

№ 510.

7 АПР 1910

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

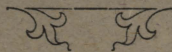
ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

XLIII-го Семестра № 6-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1910.

<http://vofem.ru>



# ЖУРНАЛЬ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

JOURNAL DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

Выходить въ Парижѣ 1-го и 15-го каждаго мѣсяца, кромѣ августа и сентября. Подписка открыта цѣлый годъ, но подписной годъ считается съ 1-го октября: лица, подписывающіеся послѣ этого срока, получаютъ всѣ вышедшіе номера. **Подписная плата** для Россіи: **2 р. 25 к.** Деньги высылаются переводомъ, сопровождаемымъ отдѣльнымъ открытымъ письмомъ. Писать можно по-русски.

Журналъ предназначенъ для учениковъ высшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній и для готовящихся въ высшія учебныя заведенія. Онъ печатаетъ научныя статьи по математикѣ и физикѣ, а также задачи, предлагаемыя во Франціи на экзаменахъ на степень бакалавра и на конкурсныхъ экзаменахъ для поступленія въ разныя высшія спеціальныя школы, какъ-то: школа изящныхъ искусствъ, агрономическій институтъ, морское училище, учительскіе институты, школы промышлен., физики и химіи и т. п. Лучшія рѣшенія предлагаемыхъ въ журналѣ задачъ печатаются съ указаніемъ фамилій рѣшившихъ. Всѣ статьи и задачи сопровождаются чертежами.

Помимо этого журнала, фирма издаетъ два другихъ математическихъ журнала: **L'EDUCATION MATHÉMATIQUE**, для учениковъ 3-го, 4-го и 5-го клас. среднихъ и **LA REVUE DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES** для учащихся высшихъ учебныхъ заведеній. У ней же можно достать журналъ, всѣ статьи котораго сопровождаются почти дословнымъ переводомъ на русскій языкъ. Пробныя номера всѣхъ журналовъ, а также полный каталогъ нашихъ изданій высылаются бесплатно.

АДРЕСЪ: VUIBERT et NONY, 63, Boulevard Saint-Germain, PARIS, 5e.

## СПИСАНИЕ

на физико-математическото дружество

ВЪ СОФІЯ.

ГОД. ШЕСТА.

Схбсидирано отъ Министерството на Нар. Просвѣщеніе.

Излиза всѣки мѣсець, освѣтъ юли и августъ, 2—3 коли. Годишенъ абонаментъ: въ Българія—6 лв., на студенти и ученици—4 лв., въ странство—7 лв.

Главенъ редакторъ: проф. С. Ганевъ.

*Програма на списанието:* Оригинални и прѣводни статьи отъ областта на физико-математичнитѣ науки; статьи по учебното дѣло, относительно обученіето по физика и математика; научна хроника; разни съобщения; задачи за рѣшаване; рецензии на нови книги по физика и математика; дружественна хроника.

Адресъ. Списание на физико-математическото д-во въ Софія.



# Вѣстникъ Опытной Физики

И

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 510.

**Содержаніе:** Къ вопросу о преподаваніи математики. Я. Штейнеръ, какъ преподаватель. *Проф. Д. Синцова.* — Являются ли основные законы химіи точными или же лишь приближенными *проф. Г. Урбэна.* — Научная хроника: Можетъ ли кто-нибудь знать, былъ ли онъ на полюсѣ? — Задачи №№ 270—275 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ №№ 186, 189 и 191 (5 сер.). — Поправки. — Книги и брошюры поступившія въ редакцію. — Объявленія.

### Къ вопросу о преподаваніи математики.

Я. Штейнеръ, какъ преподаватель.

*Проф. Д. Синцова.*

Геніальный математикъ Якобъ Штейнеръ, скончавшійся въ 1863 г. профессоромъ Берлинскаго Университета и членомъ Берлинской Академіи Наукъ, почти до 40 лѣтъ занимался преподаваніемъ математики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ и частными уроками. Сынъ швейцарскаго крестьянина, онъ на 18-мъ году поступилъ къ Песталоцци, почти не умѣя писать. Здѣсь сразу проявились его геометрическія способности, — быть можетъ, благодаря примѣнявшемуся тамъ методу, и уже черезъ полтора года онъ становится и преподавателемъ какъ у Песталоцци, такъ и въ одномъ еще частномъ учебномъ заведеніи Krüsi. Переѣхавъ въ Гейдельбергу, онъ, будучи студентомъ, жилъ частными уроками, преподаваніемъ математики. Съ 1821 г. онъ поселился въ Берлинѣ, гдѣ былъ сначала преподавателемъ въ гуманистической Вердеровской гимназіи, затѣмъ въ школахъ Пламанна и Кауэра, гдѣ преподаваніе велось въ духѣ Песталоцци, а съ 1825 г. и вплоть до назначенія его экстра-ординарнымъ профессоромъ Берлинскаго Университета — въ открытой въ 1824 г.



городской ремесленной школѣ, впоследствии преобразованной въ реальное училище (Friedrich Werdersche Oberrealschule), продолжая въ то же время давать и частные уроки. Это время его дѣятельности описывается на основаніи документовъ въ интересной статьѣ Ю. Ланге (Dr. J. Lange) — „Jacob Steiners Lebensjahre in Berlin 1821—1863“, написанной къ 75-лѣтнему юбилею упомянутого выше училища.

Малая распространенность такихъ изданій, какъ программы и Festschriften, оправдываетъ мое намѣреніе познакомить читателей „Вѣстника Опытной Физики“ на основаніи этой статьи съ планами преподаванія Штейнера, какъ они приводятся Ланге изъ пасхальной программы училища за 1830 годъ — кульминаціонный пунктъ въ дѣятельности Штейнера въ этой школѣ, — тѣмъ болѣе, что преподавательская дѣятельность великаго геометра была тѣсно связана съ его научной дѣятельностью, яркимъ доказательствомъ чего является его извѣстное произведеніе „Ueber geometrische Constructionen ausgeführt mit Hülfe der geraden Linie und eines festen Kreises“, вышедшее впервые въ 1833 г.\*).

### Геометрія.

Tertia. 3 часа. Подробный синтетическій курсъ. Разсмотрѣніе взаимнаго положенія прямыхъ линій, образующихъ въ плоскости опредѣленные фигуры, — главнымъ образомъ, въ отношеніи угловъ. Условія, при которыхъ всѣ части фигуры опредѣлены, какъ основаніе для предложеній о совмѣстности фигуръ. Форма или видъ фигуръ: условія, при которыхъ они опредѣлены; выводъ отсюда предложеній о подобіи; упражненія со сложными фигурами; примѣненіе къ землемѣрію и употребленію инструментовъ; о площади прямолинейныхъ фигуръ, равенство и отношеніе площадей въ различныхъ фигурахъ. Преобразование и дѣленіе фигуръ по ихъ площади. Излагаемое на урокъ, по собственному эвристическому методу, будетъ составляться учениками.

Secunda. 3 часа. Преобразование и дѣленіе фигуръ повторяется, но болѣе подробно; равнымъ образомъ, ученіе о подобіи. Примѣненіе счисленія къ геометрическимъ предложеніямъ и задачамъ. Ученіе о кругѣ, хорды и касательныя; вписанные и описанные многоугольники; пропорціи. Ученіе о прикосновеніи и пересѣченіи круговъ; о точкахъ и линіяхъ подобія (центрахъ и осяхъ); о степени въ отношеніи круга. Краткій обзоръ тригонометріи. По собственному эвристическому методу.

Prima. Лѣтній семестръ 3 часа, зимній — 2 часа. Плоская тригонометрія вмѣстѣ съ приложеніями. — Точки и оси среднего разстоянія, — разсмотрѣніе которыхъ позволяетъ очень легко доказать цѣлый рядъ геометрическихъ истинъ. — О точкѣ наименьшаго разстоянія. — Плоскія (геометрическія) мѣста, разсматриваемыя при помощи коорди-

\*) Русский переводъ, выполненный студентами Ерохинымъ и Гольдбергомъ, изданъ на средства Харьковскаго Университета, подъ моею редакціей. Переводу предпосланъ краткій біографическій очеркъ Я. Штейнера,



нать, и при томъ: уравненіе 1-ой степени, или разсмотрѣніе прямыхъ линій: уравненіе 2-ой степени, или разсмотрѣніе коническихъ сѣченій совмѣстно съ синтетическимъ ихъ изслѣдованіемъ. Стереометрія.

Ю. Ланге справедливо обращаетъ вниманіе на то, что вездѣ преподаваніе ведется по собственному эвристическому методу, и на самое содержаніе курса геометріи: едва ли когда-либо ранѣ въ курсъ средней школы вводились Аполлоніева задача о касаніи круговъ \*) и коническія сѣченія въ синтетическомъ изложеніи. Если задача развитія преподаванія геометріи заключается во введеніи все большаго матеріала въ курсы среднихъ учебныхъ заведеній, то въ лицѣ Штейнера мы видимъ человѣка, не только своими научными трудами содѣйствовавшаго расширенію объема преподаванія въ средней школѣ, но и на практикѣ показавшаго, какъ можно достичь этого. Мы не считаемъ, конечно, планъ преподаванія Штейнера неподлежащимъ критикѣ. И у самого Ю. Ланге можно встрѣтить указанія, что не всѣмъ ученикамъ было доступно усвоеніе всего матеріала. Но, какъ опытъ, произведенный при томъ мастеромъ своего дѣла, планы Штейнера заслуживаютъ во всякомъ случаѣ вниманія.

### Ариѳметика и алгебра.

Планы преподаванія ариѳметики и алгебры представляютъ также интересъ. Поэтому я приведу и ихъ, слѣдуя опять-таки Ю. Ланге

*Tertia.* Ариѳметика. 4 часа. Въ томъ числѣ 2 часа посвящаются чистому счету, чтобы достичь основательнаго уразумѣнія системы чиселъ и ея строенія, яснаго представленія о дробяхъ, превращеніи ихъ и основанномъ на этомъ счетѣ съ ними, какъ въ умѣ, такъ и на бумагѣ. Особенное вниманіе обращалось на десятичныя дроби. Кромѣ того, преподавалось счисленіе общими числовыми знаками или буквами, образованіе степеней и извлеченіе квадратныхъ корней при посредствѣ десятичныхъ дробей, съ приложеніями. — 2 часа. Счисленіе для дѣловой жизни, т. е. примѣненіе числа къ стоимости или деньгамъ, вѣсу, времени, пространству или мѣрѣ, работѣ и т. д. Ученіе объ отношеніяхъ; при двухъ парахъ величинъ, имѣющихъ равныя отношенія, найти одну, когда три остальные даны; при нѣсколькихъ величинахъ найти требуемую величину по нѣсколькимъ изъ данныхъ условій, т. е. тройное правило (*Regel detri*), сложное тройное правило (*Regel quinque*), правило товарищества, правило смѣшенія, правило учета векселей, цѣпное правило и т. д. Подробнымъ изслѣдованіемъ задачи доказывается, что требуемое для рѣшенія соединеніе данныхъ величинъ необходимо, и, когда черезъ это сила сужденія достаточно упражнена, выводится для удобства предписаніе или механическое правило для рѣшенія.

\*) Здѣсь, по замѣчанію Ю. Ланге, была использована работа Штейнера о прикосновеніи и пересѣченіи круговъ на плоскости и сферѣ и шаровъ въ пространствѣ, которая была имъ опубликована только отчасти.



Secunda. Арифметика. Счисленіе. 2 часа. (Программу Ю. Ланге не приводить, ибо это преподавалъ не Штейнеръ).

Алгебра. 2 часа. Въ томъ числѣ 1 часъ счисленіе при помощи общихъ числовыхъ знаковъ или буквъ. Опредѣленіе и обозначеніе семи основныхъ операций счета (сложеніе, вычитаніе и т. д.), ихъ распространеніе; ихъ сочетаніе между собою въ установленномъ порядкѣ; измѣненія порядка, послѣ котораго сложныя операція приводятъ къ тому же результату; строго систематическое развитіе предложеній общей арифметики на основаніи предыдущаго. Объясненіе и разсмотрѣніе логарифмическихъ системъ, въ особенности Бригговыхъ, употребленіе таблицъ и примѣненіе.— 1 часъ: рѣшеніе задачъ, которыя при письменномъ счетѣ ведутъ къ уравненіямъ 1-ой или 2-ой степени. Здѣсь онѣ, однако, рѣшаются въ умѣ внутреннимъ созерцаніемъ отношеній данныхъ и искомымъ величинъ между собою и представляются отличнѣйшими упражненіями для развитія разсудка. Къ этому присоединяется и письменное рѣшеніе уравненій 1-ой и 2-ой степени съ однимъ и нѣсколькими неизвѣстными, и примѣненія къ соотвѣтственнымъ задачамъ практической дѣловой жизни.

Prima. Арифметика. Счисленіе — пр. Bledow.

Алгебра. 2 часа. Болѣе подробное повтореніе уравненій 1-ой и 2-ой степени съ однимъ, двумя и болѣе неизвѣстными, съ приложеніями. Кубическія уравненія и ихъ примѣненія. Геометрическіе ряды и ихъ примѣненіе при помощи логарифмовъ. Арифметическіе ряды различныхъ порядковъ и ихъ суммирование. Теорія соединеній. Формула бинома и полинома для цѣлыхъ показателей. Теорія неопредѣленныхъ коэффициентовъ.

Отмѣтимъ въ заключеніе, что курсъ въ Tertia, Secunda и Prima былъ двухлѣтній,— и теперь сохранились названія: Obertertia и Untertertia и т. д.

**Являются ли основные законы химіи точными или же лишь приближенными?**

Г. Урбэна.

Профессора Сорбонны.

**Гипотеза единства вещества.**

Въ началѣ прошлаго столѣтія Пруть предложилъ заманчивую гипотезу, которую изслѣдователи считали временами то безспорной истиной, то грубымъ заблужденіемъ.

Для многихъ единство вещества представляется истиной, совершенно необходимой. Они склонны думать что цѣль химіи заключается въ



томъ, чтобы доставить доводы въ пользу системы, которая ихъ прельщаетъ и которой они привержены.

Это стремленіе все логически выводить изъ простыхъ принциповъ несомнѣнно объясняется предрасудкомъ, коренящимся въ нашемъ начальномъ научномъ воспитаніи, въ которомъ математика пользуется преобладающимъ значеніемъ. Математическія разсужденія, основанныя на опытахъ, которыхъ нѣтъ надобности воспроизводить, внушаютъ намъ своего рода благоговѣйное уваженіе къ могуществу мысли и побуждаютъ теоретиковъ пользоваться въ области физическихъ наукъ методами, которые являются не совсѣмъ подходящими для опытныхъ наукъ.

Обыкновенно теоретикъ основывается на ограниченномъ числѣ фактовъ и создаетъ систему, въ которой они находятъ себѣ объясненіе. Изъ этой системы онъ выводитъ затѣмъ заключенія, которыя онъ старается провѣрить путемъ опыта. Но такимъ образомъ мы отводимъ опыту второстепенную роль: его единственное назначеніе — подтверждать систему. Мы перестаемъ обращаться къ природѣ, чтобы извлекать изъ нея новыя истины, но ограничиваемся лишь тѣмъ, что сводимъ ее на очную ставку съ нашими гипотезами и теоремами. Мы при этомъ ссылаемся на древнихъ геометровъ съ ихъ строгими логическими дедукціями. Но такой методъ годится, повидимому, лишь для отвлеченныхъ наукъ. Въ геометріи, напримѣръ, объекты обладаютъ однимъ лишь свойствомъ, — протяженіемъ. Подобнымъ образомъ физикъ изучаетъ теплоту, электричество и свѣтъ, отвлекая ихъ отъ другихъ свойствъ вещества. Химикъ же не можетъ идти такимъ путемъ. Совокупность свойствъ тѣла, составляющая его опредѣленіе, теряетъ значеніе, если мы не принимаемъ во вниманіе хотя бы одного изъ его существенныхъ свойствъ. Химикъ слишкомъ много долженъ считаться съ частными фактами, чтобы позволить себѣ систематически упускать какую-либо категорію ихъ. Если онъ вмѣсто наблюденія прибѣгаетъ къ логикѣ, онъ рискуетъ покинуть область науки и очутиться въ царствѣ фантазіи. Если послѣдняя часто приводитъ, повидимому, къ успѣху, то это объясняется лишь тѣмъ, что благодаря богатому разнообразію предлагаемыхъ ею комбинацій та или другая можетъ случайно совпасть съ истиной.

Тотъ, кто работалъ въ химической лабораторіи, знаетъ, что опыты часто опровергаютъ самыя блестящія идеи; поэтому мы такъ рѣдко встрѣчаемъ тамъ теоретиковъ. Экспериментаторъ видитъ вокругъ себя всѣ частные виды вещества, теоретикъ же желаетъ видѣть лишь одинъ родъ вещества: матерію, строеніе которой выводится логически изъ ея общихъ свойствъ.

Мы имѣемъ, конечно, право соединить въ одну группу свойства, общія всѣмъ видамъ вещества, и объяснить ихъ посредствомъ одной общей теоріи; но заключить о единствѣ матеріи на томъ лишь основаніи, что различныя вещества обладаютъ небольшимъ числомъ общихъ свойствъ, значитъ переходить границу дозволеннаго въ научномъ умозрѣніи. Создавая такимъ образомъ міръ *a priori*, мы замѣняемъ без-



пристрастное изслѣдованіе истины предвзятой идеей. Среди читающей публики распространено мнѣніе, будто изученіе физическихъ наукъ ставитъ себѣ цѣлью построить космогонію, основанную на позитивныхъ началахъ: это — философія весьма посредственнаго уровня. Ученые стараются лишь классифицировать факты; при современномъ состояніи нашихъ знаній они не могутъ ставить себѣ цѣлью разрѣшить загадку міра, и подобное намѣреніе было еще менѣе своевременнымъ столѣтъ тому назадъ.

Тѣмъ не менѣе Прутъ объявилъ, что принципъ единства вещества находить себѣ извѣстное положительное основаніе въ опредѣленіи атомныхъ вѣсовъ.

Если положить  $H=1$ , то атомные вѣса большинства элементовъ выражаются, какъ считали въ то время, цѣлыми числами:

$$H = 1, \quad S = 16, \quad Fe = 28,$$

$$C = 6, \quad Cl = 36, \quad Zn = 32,$$

$$N = 14, \quad I = 124, \quad K = 40,$$

$$P = 14, \quad Ca = 20, \quad Ba = 70.$$

$$O = 8, \quad Na = 24,$$

Отсюда выводятся слѣдующее предложеніе, которое получило названіе закона Прута. „Атомные вѣса простыхъ тѣлъ суть точныя кратныя атомнаго вѣса водорода“.

Въ силу этого закона различные элементы разсматривались, какъ послѣдовательныя сгущенія водорода. Предполагали, что въ дѣйствительности существуетъ только одинъ элементъ: водородъ являлся тѣмъ Протеємъ, видоизмѣненія котораго представляютъ собой всѣ вещества. Простота этой гипотезы должна была обезпечить ей успѣхъ; такъ какъ, согласно другому, тоже весьма распространенному предразсудку, гипотезы тѣмъ правдоподобнѣе, чѣмъ онѣ проще.

Однако же въ большинствѣ случаевъ простота гипотезы достигается цѣною болѣе или менѣе глубокаго искаженія фактовъ. Разногласіе между теоріей и опытомъ приписывается при этомъ то неудовлетворительности методовъ наблюденія, то неизбежнымъ ошибкамъ измѣренія либо случайнаго характера, либо зависящимъ отъ личности наблюдателя. Но въ наукѣ гипотеза приемлема лишь при томъ условіи, что отступленіе теоріи отъ данныхъ наблюденія не превышаетъ предѣловъ погрѣшностей опыта. Это замѣчаніе показываетъ намъ, въ какой степени необходимо опредѣлять при измѣреніяхъ порядокъ погрѣшности ихъ; съ другой стороны, оно обнаруживаетъ какую важную роль играетъ „чрезвычайная точность“: значеніе ея иногда бываетъ выше всякой оцѣнки. Пока измѣренія не произведены съ достаточной точностью и результаты ихъ колеблются въ слишкомъ широкихъ предѣлахъ, для гипотезъ остается большой просторъ. Когда же предѣлы колебаній суживаются, положеніе вещей мѣняется: вѣроятность теоріи



тѣмъ больше, чѣмъ меньше уклоняются вычисленные изъ нея значенія отъ указанныхъ предѣловъ.

Экспериментальные законы перестаютъ быть точными законами и превращаются въ „приближенные законы“ или даже въ „ограниченные законы“, когда разногласіе между ними и опытомъ выходитъ за предѣлы погрѣшностей опыта. Въ такомъ положеніи находятся законъ Маріотта, законъ Гэ-Люссака, законъ Дюлонга и Пти. Было бы крайностью отрицать за этими предложеніями право называться законами, но несомнѣнно, все-таки, что они потеряли добрую часть своей всеобщности. Первые два закона примѣняются въ настоящее время исключительно къ совершеннымъ газамъ, а совершенство (?) газовъ тѣмъ выше, чѣмъ менѣе они доступны. Ничто не мѣшаетъ намъ вообразить совершенныя простыя тѣла, которыя строго подчинены закону Дюлонга и Пти. Но такое представленіе было бы, вѣроятно, отнесено къ области фантазіи.

Гипотеза Прута основывалась еще въ большей степени, чѣмъ теорія совершенныхъ газовъ, на разныхъ „почти“. Уже въ то время нѣкоторые химики встрѣтили ее съ недовѣріемъ; съ теченіемъ времени это недовѣріе еще болѣе усилилось; но, съ другой стороны, Прутъ имѣлъ всегда и восторженныхъ сторонниковъ. Долгое время относительно этого вопроса господствовали два противоположныхъ мнѣнія. Одни искали доводовъ въ пользу гипотезы, другіе же старались опровергнуть ее. Когда Мариньякъ установилъ своими опытами, отличававшимися безукоризненной точностью, что атомный вѣсъ хлора почти на 0,1 меньше 35,5, пришлось допустить, что принятую Прутомъ единицу атомнаго вѣса необходимо уменьшить, по крайней мѣрѣ, вдвое. Дюма показалъ затѣмъ, что мѣдь представляетъ подобный же случай: измѣренія его даютъ въ результатѣ  $Cu = 63,5$ . Въ дѣйствительности же принятый въ то время атомный вѣсъ мѣди былъ въ два раза меньше этого числа, т. е.  $Cu = 31,75$ ; отсюда вытекало, что атомный вѣсъ элемента-Протея слѣдовало считать въ четыре раза меньшимъ, чѣмъ атомный вѣсъ водорода.

По мѣрѣ возрастанія точности измѣреній все уменьшался атомный вѣсъ элемента, изъ котораго, по гипотезѣ Прута, состоятъ всѣ прочіе элементы; это не предвѣщало ничего добраго. Однако, даже и въ такой формѣ гипотеза Прута все еще имѣла ревностныхъ приверженцевъ, и во главѣ ихъ находился не кто иной, какъ Дюма. Послѣдній посвятилъ гипотезѣ Прута большую статью, въ которой онъ изложилъ не только свои изысканія, но и свои личные взгляды по этому вопросу.

По мнѣнію Дюма, группы элементовъ, къ которымъ приводить его классификація металлоидовъ, можно разсматривать, какъ ряды гомологическихъ членовъ, подобные гомологическимъ рядамъ, столь часто встрѣчающимся въ органической химіи.

Различные элементы, по этой гипотезѣ, составлены изъ одной первичной матеріи, атомный вѣсъ которой содержится цѣлое число разъ въ атомномъ вѣсѣ водорода. Одинаковыя количества этого един-



ственного вещества при различномъ распредѣленіи составляютъ элементы или радикалы съ однимъ и тѣмъ же атомнымъ вѣсомъ, но съ различными свойствами (напримѣръ, никкель и кобальтъ). Молекулы радикала, занимающаго промежуточное положеніе между двумя другими радикалами, принадлежащими къ одной группѣ, происходятъ отъ соединенія двухъ полумолекулъ обоихъ крайнихъ радикаловъ (случай сѣры или брома).

Такимъ образомъ, по этой теоріи радикалы неорганической химіи, которые считаются простыми, по своему строенію подобны сложнымъ радикаламъ органической химіи.

Исходя изъ этихъ соображеній, Дюма приводитъ слѣдующія весьма любопытныя соотношенія.

Эквивалентъ кислорода относится къ эквиваленту сѣры, какъ 1 къ 2.

Эквивалентъ кобальта относится къ эквиваленту никкеля, какъ 1 къ 1.

Эквиваленты никкеля и кобальта относятся къ эквиваленту олова, какъ 1 къ 2.

Эквиваленты желѣза и кадмія относятся между собой, какъ 1 къ 2.

Эквиваленты азота, желѣза и кадмія относятся другъ къ другу, соответственно, какъ 1, 2 и 4.

Съ другой стороны, въ нѣкоторыхъ группахъ простыхъ тѣлъ эквивалентъ промежуточнаго тѣла равенъ приблизительно полусуммѣ эквивалентовъ обоихъ крайнихъ тѣлъ.

Наконецъ, если аналогія между рядами элементовъ и органическими рядами вѣрна, то изъ нея можно вывести соотношенія между атомными вѣсами элементовъ.

Какъ извѣстно, метиль, этиль, бутиль и дальнѣйшіе углеводородные радикалы жирнаго ряда образуютъ ариметическую прогрессію, разность которой равна 14 ( $CH_2 = 14$ ), а первый членъ равенъ 1 ( $H = 1$ ).

Поэтому радикалы органической химіи могутъ быть представлены посредствомъ общей формулы

$$a + nd,$$

въ которой  $a$  есть первый членъ ряда,  $d$  разность прогрессіи, а  $n$  — число, указывающее, какое мѣсто данный членъ занимаетъ въ ряду.

Согласно этому взгляду элементамъ, которые выражаются формулой хлора, соответствуютъ слѣдующія числа:

$$19 \dots \dots \dots \text{фторъ};$$

$$35,5 = 19 + 16,5 \dots \dots \dots \text{хлоръ};$$

$$80 = 19 + 2 \times 16,5 + 28 \dots \dots \dots \text{бромъ};$$

$$127 = 19 + 2 \times 16,5 + 2 \times 28 + 19 \dots \dots \dots \text{іодъ}.$$



Введя обозначения:

$$19 = a,$$

$$16,5 = d,$$

$$28 = d',$$

$$19 = d'',$$

мы будемъ имѣть:

$$F = a,$$

$$Cl = a + d,$$

$$Br = a + 2d + d',$$

$$I = a + 2d + 2d' + d''.$$

Подобныя же соотношенія мы найдемъ и для группы азота. Обозначивъ:

$$14 = a,$$

$$17 = d,$$

$$44 = d',$$

мы получимъ:

$$N = 14 = a$$

$$P = 31 = a + d,$$

$$As = 75 = a + d + d',$$

$$Sb = 119 = a + d + 2d',$$

$$Bi = 207 = a + d + 4d'.$$

Такимъ же образомъ группъ углерода соответствуютъ числа:

$$6 = a,$$

$$5 = d,$$

$$C = 6 = a,$$

$$B = 11 = a + d,$$

$$Si = 21 = a + 3d,$$

$$Zr = 66 = a + 12d.$$

Въ группъ кислорода ( $O$ ,  $S$ ,  $Te$ ,  $Os$ )  $a = 8$ .

Въ группъ кальция ( $Mg$ ,  $Ca$ ,  $Sr$ ,  $Ba$ ,  $Pb$ )  $a = 12$ .

Мы найдемъ:

$$a \dots \dots \dots O \text{ или } Mg,$$

$$a + 8 \dots \dots \dots S \text{ или } Ca,$$

$$a + 8 + 23,75 \dots \dots \dots S_2 \text{ или } Sr,$$

$$a + 8 + 23,75 + 24,75 \dots \dots \dots Te \text{ или } Ba,$$

$$a + 8 + 23,75 + 24,75 + 35 \dots \dots \dots Os \text{ или } Pb.$$



Эти соотношенія были, несомнѣнно, весьма заманчивы. При умноженіи всѣхъ эквивалентовъ на 4 они выражаются цѣлыми числами. Видоизмѣненная такимъ образомъ гипотеза Прута почерпнула въ идеяхъ Дюма новыя силы.

Съ возраженіями противъ нея выступилъ Бертелло. По мнѣнію этого ученаго, происхожденіе элементовъ путемъ послѣдовательныхъ сгущеній одного и того же элемента находится въ явномъ противорѣчій съ законами термодинамики. Газообразные элементы не могли бы образоваться такимъ образомъ, такъ какъ лишь у газовъ, образовавшихся безъ конденсаціи, молекулярная теплоемкость такова же, какъ у простыхъ газовъ; всѣ простые газы, какъ извѣстно, имѣютъ одинаковую молекулярную теплоемкость. Въ газахъ же, образованіе которыхъ сопровождается конденсаціей обѣ теплоемкости превышаютъ соотвѣтственные двѣ теплоемкости простыхъ газовъ. Поэтому мы вынуждены были бы предположить, что газообразные элементы образовались изъ элемента-Протея безъ уменьшенія объема, что несовмѣстимо съ гипотезой Авогадро.

Въ случаѣ твердыхъ элементовъ мы встрѣчаемъ затрудненіе того же рода. Согласно закону Дюлонга и Пти, атомная теплоемкость элементовъ въ твердомъ состояніи есть, приблизительно, постоянная величина, а молекулярная теплоемкость сложнаго тѣла равна суммѣ атомныхъ теплоемкостей составляющихъ его элементовъ; вслѣдствіе этого въ гомологичномъ ряду углеводородовъ молекулярная теплоемкость возрастаетъ по мѣрѣ увеличенія молекулярнаго вѣса. Согласно этому атомная теплоемкость элементовъ съ высокимъ атомнымъ вѣсомъ должна была бы правильно возрастать, между тѣмъ какъ по закону Дюлонга и Пти она, очевидно, остается постоянной.

Наконецъ, тѣла одинаковаго химическаго состава имѣютъ, по закону Неймана и Ренъо, одну и ту же молекулярную теплоемкость; однако же, этотъ законъ не примѣнимъ къ гомологичному ряду органическихъ соединений, теплоемкости которыхъ возрастаютъ пропорціонально молекулярному вѣсу.

Итакъ, гипотеза Прута, обновленная работами Дюма, находится въ полномъ противорѣчій съ термодинамикой.

Нужно, однако, сознаться, что возраженія Бертелло въ значительной степени потеряли свое значеніе. Въ настоящее время установлено, что радій медленно распадается, при чемъ возникаетъ гелій.  $He = 4$ ,  $Ra = 226$ ; радій могъ бы точно быть не чѣмъ инымъ, какъ геліемъ, уплотненнымъ въ 55 разъ; а между тѣмъ мало вѣроятно, чтобы атомная теплоемкость гелія въ твердомъ состояніи была въ 55 разъ меньше теплоемкости радія. Если бы законъ Дюлонга и Пти былъ совершенно точнымъ, то атомная теплоемкость гелія и радія были бы равны другъ другу; но, сколь приблизительный характеръ ни имѣлъ бы этотъ законъ, весьма не вѣроятно, чтобы отклоненіе его отъ фактовъ выражалось отношеніемъ 5500 къ 100.



Именно предвзятыя теоретическія мнѣнія подобнаго рода и побуждали изслѣдователей опредѣлять атомныя вѣса съ чрезвычайной точностью. Нужно, однако, сказать, что эти чрезвычайно точныя опредѣленія имѣютъ значеніе несравненно болѣе высокаго порядка. Когда были установлены основные законы химіи, опытное доказательство ихъ еще не могло быть признано удовлетворительнымъ. Въ измѣреніяхъ, на которыхъ Дальтонъ основывалъ свой законъ кратныхъ отношеній, ошибка доходила до 20 на 100. Правда, исправленіе этихъ чиселъ не нанесло никакого ущерба самому закону. Являются ли основные стехиометрическіе законы:—законъ постоянства состава, законъ постоянства вѣсовыхъ отношеній, законъ кратныхъ отношеній—вполнѣ точными или же лишь приближенными законами?

Если это законы совершенно точные, то атомистическая гипотеза, которая схематически ихъ выражаетъ, достигаетъ высокой степени вѣроятности; если же эти законы только приближенные, то атомистическая гипотеза представляетъ лишь историческій интересъ и превращается въ остроумную легенду. Въ этомъ отношеніи значительное число анализовъ абсолютно ничего не доказываетъ. Степень точности обычныхъ анализовъ вообще недостаточна, чтобы на основаніи ихъ можно было рѣшить, вполнѣ ли точны основные законы. Эти анализы скорѣе побуждаютъ насъ считать ихъ приближенными законами. Дѣйствительно, многіе изслѣдователи, въ томъ числѣ Шутценбергеръ, основываясь на сходныхъ аналитическихъ результатахъ, допускаютъ, что атомныя вѣса могутъ, пожалуй, измѣняться въ извѣстныхъ предѣлахъ.

Мариньякъ, которому мы обязаны замѣчательными изслѣдованіями по опредѣленію атомныхъ вѣсовъ, высказывается по данному вопросу съ большою осторожностью: „не лишено возможности, что множество соединений постоянно и нормально содержатъ избыточное количество одного изъ своихъ элементовъ, несомнѣнно, очень небольшое, но вредно отражающееся на очень точныхъ изслѣдованіяхъ. Противное во всякомъ случаѣ не доказано“.

Мы затронули сейчасъ одинъ изъ самыхъ важныхъ вопросовъ философіи химіи. Стасъ обратилъ вниманіе на то обстоятельство, что основныя понятія химіи теряютъ свое значеніе, если мнѣніе Мариньяка основано на фактахъ: „законъ постоянства отношеній и законъ кратныхъ отношеній перестаютъ быть математическими законами; они должны превратиться въ приближенные законы“.

Тутъ же умѣстно будетъ замѣтить вмѣстѣ со Стасомъ, что изъ постоянства состава соединенія не слѣдуетъ, что отношенія составляющихъ его элементовъ должны оставаться совершенно такими же въ соединеніяхъ съ другими тѣлами. Вѣсовое отношеніе сѣры къ барію въ сѣрнистомъ баріи вовсе не должно быть непременно такое же, какъ и въ сѣрнобаріевой соли. Опыты Венцеля и подобные имъ относительно сохраненія нейтральности при двойныхъ разложеніяхъ нѣкоторыхъ солей дали поводъ предположить существованіе закона; но опыты этого предшественника современной химіи не доказываютъ, несмотря на сохраненіе нейтральности, что эквиваленты металловъ въ сульфатахъ, напримѣръ,



должны быть въ точности равны эквивалентамъ тѣхъ же металловъ въ ихъ искусно кислыхъ соединеніяхъ, такъ какъ измѣненіе нейтральности отнюдь не доказывало бы противоположнаго.

Между тѣмъ положеніе существенно не измѣнилось бы, если бы стехіометрическіе законы имѣли лишь приближенный характеръ. И если бы атомный вѣсъ не имѣлъ строго постоянной величины, то гипотеза Прута или Дюма совершенно не подавалась бы опытной повѣркѣ. Атомный вѣсъ первичной матеріи мы могли бы съ одинаковымъ правомъ считать равнымъ 1, или  $\frac{1}{2}$ , или  $\frac{1}{4}$ , смотря по размѣрамъ колебаній атомныхъ вѣсовъ.

Если допустить, что стехіометрическіе законы точны, то, принимая во вниманіе изслѣдованія Стаса, необходимо предположить, что единица атомнаго вѣса меньше  $\frac{1}{16}$ ; по новѣйшимъ же изслѣдованіямъ она могла бы быть не больше  $\frac{1}{27}$ .

Мариньякъ замѣтилъ, кромѣ того, что гипотеза Прута не зависитъ отъ выбранной единицы. Но какой научный интерес представляетъ для насъ гипотеза, когда доводы, на которыхъ она основывалась, потеряли свое значеніе?

Въ какомъ видѣ ставится задача объ опредѣленіи атомныхъ вѣсовъ?

По истинѣ важный вопросъ заключается въ слѣдующемъ: „являются ли основныя стехіометрическіе законы химіи абсолютно точными или же они имѣютъ лишь приближенный характеръ?“

Чтобы быть въ состояніи разрѣшить подобный вопросъ, еще недостаточно произвести чрезвычайно точныя измѣренія. Чтобы отвѣтить на него утвердительно, необходимо, чтобы при анализѣ различныхъ соединеній одного и того же элемента количественное отношеніе его, полученное съ помощью совершенно независимыхъ другъ отъ друга методовъ, было въ точности одно и тоже. Лишь путемъ сравненія найденныхъ такимъ образомъ атомныхъ вѣсовъ можно будетъ узнать, дѣйствительно ли точны стехіометрическіе законы.

Въ самомъ дѣлѣ, если мы каждый разъ будемъ съ одинаковою тщательностью очищать данное соединеніе и будемъ подвергать его анализу, примѣняя одинъ и тотъ же методъ, то мы, очевидно, будемъ всякій разъ получать одинаковыя результаты. Совпаденіе чиселъ будетъ доказывать лишь, что экспериментаторъ каждый разъ производилъ свои опредѣленія съ одинаковою тщательностью, но оно отнюдь не свидѣтельствуетъ о томъ, что полученное число въ точности равно искомому значенію.

Съ другой стороны, очевидно, что, подвергая нѣсколько разъ анализу одно и то же соединеніе съ помощью одного и того же метода, можно получить различныя числа лишь въ томъ случаѣ, если степень чистоты не была одинакова при всѣхъ анализахъ; но мы можемъ



также получать всякій разъ одно и то же число еще и въ томъ случаѣ, когда соединеніе каждый разъ содержитъ примѣсь постоянного характера.

Наконецъ, если одно и то же соединеніе постоянной чистоты даетъ при различныхъ методахъ различныя числа, то мы можемъ приписать это либо неточности методовъ, либо же неправильности гипотезъ, на которыхъ основывались наши вычисленія. Я долженъ замѣтить, что въ общемъ въ вычисленія подобнаго рода вводится, по меньшей мѣрѣ, гипотеза, что атомный вѣсъ есть строго постоянная величина; такимъ образомъ, а priori допускаютъ фактъ, который было бы въ высшей степени важно доказать.

Чтобы дѣйствительно пользоваться различными методами анализа, недостаточно вводить какія-либо измѣненія въ техническія детали метода, основаннаго на извѣстномъ принципѣ: необходимо, чтобы тѣла, атомные вѣса которыхъ мы желаемъ опредѣлить, были взвѣшены двумя совершенно различными способами. Если, напримѣръ, мы исходимъ изъ окисла, то наше требованіе выражаетъ, чтобы одинъ разъ взвѣшивалась, скажемъ, соль въ видѣ сѣрной кислоты, а во второй разъ — въ видѣ хлористаго соединенія.

Такимъ образомъ, исходя изъ предполагаемой формулы  $MO$ , опредѣляемъ въ первомъ случаѣ отношеніе  $\frac{MO}{SO \cdot M}$  а во второмъ случаѣ — отношеніе  $\frac{MO}{MCl_2}$ .

Если эти отношенія извѣстны, то для нахождения величины  $M$  въ первомъ случаѣ необходимо знать значенія  $S$  и  $O$ , а во второмъ случаѣ — значенія  $O$  и  $Cl$ .

Величины, которыя необходимо знать, чтобы имѣть возможность опредѣлить значеніе  $M$ , получили названіе „основныхъ величинъ“; атомные вѣса всѣхъ элементовъ опредѣляются по отношенію къ атомнымъ вѣсамъ наиболѣе употребительныхъ элементовъ.

Конечно, эти основныя величины, въ свою очередь, должны быть опредѣлены съ большою точностью по отношенію къ какому-либо элементу, атомный вѣсъ котораго принимается за основаніе системы.

Берцеліусъ въ своей системѣ принялъ за основаніе атомный вѣсъ  $O = 100$ .

Гипотеза Прута отдала предпочтеніе основанію  $H = 1$ ; въ настоящее время за основаніе принять атомный вѣсъ  $O = 16$ , такъ какъ при такомъ выборѣ атомные вѣса большого числа элементовъ приближаются къ цѣлымъ числамъ; въ этой системѣ  $H$  равно приблизительно 1,008.

Теперь вернемся къ нашимъ отношеніямъ  $\frac{MO}{SO \cdot M}$  и  $\frac{MO}{MCl_2}$ .



Предположимъ, что различныя значенія  $M$  не совпадаютъ. Въ такомъ случаѣ мы можемъ сдѣлать одно изъ трехъ предположеній: либо, по меньшей мѣрѣ, одно изъ трехъ тѣлъ  $MO$ ,  $SO^4M$ ,  $MCl_2$  не очищено, либо же вѣсъ элемента  $M$  имѣетъ въ этихъ трехъ соединеніяхъ различное значеніе. Мы можемъ равнымъ образомъ предположить, что въ  $SO^4M$  заключается небольшой избытокъ сѣры или кислорода, или же недостаетъ нѣкотораго количества одного изъ этихъ элементовъ; такое предположеніе сведется, впрочемъ, къ вышеизложенному второму. То же самое относится и къ хлору въ  $MCl_2$ . Въ-третьихъ, наконецъ, мы можемъ предположить, что одно изъ отношеній  $\frac{O}{S}$  или  $\frac{O}{Cl}$  плохо определено.

Въ концѣ концовъ, экспериментаторъ въ случаѣ несовпаденія значеній  $M$  можетъ остановить свой выборъ на одномъ изъ двухъ: либо усомниться въ точности своихъ анализовъ, либо отказаться отъ основныхъ законовъ химіи. Насколько я могу судить по извѣстнымъ мнѣ примѣрамъ, выборъ дѣлается исключительно въ зависимости отъ темперамента изслѣдователя. Въ большинствѣ случаевъ основные законы химіи остаются выше всякихъ подозрѣній (требуется исключительная духовная независимость, чтобы рѣшиться на противоположное); въ видѣ средняго выхода можно еще допустить, что основныя величины недостаточно точны.

Изъ всего предыдущаго мы видимъ, сколь многократно должны еще быть поправки раньше, чѣмъ вопросъ можно будетъ считать рѣшеннымъ окончательно.

Въ настоящее время можно утверждать, что, если величины атомныхъ вѣсовъ и подвержены колебаніямъ, то въ чрезвычайно узкихъ границахъ. Въ этомъ можно удостовѣриться лучше всего, если сравнить значенія основныхъ атомныхъ вѣсовъ, послѣдовательно принятыхъ Международной Комиссіей атомныхъ вѣсовъ. Эти основныя величины были вновь пересмотрѣны въ 1909 г.

Такъ какъ атомныя вѣса различныхъ элементовъ выводятся изъ отношеній ихъ къ основнымъ атомнымъ вѣсамъ, то всякое измѣненіе послѣднихъ влечетъ за собой нѣкоторое измѣненіе первыхъ. Эти измѣненія не настолько ничтожны, чтобы можно было совершенно пренебрегать ими: они указываютъ намъ, съ какими приближеніями мы въ настоящее время можемъ разсматривать основные законы, какъ точныя.

Объ этомъ даетъ представленіе нижеслѣдующее извлеченіе объ основныхъ величинахъ изъ доклада Международнаго Комитета атомныхъ вѣсовъ за 1909 г.

Водородъ. — В. А. Нуаэ (W. A. Noyes, J. A. Chim. Soc., т. XXIX, стр. 1718) произвелъ пять серій опредѣленій, относящихся къ синтезу воды. Такъ какъ первая серія была не вполне удовлетворительна, то авторъ не счелъ пуннымъ опубликовать соответствующій результатъ.

Четыре же хорошія серіи опредѣленій дали въ среднемъ  $H=1,00787$ .



Морлей получил значение 1,00762.

Общая средняя этих значений, сопоставленных съ другими заслуживающими довѣрія опредѣленіями, составляетъ 1,00779. Въ таблицѣ поэтому сохранилось (круглымъ числомъ) прежнее значение 1,008.

Хлоръ. — Нуаз и Веберъ (I. A. Chim. Soc., т. XXX, стр. 14) произвели синтезъ хлористоводородной кислоты. Водородъ взвѣшивался въ палладіи, а хлоръ — въ хлороплатинатѣ калия. Образовавшаяся хлористоводородная кислота тоже подвергалась взвѣшиванію.

Изъ отношенія  $H:Cl$  получается  $Cl = 35,458$ , а изъ отношенія  $H:HCl$  получается  $Cl = 35,457$ ; при чемъ предполагается, что  $H = 1,00779$ .

Тѣ же самыя отношенія опредѣлилъ и Эдгаръ (Edgar, Proc. Roy. Soc., томъ LXXXI, А, стр. 216), но съ помощью другого метода. Водородъ попрежнему взвѣшивался въ палладіи, хлоръ же, приготовленный путемъ электролиза расплавленного хлористаго серебра, взвѣшивался въ жидкомъ состояніи. Хлористоводородная кислота взвѣшивалась въ трехъ опытахъ непосредственно, а въ двухъ другихъ — послѣ поглощенія въ водѣ.

Изъ отношеній  $H:Cl$  и  $H:HCl$  получаются соответственно значенія  $Cl = 35,468$  и  $Cl = 35,467$ . Если принимать значение  $H$ , предложенное Морлеемъ, то результаты ближе всего выражаются значеніемъ  $Cl = 35,46$ .

Сѣбра. — Изъ восемнадцати опредѣленій сѣроводорода Баумъ и Перро (Baum et Perro; по частному сообщенію проф. Guye) вывели значение  $S = 32,070$ . Въ своихъ прежнихъ изысканіяхъ Баумъ получилъ для сѣры меньшія значенія, исходя изъ опредѣленій плотности сѣристаго ангидрида. Однако, значение 32,07, которое весьма близко согласуется съ числомъ, полученнымъ Ричардомъ (Richards) и Джонсомъ (Jones) при допущеніи  $Ag = 107,88$ , вѣроятно, весьма близко къ истинѣ.

Въ своемъ докладѣ въ 1906 г. комитетъ призналъ желательнымъ общій пересмотръ таблицы атомныхъ вѣсовъ; въ настоящее время этотъ пересмотръ уже сдѣланъ.

Новѣйшія изслѣдованія показали, что необходимо измѣнить основныя величины; хотя это должно было повлечь за собой измѣненія большаго числа другихъ атомныхъ вѣсовъ, но эти измѣненія оказались менѣе существенными, чѣмъ можно было предполагать. Сравненіе новой таблицы съ прежними показываетъ, что фактически большинство атомныхъ вѣсовъ сохранило свое прежнее значеніе, и лишь немногіе подверглись значительнымъ измѣненіямъ. Тѣмъ не менѣе этотъ тщательный пересмотръ былъ необходимъ; ниже мы прилагаемъ таблицу, которая показываетъ намъ полученные результаты.

Основные атомные вѣса, т. е. типичные вѣса, относительно которыхъ опредѣляютъ вѣса другихъ элементовъ, предполагая  $O = 16$ ,



суть слѣдующіе:

$$\begin{aligned} H &= 1,008, & Br &= 79,916, \\ C &= 12,000, & Ag &= 107,880, \\ N &= 14,007, & K &= 39,095, \\ Cl &= 35,460, & S &= 32,070. \end{aligned}$$

Величина атомнаго вѣса серебра, повидимому, должна быть слегка увеличена, на 3 или 5 тысячныхъ единицы. Лучшія измѣренія даютъ въ среднемъ  $Ag = 107,883$ . Въ этомъ случаѣ такъ же, какъ и въ другихъ, таблица даетъ лишь второй десятичный знакъ, такъ какъ третій не установленъ съ точностью. Поэтому мы находимъ въ таблицѣ  $K = 39,10$ ,  $N = 14,01$ ,  $Br = 79,92$  и т. д. Третій десятичный знакъ указанъ лишь въ атомномъ вѣсѣ водорода.

Сравненіе основныхъ величинъ по старой таблицѣ и новой.

Новая таблица.

Старая таблица.

$H$ . . . . .	1,008	$H$ . . . . .	1,008
$C$ . . . . .	12,00	$C$ . . . . .	12,00
$N$ . . . . .	14,01	$N$ . . . . .	14,01
$Cl$ . . . . .	35,46	$Cl$ . . . . .	35,45
$Br$ . . . . .	79,92	$Br$ . . . . .	79,96
$Ag$ . . . . .	107,88	$Ag$ . . . . .	107,93
$K$ . . . . .	39,10	$K$ . . . . .	39,15
$S$ . . . . .	32,07	$S$ . . . . .	32,06

Эти измѣненія, принятые Международной Комиссіей, весьма малы. Съ теченіемъ времени они всѣ одинаково становились все менѣе и менѣе значительными. Мы вправѣ, слѣдовательно, допустить, что основные стехіометрическіе законы отличаются совершенной точностью.

Изъ этого краткаго разбора мы заключаемъ, что мы можемъ считать что атомистическая гипотеза, основанная на этихъ законахъ, строго доказана опытомъ. Но химія ничего не говоритъ намъ о строеніи атома. Доводы изъ химіи въ пользу гипотезы единства вещества совершенно ошибочны. Если существуетъ общая мѣра атомныхъ вѣсовъ элементовъ, то она, по всей вѣроятности, ниже предѣла погрѣшности опыта. Однако, приверженцы гипотезы Прута не складываютъ оружія. Всѣ опредѣленія атомныхъ вѣсовъ они подвергаютъ своей критикѣ, и нужно признать, что послѣдняя не всегда бываетъ лишена основанія. Несмотря на вѣроятную бесплодность съ точки зрѣнія химіи того представленія, которымъ руководятся эти забѣгающіе впередъ мыслители, экспериментаторы благодаря имъ будутъ въ состояніи уба-



речься отъ тѣхъ ошибокъ, которыхъ предшественники ихъ при всемъ своемъ талантѣ не всегда могли избѣжать.

Нужно, однако, сознаться, что физика, — въ особенности ученіе о радиоактивности, — доставила положительные данныя въ пользу гипотезы единства вещества. Если атомы, какъ представляютъ себѣ очень многіе физики, суть агрегаты электроновъ, то общая мѣра атомныхъ вѣсовъ должна быть величиной того же порядка, какъ одна тысячная часть водороднаго атома. Сомнительно, чтобы точность аналитическихъ измѣреній могла когда-либо дойти до размѣровъ этого порядка. Современнымъ методамъ химіи рѣшеніе этой проблемы недоступно.

Точныя измѣренія, произведенныя послѣ Дюма, показываютъ намъ, наконецъ, что численныя соотношенія между атомными вѣсами не имѣютъ, какъ можно было раньше предполагать, характера строго математическихъ соотношеній. Въ настоящее время имъ слѣдуетъ приписать такое же значеніе, какимъ пользуются законы Митчерлиха или Дюлонга и Пти, а также система Менделѣева.

Съ другой стороны, весьма возможно, что основной законъ Лавуазье не примѣняется во всей строгости къ сгущеніямъ электроновъ, которыя представляютъ собой атомы. Масса электроновъ зависитъ, вѣроятно, отъ ихъ скорости, съ которой можетъ мѣняться ихъ инерція. Но еще неизвѣстно, какая судьба ожидаетъ эти молодые теоріи!

## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Можетъ ли кто-нибудь знать, былъ ли онъ на полюсѣ?** — Въ теченіе послѣдней осени американскіе журналы напечатали сенсационную новость: сѣверный полюсъ наконецъ завоеванъ; два одинаково извѣстныхъ изслѣдователя объявили почти одновременно объ этомъ открытіи и предъявили свои права на приоритетъ.

Оба они наши, — по крайней мѣрѣ, вначалѣ, — многочисленныхъ защитниковъ, часто болѣе усердныхъ, чѣмъ знакомыхъ съ этимъ вопросомъ и болѣе страстныхъ, чѣмъ компетентныхъ. Мнѣніе научнаго міра было гораздо болѣе сдержаннымъ и осторожнымъ люди пришли къ тому убѣжденію, что невозможно что-либо сказать до полного опубликованія оригинальныхъ наблюденій, полученныхъ обоими американскими изслѣдователями; насколько намъ извѣстно, эти документы до настоящаго времени опубликованы не были.

По этому поводу, во многихъ газетахъ появились статьи, въ которыхъ разсматривались способы, дающіе участникамъ экспедиціи возможность убѣдиться, что они находятся на полюсѣ. Нужно сознаться, что большинство этихъ статей давали очень неточное представленіе объ этой проблемѣ.

Недавно, Пуизе (Puisseux) прочелъ въ „Hôtel des Sociétés savantes“ объ этомъ докладъ, и мы думаемъ, что наши читатели съ интересомъ прочтутъ резюме изложенія этого вопроса, сдѣланнаго столь извѣстнымъ астрономомъ.

Необходимо выяснитъ, какими способами располагаетъ полярный изслѣдователь для установленія координатъ достигнутыхъ имъ пунктовъ, когда онъ находится въ непосредственной близости отъ полюса.



Извѣстно, что въ этихъ мѣстностяхъ соотношенія между днемъ и ночью совершенно непохожи на тѣ, которыя мы наблюдаемъ подъ нашими широтами: шесть мѣсяцевъ продолжается день, шесть мѣсяцевъ ночь, — таковъ теоретическій балансъ на самомъ полюсѣ; фактически же, благодаря рефракціи и сумеркамъ, это равенство довольно сильно нарушается въ пользу дня и можно считать, что совершенно темная ночь продолжается не болѣе пяти мѣсяцевъ.

Очевидно, если бы путешественники достигли своей цѣли посреди полярной ночи, они имѣли бы въ своемъ распоряженіи звѣздное небо, и имъ оставалось бы только выбирать между многочисленными методами опредѣленія координатъ, изложенными въ специальныхъ руководствахъ. На практикѣ же полярный день представляетъ наиболѣе удобное для путешествія время и изслѣдователь устанавливаетъ послѣдовательные этапы своего путешествія такъ, чтобы достигнуть наивысшей широты посреди весны; этимъ путемъ онъ гарантируетъ себѣ благоприятныя условія для обратнаго пути. Можно было бы возразить, что астрономы обладаютъ способами изслѣдованія настолько совершенными, что они имъ позволяютъ наблюдать наиболѣе яркія звѣзды и во время дня.

Это — вообще говоря — вѣрно, но не слѣдуетъ забывать, что эти наблюденія возможны только съ аппаратами большихъ размѣровъ; кромѣ того, они требуютъ точнаго знанія направленія, въ которомъ нужно поставить телескопъ, т. е., другими словами, они предполагаютъ предварительно извѣстными координаты мѣста наблюденій.

Полярный изслѣдователь, который подвигается по льду цѣною столькихъ усилий, не располагаетъ такими средствами, и было бы смѣшно отъ него требовать, чтобы онъ нагружалъ себя аппаратами значительнаго вѣса, хотя бы, напримѣръ, теодолитомъ. Все, что можно предположить, это то, что онъ будетъ снабженъ компасомъ, хронометромъ, уровнемъ и секстантомъ.

Съ такимъ ограниченнымъ числомъ инструментовъ ему приходится отказываться почти отъ всѣхъ методовъ, рекомендуемыхъ сочиненіями по астрономіи и по топографіи. Единственное свѣтило, которое онъ можетъ наблюдать, это солнце, и нужно постараться получить наилучшія результаты при помощи тѣхъ свѣдѣній, которыя оно можетъ дать.

Такъ какъ на полюсѣ солнце описываетъ кругъ, параллельный горизонту, въ теченіе 24 часовъ, то, находясь на разстояніи нѣсколькихъ сотъ километровъ отъ полюса, можно получить первыя полезныя свѣдѣнія, наблюдая въ теченіе 24 часовъ наибольшую и наименьшую высоты солнца, которыя соответствуютъ, какъ извѣстно, двумъ его кульминаціямъ.

Предположимъ для ясности, что путешественникъ находится подъ 87° широты; разница между этими двумя крайними высотами будетъ 6°; путешественникъ долженъ будетъ направиться въ сторону наименьшей наблюдаемой имъ высоты, и пройти приблизительно 330 км., стараясь, чтобы направленіе его пути составляло постоянный уголъ съ направленіемъ къ магнитному полюсу, указываемымъ компасомъ.

Допустимъ, что этимъ первоначальнымъ способомъ, который, къ тому же, можно повторить во время пути, если это необходимо, сравнительно нетрудно приблизиться къ полюсу на разстояніе  $\frac{1}{3} = 40$  км. Нужно постараться сдѣлать это точнѣе: лучше всего будетъ остановиться на 24 часа и измѣрять высоту солнца черезъ равныя промежутки времени. Четыре наблюденія, съ промежутками въ 6 часовъ, представляютъ матеріалъ, достаточный, чтобы судить о координатахъ точки и о положеніи наблюдателя.

Не слѣдуетъ упускать изъ виду тѣхъ измѣненій, которыя испытываетъ склоненіе солнца въ продолженіе 12 часовъ, отдѣляющихъ наибольшую высоту отъ наименьшей. Возьмемъ простой примѣръ: Кукъ утверждаетъ, что онъ достигъ сѣвернаго полюса къ концу апрѣля; въ это время солнце приближается къ полюсу приблизительно на 10' въ 12 часовъ такимъ образомъ, что подъ 89° 40' с. ш. наблюдаемая разница между наибольшей и наименьшей высотой будетъ 50' вмѣсто 40' =  $2(90^\circ - 89^\circ 40')$ . Если пренебречь только



измѣненіемъ склоненія солнца, то уже произойдетъ ошибка при опредѣленіи широты въ  $5' = 9$  км. Однако, нужно замѣтить, что въ этихъ широтахъ всегда будетъ неизвѣстная величина, которая никакими средствами не можетъ быть вычислена безъ большой неточности, а именно: направленіе, въ которомъ солнце достигаетъ наименьшей высоты; знать же эту величину необходимо, такъ какъ въ этомъ именно направленіи путешественникъ долженъ продвигаться дальше.

Теперь важно знать, какую ошибку даетъ этотъ методъ и въ какихъ предѣлахъ, съ точки зрѣнія точности, можно пользоваться его указаніями относительно разстоянія отъ полюса. Въ нашихъ широтахъ даже не очень искусный наблюдатель можетъ опредѣлить широту мѣста, гдѣ онъ находится, съ ошибкою, меньшею, чѣмъ  $15''$ . Но условія, въ которыхъ находится полярный изслѣдователь, неизмѣримо хуже: его хронометръ снабжаетъ его плохими свѣдѣніями, солнце стоитъ низко надъ горизонтомъ (20 апрѣля высота его приблизительно равна  $12^\circ$ ); находясь въ туманѣ, оно можетъ дать только очень слабое изображеніе въ секстантѣ; я не говорю уже о физиологическомъ состояніи изслѣдователя, которое тоже должно быть довольно неблагоприятнымъ для точнаго измѣренія. Принимая все это во вниманіе, мы думаемъ, что нужно разсчитывать на ошибку въ  $3'$  при измѣреніи высотъ, т. е. въ 6 км. при опредѣленіи разстоянія отъ полюса.

Мы до сихъ поръ предполагали, что путешественникъ имѣлъ съ собой секстантъ. Если обстоятельства принудили его сократить свой багажъ до послѣднихъ предѣловъ и если онъ располагаетъ только часами, онъ сможетъ пользоваться лишь очень грубымъ методомъ: ему придется измѣрять въ продолженіе 24 часовъ длину тѣни шеста извѣстной высоты; этотъ шестъ можетъ и не быть вертикальнымъ, лишь бы наблюдатель могъ съ достаточной точностью опредѣлить основаніе (А) вертикали, проходящей черезъ его конецъ.

Конецъ этой тѣни въ продолженіе сутокъ пробѣжитъ кривую, разстояніе точекъ которой отъ точки А будетъ постоянно мѣняться; наименьшій радіусъ-векторъ покажетъ направленіе къ полюсу; разность между наибольшимъ и наименьшимъ тѣнью позволитъ вычислить оставшійся путь. Мы заимствуемъ у Пюизе численный примѣръ, который онъ приводитъ: 20-го апрѣля, шестъ въ 1 м., стоящій вертикально подъ  $89^\circ 40'$ , образуетъ тѣнь, длина которой мѣняется отъ 4 м. 91 см. до 5 м. 20 см.; этотъ результатъ кажется а priori благоприятнымъ; но фактически столь длинная тѣнь далеко не рѣзко ограничена; колебанія, производимыя вѣтромъ, очень усложняютъ дѣло, и, кромѣ того, трудно найти совершенно горизонтальную площадъ длиною въ 10 м. Эти неудобства еще увеличатся, если удлинитъ шестъ.

Резюмируя, мы думаемъ, что правильно будетъ оцѣнить неточность въ измѣреніяхъ въ 6 км., если путешественникъ имѣетъ секстантъ и, по крайней мѣрѣ, вдвое больше, если онъ его не имѣетъ.

Изслѣдователь, который публикуетъ наивысшую достигнутую имъ широту въ минутахъ, тѣмъ самымъ допускаетъ, что онъ могъ судить о своемъ положеніи съ точностью около 2 км. Это былъ бы ужъ очень точный результатъ, и путешественникъ, который опубликовалъ бы еще болѣе точные результаты, рисковалъ бы вызвать недовѣріе.



## ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента **Е. Л. Буницкаго**.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

**№ 270** (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0,$$

коэффициенты котораго связаны условіями

$$a + b = b + c + d = d + e.$$

**Е. Григорьевъ** (Саратовъ).

**№ 271** (5 сер.). Доказать, что длины перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ центра  $O$  описаннаго около треугольника  $ABC$  круга соответственно на биссектрисы  $l_a, l_b, l_c$ , равны

$$\frac{l_a(b^2 - c^2)}{8s}, \quad \frac{l_b(a^2 - c^2)}{8s}, \quad \frac{l_c(a^2 - b^2)}{8s}$$

(предполагая  $a \geq b \geq c$ ), гдѣ  $a, b, c, s, l_a, l_b, l_c$  — стороны, площадь и длины биссектрисъ треугольника.

**А. Радевъ** (Ботево, Болгарія).

**№ 272** (5 сер.). Найти предѣлъ, къ которому стремится дробь

$$\frac{1^m + 3^m + 5^m + \dots + (2n - 1)^m}{1^m + 2^m + \dots + n^m},$$

гдѣ  $m$  — данное цѣлое положительное число, при  $n = \infty$ .

**Б. Двойринъ** (Одесса).

**№ 273** (5 сер.). Доказать равенство

$$\frac{\pi}{3} = \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}$$

гдѣ правая часть есть сокращенное обозначеніе предѣла произведенія сомножителей

$$\frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}, \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}, \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}, \dots$$

$$\frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}$$



знаменатель каждаго изъ которыхъ получается прибавленіемъ къ знаменателю предыдущаго выраженія 2 и извлеченіемъ изъ суммы корня квадратнаго ( $\pi$  — отношеніе длины окружности къ диаметру).

Я. Назаревскій (Харьковъ).

№ 274 (5 сер.). Показать, что выраженіе

$$a^{kn} + (a^k - 1)[k(a - 1) - 1]n - 1$$

дѣлится безъ остатка на

$$a^{k+1} - a^k - a + 1$$

при всякихъ цѣлыхъ и положительныхъ значеніяхъ  $n$  и  $k$ .

С. Розенблатъ (Балта).

№ 275 (5 сер.). Найти сумму  $n$  членовъ ряда

$$\sin x + 2 \sin 2x + 3 \sin 3x + \dots + n \sin nx.$$

Л. Богдановичъ (Ярославль).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 186 (5 сер.). Доказать справедливость тождества

$$\frac{a^2}{r_b r_c} + \frac{b^2}{r_a r_c} + \frac{c^2}{r_a r_b} = 4 \left( \frac{R}{r} - 1 \right),$$

гдѣ  $a, b, c$  — стороны,  $R, r, r_a, r_b, r_c$  — радіусы описаннаго, вписаннаго и вневписанныхъ круговъ.

Изъ формулъ:  $r_a = \frac{s}{p-a}$ ,  $r_b = \frac{s}{p-b}$ ,  $r_c = \frac{s}{p-c}$ , гдѣ  $s$  — площадь треугольника, находимъ:

$$\frac{a^2}{r_b r_c} = \frac{a^2 (p-b)(p-c)}{s^2} = \frac{a^2 (p-b)(p-c)}{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{a^2}{p(p-a)} = \frac{a}{p-a} - \frac{a}{p}.$$

Подобнымъ же образомъ получимъ:  $\frac{b^2}{r_a r_c} = \frac{b}{p-b} - \frac{b}{p}$ ,  $\frac{c^2}{r_a r_b} = \frac{c}{p-c} - \frac{c}{p}$ , откуда

$$\frac{a^2}{r_b r_c} + \frac{b^2}{r_a r_c} + \frac{c^2}{r_a r_b} = \frac{a}{p-a} + \frac{b}{p-b} + \frac{c}{p-c} - \frac{a+b+c}{p} = \frac{a}{p-a} + \frac{b}{p-b} + \frac{c}{p-c} - \frac{2p}{p} = \frac{a}{p-a} + \frac{b}{p-b} + \frac{c}{p-c} - 2.$$

$$\left( \frac{b}{p-b} + 1 \right) + \left( \frac{c}{p-c} + 1 \right) - 4 = \frac{a}{p-a} + \frac{p}{p-b} + \frac{p}{p-c} - 4.$$



Но

$$\begin{aligned} \frac{a}{p-a} + \frac{p}{p-b} + \frac{p}{p-c} &= \frac{a(p-b)(p-c) + (p-c+p-b)(p-a)p}{(p-a)(p-b)(p-c)} = \\ &= \frac{a(p-b)(p-c) + [2p-(b+c)](p-a)p}{(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{a[p^2-p(b+c)+bc] + a(p^2-ap)}{(p-a)(p-b)(p-c)} = \\ &= \frac{a[2p^2-p(a+b+c)+bc]}{(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{a(2p^2-2p^2+bc)}{(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{abc}{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \\ &= \frac{abc}{s^2} = 4 \cdot \frac{abc}{4s} : \frac{s}{p} = \frac{4R}{r}, \text{ такъ какъ } R = \frac{abc}{4s}. \text{ Поэтому [см. (1)]} \end{aligned}$$

$$\frac{a^2}{r_b r_c} + \frac{b^2}{r_a r_c} + \frac{c^2}{r_a r_b} = \frac{4R}{r} - 4 = 4 \left( \frac{R}{r} - 1 \right).$$

*М. Добровольскій (Сердобскъ); В. Моргулевъ (Одесса); Л. Богдановичъ (Ярославль); П. Безчеревныхъ (Козловъ).*

**№ 189** (5 сер.). Даны двѣ пересѣкающіяся окружности; построить прямую, проходящую черезъ одну изъ точекъ ихъ пересѣченія и отсѣкающую въ каждой изъ данныхъ окружностей дугу одинаковаго числа градусовъ.

Пусть  $M$  — точка пересѣченія окружностей  $O$  и  $O'$ ,  $MD$  и  $MD'$  — диаметры окружностей  $O$  и  $O'$ , проходящіе черезъ точку  $M$ . Пусть черезъ  $M$  проходит сѣкущая, отсѣкающая въ окружностяхъ  $O$  и  $O'$  соответственно дуги  $XM$  и  $MX'$  одинаковаго числа градусовъ. Тогда имѣемъ:  $\cup XM + \cup XD = \cup X'M + \cup X'D' = \pi$ , откуда вытекаетъ, что для равенства угловыхъ мѣръ дугъ  $XM$  и  $X'M$  необходимо и достаточно равенство мѣръ дугъ  $XD$  и  $X'D'$ , т. е. равенство вписанныхъ угловъ  $XMD$  и  $X'MD'$ . Итакъ, искома сѣкущая  $XX'$  есть прямая, равнонаклоненная къ сторонамъ угла  $DMD'$ . Отсюда вытекаетъ построеніе: для нахождения искомой сѣкущей надо построить внутреннюю или внѣшнюю биссектрису угла  $DMD'$ ; каждая изъ нихъ даетъ рѣшеніе задачи.

*В. Моргулевъ (Одесса); П. Безчеревныхъ (Козловъ); Л. Богдановичъ (Ярославль).*

**№ 191** (5 сер.) Рѣшить треугольникъ по радіусамъ вневписанныхъ круговъ  $r_a, r_b, r_c$ .

Называя черезъ  $s, p, r, A, B, C$  соответственно площадь, полупериметръ, радіусъ круга вписаннаго и углы искомаго треугольника, имѣемъ:

$$r_a = \frac{s}{p-a}, \quad r_b = \frac{s}{p-b}, \quad r_c = \frac{s}{p-c}; \quad (1) \quad r = \frac{s}{p}; \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{r_a}{p}, \quad \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{r_b}{p}, \quad \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{r_c}{p}. \quad (3)$$

Перемножая первыя два изъ равенствъ (1), получимъ:

$$r_a r_b = \frac{s^2}{(p-a)(p-b)} = \frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{(p-a)(p-b)} = p(p-c) = p^2 - pc,$$

■ подобнымъ же образомъ находимъ:

$$r_b r_c = p^2 - pa, \quad r_c r_a = p^2 - pb,$$



откуда

$$r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a = p^2 - pa + p^2 - pb + p^2 - pc = 3p^2 - p(a + b + c) = \\ = 3p^2 - 2p^2 = p^2.$$

Итак,  $p^2 = r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a$ ,  $p = \sqrt{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}$ , а потому равенства (3) дают намъ слѣдующія соотношенія:

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{r_a}{\sqrt{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}}, \quad \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{r_b}{\sqrt{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}}, \\ \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{r_c}{\sqrt{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}},$$

которыми опредѣляются углы треугольника. Раздѣливъ первое изъ равенствъ

(1) на равенство (2), получимъ:  $\frac{r_a}{r} = \frac{p}{p-a}$ , откуда  $\frac{r_a - r}{r_a} = \frac{a}{p}$ ,

$$a = \frac{p(r_a - r)}{r_a} = \frac{(r_a - r)\sqrt{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}}{r_a}. \quad (4)$$

Но изъ равенствъ (1) и (2) вытекаетъ извѣстное соотношеніе:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a+p-b+p-c}{s} = \frac{3p-2p}{s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{r},$$

т. е.  $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$ , или, послѣ освобожденія отъ знаменателей,

$$(r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a)r = r_a r_b r_c, \quad r = \frac{r_a r_b r_c}{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}.$$

Слѣдовательно,

$$r_a - r = r_a - \frac{r_a r_b r_c}{r_b r_c + r_a(r_b + r_c)} = \frac{r_a r_b r_c + r_a^2(r_b + r_c) - r_a r_b r_c}{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a} = \\ = \frac{r_a^2(r_b + r_c)}{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a},$$

откуда [см. (4)]

$$a = \frac{r_a^2(r_b + r_c)}{r_a(r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a)} = \frac{r_a(r_b + r_c)}{\sqrt{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}},$$

и точно такъ же получимъ:

$$b = \frac{r_b(r_c + r_a)}{\sqrt{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}}, \quad c = \frac{r_c(r_a + r_b)}{\sqrt{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}}.$$

Л. Богдановичъ (Ярославль); В. Моргулевъ. (Одесса); П. Безчервныхъ (Ковжовъ).



## ПОПРАВКИ.

Въ № 508 въ статьѣ проф. Д. Синцова „XII Съѣздъ Русскихъ Естествоиспытателей и Врачей. Секція чистой математики“ должны быть сдѣланы слѣдующія исправленія: 1) На стр. 105 въ строкѣ 13 послѣ словъ „два доклада“ должно быть двоеточіе (одинъ докладъ автора, другой г. Эренфеста). 2) На стр. 106 въ стр. 13 сверху вмѣсто „неудовлетворительность“ д. б. „неудовлетворенность“. 3) На стр. 104 г. М. Г. Попруженко названъ начальникомъ военно-учебныхъ заведеній; между тѣмъ г. Попруженко состоитъ членомъ Совѣта и Комитета этихъ учебныхъ заведеній. 4) На стр. 105 въ строкахъ 17 и 18 снизу относительно дифференціального уравненія не оговорено, что  $a, b, c \dots$  суть полиномы относительно  $y$ .

Въ № 499 въ „Рѣшеніи задачи на премію № 2“ на стр. 172 въ 7 строкѣ снизу послѣ словъ „по равенству (52) черезъ  $\frac{\beta}{\beta}$ “ вставить фразу: „а отношеніе  $\frac{B}{A}$  по равенству (53) черезъ  $\frac{\gamma}{\beta}$ “.

## Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

**Н. С. Лукьяновъ.** Директоръ Проскуровскаго Алексіевскаго реальнаго училища. *Физическій кабинетъ среднихъ учебныхъ заведеній. Устройство и оборудованіе помѣщенія, описаніе физическихъ приборовъ и опытовъ съ ними. Руководство къ экспериментированію для преподавателей физики.* Выпускъ V. 558 стр.. Опыты по лучистой энергіи. Полтава, 1909. Ц. 3 р.

**Гампсонъ-Шеферъ.** *Парадоксы природы.* Переводъ съ нѣмецкаго. Изданіе „Mathesis“. 198 стр. Одесса, 1910. Ц. 1 р. 20 к.

**Г. А. Лоренцъ.** Проф. Лейденскаго Университета. *Курсъ физики.* Перев. подъ ред. проф. Н. П. Кастирина. Томъ II. Изданіе „Mathesis“. 466 стр. Одесса, 1910. Цѣна 3 р. 75 к.

**В. В. Чемолосовъ.** *Прямолинейная тригонометрія.* Изданіе третье, исправленное и дополненное геометрическими задачами, рѣшаемыми при помощи тригонометріи. 117 стр. Кіевъ, 1909. Ц. 90 к.

*Указатель технической литературы.* Списокъ новыхъ книгъ, поступившихъ въ продажу въ книжномъ магазинѣ К. Л. Риккера. 184 стр. С.-Петербургъ, 1910.

**Е. А. Кучинскій.** *Магнитная буря 25 сентября (н. с.) 1909 г., сильнѣйшая изъ всѣхъ наблюденныхъ въ Константиновской обсерваторіи въ Павловскѣ.* Отдѣльный оттискъ изъ „Извѣстій Императорской Академіи Наукъ“. 113 стр. С.-Петербургъ. 1910.



**А. П. ОХИТОВИЧЪ. Геометрія круга (Циклометрія).**

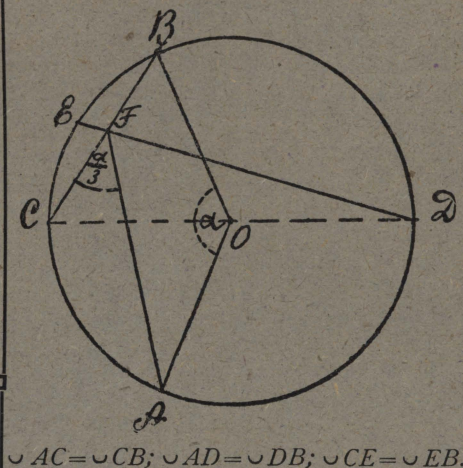
Рѣшеніе проблемы о геометрическомъ раздѣленіи дуги и угла на части пропорціональныя и равныя. Казань, 1908 г. Стр. XI+114+6=131. Цѣна 1 руб.

**А. П. ОХИТОВИЧЪ. Новый (неопредѣленный) методъ рѣшенія алгебраическихъ уравненій. Ч. I-я.**

Общее рѣшеніе уравненій первой степени: неопредѣленныхъ и опредѣленныхъ. Казань, 1900 г. 333 стр. Цѣна 2 р. 50 к.

*Обращаться въ книжныя магазины:*

„Новаго Времени“ (СПБ., Москва, Харьковъ, Саратовъ, Одесса), Н. Н. Карбасникова (СПБ., Москва, Варшава, Вильна), А. А. Дубровина (Казань), „Общественная Польза“ (СПБ.), Оглоблина (Кіевъ), Т-ва Сытина (Москва), „Трудъ“ (Москва), „Сотрудникъ Школъ“ (Москва), Бельке (Кіевъ), „Товарищества“ (Самара), „Волжанинъ“ (Самара) и др.



## Открыта подписка на 1910 г. (XXI г.) на журналъ „ВОПРОСЫ ФИЛОСОФІИ И ПСИХОЛОГІИ“.

Изданіе Московскаго Психологическ. О-ва, при содѣйствіи  
**С.-ПЕТЕРБУРГСКАГО ФИЛОСОВСКАГО О-ВА.**

Вышла 1-я (январь—февраль) книга 1910 г. Ея содержаніе: Философія исторіи Гегеля. **В. И. Герье.** Этика Д. Юма. 1. Психологическія предпосылки этики, **Н. Д. Виноградова.** Ученія софистовъ о естественномъ правѣ, **П. И. Новгородцева.** Понятія права и силы, **И. А. Ильина.** Душевные способности какъ основныя біологическія функціи, **А. Ф. Лазурскаго.** Критика и библиографія. Библиографическій листокъ. Извѣстія и замѣтки. Московское Психологическое Общество.

Журналъ выходитъ **пять** разъ въ годъ (приблизительно въ концѣ февраля, апрѣля, іюня, октября и декабря). Книгами около 15 печатн. листовъ.

**Условія подписки:** на годъ (съ 1-го января 1910 г. по 1-е января 1911 г.) безъ доставки—**6 р.**, съ доставкой въ Москвѣ—**6 р. 50 к.**, съ пересылкой въ другіе города—**7 р.**, за границу—**8 р.**

Учащіеся въ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ, сельскіе учителя и сельскіе священники пользуются **скидкой въ 2 руб.** Подписка на **льготныхъ условіяхъ** принимается **только** въ конторѣ журнала: Москва, Б. Никитская, б. Чернышевскій пер., д. 9, кв. 5, и книжн. магаз. Нов. Времени, Карбасникова, Вольфа, Отоблина, Башмакова и др.



# Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый,

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

**ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:** Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященные вопросамъ преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премію. Библиографическій отдѣлъ: обзоръ специальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

**Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.**

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн., город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается **БЕЗПЛАТНО** по первому требованію.

**Важѣйшія статьи, помѣщенные въ 1909 г.**

**41-ый семестръ.**

Проф. *Ф. Клейнъ*. Лекціи по ариметикѣ для учителей.—Проф. *В. Рамзай*. Благородные и радиоактивные газы.—Прив.-доц. *В. Каганъ*. О безконечно удаленныхъ элементахъ въ геометріи.—Проф. *А. Слаби*. Безпроводочный телефонъ.—*А. Филипповъ*. О періодическихъ дробяхъ.—*А. Мюллеръ*. Новое предложеніе о кругѣ.—*Анри Пуанкаре*. Математическое творчество.—*П. Зеemannъ*. Происхожденіе цвѣтовъ спектра.—*В. Гернетъ*. Объ единствѣ вещества.—*С. Ньюкомъ*. Теорія движенія луны.—*В. Ритцъ*. Линейные спектры и строеніе атомовъ.—*А. Кирилловъ*. Къ геометріи треугольника.—Проф. *Дж. Перри*. Преподаваніе математики въ связи съ преподаваніемъ естественныхъ наукъ.—*Э. Наннзи*. О нѣкоторыхъ замѣчательныхъ плоскихъ кривыхъ.—*Э. Борель*. Методъ работы Пуанкаре.—Литература великой теоремы Ферма та.

**42-ой семестръ.**

*М. Зиминъ*. Приближенное вычисленіе корней квадратнаго уравненія.—*П. В. Шенелесъ*. Объ изложеніи основныхъ понятій и законовъ механики.—*Э. Пикарь*. Успѣхи динамическаго воздухоплаванія.—Проф. *Ф. Содди*. Отецъ радія.—*К. Граффъ*. Комета Галлея и ея предстоящее возвращеніе.—*А. Долговъ*. О построеніи нитяныхъ моделей многогранниковъ Пуансо.—Проф. *Ф. Содди*. Къ вопросу о происхожденіи радія.—Прив.-доц. *В. Каганъ*. Что такое алгебра?—Проф. *К. Делтеръ*. Искусственные драгоценные камни.—*Л. Видеманъ*. По поводу новаго объясненія твердости тѣлъ.—Проф. *Г. Кайзеръ*. Современное развитіе спектроскопіи.—Новое сообщеніе проф. Рамзая о превращеніи химическихъ элементовъ.—*Д. Ефремовъ*. О четырехугольникахъ.—*А. Пугаченко*. Приближенное дѣленіе угла на  $n$  равныхъ частей при помощи циркуля и линейки.—Опыты проф. *И. И. Косоногова* по изслѣдованію электролиза при помощи ультра-микроскопа.—Проф. *А. Беккеръ*. Сжигеніе газовъ.

## Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.** Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.** Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ **5%** уступки.

**Журналъ за прошлые годы** по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. **Отдѣльные номера** текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

**Адресъ для корреспонденціи:** Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.