

№ 533.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

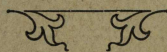
ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

XLV-го Семестра № 5-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1911.

<http://vofem.ru>

Новый въ Россіи типъ по образцу „Je Sais Tout“

II-й годъ изданія

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА

на ежемѣсячный, внѣпартійный, иллюстрированный

ВСЕОБЩІЙ ЖУРНАЛЪ

литературы, искусства, науки и общественной жизни.

Изданіе **совершенно новаго въ Россіи типа**—по образцу популярѣйшихъ иностр. иллюстр. ежемѣсячниковъ (*Je sais tout* и др.), предназначенныхъ для самаго широкаго круга читателей. Программа „**ВСЕОБЩАГО ЖУРНАЛА**“ исчерпываетъ отдѣлы **всѣхъ обычныхъ толстыхъ журналовъ**. Живой откликъ на всѣ выдающіяся событія современности. **Исключительное вниманіе обращено на художественность и изящество изданія**. „**ВСЕОБЩІЙ ЖУРНАЛЪ**“ богато иллюстрируется оригинальными рисунками, портретами и репродукціями съ картинъ извѣстныхъ художниковъ. **Въ каждой книжкѣ до 100 художественно исполненныхъ иллюстрацій; многіе на отдѣльныхъ листахъ въ нѣсколько красокъ.**

СОДЕРЖАНІЕ.

Январь.

Проф. В. СВЯТЛОВСКІЙ.—„Геній Тихаго океана“. Е. КОЛТОНОВСКАЯ.—„Пути и настроенія молодой литературы“. С. ГУСЕВЪ-ОРЕНБУРГСКІЙ.—„Перпетуэвъ“. Графъ А. Л. ТОЛСТОЙ.—„Пастухъ и Маринка“. А. РЕМИЗОВЪ.—Къ морю-океану. А. ВЕРЕЖНИКОВЪ.—„Калифъ на часъ“. Л. ВАСИЛЕВСКІЙ.—„Принципы театра для народа“. З. Л.—Воздушная армія. ВАГНЕРЪ и ЛИСТЪ—ихъ переписка. О. РОДЭНЪ.—Принципы искусства. М. СОЛОМОНОВЪ.—„Огюсть Роденъ“—очеркъ съ репродукціями. П. РЫССЪ.—„Женщина-раба“ (письмо изъ Италіи). МАРКОНИ.—Безпроводочный телеграфъ.—Д-ръ НЕВИЛЛЬ.—Искусство продленія жизни. БИБЛИОГРАФІЯ.

КНИЖНЫЯ НОВОСТИ. СО ВСЕГО МІРА. СТИХИ: А. Рославлева, Вл. Ленскаго И. Эренбурга, Ал. Липецкаго и друг. В. КАРРИКЪ—шаржи: Вл. Короленко, С. Городецкій. На ОТДѢЛЬНОМЪ ЛИСТѢ СЛОНОВОЙ БУМАГИ СКУЛЬПТУРА О. РОДЭНА.—ПЕРВОБЫТНЫИ ЧЕЛОВѢКЪ. Въ № около 100 иллюстрацій.

Февраль. (№ посвященный памяти Коммиссаржевской).

ОСИПЪ ДЫМОВЪ.—В. Ф. Коммиссаржевская (къ годовщинѣ со дня смерти). С. СЕРГѢЕВЪ—ЦЕНСКІЙ.—Свѣтъ. ЯК. ОКУНЕВЪ.—„Фарисей“ разск. МАРСЕЛЬ ПРЕВО.—„Провинціалка“. А. МОРИССОНЪ.—Долгъ. (Юмористическ. разск.). А. ИЗМАЙЛОВЪ.—Ф. Достоевскій (къ 30-лѣтію со дня смерти). Проф. Ф. БАТЮШКОВЪ.—Побѣдителей не судятъ. (Къ постановкѣ „Братьевъ Карамазовыхъ“ въ Моск. худ. театрѣ). Л. ВАСИЛЕВСКІЙ.—Дѣти преступники. З. Л.—СКІЙ—Желтая опасность. А. ЮЖАНИНЪ.—Эстетика въ обыденной жизни. В. БРУСЯНИНЪ.—Финскіе писатели. Ж. ДАНИЦЪ.—Радій, какъ источникъ энергіи. П. МЕЧНИКОВЪ.—О долготѣи. І. ВИЗЕЛЬ.—Синематофографъ. КРИТИКА. БИБЛИОГРАФІЯ. КНИЖНЫЯ НОВОСТИ. СО ВСЕГО МІРА. СТИХИ: С. Городецкаго, П. Рукавишникова, Дм. Цензора, Л. Андрюсона, Вл. Нарбута, А. Липецкаго и др. ШАРЖИ—Финскіе писатели. На ОТДѢЛЬНЫХЪ ЛИСТАХЪ МѢЛОВОЙ БУМАГИ. В. Коммиссаржевская, Ф. Достоевскій. Въ № около 125 иллюстрацій. (Въ томъ числѣ нигдѣ не опубликованные портреты Коммиссаржевской). За годъ во „ВСЕОБЩЕМЪ ЖУРНАЛѢ“ будетъ напечатано въ общемъ около 1500 иллюстрацій. Для „ВСЕОБЩАГО ЖУРНАЛА“ выписана изъ заграницы специальная машина для воспроизведенія иллюстрацій усовершенствованнымъ способомъ „mezzotinte“. Каждый № представляетъ собой объемистую книгу въ 300—350 столбцовъ. Полный списокъ сотрудниковъ печатается въ журналѣ.

Подписка цѣна: на годъ—6 р., полг.—3 р. 50 к. За границу—8 р. Допускается разсрочка 4 р. при подп. и 2 р.—1 марта. Библиотекамъ и книжнымъ магазинамъ 50% скидки. При коллективной подпискѣ на 5 экзempl. шестой высыл. бесплатно. Подписка принимается въ гл. конторѣ и во всѣхъ крупныхъ книжн. магаз. Адресъ гл. конторы и редакціи: С.-Петербургъ, Невскій, 114.

Вѣстникъ Опытной Физики

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 533.

Содержаніе: Методы и новѣйшіе результаты опредѣленія силы тяжести. *Т. Нитгаммера.* (Окончаніе). — Умноженіе натуральныхъ чиселъ. *А. Филиппова.* — О начальныхъ теоремахъ геометріи. *Н. Рождественскаго.* — Научная хроника: Новые спектры металловъ. *А. Голлоса.* — Задачи №№ 396—401 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ: № 273 (5 сер.). — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Объявленія.

Методы и новѣйшіе результаты опредѣленія силы тяжести.

Т. Нитгаммера.

(Окончаніе *).

Законъ варіаціи силы тяжести на поверхности равновѣсія можно высказать въ совершенно общей формѣ, правильной для любого распредѣленія массъ. Если же предположить, что массы распредѣлены симметрично вокругъ оси вращенія и по обѣ стороны экваторіальной плоскости, то для варіаціи силы тяжести въ зависимости отъ широты φ получается формула:

$$\gamma_0 = g_a (1 + B_2 \sin^2 \varphi + B_4 \sin^4 \varphi + \dots),$$

гдѣ γ_0 есть сила тяжести на широтѣ φ и на уровнѣ моря, а B_2 , B_4 и т. д. суть постоянные коэффициенты. Многочисленные измѣренія тяжести на разныхъ географическихъ широтахъ показали, что данныя наблюденія уже довольно точно выражаются простой формулой:

$$\gamma_0 = g_a (1 + B \sin^2 \varphi).$$

Примѣняя эту формулу къ вышеприведеннымъ даннымъ для Гаммерфеста и Рангуна, мы можемъ вычислить изъ нея g_a и B . Коэффициентъ B (какъ легко убѣдиться, примѣняя ту же формулу для

*) См. № 532 „Вѣстника“.

полюса, т. е. полагая $\varphi = 90^\circ$) въ простой формулѣ равенъ $\frac{g_p - g_a}{g_a}$, выраженію, съ которымъ мы только-что встрѣтились въ теоремѣ Клэро. Мы имѣемъ:

$$\text{для Гаммерфеста } \gamma_1 = 982,650 \text{ cm/sec}^2 = g_a (1 + B \sin^2 \varphi_1),$$

$$\text{„ Рангуна } \gamma_2 = 978,501 \text{ cm/sec}^2 = g_a (1 + B \sin^2 \varphi_2),$$

$$g_a = \frac{\gamma_1 \sin^2 \varphi_2 - \gamma_2 \sin^2 \varphi_1}{\sin^2 \varphi_2 - \sin^2 \varphi_1} = 978,071 \text{ cm/sec}^2,$$

$$B = \frac{g_p - g_a}{g_a} = \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{g_a (\sin^2 \varphi_2 - \sin^2 \varphi_1)} = 0,005 \ 258.$$

Это значеніе для $\frac{g_p - g_a}{g_a}$ внесемъ теперь въ теорему Клэро и введемъ извѣстную величину угловой скорости вращенія земли ω : такъ какъ полный оборотъ земли совершается въ 86 164,09 сек., то $\omega = \frac{2\pi}{86 \ 164,09}$, а выраженіе $\frac{\omega^2 a}{g_a} = 0,003 \ 467$ (радіусъ экватора a , по Бесселю, равенъ 6377,4 км.). Тогда изъ теоремы Клэро мы получаемъ:

$$\frac{a - b}{a} = \frac{5}{2} \frac{\omega^2 a}{g_a} - \frac{g_p - g_a}{g_a} = 0,008 \ 668 - 0,005 \ 258 = 0,003 \ 410 = 1/293.$$

Сжатіе земли выражается дробью $1/293$.

Такимъ образомъ, путемъ опредѣленія при помощи неизмѣннаго маятника силы тяжести въ двухъ разныхъ широтахъ оказывается возможнымъ найти сжатіе земли съ точностью, значительно большей, чѣмъ точность того опредѣленія, которое было сдѣлано знаменитой французской комиссіей для окончательнаго нормированія длины метра и при которомъ пользовались измѣреніями длины градуса меридіана, сдѣланными во Франціи и въ Перу (1792-1808 г.г.).

Когда имѣются данныя не только для двухъ, но для большого числа станцій, распределенныхъ по всей твердой поверхности земли, то способъ вычисленія сжатія земли совершенно аналогиченъ.

Постоянныя g_a и $B = \frac{g_p - g_a}{g_a}$ опредѣляются по способу наименьшихъ квадратовъ изъ совокупности всѣхъ данныхъ для силы тяжести (отнесенныхъ къ одному и тому же мѣсту, въ которомъ была опредѣлена абсолютная величина силы тяжести). Въ 1884 году Гельмертъ (Helmert) могъ положить въ основу такого исчисленія данныя лишь 122-хъ станцій. Въ 1901 году можно было располагать относительными измѣреніями тяжести уже 1400 станцій. До 1909 года ихъ число круглымъ счетомъ дошло до 2600.

Изъ этихъ болѣе обширныхъ данныхъ, имѣвшихся въ 1909 году, Гельмертъ вывелъ уже слѣдующую формулу для варіаціи силы тяжести, отнесенной къ уровню моря, въ зависимости отъ географической широты:

$$\gamma_0 = 978,046 (1 + 0,005\,302 \sin^2 \varphi - 0,000\,007 \sin^2 2\varphi).$$

Такъ какъ $\sin^2 2\varphi = 4 \sin^2 \varphi - 4 \sin^4 \varphi$, то здѣсь, слѣдовательно, кромѣ члена съ $\sin^2 \varphi$, принять также въ расчетъ членъ, содержащій $\sin^4 \varphi$. При помощи этой формулы для сжатія земли получено число

$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{298,3}.$$

Для этого опредѣленія всѣ относительныя измѣренія силы тяжести были отнесены къ абсолютной величинѣ силы тяжести въ Вѣнѣ, принятой Штернекомъ. Однако, абсолютное опредѣленіе силы тяжести при помощи оборотнаго маятника, проведенное въ Потсдамѣ Кюненомъ (Kühnen) и Фуртвенглеромъ (Furtwängler) въ 1898-1904 гг., показало, что абсолютная величина силы тяжести на экваторѣ, введенная Штернекомъ на основаніи измѣреній Оппольцера (Oppolzer), слишкомъ велика и именно на $0,016 \text{ cm/sec}^2$. На основаніи потсдамскихъ измѣреній формула Гельмерта получаетъ поэтому такой видъ:

$$\gamma_0 = 978,030 \cdot (1 + 0,005\,302 \sin^2 \varphi - 0,000\,007 \sin^2 2\varphi).$$

Выводъ формулы для γ_0 далъ еще слѣдующіе немаловажные результаты: изъ сравненія величинъ наблюденныхъ съ вычисленными по формулѣ вполнѣ выяснилось, что между сѣвернымъ и южнымъ полушаріемъ земли нѣтъ систематической разницы, или, выражаясь математически, что не приходится вводить въ формулу членъ съ третьей (или другой нечетной) степенью синуса широты, который мѣнялъ бы знакъ при переходѣ черезъ экваторъ. Этимъ подтверждается предположеніе, что массы въ общемъ распредѣлены симметрично относительно экваторіальной плоскости. Далѣе, не обнаружилось никакой систематической зависимости отъ географической долготы. Поверхность равновѣсія поэтому дѣйствительно съ достаточнымъ приближеніемъ можетъ разсматриваться, какъ поверхность вращенія. Зато сразу бросилась въ глаза уже ранѣе извѣстная разница между численными значеніями силы тяжести, наблюденными вдоль крутого берега океановъ и тѣми, которые получаются внутри материковъ. Эта разница въ общемъ одинаково велика подъ разными широтами и долготами. Въ среднемъ ускореніе g для береговъ океановъ больше, чѣмъ ускореніе внутри материковъ на $0,036 \text{ cm/sec}^2$. На эту величину значенія g , полученные на береговыхъ станціяхъ были уменьшены, и лишь эти уменьшенные величины послужили вмѣстѣ съ наблюденіями континентальныхъ станцій для вывода формулы для γ_0 .

Вычисляя величины γ_0 для разныхъ широтъ, мы получаемъ значенія, соотвѣтствующія среднему, — такъ сказать, выровненному — распре-

дѣленію земныхъ массъ. Поверхность равновѣсія на уровнѣ моря для этого распредѣленія массъ называется сфероидомъ, и къ нему относится величина сжатія, получаемая на основаніи теоремы Клеро и представляющая цѣнное подтвержденіе результата, полученнаго на основаніи измѣреній длины одного градуса широты. Сфероидъ, правда, не совпадаетъ съ поверхностью эллипсоида того же сжатія; но отклоненія этихъ двухъ поверхностей такъ ничтожны, что математическая геодезія можетъ довольствоваться болѣе удобнымъ въ математическомъ отношеніи эллипсоидомъ. Однако, опредѣленіемъ размѣровъ осей эллипсоида и сжатія не исчерпываются задачи измѣренія земли. Форма земли можетъ считаться извѣстной лишь тогда, когда мы сможемъ указать отклоненія геоида отъ эллипсоида или сфероида. Подъ геоидомъ понимаютъ ту поверхность на уровнѣ моря, которая нормальна къ дѣйствительному наблюдаемому направленію силы тяжести. Поверхность самого моря, конечно, (если не считаются съ приливами и отливами, давленіемъ вѣтровъ и т. д.) есть часть геоида. Внутри материковъ можно себѣ представить, что геоидъ сдѣланъ видимымъ путемъ проведенія очень узкихъ каналовъ, въ которыхъ устанавливается морская вода. Перпендикуляръ къ поверхности эллипсоида и нормаль геоида въ общемъ не совпадаютъ; они образуютъ нѣкоторый уголъ—такъ называемое отклоненіе лота. Путемъ опредѣленія отклоненія лота можно поэтому установить форму геоида. Изслѣдованія, предпринятые въ разныхъ частяхъ земли, показали, что наблюденныя отклоненія лота не объясняются безостаточно однимъ притяженіемъ видимыхъ континентальныхъ или горныхъ массъ. Приходится заключить, что значительную роль играетъ распредѣленіе массъ, лежащихъ глубже уровня моря. Отсюда задача — познать распредѣленіе этихъ массъ и по этимъ даннымъ, вмѣстѣ съ распредѣленіемъ видимыхъ массъ, объяснить форму геоида.

Если на какой-нибудь одной станціи отмѣчается отклоненіе силы тяжести отъ нормальной величины, то изъ этого еще нельзя дѣлать опредѣленныхъ заключеній относительно мѣстоположенія и величины нарушающихъ массъ внутри земли, такъ какъ большая, но отдаленная масса оказываетъ то же самое дѣйствіе, какъ масса малая, но близкая. Заключенія о положеніи и размѣрахъ нарушающихъ массъ, однако, до извѣстной степени становятся возможными, если наблюдаются ускоренія силы тяжести для нѣкотораго числа сосѣднихъ станцій. Но, въ общемъ, разныя станціи не расположены на одинаковомъ уровнѣ, а такъ какъ сила тяжести мѣняется и въ зависимости отъ высоты, то непосредственно изъ данныхъ наблюдений вовсе не видно, варьируетъ ли сила тяжести отъ одной станціи къ другой нормальнымъ порядкомъ или нѣтъ. Въ горныхъ мѣстностяхъ, кромѣ того, массы горъ, смотря по своей формѣ, оказываютъ разное дѣйствіе. Для того, чтобы можно было сравнивать численныя данныя сосѣднихъ станцій и отсюда выводить какія-либо заключенія, надо поэтому свести числа, полученныя путемъ наблюденія, на сравнимыя между собою величины: такое сведеніе было предварительно продѣлано надъ тѣмъ матеріаломъ, который послужилъ для вывода формулы для γ_0 .

Оно основано на слѣдующихъ соображеніяхъ. Представляютъ себѣ всѣ массы, находящіяся между уровнемъ станціи и уровнемъ моря, сдвинутыми вертикально внизъ на уровень моря и сгущенными на этомъ уровнѣ въ плоскій слой. Мѣсто наблюденія P также представляютъ себѣ вертикально опущеннымъ до точки Q непосредственно надъ уровнемъ моря. Сгущенныя на уровнѣ моря массы продолжаютъ оказывать въ точкѣ Q то же самое притяженіе, какое они оказываютъ въ дѣйствительности въ точкѣ P . При переходѣ отъ P къ Q ускореніе тяжести g , слѣдовательно, измѣняется лишь вслѣдствіе простой зависимости его отъ высоты подъема въ свободномъ воздухѣ, т. е. отъ разстоянія отъ центра земли. Это измѣненіе Δg равняется: $\Delta g = \frac{2g}{R} H$, гдѣ R есть средній радіусъ земли, а H — высота станціи надъ уровнемъ моря.

Для вывода вышеприведенной формулы для γ_0 были, слѣдовательно, употреблены не величины, непосредственно наблюденныя, а величины, сведенныя къ уровню моря путемъ прибавленія члена Δg . Однако, для станцій, расположенныхъ въ гористой мѣстности, этотъ способъ сведенія даетъ значительныя отклоненія: слишкомъ большіе или слишкомъ малыя величины по сравненію съ величиной γ_0 , вычисляемой по общей формулѣ. Такія станціи поэтому вообще не были приняты въ расчетъ при вычисленіи постоянныхъ формулъ для γ_0 . Зато указанный способъ сведенія къ уровню моря, извѣстный подъ названіемъ способа Фэя (Faye), такъ какъ этотъ ученый впервые предложилъ его, приводитъ къ хорошему согласованію данныя станцій, расположенныхъ на равнинахъ материковъ.

Чтобы получить сравнимыя числа для станцій въ гористыхъ мѣстностяхъ, представляютъ себѣ всѣ массы, лежащія надъ уровнемъ моря, совершенно удаленными. Изъ наблюденнаго на станціи P значенія силы тяжести g вычисляютъ ту величину этой силы, которая наблюдалась бы въ точкѣ Q непосредственно надъ уровнемъ моря. Для этого теперь приходится не только прибавить величину Δg въ виду приближенія къ центру земли, но еще вычесть величину, соотвѣтствующую притяженію тѣхъ массъ, которыя мы представили себѣ удаленными. Какъ же опредѣлять эту вторую величину? Для ровной поверхности (для которой, конечно, также можно примѣнить этотъ новый способъ сведенія) эта величина Δg будетъ равна притяженію плоско-параллельнаго слоя, толщина котораго равна высотѣ станціи надъ уровнемъ моря. Если обозначить черезъ s плотность этого слоя, черезъ s_0 — среднюю плотность земли и черезъ R и H опять средній радіусъ земли и высоту станціи, то получается: $\Delta'g = \frac{3sg}{2s_0R} \cdot H$.

Если же почва вокругъ станціи не ровна, то приходится еще продѣлать предварительное сведеніе наблюденныхъ величинъ къ ровной поверхности. Для этого представляютъ себѣ, что черезъ станцію проведена горизонтальная плоскость и что всѣ массы, возвышающіяся надъ этой плоскостью, удалены, а всѣ пустые промежутки подъ этой

плоскостью заполнены массой, и высчитываютъ, какое ускореніе наблюдалось бы при такихъ условіяхъ. Это сведеніе къ ровной поверхности называется топографическимъ сведеніемъ. Оно всегда увеличиваетъ ускореніе на нѣкоторую величину $\Delta''g$ противъ наблюдаемой величины, такъ какъ удаленіе массъ, распространяющихся выше станціи, устраняетъ слагающую, дѣйствующую вертикально вверхъ, а заполненіе впадинъ почвы, напротивъ, прибавляетъ слагающую, дѣйствующую внизъ. Топографическое сведеніе требуетъ детальнаго разложенія окружающей мѣстности на отдѣльные куски. Для каждаго куска приходится опредѣлить вертикальную слагающую, дѣйствующую на станцію P , и затѣмъ образовать сумму этихъ слагающихъ. Послѣ выполненія топографическаго сведенія къ ровной поверхности вычисляется и вычитывается величина $\Delta'g$ (теперь — притяженіе ровнаго слоя на уровнѣ моря) и, наконецъ, прибавляется Δg (измѣненіе притяженія съ разстояніемъ отъ центра), такъ что все это сведеніе, носящее названіе способа Буже (Bouger) можно представить въ такомъ видѣ

$$g \text{ сведенное} = g \text{ наблюдаемое} + \Delta''g - \Delta'g + \Delta g.$$

Величины g , полученныя по способу Буже, свободны отъ вліянія мѣстныхъ массъ. „Мѣстными“ называются тѣ массы, къ которымъ относится поправка $\Delta''g$, т. е. топографическое сведеніе. Онѣ простираются, большей частью, на разстояніе 30-40 км. отъ станціи. Болѣе отдаленныя массы уже не оказываютъ вертикальнаго притяженія, которое выражалось бы въ тысячныхъ доляхъ наблюдаемаго ускоренія.

Если мы теперь сравнимъ величины g , вычисленныя изъ наблюдений по способу Буже, съ величинами γ_0 , вычисленными по формулѣ Гельмерта, то, при общемъ удовлетворительномъ совпаденіи, для отдѣльныхъ станцій получается отклоненіе въ ту или въ другую сторону. Числа для γ_0 даютъ нормальное распредѣленіе силы тяжести въ зависимости отъ географической широты. Если получаемая разность $g - \gamma_0$ положительна, то это значитъ, что для данной станціи сила тяжести больше нормальной. Если та же разность отрицательна, то, значитъ, сила тяжести слишкомъ мала. Такъ какъ при способѣ Буже массы, находящіяся надъ уровнемъ моря, мысленно устранены, то въ разности $g - \gamma_0$ выражается вліяніе нарушающихъ массъ, расположенныхъ въ глубинѣ, ниже уровня моря. При положительной разности $g - \gamma_0$ говорятъ объ избыткѣ, при отрицательной — о недостаткѣ массы въ глубинѣ. Но мѣстоположеніе и размѣры нарушающихъ массъ внутри земли остаются, конечно, неизвѣстными. Для сравненія можно представить себѣ эти массы во всѣхъ случаяхъ расположенными у самаго уровня моря и, полагая ихъ плотность равной плотности поверхностныхъ массъ, вычислить толщину нарушающаго слоя; но это, конечно, чисто формальное, совершенно произвольное представленіе. Нѣкоторыя дальнѣйшія заключенія возможно сдѣлать, если прослѣдить разности $g - \gamma_0$ для цѣлыхъ областей. Если разность $g - \gamma_0$ рѣзко варьируетъ на малыхъ разстояніяхъ, то это указываетъ на то, что нару-

шающія массы находятся неглубоко. Напротивъ, постоянство разности $g - \gamma_0$ для большой области заставляетъ предполагать нарушающую массу на большей глубинѣ.

Данныя, добытыя во всѣхъ частяхъ свѣта, показываютъ, что во всѣхъ горныхъ цѣпяхъ — въ Альпахъ, на Кавказѣ, въ Гималаѣ — разность $g - \gamma_0$ отрицательна, т. е. сила тяжести меньше нормальной. Напомнимъ еще разъ, что уменьшеніе силы тяжести, происходящее отъ притяженія горъ, возвышающихся надъ станціей наблюденія, тутъ уже принято въ расчетъ, и что отрицательная разность $g - \gamma_0$ указываетъ на недостатокъ массы въ глубинѣ, ниже уровня моря. Подъ горными цѣпями, слѣдовательно, имѣется недостатокъ массы. Сопоставляя этотъ фактъ съ тѣмъ, что на равнинахъ материковъ величины силы тяжести, сведенныя къ уровню моря по способу Фэя, хорошо совпадаютъ съ данными формулы для γ_0 , Праттъ (Pratt) выставилъ слѣдующую гипотезу о составѣ земной коры. Вертикальныя призмы равнаго поперечнаго сѣченія, заключенныя между внѣшней поверхностью земли и нѣкоторой поверхностью уровня внутри земли (такъ называемой „поверхностью выравниванія“) повсюду на землѣ содержатъ равное количество массы. По этой гипотезѣ, слѣдовательно, средняя плотность такой призмы, взятой на равнинѣ материка, должна быть меньше, чѣмъ плотность призмы (того же сѣченія) въ открытомъ морѣ, но больше, чѣмъ плотность призмы въ горной области. Малая плотность морской воды компенсируется соотвѣтственно большей плотностью массъ на днѣ моря. А горныя массы, возвышающіяся надъ окружающею мѣстностью, наоборотъ, компенсируются малой плотностью глубже лежащихъ массъ. Призмы, о которыхъ здѣсь идетъ рѣчь, надо себѣ представлять, во всякомъ случаѣ, съ конечнымъ, а не бесконечно-малымъ сѣченіемъ. Не надо думать, что каждая отдѣльная горная вершина въ точности отражается на плотности массы вертикально подъ ней. Компенсация имѣетъ мѣсто въ конечномъ районѣ. Этого достаточно для того, чтобы давленіе на расположенную въ глубинѣ поверхность выравниванія повсюду было одинаковое, какъ того требуетъ равновѣсіе внутри земли.

Гипотеза Пратта основывалась на данныхъ для равнинъ материковъ и для горныхъ областей. Чрезвычайно желательно было проверить ее для открытаго моря. Въ этомъ отношеніи до самаго послѣдняго времени существовалъ пробѣлъ. Наблюденія на маленькихъ океанскихъ островахъ не подтверждали гипотезы. Они давали величину силы тяжести слишкомъ большую, даже если принять столю массу, образующій островъ, за избытокъ массы и вычесть соотвѣтственную поправку. Наблюденія на открытомъ морѣ были еще особенно желательны въ виду тѣхъ систематическихъ отклоненій, которыя показываютъ всѣ береговыя станціи противъ данныхъ, добытыхъ внутри материковъ. Первые опредѣленія тяжести на открытомъ морѣ были сдѣланы полярной экспедиціей Нансена (Nansen). Они были выполнены обычнымъ способомъ (неизмѣнный маятникъ) отчасти въ салонѣ парохода экспедиціи „Фрамъ“, отчасти на полярномъ льду. Получилось

въ общемъ нормальное ускореніе, какъ и требуетъ гипотеза Пратта. Правильность этой гипотезы для открытаго моря въ послѣдствіи была провѣрена по новому способу опредѣленія силы тяжести (такъ какъ на кораблѣ нельзя наблюдать колебанія маятника). Онъ основанъ на сравненіи показаній атмосфернаго давленія, получаемыхъ, съ одной стороны, при помощи ртутнаго барометра, а съ другой — при помощи опредѣленія температуры кипѣнія воды. Последнее не зависитъ отъ величины силы тяжести въ данномъ мѣстѣ. Температура кипѣнія при равномъ атмосферномъ давленіи одинакова въ двухъ разныхъ мѣстахъ, для которыхъ сила тяжести не одна и та же. Столбъ же ртути, уравнивающий давленіе атмосферы, для одного и того же давленія не одинаковъ, если измѣняется сила тяжести, такъ какъ въ зависимости отъ нея мѣняется и его вѣсъ. Предположимъ, что подъ 45° широты (при нормальной величинѣ силы тяжести) мы опредѣлили атмосферное давленіе, при чемъ оба способа, термометрическій и барометрическій, дали намъ давленіе въ B_0 мм. Предположимъ далѣе, что мы дѣлаемъ тѣ же измѣренія въ другомъ мѣстѣ — съ нѣскольکو иной силой тяжести, и что опредѣленіе температуры кипѣнія воды даетъ намъ то же самое давленіе B_0 . Въ такомъ случаѣ барометрическій столбъ будетъ имѣть высоту не въ B_0 мм., а нѣсколько иную — скажемъ, B мм. Вѣсъ столба ртути, однако, долженъ быть одинъ и тотъ же, какъ и раньше, такъ какъ онъ именно соотвѣтствуетъ одному и тому атмосферному давленію. Слѣдовательно, если мы обозначимъ черезъ g_0 и g ускоренія силы тяжести въ обоихъ случаяхъ, то должно имѣть мѣсто уравненіе:

$$B_0 g_0 = B g, \quad \text{или} \quad g = \frac{B_0 g_0}{B};$$

отсюда слѣдуетъ:

$$g - g_0 = \frac{B_0 - B}{B} \cdot g_0,$$

или, если обозначить разность въ ускореніяхъ черезъ Δg , а разность въ показаніяхъ барометра черезъ ΔB :

$$\Delta g = \frac{\Delta B}{B} \cdot g_0.$$

При малыхъ разностяхъ ΔB на правой сторонѣ послѣдняго уравненія B можно замѣнить на B_0 . При $B_0 = 760$ мм. и $g_0 = 981 \text{ cm/sec}^2$ мы вычисляемъ изъ этого уравненія, что ошибкѣ въ опредѣленіи ΔB въ $\frac{1}{10}$ мм. соотвѣтствуетъ ошибка въ получаемой величинѣ силы тяжести, равная $\frac{13}{100} \text{ cm/sec}^2$, ошибкѣ же въ ΔB въ $\frac{1}{100}$ мм. — ошибка въ g въ $\frac{13}{1000} \text{ cm/sec}^2$. Точность въ $\frac{1}{100}$ мм. практически недостижима, ошибки же въ $\frac{1}{10}$ мм. при опредѣленіи разности высотъ ртутнаго столба легко избѣгнуть; поэтому дѣйствительныя ошибки наблюденій заключаются между указанными предѣлами. Движенія и качка парохода,

конечно, сильно затрудняютъ, а подчасъ дѣлаютъ совершенно невозможнымъ точное опредѣленіе высоты барометра простымъ глазомъ. Но это неудобство устраняется при помощи непрерывной фотографической записи. Полученныя кривыя барометрическаго давленія въ послѣдствіи нетрудно измѣрить микрометрически. Описанный методъ опредѣленія варіаціи силы тяжести при помощи термометра и барометра былъ впервые указанъ Гильомомъ (Guillaume), а практически использованъ Мономъ (Mohn) на норвежскихъ метеорологическихъ станціяхъ. Точнѣе разработалъ его Геккеръ (Hecker), и онъ же примѣнилъ его, по совѣту Гельмерта, къ измѣреніямъ на открытомъ морѣ. По порученію Центрального Бюро Международнаго Измѣренія Земли, онъ произвелъ въ 1901 году наблюденія на Атлантическомъ океанѣ, а въ 1904-1905 гг. и на Тихомъ океанѣ. Результаты его, въ предѣлахъ ошибокъ наблюденій, даютъ разность $g - \gamma_0$, равную нулю, и, слѣдовательно, вполне подтверждаютъ гипотезу Пратта: малая плотность морской воды компенсируется большей плотностью земной коры подъ океанами.

Такимъ образомъ, гипотеза Пратта оправдывается для всей земли, хотя слѣдуетъ замѣтить, что какъ на сушѣ, такъ и на морѣ въ отдѣльных мѣстностяхъ наблюдаются и отклоненія отъ нея, мѣстныя аномаліи силы тяжести. Къ такимъ аномаліямъ, однако, нельзя причислять тѣ систематическія отклоненія, которыя наблюдаются на всѣхъ береговыхъ станціяхъ и о которыхъ намъ уже приходилось упомянуть выше. Ибо Шіётцъ (Schjötz) показалъ, что величины силы тяжести, полученныя на этихъ станціяхъ, не только не противорѣчатъ, какъ можно было думать на первый взглядъ, но, напротивъ, подтверждаютъ гипотезу Пратта. На открытомъ морѣ мы имѣемъ подъ водой массы, плотность которыхъ S_m больше плотности континентальныхъ массъ S_c . Въ береговой полосѣ имѣется быстрый переходъ отъ одной плотности къ другой. Математическій анализъ показываетъ, что этимъ обуславливается нѣсколько большее значеніе силы тяжести на краю материка и, напротивъ, нѣсколько меньшее въ прибрежной полосѣ моря. Подобнымъ образомъ объясняется большая величина силы тяжести на океанскихъ островахъ. Шіётцъ на основаніи наблюденій Геккера доказалъ, что на морѣ вблизи береговъ сила тяжести дѣйствительно меньше нормальной, чего и требовалъ математическій выводъ, но чего до того не знали.

Наблюденія именно на береговыхъ станціяхъ дали Гельмерту возможность вычислить толщину всего слоя земной коры, къ которому относится теорія Пратта, т. е. слоя неравномѣрнаго распредѣленія массы глубиной до поверхности выравнинія. Получено такимъ путемъ, что поверхность выравнинія находится на глубинѣ приблизительно 125 км. Та же величина опредѣляется еще изъ наблюденій отклоненій лота отъ вертикали, обусловленныхъ, какъ уже было сказано, не только притяженіемъ видимыхъ массъ, но и неравномѣрнымъ распредѣленіемъ массъ въ глубинѣ. Хейфордъ (Hayford) и Титтманъ (Tittmann), на основаніи данныхъ объ отклоненіи лота для 250 сѣверо-американскихъ станцій, опредѣлили глубину поверхности выравни-

ненія въ 122 км. Это поразительное совпаденіе служитъ хорошимъ подтвержденіемъ гипотезы Пратта.

Итакъ, землю надо себѣ представлять состоящей изъ наружной коры толщиной свыше ста километровъ, въ которой масса распределена неравномѣрно, но (за исключеніемъ мѣстныхъ аномалій) такъ, что вертикальныя призмы равнаго сѣченія, вырѣзываемыя изъ этой коры, обладаютъ равной массой. Подъ этой наружной корой массы распределены уже равномѣрно по шаровымъ слоямъ.

Умноженіе натуральныхъ чиселъ.

Изъ книги „Четыре ариометическихъ дѣйствія“.

А. Филиппова.

Наше школьное преподаваніе въ большинствѣ случаевъ придерживается рутины и шаблона. Въ особенности это видно при изученіи приѣмовъ счета. Установившіяся здѣсь формы съ трудомъ замѣняются болѣе простыми и удобными. Въ рѣдкихъ случаяхъ преподаватель считаетъ нужнымъ дать историческую справку или указать на старинные приѣмы, хотя ничто такъ не оказываетъ на преподаваніе ариометики, какъ разнообразіе въ способахъ вычисленій.

Разсмотрѣвъ различныя приѣмы умноженія натуральныхъ чиселъ, мы увидимъ, что и въ этомъ отдѣлѣ существуютъ любопытныя вещи, которыми можно заинтересовать учениковъ.

Упомянемъ, прежде всего, о весьма важномъ приѣмѣ, называемомъ способомъ методическаго умноженія, извѣстномъ еще индусамъ въ VI-мъ вѣкѣ нашей эры, а въ Европѣ впервые появившемся въ печати въ сочиненіи Леонардо Фибоначчи «Liber abaci». Этотъ приѣмъ состоитъ въ слѣдующемъ. Пусть A и B два натуральныхъ числа и пусть:

$$A = a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + \dots$$

$$B = b_0 + b_1 \cdot 10 + b_2 \cdot 10^2 + \dots$$

Тогда произведеніе A на B равно числу:

$$A \cdot B = a_0 \cdot b_0 + (a_0 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0) \cdot 10 + (a_0 \cdot b_2 + a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_0) \cdot 100 + \dots$$

Отсюда видно, что послѣдняя цифра (цифра единицъ) произведенія $a_0 \cdot b_0$ будетъ послѣдней цифрой произведенія $A \cdot B$; цифра десятковъ $A \cdot B$ получается, если къ цифрѣ единицъ числа $a_0 \cdot b_0$ прибавить цифру десятковъ числа $a_0 \cdot b_0$ и т. д. Пользуясь этимъ приѣмомъ, можемъ вычислить

произведение двух натуральных чисел, не записывая вспомогательных вычислений, а совершая необходимые операции въ умѣ:

$$\begin{array}{r} \times 2301 \\ 564 \\ \hline 1\ 297\ 764 \end{array}$$

Вотъ послѣдовательныя вычисленія, которыя необходимо произвести въ умѣ:

1) $1 \times 4 = 4,$

2) $1 \times 6 + 0 \times 4 = 6,$

3) $1 \times 5 + 0 \times 6 + 3 \times 4 = 17,$

4) $0 \times 5 + 3 \times 6 + 2 \times 4 = 26,$

5) $26 + 1 = 27,$

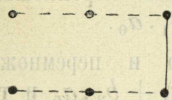
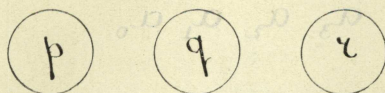
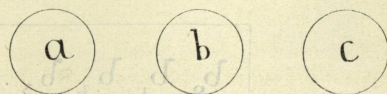
6) $3 \times 5 + 2 \times 6 = 27,$

7) $27 + 2 = 29,$

8) $2 \times 5 = 10,$

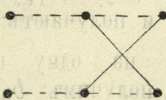
9) $10 + 2 = 12.$

Слѣдующая наглядная таблица объясняетъ пріемъ методическаго умноженія одного трехзначнаго числа abc на другое трехзначное число pqr :



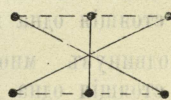
$a \cdot r$

Единица



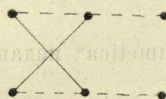
$a \cdot q + b \cdot r$

Десятки



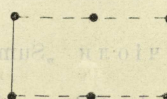
$a \cdot p + b \cdot q + c \cdot r$

Сотни



$b \cdot p + a \cdot q$

Тысячи



$a \cdot p$

Десятки тысяч

Пачіоли¹⁾ называлъ этотъ способъ «умноженіемъ накрестъ». Индусы называли его способомъ «молніи», быть можетъ, благодаря быстротѣ вычислений, которая достигается при нѣкоторомъ навыкѣ. Современные авторы иногда называютъ этотъ способъ «симметрическимъ». Согласно «Энциклопедіи»²⁾ назовемъ этотъ приемъ «методическимъ».

Для облегченія вычисленій можно при методическомъ умноженіи пользоваться приемомъ подвижного множимаго J. Fourier³⁾.

Множимое подписываютъ на отдѣльной полоскѣ бумаги, располагая цифры его въ обратномъ порядкѣ.

Чтобы вычислить первую цифру произведенія, располагаютъ множимое надъ множителемъ такъ:

$$\begin{array}{r} b_0 \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ \dots \\ \dots a_3 \ a_2 \ a_1 \ a_0 \end{array}$$

Перемножая цифры, стоящія одна подъ другой, получаемъ: $a_0 \cdot b_0$. Для вычисленія второй цифры произведенія, располагаютъ множимое и множителя такъ:

$$\begin{array}{r} b_0 \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ \dots \\ \dots a_3 \ a_2 \ a_1 \ a_0 \end{array}$$

т. е. подвигаютъ множимое на одну цифру влѣво; опять перемножаютъ цифры, стоящія одна подъ другой и получаютъ: $b_0 \cdot a_1 + b_1 \cdot a_0$.

Подвинувъ множимое еще на одну цифру влѣво и перемноживъ цифры, стоящія одна подъ другой, получимъ: $b_0 \cdot a_2 + b_1 \cdot a_1 + b_2 \cdot a_0$ и т. д.

При умноженіи многозначныхъ чиселъ въ виду трудности производить сложенія съ умѣ, J. Lûroth⁴⁾ совѣтуетъ отдѣльно записывать произведенія: $a_0 \cdot b_0$, $a_0 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0$, $a_0 \cdot b_2 + a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_0$ и т. д. Такимъ образомъ, при умноженіи 6285371 на 374289 мы последовательно получаемъ

¹⁾ Сочиненіе Пачіоли „Summa de Arithmetica“ издано въ 1494 году въ Венеціи.

²⁾ „L'Encyclopedie des Sciences Mathématiques“, I, p. 201.

³⁾ J. B. J. Fourier, „Analyse des équations déterminées“, Paris, 1830.

⁴⁾ Dr. J. Lûroth, „Vorlesungen über numerisches Rechnen“, Leipzig 1900, pp. 8—10.

числа: 9, 71, 85, 87, 153, 156, 148, 128, 91, 62, 48, 18. Однако, эти числа не записываются отдѣльно, а вмѣстѣ — такъ:

$$\begin{array}{r}
 882188637519 \text{ (единицы)} \\
 146924558870 \text{ (десятки)} \\
 1111 \text{ (сотни)} \\
 \hline
 2352545226219
 \end{array}$$

Такимъ образомъ, послѣдовательныя записи имѣютъ видъ:

$$\begin{array}{cccccc}
 \text{I.} & 9 & \text{II.} & 19 & \text{III.} & 519 \\
 \text{O} & & 70 & & 870 & \\
 & & & & & \text{IV.} & 7519 \\
 & & & & & 8870 & \\
 & & & & & & \text{V.} & 37519 \\
 & & & & & & 58870 & \\
 & & & & & & & 1
 \end{array}$$

при чемъ, конечно, вторая запись получается изъ первой приписываніемъ слѣва числа 71, третья изъ второй — приписываніемъ слѣва числа 85 и т. д.

Складывая записанныя въ послѣдней записи числа, получаемъ:

$$6285371 \times 374289 = 2352545226219.$$

Методическое умноженіе можно производить и въ обратномъ порядкѣ, начиная съ высшихъ разрядовъ. Такъ именно производится умноженіе безконечныхъ праворасположенныхъ десятичныхъ рядовъ — ирраціональныхъ чиселъ и періодическихъ дробей. Количество операций въ обоихъ случаяхъ одно и то же, но первый способъ имѣетъ то преимущество, что при вычисленіи цифръ произведенія необходимыя сложения цифръ одинаковыхъ разрядовъ можно производить въ умѣ, и нѣтъ надобности записывать отдѣльно коэффициенты произведенія, если перемножаемыя числа не очень многозначны, тогда какъ при второмъ приемѣ безъ вспомогательныхъ записей обойтись невозможно.

* * *

Въ зависимости отъ величины и вида множителей примѣняются разнообразные приемы, болѣе или менѣе удачные. Большинство изъ нихъ было извѣстно еще въ древности. Прежде всего упомянемъ о способѣ дополнительнаго множителя. Этотъ способъ основанъ на примѣненіи формулы:

$$a \cdot b = 10^n \cdot b - (10^n - a) \cdot b^*.$$

Здѣсь a есть число, близкое къ 10^n .

Примѣняя эту формулу къ умноженію числа 236 на 998, получаемъ:

- 1) 236 000,
- 2) $236 \times 2 = 472$,
- 3) $236\,000 - 472 = 235\,528$.

Разсмотримъ нѣкоторые частные случаи.

1. Умноженіе на 9, 99, 999 и т. д.

*) a есть множитель, а b — множимое.

Если $a = 9$, то $a \cdot b = 10 \cdot b - b$. Таким образом, приписываемъ къ множимому справа нуль и вычитаемъ изъ полученнаго числа первоначальное множимое:

$$89\,357 \cdot 9 = 804\,213$$

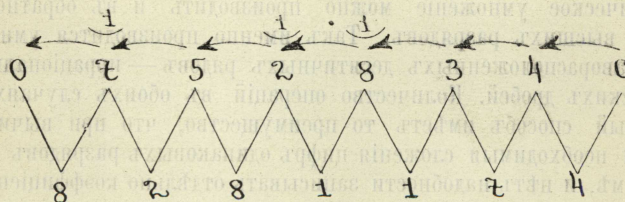
$$\begin{array}{r} 893\,570 \\ - 89\,357 \\ \hline 804\,213 \end{array}$$

2. Умноженіе на 11, 101, 1001 и т. д.⁵⁾.

Если $a = 11$, то $a \cdot b = 11 \cdot b = 10 \cdot b + b$. При этомъ можно примѣнять слѣдующій приемъ: прибавляемъ въ умѣ къ числу по нулю справа и слѣва; потомъ въ этомъ новообразовавшемся числѣ прибавляемъ, начиная съ правой руки, каждую цифру къ сосѣдней слѣва, пока не дойдемъ до начального нуля:

$$752\,834 \times 11 = 8\,281\,174$$

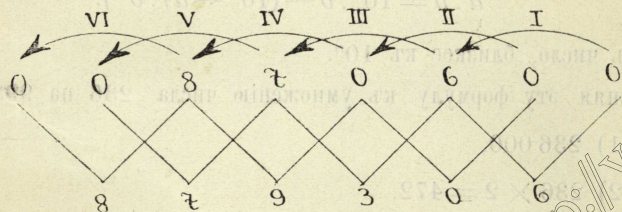
Вотъ схема этого приема:



Чтобы умножить число на 101, мысленно помѣщаемъ возлѣ него справа и слѣва по два нуля, потомъ складываемъ сотни съ единицами, тысячи съ десятками, десятки тысячъ съ сотнями и т. д., пока не исчерпаемъ всѣхъ разрядовъ числа:

$$8706 \times 101 = 879\,306$$

Вотъ схема этого приема:



Если оба множителя близки къ 10^n , то можно примѣнять слѣдующую формулу дополнительнаго умноженія:

$$a \cdot b = 10^n \cdot [a - (10^n - b)] + (10^n - a) \cdot (10^n - b).$$

⁵⁾ Феликсъ Мартель, „Приемы быстрого счета“, СПБ., 1909.

Прилагая, напริมѣръ, эту формулу для умноженія 998 на 981 получимъ:

$$998 \times 981 = 979\,038.$$

Вычисленія можно расположить такъ:

$$\text{Тысячи} \dots 998 - 19 = 979.$$

$$\text{Единицы} \dots 19 \times 2 = 38.$$

$$\text{Произведеніе} \dots 979\,038.$$

Примѣняя тотъ же способъ къ умноженію 1022 на 997, получимъ:

$$1022 \times 997 = 1\,018\,934.$$

$$\text{Тысячи} \dots 1022 - 3 = 1019.$$

$$\text{Единицы} \dots 22 \times 3 = 66.$$

$$\text{Произведеніе} \dots 1\,018\,934.$$

Нѣкоторые авторы предлагаютъ разлагать множимое на алгебраическую сумму вѣсколькихъ чиселъ, составленныхъ только изъ цифръ: 0, 1, 2, 5. Такъ, произведеніе $7\,289\,795 \cdot N$ вычисляется по этому методу такъ:

$$7\,289\,795 \cdot N = 5\,200\,005 \cdot N + 2\,100\,000 \cdot N - 10\,210 \cdot N.$$

А. Cauchy⁶⁾ предложилъ замѣнять цифры, большія 5, ихъ дополненіями до десяти, обозначая эти дополненія отрицательными цифрами. Такимъ образомъ, при совершеніи умноженія приходилось бы умножать только на 2, 3, 4 и 5. Такъ, чтобы умножить 8267 на 725, надо преобразовать эти числа соответственно въ такія формы: $1\,2\,3\,3\,3$ и $1\,3\,2\,5$. Умножая эти числа другъ на друга, получимъ произведеніе въ видѣ числа $1\,4\,01\,4\,4\,2\,5$. Преобразуя это число, получимъ: $5\,993\,575$.

Въ своемъ сочиненіи «Summa de Arithmetica» Лука Пачіоли¹⁾ излагаетъ 8 способовъ умноженія⁷⁾. Обыкновенный приемъ онъ называетъ *bericuosoli*; видоизмѣненіе этого приема, заключающееся въ томъ, что множимое раньше умножаютъ на единицы высшихъ разрядовъ множителя, а затѣмъ на единицы низшихъ, онъ называетъ *castelluccio*, т. е. «маленькимъ замкомъ». Для сравненія умножимъ 8325 на 7342 этими двумя способами:

1) Обыкновенный приемъ:

$$\begin{array}{r} \times 8325 \\ 7342 \\ \hline 16650 \\ 33300 \\ 24975 \\ 58275 \\ \hline 61122150 \end{array}$$

2) Приемъ *castelluccio*:

$$\begin{array}{r} \times 8325 \\ 7342 \\ \hline 58275 \\ 24975 \\ 33300 \\ 16650 \\ \hline 61122150 \end{array}$$

⁶⁾ Cauchy, „Oeuvres“ (1) 5, Paris, 1885.

⁷⁾ Описание этихъ приемовъ можно найти въ соч. Ф. Кэджори: „Исторія элементарной математики“, Одесса, 1910 г. ■

Второй из описанных способов несколько удобнее первого — общепринятого; преимущества второго способа обнаруживаются при десятичном умножении в том случае, когда мы хотим получить только приближенный результат и интересуемся только единицами высших разрядов. Пачіоли пользуется еще приемами *quadrilatero* и *gelosia*, располагая множители в особых таблицах. Последние приемы интересны только с исторической точки зрения. Многочисленные примѣры примѣненія нѣкоторых из описанных приемов и других, менее интересных, читатель может найти в сочиненіи Феликса Мартеля «Приемы быстрого счета» (СПб., 1909).

Безусловно желательно ввести в школьное преподаваніе способы дополнительнаго умноженія, методическаго умноженія, а также второй прием Пачіоли. Также слѣдует указывать на сокращенные приемы в частных случаях, какъ, напримѣръ, при умноженіи на 5, 9, 99, 11, 12, 15, 25, 29 и т. д. Но при этомъ необходимо соблюдать известную мѣру и не затруднять учениковъ запоминаніемъ множества приемовъ, подчасъ весьма неплодотворныхъ.

О начальныхъ теоремахъ геометріи.

Н. Рождественскаго.

Всякому преподавателю геометріи известны трудности начальныхъ теоремъ для учениковъ IV класса гимназіи и другихъ учебныхъ заведеній. Обратныя теоремы о смежныхъ и вертикальныхъ углахъ съ ихъ доказательствомъ отъ противнаго вполне сознательно усваиваются ничтожной частью класса. Мнѣ приходилось даже замѣчать, что въ умахъ учащихся возникаетъ вопросъ: какое значеніе имѣютъ все эти запутанныя разсужденія для выясненія такихъ «простыхъ и понятныхъ вещей»? Это, конечно, объясняется несоотвѣтствіемъ области строго-формальной логики съ развитіемъ 12-14-лѣтняго ученика. Начальныя теоремы, вводящія начинающаго въ курсъ, должны, поэтому, либо излагаться по наглядному методу, что, конечно, будетъ погрѣшать противъ научности изложенія, либо доказательство ихъ должно ближе подходить къ тому умственному процессу, который возникаетъ въ умѣ учащагося при изученіи этихъ теоремъ. Въ настоящей замѣткѣ я предлагаю, по моему, довольно простой способъ доказательства этихъ теоремъ, вводя новый терминъ («развернутый» *) уголъ), удачность котораго я, впрочемъ, не поддерживаю.

Начальныя аксіомы (8 и 12 Евклида) считаю принятыми. Определенія понятій «уголъ», «равенство угловъ», «сумма и разность угловъ», «вертикальные углы» — принимаю обычными.

Определеніе 1-ое. Уголъ, стороны котораго, не покрывая другъ друга, составляютъ одну прямую линію, условимся называть «развернутымъ» (фиг. 1).

Определеніе 2-ое. Прямымъ угломъ называется половина развернутаго.

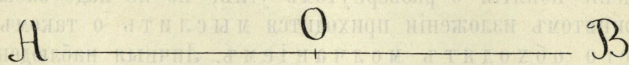
*) Говорятъ обыкновенно «выпрямленный» уголъ.

Определение 3-е. Смежными углами называются углы, образованные делением развернутого угла на две произвольные части.

Предложение 1-ое. Все развернутые углы равны между собою.

В самом деле, по свойству прямых линий совмещаться равенство развернутых угловъ доказывается наложениемъ.

Въ виду постоянства величины развернутого угла будемъ обозначать его всегда буквой q .



Фиг. 1.

Предложение 2-ое. Все прямые углы равны между собою.

В самом деле, половины равныхъ угловъ (определение 2-е и предложение 1-ое) равны между собою.

Въ виду постоянства величины прямого угла будемъ обозначать его буквой d . Изъ предыдущаго слѣдуетъ, что $q = 2d$.

Предложение 3-е. Сумма двухъ смежныхъ угловъ равна двумъ прямымъ угламъ.

В самомъ деле, смежные углы суть части развернутого (определение 3-е), а сумма частей равна цѣлому, т. е. развернутому углу, который равенъ двумъ прямымъ угламъ (предложение 2-ое).

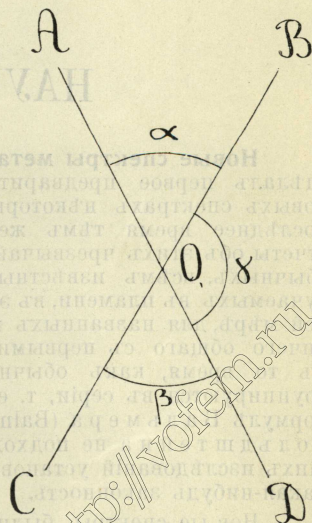
Предложение 4-ое. Если два угла, не покрывая другъ друга, имѣютъ общую вершину, общую сторону и въ суммѣ равны двумъ прямымъ угламъ, то они смежные.

Въ самомъ деле, сумма такихъ угловъ, по условію, равна $2d$, т. е. развернутому углу, что и доказываетъ предложение.

Предложение 5-ое. Вертикальные углы равны между собою.

Доказательство обычное, по Евклиду.

Предложение 6-ое. Если два равныхъ угла AOB и COD , не покрывая другъ друга, имѣютъ общую вершину O и две стороны OB и OC на одной прямой, то и две другія стороны составляютъ прямую линію (фиг. 2).



Фиг. 2.

Дано: $\angle \alpha = \angle \beta$, COB — прямая; требуется доказать: AOD — прямая линия.

Въ самомъ дѣлѣ, по условію, имѣемъ:

$$\beta + \gamma = \varrho \text{ (предположеніе 3-е);}$$

замѣняя уголъ β равнымъ ему угломъ α , получимъ $\alpha + \gamma = \varrho$, что и доказываетъ теорему (предположеніе 4-ое).

Въ изложенныхъ доказательствахъ самымъ «опаснымъ» моментомъ является уясненіе понятія о развернутомъ углѣ; но не надо забывать, что и въ обычно принятомъ изложеніи приходится мыслить о такомъ углѣ, хотя обыкновенно его обходятъ молчаніемъ. Личныя наблюденія показали мнѣ, что понятіе о развернутомъ углѣ сравнительно легко уясняется дѣтьми.

Помѣщая эту замѣтку, позволимъ себѣ прибавить слѣдующее. Когда мы вводимъ новые объекты и присваиваемъ имъ наименованіе, принадлежащее нѣкоторому классу объектовъ, то необходимо либо доказать, либо принять, что свойства остальныхъ объектовъ этого класса распространяются и на новые объекты. Относя къ числу угловъ новый объектъ — выпрямленный, или развернутый, уголъ — мы должны доказать или принять, что на эти новые углы распространяется свойство: половины равныхъ угловъ равны. Доказать это — значитъ доказать, что прямые углы равны; авторъ этого не дѣлаетъ. Принять это — значитъ принять, а не доказать, что прямые углы равны.

Ред.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Новые спектры металловъ. Въ 1907 году Гольдштейнъ (Goldstein) сдѣлалъ первое предварительное сообщеніе о найденныхъ имъ совершенно новыхъ спектрахъ нѣкоторыхъ металловъ: именно, калия, рубидія и цезія. За послѣднее время тѣмъ же изслѣдователемъ опубликованы болѣе подробные отчеты объ этихъ чрезвычайно интересныхъ опытахъ. Оказывается, что, кромѣ обычныхъ, всѣмъ извѣстныхъ и тщательно изслѣдованныхъ спектровъ, получаемыхъ въ пламени, въ электрической искрѣ и дугѣ, существуютъ — по крайней мѣрѣ, для названныхъ металловъ — еще совершенно иные, вторые спектры, ничего общаго съ первыми не имѣющие и возбуждаемые особыми способами. Въ то время, какъ обычные спектры характеризуются тѣмъ, что ихъ линіи группируются въ серіи, т. е. подчиняются математической формулѣ, подобной формулѣ Бальмера (Balmer*) для линій водорода, линіи новыхъ спектровъ Гольдштейна не подходятъ подъ эти серіи, и остается задачей дальнѣйшихъ изслѣдованій установить, имѣется ли въ ихъ распредѣленіи по спектру какая-нибудь законность.

Новые спектры были найдены при слѣдующихъ обстоятельствахъ. Наблюдался разрядъ индукторія, проходящій черезъ эвакуированную стеклянную трубку, наполненную мелко толченной солью. При такихъ условіяхъ разрядъ проходитъ между стѣнкой трубки и солью въ видѣ тонкой свѣтящейся нити. Спектроскопическое изслѣдованіе обнаруживаетъ, если, напримѣръ, трубка въ качествѣ соли содержитъ хлористый калий, — обыкновенный спектръ

*) См. статью Ритца „Линейные спектры и строеніе атомовъ“. „Вѣстникъ“, №№ 489 и 490.

калія. Но Гольдштейнъ показалъ, что можно удобно получить спектры металлоидовъ, въ данномъ случаѣ—хлора, если соединить электроды трубки съ обкладками лейденской банки, т. е. увеличить количество проходящаго въ разрядѣ электричества. Такимъ образомъ, хлористый калий въ эвакуированной трубкѣ при разрядѣ лейденской банки даетъ яркій спектръ хлора, бромистый калий—брома. Но когда тотъ же опытъ былъ поставленъ съ фтористымъ калиемъ съ цѣлью получить спектръ фтора, то получился яркій спектръ, съ большимъ числомъ синнихъ и фіолетовыхъ линий (такъ что уже на глазъ цвѣтъ разряда при включеніи лейденской банки мѣнялся, переходя изъ красноватаго въ синій). Извѣстному спектру фтора здѣсь принадлежали лишь нѣсколько очень слабыхъ линий, всѣ остальные были новы. Что ихъ дѣйствительно нельзя было приписать фтору, это было доказано отсутствіемъ ихъ, если вмѣсто фтористаго калия въ трубкѣ помѣщался фтористый натрій. Зато тѣ же линии наблюдались при повторныхъ опытахъ съ бромистымъ и хлористымъ калиемъ, съ той только разницей, что въ то время какъ слабый спектръ фтора ихъ не заслоняетъ, нахожденіе ихъ между многочисленными и болѣе яркими линиями брома и особенно хлора требуетъ большаго вниманія. Этимъ и объясняется, почему онъ сначала бросился въ глаза лишь при опытахъ съ фтористымъ калиемъ. Изъ всего этого слѣдуетъ, что новыя линіи принадлежатъ калию. Это было, однако, доказано еще болѣе непосредственно, и новый спектръ калия былъ полученъ въ чистомъ видѣ (безъ смѣшенія со спектромъ какого-нибудь металлоида) при пропусканіи разряда черезъ эвакуированную трубку, въ которой испарялось ничтожное количество металлическаго калия. И тутъ для полученія новыхъ линій электроды трубки присоединялись къ обкладкамъ конденсатора нѣкоторой (небольшой) емкости. Важна для появленія новаго спектра плотность разряда, т. е. количество разряжающагося электричества, которое приходится на каждую частицу газа или пара. Вотъ почему, по мнѣнію Гольдштейна, другіе наблюдатели, пользовавшіеся разрядами мощныхъ конденсаторовъ, но производившіе эти опыты при атмосферномъ давленіи, не получали этихъ новыхъ линій. Гольдштейнъ употреблялъ маленькія лейденскія банки, т. е. увеличивалъ количество электричества сравнительно немного противъ простаго разряда индукторія, но зато онъ бралъ эвакуированныя трубки, и благодаря этому количество электричества, выпадавшее на долю каждой частицы металлическихъ паровъ, было велико. Оттого въ опытахъ съ разрядами черезъ чистые пары металла важно было брать лишь ничтожныя количества металла, чтобы плотность паровъ оставалась малой. При особенно благоприятныхъ въ этомъ отношеніи условіяхъ новыя линіи появлялись уже при индукторномъ разрядѣ безъ лейденской банки.

Крайне интересно отношеніе новыхъ линій къ старымъ извѣстнымъ спектральнымъ линіямъ. Мы уже упомянули, что онѣ не подходятъ подъ тѣ серіи, которыя образуютъ эти обычныя линіи. И Гольдштейнъ показываетъ, что это не только новыя линіи, встрѣчающіяся при извѣстныхъ условіяхъ наряду съ обычнымъ спектромъ (надо замѣтить, что нѣкоторыя, наиболѣе яркія изъ линій Гольдштейна при случаѣ были найдены другими наблюдателями въ обычномъ спектрѣ и отмѣчены, какъ не подчиняющіяся серіямъ,—а что это въ полномъ смыслѣ слова второй спектръ, который можно получить въ совершенно чистомъ видѣ безъ всякой примѣси линій перваго, обычнаго спектра. Если пропускать черезъ эвакуированную трубку, соединяющую пары калия или калиевую соль, сначала простой разрядъ индукторія, то цвѣтъ разряда будетъ красноватымъ, и спектроскопъ покажетъ обычный спектръ калия, съ извѣстными серіями линій. Если затѣмъ включить лейденскую банку и постепенно увеличивать ея емкость, то появляются новыя линіи, особенно многочисленныя и яркія въ синей и фіолетовой части спектра, но представленныя также и въ зеленой и красной частяхъ. Сначала эти линіи просто присоединяются къ старому спектру. Но при дальнѣйшемъ увеличеніи емкости онѣ становятся все ярче, а обычныя линіи, напротивъ, ослабѣваютъ и, въ концѣ концовъ, при достаточно большой емкости совершенно исчезаютъ, такъ что не только глазъ, но и фотографическая пластинка ихъ не обнаруживаютъ. Тогда остаются только новыя линіи, не входящія въ серіи линій калия. Предъ нами спектръ калия, не содержащій ни одной изъ тѣхъ линій, по которымъ распознается этотъ металлъ въ спектральномъ анализѣ. При видѣ такого

спектра никто не могъ бы догадаться, что имѣеть дѣло съ калиемъ. Въ виду преобладанія синихъ линий цвѣтъ разряда теперь уже не красноватый, а синий.

Совершенно аналогичные результаты дали опыты съ солями и парами рубидія и цезія. И для этихъ металловъ получены новые спектры, которые можно выдѣлать въ совершенно чистомъ видѣ. Нѣсколько линий этихъ вторыхъ спектровъ рубидія и цезія сравнительно легко наблюдаются уже безъ включенія емкости, когда, слѣдовательно, преобладаетъ обычный спектръ. Цвѣтъ разряда при этомъ для рубидія—розовый. Но онъ превращается въ голубой, какъ только электроды присоединяются къ достаточно большой емкости. Точно такъ же и въ парахъ цезія на глазъ видна разность цвѣта разряда при преобладаніи того или другого спектра: при обычномъ спектрѣ цвѣтъ разряда—красный съ синеватымъ оттѣнкомъ, при преобладаніи или исключительномъ существованіи новаго спектра онъ сѣроватозеленый. Отмѣтимъ еще, что, повидимому, такъ же, какъ въ обыкновенныхъ спектрахъ, и въ этихъ новыхъ спектрахъ число линий растетъ съ увеличеніемъ атомнаго вѣса. Новый спектръ цезія богаче линиями, чѣмъ новый спектръ рубидія, и значительно богаче, чѣмъ такой же спектръ калия.

На основаніи предположенія, что въ обыкновенныхъ спектрахъ съ ихъ правильными сериями линий мы имѣемъ дѣло съ излученіемъ не отдѣльных атомовъ, а цѣлыхъ агрегатовъ атомовъ, и что только найденные имъ новые спектры, благодаря разрушенію атомныхъ агрегатовъ силой мощнаго электрическаго разряда, являются спектрами самихъ атомовъ, Гольдштейнъ для этихъ новыхъ спектровъ ввелъ названіе „основныхъ“ спектровъ (Grundspectra).

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента **Е. Л. Буницкаго.**

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 396 (5 сер.). Изъ точки γ , взятой на сторонѣ AB даннаго треугольника ABC , опускаютъ перпендикуляръ $\gamma\beta$ на сторону AC (или ея продолженіе), изъ точки β —перпендикуляръ $\beta\alpha$ на сторону BC , изъ точки α —перпендикуляръ $\alpha\gamma_1$ на сторону AB , изъ точки γ_1 — снова перпендикуляръ $\gamma_1\beta_1$ на AC , изъ β_1 —перпендикуляръ $\beta_1\alpha_1$ на BC , изъ α_1 —перпендикуляръ $\alpha_1\gamma_2$ на AB и т. д. Доказать, что отрѣзки

$$A\beta, A\beta_1, A\beta_2, \dots, A\beta_n$$

стремятся къ предѣлу, не зависящему отъ выбора точки γ на AB , и вычислить этотъ предѣлъ.

А. Фрумкинъ (Одесса).

№ 397 (5 сер.). По даннымъ разстояніямъ основаній биссектрисъ внутреннихъ угловъ треугольника отъ его сторонъ вычислить его площадь и стороны.

Р. Витвинскій (м. Добровеличковка).

№ 398 (5 сер.). Определить истинное значение выражения

$$\frac{2(8 \sin^4 x - 14 \sin^2 x + 7) \sin^2 2x}{x^2(x^2 + x + 1)^2}$$

при $x = 0$.

В. Тюнинъ (Уфа).

№ 399 (5 сер.). Решить уравнение

$$4^{\sqrt{x-1}} + 2^x = 20.$$

И. Огиевский (Одесса).

№ 400 (5 сер.). Разложение числа N содержит одинаковое число двоекъ и пятерокъ. Найти это число, если известно, что число всѣхъ дѣлителей числа N^2 на 33 болѣе числа всѣхъ дѣлителей N .

Н. С. (Одесса).

№ 401 (5 сер.). Решить уравнение

$$\cos 2x \cos^3 x + \sin 3x \sin^3 x = 0.$$

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

№ 273 (5 сер.). Доказать равенство

$$\frac{\pi}{3} = \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}} \dots,$$

гдѣ правая часть есть сокращенное обозначеніе предѣла произведенія сомножителей

$$\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}, \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}, \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}}, \dots, \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\dots+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}}$$

знаменатель каждаго изъ которыхъ получается прибавленіемъ къ знаменателю предыдущаго выраженія 2 и извлеченіемъ изъ суммы корня квадратнаго (π — отношеніе длины окружности къ диаметру)

Пусть некоторая дуга a положительна и меньше π . Перемножая тождества

$$\sin a = 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2},$$

$$\sin \frac{a}{2} = 2 \sin \frac{a}{4} \cos \frac{a}{4},$$

$$\sin \frac{a}{4} = 2 \sin \frac{a}{8} \cos \frac{a}{8},$$

$$\dots$$

$$\sin \frac{a}{2^{n-1}} = 2 \sin \frac{a}{2^n} \cos \frac{a}{2^n},$$

где n — любое целое положительное число, получим;

$$\begin{aligned} & \left(\sin \frac{a}{2^{n-1}} \cdot \sin \frac{a}{2^{n-2}} \dots \sin \frac{a}{2} \right) \sin a = \\ & = 2^n \left(\sin \frac{a}{2^{n-1}} \cdot \sin \frac{a}{2^{n-2}} \dots \sin \frac{a}{2} \right) \cdot \sin \frac{a}{2^n} \cdot \left(\cos \frac{a}{2} \cos \frac{a}{4} \dots \cos \frac{a}{2^n} \right), \end{aligned}$$

откуда, так как в силу сделанных относительно a допущений

$$\sin \frac{a}{2^{n-1}} \cdot \sin \frac{a}{2^{n-2}} \dots \sin \frac{a}{2} \neq 0,$$

находим:

$$2^n \sin \frac{a}{2^n} \left(\cos \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{a}{4} \dots \cos \frac{a}{2^n} \right) = \sin a.$$

Следовательно (так как $\sin a \neq 0$),

$$\frac{1}{\cos \frac{a}{2} \cos \frac{a}{4} \dots \cos \frac{a}{2^n}} = \frac{2^n \sin \frac{a}{2^n}}{\sin a} = \frac{a}{\sin a} \cdot \frac{\sin \frac{a}{2^n}}{\left(\frac{a}{2^n} \right)},$$

откуда

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\cos \frac{a}{2} \cos \frac{a}{4} \dots \cos \frac{a}{2^n}} = \frac{a}{\sin a} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{a}{2^n}}{\frac{a}{2^n}} = \frac{a}{\sin a}. \quad (1)$$

так как дуга $\frac{a}{2^n}$ при безконечном возрастании n стремится к предельу нуль, а поэтому выражение $\frac{\sin \frac{a}{2^n}}{\frac{a}{2^n}}$ стремится к предельу, равному 1. При

$a = \frac{\pi}{6}$ формула (1) дает нам:

$$\frac{\left(\frac{\pi}{6} \right)}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{\left(\frac{\pi}{6} \right)}{\left(\frac{1}{2} \right)} = \frac{\pi}{3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{24} \dots \cos \frac{\pi}{6 \cdot 2^n}}. \quad (2)$$

Но

$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos \frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2},$$

$$\cos \frac{\pi}{24} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}{2},$$

$$\cos \frac{\pi}{48} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}{2} \text{ и т. д.}$$

Слѣдовательно, формулу (2) можно записать въ видѣ

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{3} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\cos \frac{\pi}{12}} \cdot \frac{1}{\cos \frac{\pi}{24}} \cdots \frac{1}{\cos \frac{\pi}{6 \cdot 2^n}} = \\ &= \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}} \cdots \end{aligned} \quad (3)$$

Замѣчаніе. Мы основывались при рѣшеніи задачи на извѣстномъ равенствѣ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. Но формулу (3) можно получить также изъ соображеній чисто геометрическихъ. Пусть AB — сторона, O — центръ, Q_m — площадь и R — радиусъ круга описаннаго для правильнаго многоугольника, имѣющаго m сторонъ. Площадь треугольника AOB равна $\frac{1}{3} R^2 \sin \frac{2\pi}{m}$, а потому площадь Q_m правильнаго многоугольника есть $\frac{m}{2} R^2 \sin \frac{2\pi}{m}$. Такимъ образомъ, обозначая черезъ Q_{2m} площадь многоугольника съ числомъ сторонъ $2m$, вписаннаго въ кругъ того же радиуса R , имѣемъ:

$$Q_{2m} = \frac{2m}{2} R^2 \sin \frac{2\pi}{2m} = m R^2 \sin \frac{\pi}{m},$$

$$\frac{Q_{2m}}{Q_m} = \frac{m R^2 \sin \frac{\pi}{m}}{\frac{m}{2} R^2 \sin \frac{2\pi}{m}} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{m}}{2 \sin \frac{\pi}{m} \cos \frac{\pi}{m}} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{m}}.$$

Итакъ, обозначая послѣдовательно черезъ Q_{4m} , Q_{8m} , ..., $Q_{2^{n+1}m}$ площади правильныхъ многоугольниковъ, вписанныхъ въ кругъ радиуса R и имѣющихъ $4m$, $8m$, ..., $2^{n+1}m$ сторонъ, имѣемъ:

$$\frac{Q_{2m}}{Q_m} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{m}}, \quad \frac{Q_{4m}}{Q_{2m}} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{2m}}, \quad \frac{Q_{8m}}{Q_{4m}} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4m}}, \quad \dots, \quad \frac{Q_{2^{n+1}m}}{Q_{2^n m}} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{2^n m}}.$$

Перемноживъ эти равенства, находимъ:

$$\frac{Q_{2^{n+1} \cdot m}}{Q_m} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{m} \cdot \cos \frac{\pi}{2m} \dots \cos \frac{\pi}{2^n m}},$$

откуда, согласно съ равенствомъ $\lim_{n=\infty} Q_{2^{n+1}m} = \pi R^2$, получимъ:

$$\lim_{n=\infty} \frac{Q_{2^{n+1}m}}{Q_m} = \frac{\pi R^2}{Q_m} = \lim_{n=\infty} \frac{1}{\cos \frac{\pi}{m} \cos \frac{\pi}{2m} \dots \cos \frac{\pi}{2^n m}}. \quad (4)$$

Полагая $m = 12$ и замѣчая, что $Q_{12} = 3R^2$, получимъ изъ формулы (4) снова формулу (3).

В. Богомоловъ (Шацкъ); Л. Богдановичъ (Ярославль); Н. С. (Одесса).

Отъ Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.

Въ періодъ времени съ 12 по 17 апрѣля 1911 г. Императорское Русское Техническое Общество созываетъ въ С.-Петербургѣ **1-й Всероссийскій Воздухоплавательный Сѣздъ**.

Сѣздъ состоится во время устраиваемой Императорскимъ Русскимъ Техническимъ Обществомъ 1-ой Международной Воздухоплавательной Выставки, которая откроется 10 апрѣля и продолжится по 17 апрѣля 1911 г.

Засѣданія Сѣзда будутъ происходить въ помѣщеніяхъ Императорскаго Русскаго Техническаго Общества (Пантелеймонская, 2).

О желаніи представить докладъ или сдѣлать сообщеніе Организационный Комитетъ проситъ увѣдомить заблаговременно, равно какъ не отказаться по возможности раньше прислать и самый докладъ, съ тѣмъ, чтобы тѣ доклады, по которымъ желательны обсужденія и особыя постановленія Сѣзда, могли быть напечатаны до начала засѣданій Сѣзда и розданы гг. членамъ Сѣзда при его открытіи (доклады желательно получить не позже 25 марта 1911 года).

Желающіе вступить въ число членовъ Сѣзда приглашаются заявить о семъ Секретарю Организационнаго Комитета (Пантелеймонская, 2) и внести членскій взносъ въ размѣрѣ **пяти рублей**.

Общій порядокъ 1-го Сѣзда предполагается такой: 11 апрѣля вечеромъ предположено предварительное собраніе для взаимнаго ознакомленія членовъ; 12 апрѣля — открытіе Сѣзда и первое общее собраніе; 13 и 14 апрѣля — засѣданія секцій; 15 апрѣля — второе общее собраніе; 16 апрѣля — засѣданія секцій; 17 апрѣля — заключительное общее собраніе и закрытіе Сѣзда.

Секретарь Организационнаго Комитета инженеръ

Л. А. Розенцвейгъ.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1911 ГОДЪ (2-й г. ИЗДАНИЯ) НА ЖУРНАЛЬ

„ЭЛЕКТРИЧЕСТВО и ЖИЗНЬ“

ЕЖЕМЪСЯЧНЫЙ, ИЛЛЮСТРИРОВАННЫЙ ОРГАНЪ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКОВЪ - ПРАКТИКОВЪ и ЭЛЕКТРИКОВЪ - ЛЮБИТЕЛЕЙ.

Адресъ редакціи: г. НИКОЛАЕВЪ (Херс. губ.), Спасская 7, св. д.

Годовая подписная

плата

3 рубля,

съ доставкой и

пересылкой.

Разсрочка: 1 руб. при подпискѣ, 1 руб. къ 1 апрѣля и 1 руб. къ 1 іюля, или
2 рубля при подпискѣ и 1 руб. къ 1 іюля.

На другихъ условіяхъ разсрочки и на полгода подписка не принимается. Всѣмъ подписавшимся, независимо отъ времени подписки, высылается полный комплектъ вышедшихъ въ подписномъ году, на чинаясь 1-го (январскаго) номера. Бесплатное приложеніе высылается лишь по полученіи всей подписной суммы полностью, а пользующимся разсрочкой по уплатѣ ими послѣдняго взноса.

Журналъ въ первый же годъ изданія удостоился многочисленныхъ лестныхъ отзывовъ критики, а на Екатеринославской областнй выставкѣ награжденъ **похвальнымъ листомъ** „за полезность изданія“.

Цѣль журнала: служить пособіемъ для САООБРАЗОВАНІЯ лицъ, практически занимающихся электротехникой, оказывать помощь любителю въ устройствѣ приборовъ и машинъ, сообщать о всѣхъ выдающихся открытіяхъ и изобрѣтеніяхъ.

Безплатнымъ приложеніемъ къ журналу на 1911 г. будетъ данъ при № 1-мъ (январскомъ):

„ТОЛКОВЫЙ СЛОВАРЬ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХЪ ТЕРМИНОВЪ“

составленный Инженеръ-Электрикомъ С. М. Полонскимъ,

и содержащій объясненіе свыше 1000 словъ и выраженій, встрѣчающихся въ сочиненіяхъ по электротехникѣ. Цѣнный настольный справочникъ для электротехниковъ-практиковъ и любителей. За особую доплату 1 р. 75 к. будетъ выслана книга Инженеръ-Технолога В. В. Рюмина „Опыты по электричеству на самодѣльныхъ приборахъ и въ физич. кабин. средн. школы“, въ 2-хъ частяхъ, содержащихъ описаніе опытовъ по магнетизму, электростатикѣ, гальванизму, термоэлектричеству, индуктивнымъ токамъ, разрядамъ въ газъ и съ электр. волнами. Около 400 опытовъ, иллюстрированныхъ приблизит. 200 рис. въ текстѣ. Подробное объясненіе съ перечнемъ статей, отзывами прессы, спискомъ сотрудниковъ и образцами рис. по первому требованію высылается БЕЗПЛАТНО.

Редакторъ-Издатель Инженеръ В. В. РЮМИНЪ.

XIV-й годъ изданія. ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1911 ГОДЪ НА XIV-й годъ изданія.

ИСТОРИКО-ЛИТЕРАТУРНЫЙ и КРИТИКО-БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ИЛЛЮСТРИРОВ. ЖУРНАЛЪ

ИЗВѢСТІЯ по ЛИТЕРАТУРѢ, НАУКАМЪ и БИБЛІОГРАФІИ и ВѢСТНИКЪ ЛИТЕРАТУРЫ.

„Извѣстія“ и „Вѣстникъ Литературы“ выходятъ ежемѣсячными иллюстрированными выпусками, въ двухъ самостоятельныхъ отдѣлахъ, изъ которыхъ первый—п. з. „Вѣстникъ Литературы“—заключаетъ въ себѣ статьи по вопросамъ литературы, науки и библіотечнаго дѣла, критическіе разборы новыхъ книгъ, біографіи, воспоминанія и неизданныя письма писателей, очерки о современныхъ теченіяхъ въ литературѣ, историко-литературныя изслѣдованія, статьи по техникѣ чтенія и пр.; во второмъ же отдѣлѣ—„Извѣстіяхъ“—помѣщаются: хроника литературнаго міра и книжныхъ новостей въ Россіи, вѣсти изъ Франціи, Германіи, Англіи, Америки, славянскія извѣстія, Rossica, рецензіи, новости по бібліографіи и библіотечному дѣлу, справки по вопросамъ, касающимся книгъ, и, кромѣ того, ежемѣсячные систематическіе каталоги всѣхъ выдающихся новыхъ книгъ, русскихъ и иностранныхъ, списки книгъ, находящихся въ печати, арестованныхъ, запрещенныхъ изданій, спеціальныя каталоги по разнымъ отраслямъ науки, указатели главнѣйшихъ журнальныхъ статей и т. п. Оба отдѣла: „Вѣстникъ Литературы“ и „Извѣстія по Литературѣ, Наукамъ и Библіографіи“—взаимно дополняютъ другъ друга, составляя, вмѣстѣ съ тѣмъ, какъ бы одно цѣлое, въ которомъ историко-литературная и критическая часть сосредоточена преимущественно въ первомъ изъ нихъ, бібліографическая и справочная—во второмъ. Журналъ иллюстрируется снимками съ замѣчательныхъ произведеній печати, сценами изъ сочиненій выдающихся авторовъ (русскихъ и иностранныхъ) портретами, библіотечными знаками, рѣдкими автографами и пр. Годовая подп. цѣна „И з в ѣ с т и ю по Литературѣ“ и „Вѣстника Литературы“ съ доставкой и пересылкой 1 р. Съ пер. за границу—1 р. 50 к. (=4 франка).

Подписка принимается въ редакціи, въ С.-Петербургѣ, Вас. Остр., 16 линія, 5—7, с. д., а также въ книжныхъ магазинахъ Т-ва М. О. Вольфа: въ С.-Петербургѣ: 1) Гостинный Дворъ, 18, и 2) Невскій пр., 13; въ Москвѣ: 1) Кузнецкій мостъ, 12, д. Дзамгаровыхъ и 2) Моховая ул., 22, д. Чижова и Курындиной (противъ Университета).

24	№ ЖУРНАЛА въ 2 листа.
12	кн. бесплатн. прилож (до 2000 стр. текста).
3 р. 60 к.	подписная цѣна въ годъ.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1911 ГОДЪ
на двухнедѣльный научно-популярный иллюстрированный
журналъ

„ПОПУЛЯРНЫЯ ЗНАНІЯ“

Журналъ, идя навстрѣчу вполне назрѣвшей потребности во
всѣхъ слояхъ общества въ популярно изложенныхъ знаніяхъ,
дасть на своихъ страницахъ рядъ законченныхъ и общедоступнымъ языкомъ изложенныхъ
статей и очерковъ, посвященныхъ успѣхамъ науки, техники и промышленности, практи-
ческимъ вопросамъ и жизненнымъ формамъ систематическаго самообразования.

Наибольшее вниманіе будетъ уделено новѣйшимъ успѣхамъ техники, волнующимъ все чело-
вѣчество, вопросамъ сельскаго хозяйства въ связи съ животноводствомъ, вопросамъ гигиены
общественной и домашней, открытіямъ въ области медицины и др. Въ каждомъ № журнала
будетъ помѣщенъ „Отдѣлъ Справочный“, въ которомъ подписчики получаютъ отвѣты на ин-
тересующіе ихъ вопросы обиходной жизни.

Въ видѣ приложений будутъ даны слѣдующія 12 книгъ:

1. Діета и столъ больного. Д-г В. Штернбергъ. Перев. съ нѣм. 2. Желѣзо-бетонъ
и его примѣненія. М. А. Морель. Перев. съ франц. 3. Химія сельскаго хозяйства. Вай-
анъ (Vaillant). Перев. съ франц. 4. Педагогическія бесѣды. В. Джемсъ. Перев. съ ан-
глійскаго. 5. Игры дѣтей. Подвижныя и комнатныя. Сост. при содѣйствіи кружка педаго-
говъ. 6. Гигіена нервныхъ дѣтей. Д-р Levillain—Лэвилленъ. Перев. съ франц. 7. Ис-
кусственно выращив. растенія въ сельск. хозяйствѣ. Проф. Константѣнъ. Перев. съ
франц. 8. Математика для всѣхъ. Общія основы математики. 9. Указатель фальси-
фикацій. Люфуръ. Перев. съ франц. 10. Чудеса жизни. Эрнстъ Геккель. Перев. съ
нѣмецк. 11. Искусственное освѣщеніе, его исторія и современное состояніе. 12. Океанъ,
его законы и загадки. I. Cholet—И. Шоле. Переводъ съ французскаго.

Всѣ годовые подписч. получаютъ первыя три прилож. при первомъ № журнала.

Пробный № высылается за 3 семикоп. марки.

Подписка принимается въ Конторѣ журнала (С.-Петербургъ, Кузнечный 22/67), а также во
всѣхъ книжныхъ магазинахъ и во всѣхъ почтово-телеграф. учрежденіяхъ Россійской имперіи.

ПОДПИСНОЙ ГОДЪ СЪ 1 ЯНВАРЯ.

Подписная цѣна на журналъ „Популярныя знанія“ съ приложеніями, съ доставкой и пере-
сылкой во всѣ города Имперіи, на годъ 3 р. 60 к., за границу—6 р. Допускается разсрочка
подписки помѣсячно безъ повышенія платы. Приложенія будутъ разосланы лишь годов. и
полугод. подписчикамъ. Проспекты высылаются бесплатно по первому требованію.

Редакторъ Л. Л. Мищенко.

Изданія годъ V.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1911 ГОДЪ.

Изданія годъ V.

НА ЖУРНАЛЪ

ДЛЯ НАРОДНАГО УЧИТЕЛЯ.

Органъ народнаго учительства. Изданія годъ пятый.

Журналъ ставитъ своей основною задачей:

1) Содѣйствовать обновленію нашей школы на началахъ, диктуемыхъ современной научной
педагогикой и запросами русской жизни; 2) содѣйствовать объединенію работниковъ по на-
родному образованію для достиженія наибольшей успѣшности въ ихъ работѣ. Съ этой
цѣлью журналъ слѣдитъ за развитіемъ новыхъ педагогическихъ идей какъ у насъ, въ Рос-
си, такъ и на Западѣ и даетъ всякаго рода справки и указанія практическаго характера
по вопросамъ школьнаго и внѣшкольнаго образованія.

Постоянные отдѣлы въ журналѣ: Изъ школьной жизни за границей, школьная прак-
тика, бібліотечная практика, бібліографія, хроника учительскихъ организацій и просвѣти-
тельныхъ обществъ, хроника земской дѣятельности по народному образованію и правитель-
ственные распоряженія.

Подписная цѣна на журналъ 2 р. 50 к. въ годъ, на полгода 1 р. 50 к., на 3 мѣс. 75 к.

Цѣна отдѣльной книжки 15 коп.

Адресъ редакціи: Москва, Поляная, Успенскій пер., д. 8, кв. 2.

Кромѣ того, подписка по той же цѣнѣ принимается во всѣхъ почтовыхъ учрежденіяхъ
Россійской имперіи.

Редакторы-издатели Н. П. Тулуповъ и П. М. Шестаковъ.

Физикъ-Любитель

общедоступный журналъ

ПО ФИЗИЧЕСКИМЪ НАУКАМЪ И ИХЪ ПРИЛОЖЕНІЯМЪ
ВЪ ШКОЛѢ, ТЕХНИКѢ И ЛЮБИТЕЛЬСКОЙ ПРАКТИКѢ.

Постоянные отдѣлы журнала:

Астрономія, радіоактивные явленія и электронная теорія, самоѣльные приборы, химія любителя, воздухоплаваніе, домашняя электротехника, любительская фотографія, переписка читателей, запросы и отвѣты.

ПОДПИСНОЙ	✱	НАЛОЖЕННЫМЪ
ГОДЪ УЧЕБНЫЙ	✱	ПЛАТЕЖОМЪ
(СЪ 20 АВГУСТА ПО МАЙ).	✱	НА ВЫШЕДШІЕ №№
20 №№ въ годъ.	✱	3 руб. 20 коп.

Цѣна 3 руб. въ годъ

ОТЗЫВЫ ПЕЧАТИ, подробная программа, образцы рисунковъ, содержаніе за прошлые годы и каталоги изданій и діапозитивовъ высылаются бесплатно по первому требованію.

ПРИ КОНТОРѢ ЖУРНАЛА:

1) Складъ изданій „Физика-любителя“. 2) Складъ діапозитивовъ для волшебнаго фонаря.

Гор. НИКОЛАЕВЪ, Херс. губ.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1911 ГОДЪ

(4-й Годъ изданія)

на иллюстрированный научно-популярный журналъ

„Астрономическое Обзорѣніе“.

Рекомендованъ, признанъ заслуживающимъ вниманія и допущенъ въ бібліотеки среднихъ учебныхъ заведеній Министерствъ: Военнаго, Морского, Народнаго Просвѣщенія, Торговли и Промышленности и Главн. Управл. Землеустр. и Землед. (для низшихъ).

Въ журналѣ помѣщаются статьи по всѣмъ отдѣламъ астрономіи, написанныя вполне доступно. Особенное вниманіе удѣляется новинкамъ, какъ астрономіи, такъ и связанныхъ съ нею наукъ: физики, химіи, метеорологіи и физики земнаго шара. Предназначенный для широкаго круга лицъ, онъ будетъ заключать все, что можетъ быть полезно и интересно для всякаго, въ особенности ЛЮБИТЕЛЯМЪ АСТРОНОМІИ.

Къ напечатанію приготовленъ рядъ статей: 1) Комета Галлея (ея прошлое, настоящее и будущее), 2) Телескопъ любителя астрономіи, 3) Разстоянія звѣздъ, 4) Новый способъ наблюденія солнечныхъ пятенъ, 5) Горныя обсерваторіи, 6) Значеніе астрономіи для человѣчества, 7) Роль ЛЮБИТЕЛЕЙ АСТРОНОМІИ въ наукѣ, 8) Какъ самому устроить обсерваторію, 9) Какъ самому сдѣлать солнечные часы, 10) Астрономія въ древнемъ Китаѣ, и пр. Въ каждомъ номерѣ приводятся отчеты о трудахъ любителей астрономіи и указываются планы работъ для нихъ. Кромѣ того, сообщаются на три мѣсяца впередъ свѣдѣнія о предстоящихъ небесныхъ явленіяхъ. Журналъ выходитъ 6 разъ въ годъ номерами въ 2 печатныхъ листа каждый, съ рисунками и чертежами.

Цѣна съ пересылкой и доставкой 3 рубля въ годъ; допускается разсрочка по 1 рублю. Оставшіеся экземпляры журнала за 1909 и 1910 гг. высылаются по цѣнѣ три рубля каждый.

Плату слѣдуетъ высылать по адресу редакціи:

гор. Измаилъ (Бессар. губ.), Красивая улица, домъ № 11/2.

Редакторъ-издатель Н. С. ПЕЛИПЕНКО.

РУССКІЙ НАЧАЛЬНЫЙ УЧИТЕЛЬ

будетъ издаваться по прежней программѣ и съ особымъ отдѣломъ работъ и сообщеній

НАРОДНЫХЪ УЧИТЕЛЕЙ И УЧИТЕЛЬНИЦЪ.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЙ объемъ остается ПРЕЖНИЙ: не менѣе 25 листовъ въ годъ, въ предыдшіе годы давалось 40—50 листовъ. Лѣтнія книжки выходятъ по двѣ вмѣстѣ №№ 6—7 и №№ 8—9.

Въ журналѣ принимаютъ участіе: С. П. Бобинъ, А. Волкова, свящ. А. Виноградовъ, И. В. Воробьевъ, Ѳ. Голубевъ, Е. П. Ковалевскій, В. В. Корватовскій, И. Ковшовъ, Н. К. Кульманъ, В. Латышевъ, В. В. Лермантовъ, Е. Попова, А. Пѣехонова, Я. И. Рудневъ, Н. Ѳ. Рудольфъ, Д. Стариковъ, докторъ Б. Словцовъ, Н. Ялозо, и др. Въ журналѣ помѣщаются многія работы и письма народныхъ учителей, разборы новыхъ книгъ и различныя сообщенія о ходѣ учебнаго дѣла.

Въ 1905 г. редакціей „Русскаго Начальнаго Учителя“ основанъ фондъ для изданія работъ народныхъ учителей и учительницъ начальныхъ школъ. Редакція принимаетъ на себя передачу работъ въ комиссію по дѣламъ фонда и печатаетъ постановленія комиссіи о присланныхъ работахъ. Изданы: Русско-Корельскій словарь уч. Георгиевскаго подъ наблюденіемъ академика Ф. Ѳ. Фортунатова и работа о новыхъ началахъ преподаванія ореографіи Н. Бочкарева.

ПОДПИСКА принимается редакціей (Спб., Свѣчной, 4), только на цѣлый годъ.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА НА ГОДЪ 3 руб. съ пересылкой.

За 1910 г. всѣ экземпляры разошлись, но есть экземпляры за прежние годы, кромѣ 1880, 1881, 1883, 1885, 1891, 1895, 1901, 1903 и 1904 гг. Журналъ ОДОБРЕНЪ Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія для народныхъ училищъ, учительскихъ семинарій и институтовъ.

Редакторъ-издательница Е. Латышева.

Редакторъ В. Латышевъ.

Годъ XVI-й. ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1911 годъ Годъ XVI-й.

на ежемѣсячный научно-популярный и педагогическій журналъ

„ЕСТЕСТВОЗНАНИЕ И ГЕОГРАФІЯ“.

Выходитъ ежемѣсячно, за исключеніемъ двухъ лѣтнихъ мѣсяцевъ (іюня—іюля), книжками въ 5—6 печатныхъ листовъ Журналъ ОДОБРЕНЪ Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія для фундаментальныхъ библиотекъ всѣхъ среднихъ учебныхъ заведеній и для учительскихъ библиотекъ, учительскихъ институтовъ и семинарій и городскихъ училищъ; Ученымъ Комитетомъ Министерства Земледѣлія и Государственныхъ Имуществъ ОДОБРЕНЪ за всѣ годы существованія и допущенъ на будущее время въ библиотеки подвѣдомственныхъ Министерству учебныхъ заведеній; Учебнымъ Комитетомъ Министерства Торговли РЕКОМЕНДОВАНЪ въ библиотеки коммерческихъ учебныхъ заведеній.

Журналъ ставитъ себѣ задачей удовлетворять научному интересу читателей въ области естествознанія и географіи. Въ журналѣ имѣются отдѣлы: 1) научно-популярныя статьи по всѣмъ отраслямъ естествознанія и географіи, статьи по вопросамъ преподаванія естествознанія теоретическаго и прикладнаго (садоводство, пчеловодство и т. под.) и географіи; 2) акваріумъ и терраріумъ; 3) библиографія (обзоръ русской и иностранной литературы по естествознанію и географіи); 4) хроника; 5) смѣсь; 6) вопросы и отвѣты по предметамъ программы.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА: на годъ съ доставкой и пересылкою 4 р. 50 к., на полгода съ пересылкою и доставкой 2 р. 50 к.; за границу 7 р. За ту же цѣну можно получать журналъ за 1903—1910 гг.; за остальные годы (1896—1902) по 4 р. за каждый годъ съ перес. Выписывающіе всю серію за первыя 10 лѣтъ платятъ 35 р. съ перес. Книжки журналы въ отдѣльной продажѣ стоятъ 75 коп. каждая.

Книжные магазины, доставляющіе подписку, могутъ удерживать за комиссію и пересылку денегъ только 20 к. п. съ каждаго годового полного экземпляра.

ПОДПИСКА въ разсрочку отъ книжныхъ магазиновъ не принимается.

При непосредственномъ обращеніи въ контору допускается разсрочка: при подпискѣ 2 р. 50 к. и къ 1 іюня 2 р. Другихъ условий разсрочки не допускается.

Контора Редакціи: Москва, Донская ул., д. Даниловой, кв. № 3.

Редакторъ-издатель М. П. Варавва.

на еженедѣльную общественно-педагогическую газету

ШКОЛА и ЖИЗНЬ

СЪ ЕЖЕМЪСЯЧНЫМИ ПРИЛОЖЕНИЯМИ.

Въ книжкахъ приложений, которыя за годъ составятъ около 80 печатныхъ листовъ, будутъ помѣщаться цѣльные произведенія русскихъ и иностранныхъ авторовъ, старыя классическія, или выдающіяся новѣйшія, или касающіяся наиболѣе интересныхъ вопросовъ текущаго времени. Три книжки приложений будутъ посвящены памяти Л. Н. Толстого, Н. И. Пирогова и работамъ извѣстнаго нѣмецкаго педагога Кершенштейнера. Въ числѣ приложений—три сборника, специально посвященные нашей низшей, средней и высшей школѣ.

Газета выдается по слѣдующей программѣ: 1) Руководящія статьи по вопросамъ: а) организации школы и школьнаго законодательства, б) общепедагогической теории и практики. 2) Статьи по различнымъ вопросамъ образованія и воспитанія. 3) Фельетонъ, характеризующій по преимуществу внутреннюю жизнь школы или популяризующій различныя стороны знанія. 4) Обзоръ печати. 5) Хроника образованія: дѣятельность законодательныхъ учреждений, правительства, мѣстнаго самоуправления и т. д. 6) Хроника школьной жизни въ Россіи и за границей. 7) Обзоръ спеціальной литературной русской и иностранной. 8) Справочный отдѣлъ съ подотдѣломъ отвѣтовъ редакціи на запросы подписчиковъ.

Въ газетѣ принимаютъ участіе, въ числѣ прочіихъ, слѣдующія лица:

Проф. М. М. Алексѣенко, акад. В. М. Бехтеревъ, проф. И. И. Богманъ, И. П. Вѣлюконскій, проф. В. А. Вагнеръ, В. П. Вахтеревъ, В. И. Вернадскій, В. А. Герль, проф. Н. А. Гредескулъ, проф. Д. Д. Гриммъ, Я. Я. Гуревичъ, проф. В. Я. Данилевскій, Я. И. Душечкинъ, Е. А. Звягинцевъ, проф. П. Ф. Каптеревъ, проф. М. Я. Капустинъ, проф. Н. И. Карѣевъ, проф. М. М. Ковалевскій, акад. А. Ф. Кони, проф. Н. Н. Ланге, А. Л. Липовскій, проф. И. В. Лучицкій, проф. А. А. Мануйловъ, П. Н. Милуковъ, Н. Ф. Михайловъ, проф. А. П. Нечаевъ, акад. Д. Н. Овсяннико-Куликовскій, Ф. Ф. Ольденбургъ, А. Н. Острогорскій, А. Б. Петрищевъ, И. И. Петрункевичъ, А. С. Пругавинъ, Н. А. Рубакинъ, М. А. Стаховичъ, І. В. Титовъ, Д. И. Тихомировъ, графъ И. И. Толстой, Н. В. Тулуповъ, проф. Г. В. Хлосинъ, В. И. Чарнолускій, проф. Г. И. Челпановъ, Н. В. Чеховъ, П. М. Шестаковъ, А. И. Шингаревъ, акад. И. И. Янжулъ и многіе другіе.

Изъ иностранныхъ ученыхъ, между прочіихъ, общали свое участіе въ газетѣ слѣдующія лица: проф. Рене Вормсъ, Шарль Жиль, извѣстный французскій педагогъ Бюссонъ, де-Гревъ и др.

Редакція газеты имѣетъ корреспондентовъ въ разныхъ городахъ Имперіи и спеціальныхъ корреспондентовъ въ Г. Совѣтъ и Думѣ.

Подъ общей редакціей Г. А. Фальборка.

Подписная цѣна:

на годъ	на 6 м.	на 3 м.
6 руб.	3 руб.	2 руб.

Принимается подписка на два мѣсяца—съ 1 ноября до конца года—1 руб.

Для учащихся въ начальныхъ училищахъ допускается разсрочка по 1 руб. за каждыя 2 мѣсяца.

Газета выходитъ съ ноября мѣсяца. Пробныя №№ высылаются бесплатно.

Подписка принимается: въ Главной Конторѣ, Петербургъ, Кабинетская, № 18. Телеф. 547—34 во всѣхъ почтово-телеграфныхъ конторахъ Россіи и въ книжныхъ магазинахъ.

Объявленія принимаются въ Главной Конторѣ газеты. Цѣна объявленій за строку нонпарели на первой страницѣ 60 коп., позади текста 30 коп.

Издатели: Н. В. Мѣшковъ и Г. А. Фальборкъ.

БУДЬТЕ ЗДОРОВЫ

18-й г. изданія. ПОПУЛЯРНЫЙ СЕМЕЙНЫЙ ЖУРНАЛЬ. 18-й г. изданія

Все, что нужно знать здоровому человѣку, чтобы сохранить здоровье! Все, что нужно дѣлать заболѣвшимъ, чтобы вылечиться! Популярная гигиѣна и медицина. Предупрежденіе болѣзней. Лѣченіе домашними средствами. Первая помощь въ несчастныхъ случаяхъ. Гигиѣна интеллигентнаго человѣка. Гигиѣна труда и отдыха. Гигиѣна удовольствій. Гигиѣна брака. Гигиѣна красоты. Гигиѣна старости. Домашняя аптека и домашній лечебникъ. Безплатные совѣты подписчикамъ. Высылка лекарственныхъ средствъ.

ЖУРНАЛЬ „БУДЬТЕ ЗДОРОВЫ“ ПОЛЕЗЕНЪ ВЪ КАЖДОЙ СЕМЬѢ.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА: 3 руб. на годъ и 2 руб. на полгода.

Допускается разсрочка: 2 руб. при подпискѣ и 1 руб. въ мартѣ.

Допускается наложенный платежъ. Пробный № за 2 семикоп. марки.

С.-Петербургъ, Садовая, № 53.

Редакторъ-издатель д-ръ И. Зарубинъ.

(VII годъ изд.). ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1911 ГОДЪ (VII годъ изд.)

На ежемѣсячный иллюстриров. журналъ для дѣтей

≡ „Семья и Школа“ ≡

Журналъ предназначенъ преимущественно для дѣтей средняго возраста (10—12 лѣтъ), которымъ еще мало доступны существующіе у насъ журналы болѣе старшаго возраста. При этомъ „Семья и Школа“ ставитъ своей задачей одинаково примѣняться какъ къ интересамъ дѣтей, учащихся въ младшихъ классахъ среднихъ учебныхъ заведеній, такъ и къ пониманію учениковъ начальной народной школы.

„Семья и Школа“ состоитъ изъ 12 ежемѣсячныхъ книжекъ журнала и 6 отдѣльныхъ книжекъ „Библіотека Семьи и Школы“.

Въ „Семьѣ и Школѣ“ принимаютъ участіе: Е. А. Бакунина, И. А. Бѣлоусовъ, Е. Волкова, Г. П. Володинъ, Н. А. Гольцева, С. Г. Григорьевъ, С. Д. Дрожжінъ, П. Засодимскій, П. П. Инфантьевъ, В. Ѳ. Капелькинъ, А. А. Кизеветтеръ, С. А. Князьковъ, Н. К. Кольцовъ, М. А. Круковский, Т. Н. Львовъ, Вл. Львовъ, Д. Н. Маминъ-Сибирякъ, И. И. Митропольскій, И. П. Нажибергъ, Р. Рубинова, В. Г. Рудневъ, П. Н. Сакулинъ, А. Серафимовъ, В. Д. Соколовъ, П. П. Сушкинъ, Н. Д. Телешовъ, М. В. Тиличеева, В. Н. Харузина и др.

Подписная цѣна за 12 книжекъ „Семьи и Школы“ и за 6 книжекъ „Библіотеки Семьи и Школы“:

съ доставкой и
пересылкой **3 рубля 50 коп.**

безъ доставки
въ Москвѣ **3 рубля.**

— За границу 6 рублей. —

Подписка на полгода 1 р. 75 к. (принимается исключительно въ редакціи).

Подписка безъ доставки принимается въ редакціи, въ конторѣ Н. Печковской и въ книжномъ магазинѣ Н. Карбасникова.

Въ редакціи имѣются комплекты журнала за прежніе годы: 1905-й, 1906-ой и 1907-ой— по 3 руб., 1908-ой г.— по 5 руб. Журналъ за 1909-ый годъ разошелся весь.

Пробный номеръ журнала высылается изъ редакціи за три семикопеечныя марки. Гг. учителямъ, желающимъ ознакомиться съ журналомъ, пробный № высылается бесплатно. Иногородніе подписчики могутъ обращаться прямо въ редакцію журнала „Семья и Школа“: Москва, Гончарная ул., домъ № 17.

Редакторъ-издатель Вл. Львовъ.

2 рубля за 24 кн. журнала и 36 приложений!

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1911-й ГОДЪ

на иллюстрированный дѣтскій журналъ приключеній, путешествій, спорта, юмористики, открытій и изобрѣтеній.

— ГОДЪ ИЗДАНІЯ 3-й. —

ДОВОРОЕ УТРО!

Цѣна съ пер. 2 р. въ годъ. — Въ 1911 году подписчики журнала получаютъ:

24 книжки журнала, иллюстриров. по образцу лучшихъ заграничныхъ дѣтскихъ изданій; повѣсти, рассказы и очерки изъ міра науки. 24 №№ иллюстрированнаго приложения „Для младшихъ братьевъ и сестеръ“. 11 вып. „Библіотеки Добраго Утра“, которые въ концѣ года составятъ изыщное иллюстриров. изданіе. 1 юмористическій альманахъ „Сорванецъ“, полный забавныхъ исторій, сценъ, стиховъ и карикатуръ.

Въ 1911 году въ журналѣ будетъ напечатанъ рядъ новыхъ увлекательныхъ приключеній извѣстн. авторовъ. Среди нихъ фантастич. романъ Г. Уэльса „Война въ воздухѣ“, новый романъ Равенора Буллена „Тайна каюты № 7-й“, повѣсть Жюль Лермика „Похожденія маленькаго сыщика Тото Фуинара“ и рядъ другихъ интересныхъ приключеній.

Въ журналѣ, по прежнему, принимаютъ участіе извѣстные писатели и художники. Подписная цѣна со всѣми приложениями 2 руб. въ годъ съ доставкой и пересылкой. Письма и деньги адресовать: Москва, Арбатъ, Старокошюенный пер., 18. Редакція дѣтскаго журнала „Доброе Утро“. Кромѣ того, подписка принимается во всѣхъ русскихъ, германскихъ, австрійскихъ и венгерскихъ почтовыхъ учрежденіяхъ, а также во всѣхъ магазинахъ РОССІЙСКОЙ ИМПЕРІИ.

САМЫЙ ДЕШЕВЫЙ ДѢТСКІЙ ЖУРНАЛЪ!

ЗАДУШЕВНОЕ СЛОВО

ДВА ЕЖЕНЕДЕЛЬНЫЕ иллюстрированные журнала для дѣтей и юношества, основанные С. М. Макаровой и издаваемые подъ редакціей П. М. Ольхина.

Подписной годъ съ 1-го Ноября 1910 г.

Первые №№ высылаются немедленно.

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей **МЛАДШАГО ВОЗРАСТА** (отъ 5 до 9 лѣтъ) получать

52 №№ и 48 премій.

Въ числѣ которыхъ:

- **БОЛЬШАЯ КАРТИНА** въ хромо-олеограф. краскахъ „УТРО МЛЮТКИ“, худ. Б. М. Кустодіева.
- 12 ЗАНИМАТЕЛЬНЫХЪ ИГРЪ**, работъ, рукодѣлій и т. п., на раскрашен. и черныхъ листахъ.
- 12 ИЛЛЮСТРИРОВ. КНИЖЕКЪ** рассказовъ, повѣстей, сказокъ, шутокъ и пр. для маленькихъ дѣтей.
- 12 ВЫП. ИЛЛЮСТР. ИЗД. „НОВЫЙ ДНЕВНИКЪ МУРЗИЛКИ“**: Записки о приключеніяхъ и путешествіяхъ крошечныхъ лѣсныхъ человечковъ-эльфовъ, съ многими веселыми рисунками П. Кокса.
- 8 ТЕТРАДЕЙ ИЗДАНИЯ „МОЯ ПЕРВАЯ КНИГА СТИХОВЪ“**: Сборникъ лучшихъ стихотв. для дѣтей младшаго возраста; составила М. Р. Лемке, съ иллюстр. худ. Герардова.
- **ИГРА „ДОМИНО-ЗВѢРИНЕЦЪ“** съ краткими свѣдѣніями о жизни животныхъ, на большомъ листѣ.
- **СТѢННАЯ ТАБЛИЦА-РАСПИСАНІЕ ЗАНЯТІЙ** съ стѣннымъ табель-календаремъ.

и мног. друг.

Кромѣ того, при каждомъ изданіи будутъ высылаются „ЗАДУШЕВНОЕ ВОСПИТАНІЕ“ и „ДѢТСКІЯ МОДЫ“.

Подписная цѣна каждого изданія „Задушевнаго Слова“, со всеми объявленными преміями и приложен., съ доставк. и пересылк., — за годъ

Допускается разсрочка на 3 срока: 1) при под-
пискѣ, 2) къ 1 февраля и 3) къ 1 мая — по

ШЕСТЬ р.

2 руб.

Съ требованіями, съ обозначеніемъ изданія (возраста), обращаться: въ конторы „ЗАДУШЕВНАГО СЛОВА“ при книжныхъ магазинахъ Т-ва М. О. Вольфъ — С.-ПЕТЕРБУРГЪ: 1) Госп. Дворъ, 18, или 2) Невскій, 13.

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей **СТАРШАГО ВОЗРАСТА** (отъ 9 до 14 лѣтъ) получать

52 №№ и 48 премій.

Въ числѣ которыхъ:

- **АКВАРЕЛЬНАЯ КАРТИНА „ВЪ СТѢНАХЪ КРЕМЛЯ“**, художн. В. В. Верещагина.
- 12 ПОВѢСТЕЙ, РАЗСКАЗОВЪ И ПЬЕСЪ** для юнош., русскихъ и иностр. авторовъ, съ иллюстр.
- 6 КНИЖЕКЪ „БИБЛИОТ. ИСТОРИЧ. ОЧЕРКОВЪ“**, русскихъ авторовъ, съ иллюстр.
- 10 ВЫП. „КНИГИ ЗНАМЕНИТЫХЪ ЛЮДЕЙ“**. Биографич. рассказы для юношества Евг. Мюллера, съ илл. худ. Баяра.
- 12 ВЫП. ИЗДАНИЯ „ВЕЧЕРА КНЯЖНЫ ДЖАВАХИ“**: Сказаніе старой Барбалъ, Л. А. Чарской, съ рис. худ. Гурьева, Каразина и др.
- 6 ВЫП. „РУССКІЕ САМОРОДКИ И САМОУЧКИ“**: Биографическіе очерки и рассказы Виктора Русакова, съ портр.
- 6 КНИЖЕКЪ „БИБЛИОТЕКИ ПОЛЕЗНЫХЪ СВѢДѢНІЙ“** для юношества, съ иллюстр.
- **СПУТНИКЪ ШКОЛЫ**. Календарь и записная книжка для учащихся на 1911—12 учебн. годъ въ изящномъ коленкор. переплетѣ.

и мног. друг.

ТРЕБУЙТЕ подробныя иллюстрированныя объявленія на 1911-й годъ
(22-й годъ изданія).

(ПОДПИСНОЙ ГОДЪ НАЧИНАЕТСЯ СЪ 1-го НОЯБРЯ)

П Р И Р О Д А И Л Ю Д И

за 6 руб. безъ дост. и перес., за 7 руб. съ доставкой и перес. по всей Россіи
(Разсрочка допускается: при подпискѣ 3 рубля, къ 1 апрѣля 2 рубля и къ 1 іюля остальные)
ДАЕТЪ ВЪ ТЕЧЕНІЕ ОДНОГО ГОДА:

52 №№ журнала, въ цвѣтныхъ обложкахъ, съ рисунками.

Популярно-научныя и истор. романы, повѣсти и рассказы. Живоп. путешествія.
Очерки по всѣмъ отрасл. знанія. Открытія и изобрѣтенія. Спортъ и т. п.

Бесплатныя приложенія: абонементъ № 1, или № 2, или
№ 3 по выбору гг. подписчиковъ, а именно:

АБОНЕМЕНТЪ № 1:

28 КНИГЪ полное, СВЫШЕ ХУДОЖЕСТВЕННО-ИЛЛЮСТРИРОВАННОЕ
5000 ст. безъ всякихъ =1200= ПОЛНОЕ СОБРАНІЕ СОЧИНЕНІЙ
сокращеній иллюстрацій всемірно-извѣстнаго американскаго писателя

≡ МАРКА ТВЭНА ≡

Подъ редакціей І. І. ЯСИНСКАГО (Максима Ёллинскаго).

12 КНИГЪ „Міръ приключеній“
2500 ст.

ЕЖЕМѢСЯЧНЫЙ художественно-иллюстрированный журналъ, содержащій новѣйшія произ-
веденія, описывающія необычайныя приключенія на сушѣ, на морѣ, подъ землею и въ воздухѣ.

ИЛИ АБОНЕМЕНТЪ № 2:

35 КНИГЪ полное иллюстрированное собраніе сочиненій
6000 ст. ≡ Л. БУССЕНАРА ≡

Это единственное на русскомъ языкѣ полное собраніе сочиненій Л. Буссенара будетъ за-
ключать въ себѣ свыше 1000 иллюстрацій.

6 КНИГЪ больш. форм. РОСКОШН. ИЛЛЮСТР. ЧУДЕСА ТЕХНИКИ
800 стр. СОЧИНЕНІЯ подъ общей ред. инж. технолога В. В. РЮМИНА.

ИЛИ АБОНЕМЕНТЪ № 3:

22 КНИГИ ПОЛНОЕ СОБРАНІЕ знаменитаго англійскаго писателя
около 6500 стр. СОЧИНЕНІЙ **КОНАНЪ-ДОЙЛЯ.**

12 КНИГЪ „МІРЪ ПРИКЛЮЧЕНІЙ“
2500 ст. больш. форм. ЕЖЕМѢСЯЧНЫЙ художественно-иллюстрирован. журналъ.

Желающіе могутъ одновременно съ подпиской на любой абонементъ сверхъ того получать,
по своему выбору, любыя прилож. изъ другихъ абонемент., но за особую доплату, а именно:
Полное собр. соч. М. Твэна въ 28 кн. за доплату 3 руб. 40 коп. „Міръ прикл.“—12 кн. за
доплату 1 руб. 60 коп. Полное собр. соч. Буссенара въ 35 кн. за доплату 3 руб. 80 коп.
Полное собр. соч. Конанъ-Дойля въ 22 кн. за доплату 3 руб. 40 коп. „Чудеса техники“ въ
6 кн. за допл. 1 р. 20 к.

Главная Контора: СПБ., Стремянная, 12, собств. домъ Изд. П. П. Сойкинъ.

„СОВРЕМЕННЫЙ МІРЪ“

Содержаніе: Стихотворенія: Т. Г. Шевченко и В. Вѣтвицкаго; „Проклятый родъ“, (ром.), И. Рукавишникова; „Испугъ“, (разск.), С. Сергѣева-Ценскаго; „Лагерь смерти“, (повѣсть), А. Свирскаго; „Талисманъ“, (ром.), А. Перринъ; „Марія-Клара“, (ром.), Маргариты Оду; „Римскій колонатъ“, проф. М. Ростовцева; „Между трагедій и фарсомъ“, В. Фриче; „О писателяхъ-самоучкахъ“, М. Горькаго; „Какъ принято положеніе 19 февраля крестьянами“, А. Попельницкаго; „Освобожденіе крестьянъ“, Г. Плеханова; „Первый народный поэтъ“, В. Львова-Рогачевскаго; „Госуд Дума и приказный вопросъ“, А. Гудвана; „По слѣдамъ современнаго читателя“, І. Ларскаго; „Чье преступленіе“, Е. Смирнова; „Бардъ русской интеллигенціи“, Вл. Крайнихфельда; „Старый споръ“, Ан. Пр. „Дальній Востокъ“, К. Вейдемюллера; „П. Зингеръ“, К. В.; „Отцы и дѣти“, Ник. Іорданскаго; „Финляндскій вопросъ и бумага“, Г. Ц; Критика и библиографія. Новыя книги. Объявленія.

Продолжается подписка на 1911 годъ.

Условія подписки (съ дост. и пер.): годъ—9 р.; полгода—4 р. 50 к.; на 4 мѣс.—3 р. Заграницу: 12 р. годъ и 6 р. полгода. Безъ доставки въ Спб.: 8 р. годъ и 4 р. полгода.

Проспекты высылаются по первому требованію.

Спб., Надеждинская, 41.

Издательница М. К. Іорданская.

Редакторъ Н. И. Іорданскій.

1911
годъ.

Открыта подписка на техническій ежемѣсячный журналъ

XVIII
годъ.

„ВѢСТНИКЪ ОБЩЕСТВА ТЕХНОЛОГОВЪ“

Издаваемый Обществомъ Технологовъ въ С.-Петербурѣ.

„Вѣстникъ Общества Технологовъ“ будетъ издаваться въ 1911 году по прежней программѣ подъ руководствомъ редакціоннаго комитета, состоящаго изъ профессоровъ-специалистовъ по различнымъ отраслямъ технологии подъ общей редакціей проф. П. В. Котурицкаго.

Редакціонный Комитетъ:

В. П. Аршауловъ, Л. Г. Богаевскій, Н. А. Быковъ, А. А. Вороновъ, С. А. Ганешинъ, А. Д. Гатцукъ, М. В. Гололобовъ, Г. Ф. Деппъ, М. А. Дешевой, М. Г. Евангуловъ, А. С. Ломшаковъ, К. Э. Рерихъ, А. А. Русановъ, Н. А. Рѣзцовъ, Н. Н. Саввинъ, А. М. Самусь, П. С. Селезневъ, А. М. Соколовъ, А. И. Степановъ, А. М. Тихомировъ, В. В. Фармаковскій, И. М. Холмогоровъ.

„Вѣстникъ Общества Технологовъ“, помѣщая цѣлый рядъ оригинальныхъ и переводныхъ статей по всѣмъ отраслямъ механическаго и химическаго производствъ, электротехники и желѣзнодорожнаго дѣла даетъ въ нихъ, помимо теоретическаго освѣщенія вопросовъ, волнующихъ инженера-ученаго также и массу практическихъ свѣдѣній, необходимыхъ для каждаго инженера-практика. Въ каждомъ номерѣ даются обзоры всей текущей журнальной технической литературы, какъ русской, такъ и иностранной, а также отзывы о выдающихся новыхъ техническихъ книгахъ, какъ русскихъ, такъ и иностранныхъ.

Подписная цѣна на журналъ:

Съ доставкой и пересылкой въ годъ 7 руб. Для студентовъ (допускается разсрочка по третямъ года по 1 р.) 3 руб. Для членовъ Кружка Технологовъ Московскаго района не состоящихъ членами Об-ва 4 руб.

Всѣмъ членамъ „Общества Технологовъ“ журналъ высылается бесплатно.

ОТДѢЛЬНЫЙ НУМЕРЪ 75 КОП.

Журналъ выходитъ ЕЖЕМѢСЯЧНО тетрадами большаго формата въ размѣрѣ 4—6 листовъ.

Подписка принимается въ контоуъ журнала: С.-Петербургъ, Николаевская ул., № 29.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не
менѣ 24 стр. каждый,

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.



ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященные вопросам преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упраженія для учениковъ. Задачи на премию. Библиографическій отдѣлъ: обзоръ специальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляютъ настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн. город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку.

Важѣйшія статьи, помѣщенныя въ 1910 г. 43-й семестръ.

Г. Пуанкаре. Новая механика. — *П. Флоровъ.* Способъ вычисленія отношенія окружности къ диаметру съ пятью десятичными знаками, пригодный для преподаванія въ среднихъ школахъ. — *И. Мессершмидтъ.* Марсъ и Сатурнъ. — *П. Лоуэлъ.* Марсъ. — *С. Виноградовъ.* Развѣтіе понятія о числѣ въ его исторіи и въ школѣ. — *Е. Григорьевъ.* О разложеніи въ ряды функций $\sin x$ и $\cos x$. — Проф. *Д. Синцовъ.* Къ вопросу о преподаваніи математики. Я. Штейнеръ, какъ преподаватель. — *Г. Урбанъ.* Являются ли основныя законы химіи точными или же лишь приближенными. — *Е. Смирновъ.* Объ ирраціональныхъ числахъ. — *П. Ренаръ.* Авіація, какъ спортъ и наука. — Проф. *О. Лоджъ.* Мировой эфиръ. — *К. Лебединцевъ.* Понятіе объ ирраціональномъ числѣ въ курсѣ средней школы. — *Э. Кроммелінъ.* Происхожденіе и природа кометъ. — *А. Филипповъ.* Дѣйствія съ періодическими дробями. — Прив.-доц. *В. Бобынинъ.* Естественныя и искусственныя пути возстановленія историками математики древнихъ доказательствъ и выводовъ

44-й семестръ.

О построеніяхъ, производимыхъ циркулемъ и линейкой. Прив.-доц. *С. О. Шапуновскаго.* О биссектрисахъ треугольника. *Н. Извольскаго.* О четырехугольникѣ, имѣющемъ при данныхъ сторонахъ наибольшую площадь. Проф. *Б. К. Млодзевскаго.* Практическія занятія по физикѣ въ германской средней школѣ. *К. Иванова.* Замѣтка по вопросу о трисекціи угла. Проф. *Д. Синцова.* Нѣкоторыя свойства вращающагося твердаго тѣла. *Н. Васильева.* Броуновское движеніе. *А. Голлоса.* Дѣленіе на 9. *А. Филиппова.* Объ ирраціональныхъ числахъ. *Е. Смирнова.* Основы беспроволочной телеграфіи. *Л. Манделштама* и *Н. Папалекки.* О биссектрисахъ треугольника. *Е. Томашевича.* О геометрическихъ построеніяхъ съ помощью линейки при условіи, что дана неизмѣнная дуга круга съ центромъ. Проф. *Д. Мордухай-Болтовскаго.* Отношеніе новѣйшей физики къ механистическому мировоззрѣнію. *М. Планка.* Генезисъ минераловъ. *Г. Е. Бёкке.* Еще къ вопросу объ ирраціональныхъ числахъ. *К. Лебединцева.* Приближенное рѣшеніе задачи объ удвоеніи куба. Прив.-доц. *А. А. Дмитровскаго.* Причина землетрясеній, горообразованія и родственныхъ явленій. *Т. Арльма.*

Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ 6 руб., за полгода 3 руб. Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ 4 руб., за полугодіе 2 руб. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. **Отдѣльные номера** текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.