

№ 519.



# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

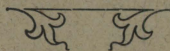
ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

XLIV-го Семестра № 3-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1910.

<http://vofem.ru>



ВЫШЛА И ПОСТУПИЛА ВЪ ПРОДАЖУ НОВАЯ БРОШЮРА

# ЗНАЧЕНІЕ САМОДѢЛЬНЫХЪ ПРИБОРОВЪ“

для преподаванія физики и химіи.

Составилъ В. И. ПОПОВЪ.

Москва, 1910. Изданіе И. Д. Сытина; цѣна 30 коп.

Иллюстрирована многими рисунками.

Можно выписывать отъ автора за 5 семикоп. марокъ.

Кромѣ того содержитъ: 1) Перечисленіе различныхъ матеріаловъ, которые не имѣютъ цѣнности, но могутъ быть употреблены для изготовленія дешевыхъ приборовъ. 2) Описаніе способа сверленія стекла и устройства приборовъ для сверленія. 3) Списокъ приборовъ, которые могутъ изготовляться **В. И. Поповымъ** при полученіи достаточнаго количества заказовъ.

Въ виду большого спроса на упрощенные и удешевленные приборы, я рѣшилъ выработать рядъ простыхъ приборовъ, при помощи которыхъ можно было бы демонстрировать большинство физическихъ явленій, входящихъ въ программу физики нашей средней школы. Такимъ образомъ удастся создать „**Систематическій физическій кабинетъ**“, въ которомъ не будетъ ничего лишняго, но который явится достаточно полнымъ. Списокъ приборовъ будетъ данъ въ особой брошюрѣ „**Систематическій физическій кабинетъ**“. Кромѣ того, разсмотрѣвши многочисленныя рецензіи и отзывы о моихъ книгахъ и сопоставивши ихъ съ тѣмъ, что мнѣ пишутъ мои многочисленные читатели, я рѣшилъ написать: „**Отвѣтъ моимъ рецензентамъ и моимъ читателямъ**“.

Въ настоящее время ведутся переговоры объ устройствѣ мастерской; поэтому лицъ, сочувствующихъ этому дѣлу, прошу сообщать полезныя свѣдѣнія, а также приглашаю желающихъ вступить въ компанію для устройства мастерской для дешевыхъ приборовъ по моимъ моделямъ.

Либава, Комм. училище А. Ө. Чинка.

**В. ПОПОВЪ.**



Вышелъ изъ печати и поступилъ въ продажу

# ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ КАЛЕНДАРЬ-СПРАВОЧНИКЪ

на 1910 — 1911 учебный годъ.

Составленъ 16 преподавателями подъ общей редакціей С. Ананьина и М. Цитрона.

1-ая часть — Записная книжка и календарь для ежедневнаго обихода.

2-ая часть — Настольный педагогическій справочникъ.

**I.—Библиографическій отдѣлъ.** 1) Въслѣдствіе разбросанности педагог. литературы и почти полного отсутствія **периодическихъ** библиограф. указателей, спеціально приспособленныхъ для учителей средн. школы, отыскиваніе нужнаго матеріала по тому или другому вопросу отнимаетъ непроизводительно много труда, а въ провинціи и вообще почти невозможно. Поэтому редакция приложила особыя усилія для того, чтобы этотъ отдѣлъ отвѣчалъ слѣд. требованіямъ: 2) Списки книгъ и статей должны давать **minimum** литературы, необход. для того, чтобы разобратъ въ томъ или другомъ вопросѣ, но за то указывать литературу по возможно большому числу вопросовъ. 3) Указываться должны только такія изданія, которыя можно безусловно рекомендовать вниманію преподавателей. 4) Для желающихъ болѣе полно ознакомиться съ какимъ-либо вопросомъ даются списки спеціальныхъ указателей. Списки книгъ и статей по отдѣльнымъ вопросамъ школьной жизни редактированы педагогами-специалистами.

**II.—Законы и циркуляры, касающіеся дѣятельности преподавателей.** 1) Служебныя права учителей. Объ опредѣленіи на службу, о содержаніи, вычетахъ, пенсіяхъ и пособіяхъ. 2) О центральн. правительствен. учрежденіяхъ, заведующихъ народнымъ образованіемъ, и средн. учебн. заведеніяхъ **различныхъ вѣдомствъ.**

### III.—Различныя справочныя свѣдѣнія.

Цѣна за обѣ части — 1 р. 10 к. (первая часть въ мягкомъ коленк. перепл.).

Продается во всѣхъ большихъ книжныхъ магазинахъ.

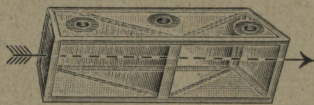
Выписывающіе изъ главы, склада издательства „Сотрудникъ“ (Кіевъ, Александровская, 27) за пересылку не платятъ.

## F. Hellige & Co.

FREIBURG im BREISGAU.

## Ф. Геллиге и К<sup>о</sup>.

ФРЕЙБУРГЪ въ БРЕЙЗГАУ.



**Призмы** „прямого зрѣнія по системѣ профессора Кёнигсбергера для проектированія спектровъ; большая свѣтосила; большія отверстія за  $\frac{1}{5}$  стоимости призмъ Вернике.

**Сосуды изъ зеркальнаго стекла съ кислотоупорной замазкой** для опытовъ по абсорбціи и спектроскопіи. **Свѣтовые фильтры** и Неслеровы трубки всѣхъ формъ и величинъ.

**Зеркала для гальванометровъ**, даже особенно тонкія въ 0,05 миллиметра.

**Термометры для высокихъ температуръ**, наполненные азотомъ при давленіи въ 25 атмосферъ. Нормальные термометры; по желанію съ удостовѣреніемъ о провѣркѣ отъ TRA.

**Вентили для водоструйныхъ насосовъ**; новая и хорошо дѣйствующая модель.

Пробные проспекты высылаются безплатно по первому требованію.



# Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый,

подъ редакціей приватъ доцента В. Ф. Кагана.

— с —

**ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:** Оригиналы и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросам преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премию. Библиографическій отдѣлъ: обзоръ спеціальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

**Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.**

Предыдущіе семестры были рекомендованы: Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч. прогимн., город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ—для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку.

## Важнѣйшія статьи, помѣщенные въ 190<sup>го</sup> г. 42-ой семестръ.

*М. Зиминъ.* Приближенное вычисленіе корней квадратнаго уравненія.—*П. В. Шепелевъ.* Объ изложеніи основныхъ понятій и законовъ механики.—*Э. Пикарь.* Успѣхи динамическаго воздухоплаванія.—Проф. *Ф. Содди.* Отецъ радія.—*К. Граффъ.* Комета Галлея и ея предстоящее возвращеніе.—*А. Долговъ.* О построеніи нитяныхъ моделей многогранниковъ Пуансо.—Проф. *Ф. Содди.* Къ вопросу о происхожденіи радія.—Прив.-доц. *В. Каганъ.* Что такое алгебра?—Проф. *К. Делтеръ.* Искусственные драгоценныя камни.—*Л. Видеманъ.* По поводу новаго объясненія твердости тѣлъ.—Проф. *Г. Кайзеръ.* Современное развитіе спектроскопіи.—Новое сообщеніе проф. Рамзая о превращеніи химическихъ элементовъ.—*Д. Ефремовъ.* О четырехугольникахъ.—*А. Пугаченко.* Приближенное дѣленіе угла на  $n$  равныхъ частей при помощи циркуля и линейки.—Опыты проф. *І. І. Косоногова* по изслѣдованію электролиза при помощи ультра-микроскопа.—Проф. *А. Беккеръ.* Сжиженіе газовъ.

## 43-й семестръ.

*Г. Пуанкаре.* Новая механика.—*П. Флоровъ.* Способъ вычисленія отношенія окружности къ діаметру съ пятью десятичными знаками, пригодный для преподаванія въ среднихъ школахъ.—*Н. Мессершмидтъ.* Марсъ и Сатурнъ.—*П. Лоуэлъ.* Марсъ.—*С. Виноградовъ.* Развѣтїи понятія о числѣ въ его исторіи и въ школѣ.—*Е. Григорьевъ.* О разложеніи въ ряды функцій  $\sin x$  и  $\cos x$ .—Проф. *Д. Синцовъ.* Къ вопросу о преподаваніи математики. Я. Штейнертъ, какъ преподаватель.—*Г. Урбанъ.* Являются ли основныя законы химіи точными или же лишь приближенными.—*Е. Смирновъ.* Объ ирраціональныхъ числахъ.—*П. Ренаръ.* Авіація, какъ спортъ и наука.—Проф. *О. Лоджъ.* Міровой эфиръ.—*К. Лебединцевъ.* Понятіе объ ирраціональномъ числѣ въ курсѣ средней школы.—*Э. Кроммелингъ.* Происхожденіе и природа кометъ.—*А. Филипповъ.* Дѣйствія съ періодическими дробями.—Прив.-доц. *В. Бобынинъ.* Естественныя и искусственныя пути возстановленія историками математики древнихъ доказательствъ и выводовъ.

## Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ 6 руб., за полугодіе 3 руб. Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ непосредственно изъ конторы редакціи, платятъ за годъ 4 руб., за полугодіе 2 руб. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. Отдѣльные номера текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

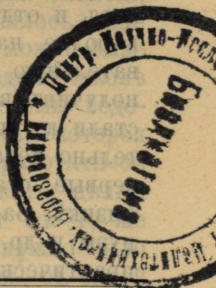
Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.



# Вѣстникъ Опытной Физики

## и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 519.



**Содержаніе:** Практическія занятія по физикѣ въ германской средней школѣ. *К. Иванова.* — Замѣтка по вопросу о трисекціи угла. *Проф. Д. Синцова.* — Нѣкоторые свойства вращающагося твердаго тѣла. *Н. Васильева.* — Элементарный выводъ главнаго свойства стереографической проекціи. *В. Карвайскаго.* — По поводу статьи Л. Видемана въ № 498 „Вѣстника Опытной Физики“. *С. Гальперсона.* — Краткій отчетъ о засѣданіи Московскаго Математическаго Кружка 9 апрѣля 1910 г. — Задачи №№ 318—323 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ №№ 232, 233, 238 и 239 (5 сер.). — Объявленія.

### Практическія занятія по физикѣ въ германской средней школѣ.

*К. Иванова.*

(Докладъ, сдѣланный въ Математическомъ Отдѣленіи Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей 4 апрѣля 1910 г.).

Обычная постановка преподаванія физики въ средней школѣ давно уже признана неудовлетворительной. Пассивная роль ученика, лишеннаго возможности лично экспериментировать и вынужденнаго довольствоваться лишь созерцаніемъ демонстрируемыхъ ему явленій, и доминирующая роль учебника (подчасъ плохого) приводятъ, какъ извѣстно, къ тому, что учащіеся приучаются мыслить физическія явленія въ обстановкѣ страницъ, чертежей, рисунковъ, формулъ, отдѣльныхъ приборовъ, не „чувствуютъ“ природы, слабо вникаютъ въ сущность явленій и плохо понимаютъ смыслъ и значеніе физическихъ законовъ. Разумѣется, знающій, опытный преподаватель, властвующій искусствомъ экспериментированія, имѣющій въ своемъ распоряженіи хорошую коллекцію аппаратовъ и другихъ необходимыхъ приспособленій, можетъ въ значительной мѣрѣ сгладить дефекты системы преподаванія умѣло подобранными и хорошо продемонстрированными опытами, толковыми разъясненіями и удачными задачами. Но даже при такихъ счастливыхъ обстоятельствахъ никогда ученикъ не извлечетъ изъ самыхъ блестящихъ демонстрацій того, что онъ извлечетъ бы изъ собственнаго, хотя бы и болѣе скромнаго, опыта. Извѣстные всѣмъ



результаты реформы преподаванія университетской физики, выразившейся въ томъ, что физическія лабораторіи въ серединѣ, приблизительно, прошлаго столѣтія открыли свои двери для студентовъ, позволяли съ увѣренностью утверждать это. Вотъ почему ужъ съ давнихъ поръ и отдѣльные педагоги-физики и цѣлые съѣзды стали все болѣе и болѣе настойчиво требовать введенія и въ среднюю общеобразовательную школу практическихъ занятій по физикѣ, дабы учащіеся, получивъ возможность экспериментировать, „почувствовали“ природу, стали къ ней ближе, научились понимать ее. Однако, только сравнительно недавно, лѣтъ 25—30 тому назадъ, американцы и англичане первые стали заводить въ средней школѣ практическія занятія по физикѣ. За ними вскорѣ послѣдовали германцы, гораздо позже французы и др. Послѣдніе годы ознаменовались интенсивнымъ введеніемъ практическихъ занятій по физикѣ въ среднюю школу во всѣхъ культурныхъ странахъ. У насъ въ Россіи также признается польза и необходимость практическихъ занятій; такъ какъ, судя по нѣкоторымъ даннымъ, мы стоимъ наканунѣ введенія ихъ въ нашу среднюю школу, то было бы, быть можетъ, не безынтереснымъ познакомиться съ постановкой упомянутыхъ занятій въ школахъ другихъ государствъ. Я имѣлъ недавно возможность познакомиться съ постановкой практическихъ занятій по физикѣ въ германской средней школѣ путемъ посѣщенія уроковъ физики въ берлинскихъ гимназіяхъ, реальныхъ гимназіяхъ, реальныхъ училищахъ, и хотѣлъ бы подѣлиться своими впечатлѣніями и добытыми свѣдѣніями съ лицами, интересующимися преподаваніемъ физики.

Годомъ возникновенія практическихъ занятій по физикѣ въ средней школѣ въ Германіи считаютъ 1892 годъ, когда Б. Швальбе (B. Schwalbe), преподаватель физики и директоръ Dorotheenstädtisches Realgymnasium въ Берлинѣ, впервые ввелъ эти занятія. Происходили они во внѣучебное время, были необязательны и, во избѣжаніе недоразумѣній, были осторожно названы „выполненіемъ нѣкоторыхъ работъ по физикѣ“. Цѣль ихъ была—дать ученикамъ возможность поближе познакомиться съ аппаратами и повторить тѣ опыты, преимущественно качественного характера, которые были продемонстрированы преподавателемъ на урокахъ. Успѣхъ первыхъ практическихъ занятій превзошелъ ожиданія Швальбе. Несмотря на ихъ необязательность всѣ ученики весьма охотно принимали въ нихъ участіе; интересъ ихъ къ физикѣ, любознательность, самостоятельность значительно повысились. Эти же первыя практическія занятія показали, въ какомъ направленіи ихъ надо дальше вести и развивать. Прежде всего оказалось, что опыты чисто качественного характера очень часто вырождаются въ пустую забаву и потому должны быть замѣнены работами, главнымъ образомъ, количественного характера, требующими отъ ученика большаго вниманія, сосредоточенности, самостоятельности и, вообще, болѣе серьезнаго отношенія къ дѣлу. Кромѣ того, выяснилось, что мечта Швальбе—пересадить изъ Берлинскаго Университета въ гимназію Кундтовскій „малый практикумъ“—должна быть оставлена: цѣли, преслѣдуемая изученіемъ физики, методы преподаванія, уровень



познаний и развитія учащихся настолько различны въ средней и высшей школѣ, что нельзя рабски копировать университетскія практическія занятія.

Несмотря на цѣнный опытъ первыхъ практическихъ занятій, преемнику Б. Швальбе — Г. Гану (H. Hahn) пришлось еще много лѣтъ поработать надъ новымъ дѣломъ, прежде чѣмъ можно было сказать, что практическія занятія по физикѣ стали въ средней школѣ на твердую почву. Нужно было испробовать различныя системы веденія занятій съ тѣмъ, чтобы остановиться на той изъ нихъ, которая позволяетъ учащимся при наименьшей затратѣ времени работать съ наибольшей для себя пользой; нужно было сконструировать цѣлый рядъ измѣрительныхъ приборовъ, достаточно точныхъ и въ то же время простыхъ, наглядныхъ и недорогихъ; наконецъ, нужно было выработать типъ школьной физической лабораторіи, считаясь съ одной стороны, съ потребностями преподаванія, а съ другой стороны, — со скромными, обыкновенно, средствами среднихъ учебныхъ заведеній. Результаты своихъ многолѣтнихъ трудовъ Ганъ опубликовалъ въ дѣломъ рядѣ статей и книгъ, изъ которыхъ особенно цѣнными являются: 1. „Wie sind die physikalischen Schülerübungen praktisch zu gestalten?“ Berlin, 1905. 2. „Handbuch für physikalische Schülerübungen“. Berlin, 1909.

Одновременно съ Ганомъ много работали и многое сдѣлали въ томъ же направленіи К. Ноакъ (K. Noack, Гиссенъ), Е. Гримзель (E. Grimsehl, Гамбургъ) и др.

Система, которую Ганъ, послѣ долгихъ пробъ, призналъ наиболее цѣлесообразной для веденія въ средней школѣ практическихъ занятій по физикѣ, есть система „одного фронта“, когда всѣ ученики, числомъ не болѣе 12—16 (въ случаѣ большаго числа ихъ разбиваютъ на группы) выполняютъ одновременно одну и ту же задачу на совершенно одинаковыхъ приборахъ.

Порядокъ работы слѣдующій. Преподаватель предварительно объясняетъ подробно, въ чемъ состоитъ задача, что и какъ измѣряется, какія измѣренія являются наиболее трудными и важными, въ чемъ заключаются особенности данныхъ аппаратовъ и т. д. Убѣдившись изъ разспросовъ въ томъ, что учащіеся ясно представляютъ себѣ то, что имъ предстоитъ дѣлать, преподаватель рекомендуетъ имъ компактную схему протокола опыта и послѣ этого предлагаетъ приступить къ работѣ.

Вотъ, для примѣра, схема протокола опыта, имѣющаго цѣлью изслѣдовать поляризацию элемента Лекланше помощью  $tg$ -гальванометра.

	Отклоненіе стрѣлки		Среднее	$a$	$\tan a$	ЕМК въ V
	къ В.	къ З.				
До короткаго замыканія						
Послѣ короткаго замыканія на ... мин.						
4 мин. спустя						



Еще въ началѣ учебнаго года ученикамъ сообщаются правила распорядка, которые должны соблюдаться во время работы, и, кромѣ того, даются полезные совѣты, которыми слѣдуетъ руководствоваться вообще, при всякихъ опытахъ. Многие изъ этихъ совѣтовъ остались бы, разумѣется, пустыми словами, если бы ученики были предоставлены самимъ себѣ или если бы чѣмъ-либо было затруднено преподавателю руководство и наблюденіе за работой учащихся. Тутъ-то и сказывается значеніе „одного фронта“. Прежде всего, разъ задача разъяснена обстоятельно — а преподаватель имѣетъ возможность это сдѣлать, такъ какъ приходится объяснять одну только задачу, — учащіеся болѣе успѣшно работаютъ, чѣмъ въ томъ случаѣ, когда преподаватель, какъ это бываетъ въ системѣ „вразсыпную“, долженъ ограничиваться болѣе краткими указаніями; далѣе, такъ какъ наблюденіе за работой при „одномъ фронтѣ“ значительно легче, то длительныхъ заминокъ въ работѣ отдѣльныхъ учениковъ не происходитъ; указанія же, сдѣланныя данному ученику по поводу какихъ-либо дефектовъ въ его работѣ, могутъ оказаться кстати и для многихъ другихъ работающихъ. Не надо думать, что „одинъ фронтъ“ связываетъ самостоятельность и инициативу ученика. Если ученикъ придумалъ свой способъ выполненія предложенной задачи, преподаватель даетъ ему возможность потомъ испробовать этотъ способъ, хотя бы отрицательный исходъ опыта и былъ ему напередъ виденъ (лишь бы, разумѣется, не пострадали приборы); къ тому же очень часто неудачные опыты столь же поучительны, какъ и удачные.

Помимо удобства въ веденіи практическихъ занятій работа „въ одинъ фронтъ“ даетъ преподавателю возможность идти съ практическими занятіями строго параллельно курсу, что такъ важно, въ особенности, въ средней школѣ. Однако, особенно цѣнной является система „одного фронта“ благодаря тому, что, какъ показалъ опытъ, нѣтъ надобности назначать особые часы для практическихъ занятій, а можно производить ихъ въ часы, назначенные для преподаванія физики, какъ это уже осуществлено въ Dorotheenstädtisches Realgymnasium. На первый взглядъ кажется невѣроятнымъ, чтобы это можно было сдѣлать безъ добавочныхъ часовъ. Но, вѣдь, многія задачи измѣрительнаго характера (какъ, напримѣръ, вывѣрка термометра, опредѣленіе температуръ плавленія, кипѣнія, нахожденіе температуры смѣси, опредѣленіе теплоемкости, удѣльнаго вѣса, изученіе способовъ взвѣшиванія, численная провѣрка законовъ Гука, Бойля-Мариотта, Ома, Кирхгоффа, Джоуля, изслѣдованіе стеколъ, изученіе спектровъ, вычерчиваніе магнитныхъ силовыхъ линій, опредѣленіе сопротивленій и т. д.), дѣлаютъ совершенно излишними соответствующія демонстраціи; кромѣ того, есть много простыхъ опытовъ, не требующихъ большой экспериментаторской ловкости, которые могутъ быть выполнены учениками подъ руководствомъ преподавателя почти за то же время, что и преподавателемъ. Наконецъ, если учащіеся и тратятъ больше времени на опыты, чѣмъ сколько бы ушло на демонстраціи у преподавателя, то эта потеря съ лихвою вознаграждается гораздо бо-



лѣе успѣшнымъ прохожденіемъ курса благодаря повышенію интереса къ занятіямъ физикой и лучшему пониманію явленій. Правда, въ Dorrotheenstädtisches Realgymnasium каждая группа учениковъ (половина класса) одинъ разъ въ двѣ недѣли работаетъ по часу по окончаніи уроковъ; но это потому, что гимназія не располагаетъ еще для нѣкоторыхъ задачъ достаточнымъ числомъ приборовъ. Любопытно еще отмѣтить, что въ той же гимназіи уроки физики распределяются такъ, что хоть въ одинъ день въ недѣлю два урока слѣдуютъ одинъ за другимъ: часто опыты длятся больше часу, иногда представляется нежелательнымъ отдѣлять объясненія преподавателя отъ выполненія опыта; къ такимъ днямъ преподаватели обыкновенно и подгоняютъ практическія занятія, хотя въ росписаніи уроковъ эти дни вовсе не фиксированы, какъ дни практическихъ занятій: преподаватель можетъ въ любой урокъ пригласить учениковъ въ лабораторію, разъ того требуетъ прохожденіе курса.

Сравнительная дороговизна оборудования школьной физической лабораторіи, приспособленной для занятій въ „одинъ фронтъ“, служитъ причиной того, что многія среднія учебныя заведенія Берлина, надо полагать, до поры до времени вынуждены держаться системы „вразсыпную“.

Классъ разбиваютъ на двѣ группы, въ 12 — 15 человекъ каждая, и каждая группа работаетъ разъ въ двѣ недѣли по 2 — 3 часа послѣ обѣда. Выставляется нѣсколько различныхъ задачъ, соотвѣтствующихъ пройденному за послѣднія двѣ-три недѣли матеріалу по курсу физики, при томъ каждая задача въ одномъ экземплярѣ. Такъ какъ преподаватель не могъ бы услѣдить за работой 12 — 15 учениковъ, выполняющихъ всѣ различныя задачи, приходится для сокращенія до минимума числа задачъ давать задачу не одному ученику, а группѣ изъ двухъ, трехъ и даже четырехъ учениковъ. Правда, есть опыты, гдѣ трудъ можетъ быть распределенъ между двумя, тремя учениками такъ, что каждый изъ нихъ занятъ работой во все время производства опыта (опредѣленіе скорости звука по Kundt'у, по Quincke, изъ явленій резонанса, провѣрка параллелограмма силъ, опредѣленіе механическаго эквивалента тепла, работа съ тангенсъ-гальванометромъ и т. п.); но есть немало опытовъ, гдѣ работаетъ одинъ только ученикъ, а остальные остаются праздыми зрителями (вѣсы, уровень, спектроскопъ, гониометръ и т. п.). Работа идетъ здѣсь далеко не такъ гладко, какъ при „одномъ фронтѣ“. Преподаватель не можетъ пускаться въ своихъ объясненіяхъ во всѣ необходимыя подробности, такъ какъ ему приходится въ началѣ практическихъ занятій объяснять нѣсколько задачъ, безъ чего учащіеся не могутъ приступить къ работѣ. Встрѣтивши нѣкоторое затрудненіе при выполненіи опыта, учащіеся часто прекращаютъ работу и ждутъ, пока преподаватель окончить свою бесѣду съ другими учениками, чтобы попросить его помощи; при этомъ очень часто оказывается, что заминка въ работѣ вызвана сущимъ пустякомъ. Практическія занятія, ведущіяся по этой системѣ, приходится дѣлать необязательными, разъ они происходятъ во внѣучебные часы.



Что касается самихъ задачъ, то онѣ всюду почти исключительно измѣрительнаго характера и распадаются на три главныя категоріи:

1) Измѣряютъ рядъ величинъ, чтобы, на основаніи извѣстныхъ законовъ, найти величину, не поддающуюся непосредственному измѣренію (опредѣленіе объема тѣла волюмометромъ, давленія атмосферы по Melde, удѣльнаго вѣса жидкости помощью сообщающихся сосудовъ, силы тока вольтметромъ и т. д.); 2) измѣряютъ величины съ тѣмъ, чтобы убѣдиться въ справедливости нѣкотораго закона (провѣрка законовъ Бойля-Маріотта, Гука, Декарта, Ома, Джоуля, Кирхгоффа и т. д.); и 3) пытаются измѣреніемъ главнѣйшихъ величинъ, участвующихъ въ данномъ явленіи, отыскать господствующую здѣсь закономерность. Задачи послѣдней категоріи имѣютъ смыслъ только тогда, когда практическія занятія введены въ курсъ и соединены съ нимъ въ одно органическое цѣлое.

Задачи черпаются преподавателями чаще всего изъ слѣд. книгъ:

H. Hahn: „Handbuch für physikalische Schülerübungen“.

K. Noack: „Aufgaben für physikalische Schülerübungen“.

H. Abraham: „Recueil d'expériences élémentaires de physique“.

Интересно отмѣтить, что въ Sophien Realgymnasium многіе ученики сами изготовляютъ простѣйшіе физическіе аппараты подъ руководствомъ преподавателя Johannessohn'a, любителя и мастера этого дѣла. Гимназія имѣетъ при физическомъ кабинетѣ мастерскую, снабженную главнѣйшими инструментами, необходимыми для слесарныхъ, столярныхъ и стеклотрувныхъ работъ. Учениками изготовляются ртутные манометры, спиртовые термометры, гальванометры типа D'Arsonval'a, амперметры съ втягивающимся въ катушку желѣзнымъ сердечникомъ, маленькіе индукторіи и т. п. Нельзя отрицать большого значенія подобной работы: ученики знакомятся ближайшимъ образомъ съ жизнью и дѣйствіемъ аппарата, но потеря времени здѣсь необычайно большая; такъ, напримѣръ, наиболѣе ловкіе ученики тратятъ на изготовленіе небольшого индукторія (8—10 см. искры) около полугода.

Сравнивая отдѣльныя системы веденія практическихъ занятій, нельзя не отдать рѣшительнаго предпочтенія системѣ „одного фронта“ какъ потому, что, требуя меньше времени, она болѣе удобна и продуктивна, такъ и потому, что при этомъ является возможнымъ придать преподаванію физики иной характеръ, а именно вести учащагося отъ фактовъ и явленій къ обобщеніямъ и законамъ, а не наоборотъ.

О томъ, насколько прочно стоитъ дѣло практическихъ занятій по физикѣ въ германской средней школѣ, можно судить отчасти и по тому, что при физическомъ классѣ „Естественно-научныхъ курсовъ для подготовки и дальнѣйшаго образованія преподавателей“ съ 1905 г. имѣется отдѣленіе „упражненій учениковъ по физикѣ“, руководителемъ котораго состоитъ Ганъ, устроившій тамъ образцовую школьную физическую лабораторію.

Изъ посѣщеній уроковъ и бесѣдъ съ преподавателями выносятся такое впечатлѣніе, что практическія, въ той или иной формѣ, работы



по физикѣ стали уже неотъемлемой частью преподаванія физики въ германской школѣ. Судя по быстро возрастающему числу учебныхъ заведеній, вводящихъ у себя практическія занятія по физикѣ, нужно думать, что въ недалекомъ будущемъ въ Германіи не останется такого средняго общеобразовательнаго учебнаго заведенія, которое не имѣло бы физической лабораторіи.

## Замѣтка по вопросу о трисекціи угла.

Проф. Д. Синцова.

На 3-й страницѣ обложки „Вѣстника Опытной Физики“ въ № № 493 — 495 есть объявленіе о книгѣ г. А. П. Охитовича, въ которомъ приводится чертежъ, по мнѣнію автора, повидимому, разрешающій задачу о трисекціи угла.

Нетрудно показать, что построеніе неправильно. Для доказательства проведемъ въ чертежѣ г. Охитовича еще линію  $CA$ . Тогда

$$\angle BCO = \frac{1}{2} \angle BCA = \frac{\pi}{2} - \frac{a}{4}; \quad \angle EDC = \frac{a}{8}.$$

Обозначимъ  $\angle CFA$  черезъ  $x$ . Тогда

$$\angle CAF = \frac{a}{2} - x \text{ (изъ } \triangle ACF); \quad \angle CFD = \frac{\pi}{2} + \frac{a}{8}.$$

Изъ  $\triangle FCD$  находимъ:

$$\frac{CF}{\sin CDE} = \frac{CD}{\sin CFD}; \quad FC = 2r \operatorname{tg} \frac{a}{8}.$$

Далѣе,  $CA = 2r \sin \frac{a}{4}.$

Изъ  $\triangle FCA$  находимъ:

$$\frac{\sin x}{CA} = \frac{\sin \left( \frac{a}{2} - x \right)}{FC},$$

или по умноженіи на  $2r$ :

$$\frac{\sin x}{\sin \frac{a}{4}} = \frac{\sin \left( \frac{a}{2} - x \right)}{\operatorname{tg} \frac{a}{8}}.$$

(1)



Отсюда

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin \frac{a}{4} \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{8}}{\sin \frac{a}{8} + \cos \frac{a}{8} \cos \frac{a}{2} \sin \frac{a}{4}},$$

или по сокращении на  $\sin \frac{a}{8}$ :

$$\operatorname{tg} x = \frac{2 \cos^2 \frac{a}{8} \sin \frac{a}{2}}{1 + 2 \cos^2 \frac{a}{8} \cos \frac{a}{2}}.$$

Отсюда уже видно, что угол  $x$  совсѣмъ не равенъ  $\frac{a}{3}$ .

Можно, однако, показать это и иначе. Положимъ въ равенствѣ (1)

$$\frac{a}{8} = \omega. \text{ Тогда равенство (1) приводится къ виду:} \quad \sin x - 2 \cos^2 \omega \sin (4\omega - x) = 0. \quad (2)$$

Если бы корнемъ этого уравненія было  $x = \frac{a}{3} = \frac{8\omega}{3}$ , то равенство (2) дало бы:

$$2 \sin \frac{4\omega}{3} \left( \cos \frac{4\omega}{3} - \cos^2 \omega \right) = 0. \quad (3)$$

Но при  $a < 2\pi$  имѣемъ:  $\omega < \frac{\pi}{4}$ , а  $\frac{4\omega}{3} < \frac{\pi}{3}$ , и единственное значеніе  $\omega$ , при которомъ  $\sin \frac{4\omega}{3} = 0$ , есть  $\omega = 0$ .

Что касается второго множителя, то

$$\cos \frac{4\omega}{3} = \cos^2 \frac{2\omega}{3} - \sin^2 \frac{2\omega}{3} = 1 - 2 \sin^2 \frac{2\omega}{3} = 1 - 8 \sin^2 \frac{\omega}{3} \cos^2 \frac{\omega}{3},$$

$$\cos \omega = \cos^3 \frac{\omega}{3} - 3 \cos \frac{\omega}{3} \sin^2 \frac{\omega}{3} = \cos \frac{\omega}{3} \left( 1 - 4 \sin^2 \frac{\omega}{3} \right).$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \cos \frac{4\omega}{3} - \cos^2 \omega &= \sin^2 \frac{\omega}{3} \left( 1 - 16 \sin^2 \frac{\omega}{3} \cos^2 \frac{\omega}{3} \right) = \sin^2 \frac{\omega}{3} \left( 1 - 4 \sin^2 \frac{2\omega}{3} \right) = \\ &= \sin^2 \frac{\omega}{3} \left( 1 - 2 \sin \frac{2\omega}{3} \right) \left( 1 + 2 \sin \frac{2\omega}{3} \right). \end{aligned}$$



Такъ какъ при  $0 < a < 2\pi$ , какъ мы видѣли,  $0 < \frac{2\omega}{3} < \frac{\pi}{6}$ , то ни одинъ изъ трехъ множителей не обращается въ нуль. Построеніе г. Охитовича не приводитъ, такимъ образомъ, къ цѣли ни для одной дуги первой окружности, отличной отъ 0 и  $2\pi$ .

## Нѣкоторыя свойства вращающагося твердаго тѣла.

*Н. Васильева.*

§ 1. Простой приборъ, при помощи котораго можно обнаружить многія свойства вращающагося тѣла.

Вращеніе твердыхъ тѣлъ обладаетъ многими интересными свойствами, которыя обыкновенно незамѣтны, пока мы разсматриваемъ явленіе въ его обычной обстановкѣ. Въ этомъ случаѣ одно изъ свойствъ, соответствующее имѣющимся на лицо условіямъ, выступаетъ особенно ярко и, такъ сказать, затмеваетъ остальные и даже дѣлаетъ невозможнымъ ихъ проявленіе.

Совѣмъ другая картина получается, если мы изъ роли сторонняго наблюдателя переходимъ въ роль вопрошателя природы, т. е., желая, чтобы отчетливо выступило какое-нибудь одно свойство вращенія, мы ставимъ только тѣ условія, которыя способствуютъ его появленію и исчезанію или, по крайней мѣрѣ, ослабленію остальныхъ; тогда, если вопросъ поставленъ правильно, получится опредѣленный, заранее ожидаемый отвѣтъ.

При производствѣ опыта большое значеніе имѣть его доступность по дешевизнѣ и простотѣ предварительныхъ приспособленій.

Въ книгѣ Перри „Вращающійся волчекъ“ \*) высказано весьма много плодотворныхъ идей въ сравнительно понятной формѣ, выведенныхъ изъ опытовъ. Пріятно читать доступное изложеніе свѣдѣній объ интересныхъ опытахъ и ихъ результатахъ, но еще пріятнѣе имѣть возможность самому воспроизвести эти опыты.

Въ этомъ отношеніи достойна вниманія игрушка „центребижный волчекъ“, иначе гиростатъ, цѣною отъ 60 до 1 р. 20 коп., смотря по размѣру. Она даетъ возможность при нѣкоторой изобрѣтательности наблюдать многія изъ свойствъ вращающагося тѣла.

Гиростатъ-игрушка состоитъ изъ массивнаго колеса *AB* (см. рис. 1), которое можетъ вращаться вмѣстѣ съ неизмѣнно связанной съ нимъ

\*) См. „Вѣстникъ“ №№ 388, 390, 391, 393, 396, 397, 398, 401, 404—405, 406, 407—408, а также отдѣльное изданіе „Mathesis“, 1908 г.



осью въ двухъ углубленіяхъ  $C$  и  $D$  конической формы, прикрѣпленныхъ къ оправѣ. Вращеніе отъ 25 до 50 оборотовъ въ секунду происходитъ съ малымъ треніемъ и сообщается при помощи нити. Количество оборотовъ опредѣляется приблизительно по длинѣ нити и времени ея раскручиванія. Всѣ оправы незначительны сравнительно съ вѣсомъ колеса. На концѣ  $L$  находится углубленіе, незамѣтное на рисункѣ, на концѣ  $K$  сдѣланъ прорѣзъ. Чѣмъ больше размѣръ игрушки, тѣмъ лучше.

§ 2. 1-е свойство. Быстрое вращеніе вокругъ оси наибольшаго момента инерціи сообщаетъ тѣлу устойчивость.

При помощи нити волчекъ приводится въ быстрое вращеніе и ставится при вертикальномъ направленіи оси на подставку; тогда дѣйствіе силы тяжести уничтожается сопротивленіемъ точки опоры (рис. 2), ось волчка остается вертикальной, онъ какъ бы находится въ равновѣсіи.

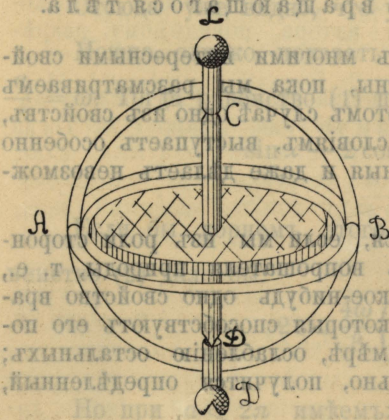
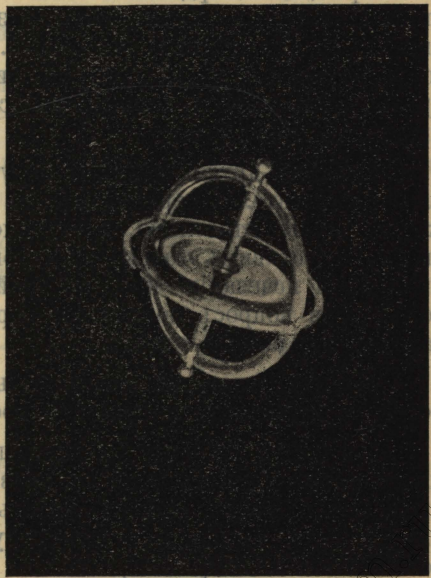


Рис. 1.

Во всякомъ тѣлѣ имѣются три оси, которыя при вращеніи можно не укрѣплять, — такъ сказать, естественныя оси вращенія. Ось наибольшаго момента инерціи есть ось устойчиваго вращенія. Здѣсь мы имѣемъ случай вращенія тѣла вокругъ оси наибольшаго момента инерціи, одной изъ естественныхъ осей вращенія.

То же можно обнаружить нѣсколько иначе. Въ мѣстахъ пересѣченія меридіана съ экваторомъ прикрѣпляемъ нити  $AC$  и  $BD$  (рис. 3), концы нитей  $A$  и  $B$  прикрѣпляемъ къ перекладинѣ  $AB$ , достаточно легкой, ее, въ свою очередь, подвѣшиваемъ на нити  $EF$ . Получаемъ подобіе Кардановаго подвѣса. Въ точкахъ  $C$  и  $D$  волчекъ можетъ



Фотографическій снимокъ игрушки „центробѣжный волчекъ“.



вращаться вокруг горизонтальной оси, на нити  $EF$  — вокруг вертикальной. При достаточно тщательной подвѣскѣ волчекъ послѣ того, какъ колесо его приведено въ быстрое вращеніе, сохраняется то направленіе оси, которое мы ей придаемъ. При поступательныхъ перемѣщеніяхъ направленіе оси сохраняется. Желая измѣнить направленіе оси дѣйствіемъ на ея конецъ, мы почувствуемъ сопротивленіе. Обратимся снова къ опыту, представленному на рис. 2.

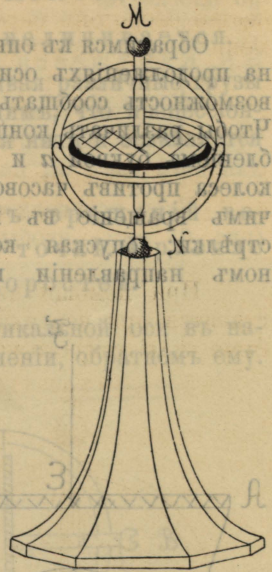


Рис. 2.

Взявъ волчекъ за конецъ  $M$  (рис. 2), наклонимъ его; во-первыхъ, замѣтимъ, что онъ противится наклоненію, въ какую бы сторону оно ни производилось; во-вторыхъ, волчекъ не падаетъ, но продолжаетъ вращаться вокругъ оси, и въ то же время ось описываетъ конусъ вокругъ своего первоначального положенія; при томъ, если, смотря сверху на волчекъ, будемъ видѣть вращеніе происходящимъ по часовой стрѣлкѣ, то ось описываетъ конусъ по часовой стрѣлкѣ, при обратномъ вращеніи колеса будетъ и обратное движеніе по конической поверхности.

§ 3. 2-е свойство. Два одовременныхъ мгновенныхъ вращенія вокругъ пересѣкающихся осей складываются по правилу параллелограмма; результирующее мгновенное вращеніе по величинѣ и по направленію есть діагональ параллелограмма, построеннаго на слагающихъ вращеніяхъ.

Предполагается, что угловыя скорости отложены на осяхъ вращенія въ видѣ векторовъ, отрѣзковъ прямой, подобно тому какъ изображаются въ физикѣ силы. Послѣдній опытъ даетъ возможность провѣрить только-что указанное свойство. Одно вращеніе мы видимъ — это вращеніе колеса, при условіи, что на оправу мы не обращаемъ вниманія. Чтобы найти второе, поставимъ волчекъ на подставку при неподвижномъ колесѣ; тогда замѣтимъ, что онъ падаетъ, вращаясь около точки опоры вокругъ оси, перпендикулярной къ плоскости, опредѣляемой осью колеса, когда она уже наклонилась, и вертикальной линіей, проходящей черезъ конецъ  $N$  оси; это вращеніе вслѣдствіе паденія и есть второе вращеніе.

Изъ сложения этихъ двухъ вращеній:  $OA$  (рис. 4) — вокругъ оси колеса и  $OC$  — вокругъ только-что упомянутой оси, проходящихъ черезъ точку опоры  $O$ , получается результирующее вращеніе  $OB$ . На предлагаемомъ приборѣ могутъ быть провѣрены различные частные случаи. Разсмотримъ нѣкоторые изъ нихъ.



#### § 4. Сложение вращений при неподвижном центре инерции

Обратимся къ опыту, представленному на рис. 3. Въ концахъ  $K$  и  $L$  на продолженіяхъ оси колеса привяжемъ нити  $KG$  и  $LH$ ; онѣ дадутъ возможность сообщать гиростату вращеніе въ желаемомъ направленіи. Чтобы различать концы оси волчка, будемъ называть конецъ съ угломъ вращеніемъ буквой  $a$  и конецъ съ прорѣзомъ буквой  $b$ . При вращеніи колеса противъ часовой стрѣлки и наклоненіи конца  $a$  внизъ получимъ вращеніе въ горизонтальномъ направленіи противъ часовой стрѣлки; опуская конецъ  $b$  получимъ вращеніе въ горизонтальномъ направленіи по часовой стрѣлкѣ. Вращая конецъ  $a$  въ

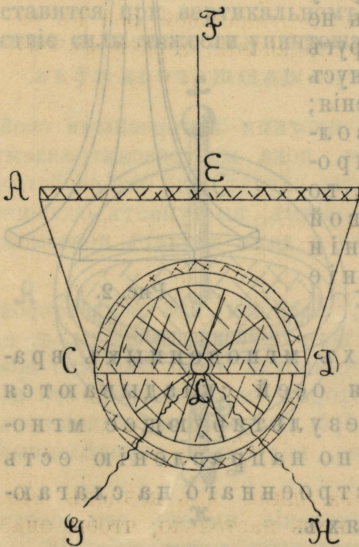
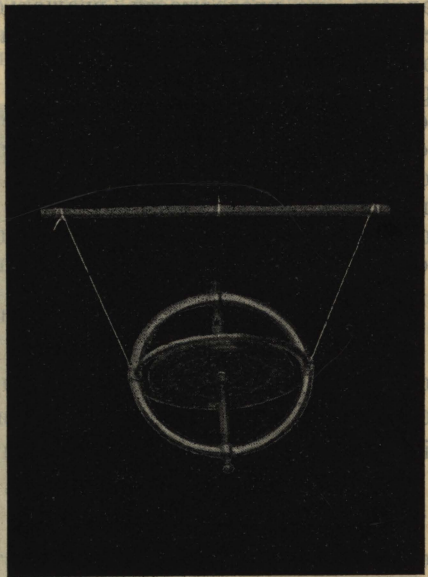


Рис. 3



Подобіе Кардановаго подвижа.

горизонтальномъ направленіи по часовой стрѣлкѣ, получимъ движеніе внизъ, при обратномъ вращеніи конецъ  $a$  будетъ подниматься. Приведенное раньше правило сложения вращений объясняетъ всѣ описанныя движенія. Предполагается, что наблюдатель имѣетъ передъ собой конецъ  $a$  и смотритъ на него.

§ 5. При измѣненіи направленія вращенія колеса измѣняется и направленіе вращенія по конусу (его будемъ называть прецессіоннымъ движеніемъ).

Подвѣсимъ въ концахъ оси гиростата нити  $AC$  и  $BD$  (рис. 5). Приведа его колесо въ быстрое вращеніе и подвѣсивая его попеременно то на одной нити, то на другой, увидимъ, что направленіе



прецессионнаго движенія измѣняется. Строя параллелограммъ, убѣдимся въ соответствіи опыта съ правиломъ, которое все же надо считать выводомъ изъ опыта, слѣдствіемъ второго закона Ньютона.

§ 6. Величина одного изъ вращеній увеличивается.

Подвѣсивъ волчекъ на одной нити и подвизывая различные грузы къ другой или просто натягивая нить рукой, увидимъ, что прецессионное движеніе ускоряется съ увеличеніемъ натяженія нити и ослабляется съ ея ослабленіемъ.

§ 7. Сложеніе трехъ одновременныхъ вращеній вокругъ осей, пересѣкающихся въ одной точкѣ. Правило параллелепипеда угловыхъ скоростей.

Добавляемъ угловую скорость вокругъ вертикальной оси въ направленіи прецессионнаго движенія или въ направленіи, обратномъ ему.

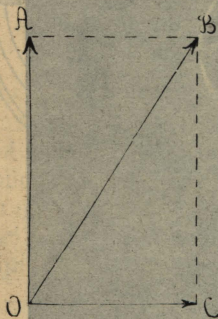


Рис. 4.

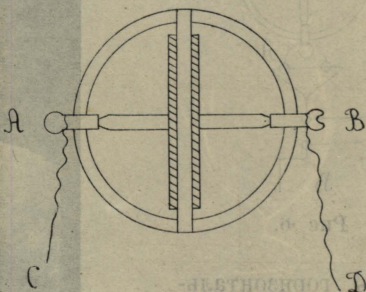


Рис. 5.

Подвѣшиваемъ волчекъ на толстой нити за одинъ изъ концовъ оси подобно маятнику, затѣмъ закручиваемъ нить настолько, чтобы она, раскручиваясь, сообщала волчку вращеніе, когда онъ предоставленъ самому себѣ. Сообщивъ колесу вращеніе, при достаточно сильномъ закручиваніи нити можемъ достигнуть того, что волчекъ поднимется или упадетъ въ зависимости отъ направленія закручиванія нити. Въ начальномъ положеніи его ось не вертикальна, а, напримѣръ, горизонтальна.

Построивъ параллелепипедъ угловыхъ скоростей, получимъ разъясненіе приведеннаго опыта.

Указанный опытъ можно произвести, подвѣсивъ волчекъ на короткой нити и закручивая ее въ одну или другую сторону, послѣ того какъ колесо приведено въ быстрое вращеніе; въ предыдущемъ случаѣ ранѣе закручивается нить.

Если, приведя колесо во вращеніе, поставить волчекъ на гладкую или шероховатую плоскость и затѣмъ наклонить, то кромѣ вращенія около оси онъ описываетъ на плоскости круги, какъ и обыкновенный волчекъ; сдѣлавъ нѣсколько такихъ круговъ, онъ устанавли-



вается вертикально. Причина поднятія — новое вращеніе около вертикальной оси, которое развивается вслѣдствіе катанія конца волчка по плоскости.

### § 8. Кажущееся нарушение закона центробѣжной силы

Подобно тому какъ при поверхностномъ наблюденіи кажется, что волчекъ не подчиняется дѣйствію тяжести, можно показать, что для него какъ бы нарушается законъ центробѣжной силы.

Если установить конецъ оси волчка на вертикальной оси  $AB$  (рис. 6) такъ, чтобы онъ на шарнирѣ въ точкѣ  $A$  могъ вращаться

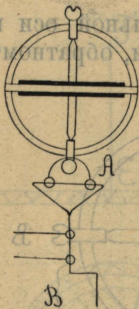
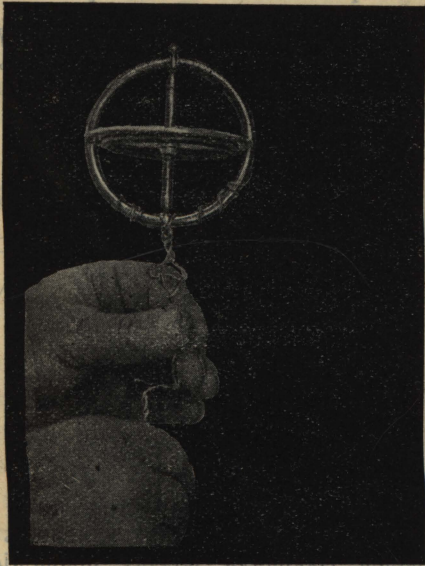


Рис 6.



вокругъ горизонтальной оси, и вмѣстѣ съ осью  $AB$  вокругъ вертикальной оси, тогда, сообщая оси  $AB$  вращеніе въ какомъ-либо направленіи, напримеръ, въ направленіи прецессіоннаго движенія, замѣтимъ, что гиростатъ поднимается и начинаетъ вращаться вокругъ оси  $AB$ ; при вращеніи же въ обратную сторону онъ будетъ падать.

Вибрація есть необходимое условіе стоянія гиростата.

Кажущееся нарушение закона центробѣжной силы.

### § 9. Вибрированіе есть необходимое условіе устойчивости вращающагося тѣла.

Если бы въ только-что приведенномъ опытѣ удерживать вертикальную ось  $AB$  неподвижной, не допуская прецессіоннаго движенія, то волчекъ опрокинулся бы. Въ томъ же самомъ можно убѣдиться также изъ слѣдующаго опыта.



Изъ проволоки дѣлаемъ подставку, какъ указано на чертежѣ (рис. 7), чтобы плоскость нижней части  $CB$  совпадала съ плоскостью колеса волчка. Въ точкахъ  $A$  и  $D$  концы проволоки прикрѣпляются наглухо къ продолженіямъ оси колеса. Сообщивъ колесу вращеніе и поставивъ приборъ на ножку, увидимъ, что онъ не падаетъ, между тѣмъ какъ при неподвижномъ колесѣ опрокидывается. Стоя на ножкѣ, приборъ выбируетъ вокругъ кажущагося положенія равновѣсія, о чемъ можно судить по звуку. Если ножка  $CB$  попадаетъ въ щель, то гиростатъ немедленно опрокидывается, такъ какъ вибрація становится невозможной.

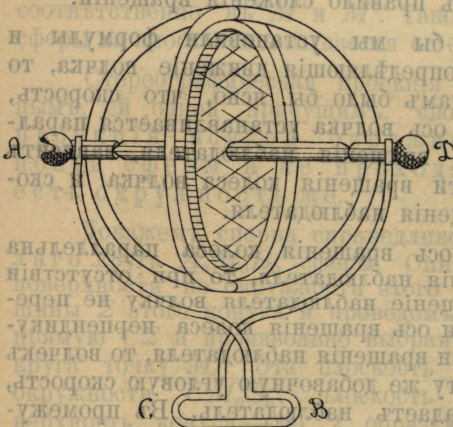
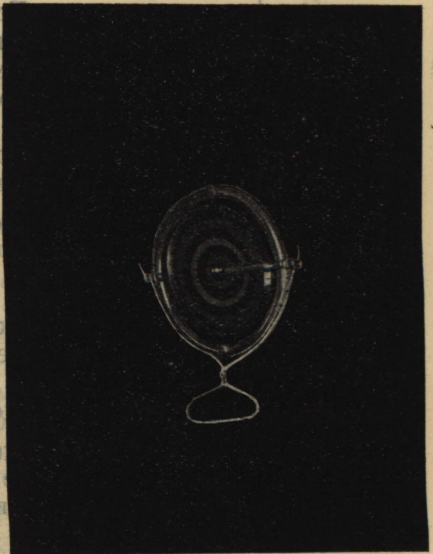


Рис. 7.

§ 10. Всякое тѣло стремится вращаться около оси наибольшаго момента инерціи, если оно вообще вращается около какой-либо оси и предоставлено самому себѣ.



При быстромъ вращеніи колеса гиростатъ стоитъ на ножкѣ въ вертикальномъ направленіи.

Обратимся къ рисунку 8. На основаніи правила сложения вращеній конецъ  $M$  оси волчка  $MN$  долженъ былъ описывать окружность  $MM_1$  вокругъ новой оси  $NB$  ( $OB$ ). Вращеніе около  $OB$  вслѣдствіе неподвижности конца  $N$  и стремленія тѣла вращаться вокругъ оси наибольшаго момента инерціи сводится къ вращенію вокругъ  $MN$ , которое совпадаетъ съ  $OB$ .

§ 11. Ось волчка можетъ служить стрѣлкой наклоненія.

Въ точкахъ  $C$  и  $D$  подвижемъ нити, какъ указано на чертежѣ (рис. 9). Затѣмъ, приведя колесо гиростата въ быстрое вращеніе и удерживая гиростатъ на нитяхъ  $KC$  и  $LD$  въ рукахъ такъ, чтобы его ось могла двигаться въ вертикальной плоскости, проходящей черезъ



ось, около которой мы начинаем вращаться; въ то же время наблюдаемъ волчекъ. После нѣкоторыхъ колебаній ось волчка устанавливается параллельно оси, около которой мы вращаемся. При измѣненіи направленія вращенія волчекъ переворачивается, и его ось снова устанавливается параллельно оси нашего вращенія. Слѣдовательно, устройвъ весьма искусно гиростатъ съ надлежащими приспособленіями, мы можемъ узнать направленіе земной оси.

Отвѣтъ на вопросъ, почему ось волчка устанавливается параллельно оси наблюдателя, можетъ дать правило сложения вращеній.

Если бы мы установили формулы и уравненія, опредѣляющія движеніе волчка, то изъ нихъ намъ было бы ясно, что скорость, съ которой ось волчка устанавливается параллельно оси вращенія наблюдателя, зависитъ отъ скорости вращенія колеса волчка и скорости вращенія наблюдателя.

Если ось вращенія колеса параллельна оси вращенія наблюдателя, то при отсутствіи тренія вращеніе наблюдателя волчку не передается. Если ось вращенія колеса перпендикулярна къ оси вращенія наблюдателя, то волчекъ получаетъ ту же добавочную угловую скорость, какую обладаетъ наблюдатель. Въ промежуточныхъ положеніяхъ будетъ передаваться не все вращеніе.

На разсматриваемомъ опытѣ можно видѣть, что вращеніе вокругъ какой-либо оси равносильно вращенію вокругъ параллельной оси съ поступательнымъ движеніемъ новой оси.

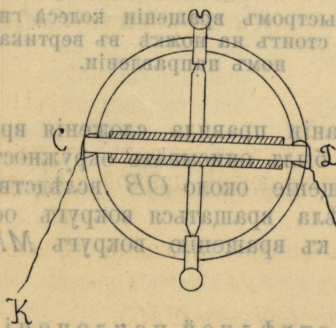


Рис. 9.

§ 12. Ось гиростата можетъ замѣнить стрѣлку склоненія.

Держа гиростатъ за нити  $KC$  и  $LD$  (рис. 9) такъ, чтобы онъ лежалъ въ вертикальной плоскости, вращаемся вокругъ вертикальной оси; тогда ось колеса волчка устанавливается въ вертикальной плоскости.

Въ заключеніе прибавимъ, что, если проявить нѣкоторую изобрѣтательность, то можно продѣлать почти всѣ опыты, о которыхъ говорится въ книгѣ Перри „Вращающійся волчекъ“.



# Элементарный выводъ главнаго свойства стереографической проекціи.

*В. Каврайскаго.*

Построимъ перспективное изображеніе сферической поверхности на діаметральной плоскости  $DND'$ , принявъ за точку зрѣнія полюсъ  $S$  этой плоскости, такъ что, напримѣръ, точки  $M_0$  и  $M'_0$  спроектируются соответственно въ  $M$  и  $M'$ . Такой способъ изображенія поверхности сферы на плоскости называется стереографической проекціей.

Стереографическая проекція обладаетъ слѣдующимъ замѣчательнымъ, ей одной присущимъ, свойствомъ: стереографическая проекція всякой окружности, лежащей на поверхности сферы и не проходящей черезъ точку зрѣнія, есть окружность же.

Докажемъ сперва справедливость этой теоремы для любого малаго круга  $A_0M_0B_0$  сферы. Опишемъ конусъ, касающійся шаровой поверхности по окружности этого круга. Построимъ проекцію  $S$  вершины  $\Sigma$  этого конуса и проведемъ плоскость черезъ проектирующую прямую  $CS$  и произвольно выбранную на окружности даннаго малаго круга точку  $M_0$ . Эта плоскость пересѣчетъ поверхность сферы по окружности  $CM_0S_0$ , плоскость карты—по прямой  $NN'$  и поверхность конуса—по 2 образующимъ, изъ которыхъ на чертежѣ изображена лишь одна— $M_0\Sigma$ . Эта образующая будетъ касательной къ окружности  $CM_0S_0$ , такъ какъ лежитъ съ нею въ одной плоскости и, будучи касательной къ шару, не можетъ имѣть съ этой окружностью, лежащей на поверхности шара, болѣе одной общей точки.

Хорды  $CN$  и  $CN'$  равны между собой, какъ наклонныя къ плоскости карты, одинаково удаленныя отъ перпендикуляра  $CO$  къ этой плоскости, а потому и стягиваемыя ими дуги окружности  $CM_0S_0$  равны между собой:

$$\cup CN = \cup CN'. \quad (1)$$

Построимъ проекцію  $M$  точки  $M_0$ ; она будетъ лежать въ плоскости  $CM_0S_0$ , такъ какъ двѣ точки проектирующей прямой  $SM_0$  лежатъ въ этой плоскости.

Обращая теперь вниманіе лишь на фигуры, лежащія въ плоскости  $CM_0S_0$ , находимъ:

$$\text{Вписанный } \angle CS_0M_0 = \frac{1}{2} \cup CM_0 = \frac{1}{2} (\cup CN + \cup NM_0).$$

$$\text{Образуемый двумя пересѣкающимися хордами } \angle CMS = \frac{1}{2} (\cup CN' + \cup NM_0).$$

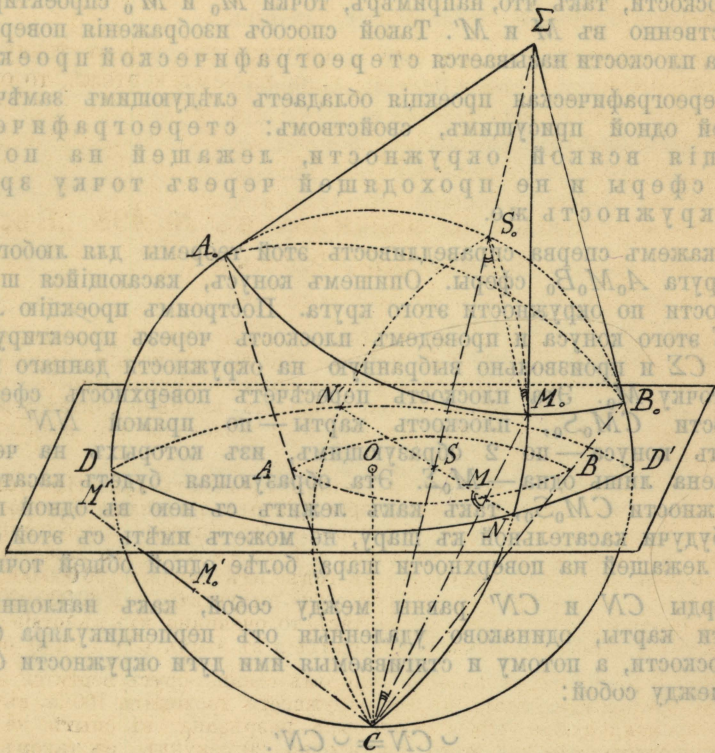
Принимая во вниманіе равенство (1), изъ двухъ послѣднихъ заключаемъ, что  $\angle CS_0M_0 = \angle CMS$ .



Такъ какъ треугольники  $CS_0M_0$  и  $CMS$  имѣютъ, кромѣ того, общій уголъ при вершинѣ  $C$ , то  $\triangle CS_0M_0 \sim \triangle CMS$ , откуда слѣдуетъ, что

$$\frac{SM}{CS} = \frac{S_0 M_0}{CM_0}. \quad (2)$$

Далее,  $\angle \Sigma M_0 S_0 = \frac{1}{2} \cup S_0 M_0$ , как угол образованный хордой и касательной, а  $\angle \Sigma C M_0 = \frac{1}{2} \cup S_0 M_0$ , как вписанный. Отсюда следует, что  $\angle \Sigma M_0 S_0 = \angle \Sigma C M_0$ .



Такъ какъ треугольники  $\Sigma M_0 S_0$  и  $\Sigma C M_0$  имѣютъ, кромѣ того, общій уголъ при вершинѣ  $\Sigma$ , то  $\triangle \Sigma M_0 S_0 \sim \triangle \Sigma C M_0$ , откуда

$$\frac{\Sigma M_0}{\Sigma C} = \frac{S_0 M_0}{C M_0} \quad (3)$$

Изъ равенствъ (2) и (3) находимъ:

$$\frac{SM}{CS} = \frac{\Sigma M_0}{\Sigma C}.$$



Три послѣднихъ члена этой пропорціи не зависятъ отъ положенія точки  $M_0$  на окружности даннаго малаго круга ( $\Sigma M_0 = \text{const.}$ , какъ длина касательной къ шару изъ постоянной точки); поэтому и  $\Sigma M$  для даннаго малаго круга есть величина постоянная; иначе говоря, кривая  $AMB$  есть окружность съ центромъ въ  $S$ , что и требовалось доказать.

Легко распространить эту теорему и на случай большаго круга, рассматривая точки послѣдняго, какъ предѣльные положенія точекъ параллельнаго ему малаго круга, къ которымъ онѣ стремятся съ неограниченнымъ уменьшеніемъ разстоянія плоскости этого круга отъ центра сферы \*).

Что касается до окружностей, проходящихъ черезъ точку зрѣнія, какъ, напримѣръ, окружность  $CM_0S_0$  на нашемъ чертежѣ, то онѣ, очевидно, изображаются прямыми.

## По поводу статьи Л. Видемана въ № 498 „Вѣстника Опытной Физики“.

Къ сожалѣнію, мнѣ только недавно попался тотъ № „Вѣстника“, въ которомъ помѣщена статья Л. Видемана „По поводу новаго объясненія твердости тѣлъ“. Не беря на себя смѣлости утверждать непреложность этой новой теоріи \*\*) Лебона, я, однако, хочу обратить вниманіе читателей на двѣ ошибки, допущенныя г. Видеманомъ и дѣлающія его возраженія, по моему мнѣнію, несостоятельными.

Послѣ изложенія самой теоріи авторъ проводитъ аналогію между опытомъ, послужившимъ основаніемъ теоріи (разрѣзанія стали быстро вращающимся желѣзнымъ дискомъ), и общеизвѣстнымъ фактомъ пробиванія камня водяными каплями. Если, разсуждаетъ г. Видеманъ, въ каждую секунду будутъ падать по одной каплѣ, то въ годъ ихъ упадетъ 30 000 000. Это въ теченіе года; если же мы найдемъ способъ выпустить всѣ 30 000 000 капель въ меньшій срокъ, хотя бы въ одинъ часъ, то, очевидно, ихъ дѣйствіе отъ этого не уменьшится. „Нѣчто подобное происходитъ и въ этихъ (Лебона) опытахъ“.

„При разрѣзаніи желѣзнымъ кругомъ стали, кругъ вертится съ такой скоростью, что каждая точка на его окружности проходитъ 100 м. въ секунду. Сколько времени нужно, чтобы сталь была разрѣзана, въ опытѣ не сказано, но предположимъ, что для этого достаточно 20 секундъ, въ такомъ случаѣ каждая точка окружности успѣетъ пройти  $100 \times 20 = 2000$  м. или около двухъ верстъ! Не правда ли, получается нѣчто, аналогичное миллиону водяныхъ капель? Вѣдь вращеніе прикасающагося къ стали и, слѣдовательно, трущагося объ нее желѣзнаго круга при такихъ условіяхъ можно приравнять къ протягиванію по той же стали двухверстной проволоки, а, если предположить, что сталь имѣетъ толщину въ 1 см., то выйдетъ, что по одному сантиметру стали проволочутся 200 000 см. проволоки! Вполнѣ понятно, что сталь будетъ перерѣзана“.

\*) Доказательство для большаго круга можно провести, не прибѣгая къ предѣламъ.

\*\*) Слово „теорія“, собственно говоря, не подходитъ подъ опредѣленіе тѣхъ работъ Лебона, которыя намъ извѣстны въ этой области, такъ какъ никакихъ теоретическихъ изслѣдованій онъ не дѣлалъ, ограничившись пока только „предположеніями“.

Ред.



Какъ видно изъ вышеприведенныхъ словъ, между точкой окружности желѣзнаго диска и каплей воды г. Видеманъ усматриваетъ аналогію, которая приводитъ его къ необходимому логическому выводу, что конечный результатъ опыта вовсе не зависитъ отъ условия быстроты вращенія диска. Но отсюда также вытекаетъ, что для разрѣзанія стали мягкимъ желѣзомъ и карандаша бристолевскимъ картономъ (вариантъ опыта Лебона) достаточно вращать дискъ, хотя и медленно, но въ продолженіе такого количества времени, чтобы каждая точка окружности прошла 2000 м. Возьмемъ для наглядности опытъ съ карандашомъ. Если мы будемъ вращать кругъ медленно, то его края начнутъ понемногу расщепливаться и наконецъ превратятся въ мягкую массу, тогда какъ карандашъ будетъ еле поцарапанъ; въ противномъ случаѣ мы могли бы карандашъ при соблюденіи нѣкоторыхъ условий, разрѣзать визитной карточкой посредствомъ тренія ею по одному мѣсту, но изъ повсѣдневнаго опыта намъ вѣсѣмъ хорошо извѣстно, что при треніи двухъ тѣлъ страдаетъ прежде всего болѣе мягкое, иначе опыты Лебона не казались бы на первый взглядъ такими парадоксальными.

Вторая ошибка является игнорированіемъ законовъ техники. Дѣло въ томъ, что г. Видеманъ дѣлаетъ далѣе расчетъ, который приводитъ его къ тому выводу, что каждая точка окружности, если принять послѣднюю равной 5 м. и количество оборотовъ въ секунду равнымъ 20, испытываетъ треніе двадцать разъ въ секунду, съ перерывами, въ 500 разъ болѣшими, чѣмъ продолжительность всего тренія, тогда какъ сталь испытываетъ треніе десяти тысячъ сантиметровъ мягкаго желѣза. Поэтому понятно, что сталь нагревается до  $100^{\circ}$ , а 1 кв. см. диска нагревается меньше, чѣмъ на  $\frac{1}{4}$  градуса, да и то сейчасъ же растратитъ эту теплоту и ко времени слѣдующаго прикосновенія уже будетъ вполне охлажденъ. Противъ этого нечего было бы возражать, если бы не определенное указаніе Лебона на то, что отъ стали во время опыта обильно сыпятся искры, тогда какъ дискъ не нагревается совсѣмъ; зная, что температура искръ стали колеблется между  $500^{\circ}$  и  $1000^{\circ}$ , приходится при тѣхъ же условіяхъ признать, что дискъ долженъ быть бы нагреваться minimum на  $2^{\circ}$ , что уже значительно и чего не могъ не принять во вниманіе Лебонъ.

С. Гальперсонъ.

## Краткій отчетъ о засѣданіи Московскаго Математическаго Кружка 9 апрѣля 1910 г.

1. П. А. Барановъ сдѣлалъ сообщеніе: „Рѣшеніе треугольниковъ безъ введенія понятія о тригонометрическихъ величинахъ“.

Докладчикъ, разобравъ вопросъ о томъ, какое значеніе имѣетъ введеніе въ курсъ геометріи метода рѣшенія треугольниковъ приближеннымъ вычисленіемъ, въ особенности для школъ, въ которыхъ тригонометрія не проходитъ (учительскихъ семинарій, городскихъ по положенію 1872 г. училищъ, отчасти женскихъ гимназій и т. п.), указалъ, что методъ рѣшенія треугольниковъ помощью общепринятыхъ таблицъ натуральныхъ тригонометрическихъ величинъ, даже если ограничиться только синусами и тангенсами, неудобенъ для означенныхъ школъ, такъ какъ для отчетливаго усвоенія требуетъ значительнаго времени.

По мнѣнію докладчика, гораздо практичнѣе пользоваться таблицей однихъ синусовъ, видоизмѣнивъ ее такимъ образомъ, чтобы синусы выражались цѣлыми числами, для чего слѣдуетъ радиусъ принять за 1000 (по соображеніямъ, указаннымъ докладчикомъ, это число оказывается наиболѣе удобнымъ). Если, кромѣ того, дать полученнымъ числамъ наиболѣе доступное для учениковъ истолкованіе, то является таблица, которую докладчикъ называетъ



„таблицей катетов“. Далѣе, докладчикъ, демонстрируя изданную имъ стѣнную „таблицу катетовъ“, выяснилъ, какъ пользоваться ею во всѣхъ основныхъ случаяхъ рѣшенія прямоугольныхъ и косоугольныхъ треугольниковъ, и указалъ, какая достигается при этомъ точность при различныхъ величинахъ данныхъ элементовъ треугольника.

Попутно докладчикъ давалъ указанія, какъ изложенный методъ быть проводимъ имъ на практикѣ при рѣшеніи задачъ на различные отдѣлы геометріи въ городскомъ училищѣ (при Московскомъ Учительскомъ Институтѣ), и въ заключеніе принесъ въ даръ Математическому Кружку составленную имъ книгу: „Рѣшеніе треугольниковъ въ курсѣ геометріи, съ приложеніемъ таблицы катетовъ и 45 задачъ“, Москва, 1910 г.

При обсужденіи доклада, сочувственно принятаго собраніемъ, нѣкоторыми членами Кружка было отмѣчено что предлагаемое референтомъ изложеніе статьи о рѣшеніи треугольниковъ можетъ быть полезно и въ тѣхъ учебныхъ заведеніяхъ, гдѣ проходитъ систематическій курсъ тригонометріи, какъ пропедевтическое введеніе въ ея изученіе.

2. А. М. Горстъ сдѣлалъ докладъ „О содержаніи перваго концентра систематическаго курса геометріи“, при чемъ, основываясь на своей преподавательской практикѣ, отмѣтилъ тѣ пункты въ курсѣ геометріи, которые болѣе всего затрудняютъ приступающихъ къ изученію этого предмета. Эти затрудненія, однако, могутъ быть, по мнѣнію референта, въ значительной степени уменьшены и даже вовсе устранены при нѣсколько иной группировкѣ проходимаго учебнаго матеріала и упрощеніи доказательствъ нѣкоторыхъ теоремъ. Вообще, основнымъ принципомъ при преподаваніи элементовъ геометріи должно быть возможное освобожденіе отъ излишняго балласта въ курсѣ и упрощеніе доказательствъ.

Собраніе, заслушавъ докладъ А. М. Горста, рѣшило, въ виду важности и обилія затронутыхъ въ немъ вопросовъ, отложить обсужденіе его до слѣдующихъ засѣданій, сдѣлавъ его матеріаломъ для педагогической бесѣды.

3. Ө. В. Гусевъ сдѣлалъ сообщеніе „О постановкѣ преподаванія математики въ торговыхъ школахъ“, при чемъ познакомили съ различными типами торговыхъ школъ, программами математики, принятыми въ различныхъ школахъ, и характерными особенностями ея преподаванія. Отмѣтивъ, что, преподаваніе математики въ торговыхъ школахъ преслѣдуетъ преимущественно практическія задачи, референтъ указалъ на то, что при этомъ все же можетъ быть достигаема и цѣль общаго образованія и развитія учащихся; этому способствуетъ широкая инициатива, предоставленная преподавателямъ торговыхъ школъ, отсутствіе строго установленныхъ программъ и иныхъ стѣсненій, которыя въ заведеніяхъ другихъ типовъ мѣшаютъ преподавателю развитъ въ достаточной степени самостоятельность у учащихся.

Слѣдующее засѣданіе Кружка предполагается въ сентябрѣ 1910 г.

## ПРАЗДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента Е. Л. Буницкаго

№ 318 (5 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x^2(x+1) + y^2(y+1) = a^2\left(\frac{17}{3} + 2a\right).$$

$$x^2(x-1) + y^2(y-1) = a^2\left(-\frac{17}{3} + 2a\right).$$

А. Фрумкинъ (Одесса).



№ 319 (5 сер.). Решить уравнение

$$x^{n-2} + (n-2)x^{n-5} - (n-5)x^{n-6} = 0,$$

где  $n$  есть число сторон такого правильного многоугольника, в котором 0,1 градусной меры его внутреннего угла и сумма числа всех диагоналей и удвоенного числа его сторон изображаются целыми числами, записанными теми же цифрами, но в обратном порядке.

П. Безчеревных (Козлов).

№ 320 (5 сер.). В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены его высоты  $Aa$ ,  $B\beta$ ,  $C\gamma$ . Доказать равенства

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2) = 2(q_1^2 + q_2^2 + q_3^2),$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — стороны,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  — длины касательных, проведенных из вершин  $A$ ,  $B$ ,  $C$  соответственно к кругам, построенным на отрезках  $C\beta$ ,  $A\gamma$ ,  $Ba$ , как на диаметрах, и  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  — длины касательных из тех же точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  соответственно к кругам, построенным на  $B\gamma$ ,  $Ca$ ,  $A\beta$ , как на диаметрах\*).

В. Захаров (Камышин).

№ 321 (5 сер.). Четная степень некоторого числа равна четырехзначному числу, первая цифра которого есть 3, а последняя 5. Найти это число.

Федоров (Воронеж).

№ 322 (5 сер.). Решить уравнение

$$(1, 4, 1, 4, \dots)^x = \frac{17 + 12\sqrt{2}}{16}.$$

С. Львов (Тула).

№ 323 (5 сер.). Построить треугольник  $ABC$  по трем данным площадям  $\alpha^2$ ,  $\beta^2$ ,  $\gamma^2$  треугольников, общей вершиной которых служить центр  $O$  круга вписанного, а основаниями — стороны искомого треугольника.

Н. С. (Одесса).

## РЕШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

№ 232 (5 сер.). Решить уравнение

$$x^6 + (c - b^2)x^2 - bc = 0.$$

Представивъ предложенное уравнение въ видѣ:

$$x^2(x^4 - b^2) + c(x^2 - b) = x^2(x^2 - b)(x^2 + b) + c(x^2 - b) = (x^2 - b)(x^4 + bx^2 + c) = 0,$$

\*) Какъ обобщить задачу, съ соответствующимъ измѣненіемъ въ условіи, на случай тупоугольного треугольника?



разлагаемъ его на два уравненія:

$$x^2 - b = 0, \quad x^4 + bx^2 + c = 0,$$

откуда

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{b}, \quad x_{3,4,5,6} = \pm \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}}.$$

*В. Колодій (Нѣжинъ); П. Безчеревныхъ (Козловъ); Д. Андреевъ (Москва); И. Карабугаевъ (Владикавказъ); Л. Богдановичъ (Ярославль); И. Коровицкій (Аккерманъ); В. Богомоловъ (Шацкъ); ... Фельдманъ (Одесса); Б. Двойринъ (Одесса); С. Розенблатъ (Балта); Н. Ракитинъ; В. Моргулевъ (Одесса); Н. Housepheanъ (Владикавказъ); П. Прооровскій (Тамбовъ); Н. Мамуловъ (Тифлисъ); М. Добровольскій (Сердобскъ); С. Каменецкій (Весьегонскъ); С. Слугиновъ (Казань); Нюта Г. (Нижній-Новгородъ); И. Богдановъ (Усть-Уда); Г. Варкентинъ (Бердянскъ).*

**№ 233 (5 сер.). Доказать, что число**

$$2 \cdot 8^n - 49n^2 + 35n - 2$$

**кратно 343 при всякомъ цѣломъ положительномъ значеніи  $n$ .**

Изобразивъ разсматриваемое выраженіе, въ случаѣ  $n > 1$ , въ видѣ:

$$\begin{aligned} [2(1+7)^n - 1] - 49n^2 + 35n &= 2\left(1 + 7n + 7^2 \frac{n(n-1)}{2} + 7^3 C_n^3 + \dots + 7^n - 1\right) - \\ - 49n^2 + 35n &= 2\left(7n + 7^2 \frac{n(n-1)}{2} + K \cdot 7^3\right) - 49n^2 + 35n = \\ &= 14n + 49(n^2 - n) - 49n^2 + 35n + 2K \cdot 7^3 = 2K \cdot 7^3, \end{aligned}$$

гдѣ  $K$  — надлежащее цѣлое число, мы видимъ, что при цѣломъ значеніи  $n$ , большемъ 1, разсматриваемое выраженіе кратно  $7^3 = 343$ . При  $n = 0$  и  $n = 1$  данное выраженіе обращается въ нуль, а потому тоже кратно 343.

*Л. Богдановичъ (Ярославль); А. Д. (Лодзь); Н. Колмскій-Редереръ (Одесса); П. Безчеревныхъ (Козловъ); В. Богомоловъ (Шацкъ); Б. Двойринъ (Одесса); С. Лясюкъ (Вилькомиръ); Н. Housepheanъ (Владикавказъ); В. Моргулевъ (Одесса); В. Колодій (Нѣжинъ); Нюта Г. (Нижній-Новгородъ); И. Чемисовъ (Никольскъ-Уссурийскій).*

**№ 238 (5 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе**

$$5x^4 - 2x^2y + 10y^2 = 82.$$

Представляя предложенное уравненіе въ видѣ

$$(2x^2 + y)^2 + (x^2 - 3y)^2 = 82$$

и замѣчая, что 82 разлагается лишь однимъ способомъ въ сумму квадратовъ двухъ цѣлыхъ чиселъ, а именно:  $82 = 1 + 9^2$ , приходимъ, при цѣлыхъ значеніяхъ  $x$  и  $y$ , къ заключенію, что искомыя значенія  $x$  и  $y$  должны удовлетворять одной изъ слѣдующихъ системъ уравненій:

$$2x^2 + y = \pm 1, \quad x^2 - 3y = \pm 9 \quad \text{или} \quad 2x^2 + y = \pm 9, \quad x^2 - 3y = \pm 1.$$



Изъ всѣхъ представляющихся такимъ образомъ восьми комбинацій лишь предположеніе  $2x^2 + y = 9$ ,  $x^2 - 3y = 1$  даетъ для  $x$  и  $y$  цѣлыя вещественныя значенія, а именно въ этомъ случаѣ находимъ:  $x^2 = 4$ ,  $y = 1$ . Итакъ,  $x = \pm 2$ ,  $y = 1$  суть единственно возможные цѣлыя рѣшенія данного уравненія.

*Л. Богдановичъ* (Ярославль); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ); *Лопато* (Городокъ, Сар. губ.); *А. Д.* (Лодзь); *А. Фрумкинъ* (Одесса); *В. Богомолъ* (Шацкъ); *Б. Двойринъ* (Одесса); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *А. Фельдманъ* (Одесса).

**№ 239** (5 сер.). *Определить А и В такъ, чтобы многочленъ*

$$Ax^4 + Bx^3 + 1$$

*дѣлился на  $(x - 1)^2$ .*

(Займств. изъ *L'Education Mathématique*).

Для того, чтобы многочленъ  $Ax^4 + Bx^3 + 1$  дѣлился на  $(x - 1)^2$ , необходимо, чтобы онъ дѣлился на  $x - 1$ , а для этого, согласно съ теоремой Безу, необходимо и достаточно, чтобы выраженіе  $A \cdot 1^4 + B \cdot 1^3 + 1$ , или  $A + B + 1$ , равнялось нулю. Итакъ,  $A + B + 1 = 0$ , откуда  $B = -(A + 1)$ , а потому искомый многочленъ долженъ имѣть видъ  $Ax^4 - (A + 1)x^3 + 1$ . Частное отъ дѣленія многочлена  $Ax^4 - (A + 1)x^3 + 1$  на  $x - 1$  равно  $Ax^3 - x^2 - x - 1$ ; следовательно, для того, чтобы многочленъ  $Ax^4 - (A + 1)x^3 + 1$  дѣлился на  $(x - 1)^2$ , необходимо и достаточно, чтобы частное  $Ax^3 - x^2 - x - 1$  дѣлилось на  $x - 1$ , т. е., согласно съ теоремой Безу, чтобы выраженіе  $A \cdot 1^3 - 1^2 - 1 - 1$ , или  $A - 3$ , обращалось въ нуль. Поэтому  $A = 3$ ,  $A + 1 = 4$ , и искомый многочленъ есть  $3x^4 - 4x^3 + 1$ , т. е.  $A = 3$ ,  $B = -4$ .

Другой способъ рѣшенія можетъ быть указанъ съ помощью основной теоремы о кратныхъ корняхъ. Вводя обозначеніе  $f(x) = Ax^4 + Bx^3 + 1$  и замѣчая, что  $x = 1$  есть, по условію, двукратный корень многочлена  $f(x)$ , имѣемъ [обозначая черезъ  $f'(x)$  производную многочлена  $f(x)$ ]:

$$f(1) = A \cdot 1^4 + B \cdot 1^3 + 1 = A + B + 1 = 0,$$

$$f'(1) = [4Ax^3 + 3Bx^2]_{x=1} = 4A + 3B = 0.$$

Разрѣшая полученныя такимъ образомъ уравненія относительно  $A$  и  $B$ , находимъ снова  $A = 3$ ,  $B = -4$ .

*Л. Богдановичъ* (Ярославль); *Лопато* (Городокъ, Сар. губ.); *А. Д.* (Лодзь); *А. Фрумкинъ* (Одесса); *И. Коровицкій* (Аккерманъ); *В. Богомолъ* (Шацкъ); *Б. Двойринъ* (Одесса); *С. Льюкъ* (Вилькомирь); *Н. Кольскій-Редереръ* (Одесса); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *С. Розенблатъ* (Балта); *Н. Ногсеперъ* (Владикавказъ); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ); *В. Моргулевъ* (Одесса); *В. Коллѣй* (Нѣжинъ).

## ПОПРАВКИ.

Въ задачѣ № 193 въ № 494 „Вѣстника“ вмѣсто „отрѣзки данной длины“ слѣдуетъ читать: „отрѣзки равной длины“.

Въ задачѣ № 219 въ № 498 „Вѣстника“ вмѣсто „сложимъ число всѣхъ сотенъ... двумя послѣдними цифрами данного числа“ слѣдуетъ читать: „вычтемъ изъ числа всѣхъ сотенъ данного числа утроенное число, составленное двумя послѣдними цифрами данного числа“, и далѣе: вмѣсто „... смотря по тому, будетъ ли полученная сумма“ слѣдуетъ читать, „смотря по тому, будетъ ли полученная разность“.

Въ задачѣ № 237 въ № 503—504 „Вѣстника“ вмѣсто „... что  $\sqrt{N}$ “ слѣдуетъ читать: „... что ирраціональное число  $\sqrt{N}$ “.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ.**

Издатель **В. А. Гернетъ.**

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.