится надпись: «*Μηδεὶς ἀγνωμέτορος εἰσίοιτο*».

Рѣчью Энрикеса закончился Сѣздъ. Къ нему примкнула прекрасно организованная мѣстнымъ Комитетомъ поѣздка на Motterone и на Isola Bella съ его чуднымъ замкомъ герцоговъ Борромейскихъ. Своими застольными рѣчами и оживленными бесѣдами эта экскурсія составила непосредственное продолженіе Сѣзда, и вниманіе членовъ его тѣмъ менѣе отвлекалось отъ взаимныхъ бесѣдъ, что солнце на этотъ то день и скрылось въ облакахъ. Это было единственнымъ пятномъ на фонѣ Сѣзда, и нашъ престарѣлый предсѣдатель



А. Сауро просилъ въ остроумномъ застольномъ спичѣ извинить старую звѣзду за ея оплошность. И члены Съезда неохотно разставались съ гостеприимной почвой культурной Италиі, не подозревая, что уже черезъ нѣсколько дней она начнетъ по собственному почину злосчастную войну.

Проф. Д. Синцовъ.

## Опыты и приборы.

Ни въ нашихъ русскихъ, ни въ иностранныхъ элементарныхъ курсахъ физики вовсе не разсматриваются такіа часто встрѣчающіяся явленія, какъ движеніе крыльевъ вѣтряной мельницы, движеніе парусныхъ судовъ противъ вѣтра, летаніе змievъ. Намъ пришлось встрѣтиться съ разсмотрѣніемъ движенія паруснаго судна лишь въ книгѣ Пфаундлера «Физика обыденной жизни», но и тамъ вопросъ рѣшенъ неправильно. Чтобы уяснить учащимся механизмъ перечисленныхъ выше явленій, необходимо остановиться на вопросѣ объ ударѣ шара о подвижную плоскость.

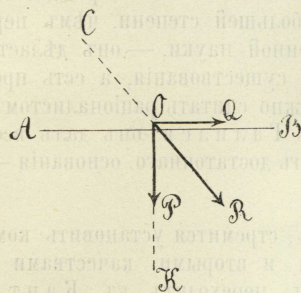


Рис. 1.

1°. Нетрудно показать, что каково бы ни было направленіе удара въ центръ тяжести подвижной плоскости, эта послѣдняя будетъ перемѣщаться всегда по направленію, перпендикулярному къ данной плоскости, если, конечно, не принимать во вниманіе силы тренія шара о плоскость, которое при косомъ ударѣ немного усложняетъ явленіе. Въ самомъ дѣлѣ: пусть шаръ, двигающійся по направленію  $CO$  (рис. 1), ударяетъ о подвижную плоскость  $AB$  и при томъ такъ, что этотъ ударъ не вызываетъ вращенія плоскости. Силу удара  $OR$  можно разложить на двѣ силы; составляющая  $Q$  при отсутствіи тренія шара о плоскость не будетъ измѣнять положенія плоскости  $AB$ , сила же  $OP$  будетъ перемѣщать плоскость въ направленіи  $OK$ , перпендикулярномъ къ плоскости  $AB$ .

Только-что сказанное о движеніи свободной плоскости подъ вліяніемъ удара можно грубо подтвердить слѣдующимъ опытомъ. Къ лапкѣ бузеновскаго штатива на прочной нити (длиною около 30—40 см.) подвѣшивается гири въ 2—3 фунта обыкновеннаго торговаго разновѣса. Передъ гирей помѣщается коробка съ полированными стѣнками; на передней стѣнкѣ мѣломъ проводится вертикальная черта посрединѣ грани, равнымъ образомъ на столѣ мѣломъ отмѣчается положеніе боковыхъ граней коробки. Лапка на штативѣ зажимается на такой высотѣ, чтобы центръ гири былъ нѣсколько ниже геометрическаго центра коробки, и штативъ такъ помѣщается, чтобы гири касалась передней стѣнки коробки по срединной линіи. Такое нехитрое приспособленіе позволяетъ сдѣлать опыты, согласные съ указаннымъ выше положеніемъ:



отводя гирию отъ положенія равновѣсія и выпуская ее такъ, чтобы она лишь скользила по стѣнкѣ коробки, мы не замѣтимъ перемѣщенія послѣдней; отводя гирию и выпуская ее такъ, чтобы она ударила стѣнку коробки по нормали, мы замѣтимъ, что коробка перемѣщается по намѣченному на столѣ слѣду, т. е. передняя стѣнка коробки перемѣщается по нормали къ себѣ; наконецъ, такое же перемѣщеніе мы замѣтимъ и при всякомъ косомъ ударѣ. Для успѣха опыта необходимо привыкнуть такъ выпускать гирию, чтобы она ударила по срединной линіи, нанесенной на передней стѣнкѣ коробки, иначе послѣдняя получитъ движеніе вращательное.

Итакъ, каково бы ни было направленіе удара шара о свободную плоскость, къ этой послѣдней вслѣдствіе удара будетъ приложена сила, направленная нормально къ плоскости.

2°. Разсмотрѣвши съ учащимися вопросъ о движеніи свободной плоскости подъ вліяніемъ удара, очень легко уяснить имъ механизмъ перечисленныхъ въ началѣ статьи явленій.

Начнемъ съ полета змievъ. Горизонтально движущіеся частицы воздуха будутъ ударять о наклоненную плоскость змievъ; подъ вліяніемъ этихъ ударовъ

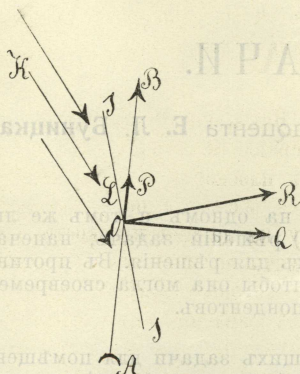


Рис. 2.

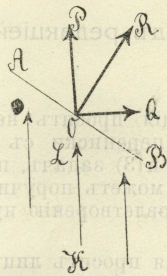


Рис. 3.

змievъ будетъ перемѣщаться въ направленіи, перпендикулярномъ къ его плоскости, т. е. будетъ подыматься подъ большимъ или меньшимъ угломъ къ горизонту въ зависимости отъ расположенія пути змievъ. Понятно, что для устойчивости змievъ центръ тяжести его долженъ быть ниже точки приложенія равнодѣйствующей всѣхъ силъ удара частицъ воздуха (для этого къ змievу прицѣпляютъ хвостъ), а эта послѣдняя, въ свою очередь, должна быть ниже точки приложенія равнодѣйствующей силы натяженія, производимаго нитями пути.

Разсмотримъ движеніе паруснаго судна. Пусть  $AB$  будетъ килевая линія судна, при чемъ  $B$  есть носъ судна. Если вѣтеръ дуетъ по направленію  $KL$ , то, по словамъ моряковъ, судно можетъ идти по направленію, составляющему съ направленіемъ противъ вѣтра уголъ минимумъ въ  $11^\circ - 12^\circ$ . Парусъ  $SS$  располагается по равнодѣляющей этого угла. Подъ вліяніемъ косога удара движущихся частицъ воздуха къ парусу будетъ приложена сила  $OR$ , нормальная къ его плоскости; эту силу разложимъ на двѣ:  $OQ$ , перпендикулярную къ килевой линіи, и  $OP$ , направленную къ носу судна. Въ на-  
 прав-



вленіи  $OQ$  перемѣщеніе судна ничтожно, ибо сопротивление воды велико; судно поэтому будетъ двигаться въ направленіи  $OP$ . Сказанное относится и къ другимъ парусамъ судна.

Тотъ же принципъ лежитъ и въ основѣ вращенія крыльевъ вѣтряной мельницы. Плоскость каждаго крыла скошена по отношенію къ оси вала, на который насажены крылья. При направленіи вѣтра по оси вала (ось вала всегда устанавливается по вѣтру) частицы воздуха, ударяя о крыло по направленію  $KL$ , стремятся перемѣстить крыло  $AB$  перпендикулярно къ плоскости, т. е. по направленію  $OR$  (для простоты мы разсматриваемъ горизонтальное сѣченіе крыла, занимающаго въ данный моментъ вертикальное положеніе). Равнодѣйствующую всѣхъ ударовъ силу  $OR$  мы разложимъ на двѣ силы: одну  $OP$  по направленію оси вала, а другую  $OQ$ , перпендикулярную къ оси вала; первая сила пригибаетъ крыло къ мельницѣ и уравнивается упругими силами, вторая является вращающей силой.

А. Яницкій.

## ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей привать-доцента Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе

№ 468 (5 сер.). Доказать справедливость тождества

$$ar_a + br_b + cr_c = 2p(2R - r),$$

гдѣ  $a, b, c, r_a, r_b, r_c, p, R, r$  суть соотвѣтственно стороны, радіусы круговъ, вѣвписанныхъ, полупериметръ и радіусы описаннаго и вписаннаго круга.

Л. Богдановичъ (Ярославль).

№ 469 (5 сер.). Даны уголъ  $xOy = \vartheta$  и двѣ концентрическія окружности центра  $O$ . Къ внутренней окружности проводятъ касательную, встрѣчающую прямыя  $Ox$  и  $Oy$  въ точкахъ  $A$  и  $B$ , а затѣмъ изъ точекъ  $A$  и  $B$  — касательныя къ вѣшной окружности, пересекающіяся въ точкѣ  $C$ . При какомъ положеніи касательной  $AB$  уголъ между касательными  $AC$  и  $BC$  достигаетъ наибольшаго значенія?

Р. Витвинскій (Одесса).



№ 470 (5 сер.). Доказать, что при любых целых значениях  $x$  и  $y$  число

$$(x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y)+y^4$$

есть точный квадрат \*).

Б. Двойринъ (Одесса).

№ 471 (5 сер.). Доказать, что многочленъ

$$x^{m+1} - x^m - x + 1,$$

гдѣ  $m$  и  $n$  суть целыя и положительныя взаимно простые числа, дѣлится на многочленъ

$$x^{m+n} - x^m - x^n + 1.$$

Я. Назаревскій (Харьковъ).

№ 472 (5 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$(x-y)(z-1) = a(z-x),$$

$$z-y = bz(z-y),$$

$$y(z-x) = c(x-1)(z-y).$$

Г. Варкенгинъ (Петербургъ).

№ 473 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\operatorname{tg}^2 x (1 + \cos x) - \operatorname{tg} x (1 + 2 \operatorname{tg} x) - \sin x + 2 = 0.$$

В. Тюнинъ (Уфа).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 372 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$(ax^2 + bx + c)^5 - (ax^2 + bx + d)^5 = e.$$

Полагая

$$ax^2 + bx + \frac{c+d}{2} = y, \quad (1)$$

$$\frac{c-d}{2} = m, \quad (2)$$

имѣемъ:  $ax^2 + bx + c = y + m$ ,  $ax^2 + bx + d = y - m$ . Такимъ образомъ, данное уравненіе можно записать въ видѣ  $(y+m)^5 - (y-m)^5 = e$ . Раскрывъ скобки и сдѣлавъ приведеніе, получимъ:  $10my^4 + 20m^2y^2 + 2m^5 - e = 0$ , откуда

$$y = \pm \sqrt[5]{\frac{-10m^3 \pm \sqrt{10m(8m^3 + e)}}{10m}} \quad (3)$$

\*) Изъ этого предложенія вытекаетъ, между прочимъ, что число сочетаній изъ любого числа  $m$  элементовъ ( $m \geq 4$ ) по четыре въ суммѣ съ единицей даетъ точный квадратъ.

Прим. ред.



Итакъ, значенія  $x$  опредѣляются изъ квадратнаго уравненія (1) равенствами

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 2a(c+d-2y)}}{2a},$$

въ которыхъ вмѣсто  $y$  надо вставить одно изъ четырехъ значеній, опредѣляемыхъ формулой (3). Такимъ образомъ, для  $x$  мы получаемъ всего восемь значеній.

*М. Превратухинъ* (Козловъ); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *Шимкевичъ* (ст. Кавказская); *Л. Вайнбергъ*; *М. Рыбкинъ* (Одесса).

**№ 373** (5 сер.). Вычислить сумму  $n$  членовъ ряда

$$\arctg \frac{2}{2+1^2+1^4} + \arctg \frac{4}{2+2^2+2^4} + \arctg \frac{6}{2+3^2+3^4} + \dots \\ \dots + \arctg \frac{2n}{2+n^2+n^4}.$$

Полагая въ формулѣ  $\arctg a - \arctg b = \arctg \frac{a-b}{1+ab}$ ,  $a = p^2 + p + 1$ ,  $b = (p-1)^2 + (p-1) + 1$ , получимъ:

$$\arctg \frac{(p^2+p+1) - [(p-1)^2 + (p-1) + 1]}{1 + (p^2+p+1)[(p-1)^2 + (p-1) + 1]} = \arctg (p^2+p+1) - \\ - \arctg [(p-1)^2 + (p-1) + 1],$$

или

$$\arctg \frac{p^2+p+1 - (p^2-p+1)}{1 + (p^2+p+1)(p^2-p+1)} = \arctg \frac{2n}{2+p^2+p^4} = \\ = \arctg (p^2+p+1) - \arctg [(p-1)^2 + (p-1) + 1].$$

Итакъ,

$$\arctg \frac{2p}{2+p^2+p^4} = \arctg (p^2+p+1) - \arctg [(p-1)^2 + (p-1) + 1].$$

Полагая въ этой формулѣ послѣдовательно  $p = 1, 2, \dots, n$ , находимъ:

$$(1) \quad \arctg \frac{2}{2+1^2+1^4} = \arctg (1^2+1+1) - \arctg (0^2+0+1),$$

$$(2) \quad \arctg \frac{4}{2+2^2+2^4} = \arctg (2^2+2+1) - \arctg (1^2+1+1),$$

$$\arctg \frac{6}{2+3^2+3^4} = \arctg (3^2+3+1) - \arctg (2^2+2+1),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$(n) \quad \arctg \frac{2(n-1)}{2+(n-1)^2+(n-1)^4} = \arctg [(n-1)^2+(n-1)+1] - \arctg [(n-2)^2+(n-2)+1],$$

$$\arctg \frac{2n}{2+n^2+n^4} = \arctg (n^2+n+1) - \arctg [(n-1)^2+(n-1)+1].$$



Сложивъ эти равенства, обозначивъ искомую сумму черезъ  $s_n$  и сдѣлавъ во второй части приведеніе, получимъ:

$$\begin{aligned} s_n &= \arctg(n^2 + n + 1) - \arctg 1 = \arctg \frac{n^2 + n + 1 - 1}{1 + (n^2 + n + 1) \cdot 1} = \\ &= \arctg \frac{n^2 + n}{n^2 + n + 2}. \end{aligned}$$

*Н. Превратухинъ* (Козловъ); *Пономаревъ* (Самара); *С. Розенблатъ* (Балта); *Р. Витвинскій* (Одесса); *Г. Варкентинъ* (Петербургъ).

№ 393 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$x(x + ab)(x + bc) = \frac{m}{x + (a + c)b}.$$

Записавъ предложенное уравненіе въ видѣ:

$$\{x[x + (a + c)b]\} \{x + ab\} \{x + bc\} - m = 0,$$

или

$$[x^2 + (a + c)bx][x^2 + (a + c)bx + ab^2c] - m = 0,$$

полагаемъ

$$x^2 + (a + c)bx = y. \quad (1)$$

Тогда данное уравненіе приметъ видъ:

$$y(y + ab^2c) - m = y^2 + ab^2cy - m = 0,$$

откуда

$$y = \frac{-ab^2c \pm \sqrt{a^2b^4c^2 + 4m}}{2}.$$

Записавъ уравненіе (1) въ видѣ:

$$x^2 + (a + c)bx - \frac{ab^2c \pm \sqrt{a^2b^4c^2 + 4m}}{2} = 0,$$

находимъ четыре значенія для  $x$ , а именно:

$$x = \frac{-(a + c)b \pm \sqrt{(a + c)^2b^2 - 2ab^2c \pm 2\sqrt{a^2b^4c^2 + 4m}}}{2},$$

или

$$x = \frac{-(a + c)b \pm \sqrt{(a^2 + c^2)b^2 \pm 2\sqrt{a^2b^4c^2 + 4m}}}{2}.$$

Эти четыре значенія получаются, комбинируя знаки  $\pm$  передъ наружнымъ и внутреннимъ радикалами всеми возможными способами.

*Л. Богдановичъ* (Ярославль); *М. Рыбкинъ* (Одесса); *М. Пистракъ* (Варшава).



## Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

**С. Глазенапъ**, профессоръ. *Прямолинейная тригонометрія*. Часть I. „Рѣшеніе треугольниковъ“. Стр. VIII + 115. Ц. 75 к.

**А. Яницкій**, преподаватель Коллеіи Павла Галагана. *Курсъ практическихъ работъ по физикѣ*. Часть I-ая. (Общій отдѣлъ, теплота и звукъ). Изданіе товарищества „Физико-химикъ“. Кіевъ, 1912. Стр. XVI + 394. Ц. 2 р. 80 к.

**Окт. Вржесневскій**. *Элементарная геометрія*. Для среднихъ учебныхъ заведеній и для самообразования. Часть I-ая. Планиметрия. Съ приложеніемъ основныхъ теоремъ изъ теоріи безконечно малыхъ и статей: 1) „Понятіе о приложеніи алгебры къ геометріи“; 2) „Объ однородности уравненій, получаемыхъ при рѣшеніи геометрическихъ задачъ“. Изданіе Т. Д. „В. И. Знаменскій и К<sup>о</sup>“. Москва, 1912. Стр. VIII + 214. Ц. 1 р. 25 к.

**Н. Томилинъ**. *Курсъ физики*. Второй концентръ. Томъ первый: Простѣйшія измѣренія. — Элементы аналитической геометріи. — Механика. — Начала дифференціального и интегрального исчисленія. — Начатки аэродинамики. Съ 258 рис. С.-Петербургъ, 1911. Стр. VIII + 376. Ц. 2 руб.

**В. А. Бородовскій**, прив.-доц. Императорскаго Юрьевскаго Университета. *Поглощеніе бѣта лучей радія*. (Экспериментальное изслѣдованіе). Юрьевъ, 1910. Стр. VI + 200. Ц. 1 р. 50 к.

**Ф. Филипповичъ**. *Начальная геометрія въ разверткахъ*. Изданіе Первой Россійской фабрики учебныхъ пособій и дѣтскихъ занятій. С.-Петербургъ, 1912. Стр. 23. Ц. 45 к.

„Извѣстія Кіевского Студенческаго Кружка изслѣдователей природы“. 1911 г. Выпускъ I. А. С. Савченко. *Ископаемая діатомовая водоросль Таманскаго полуострова* Выпускъ II. Докторъ Ф. Сакко. *Основные законы земной орогеніи*. Выпускъ III. М. М. Воскобойниковъ, прив.-доц. *Памяти А. Л. Дятловича*. — Ф. А. Сацыперовъ. *Въ горахъ Южнаго Урала. Уставъ и отчетъ о дѣятельности Кружка за 1907—1910 гг.*

Годишникъ на Софійския Университетѣ. VI. 1909—1910. I. Офиціаленъ дѣлъ. II. Физико-математически факультетъ. III. Юридически факультетъ. София. 1911.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**.

Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла, Пушкинская, № 18.