Обложка
ищется

Обложка
ищется

XLII Сем. №5.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

№ 497.

Содержаніе: О построеніи нитяныхъ моделей многогранниковъ Пуансо. *В. Долгова*.— Комета Галлея. *К. Граффа*. (Продолженіе).— Къ вопросу о происхожденіи радія. *Ф. Содди*.— Рецензія: Эмиль Борель. Тригонометрія. Перев. О. В. С. подъ редакціей проф. Н. Н. Салтыкова. *Н. К*.— Научная хроника: Проф. О. Петерсонъ о морскихъ теченіяхъ.— Задачи №№ 210—215 (5 сер.).— Рѣшенія задачъ №№ 923 (4 сер.), 140, 145, 147 и 148 (5 сер.).— Объявленія.

О построеніи нитяныхъ моделей многогранниковъ Пуансо.

В. Долгова.

Сто лѣтъ тому назадъ (24-го іюля 1809 г. н. ст.) французскій математикъ Пуансо прочелъ воспитанникамъ знаменитой Ecole Polytechnique лекцію о „многоугольникахъ и многогранникахъ“ *), въ которой познакомилъ ихъ со своимъ способомъ изученія этихъ фигуръ и указалъ на существованіе нѣсколькихъ новыхъ многогранниковъ, отличныхъ отъ ранѣе извѣстныхъ пяти правильныхъ многогранниковъ Платона**) и тринадцати такъ называемыхъ „полуправильныхъ“ многогранниковъ Архимеда. Четыре новыхъ тѣла, свойства которыхъ подробно описаны Пуансо, получили съ тѣхъ поръ названіе „многогранниковъ Пуансо“. Надо замѣтить, однако, что, по крайней мѣрѣ, два изъ этихъ многогранниковъ были извѣстны математикамъ и ранѣе: оба звѣздчатыхъ додекаэдра описаны знаменитымъ астрономомъ Кеплеромъ въ его „Harmonia Mundi“. (Объ этомъ см., напримѣръ, D-r K. Fink, Geschichte der Elementarmathematik).

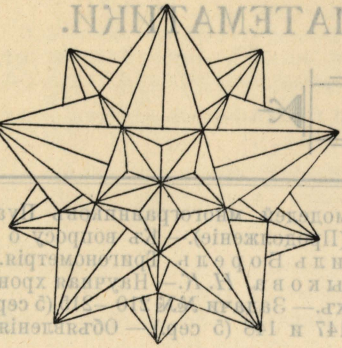
Чтобы познакомить читателей съ этими новыми тѣлами, приведемъ соотвѣтствующія выдержки изъ указаннаго мемуара Пуансо.

Стр. 40: „... Этотъ новый икосаэдръ дѣйствительно существуетъ... Его не трудно построить при помощи обыкно-

*) Лекція Poinsot напечатана во 2-й тетради IV т. „Journal de l'Ecole Polytechnique“, ноябрь 1809 г., подъ заглавіемъ: „Mémoire sur les Polygones et les Polyedres“.

**) Т. е. тетраэдра, октаэдра, икосаэдра, эксаэдра и додекаэдра.

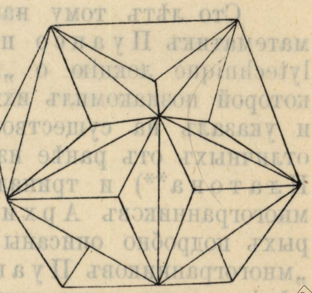
веннаго икосаэдра: проведите между двѣнадцатью вершинами послѣдняго 30 равныхъ прямыхъ, идущихъ за ребрами икосаэдра; эти прямыя опредѣлятъ 20 равностороннихъ треугольниковъ, одинаково наклоненныхъ другъ къ другу и образующихъ у двѣнадцати вершинъ 12 тѣлесныхъ пятигранныхъ угловъ второго рода. Эти 20 треугольныхъ граней сполна замыкаютъ тотъ новый икосаэдръ, о которомъ идетъ рѣчь (чертежъ 1)*).



Черт. 1.

Стр. 41: „... Этотъ новый додекаэдръ дѣйствительно существуетъ; онъ имѣетъ 12 вершинъ и 30 реберъ. Его легко построить при помощи обыкновеннаго икосаэдра: если вы проведете 12 плоскостей, изъ которыхъ каждая проходитъ черезъ 5 вершинъ икосаэдра, то вы получите 12 равныхъ правильныхъ пятиугольниковъ, сходящихся по пяти у каждой вершины, которые и ограничиваютъ тотъ новый правильный додекаэдръ, о которомъ идетъ рѣчь“ (черт. 2).

Стр. 41: „... Если взять правильные пятиугольники второго рода**) и собрать ихъ по три у каждой вершины, то легко видѣть, что мы образуемъ этимъ новый звѣздчатый додекаэдръ. Этотъ правильный многогранникъ имѣетъ 20 тѣлесныхъ угловъ и 30 реберъ, какъ и обыкновенный додекаэдръ... Его легко построить при помощи ранѣе описаннаго новаго додекаэдра; дѣйствительно, если мы продолжимъ попарно до пересѣченія ребра этого додекаэдра, то мы получимъ 12 правильныхъ пятиугольниковъ второго рода, собранныхъ по три около каждой изъ двадцати вершинъ и опредѣляющихъ это новое правильное тѣло (черт. 3).



Черт. 2.

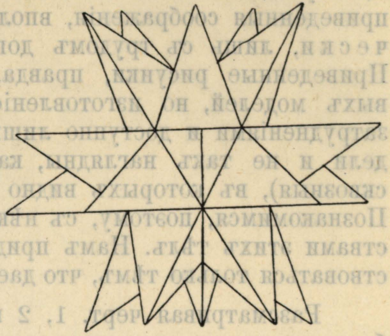
Стр. 42: „... Продолживъ подобнымъ же образомъ ребра двѣнадцати пятиугольныхъ граней обыкновеннаго додекаэдра, мы получимъ еще новый звѣздчатый додекаэдръ; но здѣсь онѣ собраны по пяти у каждой изъ двѣнадцати вершинъ“ (черт. 4).

---

*) Замѣтимъ, что ни чертежей ни рисунковъ своихъ многогранниковъ Пуансо не даетъ. Намъ кажется, однако, что понять безъ нихъ описаніе этихъ тѣлъ довольно трудно.

**) Подъ „правильнымъ пятиугольникомъ второго рода“ Пуансо подразумѣваетъ тотъ звѣздчатый пятиугольникъ, который получится, если провести всѣ діагонали обыкновеннаго пятиугольника, или же продолжить попарно его стороны до ихъ взаимнаго пересѣченія (см. черт. 8).

Приведенныя строки достаточно ясно оттѣняютъ основную мысль Пуансо — распространить понятіе о правильныхъ многоугольникахъ на звѣздчатые многоугольники, въ частности на звѣздчатый пятиугольникъ, и примѣнить послѣдній къ пространственнымъ построеніямъ. Включивъ его въ число правильныхъ многоугольниковъ, изъ которыхъ можно строить правильные многогранники, мы, дѣйствительно, можемъ получить всѣ 9 правильныхъ многогранниковъ (5 тѣлъ Платона и 4 тѣла Пуансо). Мы это сейчасъ покажемъ; предварительно же замѣтимъ, что треугольникъ и квадратъ одноименныхъ звѣздчатыхъ многоугольниковъ не даютъ, такъ что для построенія многогранниковъ мы можемъ пользоваться лишь слѣдующими плоскими фигурами: правильный треугольникъ, квадратъ, правильный пятиугольникъ и звѣздчатый пятиугольникъ*):



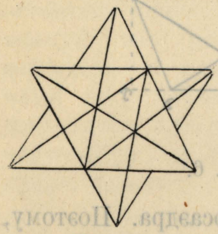
Черт. 3.

1) соединяя треугольники по три, мы получаемъ тетраэдръ;

2) соединяя ихъ по четыре, мы получаемъ октаэдръ;

3) соединяя ихъ по пяти такъ, чтобы въ основаніи ихъ лежалъ правильный пятиугольникъ, мы получаемъ икосаэдръ;

4) соединяя ихъ по пяти такъ, чтобы въ основаніи ихъ лежалъ звѣздчатый пятиугольникъ, мы получаемъ новый икосаэдръ (черт. 1);



Черт. 4.

5) соединяя по три квадрата, мы получаемъ эксаэдръ, или кубъ;

6) соединяя правильные пятиугольники, по три, получаемъ додекаэдръ;

7) соединяя звѣздчатые пятиугольники, по три мы получаемъ первый изъ звѣздчатыхъ додекаэдровъ (черт. 3);

8) соединяя тѣ же фигуры по пяти, получаемъ второй изъ звѣздчатыхъ додекаэдровъ (черт. 4);

9) наконецъ, соединяя пять правильныхъ пятиугольниковъ такъ, чтобы линіи сѣченія ихъ плоскостей давали звѣздчатый пятиугольникъ, мы получаемъ и новый додекаэдръ (черт. 2).

Такимъ образомъ, мы построили всѣ девять правильныхъ многогранниковъ.

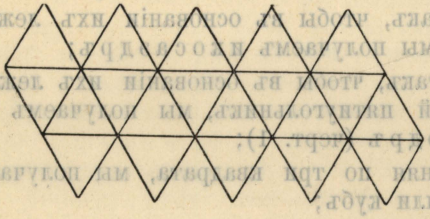
Такова въ самыхъ краткихъ чертахъ теорія Пуансо. Мы привели ее здѣсь затѣмъ, чтобы показать читателямъ, какое мѣсто

---

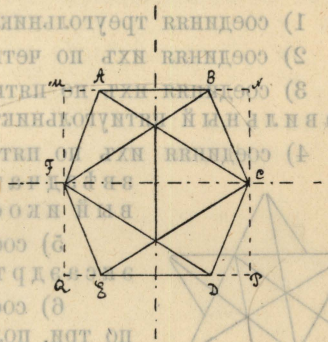
*) Правильными многоугольниками съ числомъ сторонъ болѣе пяти мы, какъ извѣстно, не можемъ пользоваться, ибо сумма трехъ плоскихъ угловъ въ этомъ случаѣ равна или больше $4d$; что же касается звѣздчатыхъ многоугольниковъ разныхъ видовъ съ 7 и болѣе сторонами, то ихъ мы здѣсь касаться не будемъ.

занимаютъ эти новыя тѣла въ общей системѣ и каково ихъ происхожденіе. Построивъ тѣмъ или инымъ способомъ модели этихъ тѣлъ, читатель легко разберется и въ теоріи ихъ, идя тѣмъ же путемъ, какимъ шелъ Пуансо. Но для нашей практической цѣли,—именно для построенія моделей,—намъ надо будетъ взглянуть на эти уже существующія тѣла съ нѣсколько иной точки зрѣнія. Дѣло въ томъ, что приведенныя соображенія, вполнѣ опредѣляющія эти тѣла геометрически, лишь съ трудомъ допускаютъ ихъ практическое построеніе. Приведенные рисунки, правда, сняты съ уже выполненныхъ гипсовыхъ моделей, но изготовленіе послѣднихъ сопряжено съ большими затрудненіями и доступно лишь немногимъ; къ тому же гипсовыя модели и не такъ наглядны, какъ нитяныя или проволочныя (вообще, сквозныя), въ которыхъ видно направленіе каждой отдѣльной прямой. Познакомимся, поэтому, съ нѣкоторыми нами еще не указанными свойствами этихъ тѣлъ. Намъ придется при этомъ ради краткости довольствоваться только тѣмъ, что даетъ непосредственное наблюденіе фигуръ.

Разсматривая черт. 1, 2 и 4, замѣчаемъ, что каждый изъ изображенныхъ тамъ многогранниковъ имѣетъ 12 вершинъ, расположен-



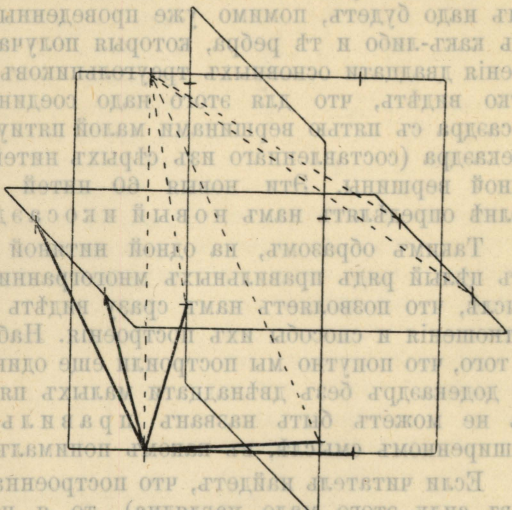
Черт. 5.



Черт. 6.

ныхъ такъ же, какъ и вершины обыкновеннаго икосаэдра. Поэтому, если мы сумѣемъ построить нитяную модель обыкновеннаго икосаэдра, то мы сможемъ построить и модели указанныхъ трехъ многогранниковъ Пуансо; для этого намъ придется только соединять между собой эти 12 вершинъ икосаэдра каждый разъ особымъ способомъ. Что же касается перваго изъ звѣздчатыхъ додекаэдровъ (черт. 3), то вершины его, числомъ 20, совпадаютъ по положенію съ вершинами обыкновеннаго додекаэдра, такъ что и здѣсь дѣло сводится къ построенію обычнаго многогранника.

Обратимся теперь къ обыкновенному икосаэдру, развертка котораго дана на чертежѣ 5. Построивъ по этой разверткѣ модель икосаэдра и разглядывая ее, легко замѣтить, что вершины его лежатъ въ трехъ взаимно перпендикулярныхъ плоскостяхъ, по 4 въ каждой плоскости; линіи пересѣченія каждой изъ этихъ плоскостей съ гранями икосаэдра образуютъ шестиугольникъ $ABCDEF$ (черт. 6), въ которыхъ діагонали FC и AE равны между собой; поэтому, проведя линіи MQ и NP, перпендикулярныя къ AB и ED, мы получимъ квадратъ $MNPQ$. Чтобы найти теперь соотношеніе между стороной икосаэдра AB и стороной квадрата MQ, или равнымъ ей отрѣзкомъ AE, обратимся къ модели икосаэдра и проведемъ черезъ прямую AE какую-либо изъ двухъ плоскостей, содержащихъ 5 вершинъ икосаэдра. Пять реберъ его, лежащихъ въ этой плоскости, образуютъ правильный пятиугольникъ; линія же AE будетъ діагональю этого пятиугольника; такимъ образомъ, ребро икосаэдра такъ относится къ сторонѣ квадрата, какъ сторона пятиугольника къ его діагонали. Зная это, мы легко можемъ построить модель икосаэдра. Возьмемъ 12 вязальныхъ спицъ, свяжемъ ихъ попарно въ видѣ крестовъ, а затѣмъ скрѣпимъ между собой полученные 6 крестовъ такъ, какъ показано на черт. 7. Мы получимъ при этомъ три взаимно-перпендикулярныхъ осевыхъ квадрата, на сторонахъ которыхъ и лежатъ вершины икосаэдра. Чтобы найти положеніе ихъ, принимаемъ сторону квадрата за діагональ правильнаго пятиугольника, находимъ сторону этого пятиугольника и откладываемъ половины этой стороны влѣво и вправо отъ центровъ крестовъ такъ, какъ показано на черт. 7. Чтобы построить модель икосаэдра, намъ остается только соединить каждую изъ полученныхъ вершинъ съ пятью сосѣдними при помощи нитей, допустимъ, красныхъ*) (на чертежѣ онѣ показаны толстыми линіями).



Черт. 7.

Переходимъ теперь къ построенію звѣздчатыхъ многогранниковъ. Забудемъ на время о существованіи красныхъ нитей (реберъ икосаэдра) и соединимъ каждую изъ вершинъ съ шестью другими противоположными вершинами такъ, какъ показано на черт. 7 (пунктирныя линіи). Легко видѣть, что эти вершины икосаэдра суть въ то же время вершины правильнаго пятиугольника, образованнаго пятью ребрами икосаэдра. Проведя такимъ образомъ $\frac{5 \cdot 12}{2} = 30$ нитей (положимъ, бѣлыхъ) мы получимъ нѣкоторый звѣздчатый многогранникъ, представляющій собою додекаэдръ, съ

*) Спицы удобнѣе всего сперва связывать на концахъ нитками, а затѣмъ для жесткости модели и сохраненія формы ея смазываютъ концы спицъ какимъ-либо густымъ клеемъ. напримѣръ, syndetikon'омъ; вершины удобнѣе всего обозначать маленькими нитяными петлями, приклеенными къ спицамъ; это облегчаетъ натягиваніе и закрѣпленіе многочисленныхъ нитей.

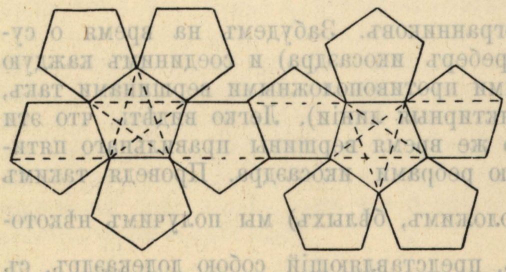
поставленными на грани его двѣнадцатью пятигранными пирамидами, при чемъ ребра пирамидъ суть не что иное, какъ продолженныя ребра додекаэдра. Но такой именно многогранникъ мы назвали вторымъ звѣздчатымъ многогранникомъ Пуансо (черт. 4). Слѣдовательно, мы сумѣли построить его модель.

Если отвлечься теперь отъ существованія реберъ внутренняго обыкновеннаго додекаэдра, который получился у насъ при пересѣченіи бѣлыхъ нитей*), и обратить вниманіе на совокупность бѣлыхъ и красныхъ нитей, то легко замѣтить, что эти нити даютъ намъ всѣ ребра новаго додекаэдра Пуансо (черт. 2), составленнаго изъ правильныхъ пятиугольниковъ, собранныхъ по пяти у каждой вершины и образующихъ при пересѣченіи звѣздчатый пятиугольникъ.

Чтобы получить модель новаго икосаэдра Пуансо (черт. 1), намъ надо будетъ, помимо уже проведенныхъ бѣлыхъ нитей, изобразить какъ-либо и тѣ ребра, которыя получаются отъ взаимнаго пересѣченія двадцати основныхъ треугольниковъ, опредѣляющихъ это тѣло. Легко видѣть, что для этого надо соединить каждую изъ вершинъ икосаэдра съ пятью вершинами малой пятиугольной грани внутренняго додекаэдра (составленнаго изъ сѣрыхъ нитей), которая лежитъ противъ данной вершины. Эти новыя 60 нитей вмѣстѣ съ прежними 30 вполнѣ опредѣлятъ намъ новый икосаэдръ Пуансо (черт. 1).

Такимъ образомъ, на одной нитяной модели мы можемъ получить цѣлый рядъ правильныхъ многогранниковъ; это выгодно въ томъ смыслѣ, что позволяетъ намъ сразу видѣть существующія между ними соотношенія и способы ихъ построенія. Наблюденіе показываетъ, кромѣ того, что попутно мы построили еще одинъ многогранникъ (внутренній додекаэдръ безъ двѣнадцати малыхъ пятигранныхъ пирамидъ); но онъ не можетъ быть названъ правильнымъ даже и въ томъ расширенномъ смыслѣ, въ какомъ понималъ это слово Пуансо.

Если читатель найдетъ, что построенная модель слишкомъ сложна (и въ силу этого мало наглядна), то я посовѣтовалъ бы ему вырѣзать изъ бумаги нѣсколько треугольниковъ, равныхъ по величинѣ треугольнымъ гранямъ этихъ тѣлъ, и перекрыть ими грани. Можно, конечно, и для каждаго многогранника построить свою особую модель.

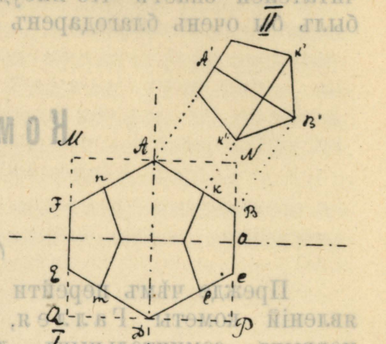


Черт. 8.

Переходимъ теперь къ построенію модели обыкновеннаго додекаэдра, развертка коего дана на черт. 8. Послѣдній, какъ и икосаэдръ, имѣетъ три взаимно перпендикулярныя плоскости симметріи, но такъ какъ въ этихъ плоскостяхъ лежитъ только часть вершинъ

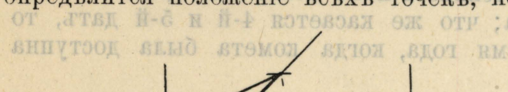
*) Я совѣтовалъ бы читателямъ осторожно выкрасить соотвѣтствующія части нитей въ сѣрый цвѣтъ.

додекаэдра (12 изъ 20-ти), то построеніе модели нѣсколько усложняется: намъ приходится установить еще 4 вспомогательныя спицы. Черт. 91 представляетъ собою проекцію додекаэдра на горизонтальную плоскость; черт. 9II — проекцію грани AB на вертикальную плоскость, линія BC — ребро додекаэдра, линія AB ($A'B'$) — высоту пятиугольника (грани додекаэдра), фигура $MNPQ$ — основной квадратъ. Вертикальные стержни модели должны, очевидно, стоять въ точкахъ A, D, k, l, m и n. Опредѣлить эти точки нетрудно. Зная a — ребро додекаэдра — строимъ на немъ, какъ на сторонѣ, правильный пятиугольникъ, проводимъ въ немъ высоту, затѣмъ беремъ базисъ (прямую NP), откладываемъ вверхъ и внизъ отъ какой-либо точки его по $a/2$, проводимъ изъ O прямую OD такъ, чтобы $\angle POD = 45^0$, а затѣмъ изъ точки C радіусомъ, равнымъ высотѣ $A'B'$, проводимъ дугу, пересѣкающую линію OD въ какой-либо точкѣ D; эта точка и будетъ искомой. Далѣе можно опредѣлить и симметричную ей точку A.



Черт. 9I, 9II.

Точка k (а также l, m и n) найдется, какъ точка пересѣченія высоты $A'B'$ съ перпендикулярной къ ней діагональю $k'k''$ (черт. 9II). Такимъ образомъ опредѣлится положеніе всѣхъ точекъ, необходимыхъ намъ для построенія модели. Послѣднюю выполняемъ, какъ и раньше, изъ трехъ квадратовъ, плоскости коихъ взаимно-перпендикулярны, но нижній крестъ кладемъ на доску такой толщины, чтобы на ней можно было болѣе или менѣе устойчиво укрѣпить 4 дополнительныя спицы (см. черт. 10) въ точкахъ k, l, m и n. Намѣтивъ положеніе вершинъ, мы можемъ соединить каждую изъ нихъ съ тремя сосѣдними и получить, такимъ образомъ, модель обыкновеннаго додекаэдра (толстыя линіи на черт. 10). Столь же легко построить и модель перваго звѣздчатаго додекаэдра Пуансо (черт. 3); какъ это сдѣлать, надѣюсь, ясно видно изъ чертежа (пунктирныя линіи).



Черт. 10.

Заканчивая настоящую замѣтку, считаю своимъ долгомъ извиниться передъ читателемъ за нѣкоторую трудность изложенія. Но дѣло въ томъ, что ни рисунки ни схематическіе чертежи не могутъ въ данномъ случаѣ, какъ слѣдуетъ, освѣтить текстъ; слишкомъ много здѣсь линій, слишкомъ разнообразно положеніе ихъ въ пространствѣ.

Какъ ни проста сама по себѣ идея такого построенія моделей — указанія на нее въ литературѣ я не находилъ. Если же кто-либо изъ читателей знаетъ что-нибудь по интересующему насъ вопросу, то я былъ бы очень благодаренъ за всякое сообщеніе въ этомъ направленіи.

Комета Галлея.

К. Граффа.

(Продолженіе).*

Прежде чѣмъ перейти къ историческому обзору отдѣльныхъ появленій кометы Галлея, слѣдуетъ вкратцѣ исчерпать вопросъ о первыхъ сомнительныхъ датахъ. Пять изъ 13 болѣе древнихъ датъ, именно годы 373, 530, 608, 684 и 912, основаны исключительно на томъ, что онѣ приблизительно согласуются съ 77-лѣтнимъ періодомъ обращенія кометы Галлея. Въ оправданіе первой и послѣдней даты Гиндъ имѣетъ возможность привести только по одному китайскому наблюденію; относительно 2-й не исключена даже возможность ошибки въ указаніи года; что же касается 4-й и 5-й датъ, то едва ли можно установить время года, когда комета была доступна наблюденію.

Если, такимъ образомъ, другихъ указаній въ пользу разсматриваемыхъ датъ найти не удастся, то ихъ къ сожалѣнію, придется считать совершенно потерянными для исторіи кометы Галлея. Но и относительно остальныхъ восьми древнѣйшихъ датъ Гиндъ можетъ привести въ доказательство возможной тождественности соотвѣтственныхъ кометъ съ кометой Галлея подчасъ не больше, чѣмъ однѣ только вѣроятныя догадки.

Знаменитую комету 11 года до Р. Хр. Гиндъ принимаетъ за комету Галлея на томъ основаніи, что всѣ элементы орбиты этого большого и блестящаго свѣтила хорошо подходятъ къ значеніямъ элементовъ кометы Галлея. Тождество обѣихъ кометъ можно было бы считать вполнѣ установленнымъ, если бы Гиндъ не получилъ изъ наблюденій наклонъ орбиты, меньшій приблизительно на 7^0. По словамъ Діона Кассія (Dion Cassius) комета была видна во время консульства М. Мессалы Барбата и П. Сульпиція Квирина, незадолго до смерти Агриппы, и, казалось, стояла надъ Римомъ. Китайцы нашли ее 26 августа въ созвѣздіи Близнецовъ; затѣмъ она перемѣщалась къ сѣверу отъ Кастора и Поллукса по направленію къ Льву и Дѣвѣ со скоростью въ градусовъ въ день, прошла мимо Арктура и Спики, прорѣзала созвѣздіе Змѣи

---

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“, № 496.

и Змѣеносца и исчезла въ Скорпіонѣ послѣ того, какъ была видима въ теченіе 56 дней.

Слѣдующее возвращеніе кометы имѣло мѣсто въ 66-мъ году, а возможно, что уже въ августѣ 65 года; по соображеніямъ Гинда позднѣйшая дата болѣе вѣроятна. По китайскимъ сообщеніямъ комета была открыта въ январѣ 66 года на восточной сторонѣ неба. Въ концѣ февраля она стояла въ созвѣздіи Козерога, позже—въ южной части Скорпіона и описала орбиту, которая вполнѣ согласуется съ предполагаемымъ январскимъ перигеліемъ кометы Галлея. Повидимому, не лишено возможности, что это была та комета, которая, по преданію, появилась на небѣ въ видѣ меча до разрушенія Іерусалима Титомъ (70 г. послѣ Р. Хр.) и возвѣстила гибель Священнаго Города.

Мы имѣемъ свѣдѣнія о нѣсколькихъ кометахъ, появившихся въ 141 году; одна изъ самыхъ яркихъ между ними по своимъ элементамъ

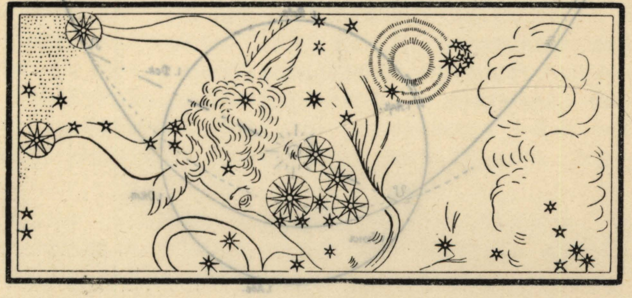
Положеніе орбиты кометы Галлея и ея узловой линіи относительно земли.

обладаетъ значительнымъ сходствомъ съ нашею кометою; она даже представляетъ точное повтореніе прохожденія черезъ перигелій кометы 1066 года. Она была открыта въ Китаѣ 27 марта и была нѣкоторое время видима сначала на восточной сторонѣ неба въ Водолеѣ, а позже на западной—въ созвѣздіи Вола.

Спустя 77 лѣтъ въ китайскихъ лѣтописяхъ опять упоминается о кометѣ, которая видна была также въ Европѣ, незадолго до смерти императора Опилія Макрина въ іюнѣ 218 года. Діонъ Кассій изображаетъ ее, какъ „страшную звѣзду“, а китайцы разсказываютъ, что она была чрезвычайно ярка и „заострена“. Она была открыта на восточной сторонѣ неба и затѣмъ въ теченіе почти 20 дней подъ рядъ наблюдалась въ созвѣздіяхъ Возничаго, Близнецовъ и Льва. Это движеніе вполнѣ согласуется, по мнѣнію Гинда, съ прохожденіемъ черезъ перигелій 6 апрѣля 218 года; то же самое можно сказать относительно слѣдующаго, вполнѣ аналогичнаго появленія кометы въ 295 году, время прохожденія которой черезъ перигелій также пришлось на начало апрѣля; и здѣсь видимый путь, который даетъ для этого свѣтила хроника кометъ китайскаго астронома Ма-туанъ-лина, хорошо воспроизводится при помощи элементовъ кометы Галлея.

Въ 451 году послѣ Р. Хр. имѣло мѣсто первое появленіе нашей кометы, которое можетъ считаться безспорно доказаннымъ. Мы располагаемъ подробными сообщеніями о ней во многихъ сочиненіяхъ, главнымъ образомъ, въ хроникѣ митрополита Олаха (Olachus) объ Атиллѣ, далѣе,—въ исторіи епископа Исидора о готахъ, вандалахъ и свевахъ и въ хроникѣ епископа Идація (Idatius) изъ Гиспалиса (Севиллья).

Какъ извѣстно, осенью 451 года Атилла потерпѣлъ пораженіе на Каталаунской равнинѣ отъ Аэція и Теодориха, и всѣ лѣтописцы того времени сходятся на томъ, что побѣда надъ гуннами была предвозвѣщена кометою и другими небесными явленіями. Этими другими небесными явленіями того года были два лунныхъ затменія (2 апрѣля и 26 сентября), изъ которыхъ послѣднее, напримѣръ, прямо приписывается св. Исидоромъ кометѣ и представляется ему, какъ нѣчто сверхъестественное. Этими двумя затменіями годъ появленія



Комета 864 года безъ хвоста (Галлея?) въ Плеядахъ по Lubienicki (Teatrum Cometicum).

кометы, слѣдовательно, опредѣляется вполнѣ. Въ Китаѣ комета была видима уже въ половинѣ мая передъ восходомъ солнца; въ Европѣ же она наблюдалась только съ 10 іюня. Незадолго до прохожденія ея черезъ перигелій, которое имѣло мѣсто 3-го іюля, т. е. въ самое благопріятное время для наблюденія этого явленія во всей его полнотѣ, она показалась послѣ захода солнца на западной сторонѣ неба и представляла, должно быть, какъ и при позднѣйшихъ появленіяхъ въ 760 и 1456 г.г., весьма блестящую картину. Отъ современниковъ мы не имѣемъ болѣе подробныхъ свѣдѣній о ея величинѣ и яркости.

Какъ видно изъ вышеприведенной таблицы*), дата появленія кометы 760 г. по Р. Хр., которую еще Ложье съ большой вѣроятностью принималъ за комету Галлея, лишь на 4 дня отличается отъ даты, установленной теперь Кроммелиномъ и Коуеллемъ на основаніи вычисленій возмущеній. По записямъ европейскихъ лѣто-

*) См. стр. 75 въ № 496 „Вѣстника".

писцевъ въ этомъ году — двадцатомъ году царствованія Константина V — появилась очень яркая комета въ видѣ столба. Она была видима въ теченіе 10 дней на восточной сторонѣ неба и затѣмъ почти столько же времени на западной. И эта комета также приводится въ связь съ солнечнымъ затменіемъ, происходившимъ 15 августа 760 года около 10 час. утра; уже одинъ этотъ фактъ могъ бы прочно установить годъ прохожденія кометы черезъ перигелій; но, кромѣ того, мы находимъ подтвержденіе этой даты въ китайскихъ сообщеніяхъ. Въ восточной Азіи комета эта сдѣлалась видимой 16 мая и затѣмъ наблюдалась еще въ теченіе почти 50 дней подъ-рядъ. Она была бѣлаго цвѣта и отличалась своей яркостью; о хвостѣ же мы узнаемъ изъ сообщеній Голетчека (Holetschek) только то, что онъ имѣлъ значительную длину, которой нельзя, однако, считать необычной.

Появленіе нашей кометы въ 837 году можно считать вполнѣ установленнымъ, хотя въ этомъ году, по всей вѣроятности, появилось нѣсколько кометъ, что̀ внесло въ позднѣйшіе отчеты нѣкоторую путаницу. Еще Пенгрэ и Гиндъ потрудились надъ вычисленіемъ орбиты этого блестящаго свѣтила, наблюдавшагося въ Европѣ и Китаѣ.

Въ нашей таблицѣ отмѣченъ результатъ, полученный Пенгрэ (время прохожденія черезъ перигелій — 1-ое марта), между тѣмъ какъ Гиндъ полагалъ, что это время должно совпасть съ началомъ или съ концомъ апрѣля 837 года. По недавнимъ вычисленіямъ двухъ гриничскихъ астрономовъ соображенія Пенгрэ могутъ считаться болѣе справедливыми. Относительно внѣшняго вида этой кометы мы имѣемъ свѣдѣнія, что, появившись на небѣ 22 марта 837 года, она къ срединѣ апрѣля обнаружила великолѣпно развитый хвостъ, длина котораго, какъ указываютъ, достигала даже 80^0. Замѣчательно сообщеніе, что 10 апрѣля — и только въ этотъ день — хвостъ ея „былъ раздѣленъ на два луча", изъ которыхъ одинъ простирался до Скорпіона, а другой доходилъ до области α Вѣсовъ.

Прохожденіе кометы черезъ перигелій въ 989 г. опять вполнѣ подтверждается китайскими наблюденіями и также согласуется съ результатомъ, полученнымъ Кроммелиномъ и Коуелемъ, въ предѣлахъ мѣсяца; для столь отдаленной эпохи такое совпаденіе должно быть признано безупречнымъ. Комета была открыта въ восточной Азіи въ серединѣ августа въ созвѣздіи Близнецовъ, т. е. на утреннемъ небѣ; вначалѣ она была незаходящимъ свѣтиломъ и исчезла спустя почти мѣсяцъ въ созвѣздіи Дѣвы. Она была голубоватаго цвѣта и имѣла хвостъ умѣренной длины. Въ Европѣ комета эта была видна, по всей вѣроятности, уже въ началѣ августа, если только вѣрно предположеніе, что появленіе кометы, которое, по свидѣтельству Гепидана (Hepidanus), монаха въ Ст. Галленѣ, произошло въ день св. Лаврентія въ 995 г., на самомъ дѣлѣ имѣло мѣсто на 6 лѣтъ раньше.

Весьма достопамятно описанное въ различныхъ источникахъ возвращеніе нашей кометы въ 1066 г. И на этотъ разъ первые увидѣли ее китайцы, а именно 2-го апрѣля этого года, когда она стояла на восточной сторонѣ неба недалеко отъ Пегаса и стала замѣтна благодаря уже своему

*) См. стр. 75 въ № 496 „Вѣстника".

необыкновенному хвосту. 24 апрѣля она появилась въ созвѣздіи Близнецовъ на западной сторонѣ неба; въ этотъ и въ слѣдующіе вечера, послѣ захода солнца, она представляла собою, очевидно, блестящее зрѣлище, ибо — по существовавшему въ то время обычаю преувеличивать — ее сравниваютъ то съ Венерою, то даже съ полной луной. По западнымъ и византійскимъ источникамъ комета эта была видна въ Европѣ во время Пасхи (16 апрѣля) и служила предметомъ всеобщаго удивленія. Она была бѣлаго цвѣта, имѣла кому въ 3^0 въ поперечникѣ и хвостъ длиною почти въ 10^0; 25 апрѣля хвостъ ея въ концѣ раздѣлился на двѣ части, такъ же, какъ это было, 10 апрѣля 837 года и во время нѣкоторыхъ позднѣйшихъ ея появленій. Съ удаленіемъ кометы отъ земли величина ея ядра быстро уменьшалась, между тѣмъ какъ длина хвоста продолжала увеличиваться еще до конца апрѣля. Въ началѣ мая комета была видима еще въ теченіе всей ночи, но къ концу мѣсяца исчезла въ созвѣздіи Гидры, ниже Регула. Едва ли слѣдуетъ упомянуть, что это выдающееся и блестящее

Появленіе кометы Галлея въ 1066 г. послѣ выхода изъ-за лучей солнца (тотъ же источникъ).

появленіе кометы Галлея ставилось въ связь съ разными міровыми событіями. Такъ, напримѣръ, Рифандеръ (Rivander) въ своей Тюрингенской хроникѣ за 1581 годъ пишетъ: „въ лѣто 1066 императоръ (Генрихъ IV) праздновалъ Пасху этого года въ Утрехтѣ, и въ это время показалась комета, стоявшая на небѣ въ теченіе цѣлыхъ 14 дней. Немного спустя императоръ опасно занемогъ и слегъ въ Фрицларѣ въ Гессенѣ, такъ что врачи не возлагали уже надеждъ на его выздоровленіе".

Впослѣдствіи въ Англіи на эту комету смотрѣли, какъ на предвѣстницу завоеванія страны герцогомъ Вильгельмомъ Нормандскимъ. Гаральдъ, избранный англосаксами въ короли, 14 октября 1066 г. потерпѣлъ пораженіе при Гастингсѣ; и это, естественно, дало впослѣдствіи поводъ смотрѣть на пышный хвостъ апрѣльской кометы, какъ на символъ англійской короны, привѣтствовавшей Нормандскаго герцога. Мы совсѣмъ не упомянули бы объ этомъ событіи изъ исторіи Англіи, если бы не обладали теперь изображеніемъ кометы Галлея, которое оставлено намъ именно этой эпохой, отдаленной отъ насъ на 900 лѣтъ. Въ архивѣ города Байё (Bayeux) сохраняется замѣчательный коверъ въ 70 метровъ длины, на которомъ узоры изображаютъ цѣлый рядъ событій изъ жизни Гаральда и Вильгельма Завоевателя. Это художественное произведеніе было, будто бы, выткано супругою Вильгельма, Матильдою, вскорѣ послѣ завоеванія Англіи норманами; для исторіи же кометы Галлея оно интересно въ томъ отношеніи, что одна, а можетъ быть и двѣ изъ изображаемыхъ сценъ непосредственно посвящены кометѣ, появившейся въ 1066 году.

Въ 1145 году опять имѣло мѣсто весьма замѣчательное появленіе нашей кометы. Въ первый разъ ее замѣтили на небѣ 26 апрѣля, можетъ быть даже и раньше, китайскіе наблюдатели, которые тщательно слѣдили за нею вплоть до іюля. Европейскія сообщенія объ

Древнѣйшее изображеніе кометы Галлея (въ 1066 г.) на знаменитомъ коврѣ въ городѣ Байё.

этой кометѣ относятся къ маю, когда свѣтило имѣло значительное сѣверное склоненіе и заходило только на короткое время. 9-го іюня комета достигла наибольшей яркости, которая до начала іюля быстро убывала. По вышеуказаннымъ свѣдѣніямъ она имѣла, по всей вѣроятности, весьма значительный блескъ, блѣдно-синій цвѣтъ и хвостъ длиною около 10^{0}, который былъ направленъ въ противоположную отъ солнца сторону; нельзя, однако, при этомъ упускать изъ виду, что блѣдность хвоста кометы, должно быть, замѣтно увеличивалась вслѣдствіе свѣтлыхъ майскихъ и іюньскихъ ночей.

Слѣдующее возвращеніе кометы произошло осенью 1222 года. Въ августѣ и сентябрѣ этого года видѣли на небѣ необыкновенно яркую, краснаго цвѣта, свѣтило первой величины, которая сопровождалась заостреннымъ хвостомъ, простиравшимся до области зенита. Китайскіе авторы также упоминаютъ объ этой осенней кометѣ, но они не сообщаютъ никакихъ подробностей о ея видимомъ пути. Она исчезла 8 октября, и была, слѣдовательно, доступна невооруженному глазу въ теченіе почти 2 мѣсяцевъ.

Англійскіе историки упоминаютъ о необыкновенно поразительной кометѣ, появившейся въ предшествовавшемъ 1221 году, но можно съ достовѣрностью утверждать, что это сообщеніе, не подтверждающееся никакими другими источниками, относится къ кометѣ, появившейся въ 1222 г.

При появленіи въ 1301 году комета также имѣла, по всѣй вѣроятности, необыкновенный видъ. Это ясно уже изъ того, что большинство современныхъ и позднѣйшихъ историковъ упоминаютъ объ этой кометѣ, а, главнымъ образомъ, изъ имѣющейся въ нашемъ распоряженіи монографіи („Iudicium de stella comata 1301“) неизвѣстнаго автора объ этомъ прохожденіи ея черезъ перигелій. Но всѣ эти европейскія записи, полныя противорѣчій, не могутъ имѣть для насъ научнаго значенія. Отождествить эту комету съ кометой Галлея стало возможнымъ только благодаря наблюденіямъ въ Китаѣ, гдѣ за ней слѣдили отъ 16 сентября до 31 октября,— всего, слѣдовательно, въ теченіе 46 дней. Во время наибольшей яркости комета имѣла видъ „большой звѣзды въ Нан-го“, т. е. главной звѣзды въ Маломъ Псѣ (Прокіонъ). О длинѣ хвоста на основаніи хроники никакого вѣрнаго заключенія сдѣлать нельзя, такъ какъ разстоянія и здѣсь даются не въ угловыхъ мѣрахъ, а въ „футахъ“. По показаніямъ хроники, сначала хвостъ имѣлъ 5 футовъ длины, позже, когда комета „заметала Сѣверную Корону“,— 10 футовъ, а къ концу — 1 футъ. Объ этой кометѣ вкратцѣ упоминается также въ Эддѣ; тамъ сообщается, что ее видѣли въ Исландіи въ день св. Михаила, и что ея хвостъ былъ направленъ сверху внизъ. По другимъ показаніямъ можно прямо усмотрѣть, что хвостъ имѣлъ обычное положеніе; онъ всегда былъ направленъ въ сторону, противоположную солнцу, ибо въ хроникѣ точно сказано, что при удаленіи кометы отъ солнца въ восточномъ направленіи хвостъ перешелъ изъ вертикальнаго положенія въ горизонтальное. Византійскій писатель Pachymeres даже прославилъ появленіе этой кометы въ стихотвореніи, переводъ котораго можетъ служить характеристикой этихъ старыхъ ничего не говорящихъ сообщеній о кометахъ.

„Осень сравнила день съ ночью, и солнце въ своемъ годовомъ движеніи достигло созвѣздія Дѣвы, какъ вдругъ изъ Ѳракіи явилась комета и развернула свой пышный хвостъ по направленію къ восточной сторонѣ неба. Сначала ее видѣли на западѣ; оттуда она направилась къ сѣверу, пробѣгая ежедневно неравныя разстоянія; съ каждой ночью она являлась все раньше и все выше и приближалась къ полюсу міра. Она описала путь, какого никакая неподвижная звѣзда не описываетъ... Наконецъ, она оказалась въ томъ мѣстѣ, гдѣ незадолго до того блисталъ ея хвостъ; затѣмъ блескъ ея сталъ уменьшаться, хвостъ исчезъ и она сама стала невидима“.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Къ вопросу о происхожденіи радія.

Ф. Содди.

Въ статьѣ, озаглавленной „Отецъ радія“ и опубликованной нѣсколько мѣсяцевъ тому назадъ, были приведены доказательства того, что уранъ слѣдуетъ считать прямымъ отцомъ радія. Медленное распаденіе урана сопровождается непрерывнымъ образованіемъ радія, количество котораго въ опредѣленномъ количествѣ урана остается постояннымъ, несмотря на то, что радій и самъ довольно быстро распадается. Постоянное отношеніе количества урана къ количеству содержащагося въ немъ радія приблизительно составляетъ 3 000 000 : 1, и таково же, по теоріи распаденія, отношеніе между средними продолжительностями жизни этихъ двухъ элементовъ. Когда я писалъ вышеназванную статью, то это было единственнымъ доказательствомъ, говорившимъ въ пользу того, что уранъ долженъ считаться прямымъ отцомъ радія. Между тѣмъ прямые опыты, поставленные съ цѣлью непосредственно обнаружить образованіе радія отъ солей урана, по настоящее время не дали результатовъ для очищенныхъ ураніевыхъ солей вслѣдствіе того, что въ процессѣ трансформаціи, идущемъ отъ урана къ радію, существуетъ одно или нѣсколько промежуточныхъ тѣлъ съ продолжительными періодами жизни. Въ теченіе первыхъ двухъ лѣтъ послѣ очистки урана количество образовавшагося радія настолько незначительно, что его невозможно констатировать; оно слишкомъ въ 10 000 000 разъ меньше той части, которая получилась бы при прямомъ образованіи урана изъ радія. Однако, прямой производитель радія намъ хорошо извѣстенъ, потому что онъ въ небольшомъ количествѣ содержится въ соляхъ продажнаго урана, которыя поэтому обнаруживаютъ весьма незначительное образованіе радія. Онъ былъ также извлеченъ изъ ураніевыхъ породъ, какъ объ этомъ изложено въ упомянутой статьѣ. Мы тамъ показали также, что количество радія, испускаемаго опредѣленнымъ количествомъ очищеннаго урана, должно быть пропорціонально нѣкоторой степени времени, протекшаго со времени очистки; показатель этой степени равняется числу веществъ большой продолжительности жизни, включая въ это число и самый уранъ, послѣдовательное преобразованіе котораго воспроизводитъ радій.

Въ послѣдніе мѣсяцы были получены прямыя доказательства образованія радія изъ препаратовъ очищеннаго урана. Три раствора урана, тщательно очищенные М а к е н з и и мною въ 1905-1906 гг., обнаружили въ истекшемъ году замѣтное наращеніе радія. Для болѣе стараго раствора, содержавшаго 250 *гр.* урана (элемента), было констатировано, что количество выдѣлявшагося въ теченіе истекшаго года радія было пропорціонально квадрату времени, протекшаго послѣ очистки. Этотъ фактъ, такимъ образомъ, указываетъ, что въ этомъ ряду преобразованій есть только одно промежуточное тѣло съ большой продолжительностью жизни — именно, извѣстный уже прямой производитель радія. Періодъ средней продолжительности его жизни опредѣляется послѣдними опытами въ 10 000 лѣтъ съ наибольшей возможной ошибкой въ 20 процентовъ. Этотъ періодъ приблизительно въ 4 раза больше, чѣмъ продолжительность жизни самого радія, и потому ураніевы породы должны содержать это вещество въ количествѣ, приблизительно въ 4 раза большемъ, нежели радій. Это составляетъ приблизительно 1,36 *мг.* на 1 *кг.* урана. Но все-таки не лишено возможности, что рядъ содержитъ еще другое промежуточное тѣло съ періодомъ въ два года, ибо вначалѣ, въ теченіе двухъ первыхъ лѣтъ, количество образующагося радія оставалось недоступнымъ никакому измѣренію. Однако, этого никакъ нельзя будетъ обнаружить, пока не будутъ существенно улучшены методы изслѣдованія.

РЕЦЕНЗІЯ.

Эмиль Борель. *Тригонометрія.* Переводъ О. В. С. подъ редакціей проф. Н. Н. Салтыкова. 236 стр. Москва 1909 г. Изд. Т-ва Сытина. Цѣна 75 к.

Учебники Бореля во Франціи овладѣли средней школой. Настоящая книга представляетъ собой переводъ на русскій языкъ послѣдняго изъ серіи учебниковъ Бореля. Наиболѣе характернымъ является то обстоятельство, что въ этой тригонометріи проводится десятичная система измѣренія угловъ. Опредѣленія тригонометрическихъ функцій выражены очень отчетливо; при рѣшеніи треугольниковъ авторъ разбираетъ задачу съ общей точки зрѣнія; въ главѣ „тригонометрическія уравненія“ даются способы рѣшенія общихъ тригонометрическихъ уравненій 1-й и 2-й степени, а также и системъ двухъ уравненій съ двумя неизвѣстными. Вообще въ книгѣ дано много обобщающихъ идей, и ученикъ, усвоивъ ихъ, лучше и скорѣе уяснитъ себѣ тригонометрическія понятія и не будетъ путаться въ частностяхъ. Въ текстѣ приведены 328 задачъ, между которыми есть много интересныхъ; въ концѣ книги приложены формулы, четырехзначныя таблицы логариѳмовъ чиселъ и тригонометрическихъ функцій для десятичной системы измѣренія угловъ.

Знакомство съ тригонометрическими таблицами, почти въ началѣ изученія предмета, какъ оно проведено въ разсматриваемой книгѣ, очень полезно. Введеніе болѣе удобной для вычисленій десятичной системы измѣренія угловъ въ научной литературѣ давно признано желательнымъ; конечно, въ школѣ оно можетъ быть проведено лишь тогда, когда оно будетъ принято въ астрономическихъ и другихъ вычисленіяхъ; авторъ является, очевидно, настойчивымъ борцомъ за эту назрѣвшую идею. Научное и въ то же самое время удобопонятное изложеніе идей тригонометріи нужно конечно, привѣтствовать. Нельзя не согласиться, что „авторъ, выдающійся ученый и преподаватель, сумѣлъ съ замѣчательнымъ искусствомъ провести въ своей книгѣ господствующую идею обновленія преподаванія математики въ средней школѣ“; къ этому можно еще прибавить, что переводъ этой книги подъ редакціей извѣстнаго русскаго ученаго, профессора Харьковскаго Университета Н. Н. Салтыкова сдѣланъ прекрасно. Издана книга хорошо. Книга эта дѣйствительно заслуживаетъ, какъ пособіе для самообразованія, самаго широкаго распространенія.

Въ средней школѣ, въ качествѣ учебника, она врядъ ли будетъ принята именно вслѣдствіе чуждаго нашей школѣ измѣренія угловъ; но въ качествѣ пособія она несомнѣнно и здѣсь завоюетъ себѣ мѣсто.

Н. К.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Проф. О. Петтерсонъ о морскихъ теченіяхъ. (Prof. Dr. Otto Pettersson, Uber Meeresströmungen, Veröffentlichungen des Instituts für Meereskunde... Heft 12, 1908). Содержаніе настоящей книжки представляетъ публичную лекцію, прочитанную авторомъ 6-го марта 1908 г. въ Институтѣ Моревѣдѣнія Въ этой лекціи авторъ на основаніи наблюденій послѣдняго времени, какъ своихъ личныхъ, такъ и другихъ изслѣдователей, развиваетъ очень интересные и оригинальные взгляды на сущность и причины циркуляціи воды въ Балтійскомъ морѣ и въ океанахъ. Нѣкоторыя изъ приведенныхъ соображеній были высказаны авторомъ уже и раньше, точно такъ же какъ и нѣкоторые чертежи встрѣчаются и въ его прежнихъ сочиненіяхъ; тѣмъ не менѣе, книжка, благодаря своему ясному и общедоступному изложенію, читается съ захватывающимъ интересомъ.

Въ первой части авторъ разсматриваетъ циркуляцію воды въ Балтійскомъ морѣ. Наблюденія прошлаго столѣтія показали, что обмѣнъ воды между Балтійскимъ и Нѣмецкимъ морями происходитъ путемъ двухъ теченій: верхняго, направленнаго изъ Балтійскаго моря, и нижняго, несущаго болѣе плотную воду изъ Нѣмецкаго моря въ Балтійское. Изслѣдованія Экмана и автора показали, что граница между этими теченіями представляетъ наклонную плоскость, и что представляется возможнымъ вычислить величину гидростатическаго давленія, опредѣляющаго мощность и направленіе теченій. Такіе разсчеты автора дали мощность верхняго теченія (7 *м.* въ Большомъ Бельтѣ) меньшую, чѣмъ непосредственныя наблюденія (15 — 17 *м.*), что, по мнѣнію автора, объясняется вліяніемъ на обмѣнъ воды еще и другихъ факторовъ. Послѣдніе могутъ быть океаническаго или атмосфернаго происхожденія. Большинство современныхъ гидрографовъ склонно признать первенствующую роль за метеорологическими явленіями и даже допускаетъ, что образованіе нижняго теченія вызывается верхнимъ, которому приписываютъ всасывающее дѣйствіе. Образованіе верхняго теченія объясняютъ накопленіемъ рѣчныхъ водъ въ Балтійскомъ морѣ, слѣдовательно, повышеніемъ уровня. Но такому взгляду, по мнѣнію автора, противорѣчатъ слѣдующія соображенія. 1) Если нижнее теченіе черпаетъ свою силу изъ верхняго, то оба теченія должны существовать одновременно, и съ усиленіемъ верхняго должно усиливаться нижнее, и наоборотъ На самомъ дѣлѣ это вовсе не такъ. Наблюденія Кронандера показали, что одновременно оба теченія можно встрѣтить, лишь какъ исключеніе, и что въ большинствѣ случаевъ вся масса воды двигается или въ Балтійское море, или изъ него. Наблюденія надъ содержаніемъ солей и газовъ также противорѣчатъ существованію постояннаго нижняго теченія. 2) Признавъ за главную причину верхняго теченія гидростатическое давленіе, необходимо допустить наличность значительной разницы въ уровняхъ Балтійскаго и Нѣмецкаго морей, какъ это прежде и дѣлалось. Но въ настоящее время, послѣ производства точныхъ нивеллировокъ, оказывается, что разница — самая незначительная. Нивеллировка по желѣзной дорогѣ между Lulea и Narwick (въ Норвегіи), правда, основанная на кратковременныхъ наблюденіяхъ уровня моря, дала даже уровень воды у Атлантическаго берега болѣе высокій, чѣмъ у Ботническаго. 3) Годовой ходъ измѣненій высоты уровня воды въ Балтійскомъ морѣ такой же, какъ въ Сѣверномъ морѣ и по всему Атлантическому побережью Европы до Испаніи включительно (наибольшая высота — осенью, наименьшая — весною) и вовсе не совпадаетъ съ режимомъ притока рѣчныхъ водъ. По мнѣнію автора, причину годового хода измѣненій уровней воды надо искать въ передвиженіяхъ Гольфштрема. 4) Наблюденія на датскихъ плавучихъ маякахъ показали, что поверхностное теченіе изъ Балтійскаго моря достигаетъ наибольшей скорости въ мартѣ, т.-е. во время низкаго уровня воды въ Балтійскомъ морѣ, и что къ осени, т. е. ко времени высокаго уровня, скорость поверхностнаго теченія уменьшается.

Найдя такимъ образомъ недостаточными объясненія современныхъ гидрографовъ, авторъ предлагаетъ новое объясненіе. Наблюденія Экмана 1877 г. и затѣмъ совмѣстныя его же съ авторомъ въ 1890 г. показали, что въ Категаттѣ и Скагеракѣ имѣются слои болѣе и менѣе плотной воды. Наиболѣе плотная придонная вода — океаническаго происхожденія и содержитъ 35°/₀₀ солей; уровень ея испытываетъ періодическія и непеpіодическія колебанія. Этимъ колебаніямъ уровня придонной воды авторъ придаетъ громадное значеніе, и вліяніе этихъ измѣненій на циркуляцію воды доказываетъ опытнымъ путемъ, экспериментируя съ водою разной солености въ большомъ стеклянномъ сосудѣ. Непосредственныя наблюденія автора въ Большомъ Бельтѣ (1907 г.) дѣйствительно показали, что колебанія уровня придонной воды достигаютъ нѣсколькихъ метровъ и что эти колебанія совпадаютъ съ приливами и отливами. Приливы и отливы съ океана передаются, главнымъ образомъ, придонной океанской водѣ, измѣняя ея уровень, тогда какъ уровень поверхностной воды измѣняется въ то же время значительно слабѣе. Большое значеніе авторъ придаетъ и промежуточнымъ слоямъ, образующимся при смѣшеніи болѣе и менѣе соленой воды. Вслѣдствіе наклоннаго положенія этихъ слоевъ создаются новыя гидродинамическія силы, помогающія обмѣну воды. Эти разсужденія приводятъ автора къ заключенію, что обмѣнъ воды Балтійскаго моря опредѣляется слѣдующими постоянно дѣйствующими причинами: 1) притокомъ дождевой и рѣчной воды, стремящимся поднять уровень Балтійскаго моря и ускоряющимъ оттокъ воды изъ него; 2) вліяніемъ океана, нагоняющимъ болѣе плотную воду и задерживающимъ оттокъ изъ Балтійскаго моря; 3) гидродинамическими силами, образующимися вслѣдствіе наклоннаго положенія слоевъ воды; 4) приливами и отливами, образующими придонную волну, которая открываетъ или загораживаетъ Большой Бельтъ для болѣе плотной океанской воды. Остальныя воздѣйствія авторъ считаетъ случайными, какъ, напримѣръ, вліяніе вѣтра, давленіе воздуха, и приписываетъ имъ второстепенное значеніе.

Во второй части труда авторъ разсматриваетъ циркуляцію воды въ океанахъ. Вслѣдствіе существующаго обмѣна воды между Атлантическимъ океаномъ и Полярнымъ бассейномъ въ Сѣверномъ морѣ вода неоднородна; имѣются слои болѣе теплые и большей солености (Атлантическая вода) и слои съ болѣе низкою температурою и меньшимъ содержаніемъ солей (вода Полярнаго бассейна). Послѣдняя вслѣдствіе низкой температуры является болѣе плотною и располагается внизу. На вопросъ о происхожденіи воды столь низкой температуры разные гидрографы отвѣчаютъ различно. Большинство, во главѣ съ Нансеномъ, считаютъ, что зимою гдѣ-нибудь въ Полярномъ бассейнѣ отъ соприкосновенія съ холоднымъ воздухомъ вода охлаждается до — 1.3° и погружается на дно. Авторъ оспариваетъ эту гипотезу потому, что на поверхности Полярнаго бассейна нигдѣ не найдена вода столь низкой температуры и столь значительной солености, какъ придонная вода. Этому противорѣчитъ также и содержаніе газовъ. По мнѣнію автора, придонная вода Полярнаго бассейна постоянно обновляется вслѣдствіе соприкосновенія атлантической воды съ полярными льдами. При этомъ теплота атлантической воды идетъ на таяніе льдовъ, вслѣдствіе чего она охлаждается и опускается на дно. Химическіе анализы также подтверждаютъ происхожденіе придонной воды изъ атлантической. Авторъ полагаетъ даже, что полярные льды притягиваютъ атлантическую воду къ столь высокимъ широтамъ и видитъ въ этомъ притяженіи одну изъ причинъ возникновенія атлантическихъ теченій. Онъ допускаетъ, что вліяніе вѣтра на теченія можетъ имѣть мѣсто тамъ, гдѣ теченія являются поверхностными; но тамъ, гдѣ они переходятъ въ теченіе среднихъ слоевъ, воздѣйствіе вѣтра должно стушевываться. Изслѣдованія, произведенныя въ Южномъ Полярномъ бассейнѣ, также указываютъ на громадное значеніе льдовъ для циркуляціи воды.

Интересно отмѣтить, что авторъ находитъ связь между распространеніемъ южныхъ полярныхъ льдовъ и голодными годами въ Индіи, а также съ малымъ количествомъ осадковъ въ Индіи, Египтѣ и Абиссиніи. Такое совпаденіе происходитъ отъ того, что при значительномъ распространеніи льдовъ и таяніи ихъ поверхностная вода Индійскаго океана на значительномъ пространствѣ замѣтно охлаждается, и вслѣдствіе этого ослабляется испареніе. Въ заключеніе своего труда авторъ отмѣчаетъ факты, указывающіе на тѣсную связь между гидрографическими условіями океановъ и органическою жизнью въ нихъ. *(Заимств. изъ „Метеорологическаго Вѣстника“).*

ЗАДАЧИ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 210 (5 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ уравненіе

$$2^{x+1}+3^{y+2}=89.$$

П. Безчеревныхъ (Козловъ).

№ 211 (5 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ каждое изъ уравненій:

$$1)\quad x^2+xy^2-ky^2=0,$$

$$2)\quad x^2-xy^2+ky^2=0,$$

гдѣ k есть данное цѣлое число.

Н. Казариновъ (Пинега).

№ 212 (5 сер.). Даны три окружности O_1, O_2, O_3. Построить равносторонній треугольникъ, стороны котораго отсѣкали бы отъ данныхъ окружностей дуги одинаковаго числа градусовъ.

В. Тюнинъ (Уфа).

№ 213 (5 сер.). Рѣшить систему уравненій:

$$\frac{b(x+y)}{x+y+cxy}+\frac{c(z+x)}{z+x+bzx}=a,$$

$$\frac{c(y+z)}{y+z+ayz}+\frac{a(x+y)}{x+y+cxy}=b,$$

$$\frac{a(z+x)}{z+x+bzx}+\frac{b(y+z)}{z+y+ayz}=c.$$

Н. Агрономовъ (Немме).

№ 214 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^{16}-12x^4+x^3+36x^2-6x=0.$$

Б. Двойринъ (Одесса).

№ 215 (5 сер.). Доказать, что

$$(\sin A+\sin B+\sin C)(\sin A+\sin B-\sin C)(\sin A+\sin C-\sin B)$$

$$(\sin B+\sin C-\sin A)=4\sin^2 A\sin^2 B\sin^2 C,$$

если A, B, C углы нѣкотораго треугольника.

Я. Назаревскій (Харьковъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 923 (4 сер.). *Найти треугольникъ, стороны котораго* a, b, c *и площадь* s *выражаются четырьмя послѣдовательными цѣлыми числами.*

(Заимств. изъ *Journal de Mathématiques speciales*).

Называя наименьшую сторону черезъ x, находимъ, что двѣ другія стороны суть, согласно съ условіемъ, $x+1$ и $x+2$, а площадь выражается числомъ $x+3$. Примѣняя формулу площади треугольника по тремъ сторонамъ, получимъ:

$$\sqrt{\frac{3x+3}{2}\left(\frac{3x+3}{2}-x\right)\left(\frac{3x+3}{2}-x-1\right)\left(\frac{3x+3}{2}-x-2\right)}=x+3,$$

или

$$\sqrt{3.\frac{x+1}{2}.\frac{x+3}{2}.\frac{x+1}{2}.\frac{x-1}{2}}=x+3,$$

откуда

$$3(x+3)(x+1)(x^2-1)-16(x+3)^2=0,$$

$$(x+3)[3(x+1)(x^2-1)-16(x+3)]=0,$$

$$(x+3)(3x^3+3x^2-19x-51)=0.$$

Такъ какъ x должно быть, по условію, положительнымъ числомъ, то множитель $x+3$ не можетъ обращаться въ нуль, а потому:

$$3x^3+3x^2-19x-51=0. \qquad (1)$$

Цѣлый корень уравненія (1) долженъ быть, какъ это вытекаетъ изъ теоремы Безу, дѣлителемъ свободнаго члена 51; испытывая положительный корень 3, находимъ, что онъ удовлетворяетъ уравненію (1), и такимъ образомъ получаемъ возможность разложить лѣвую часть этого уравненія на множителей. Производя разложеніе, находимъ:

$$3x^3-9x^2+12x^2-36x+17x-51=3x^2(x-3)+12x(x-3)+17(x-3)=$$

$$=(x-3)(3x^2+12x+17)=0.$$

Второй множитель $3x^2+12x+17$ остается положительнымъ при всѣхъ положительныхъ значеніяхъ x, а потому искомое значеніе x есть 3 и стороны искомаго треугольника суть 3, 4, 5. Итакъ, искомый треугольникъ есть такъ называемый египетскій прямоугольный треугольникъ.

Замѣчаніе. Любопытно то обстоятельство, что не существуетъ треугольниковъ со сторонами, выражаемыми цѣлыми числами $x+1$, $x+2$, $x+3$; x, $x+2$, $x+3$ или x, $x+1$, $x+3$, площади которыхъ могли бы выражаться соотвѣтственно числами x, $x+1$ или $x+2$. Въ этомъ можно убѣдиться составляя соотвѣтствующія уравненія и обнаруживая, съ помощью теоремы Безу, что они не имѣютъ цѣлыхъ положительныхъ корней.

П. Безчеревныхъ (Козловъ); *Н. С.* (Одесса).

№ 140 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$x^4-22x^2+32x+17=0.$$

Изображая предложенное уравненіе въ видѣ:

$$x^4-14x^2+49-8x^2+32x-32=0,$$

или

$$(x^2-7)^2-8(x^2-4x+4)=(x^2-7)^2-[2\sqrt{2}(x^2-2)]^2=0,$$

мы видимъ, что оно распадается на два квадратныхъ уравненія:

$$x^2-7+2\sqrt{2}(x-2)=x^2+2\sqrt{2}x-(7+4\sqrt{2})=0$$

и

$$x^2-7-2\sqrt{2}(x-2)=x^2-2\sqrt{2}x-(7-4\sqrt{2})=0.$$

Рѣшая эти уравненія, находимъ четыре корня разсматриваемаго уравненія:

$$x_{1,2}=\sqrt{2}\pm\sqrt{9-4\sqrt{2}},\quad x_{3,4}=-\sqrt{2}\pm\sqrt{9+4\sqrt{2}}.$$

П. Безчеревныхъ (Козловъ); *Г. Оппоковъ* (Вильна); *В. Рябовъ* (Павловскъ); *Н. Доброгаевъ* (Одесса); *Б. Двойринъ* (Одесса); *С. Коганъ* (Винница); *К. Машотасъ* (Вильна); *Н. Морозовъ* (Царское Село); *И. Коровицкій* (Аккерманъ); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ).

№ 142 (5 сер.). *На сторонахъ* BC *и* AC *треугольника* ABC *взяты точки* D *и* E, *а на отрѣзкѣ* AD *взята точка* F. *Вычислить углы треугольника* ABC *и отношеніе* BD : DC, *если извѣстно, что радіусы окружностей, описанныхъ около треугольниковъ* ABD, BDF *и* DEC *соотвѣтственно равны радіусамъ круговъ, описанныхъ около треугольниковъ* ADC, ABF *и* ADE.

Для радіусовъ круговъ, описанныхъ около треугольниковъ ABD и ACD имѣемъ соотвѣтственпо выраженія $\frac{AD}{\sin B}$ и $\frac{AD}{\sin C}$, а потому, согласно съ условіемъ, $\sin B=\sin C$. Такимъ образомъ, углы B и C, какъ меньшіе 2π, вообще либо равны, либо въ суммѣ составляютъ π. Но сумма $B+C$ менѣе π, такъ какъ B и C суть углы одного и того же треугольника ABC, а потому $B=C$. Подобнымъ же образомъ изъ указаннаго въ условіи равенства другихъ радіусовъ круговъ описанныхъ находимъ, что $\angle ADB=\angle DAB$ и $\angle DAC=\angle C$. Такъ какъ

$$\angle BAD=\angle ADB=\angle DAC+\angle C=2\angle B,$$

то

$$\angle B+\angle BAC+\angle C=\angle B+\angle BAD+\angle DAC+\angle C=$$

$$\angle B+2\angle B+\angle B+\angle B=5\angle B=\pi,$$

откуда

$$\angle B=\angle C=\frac{\pi}{5},\quad \angle BAC=\pi-\frac{2\pi}{5}=\frac{3\pi}{5},$$

или же

$$\angle B=\angle C=36^\circ,\quad \angle BAC=108^\circ.$$

Изъ подобія треугольниковъ BAC и ADC, вытекающаго изъ равенствъ

$$\angle B=\angle C=\angle DAC, \tag{1}$$

находимъ:

$$\frac{DC}{AC}=\frac{AC}{BC},$$

или же, замѣчая, что $BD=AB=AC$ вслѣдствіе равенства $\angle ADB=\angle DAB$ и равенства (1), получимъ:

$$\frac{DC}{BD}=\frac{BD}{BC}=\frac{BD}{BD+DC}=\frac{\frac{BD}{DC}}{\frac{BD}{DC}+1}. \tag{2}$$

Называя отношеніе $\frac{BD}{DC}$ черезъ x, имѣемъ [см. (2)]:

$$\frac{1}{x}=\frac{x}{x+1},$$

откуда

$$x^2-x-1=0,\quad x=\frac{BD}{DC}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Изъ равенствъ (2) мы видимъ, что сторона BC раздѣлена въ точкѣ D въ крайнемъ и среднемъ отношеніи.

М. Зарѣцкій; *М. Черняевъ* (Саратовъ); *Б. Двойринъ* (Одесса); *С. Коганъ* (Винница).

№ 145 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\frac{x^7+21x^5+35x^3+7x}{7x^6+35x^4+21x^2+1}=\frac{1094}{1093}.$$

Составляя производную пропорцію, запишемъ данное уравненіе съ помощью формулы бинома Ньютона послѣдовательно въ видѣ:

$$\frac{x^7+7x^6+21x^5+35x^4+35x^3+21x^2+7x+1}{x^7-7x^6+21x^5-35x^4+35x^3-21x^2+7x-1}=\frac{1094+1093}{1094-1093}=2187=3^7,$$

или же

$$\frac{(x+1)^7}{(x-1)^7}=3^7,$$

откуда, называя черезъ α одно изъ значеній корня седьмой степени изъ единицы, имѣемъ:

$$\frac{x+1}{x-1}=3\alpha,\quad x=\frac{3\alpha+1}{3\alpha-1}.$$

Такимъ образомъ, получаемъ семь значеній для x, изъ которыхъ дѣйствительное, отвѣчающее значенію $\alpha=1$ корня седьмой степени изъ единицы, равно 2.

П. Богомоловъ (Шацкъ); *П. Постниковъ* (Рязань); *Г. Оппоковъ* (Вильна); *А. Радевъ* (Ботево, Болгарія); *Н. Доброгаевъ* (Одесса); *Б. Щиголевъ* (Варшава); *Б. Двойринъ* (Одесса); *С. Коганъ* (Винница); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ); *С. Т.* (Новочеркасскъ).

№ 147 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\left(\frac{1}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})\right)^y+\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^y=2^y.$$

Пользуясь извѣстной формулой

$$\sqrt{a-\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}-\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}},$$

имѣемъ:

$$\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{2+\sqrt{4-3}}{2}}-\sqrt{\frac{2-\sqrt{4-3}}{2}}=$$

$$=\sqrt{\frac{3}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}.$$

Такимъ образомъ, данное уравненіе можно записать въ видѣ:

$$(\sqrt{2-\sqrt{3}})^y+(\sqrt{2+\sqrt{3}})^y=2^y,$$

или

$$\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^y+\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^y=1. \qquad (1)$$

Полагая въ лѣвой части уравненія (1) $y=2$, получимъ:

$$\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^2=\frac{2-\sqrt{3}}{4}+\frac{2+\sqrt{3}}{4}=1,$$

откуда видно, что $y=2$ есть корень уравненія (1), а потому и корень первоначальнаго уравненія. Ограничиваясь вещественными значеніями показателей (что обыкновенно предполагается въ элементарной алгебрѣ), мы видимъ что данное уравненіе не имѣетъ другихъ корней: дѣйствительно, замѣчая, что каждое изъ положительныхъ чиселъ $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ и $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ меньше единицы, мы видимъ, что при $y>2$ имѣютъ мѣсто неравенства:

$$\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^y<\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^2,\ \left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^y<\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^2.$$

$$\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^y+\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^y<\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\right)^2,$$

т. е.

$$\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^y+\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^y<1,$$

а при $y<2$ неравенства

$$\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{3}\right)^y>\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^2,\ \left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^y>\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{3}\right)^2,$$

$$\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^y+\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^y>\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^2,$$

т. е.

$$\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^y+\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^y>1.$$

В. Богомоловъ (Шацкъ); *П. Постниковъ* (Рязань); *Г. Устюговъ* (Омскъ); *С. Слугиновъ* (Казань); *С. Т.* (Новочеркасскъ).

№ 148 (5 сер.). *Дано, что въ треугольникѣ* ABC *квадраты высотъ образуютъ гармоническую пропорцію. Доказать, что квадраты медіанъ этого треугольника образуютъ ариѳметическую пропорцію.*

О трехъ числахъ x, y, z говорятъ, что они образуютъ гармоническую пропорцію, если имѣетъ мѣсто равенство $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}$. Обозначая высоты треугольника обычнымъ способомъ, имѣемъ по условію:

$$\frac{1}{h^2_a}+\frac{1}{h^2_b}=\frac{2}{h^2_c},$$

(конечно, при надлежащемъ обозначенiи вершинъ треугольника), или, называя площадь треугольника черезъ s,

$$\frac{1}{\left(\frac{2s}{a}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{2s}{b}\right)^2}=\frac{2}{\left(\frac{2s}{c}\right)^2},$$

откуда

$$\frac{a^2+b^2}{4s^3}=\frac{2c^2}{4s^2},$$

или

$$a^2+b^2=2c^2. \tag{1}$$

Обозначая медiаны обычнымъ образомъ, получимъ:

$$m_a^2=\frac{2b^2+2c^2-a^2}{4}, \tag{2}$$

$$m_b^2=\frac{2c^2+2a^2-b^2}{4}, \tag{3}$$

$$m_c^2=\frac{2a^2+2b^2-c^2}{4}. \tag{4}$$

Сложивъ уравненiя (2) и (3) и принимая во вниманiе равенство (1), находимъ:

$$m_a^2+m_b^2=\frac{4c^2+a^2+b^2}{4}=\frac{6c^2}{4}. \tag{5}$$

Съ другой стороны, равенство (4) [см. (1)] даетъ намъ:

$$m_c^2=\frac{2(a^2+b^2)-c^2}{4}=\frac{4c^2-c^2}{4}=\frac{3c^2}{4},$$

откуда [см. (5)]

$$2m_c^2=\frac{6c^2}{4}=m_a^2+m_b^2.$$

Итакъ, имѣемъ равенство:

$$m_a^2+m_b^2=2m_c^2,$$

откуда видно, что квадраты медiанъ разсматриваемаго треугольника образуютъ ариѳметическую пропорцiю.

С. Коганъ (Винница); *Б. Двойринъ* (Одесса); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ) *С. Слугиновъ* (Казань); *С. Т.* (Новочеркасскъ).

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографiя Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
ищется

Обложка
ищется