# № 529.

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

И

# ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

**В. А. ГЕРНЕТОМЪ**

подъ редакціей

**Привать-Доцента В. Ф. КАГАНА.**

**XLV-го Семестра № 1-й.**

ОДЕССА.
Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.
1911.

---

XLV Сем. № 1.

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

# И

# ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 529.





## „Каналы" Марса.*)

*Э. В. Маундера.*

Научное наблюденіе поверхности планеты Марса съ помощью телескоповъ начато было два съ половиной вѣка тому назадъ. За протекшій періодъ времени наши знанія объ этой планетѣ значительно подвинулись впередъ. Для болѣе удобнаго обозрѣнія мы можемъ отмѣтить въ исторіи развитія ихъ семь главныхъ стадій.

I. Въ 1666 г. Кассини открылъ на Марсѣ нѣсколько отчетливыхъ темныхъ пятенъ. Наблюденіе этихъ пятенъ дало ему возможность обнаружить, что планета дѣлаетъ полный оборотъ вокругъ своей оси приблизительно въ 24 часа 40 минутъ.

II. Во время противостояній 1777, 1779, 1781 и 1783 сэръ Вилліамъ Гершель опредѣлилъ наклонъ оси Марса къ плоскости его орбиты, измѣрилъ его полярный и экваторіальный діаметры и уста-

*) Авторъ этой статьи является представителемъ мнѣнія, прямо противоположнаго тому, которое было высказано П. Лоуэллемъ въ статьѣ „Марсъ", помѣщенной въ № 508 „Вѣстника". Въ виду этого редакція считаетъ весьма умѣстнымъ помѣстить здѣсь статью, являющуюся какъ бы возраженіемъ на указанную статью г. Лоуэлля.

новилъ величину сжатія планеты у полюсовъ. Кромѣ того, онъ показалъ, что бѣлыя пятна, которыя образуются вокругъ полюсовъ планеты, увеличиваются по мѣрѣ приближенія зимы и уменьшаются при приближеніи лѣта совершенно такъ же, какъ снѣжные покровы арктическихъ и антарктическихъ областей у насъ на землѣ.

III. Въ теченіе противостояній 1830, 1832 и 1837 гг. Беръ и Медлеръ, производившіе свои наблюденія при помощи инструмента съ отверстіемъ въ 4 нѣмецкихъ дюйма (0, 11 метра), изготовили рядъ рисунковъ; съ помощью этихъ рисунковъ они были въ состояніи составить карту всей поверхности Марса. Во всѣхъ послѣднихъ противостояніяхъ наблюдатели вновь нашли на поверхности Марса образованія, начерченныя на этой картѣ; нѣкоторыя изъ нихъ можно признать тождественными съ болѣе грубыми эскизами сэра Вилліама Гершеля и даже съ рисунками, которыя были сдѣланы Гукомъ и Кассини въ 1666 г. На поверхности Марса имѣются, слѣдовательно, неизмѣнныя пятна.

IV. Во время противостоянія 1864—1865 В. Р. Доузъ (Reverend W. R. Dawes), пользовавшійся при своихъ наблюденіяхъ инструментомъ съ отверстіемъ въ 8 дюймовъ (0, 20 метра), отмѣтилъ, что помимо двухъ бѣлыхъ свѣтлыхъ пятенъ, окружающихъ полюсы, бѣлыя пятна видны также и въ другихъ мѣстахъ поверхности. Онъ замѣтилъ также, что „моря“, или темныя области планеты, не имѣютъ однообразнаго тона, и что пространства „суши“, или блестящія области, исчерчены нѣсколькими длинными и узкими линіями.

V. Во время противостоянія 1877 г. Марсъ составлялъ предметъ наблюденій большого числа астрономовъ; изъ всѣхъ этихъ наблюденій самое важное значеніе имѣютъ работы Скіапарелли, который продолжалъ свои наблюденія по окончаніи противостоянія значительно дольше всѣхъ остальныхъ наблюдателей. Отчасти, вѣроятно, благодаря этой настойчивости ему удалось открыть, что блестящія экваторіальныя области планеты исчерчены извѣстнымъ числомъ узкихъ линій, подобныхъ тѣмъ, которыя отмѣтилъ Доузъ, при чемъ онѣ, большей частью, были расположены вдоль меридіановъ. Этимъ линіямъ онъ далъ названіе каналовъ („canali“) согласно характеру номенклатуры, принятому прежними ареографами, раздѣлившими поверхность Марса на моря, материки, перешейки, проливы и т. п. Но, какъ счелъ нужнымъ замѣтить самъ Скіапарелли, выборъ этихъ обозначеній „не имѣлъ своей цѣлью опредѣленія природы пятенъ; онъ является лишь пріемомъ для болѣе легкаго запоминанія и сокращенія описаній“. Онъ прибавляетъ: „Точно такъ же мы говоримъ о лунныхъ моряхъ, хотя и знаемъ что въ дѣйствительности на лунѣ нѣтъ никакихъ морей“.

Открытіе „каналовъ“ въ 1877 г. въ глазахъ публики имѣетъ наиболѣе высокую цѣнность изъ всѣхъ результатовъ, полученныхъ Скіапарелли. Астрономы же приписываютъ далеко бо́льшую цѣнность микрометрической тріангуляціи поверхности планеты, опредѣленію ареографическихъ координатъ 62 фундаментальныхъ точекъ. Эта работа, которую производилъ выдающійся спеціалистъ по работѣ микрометромъ и которую Скіапарелли продолжалъ въ теченіе послѣднихъ противостояній, составляетъ самое цѣнное основаніе, которымъ мы располагаемъ для точнаго описанія поверхности Марса.

VI. Въ 1894 г. Персиваль Лоуэллъ началъ на Флагстаффѣ (въ Аризонѣ) свое изученіе Марса, которое онъ продолжаетъ и по сію пору. Главные полученные имъ результаты состоятъ въ открытіи множества новыхъ „каналовъ“ и извѣстнаго числа круглыхъ пятенъ, названныхъ имъ „оазисами“ и расположенныхъ въ мѣстахъ соединенія каналовъ, и въ доказательствѣ, что „каналы“ и нѣкоторыя изъ темныхъ областей подвержены измѣненіямъ строго сезоннаго характера совершенно такъ же, какъ и бѣлыя полярныя пятна. Лоуэллъ производилъ свои наблюденія при помощи рефрактора съ отверстіемъ въ 18 дюймовъ (0, 45 метра).

VII. Въ теченіе противостоянія 1909 г. Антоніади наблюдалъ Марсъ съ рефракторомъ Медонской Обсерваторіи въ 33 дюйма (0, 83 метра). О результатахъ его наблюденій рѣчь будетъ ниже.

Всѣ произведенныя телескопическія наблюденія планеты Марса показали, что она обладаетъ извѣстной степенью сходства съ нашей землей. Каждый изъ полюсовъ покрытъ во время своей зимы бѣлымъ блестящимъ веществомъ, которое охватываетъ большое пространство, и которое естественно принять за снѣгъ. Остальная часть планеты покрыта въ перемежку свѣтлыми и темными пятнами: свѣтлыя пятна въ общемъ имѣютъ охрово-красноватый цвѣтъ, и ихъ принимаютъ обыкновенно за сушу; что же касается темныхъ пятенъ, которыя имѣютъ зеленосиневатый или сѣро-синеватый цвѣтъ, то раньше предполагали, что они представляютъ собой водныя массы. Но поверхность Марса обладаетъ, сверхъ того, особенностью, для которой на нашей землѣ нельзя нигдѣ найти полной аналогіи. „Къ нашему великому удивленію мы находимъ на поверхности планеты тонкую сѣть линій и пятенъ“; это и есть тѣ именно линіи, которымъ Скіапарелли далъ названіе „canali,“ а пятна эти Лоуэллъ назвалъ „оазисами“. Этой сѣтью линій и пятенъ, т. е. „каналовъ“ и „оазисовъ“ мы сейчасъ и займемся.

Въ послѣднемъ номерѣ „Scientia“ (т. VII, стр. 4 и 5) Лоуэллъ, слѣдующимъ образомъ описываетъ видъ этихъ линій и пятенъ.

29. Линіи сѣти всѣ удивительно прямыя, какъ если бы онѣ были намѣренно вычерчены съ возможно большей правильностью.

30. Онѣ сходятся въ опредѣленныхъ точкахъ, въ нѣкоторыхъ такихъ точкахъ соединенія сходится до четырнадцати каналовъ.

31. Каждая изъ этихъ линій имѣетъ, насколько мы можемъ удостовѣриться, одну и ту же ширину отъ одного конца до другого.

32. Тѣмъ не менѣе онѣ отличаются другъ отъ друга, такъ какъ однѣ изъ нихъ шире и рѣзче выражены, чѣмъ другія.

33. Ихъ средняя ширина равна, повидимому, отъ десяти до пятнадцати миль; она, во всякомъ случаѣ, не превышаетъ послѣдней ве-

личины; средняя величина наиболѣе тонкихъ линій, повидимому, не больше одной или двухъ миль.

34. Въ мѣстахъ, гдѣ линіи встрѣчаются, находятся темныя маленькія круговыя пятна, которыя авторъ назвалъ „оазисами“.

35. Эти оазисы тоже отличаются другъ отъ друга своими размѣрами.

36. Оказалось, что эта сѣть простирается не только въ всѣхъ тѣхъ областяхъ диска, которыя имѣютъ охрово-красноватый цвѣтъ, но также и въ зеленосинихъ областяхъ; на планетѣ нѣтъ ни одной части, въ которой не было бы видно ея петель.

38. Эта сѣть имѣетъ такой правильный геометрическій видъ, что мы должны притти къ мысли объ искусственномъ происхожденіи ея.

Во многихъ другихъ мѣстахъ Лоуэлль распространяется о совершенной правильности линій, т. е. „каналовъ“ и о совершенной кругообразности пятенъ, т. е. „оазисовъ“. „Насколько можно удостовѣриться, говоритъ онъ, каналъ во время своего полнаго развитія не представляетъ замѣтной разницы въ ширинѣ на своемъ протяженіи отъ одного конца до другого. Для того, чтобы линія на бумагѣ имѣла такой же правильный видъ, необходимо было бы тщательно начертить ее съ помощью линейки“. [Mars as the Abode of Life („Обитаемость Марса“), стр. 149].

Лоуэлль и считаетъ правильность линіи и кругообразность пятенъ доказательствами того, что тѣ и другія искусственнаго происхожденія, что онѣ представляютъ собою результаты сознательной дѣятельности мыслящихъ работниковъ. „Тотъ фактъ, что линіи, каково бы ни было ихъ направленіе, слѣдуютъ по дугамъ большихъ круговъ, кажется не менѣе страннымъ въ томъ случаѣ, если приписывать имъ естественное происхожденіе, чѣмъ если считать ихъ искусственными, такъ какъ дуга большого круга есть кратчайшее разстояніе между двумя точками на сферѣ; это есть линія, которую пришлось бы выбрать, если то позволяетъ топографія, для проведенія воды отъ одного мѣста къ другому съ наименьшей возможной затратой времени и труда. Кругообразная форма оазисовъ является столь же экономной, какъ и прямолинейная форма каналовъ, потому что между всѣми фигурами съ одинаковымъ периметромъ кругъ имѣетъ наибольшую площадь. Поэтому, если бы нужно было устроить орошеніе страны, то мыслящія существа предпочли бы круговую форму всякой другой, такъ какъ она даетъ возможность охватить наибольшую площадь съ наименьшей затратой труда. („Марсъ“, стр. 187).

По вопросу о „каналахъ“ Марса возникли два совершенно различныхъ спора. Первый возникъ послѣ того, какъ въ 1877 г. были опубликованы наблюденія Скіапарелли. Многіе весьма искусные и опытные астрономы наблюдали планету во время противостоянія, происходившаго въ томъ году, но не открыли сѣти, отмѣченной Скіапарелли; не слѣдуетъ также удивляться, что они выказали нѣкоторое предубѣжденіе противъ столь новыхъ и столь странныхъ результатовъ. Но, мало по-малу, этотъ споръ улегся. Въ настоящее время мы уже знаемъ, что „каналы“ подвержены сильнымъ колебаніямъ въ смыслѣ видимости. Любопытно, что максимумъ видимости „каналовъ“ приходится не въ тотъ моментъ, когда планета наиболѣе близка къ землѣ, и когда, слѣдовательно, лучше всего видно ея общее строеніе: каналы выступаютъ съ большей ясностью по мѣрѣ удаленія планеты. Когда планета находится въ наименьшемъ разстояніи отъ земли, положеніе планеты на орбитѣ и время года способствуютъ тому, чтобы сдѣлать каналы наименѣе явственными. (Mars as the Abode of Life, стр. 167). Главнымъ образомъ по этой именно причинѣ открытія Скіапарелли сначала никѣмъ не были подтверждены: „каналы“ стали хорошо видимыми уже послѣ того, какъ большинство наблюдателей перестало слѣдить за планетой. Другая причина этого явленія заключается въ томъ, что въ 1877 г. Марсъ занималъ на небѣ слишкомъ низкое положеніе для сѣверныхъ наблюдателей, а межъ тѣмъ для распознанія этихъ „каналовъ“ необходимо, чтобы изображеніе было хорошее. Тѣмъ не менѣе нѣкоторые англійскіе астрономы замѣтили нѣсколько каналовъ, которые были лучше видимы въ 1877 г. еще до того, какъ шумъ, поднятый работами Скіапарелли, достигъ Англіи. Позволяю себѣ напомнить, что я самъ зарисовалъ слѣдующіе: Ulyxis Fretum, Oceanus, Agathodoemon, Eosphoros, Phasis и Eunostos.

Этотъ споръ давно уже прекратился. Во время послѣдующихъ противостояній число наблюдателей, которые могли провѣрить открытія Скіапарелли, возросло, и мы уже давно убѣдились, что великій италіанскій астрономъ отнюдь не сдѣлался жертвой оптическаго обмана: на поверхности Марса, дѣйствительно, находятся особыя образованія въ тѣхъ именно мѣстахъ, въ которыхъ онъ ихъ представилъ, образованія, которыя имѣютъ видъ прямыхъ и узкихъ линій, если наблюденія производятся съ такимъ же инструментомъ, какимъ располагалъ Скіапарелли, и при аналогичныхъ условіяхъ. „Каналы“ Марса представляютъ собой не воображаемыя, а дѣйствительныя формы.

Второй споръ совершенно отличенъ отъ перваго. Начался онъ, повидимому, вслѣдствіе неудачнаго перевода того термина, который Скіапарелли выбралъ для этихъ линій. По англійски слово „canal“ означаетъ искусственный водопроводъ, тогда какъ „chanell“ означаетъ вообще природный проводъ. Лоуэллъ съ большимъ искусствомъ развилъ идею, что правильность „каналовъ“ и „оазисовъ“ рѣшительно говоритъ за то, что ихъ нельзя считать природными образованіями; такимъ образомъ, по мнѣнію Лоуэлля мы должны притти къ мысли, что Марсъ населенъ расой инженеровъ съ сверхчеловѣческимъ умомъ и силой, которые съ помощью гигантской сѣти оросительныхъ каналовъ тщетно силятся бороться съ постепеннымъ высыханіемъ ихъ планеты.

Что навело Лоуэлля на мысль, столь мало согласную съ заключеніями огромнаго большинства астрономовъ? Это объясняется слѣдующимъ обстоятельствомъ: въ каналахъ, которые онъ видитъ, онъ не находитъ никакихъ деталей, никакой неправильности. Они представляются для него въ видѣ линій, начерченныхъ перомъ и чернилами съ помощью линейки. Лица, критически относящіяся къ идеямъ Лоуэлля, никогда не отрицали существованія на Марсѣ и нѣкоторыхъ узкихъ чертъ, которыя кажутся прямолинейными. Если между различными наблюдателями и существуетъ извѣстное разногласіе, которое легко можно объяснить различіями остроты зрѣнія, атмосферныхъ условій, силы телескопа и т. д., то они сходятся все же относительно главныхъ деталей явленія.

Но Лоуэлль настаиваетъ на томъ, что совершенная правильность формы и положенія, которыя онъ считаетъ себя въ правѣ приписывать каналамъ въ своемъ изображеніи планеты, доказываютъ, что каналы искусственнаго происхожденія. Они слишкомъ правильны, говоритъ онъ, чтобы быть природными. Онъ предполагаетъ, что ни усовершенствованія, которыя со временемъ будутъ достигнуты въ телескопахъ, ни возрастаніе нашего опыта, ни лучшее зрѣніе никогда не дадутъ возможности открыть въ этихъ „каналахъ“ [вмѣсто правильности] бóльшую сложность; онъ полагаетъ, что видъ ихъ не измѣнился бы, если бы мы находились даже совсѣмъ близко отъ планеты.

Однако, исторія открытій, относящихся къ поверхности планеты, свидѣтельствуетъ противъ такого предположенія. Если мы обратимся къ рисункамъ, изготовленнымъ Беромъ и Медлеромъ въ 1830 г., то мы увидимъ на нихъ два малые объекта, чрезвычайно сходные межъ собой. Это два круговыя темныя пятна, изъ которыхъ одно расположено изолированно, а другое находится на оконечности слегка искривленной линіи. Эти два пятна напоминаютъ „оазисы“ Лоуэлля, а кривая линія, у конца которой наблюдается одно отъ этихъ пятенъ, по своему виду весьма похожа на нѣкоторые изъ наблюдавшихся въ послѣднее время „каналовъ“. Несомнѣнно, что въ 1830 г. не получено было лучшихъ рисунковъ Марса, и что Беръ и Медлеръ, изображая эти два пятна, въ видѣ кружковъ, а кривую линію въ видѣ узкой, отчетливой и равномѣрной линіи, воспроизвели лишь то, что они, дѣйствительно, видѣли. Одно изъ этихъ пятенъ въ настоящее время называется Lacus Solis, а другое — Sinus Sabaeus, и мы можемъ прослѣдить исторію развитія нашихъ знаній объ этихъ пятнахъ, начиная съ 1830 г. и до нашихъ дней. Представляемыя этими пятнами области видны съ особенной отчетливостью на рисункахъ, изготовленныхъ четырьмя наблюдателями, о которыхъ была рѣчь въ первой части настоящей статьи, а именно Доузомъ (1864), Скіапарелли (1877 г. и позже), Лоуэллемъ (1895 г. и позже) и Антоніади (во время послѣдняго противостоянія). Но если мы сравнимъ рисунки Бера и Медлера, которые пользовались телескопомъ съ отверстіемъ въ 4 нѣм. дюйма (0, 20 метра), съ рисунками Доуза, телескопъ котораго имѣлъ отверстіе въ 8 дюймовъ, то мы увидимъ, что сходство между Lacus Solis и верхушкой Sinus Sabaeus исчезло совершенно, и что ни то, ни другое образованіе теперь уже не представляется въ видѣ кругового пятна. Тринадцать лѣтъ послѣ Доуза Скіапарелли, пользуясь инструментомъ съ такимъ же отверстіемъ, какъ телескопъ Доуза, получилъ почти эквивалентные съ нимъ рисунки; позже ему удалось изготовить болѣе деталированные рисунки. Въ 1894 г. и позже Лоуэллъ, пользуясь инструментомъ съ отверстіемъ въ 18 дюймовъ (0, 45 метра), получилъ еще болѣе деталированные рисунки. При помощи инструмента съ отверстіемъ въ 33 дюйма (0, 83 метра) Антоніади открылъ въ 1909 г. весьма многочисленныя детали въ областяхъ, которыя Беру и Медлеру казались столь однородными.

Но съ точки зрѣнія размѣровъ между Lacus Solis и самымъ малымъ изъ „оазисовъ" Лоуэлля существуетъ нечувствительный переходъ. Предположимъ, что съ теченіемъ времени инструменты будутъ въ такой же мѣрѣ усовершенствованы сравнительно съ теперешнимъ 33-дюймовыхъ Медонскимъ рефракторомъ, насколько послѣдній превосходитъ четырехдюймовый рефракторъ Бера и Медлера. Можемъ ли мы утверждать, что, несмотря на такіе успѣхи, всѣ „оазисы" Лоуэлля будутъ по прежнему имѣть видъ однородныхъ круговыхъ пятенъ? Обратимся къ прошлому. Могли ли бы Беръ и Медлеръ считать себя въ правѣ утверждать, что наблюдавшаяся ими совершенная кругообразность двухъ „оазисовъ" доказываетъ искусственное происхожденіе ихъ, такъ какъ „изъ всѣхъ фигуръ, имѣющихъ одинаковый периметръ, кругъ имѣетъ наибольшую площадь?" („Марсъ", стр. 187).

Не было ли бы правильно отвѣтить имъ, что пятно кажется всегда круговымъ, если оно слишкомъ мало, чтобы быть явственно видимымъ, потому что малыя неправильности его остаются невидимыми, и что поэтому эти пятна, деталей которыхъ нельзя различить, несмотря на свою кажущуюся кругообразность, имѣютъ въ дѣйствительности совершенно другія формы? Мы знаемъ уже, что такое возражаніе было бы совершенно правильнымъ. Тѣмъ не менѣе Лоуэллъ не считается съ этими доводами, хотя пріобрѣтенный нами опытъ лишь увеличилъ ихъ убѣдительную силу.

Беръ и Медлеръ нарисовали лишь два такихъ пятна, Лоуэллъ же получилъ цѣлыхъ 186. Два пятна, нарисованныя Беромъ и Медлеромъ, казались имъ совершенно сходными, въ томъ же видѣ, въ какомъ они представляются намъ въ настоящее время, они не имѣютъ ни малѣйшаго сходства другъ съ другомъ. 186 (или болѣе) „оазисовъ" Лоуэлля за нѣсколькими исключеніями всѣ почти имѣютъ одинъ и тотъ же характеръ. Въ правѣ ли мы предполагать, что если усовершенствованія телескоповъ въ будущемъ окажутся столь же значительными, какъ въ прошломъ, то 186 „оазисовъ" Лоуэлля сохранятъ свой теперешній однородный видъ въ большей степени, чѣмъ это имѣло мѣсто съ двумя пятнами Бера и Медлера?

Если мы дадимъ начинающему небольшой инструментъ и предложимъ ему наблюдать Марсъ, онъ нарисуетъ Lacus Solis и Sinus Sabaeus въ такомъ точно видѣ, какъ Беръ и Медлеръ, т. е. въ формѣ двухъ однородныхъ круглыхъ пятенъ. Когда же этотъ самый наблюдатель пріобрѣтетъ большій опытъ и будетъ пользоваться болѣе сильнымъ инструментомъ, онъ изобразитъ эти области въ такомъ видѣ, какой онѣ имѣютъ на рисункахъ Доуза и Скіапарелли. Видъ планеты останется прежній, но наблюдатель благодаря большей опытности будетъ въ состояніи лучше „видѣть“.

Правильность „каналовъ“ и „оазисовъ“ можно объяснить гораздо проще безъ помощи допущенія, что они построены населеніемъ трудолюбивыхъ геометровъ. Извѣстно, что телеграфная нить, выдѣляющаяся на фонѣ свѣтлаго облака, видна на огромномъ разстояніи. Предполагая нормальное среднее зрѣніе, проволоку при такихъ условіяхъ можно различить явственно и съ полной увѣренностью, если видимый діаметръ ея составляетъ всего лишь одну дуговую секунду. Однако, было бы совершенно неточно сказать, что воспріятіе этой телеграфной проволоки вообще имѣетъ такую же природу, какъ отчетливое видѣніе, какъ мы сейчасъ увидимъ при экспериментированіи съ малыми объектами различной формы. Предположимъ, что вмѣсто очень длинной металлической проволоки, проходящей черезъ все поле зрѣнія двухъ глазъ, мы наблюдаемъ короткую линію, переведенную на синемъ фонѣ; мы увидимъ, что при уменьшеніи длины этой линіи ниже нѣкотораго предѣла, для того, чтобы она осталась видимой, необходимо будетъ возрастаніе ширины ея. Когда длина ея будетъ уменьшена до половины дуговой минуты, придется довести до такихъ же размѣровъ и ширину ея. Въ этотъ моментъ предметъ, видимый лишь съ трудомъ, будетъ имѣть видъ маленькаго круглаго пятна, какова бы ни была его дѣйствительная форма. Въ дѣйствительности для средняго наблюдателя предѣлъ немного выше: отъ составляетъ около 34 дуговыхъ секундъ.

Но даже здѣсь, хотя мы и воспринимаемъ черное пятно съ діаметромъ въ 43 секунды на бѣломъ фонѣ, еще не достигается явственное видѣніе. Дѣйствительно, если два черныхъ пятна, имѣющія каждое 34 дуговыя секунды въ діаметрѣ, находятся близко одно отъ другого, они бываютъ видимы, какъ раздѣльныя пятна, лишь при томъ условіи, чтобы разстояніе между ними составляло по меньшей мѣрѣ четыре дуговыя минуты. Если же они находятся ближе другъ къ другу, они производятъ впечатлѣніе либо одного кругового пятна, либо же овальнаго пятна, или даже прямой равномѣрной линіи, смотря по отдѣляющему ихъ разстоянію. Если разстояніе между центрами двухъ круглыхъ пятенъ одинаковыхъ размѣровъ равно двумъ діаметрамъ, то для раздѣльнаго видѣнія обоихъ пятенъ необходимо, чтобы діаметръ каждаго изъ нихъ былъ не меньше 70 секундъ.

Мы видимъ, что очень большой интервалъ отдѣляетъ самые малые объекты, воспринимаемые съ полной несомнѣнностью, отъ тѣхъ наименьшихъ объектовъ, чьи истинные контуры мы, дѣйствительно, въ состояніи различить. Въ одномъ случаѣ рѣчь идетъ о дуговыхъ секундахъ, а въ другомъ о дуговыхъ минутахъ.

Причина этого заключается въ строеніи глаза и ретины: глазъ по существу представляетъ собою чечевицу, опредѣляющая сила которой естественнымъ образомъ ограничена отверстіемъ его, а ретина есть чувствительный экранъ, состоящій изъ безчисленнаго множества раздѣльныхъ элементовъ, каждый изъ которыхъ можетъ передавать одно лишь ощущеніе. Для разныхъ глазъ предѣлы бываютъ различны, какъ въ отношеніи наименьшаго объекта, который они могутъ еще различить, такъ и наименьшаго объекта, который они могутъ видѣть явственно, но какова бы ни была сила зрѣнія, мы въ одномъ случаѣ имѣемъ дѣло съ дуговыми секундами, а въ другомъ — съ минутами. Между границей видимости и границей явственнаго видѣнія объекты могутъ имѣть видъ лишь форму прямыхъ линій или круглыхъ пятенъ. Съ полнымъ основаніемъ Лоуэлль обращаетъ наше вниманіе на „совершенно экономный характеръ какъ каналовъ, такъ и оазисовъ въ отношеніи формы". („Марсъ" стр. 187). Прямыя линіи и круги представляютъ собой экономныя формы, и это вѣрно не только съ точки зрѣнія гипотетическихъ гидравлическихъ предпріятій, но въ неменьшей мѣрѣ и относительно видѣнія. „Между всѣми фигурами съ одинаковымъ периметромъ кругъ имѣетъ наибольшую площадь" („Марсъ", стр. 187); по этой именно причинѣ, если малое пятно воспринято глазомъ, но слишкомъ мало для того, чтобы можно было явственно различить его истинный контуръ, для глаза, согласно принципу экономіи усилія, это пятно представится въ видѣ кружка. Точно такъ же прямая есть кратчайшая линія, которая можетъ быть проведена между двумя точками, и прямая линія можетъ быть видима, когда угловая ширина ея въ тридцать разъ меньше, чѣмъ у самаго маленькаго пятна. Прямая есть та линія, которая опредѣляетъ собою наименьшее полное раздраженіе, необходимое для того, чтобы вызвать сколько-нибудь замѣтное ощущеніе, и потому наименьшее замѣтное ощущеніе производитъ дѣйствіе прямой линіи.

*(Окончаніе слѣдуетъ).*

# О построеніи кривой $x^y = y^x$.

*В. Даватца.*

Задача о построеніи кривой $x^y = y^x$ можетъ служить интереснымъ примѣромъ того, какъ элементарная функція, на первый взглядъ непрерывная, въ отдѣльныхъ областяхъ получаетъ прерывистый характеръ и изображается, слѣдовательно, не въ видѣ сплошной кривой, а въ видѣ ансамбля отдѣльныхъ точекъ.

Непосредственно изъ самаго вида уравненія находимъ:

1) Кривая симметрична относительно прямой $x - y = 0$.

2) Уравненіе удовлетворяется при всякомъ $x = y$, т. е. сама прямая $x - y = 0$ является вѣтвью кривой. (Вѣтвь $A$).

Для отысканія остальныхъ вѣтвей, логариѳмируемъ уравненіе и полагаемъ $\frac{y}{x} = t$. Если затѣмъ отбросить случай $t = 1$ (что соотвѣтствуетъ вѣтви $A$), то получимъ уравненія въ параметрической формѣ:

$$\left.\begin{aligned} x &= t^{\frac{1}{t-1}}, \\ y &= t^{\frac{t}{t-1}}. \end{aligned}\right\} B$$

Изслѣдованіе этихъ уравненій показываетъ, что въ первой четверти, для положительныхъ $x$ и $y$, кривая обладаетъ слѣдующими особенностями:

1) Вѣтвь $B$ асимптотически приближается къ прямымъ $x=1$ и $y=1$.

2) По мѣрѣ приближенія къ прямой $A$, кривая $B$ приближается къ предѣльной точкѣ $(e, e)$, лежащей на прямой $A$.

3) Точка $(e, e)$ есть единственная двойная точка $\left(\frac{dy}{ax} = \pm 1\right)$ кривой $y^x = x^y$.

Этими вѣтвями, однако, не исчерпывается вопросъ объ отысканіи дѣйствительныхъ чиселъ $x$ и $y$, удовлетворяющихъ предложенному уравненію

$$x^y = y^x, \quad \text{I}$$

или

$$y \lg x = x \lg y, \quad \text{II}$$

такъ какъ для нѣкоторыхъ дѣйствительныхъ значеній $x$ и $y$ ($x<0$, $y<0$) величина $\lg x$ и $\lg y$ могутъ принимать комплексныя значенія.

Чтобы изслѣдовать вопросъ во всей его полнотѣ, полагаемъ:

$$\begin{aligned} \lg x &= \lg|x| + 2n\pi i & x &> 0, \\ \lg x &= \lg|x| + (2n'+1)\pi i & x &< 0, \\ \lg y &= \lg|y| + 2n_1\pi i & y &> 0, \\ \lg y &= \lg|y| + (2n_1'+1)\pi i & y &< 0. \end{aligned}$$

Для первой четверти, слѣдовательно,

$$y \lg|x| + y \cdot 2n\pi i = x \lg|y| + x \cdot 2n_1\pi i, \quad \text{III}$$

для чего необходимо

$$\left.\begin{aligned} \frac{y}{x} &= \frac{n_1}{n}, \\ |x|^y &= |y|^x. \end{aligned}\right\} (a).$$

Въ виду того, что $|x|=x$; $|y|=y$, имѣемъ для первой четверти:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{y}{x}=\dfrac{n_1}{n}, \\ x^y=y^x. \end{array}\right\} \quad (a').$$

Назовемъ для краткости уже изслѣдованныя вѣтви кривой въ 1-й четверти черезъ $\mathfrak{A}$; условія ($a'$) показываютъ, что, вообще, всѣ точки кривой II въ первой четверти опредѣляются пересѣченіемъ кривой $\mathfrak{A}$ съ совокупностью сѣкущихъ $\dfrac{y}{x}=\dfrac{n_1}{n}$, т. е. для раціональнаго значенія углового коэффиціента. Но такъ какъ условія остаются справедливыми и при $n=n_1=0$, что соотвѣтствуетъ неопредѣленности $\dfrac{y}{x}=\dfrac{0}{0}$ и сводитъ уравненіе III къ уравненію II, безъ всякихъ добавочныхъ ограниченій*), то заключаемъ, что всѣ точки кривой $\mathfrak{A}$ удовлетворяютъ уравненію (что мы получили и раньше); кривая $\mathfrak{A}$ непрерывна и, кромѣ точекъ, лежащихъ на $\mathfrak{A}$, въ первой четверти не можетъ быть другихъ, принадлежащихъ изслѣдуемой нами кривой.

Для третьей четверти имѣемъ условія:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{y}{x}=\dfrac{2n_1+1}{2n+1}, \\ |x|^y=|y|^x, \end{array}\right\} \quad (b)$$

а такъ какъ $y=-|y|$, $x=-|x|$, то

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{y}{x}=\dfrac{2n_1+1}{2n+1}, \\ |x|^{|y|}=|y|^{|x|}. \end{array}\right\} \quad (b')$$

Первое изъ этихъ условій показываетъ, что точка можетъ лежать только на томъ лучѣ пучка, для котораго угловой коэффиціентъ равенъ $\dfrac{2n_1+1}{2n+1}$. Такъ какъ при всѣхъ $n$ и $n_1$ числитель и знаменатель въ нуль не обращаются, то $\dfrac{y}{x}$ не можетъ равняться любому значенію, т. е. измѣняется для точекъ кривой прерывно.

Второе условіе показываетъ, что абсолютныя значенія координатъ образуютъ въ первой четверти кривую $\mathfrak{A}$; другими словами, точки

---

*) Замѣчаніе о неопредѣленности отношенія $y/x$ при $n=n_1=0$ излишне: первое изъ уравненій ($a'$) выведено въ предположеніи, что оба коэффиціента $n$ и $n_1$ не обращаются въ нуль совмѣстно; если же $n=n_1=0$, то мы непосредственно возвращаемся къ кривой $\mathfrak{A}$.

*Ред.*

вѣтви $C$ должны размѣщаться на кривой $\mathfrak{A}'$, симметричной съ $\mathfrak{A}$ относительно начала координатъ.

Для второй четверти имѣемъ:

$$\left.\begin{aligned} \frac{y}{x} &= \frac{2n_1}{2n+1}, \\ |x|^y &= |y|^x, \end{aligned}\right\} (c)$$

но, такъ какъ $y = |y|$, $x = -|x|$, то условіе сведется къ слѣдующему:

$$\left.\begin{aligned} \frac{y}{x} &= \frac{2n_1}{2n+1}, \\ |x|^{|y|}|y|^{|x|} &= 1. \end{aligned}\right\} c')$$

Первое условіе даетъ соотношеніе для соотвѣтственныхъ лучей пучка, а второе даетъ уравненіе кривой, симметричной относительно той, пересѣченіе которой съ лучами пучка опредѣляетъ искомыя точки. Если кривую $x^y y^x = 1$ въ I четверти назовемъ черезъ $\mathfrak{B}$, то свойства $\mathfrak{B}$ легко получаются обычными методами:

1) Кривая $\mathfrak{B}$ проходитъ черезъ точку (1,1) и симметрична относительно $x - y = 0$.

2) Кривая $\mathfrak{B}$ имѣетъ ассимптоты $x = 1$ и $y = 1$.

3) Minimum ординаты соотвѣтствуетъ абсциссѣ $x = e$ и minimum абсциссы-ординатѣ $y = e$.

4) Въ опредѣленной точкѣ $x = a > e$, $y = b < 1$ и $x = b < 1$, $y = a > e$ кривая имѣетъ точку перегиба.

Обращаясь къ нашей кривой, опредѣляемъ ее, какъ пересѣченіе кривой $\mathfrak{B}'$ симметричной съ $\mathfrak{B}$ относительно оси $OY$, и пучка лучей, опредѣляемыхъ уравненіемъ $\dfrac{y}{x} = \dfrac{2n_1}{2n+1}$.

Совершенно подобнымъ образомъ найдемъ, что въ четвертой четверти кривая образуется пересѣченіемъ $\mathfrak{B}''$ — кривой, симметричной съ $\mathfrak{B}$ относительно оси $OX$ — и пучка лучей съ угловымъ коэффиціентомъ $\dfrac{y}{x} = \dfrac{2n_1+1}{2n}$.

Такъ какъ во всѣхъ случаяхъ разности:

$$\frac{k_1}{k_2} - \frac{k_1'}{k_2};\quad \frac{2k_1}{2k_2+1} - \frac{2k_1'}{2k_2'+1};\quad \frac{2k_1+1}{2k_2} - \frac{2k_1'+1}{2k_2'};$$

$$\frac{2k_1+1}{2k_2+1} - \frac{2k_1'+1}{2k_2'+1}$$

путемъ извѣстнаго подбора $k_1'$ и $k_2'$ могутъ быть сдѣланы по своему абсолютному значенію меньше напередъ заданнаго числа $\epsilon$, то заключаемъ, что кривая $y^x = x^y$ кромѣ сплошныхъ вѣтвей $A$ и $B$, обладаетъ тремя вѣтвями $C$, $D$ и $E$, состоящими изъ безконечно-близкихъ другъ другу — однако, изолированныхъ — точекъ*).

## Еще о теоріи Густава Лебона**).

*С. Гальперсона.*

Въ № 523 «Вѣстника» г. Видеманъ, возражая мнѣ въ своемъ P. S. къ статьѣ «Еще по вопросу о твердости тѣлъ» говоритъ, будто я дѣлаю выводъ, вовсе не вытекающій изъ его словъ. Дѣло въ томъ, что никакого вывода, съ точки зрѣнія логики, я не дѣлаю, а, взявъ только подлинную мысль автора, указалъ ея несовмѣстимость съ извѣстными намъ фактами.

«Г. Гальперсонъ, говоритъ Л. Видеманъ, дѣлаетъ изъ моей статьи выводъ, что, если ту же самую работу, которую производитъ быстро вращающійся кругъ — картонный въ одномъ случаѣ и желѣзный въ другомъ, заставить произвести болѣе медленно, то результатъ былъ бы такой же, какъ и при быстромъ вращеніи, — конечно, при условіи соотвѣтственнаго удлиненія времени». — Совершенно вѣрно, но, какъ я сейчасъ поясню, это — не выводъ, а простое резюме словъ самого г-на Видемана, вѣрность которыхъ я отрицалъ въ своей замѣткѣ въ № 519 «Вѣстника». Въ своей первой статьѣ (№ 498) г. Видеманъ говоритъ слѣдующее: «... отчего зависитъ дѣйствіе падающихъ водяныхъ капель на камень? Очевидно, вся суть въ ихъ огромномъ количествѣ: если въ каждую секунду на камень падаетъ только по одной каплѣ, то въ теченіе года ихъ упадетъ 30 милліоновъ; неудивительно, что они, въ концѣ концовъ, пробьютъ камень. Теперь представимъ себѣ, что мы нашли бы способъ выпустить весь этотъ зарядъ капель, не сливая ихъ вмѣстѣ въ теченіе хотя бы одного часа: очевидно, дѣйствіе ихъ не уменьшилось отъ того, что оно не растянулось на цѣлые годы: но неужели въ этомъ случаѣ творцы теоріи вправѣ будутъ утверждать, что вода будто бы превратилась на этотъ часъ изъ мягкаго вещества въ твердое?». Или же (та же мысль вкратцѣ): дѣйствіе 30 милліоновъ водя-

*) Это не вполнѣ точно: точки не будутъ изолированными, онѣ образуютъ такъ называемый сгущенный комплексъ (überall dichte Menge). Замѣтимъ, что тотъ же выводъ можно сдѣлать, совершенно не прибѣгая къ мнимымъ количествамъ.

*Ред.*

**) Давая мѣсто настоящему отвѣту г. Гальперсона, редакція вынуждена этимъ заключить пренія по этому вопросу. „Вѣстникъ Опытной физики" вообще не предназначенъ для разрѣшенія спорныхъ вопросовъ спеціальнаго научнаго изслѣдованія. „Вѣстникъ" долженъ давать своимъ читателямъ въ доступной формѣ свѣдѣнія о томъ, что сдѣлалось достояніемъ науки; самое же творчество въ его компетенцію не входитъ.

*Ред.*

ныхъ капель на камень, дѣйствующихъ въ теченіе года, равно дѣйствію этого же количества капель въ теченіе 1 часа. Я думаю, всякій согласится со мной, что это не выводъ изъ предыдущихъ словъ а подлинная мысль автора. Выражаясь яснѣй, скажемъ такъ: для результата опыта совершенно безразлично, произойдетъ ли это одинъ годъ, одинъ часъ или же одну минуту, сохранилось бы только количество капель. Теперь перенесемъ это на диски. Каждая точка окружности диска аналогична, по Видеману, каплѣ воды: слѣдовательно, будетъ ли это дѣйствіе точекъ металла на другой продолжаться годы или минуты — дѣйствіе не измѣнится, лишь бы сохранилось количество разъ соприкосновенія данной точки диска съ разрѣзываемымъ объектомъ*). Я же утверждаю, что, имѣя на лицо два несомнѣнныхъ факта: разрѣзаніе быстрымъ вращеніемъ стали, а съ другой стороны — всѣмъ извѣстное свойство порчи болѣе мягкихъ тѣлъ при треніи о болѣе твердыя, мы этого сказать не можемъ до тѣхъ поръ, пока теоретически или практически не будутъ установлены исключенія или совершенная ложность этихъ фактовъ, что, однако, мало вѣроятно. Г. Видеманъ же говоритъ о возможности разрѣзанія мягкимъ объектомъ болѣе твердаго при медленномъ вращеніи: «неизвѣстно, не подтвердится ли онъ (соотвѣтствующій опытъ) при строгомъ соблюденіи всѣхъ гарантій его точности». Довольно странное предположеніе, если и теорія и практика говорятъ вполнѣ опредѣленно обратное. Что «капля по каплѣ — камень долбитъ» — несомнѣнно, и никто не станетъ этого отрицать, но выпущенныя съ большой быстротой, «хотя бы въ одинъ часъ», эти же самыя капли, по теоріи Лебона, произведутъ значительно большую работу, что признается и г-номъ Видеманомъ, который самъ вычислилъ, насколько увеличивается давленіе отъ увеличенія скорости, безъ чего (увеличенія скорости) невозможно 30 милліоновъ капель выпустить, не сливая, въ одинъ часъ. Въ частности долженъ сказать, что въ опытѣ съ саблей я совершенно согласенъ съ г. Видеманомъ; я именно такъ и представлялъ себѣ этотъ процессъ, но, не улавливая никакой аналогіи между каплей воды и точкой окружности желѣзнаго диска (хотя бы ужъ потому, что каждая точка окружности диска неоднократно приходитъ въ соприкосновеніе со сталью, теряя свой первоначальный видъ и пріобрѣтая теплоту, тогда какъ капли воды постоянно возобновляются, производя каждая одинаковое количество работы; вся масса воды не нагрѣвается и не измѣняется, тогда какъ то мѣсто въ камнѣ, на которое они падаютъ, подвержено разрушенію, которое увеличивается съ каждой каплей), вижу, къ какимъ крайностямъ приводитъ такое допущеніе. Связь между опытомъ со струей и дисками, я думаю, чисто случайная, и, тогда какъ первый нетрудно объяснить, второй остается пока не вполнѣ разгаданнымъ, если не принять послѣдняго толкованія Лебона, что, однако, очень соблазнительно, такъ какъ наука еще ближе подойдетъ съ этимъ къ объединенію всѣхъ явленій на фундаментѣ электронной теоріи.

Въ концѣ концовъ, г-на Видемана только смущаетъ терминъ «твердость», отнесенный къ такому мягкому веществу, какъ вода; если отнестись

*) Здѣсь также имѣетъ мѣсто накопленіе теплоты, но, такъ какъ это явленіе не соблюдается въ опытѣ съ каплями, то его приходится не принимать во вниманіе; въ противномъ случаѣ у насъ не было бы аналогіи; это также необходимо причислить къ ошибкамъ г. Видемана. Почему аналогія эта и вообще недопустима, я поговорю дальше.

чрезвычайно строго къ такому примѣненію вполнѣ опредѣленнаго термина, — это, дѣйствительно, невѣрно, но выразимъ явленіе классической фразой: «все происходитъ такъ, какъ будто вода значительно увеличила свою твердость», развѣ что-нибудь измѣнилось? Ничуть. Вѣдь свойство, пріобрѣтенное во время даннаго опыта, вполнѣ тождественно постоянному свойству нѣкоторыхъ другихъ тѣлъ, извѣстному подъ терминомъ «твердость»; слѣдовательно, Лебонъ имѣлъ право примѣнить его и къ случаю со струей воды. Вся же теорія Лебона и вытекаетъ отсюда и представляется мнѣ въ такомъ, въ сущности, весьма простомъ видѣ. Правда, при такомъ толкованіи придется отнять у нея громкое имя «новой теоріи», но, во всякомъ случаѣ, она даетъ кое-что новое въ представленіи о сущности и свойствахъ матеріи.

Кто до сего времени задавался вопросомъ, какимъ образомъ частицы электричества, — эти по существу непознаваемыя тѣльца, нѣчто, «что вовсе не вещество», — составляютъ атомъ, хотя и мельчайшую, но осязаемую, твердую и поддающуюся изученію частицу вещества? Кто спрашивалъ науку, что за процессы, превращающіе электричество, его энергію въ твердое вещество, происходятъ внутри атома? На эти вопросы, еще надолго обреченные на кличку спорныхъ, пытается отвѣтить Лебонъ на основаніи своихъ опытовъ.

Вообразимъ себѣ взятую Лебономъ струю воды (сохранивъ ея скорость) текущей не вертикально, а замкнутымъ вихремъ, въ видѣ кольца. Очевидно, это кольцо будетъ намъ представляться твердымъ, такъ какъ его мы не сможемъ разрубить даже саблей, какъ показалъ Лебонъ и какъ объяснилъ г. Видеманъ. Это вполнѣ ясно. Теперь замѣнимъ этотъ водяной вихрь какимъ-нибудь инымъ; нетрудно понять, что при извѣстной (и выше) скорости онъ тоже представится намъ твердымъ по тѣмъ же самымъ причинамъ, и эта твердость будетъ увеличиваться съ увеличеніемъ скорости частицъ, что слѣдуетъ изъ вычисленій г. Видемана. Теперь понятно, что электронный вихрь можетъ сдѣлаться такъ же твердъ, какъ только-что описанные, и атомы могутъ производить впечатлѣніе вполнѣ твердыхъ тѣлецъ. Я говорю «производить впечатлѣніе», потому что, собственно, неизвѣстно, скорость частицъ влечетъ ли за собой дѣйствительное увеличеніе твердости, какъ таковой, или только кажущееся, — но это, мнѣ кажется, не имѣетъ значенія, такъ какъ весь міръ мы цѣнимъ слишкомъ субъективно и никогда не можемъ быть увѣрены, кажется ли намъ это или въ дѣйствительности такъ. Какъ видимъ, эта теорія Лебона пытается только объяснить, какимъ образомъ атомы формируются изъ электроновъ и вовсе не освѣщаетъ того процесса, результатомъ котораго является твердость вещества въ цѣломъ, т. е. теорія сцѣпленія должна остаться въ силѣ, такъ какъ въ противномъ случаѣ мы не гарантированы, что тѣло, обладая большой твердостью атомовъ, разсыпится въ прахъ на молекулы или даже атомы.

Нужно сознаться, что теорія Лебона должна сойти со своего пьедестала, такъ какъ вовсе не отвѣчаетъ своему названію: твердости тѣлъ она отнюдь не объясняетъ, хотя даетъ представленіе, какимъ образомъ формируются или, вѣрнѣй, могутъ формироваться атомы, и даетъ толчекъ новымъ изслѣдованіямъ, которыя, надо надѣяться, окажутся болѣе точными и вдумчивыми, такъ какъ Лебонъ, въ концѣ концовъ, очень поверхностно наблюдалъ и описалъ свои опыты, сильно затрудняя разработку своихъ идей.

# По поводу рецензіи г. К. Л. о „Педагогикѣ математики“.

Еще нѣсколько лѣтъ тому назадъ попытки реформаторовъ измѣнить программы и методы школьной математики встрѣчали неизмѣнное возраженіе: «Ваши мысли вѣрны, но вѣдь это однѣ фразы. Дайте намъ конкретный матеріалъ, факты, руководства, методики». Сейчасъ уже создается новая математическая литература, по крайней мѣрѣ, за границей; но теперь раздаются другія возраженія: «Все это хорошо, интересно, но вѣдь ваши основные принципы невѣрны».

Подобныя возраженія направлены и противъ нашей книги «Педагогика математики». Рецензентъ находитъ, что «въ настоящее время дѣлаются попытки научнаго обоснованія отдѣльныхъ истинъ педагогики, съ примѣненіемъ экспериментальнаго метода; но отсюда до возможности построенія системы педагогики на основаніи экспериментальныхъ данныхъ еще очень далеко». Съ другой стороны, проф. Каганъ въ своемъ редакторскомъ добавленіи «считаетъ нужнымъ подчеркнуть, что увлеченіе результатами экспериментальной психологіи въ практическомъ отношеніи онъ считаетъ вреднымъ».

Мы — не психологи по спеціальности, но знакомы съ итогами этой науки за послѣднее десятилѣтіе; намъ также извѣстны нѣкоторыя практическія завоеванія, какими справедливо гордятся реформированныя школы за границей. Мы думаемъ, что какъ основы реформы, такъ и ея плоды достаточно полно освѣщены въ первой части нашей книги; въ свою очередь, мы спросимъ противниковъ: признаете ли вы, что старая методика зиждется на двухъ коренныхъ заблужденіяхъ — на смѣшеніи логики съ психологіей и на грубомъ эмпиризмѣ отдѣльныхъ преподавателей? Если же вы и теперь отвергаете, какъ базисъ, науку о развитіи ребенка, то чѣмъ вы думаете руководствоваться? Неужели одной традиціей?

Что касается реформаторовъ, то они откровенно заявляютъ, что обращаются за помощью къ новой педагогикѣ и дидактикѣ; а представители этихъ дисциплинъ говорятъ намъ: «Прослѣдивъ развитіе обобщенія, отвлеченнаго мышленія, способности дѣлать логическіе выводы, а также развитіе памяти на математическіе знаки и символы, мы можемъ установить опредѣленныя точки зрѣнія на желательныя формы преподаванія математическихъ и естественныхъ наукъ»*). — «Не слѣдуетъ обучать ни въ дѣтскихъ годахъ, ни въ какихъ бы то ни было школахъ ничему такому, что не можетъ быть пережито, проявлено въ дѣйствіи, запечатлѣно въ двигательномъ опытѣ; это — первый законъ воспитанія. Динамическая сторона въ изученіи всякаго предмета — ариѳметики, языковъ, естественныхъ наукъ, географіи — должна получить наиболѣе преобладающее значеніе» **). —

*) Майманъ, „Лекціи по экспериментальной педагогикѣ“, ч. III, стр. 245.

*) Эта и слѣдующая цитата взяты изъ только-что вышедшей (въ переводѣ) книги американскаго проф. О'Ши: „Роль активности въ жизни ребенка“ (стр. 159—161). Съ особеннымъ удовольствіемъ отмѣчаемъ новое авторитетное подтвержденіе принциповъ, защищаемыхъ въ нашей книгѣ.

«Двигательная дѣятельность является главной чертой ребенка; все, что совершается въ немъ, стремится проявиться въ соотвѣтственныхъ дѣйствіяхъ. Руки, ноги, голосовые органы и тѣло, какъ цѣлое, находятся въ постоянномъ движеніи во время бодрствованія, а до извѣстной степени даже во время сна. Что „ребенокъ думаетъ мускулами“, это становится общепризнанной истиной».

Въ полномъ соотвѣтствіи съ только-что указанными положеніями находится лабораторная метода преподаванія математики, давно созданная и провѣренная на практикѣ. Цѣлый рядъ математиковъ, начиная съ крупныхъ ученыхъ и вплоть до рядовыхъ учителей, словомъ и дѣломъ проводитъ ее въ жизнь. Мы думаемъ, что русскіе педагоги могутъ хотя бы повторить опыты своихъ иностранныхъ товарищей; но, во всякомъ случаѣ, утверждать, что ничего пока нѣтъ, значитъ — нарочно закрывать глаза.

Повидимому, и г. К. Л. и проф. Каганъ въ общемъ не станутъ отрицать необходимости считаться съ данными экспериментальной педагогики: оба они также согласны, что необходимы спеціальныя сочиненія по методикѣ математики. Но они нѣсколько расходятся въ оцѣнкѣ первой такой попытки, какою является наша книга. Такъ, г. К. Л. утверждаетъ: «Бѣда въ томъ, что авторы плохо разобрались въ излагаемомъ ими матеріалѣ», въ то время какъ г. редакторъ говоритъ: «Эта литература изучена авторами обстоятельно». Насколько первое утвержденіе можно считать объективнымъ, предоставляемъ судить читателямъ. Г. К. Л. приводитъ всего 3 доказательства въ защиту своего мнѣнія. Именно, по вопросу о правилѣ знаковъ при умноженіи онъ говоритъ: «При этомъ видно, что авторы плохо поняли нѣкоторыя цитируемыя ими книги, такъ какъ, напримѣръ, Борель въ своемъ учебникѣ вовсе не даетъ доказательства правила знаковъ, а лишь конкретную мотивировку». Въ XII-ой главѣ нашей книги имя Бореля встрѣчается одинъ разъ, такъ что рецензентъ могъ говорить лишь о слѣдующемъ абзацѣ (стр. 305 книги): «Дюгамель, а за нимъ Страннолюбскій разсматривали умноженіе въ связи съ вопросомъ о движеніи точки по прямой. Такимъ образомъ, 4 случая ($x = a \pm vt$) могутъ быть сведены къ одному, если только ввести правило знаковъ. Подобное рѣшеніе задачи можно найти во многихъ современныхъ курсахъ алгебры: Borel, Bourlet, Глаголевъ, Лебединцевъ и др.». — Во всемъ абзацѣ говорится ясно о задачѣ, а не о доказательствѣ; что же могло послужить предметомъ возраженія рецензента?

Далѣе г. К. Л. сопоставляетъ два якобы исключающія другъ друга сужденія: «на стр. 95 говорится, что въ возрастѣ 8 — 13 лѣтъ слѣдуетъ развивать память, пользуясь ея временной податливостью, а на стр. 99 объявляется, что общая воспріимчивость памяти неизмѣнна, она не поддается развитію» (выдѣлены цитаты изъ книги). Если эти два кусочка вырвать изъ двухъ параграфовъ о памяти и о періодахъ развитія (стр. 95—101), то и мы сами пришли бы, пожалуй, въ недоумѣніе; но вѣдь надо читать все! На стр. 101 сказано ясно: «Если воспріимчивость памяти неизмѣнна и ограничена, то, очевидно, она не поддается дрессировкѣ дальше извѣстнаго предѣла» и т. д. Лицу, знакомому съ психологіей, понятенъ какъ терминъ «общая воспріимчивость», такъ и возможность доразвитія памяти въ періодъ 8 — 13 лѣтъ.

Наконецъ: «Въ заключеніе той же главы IV-ой авторы дѣлаютъ выводъ, что единственно правильнымъ методомъ преподаванія математики» и т. д.;

отсюда рецензентъ заключаетъ, что мы опять противорѣчимъ сами себѣ, указывая сначала «единственный методъ» на стр. 104, а затѣмъ рекомендуя «еще три другихъ, признаваемыхъ авторами за вполнѣ цѣлесообразные»,— на стр. 119. Подобное противорѣчіе было бы весьма прискорбно, но увы! Этотъ «выводъ» принадлежитъ всецѣло г. К. Л., а не обвиняемымъ авторамъ. Въ главѣ IV ничего подобнаго не говорится.

Нужно ли разбивать остальныя «критическія замѣчанія»? Мы бы охотно отказались отъ этого, если бы не слѣдующее обстоятельство. Въ своемъ редакторскомъ прибавленіи проф. Каганъ указываетъ, что онъ «раздѣляетъ почти всѣ сдѣланныя здѣсь критическія замѣчанія», и это компетентное указаніе игнорировать нельзя. Къ счастью, г. К. Л. ни словомъ не обмолвился о главахъ I и II (эволюція педагогики математики), о главѣ III (наглядная и лабораторная методы), о главѣ V (основные принципы педагогики математики); вѣроятно, онъ не могъ найти въ нихъ «ошибокъ». Во 2-ой части избѣгли «критики»: глава VI (обоснованія начальнаго курса ариѳметики), главы VII, VIII и X (посвященныя геометріи и тригонометріи), глава XI (обоснованія начальнаго курса алгебры) и глава XIII (уравненія 1-й степени). Зато пострадали глава IX, отчасти XII и XIV: здѣсь рецензентъ указалъ чисто-математическія, по его мнѣнію, ошибки. Не желая оставить читателей рецензіи въ заблужденіи, будто мы плохіе математики, разсмотримъ вкратцѣ сдѣланныя «критическія замѣчанія».

1) Чтобы опровергнуть наше положеніе: «дѣленіе существуетъ только одно, какъ въ наукѣ, такъ и въ жизни, а именно — дѣленіе по содержанію», г. К. Л. говоритъ: «Всякій способный ученикъ знаетъ, что при дѣленіи отвлеченныхъ (sic!) чиселъ въ извѣстныхъ случаяхъ удобнѣе и цѣлесообразнѣе представлять себѣ процессъ дѣленія въ формѣ дѣленія по содержанію (напримѣръ, 369 : 123), въ иныхъ же случаяхъ — въ формѣ разложенія дѣлимаго на равныя слагаемыя, т. е. дѣленія на части (219 : 3)». Эта тирада поразительна! Защитники двойного дѣленія до сихъ поръ разсуждали, по крайней мѣрѣ, логично; они имѣли въ виду конкретныя величины (по неправильной русской терминологіи — именованныя числа); поэтому, по ихъ мнѣнію, случай: раздать 219 орѣховъ 3 мальчикамъ и разложить 369 орѣховъ въ кучки по 123 орѣха въ каждой — цѣлесообразнѣе разсматривать порознь. Но г. К. Л. говоритъ объ отвлеченныхъ числахъ; онъ не споритъ противъ приведенныхъ нами положеній, давно установленныхъ наукой (стр. 221):

«I. Дѣйствія производятся лишь надъ числами».

«II. Ариѳметическое число есть число абстрактное».

А изъ этихъ положеній вытекаетъ, что оба сомножителя равноцѣнны и дѣленіе, какъ дѣйствіе, обратное умноженію, одно: оно состоитъ въ отысканіи неизвѣстнаго множителя. Цѣлесообразность и логичность двойного дѣленія отпали давно.

2) Желая лишній разъ упрекнуть насъ въ непослѣдовательности, г. К. Л. цитируетъ фразу: «никакими этикетками снабжать числа при дѣйствіяхъ надъ ними нельзя», а затѣмъ приводитъ другую, взятую 28 страницами дальше: «2 четверти + 3 четверти = 5 четвертей». Можно подумать, что рѣчь идетъ о мѣрахъ сыпучихъ тѣлъ; поэтому мы приводимъ полный абзацъ

(стр. 252): «Можно и слѣдуетъ знакомить съ буквенными дробями, пользуясь примѣрно слѣдующей схемой: 2 четверти + 3 четверти = 5 четвертей, $^2/_4 + {^3/_4} = {^5/_4}$, $^2/a + {^3/a} = {^5/a}$ и т. п.». Недурные пріемы критики!

3) Рецензентъ находитъ, что опредѣленіе умноженія, предложенное Лякроа, нами понято неправильно: «авторы возстаютъ противъ извѣстнаго опредѣленія умноженія на дробь на томъ основаніи, что оно не подчиняется закону перманентности; откуда это слѣдуетъ, не сказано, да и мудрено было бы это доказать». А между тѣмъ самъ г. К. Л. вслѣдъ за этимъ говоритъ: «приведенное опредѣленіе страдаетъ неясностью (способовъ «составленія» чиселъ изъ единицы можно указать нѣсколько)». Вотъ въ этомъ и заключается «доказательство»! Разъ это опредѣленіе не обнимаетъ собою несоизмѣримыхъ и комплексныхъ чиселъ, значитъ, — оно не перманентно. Но рецензентъ этимъ не ограничился; онъ еще утверждаетъ, что злополучное опредѣленіе «является въ данномъ мѣстѣ курса слишкомъ общимъ». Что оно вообще недостаточно обще—извѣстно всѣмъ; какъ въ одно и то же время оно и слишкомъ и недостаточно обще — тайна рецензента.

Мы рѣшительно недоумѣваемъ, чему приписать этотъ хаосъ въ рецензіи. Впрочемъ, намъ неизвѣстно, о какомъ «законѣ перманентности» говоритъ г. К. Л., такъ какъ въ нашей книгѣ мы о немъ подробно не говорили.

4) Какъ и въ вопросѣ о перманентности, г. К. Л. самъ себя опровергаетъ въ абзацѣ, посвященномъ несоизмѣримымъ числамъ. Сначала онъ говоритъ: «понятіе о несоизмѣримомъ числѣ авторы совѣтуютъ вводить на конкретномъ примѣрѣ... Этотъ путь, дѣйствительно, самый лучшій», а пятью строчками ниже вдругъ заявляетъ: «лишь въ концѣ объясненія поднять вопросъ о томъ, что несоизмѣримыя числа дѣйствительно возможны, что они соотвѣтствуютъ реальнымъ объектамъ». Какъ же такъ? Съ одной стороны, «совѣтуютъ вводить на конкретномъ примѣрѣ», а съ другой — «лишь въ концѣ»? Неужели г. К. Л. не понимаетъ (или дѣлаетъ видъ), что одинъ-два конкретныхъ примѣра даютъ идею о новомъ числѣ, напримѣръ, $\sqrt{2}$ (діагональ квадрата), $\sqrt{3}$ (сторона правильнаго вписаннаго треугольника); но не всѣ несоизмѣримыя числа выражаются символически въ квадратныхъ радикалахъ, и существованіе особаго класса несоизмѣримыхъ чиселъ должно быть допущено потомъ.

Обращаемся къ послѣднему возраженію рецензента. Мы рекомендуемъ принять научную точку зрѣнія: «какова бы ни была теорія несоизмѣримыхъ чиселъ, она должна опираться на нѣкоторую аксіому, продиктованную наблюденіемъ и опытомъ», и приводимъ съ этой цѣлью аксіому Георга Кантора. Нашъ критикъ при этомъ говоритъ: «она (аксіома) здѣсь совершенно неумѣстна и ничего пояснить не можетъ». Если бы критикъ былъ хорошо знакомъ съ книгой Клейна «Elementarmathematik», то на стр. 87 оригинала или же въ №№ 491-492 этого журнала (здѣсь печатался русскій переводъ Клейна) могъ бы найти не только злополучную аксіому, но и подробную защиту ея позиціи, данную Клейномъ; такимъ образомъ, обвиненіе въ «совершенной неумѣстности» направлено не по адресу. Что же касается насъ, то мы предпочитаемъ слѣдовать указаніямъ Клейна и «Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées».

Не будемъ говорить объ общемъ духѣ рецензіи. Мы готовы признать, что книга имѣетъ много недостатковъ, мы готовы нести отвѣтственность за тонъ, за характеръ изложенія; мы готовы покаяться, что методика математики придумана не нами и что нашъ трудъ использовалъ главные иностранные источники. Пусть такъ! Но мы не можемъ согласиться съ дважды высказаннымъ заявленіемъ рецензента, будто все это извѣстно русскимъ педагогамъ уже давно. Одно изъ двухъ: или они все это отрицаютъ, или они это признаютъ, но не проводятъ въ жизнь. И то и другое предположеніе одинаково обидно для педагоговъ. Въ первомъ случаѣ они отворачиваются отъ всего, признаннаго авторитетами науки и педагогики, во второмъ — они учатъ вопреки убѣжденіямъ. Нѣтъ, г. К. Л., вы неправы. Русское учительство само сумѣетъ разобраться и отличить хорошее новое отъ сквернаго стараго. Ошибки при новыхъ выступленіяхъ неизбѣжны; не ошибался лишь тотъ, кто не искалъ истины, кто, предпочитая слѣдовать традиціямъ, пассивно пережевывалъ старое. Мы не даемъ рецептовъ, мы отвергаемъ методическіе уставы на каждый день, на каждый часъ, которые сковываютъ самодѣятельность учителя и въ погонѣ за техникой убиваютъ въ немъ художника, творца. Пусть ошибаемся мы, пусть въ подобныхъ исканіяхъ ошибаются другіе, но эти ошибки указываютъ путь и облегчаютъ работу новымъ поколѣніямъ*).

*В. Мрочекъ и Ф. Филипповичъ.*

---

# Отчетъ о задачѣ на премію № 3.

Въ редакцію поступило 3 рѣшенія задачи на премію № 3. Всѣ три рѣшенія признаны правильными; они принадлежатъ А. Доминикевичу (Лодзь), Д. Ефремову (Иваново-Вознесенскъ) и В. Эйчесу (Москва?). По совѣщанію между редакторомъ и авторомъ задачи г. Григорьевымъ премія назначена г. Д. Ефремову, который и приглашается сообщить редакціи, какія онъ желаетъ получить сочиненія въ видѣ преміи.

Премированное рѣшеніе будетъ напечатано въ ближайшемъ номерѣ „Вѣстника“.

---

*) Вопросы, поднятые какъ въ настоящей статьѣ, такъ и — главнымъ образомъ — въ книгѣ авторовъ заслуживаютъ того, чтобы редакція „Вѣстника“ удѣлила имъ вниманіе и сама заняла по отношенію къ нимъ опредѣленную позицію. Отчасти редакторъ будетъ имѣть возможность коснуться этихъ вопросовъ въ докладѣ о подготовленіи преподавателей для средней школы, надъ которымъ онъ въ настоящее время работаетъ по порученію Русской Подкоммиссіи въ составѣ Международной Коммиссіи по преподаванію. Немедленно по окончаніи этой работы редакторъ помѣститъ въ „Вѣстникѣ“ статью непосредственно по упомянутымъ вопросамъ.

Покамѣстъ замѣтимъ слѣдующее. Мы рѣшительно несогласны съ г. К. Л., что все изложенное въ книгѣ гг. Мрочека и Филипповича достаточно извѣстно русскому читателю; но и многіе доводы, приведенные въ настоящемъ возраженіи, насъ не убѣждаютъ. Повторяемъ, мы къ этому еще вернемся.

*Ред.*

# Задача на премію № 4.

Доказать слѣдующія двѣ теоремы — прямую и обратную.

I. Прямая теорема. Если корни кубическаго уравненія

$$x^3 = Ax + 2B$$

суть цѣлыя числа, то

$$A^3 - 27B^2$$

будетъ полнымъ квадратомъ цѣлаго числа.

II. Обратная теорема Если три цѣлыхъ числа, попарно взаимно-простыхъ, удовлетворяютъ равенству

$$A^3 - 27B^2 = C^2,$$

то корни кубическаго уравненія

$$x^3 = Ax + 2B$$

будутъ цѣлыми числами.

*Проф. В. Ермаковъ* (Кіевъ).

Авторъ лучшаго рѣшенія получитъ книги по его выбору на сумму въ 10 рублей. Работы должны поступить въ редакцію не позже 1 іюня сего года.

# НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Новые каналы на Марсѣ**. Директоръ Флагстафской обсерваторіи въ Аризонѣ (Соединенные Штаты), профессоръ П. Лоуэль, извѣстный своими прекрасными работами о Марсѣ, результаты которыхъ онъ недавно изложилъ въ замѣчательномъ докладѣ на общемъ годичномъ (за 1910 г.) засѣданіи Французскаго Астрономическаго Общества*), во время послѣдней оппозиціи Марса открылъ на этой планетѣ два новыхъ большихъ канала. Мы теперь съ нѣкоторымъ опозданіемъ сообщаемъ все же объ этомъ открытіи, такъ какъ выводы Лоуэля продолжаютъ служить предметомъ горячихъ споровъ.

Вслѣдствіе неодинаковой продолжительности вращенія земли и Марса вокругъ ихъ осей (Марсовъ день длится 24 часа 37 минутъ 22,65 секунды, т. е. больше земного дня приблизительно на 40 минутъ), такъ называемое Море Песочныхъ Часовъ на Марсѣ оставалось невидимымъ въ продолженіе шести мѣсяцевъ; когда оно 30 сентября 1909 г. снова вернулось въ поле зрѣнія наблюдателей, Лоуэль, къ своему удивленію, увидѣлъ два весьма замѣ-

*) О работахъ Лоуэля въ „Вѣстникѣ“ была помѣщена статья, указанная на стр. 1-ой. Нѣкоторыя возраженія противъ его общихъ выводовъ читатель найдетъ въ настоящемъ номерѣ.

чательныхъ канала, расположенныхъ къ востоку отъ Большого Сырта (или Моря Песочныхъ Часовъ) въ такихъ мѣстахъ, гдѣ раньше никогда не замѣчали каналовъ. Одинъ изъ нихъ выступалъ со дна Сырта въ 20 градусахъ сѣверной широты и 285 градусахъ долготы, другой выходилъ изъ восточнаго берега его немного ниже предыдущаго въ 17 градусахъ сѣверной широты и 284 градусахъ долготы. Оба канала слегка изгибались влѣво, затѣмъ направлялись на югъ и сходились въ оазисѣ (въ 5 градусахъ сѣверной широты и 265 градусахъ долготы), тоже впервые лишь найденномъ, приблизительно въ двухъ третяхъ разстоянія отъ залива, гдѣ они встрѣчали Аментесъ; послѣдній былъ очень слабо виденъ, такъ что о присутствіи его можно было лишь догадываться.

Два главныхъ канала были соединены съ множествомъ мелкихъ, и, кромѣ того, можно было различить также два другихъ новыхъ оазиса; всѣ эти каналы и оазисы составляли вмѣстѣ ясно выраженную систему.

Лоуэль и Слайферъ (Slipher) изготовили большое число рисунковъ, и немного спустя эти любопытные виды были также сфотографированы. Снимки показываютъ, что эти новые каналы являются самыми интересными образованіями во всей указанной области планеты. Съ особенной ясностью они видны на снимкѣ, полученномъ Лоуэлемъ 3 октября, съ Большимъ Сыртомъ почти въ центрѣ пластинки, и на другомъ снимкѣ, полученномъ 6 октября Лэмплэндомъ, съ двумя каналами, расположенными въ сосѣдствѣ центральнаго меридіана. Они имѣютъ совершенно прямолинейный видъ.

Въ протоколахъ наблюденій, произведенныхъ въ предшествующіе мѣсяцы, отъ мая до августа, нельзя обнаружить никакихъ слѣдовъ присутствія этихъ каналовъ. Ихъ нельзя найти въ Марсовыхъ анналахъ ни одной обсерваторіи; ихъ нѣтъ также въ картахъ, начерченныхъ за двадцать пять или тридцать лѣтъ тому назадъ астрономами, которые занимались спеціальнымъ изученіемъ Марса. Такимъ образомъ, можно сказать, что глазъ человѣческій до 30 сентября 1909 года никогда не видалъ ихъ.

Но если тотъ или другой астрономъ первый увидѣлъ какую-нибудь новую географическую деталь на поверхности другой планеты, можно ли отсюда вывести заключеніе, что она не существовала раньше?

Когда изслѣдователь полярныхъ областей земного шара открываетъ островъ, какую-нибудь новую землю или неизвѣстный до того времени путь, онъ обогащаетъ наши географическія свѣдѣнія новымъ фактомъ, но самое явленіе существовало, однако, и до того, какъ человѣкъ открылъ его. Не такъ ли обстоитъ дѣло и съ этими новыми каналами на Марсѣ?

Лоуэль утверждаетъ, что здѣсь этого не можетъ быть. Область, въ которой эти канали были открыты за время отъ 30 сентября до 12 декабря 1909 года, изучалась при тождественныхъ условіяхъ ученымъ американскимъ астрономомъ четыре раза, а именно въ слѣдующіе періоды: отъ 13 сентября до 25 ноября 1894 г.; отъ 31 іюля до 11 октября 1896 г.; отъ 13 іюля до 30 августа 1898 г.; отъ 12 ноября до 25 января 1907 г.

Но за всѣ эти четыре періода онъ ни разу не отмѣтилъ этихъ двухъ каналовъ; можно поэтому быть увѣреннымъ, что появленіе ихъ не обусловлено смѣной временъ года, и что прежде они не существовали.

Лоуэль прибавляетъ, что невозможно объяснить эти любопытныя образованія какими-либо извѣстными намъ природными физическими причинами: мы вправѣ полагать, что передъ нами твореніе рукъ обитателей сосѣдней намъ планеты, созданное для практической цѣли.

Лоуэль остается, такимъ образомъ, при своихъ взглядахъ на происхожденіе каналовъ на Марсѣ, и всѣ доводы противниковъ, которые читатель найдетъ, между прочимъ, въ статьѣ Маундера, его не убѣждаютъ.

# Еще одинъ любопытный примѣръ несоблюденія „двѣнадцатой заповѣди".

*Н. Дрентельна.*

Въ 1906 г. проф. О. Д. Хвольсонъ напечаталъ на нѣмецкомъ языкѣ книжку подъ заглавіемъ „Hegel, Häckel, Kossuth und das zwölfte Gebot", вышедшую въ 1908 г. вторымъ изданіемъ. Нынѣ она появилась на русскомъ языкѣ (Гегель, Геккель, Коссутъ и двѣнадцатая заповѣдь. Критическій этюдъ. СПБ., 1911. Ц. 1 р.). Главная цѣль этого замѣчательнаго этюда*) — показать, съ какою удивительной развязностью и съ какимъ глубокимъ непониманіемъ распространяется на физическія темы извѣстный натуралистъ Эрнстъ Геккель въ своей книжкѣ „Міровыя загадки" (Die Welträtsel). Эта книжка Геккеля распространена въ Германіи въ огромномъ числѣ экземпляровъ и переведена на многіе языки (между прочимъ, и на русскій). Она имѣетъ претензію отвѣтить на глубочайшіе вопросы о мірѣ и жизни, надъ которыми въ теченіе тысячелѣтій задумывались лучшіе представители рода человѣческаго Между тѣмъ физико-философскія положенія ея автора основаны на полнѣйшемъ незнаніи и непониманіи основныхъ принциповъ физики. На стр. 4 этюда О. Д. Хвольсона, въ назиданіе потомству, выписаны два изреченія Геккеля, которыя далѣе и подвергаются блестящему критическому разбору:

„Кинетическая теорія матеріи недопустима".

„Второе начало механической теоріи тепла противорѣчитъ первому и потому недопустимо".

О. Д. Хвольсонъ показываетъ, что эти изреченія вовсе не проистекаютъ, какъ надо было бы ожидать, изъ критическаго изслѣдованія основныхъ положеній физики, а основываются на сплошномъ ихъ непониманіи.

„Никогда не пиши о томъ, чего ты не понимаешь" — такова „двѣнадцатая заповѣдь" (стр. 22), нарушеніемъ которой Геккель „безсмертно осрамился" (стр. 112).

Перехожу теперь къ главной темѣ моей замѣтки.

Въ 1873 году не менѣе извѣстный натуралистъ Карлъ Фогтъ въ рѣчи, произнесенной имъ въ Ліонѣ на собраніи Французскаго Общества споспѣшествованія научнымъ знаніямъ, горячо возставая противъ господствовавшей въ то время гипотезы огненно-жидкаго состоянія внутренности земли, проводитъ свой собственный взглядъ на причины вулканической дѣятельности. Онъ именно доказываетъ, что очаги вулканическихъ изверженій лежатъ вовсе не такъ глубоко подъ поверхностью земли, какъ принимается гипотезой огненно-жидкаго ядра: возникновеніе теплоты, необходимой для образованія лавы и водяныхъ паровъ большой упругости, находитъ свое объясненіе въ многочисленныхъ химическихъ процессахъ, совершающихся на сравнительно небольшой глубинѣ. И вотъ при вычисленіи этой глубины, — конечно на основаніи чисто физическихъ данныхъ, — встрѣчаются странныя вещи! Привожу точный переводъ интересующаго меня мѣста (стр. 23—24) по нѣмецкому изданію рѣчи К. Фогта: „Ueber Vulkane. Vortrag von Carl Vogt, Professor in Genf. (48 стр.). Basel, Schweighauserische Verlagsbuchhandlung, Hugo Richter, 1875".

„Упругость нагрѣтаго до 100° Ц. водяного пара уничтожается (vernichtet) давленіемъ въ 830 атмосферъ, т. е., округленно, давленіемъ водяного столба въ 8300 *м.*, — такъ какъ одна атмосфера уравновѣшиваетъ приблизительно столбъ воды въ 10 *м.*".

---

*) Болѣе подробный отчетъ о немъ будетъ помѣщенъ въ другомъ мѣстѣ.

„Безъ большой ошибки можно принять, что температура лавы не превышаетъ 1270° Ц., и что средній удѣльный вѣсъ лавы втрое больше, чѣмъ воды“.

„Основанное на этихъ данныхъ вычисленіе приводитъ къ выводу, что наибольшая высота, на которую перегрѣтый водяной паръ можетъ поднять столбъ лавы, составляетъ около 30 *км.*“. (Самое вычисленіе въ брошюрѣ отсутствуетъ).

Приводимыя здѣсь данныя объ упругости водяного пара до такой степени странны, что прежде всего заставляютъ подозрѣвать какую-нибудь описку или опечатку. Но вотъ подлинныя слова К. Фогта, содержащіяся въ его письмѣ изъ Женевы отъ 27 января (н. с.) 1876 года, которое мною было получено въ отвѣтъ на посланный автору запросъ. (Письмо это хранится у меня до сихъ поръ. Нѣкоторыя слова подчеркнуты самимъ авторомъ).

„Je n'ai pas dit, comme vous vous exprimez dans votre lettre, que la tension des vapeurs aqueuses à la temperature de 100° C. est èquilibrée de 830 atmosphères“.

J'ai dit au contraire, que „la tension de la vapeur d'eau chauffée à 100° C. est anéantie par une pression de 830 atmosphères“.

La première proposition, telle que vous la formulez, aurait été une exormité, un non-sens.

La seconde est parfaitement vraie.

La tension de la vapeur d'eau n'est anéantie (vernichtet en allemand) que lorsque cette vapeur est réduite à l'état liquide.

Or, en se condensant à l'état liquide, la vapeur d'eau dégage de la chaleur.

Si l'on comprime la vapeur d'eau chauffée à 100° C; de manière qu'elle devienne liquide, elle dégage 636° C. de chaleur, et la vapeur arrivée à cette chaleur a une tension de 830 atmosphères environ: la tension des vapeurs est comme vous savez la plus forte immédiatement avant la liquèfaction.

Il y a donc méprise de votre part — les mots „équilibrée“ et „anéanti“ sont foncièrement différents.

„Ne connaissant pas la traduction russe, je ne puis être responsable de ce qu'elle dit“.

(„Я не сказалъ, какъ вы выражаетесь въ вашемъ письмѣ, что упругость водяного пара при 100° Ц. уравновѣшивается 830 атмосферами. Я, напротивъ, сказалъ, что упругость водяного пара нагрѣтаго до 100° Ц. уничтожается давленіемъ въ 830 атмосферъ. Первое положеніе, какъ вы его формулируете, было бы чудовищнымъ преувеличеніемъ, безсмыслицей. Второе — совершенно вѣрно. Упругость водяного пара будетъ уничтожена (по-нѣмецки — vernichtet) лишь тогда, когда этотъ паръ будетъ превращенъ въ жидкость. Но, сгущаясь въ жидкое состояніе, водяной паръ выдѣляетъ теплоту. Если сжать водяной паръ, нагрѣтый до 100° Ц., такъ, чтобы онъ превратился въ жидкость, то онъ выдѣляетъ 636° Ц. теплоты, и паръ, доведенный до этой степени тепла, имѣетъ упругость около 830 атмосферъ: какъ вамъ извѣстно, упругость пара наибольшая передъ самымъ моментомъ сжиженія. Итакъ, ошибка съ вашей стороны: слова „уравновѣшивается“ и „уничтожается“ совершенно различны. — Не зная русскаго перевода, я не могу быть отвѣтственнымъ за то, что въ немъ сказано“ *).

Какъ видно, письмо не только не разрѣшаетъ недоумѣнія, но еще больше запутываетъ дѣло...

---

*) Дѣло въ томъ, что въ одномъ большомъ московскомъ естественно-научномъ журналѣ (издававшемся, кажется, подъ редакціей профессора зоологіи Усова) былъ помѣщенъ переводъ рѣчи Фогта — безъ всякихъ оговорокъ по поводу рискованнаго мѣста.

Исторія съ письмомъ къ Фогту относится къ давнимъ воспоминаніямъ, къ временамъ послѣдняго года моего ученія въ реальной гимназіи. Въ существовавшемъ у насъ товарищескомъ кружкѣ читались „рефераты" на разныя интересовавшія насъ темы, и тогда именно приведенное выше вычисленіе Фогта вызвало большое недоумѣніе. Ставъ студентами, двое изъ членовъ нашего кружка не замедлили обратиться за разъясненіемъ къ покойнымъ профессорамъ Р. Э. Ленцу и Ф. Ф. Петрушевскому. Такъ какъ отвѣты получились неопредѣленные, то Фогту и было написано письмо, на которое въ скоромъ времени послѣдовалъ приведеннный выше отвѣтъ. Уже значительно позже покойный профессоръ физики С. А. Усовъ, внимательно ознакомившись съ содержаніемъ брошюры Фогта и его письма, высказался вполнѣ опредѣленно: „Да! Фогтъ, хотя и извѣстный натуралистъ, въ физикѣ — слабъ"..

По весьма понятнымъ причинамъ я не рѣшался до сихъ поръ выступать въ печати съ указаніемъ на этотъ курьезъ. Но теперь, послѣ выхода въ свѣтъ этюда проф. Хвольсона, я считаю умѣстнымъ привести еще одинъ любопытный примѣръ несоблюденія ученымъ „двѣнадцатой заповѣди" по отношенію къ предмету, выходящему за предѣлы его спеціальности.

---

# РЕЦЕНЗІИ.

**А. Тумерманъ.** *Учебникъ ариѳметики.* Систематическій курсъ для школьнаго и самостоятельнаго изученія. Часть I. „Цѣлыя числа". Цѣна 30 к. Часть II. „Дроби". Цѣна 35 к. Часть III. „Отношенія, пропорціи и задачи на тройныя правила, проценты, учетъ векселей, пропорціональное дѣленіе и смѣшеніе". Цѣна 35 к.

Разсматриваемый учебникъ ариѳметики г. Тумермана, являясь хорошимъ руководствомъ при школьномъ обученіи, представляетъ особенно цѣнную книгу для учащихся, принужденныхъ получать образованіе внѣ школы. Въ составителѣ виденъ опытный преподаватель, сумѣвшій въ тѣсныя рамки учебника вмѣстить какъ обычный матеріалъ, такъ и разборъ всѣхъ вопросовъ, на которые наталкивали его ученики въ теченіе его преподавательской дѣятельности. Всѣ эти вопросы авторомъ предусмотрѣны, и на всѣ данъ ясный отвѣтъ, иллюстрируемый большимъ количествомъ примѣровъ. Особеннаго вниманія заслуживаетъ въ этомъ отношеніи часть III. Вопросы о рѣшеніи задачъ на тройныя правила, проценты, учетъ векселей, пропорціональное дѣленіе и смѣшеніе разобраны съ исчерпывающей полнотой, и можно съ увѣренностью сказать, что большинство разъясненій, которыя обыкновенно даются преподавателемъ на урокѣ, ученикъ найдетъ въ этой книгѣ. Дополненіе этой части нѣкоторыми свѣдѣніями изъ теоретической ариѳметики даетъ возможность ввести эту часть въ старшіе классы тѣхъ учебныхъ заведеній, въ коихъ курсъ ариѳметики повторяется.

Обращаетъ на себя вниманіе, на нашъ взглядъ, весьма удачная система изложенія. Каждый параграфъ начинается вопросомъ, указывающимъ содержаніе этого параграфа и заканчивается отвѣтомъ на поставленный вопросъ, при чемъ и вопросъ и отвѣтъ набраны жирнымъ шрифтомъ.

Констатируя вообще довольно строгое для элементарнаго курса обоснованіе дѣйствій, можно, однако, указать на неудачныя опредѣленія понятій числа и отношенія.

*И. Габеръ.*

**А. И. Гольденбергъ.** *Программа обученія счисленію въ начальной школѣ.* Четвертый годъ обученія. Посмертное изданіе. Москва, 1910. Изданіе И. Д. Сытина. Стр. 28. Цѣна 10 к.

Эта программа заключаетъ въ себѣ относительно подробныя методическія указанія по обученію счисленію въ начальной школѣ.

Она находится въ тѣсной связи съ программой того же автора, составленной для школы съ трехлѣтнимъ курсомъ и изданной Тульскимъ Губернскимъ Земствомъ подъ заглавіемъ: „Уроки счисленія въ начальной школѣ" (Тула. Стр. 27, цѣна 10 к.), а также находится въ связи съ извѣстной посмертной работой А. И. Гольденберга по методикѣ ариѳметики: „Бесѣды по счисленію" (Изданіе Саратовскаго Губернскаго Земства. Стр. 258. Цѣна 1 р. 25 к.).

Появленіе отдѣльнымъ изданіемъ этой программы вполнѣ своевременно, ибо въ настоящее время горячо обсуждается вопросъ о введеніи четвертаго года обученія въ начальныхъ школахъ.

Весьма желательно и весьма полезно было бы, чтобы лица, заинтересованныя этимъ вопросомъ, внимательно прислушались къ авторитетному голосу покойнаго педагога-математика.

Но эта брошюра можетъ быть весьма полезной не только для начальной школы, но и для младшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній, въ которыхъ проходится курсъ дробей.

Въ виду сказаннаго желаемъ самаго широкаго распространенія этой прекрасной брошюрѣ.

*N.*

**К. Н. Рашевскій.** *Элементарная геометрія.* Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Москва, 1909. Изданіе т-ва И. Д. Сытина.

Въ началѣ предисловія къ этой книгѣ авторъ указываетъ, что при составленіи своего учебника онъ имѣлъ въ виду, главнымъ образомъ, облегчить учащимся изученіе геометріи; точнѣе было бы сказать, что онъ задавался цѣлью облегчить прохожденіе курса геометріи по существующимъ програмамъ. Если разсматривать учебникъ г. Рашевскаго съ этой точки зрѣнія, то слѣдуетъ признать, что въ общемъ авторъ достигъ своей цѣли: въ своихъ разсужденіяхъ онъ достаточно кратокъ, выдвигаетъ на первый планъ существенное и старается подобрать въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ наиболѣе доступные способы доказательствъ. Отмѣтимъ еще, какъ достоинство книги, что авторъ даетъ учащимся понятіе объ основныхъ методахъ рѣшенія задачъ на построеніе, а также (въ концѣ книги) о методахъ доказательствъ въ геометріи вообще; эта послѣдняя глава вноситъ объединяющіе элементы въ познанія учащихся по всему курсу.

Нѣкоторыя отдѣльныя частности нуждаются, однако, въ улучшеніяхъ и исправленіяхъ. Напримѣръ, изложеніе третьяго случая равенства треугольниковъ (по тремъ соотвѣтственно равнымъ сторонамъ) будетъ болѣе доступно для учащихся, если обосновать его на теоремѣ о свойствѣ биссектрисы угла при вершинѣ равнобедреннаго треугольника (какъ это сдѣлано въ курсѣ г. Киселева). Есть неудачныя истолкованія основныхъ понятій, напримѣръ: „геометрическое тѣло существуетъ только въ нашемъ умѣ, въ дѣйствительности же его нѣтъ" (стр 5); къ этому дается примѣчаніе: „если-бы всѣ люди на землѣ погибли, то исчезли бы и геометрическія тѣла: физическія же остались бы" (для читателя, не стоящаго на точкѣ зрѣнія такъ называемаго „наивнаго реализма", послѣднее утвержденіе не представляется очевиднымъ). И на слѣдующей стр. 6 сталкиваемся съ подобнымъ же неудачнымъ опредѣленіемъ величины: „величиной называется вообще все то, что можетъ увеличиваться и уменьшаться и можетъ быть раздѣлено на части". Врядъ ли что уяснятъ себѣ учащіеся изъ общаго опредѣленія касательной (стр. 73): „касательная есть предѣльное положеніе сѣкущей, точки пересѣченія которой съ окружностью безпредѣльно приближаются другъ къ другу“; а опредѣленіе равенства несоизмѣримыхъ отношеній (стр. 103) иллюстрировано такимъ примѣромъ, который идетъ въ разрѣзъ съ опредѣленіемъ: если два отношенія отрѣзковъ $\frac{AB}{CD}$ и $\frac{MN}{PQ}$, вычисленныя съ точностью до 0,1 (съ недостаткомъ), равны 1,4, то изъ этого единственнаго факта еще не слѣдуетъ, что равны другъ другу любыя соотвѣтственныя приближенныя значенія этихъ отношеній. Совершенно излишними являются мнемоническія правила для запоминанія значеній $\pi$ и $\frac{1}{\pi}$; если эти правила могутъ быть полезными во французской школѣ (въ чемъ еще можно сомнѣваться), то для русскаго ученика, безспорно, легче запомнить непосредственно нѣсколько знаковъ числа $\pi$, чѣмъ приводимыя на стр. 210 мнемоническія фразы. Что касается историческихъ примѣчаній, даваемыхъ въ текстѣ, то ихъ слѣдовало бы или вовсе не помѣщать, или выдѣлить въ особую главу съ болѣе обстоятельнымъ изложеніемъ; въ настоящемъ же своемъ видѣ они отрывочны, разбросаны и мало полезны.

Въ радикальной переработкѣ нуждаются отдѣлы задачъ на вычисленіе; въ настоящемъ своемъ видѣ они могутъ внушить читателю мысль, что геометрія есть вполнѣ отвлеченная наука, годная только для разрѣшенія искусственно подобранныхъ отвлеченныхъ задачъ, и не имѣющая никакой связи ни съ жизнью, ни съ другими науками, ни даже съ другими отдѣлами математики. Впрочемъ, этимъ недостаткомъ страдаютѣ всѣ употребляющіеся въ нашей средней школѣ собранія геометрическихъ задачъ.

Всѣ вышеизложенные недостатки могутъ быть устранены и при сохраненіи соотвѣтствія между содержаніемъ книги и нынѣ дѣйствующими программами курса геометріи. Но если бы авторъ разработалъ до конца мысль о необходимости облегчить учащимся изученіе геометріи по существу, то онъ пришелъ бы къ одному изъ кардинальныхъ положеній новой методики геометріи — къ требованію, чтобы дедуктивный курсъ геометріи въ средней школѣ опирался на предварительное знакомство съ курсомъ наглядной геометріи. И тогда, конечно, ему пришлось бы превратить свой учебникъ во второй (систематическій) концентръ курса геометріи; при этомъ пришлось бы въ иныхъ мѣстахъ разойтись и съ существующими программами, но дѣло преподаванія, конечно, выиграло бы.

*К. Л.*

# ЗАДАЧИ.

## Подъ редакціей привать-доцента **Е. Л. Буницкаго.**

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

**№ 372** (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$(ax^2 + bx + c)^5 - (ax^2 + bx + d)^5 = e.$$

*Б. Двойринъ* (Одесса).

**№ 373** (5 сер.). Вычислить сумму $n$ членовъ ряда

$$\operatorname{arc\,tg}\frac{2}{2+1^2+1^4}+\operatorname{arc\,tg}\frac{4}{2+2^2+2^4}+\operatorname{arc\,tg}\frac{6}{2+3^2+3^4}+\cdots$$

$$\cdots+\operatorname{arc\,tg}\frac{2n}{2+n^2+n^4}+\cdots$$

*Л. Богдановичъ* (Ярославль).

**№ 374** (5 сер.). Построить трапецію $ABCD$, зная основаніе ея $AD=a$, сумму квадратовъ діагоналей $AC^2+BD^2=k^2$, площадь $s=k^2$, такъ, чтобы другая параллельная сторона $BC$ была вдвое менѣе $AD$.

*П. Безчеревныхъ* (Козловъ).

**№ 375** (5 сер.). Доказать тожества

$$\operatorname{tg}10^0=\operatorname{tg}20^0\operatorname{tg}30^0\operatorname{tg}40^0,$$

$$\operatorname{tg}5^0=\operatorname{tg}15^0\operatorname{tg}25^0\operatorname{tg}35^0.$$

*Е. Томашевичъ* (Москва).

**№ 376** (5 сер.). Доказать, что число

$$6^{2n}+3^{n+2}+3^n$$

при всякомъ цѣломъ и неотрицательномъ $n$ дѣлится на 11 безъ остатка.

*Р. Витвинскій* (ст. Помошная).

**№ 377** (5 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x^3+y^3=8,$$

$$x^2+y^2=4.$$

*Р. Бокаляръ* (Воронежъ).

---

# РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

**№ 250** (5 сер.). *Найти сумму* n *членовъ ряда*

$$\operatorname{cosec}a\operatorname{cosec}2a+\operatorname{cosec}2a\operatorname{cosec}3a+\cdots+\operatorname{cosec}(\mathrm{n}-1)a\operatorname{cosec}\mathrm{n}a+\cdots$$

(Заимств. изъ *Casopis*).

Полагая въ формулѣ

$$\cot a-\cot b=\frac{\cos a}{\sin a}-\frac{\cos b}{\sin b}=\frac{\sin b\cos a-\sin a\cos b}{\sin a\sin b}=\frac{\sin(b-a)}{\sin a\sin b} \qquad (1)$$

$$a=ma,\quad b=(m+1)a,$$

получимъ:

$$\cot ma - \cot (m+1) a = \frac{\sin [(m+1) a - ma]}{\sin ma \sin (m+1) a} = \frac{\sin a}{\sin ma \sin (m+1) a} = \qquad (2)$$

$$= \sin a \operatorname{cosec} ma \operatorname{cosec} (m+1) a = \sin a \,.\, u_m,$$

гдѣ $u_m$ обозначаетъ общій членъ разсматриваемаго ряда. Полагая въ формулѣ (2) послѣдовательно $m = 1, 2, \ldots, n$, имѣемъ:

$$\begin{aligned} u_1 \sin a &= \cot a - \cot 2a, \\ u_2 \sin a &= \cot 2a - \cot 3a, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ u_{n-1} \sin a &= \cot (n-1) a - \cot na, \\ u_n \sin a &= \cot na - \cot (n+1) a. \end{aligned} \qquad (3)$$

Обозначивъ сумму $n$ членовъ искомаго ряда черезъ $s_n$ и сложивъ равенства (3), находимъ [см. (1)]:

$$s_n \sin a = \cot a - \cot (n+1) a = \frac{\sin na}{\sin a \sin (n+1) a},$$

откуда

$$s_n = \frac{\sin na}{\sin^2 a \sin (n+1) a} = \operatorname{cosec}^2 a \sin na \operatorname{cosec} (n+1) a.$$

При рѣшеніи задачи мы предположили $\sin a \neq 0$; въ противномъ случаѣ указанный методъ рѣшенія не примѣнимъ, и вмѣстѣ съ тѣмъ суммируемое выраженіе теряетъ смыслъ.

*Л. Богдановичъ* (Ярославль); *И. Чижевскій* (Александрія); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ); *Б. Двойринъ* (Одесса); *С. Розенблатъ* (Балта); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *Р. Витвинскій* (Одесса); *Г. Варкентинъ* (Бердянскъ).

**№ 251** (5 сер.). *Опредѣлить коэффиціенты* A *и* B *такъ, чтобы многочленъ*

$$x^6 + Ax^5 + (2A+1) x^4 + Bx^3 + (2A+1) x^2 + Ax + 1$$

*дѣлился на возможно болѣе высокую степень двучлена* $x+1$*; найти показатель этой степени.*

(Заимств. изъ *L'Education Mathématique*).

По теоремѣ Безу, для того, чтобы разсматриваемый многочленъ дѣлился безъ остатка на $x+1$, необходимо и достаточно, чтобы его значеніе при $x = -1$ равнялось нулю. Такимъ образомъ имѣемъ:

$$1 - A + 2A + 1 - B + 2A + 1 - A + 1 = 0,$$

откуда

$$B = 2A + 4. \qquad (1)$$

Итакъ, разсматриваемый многочленъ, который мы для краткости обозначимъ черезъ $f(x)$, долженъ имѣть видъ [см. (1)]:

$$f(x) = x^6 + Ax^5 + (2A+1)\,x^4 + (2A+4)\,x^3 + (2A+1)\,x^2 + Ax + 1. \quad (2)$$

Пробуя раздѣлить многочленъ (2) на $(x+1)^2$, мы видимъ, что онъ дѣлится на $(x+1)^2$ безъ остатка, при чемъ

$$f(x) : (x+1)^2 = x^4 + (A-2)\,x^3 + 4x^2 + (A-2)\,x + 1, \quad (3)$$

откуда видно, что для дѣлимости многочлена $f(x)$ на $(x+1)^3$ необходима и достаточна дѣлимость многочлена, стоящаго въ правой части равенства (3) на $x+1$; такимъ образомъ, примѣняя опять теорему Безу, приходимъ къ выводу, что для дѣлимости $f(x)$ на $(x+1)^3$ необходимо и достаточно, чтобы этотъ многочленъ выражался формулой (2) и чтобы коэффиціентъ $A$ удовлетворялъ условію [см. (3)]:

$$(-1)^4 + (A-2)(-1)^3 + 4(-1)^2 + (A-2)(-1) + 1 =$$
$$= 1 - A + 2 + 4 - A + 2 + 1 = 0,$$

или $2A = 10$, откуда $A = 5$. Итакъ, въ искомомъ многочленѣ $A = 5$, $B = 14$ [см. (1)], при чемъ онъ навѣрно дѣлится на $(x+1)^3$; пробуя дѣлить многочленъ

$$f(x) = x^6 + 5x^5 + (2\,.\,5+1)\,x^4 + 14x^3 + (2\,.\,5+1)\,x^2 + 5x + 1 =$$
$$= x^6 + 5x^2 + 11x^4 + 14x^3 + 11x^2 + 5x + 1$$

на $(x+1)^4$, мы видимъ, что въ остаткѣ получится нуль, а въ частномъ $x^2 + x + 1$; это частное уже не дѣлится на $x+1$, а потому показатель высшей степени двучлена $x+1$, на которую можетъ дѣлиться искомый многочленъ, есть 4.

Задачу можно рѣшить также съ помощью теоремы: для того, чтобы цѣлый многочленъ $f(x)$ дѣлился безъ остатка на $(x-a)^m$, но не дѣлился на $(x-a)^{m+1}$ ($m$ — цѣлое положительное число), необходимо и достаточно, чтобы выполнялись равенства

$$f(a) = 0, \quad f'(a) = 0, \ \ldots, \ f^{(m-1)}(a) = 0, \quad f^{(m)}(a) \neq 0,$$

гдѣ $f^{(i)}(x)$ ($i = 1, 2, \ldots, m$) обозначаетъ $i$-ую производную отъ $f(x)$. Въ данномъ случаѣ имѣемъ:

$$f'(x) = 6x^5 + 5Ax^4 + 4(2A+1)\,x^3 + 3Bx^2 + 2(2A+1)\,x + A,$$

$$f''(x) = 30x^4 + 20Ax^3 + 12(2A+1)\,x^2 + 6Bx + 4A + 2,$$

$$f'''(x) = 120x^3 + 60Ax^2 + 24(2A+1)\,x + 6B,$$

$$f''''(x) = 360x^2 + 120Ax + 24(2A+1).$$

Поэтому условія дѣлимости нашего многочлена на $(x+1)^k$ при $k \geqq 4$ (гдѣ $k$ — цѣлое положительное число) выражается равенствами

$$f(-1) = 1 - A + 2A + 1 - B + 2A + 1 - A + 1 = 2A - B + 4 = 0,$$

$$f'(-1) = -6 + 5A - 8A - 4 + 3B - 4A - 2 + A = -6A + 3B - 12 = 0,$$

$$f''(-1) = 30 - 20A + 24A + 12 - 6B + 4A + 2 \quad = 8A - 6B + 44 \quad = 0,$$

$$f'''(-1) = -120 + 60A - 48A - 24 + 6B \quad = 12A + 6B - 144 \quad = 0,$$

или, послѣ обычныхъ преобразованій, равенствами:

$$2A - B + 4 = 0,\quad 2A - B + 4 = 0,\quad 4A - 3B + 22 = 0,\quad 2A + B - 24 = 0. \qquad (5)$$

Первыя два уравненія этой системы совпадаютъ, а потому система уравненій (5) приводится къ виду

$$2A - B = -4,\quad 4A - 3B = -22,\quad 2A + B = 24.$$

Рѣшая совмѣстно первое уравненіе съ третьимъ, получимъ, какъ и раньше, $A = 5$, $B = 14$, при чемъ это рѣшеніе удовлетворяетъ и второму уравненію. Наконецъ, замѣчая, что

$$f'''' (-1) = 360 - 120A + 48A + 24 = -72A + 384,$$

мы видимъ, что $f''''(-1)$ при $A = 5$ обращается въ число 24, не равное нулю, а потому разсматриваемый многочленъ, дѣлясь на $(x+1)^4$, уже не можетъ дѣлиться на высшую степень $x+1$. Итакъ, мы снова приходимъ къ прежнему рѣшенію.

*Л. Богдановичъ* (Ярославль); *А. Д* (Лодзь): *А. Фрумкинъ* (Одесса); *И. Чижевскій* (Александрія); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *Б. Двойринъ* (Одесса); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ); *К. Бергманъ* (Митава); *А. Фельдманъ* (Одесса) *Г. Варкентинъ* (Бердянскъ); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *Н. Доброгаевъ* (Тульчинъ).

# Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

**О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.**

**Л. Мамлокъ**. *Стереохимія*. Ученіе о пространственномъ расположеніи атомовъ въ молекулѣ. Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей проф. П. Г. Меликова. Съ 58 фигурами въ текстѣ. Изданіе „Mathesis“. Одесса, 1911. Стр. VIII+164. Ц. 1 р. 20 к.

**Фурнье Дальбъ**. *Два новыхъ міра*. I. Инфра-міръ. II. Супра-Міръ. Изданіе „Mathesis“. Одесса, 1911. Стр. 120. Ц. 80 к.

**Н. П. Слетовъ**. преподаватель Рижской Городской гимназіи. *Прямолинейная тригонометрія*. Учебникъ, составленный примѣнительно къ индуктивному методу преподаванія. Изданіе книгоиздательства „Сотрудникъ“. Петербургъ-Кіевъ, 1911. Стр. VIII+180. Ц. 80 к.

**С. И. Бондаревъ**. *Ариѳметическій задачникъ* для первоначальнаго обученія ариѳметикѣ. Часть I. Численные примѣры и задачи въ предѣлѣ 100. Изданіе т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1911. Стр. 116. Ц. 25 к.

**В. Ивановъ (Дубравинъ)**. *Курсъ ариѳметики*. Вып. I. Цѣлыя и десятичныя числа. Псковъ, 1911. Стр. 68. Ц. 30 к.

**С. Слугиновъ**, магистрантъ математики, преподаватель Казанской 2-й гимназіи. I. *Пропорціи и прогрессіи*. Казань, 1910. Стр. 40. Ц. 30 к. II. *Теорія радикаловъ*. Казань, 1910. Стр. 20. Ц. 20 к.

**Н. Дубницкій**. *Физика для народа*. (Посмертное изданіе). Общество содѣйствія внѣшкольному образованію. Издательская коммиссія. Москва, 1910. Стр. VII+112. Ц. 50 к.

**Б. Л. Гржегоржевскій**, инженеръ. *Опытъ математическаго изложенія началъ электромагнитной теоріи силъ природы.* I. Тяготѣніе. С.-Петербургъ, 1910. Стр. 20.

**И. И. Трояновскій**. *Курсъ природовѣдѣнія.* Часть II. „Растеніе и его жизнь". Для младшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній, торговыхъ школъ и городскихъ училищъ. Со многими рисунками и 9 цвѣтными таблицами. Изданіе т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1911. Стр. 172. Ц. 70 к.

**В. Могилатъ**. *Новый взглядъ на образованіе дождя.* (Одна таблица чертежей). Пятигорскъ, 1911. Стр. 70. Ц. 80 к.

Воздушный Путь. Научно-техническій журналъ. № 1. Январь, 1911. Изданіе Воздухоплавательнаго Кружка СПБ. Технологическаго Института. Приложеніе: Эйфель. *Сопротивленіе воздуха.* Перевелъ съ французскаго и дополнилъ В. Н. Салинъ.

Записки Императорской Академіи Наукъ. Н. А. Коростелевъ. Метеорологическія наблюденія въ Россіи во время солнечнаго затменія 1 (14 января 1907 года. Съ діаграммой затменія и 1 листомъ графиковъ. С.-Петербургъ, 1910 Стр. 28. Ц. 50 к.

Извѣстія Императорской Академіи Наукъ. 1910. Къ запискѣ академика М. А. Рыкачева „*О магнитной съемкѣ Россіи*".

**М. А. Рыкачевъ.** *Докладъ* о засѣданіяхъ Коммиссіи по магнитной съемкѣ вдоль параллели Международной Ассоціаціи Академія и Постоянной Магнитной Коммиссіи Международнаго Метеорологическаго Комитета, собравшихся осенью 1910 г. въ Берлинѣ.

*Отчетъ* о засѣданіяхъ Конференціи Международнаго Метеорологическаго Комитета, собравшагося въ Берлинѣ въ сентябрѣ 1910 г.

*Отчетъ* о дѣятельности Николаевской Главной Физической обсерваторіи и подвѣдомственныхъ ей учрежденій за 1909 г. С.-Петербургъ, 1910. Стр. 28.

Московское Общество Народныхъ Университетовъ. Секція народной средней школы. $190^8/_9$ и $190^9/_{10}$ учебные годы. Москва, 1910. Стр 124. Ц 50 к.

*Commission internationale de l'Enseignement mathématique. Sous-Commission Russe.* **C. Possé**, Professeur émérite de l'Université de St.-Pétersbourg. *Rapport sur l'enseignement mathématique dans les Universités, Écoles techniques supérieures et quelques-unes des Écoles militaires en Russie.* St.-Pétersbourg. 1910.

*Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles de Finlande,* rédigé par une Commission instituée par le Sénat Impérial de Finlande. Helsingfors, 1910.

*Commission internationale de l'Enseignement mathématique.* Circulaire n° 3. Réunion de Bruxelles. Semptembre, 1910. *Compte rendu des séance de la Commission et des conférences sur l'enseignement technique moyens* faites à Bruxelles du 10 au 16 août 1910 à l'occasion de l'Exposition universelle, publié par **H. Fehr**, Secrétaire-général de la Commission. Extrait de *L'Enseignement Mathématique.* Genève, 1910.

---

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

**ПРИНИМАЕТСЯ ПОДПИСКА на 1911 годъ (XXXI годъ изданія)**

НА ДВУХНЕДѢЛЬНЫЙ ЖУРНАЛЪ

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО.

Органъ VI Отдѣла Императорскаго Русскаго Техническаго О-ва.
Органъ Всероссійскихъ Электротехническихъ Съѣздовъ.
Органъ Общества Электротехниковъ въ Москвѣ.

---

**Журналъ „Электричество“ издается VI (Электротехническимъ) Отдѣломъ Императорскаго Русскаго Техническаго Общества съ цѣлью распространенія свѣдѣній о современ. состояніи ученія объ электрическ. энергіи и о ея приложен. къ потребност. жизни, техники и промышл.**

---

Журн. редактируется особымъ редакц. комитет., избраннымъ VI Отдѣломъ

## ВЪ ЖУРНАЛѢ УЧАСТВУЮТЪ:

Инж.-эл. Е. О. Бакстъ, инж. Н. Н. Вашковъ, проф. А. В. Вульфъ, инж.-эл. Б. П. Вьюшковъ, проф. Техн. Инст. А. А. Вороновъ, проф. П. Д. Войнаровскій, преп. Техн. Инст. Н. Н. Георгіевскій, инж.-эл. С. Д. Гефтеръ, инж. пут. сообщ. Г. О. Графтіо, инж. Л. Г. Гуревичъ, инж. П. П. Дмитренко, инж. Л. В. Дрейеръ, инж. п. с. Г. Д. Дубелиръ, проф. Н. Г. Егоровъ, инж. К. П. Канѣвецъ, инж.-техн. В. Д. Кирпичниковъ, инж. А. Г. Коганъ, инж. Н. Н. Константиновъ, инж. П. А. Ковалевъ, проф. Эл.-техн. Инст. А. А. Кузнецовъ, старш. инсп. Главн. Палаты мѣръ и вѣсовъ И. А. Лебедевъ, проф. В. К. Лебединскій, инж. Р. Р. Ліандеръ, инж. П. П. Лызловъ, инж. Д. М. Майзель, С. О. Майзель, инж.-техн. Т. Ф. Макарьевъ, проф. В. Ф. Миткевичъ, инж.-эл. А. Л. Оренбахъ, инж. І. Т. Павлицкій, инж. Б. Петерсъ, инж. С. Пинскеръ, преп. Моск. инж. учил. инж.-эл. М. К. Поливановъ, преп. Техн. Инст. Б. Л. Розингъ, инж. Н. М. Сокольскій, Д. М. Сокольцовъ, инж. П. А. Суткевичъ, инж.-мех. Н. И. Сушкинъ, инж.-техн. Э. Р. Ульманъ, инж.-техн. М. В. Фридлендеръ, инж. Ф. И. Холуяновъ, инж. А. А. Чернышевъ, инж. Г. Н. Шароевъ, проф. М. А. Шателенъ, инж. К. К. Шмидтъ (Берлинъ), инж. Е. Я. Шульгинъ и др.

Съ 1-го января 1910 г. (за исключ. лѣтн. мѣсяц.)

**журналъ выходитъ 2 раза въ мѣсяцъ—всего 20 №№ въ годъ.**

ОБЪЕМЪ ЖУРНАЛА ЗНАЧИТЕЛЬНО УВЕЛИЧЕНЪ.

**Къ журналу прилагается „Сборникъ докладовъ“, прочитанныхъ на VI-мъ Всероссійскомъ Электротехническомъ Съѣздѣ.**

Подписка принимается въ Редакціи, въ Техническомъ Обществѣ **(Пантелеймоновская, 2)** и во всѣхъ книжныхъ магазинахъ.

**Подписная цѣна** на годовой экземпляръ съ доставкой и пересылкой внутри Россіи 8 руб., за полгода—5 руб. За границу 12 р. При перемѣнѣ адреса необходимо указать № бандероли и уплат. 50 к.

**ОТДѢЛЬНЫЕ НОМЕРА ПРОДАЮТСЯ ВЪ РЕДАКЦІИ ПО 60 К.**

РАЗСРОЧКА допускается лишь по взаимному соглашенію съ редакціею.
СТУДЕНТАМЪ высш. технич. учебн. завед. журн. высыл. за 4 р. въ годъ.
Журналъ и его изданія по электротехникѣ на Всерос. Художеств.-Пром. выставкѣ 1896 г. въ Нижнемъ Новгородѣ удостоены высшей награды—диплома перв. разряда.
Журналъ „Электричество“ рекомендованъ Учебн. Комитет. Министерства Народнаго Просвѣщенія для фундаментальн. библіотекъ мужскихъ гимназій и реальн. училищъ.

**Въ редакціи продаются изданія журн. „Электричество“.**

Редакція открыта для личныхъ переговоровъ по средамъ и субботамъ отъ 5 до $7^1/_2$ ч. веч.

**Адресъ редакціи: С.-Петербургъ, 7-я Рождественская, № 4, кв. 12. Телеф. 37-65.**

# Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

**Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый,**

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

**ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:** Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премію. Библіографическій отдѣлъ: обзоръ спеціальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

**Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.**

---

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн. город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку.

**Важнѣйшія статьи, помѣщенныя въ 190⁹/₁₀ г.**

**42-ой семестръ.**

*М. Зиминъ.* Приближенное вычисленіе корней квадратнаго уравненія. — *П. В. Шепелевъ.* Объ изложеніи основныхъ понятій и законовъ механики.—*Э. Пикаръ.* Успѣхи динамическаго воздухоплаванія.—Проф. *Ф. Содди.* Отецъ радія.—*К. Граффъ.* Комета Галлея и ея предстоящее возвращеніе.— *А. Долговъ.* О построеніи нитяныхъ моделей многогранниковъ Пуансо.—Проф. *Ф. Содди.* Къ вопросу о происхожденіи радія.— Прив.-доц. *В. Каганъ.* Что такое алгебра?—Проф. *К. Делтеръ.* Искусственные драгоцѣнные камни.—*Л. Видеманъ.* По поводу новаго объясненія твердости тѣлъ.—Проф. *Г. Кайзеръ.* Современное развитіе спектроскопіи.— Новое сообщеніе проф. Рамзая о превращеніи химическихъ элементовъ.—*Д. Ефремовъ.* О четырехугольникахъ.— *А. Пугаченко.* Приближенное дѣленіе угла на $n$ равныхъ частей при помощи циркуля и линейки.— Опыты проф. І. І. Косоногова по изслѣдованію электролиза при помощи ультра-микроскопа.— Проф. *А. Беккеръ.* Сжиженіе газовъ.

**43-ій семестръ.**

*Г. Пуанкаре.* Новая механика. — *П. Флоровъ.* Способъ вычисленія отношенія окружности къ діаметру съ пятью десятичными знаками, пригодный для преподаванія въ среднихъ школахъ.— *И. Мессершмидтъ.* Марсъ и Сатурнъ. — *П. Лоуэль.* Марсъ. — *С. Виноградовъ.* Развитіе понятія о числѣ въ его исторіи и въ школѣ.— *Е. Григорьевъ.* О разложеніи въ ряды функцій $\sin x$ и $\cos x$.— Проф. *Д. Синцовъ.* Къ вопросу о преподаваніи математики. Я. Штейнеръ, какъ преподаватель— *Г. Урбэнъ.* Являются ли основные законы химіи точными или же лишь приближенными. — *Е. Смирновъ.* Объ ирраціональныхъ числахъ. — *П. Ренаръ.* Авіація, какъ спортъ и наука. — Проф. *О. Лоджъ.* Міровой эѳиръ. — *К. Лебединцевъ.* Понятіе объ ирраціональномъ числѣ въ курсѣ средней школы. — *Э. Кроммелинъ.* Происхожденіе и природа кометъ. — *А. Филипповъ.* Дѣйствія съ періодическими дробями. — Прив.-доц. *В. Бобынинъ.* Естественные и искусственные пути возстановленія историками математики древнихъ доказательствъ и выводовъ.

---

**Условія подписки:**

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.** Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи,** платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.** Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

**Журналъ за прошлые годы** по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. **Отдѣльные номера** текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

*Адресъ для корреспонденціи:* **Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики".**