Обложка
ищется

Обложка
пщется

XL Сем. № 4.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 472.

Корпускулярная теорія матеріи.

Дж. Дж. Томсона.

(*Продолженіе* *).

Эта экспериментальная иллюстрація приводитъ къ такому же заключенію, какъ и аналитическое изслѣдованіе: группа корпускулъ, находящихся въ одной плоскости, располагается въ видѣ ряда колецъ, и число корпускулъ въ кольцѣ возрастаетъ съ увеличеніемъ его радіуса.

Если мы разсмотримъ приведенныя на стр. 336 числа корпускулъ въ различныхъ группировкахъ, то замѣтимъ, что числа, которыя помѣщены въ одномъ и томъ же вертикальномъ столбцѣ, образуютъ послѣдовательно группы, имѣющія много общаго одна съ другой; именно, каждая такая группа получается изъ ближайшей верхней путемъ присоединенія къ ней сверху одного новаго числа. Разсмотримъ, напримѣръ, первый вертикальный столбецъ: здѣсь мы находимъ комбинацію 5, 1; слѣдующая за ней 11, 5, 1; еще ниже слѣдуетъ 15, 11, 5, 1; далѣе идетъ 17, 15, 11, 5, 1; затѣмъ 21, 17, 15, 11, 5, 1, и, наконецъ, группа 24, 21, 17, 15, 11, 5, 1. Естественно предположить, что свойства атомовъ, составленныхъ изъ такихъ корпускулярныхъ группъ, имѣютъ много общаго. Возьмемъ, напримѣръ, колебанія корпускулъ; ихъ можно раздѣлить на двѣ категоріи. Колебанія перваго рода представляютъ собой обращенія корпускулъ въ круговыхъ орбитахъ. Если всѣ корпускулы въ атомѣ имѣютъ одинаковую угловую скорость, то число

*) См. № 471 „Вѣстника".

колебаній, обусловленныхъ вращеніемъ корпускулярнаго кольца, пропорціонально числу корпускулъ въ кольцѣ. Поэтому спектръ каждаго изъ элементовъ, соотвѣтствующихъ корпускулярнымъ группамъ, помѣщеннымъ въ одномъ вертикальномъ столбцѣ таблицы, долженъ обнаружить рядъ линій, числа колебаній которыхъ находятся въ постоянномъ отношеніи другъ къ другу; отношеніе это равно отношенію чиселъ, выражающихъ количества корпускулъ въ различныхъ кольцахъ.

Колебанія второго рода соотвѣтствуютъ деформаціи круговой формы кольца. Если разстояніе корпускулы отъ ближайшаго члена того же кольца незначительно въ сравненіи съ разстояніемъ ея отъ ближайшей сосѣдней корпускулы другого кольца, то дѣйствіе наружнаго кольца вліяетъ лишь „возмущающимъ" образомъ на колебанія кольца, не измѣняя существенно ихъ характера. Такимъ образомъ, мы должны ожидать, что различные элементы въ вертикальномъ столбцѣ даютъ соотвѣтствующія группы въ сочетаніяхъ линій. Словомъ, мы можемъ ожидать, что различные элементы, соотвѣтствующіе группамъ корпускулъ въ одномъ и томъ же вертикальномъ столбцѣ, имѣютъ много общихъ свойствъ, какъ химическихъ, такъ и физическихъ. Если мы предположимъ, что атомный вѣсъ элемента пропорціоналенъ числу корпускулъ въ атомѣ — позже мы изложимъ доводы въ пользу этого взгляда, — то мы будемъ вправѣ полагать, что сходство въ свойствахъ группъ корпускулъ въ одномъ и томъ же вертикальномъ столбцѣ подобно тому весьма замѣчательному свойству химическихъ элементовъ, которое нашло себѣ выраженіе въ періодическомъ законѣ. Если мы будемъ разсматривать послѣдовательно элементы, расположенные въ порядкѣ ихъ атомныхъ вѣсовъ, начиная отъ одного какого-нибудь, — скажемъ, литія, — то, какъ извѣстно, сперва мы встрѣтимъ рядъ элементовъ, несходныхъ съ литіемъ, а далѣе слѣдуетъ элементъ натрій, который имѣетъ много общихъ свойствъ съ литіемъ; идя по порядку далѣе, мы въ цѣломъ рядѣ элементовъ этихъ свойствъ не находимъ, пока не встрѣтимъ ихъ снова въ каліи, и такъ далѣе. Мы имѣемъ здѣсь такую самую періодическую повторяемость свойствъ, прерываемую значительными интервалами, какую мы могли бы ожидать, если бы числа корпускулъ въ атомахъ были пропорціональны атомнымъ вѣсамъ. Разсмотримъ такой рядъ атомовъ, въ которомъ p-й членъ составленъ изъ (p — 1)-го и еще одного кольца, т. е. какъ бы является соединеніемъ (p — 1)-го члена съ новымъ кольцомъ. Такой рядъ элементовъ соотвѣтствовалъ бы одной и той же группѣ, если бы мы расположили элементы по періодической системѣ, т. е. этотъ рядъ элементовъ образуетъ вертикальный столбецъ Менделѣевской таблицы.

Свойства этихъ конфигурацій корпускулъ имѣютъ и дальнѣйшую аналогію со свойствами дѣйствительныхъ атомовъ. Въ видѣ примѣра разсмотримъ свойства всѣхъ тѣхъ конфигурацій, въ которыхъ наружное кольцо состоитъ изъ 20 корпускулъ. Наименьшее число корпускулъ въ этихъ конфигураціяхъ есть 59. Въ этомъ случаѣ число корпускулъ внутри кольца только что достаточно для устойчивости наружнаго кольца; послѣднее поэтому будетъ на границѣ неустойчивости, и при смѣщеніи корпускулъ въ кольцѣ возстановляющія силы, которыя стремятся заставить корпускулы возвратиться въ ихъ первоначальное положеніе, ничтожны. Поэтому, когда на кольцо дѣйствуетъ извнѣ возмущающая сила, то корпускула легко отдѣляется отъ него, и группа, потерявъ отрицательно заряженную корпускулу, пріобрѣтаетъ зарядъ положительнаго электричества; поэтому такая группа подобна атому сильно электроположительнаго элемента. Переходя отъ 59 корпускулъ къ группѣ съ 60 корпускулами, мы видимъ, что наружное кольцо болѣе устойчиво, потому что внутри его находится большее число корпускулъ; поэтому соотвѣтствующій атомъ не будетъ уже въ такой степени электроположительнымъ, какъ атомъ, содержащій лишь 59 корпускулъ. Послѣдовательное прибавленіе по одной корпускулѣ увеличиваетъ трудность отдѣленія корпускулъ отъ наружнаго кольца, и соотвѣтствующіе атомы будутъ благодаря этому менѣе электроположительными. Увеличеніе устойчивости кольца и обусловленное этимъ усиленіе электроотрицательнаго характера соотвѣтствующихъ атомовъ будетъ все возрастать, пока мы не дойдемъ до группы, содержащей 67 корпускулъ; въ этомъ случаѣ устойчивость наружнаго кольца достигаетъ наивысшей степени. При переходѣ же отъ группы съ 67 корпускулами къ 68 корпускуламъ произойдетъ рѣзкая перемѣна свойствъ группы, потому что при 68 корпускулахъ число корпускулъ въ наружномъ кольцѣ равно 21. Но эти 21 корпускула будутъ только что устойчивы и, подобно наружному кольцу съ 20 корпускулами въ группѣ изъ 59 корпускулъ, легко теряютъ корпускулу. Соотвѣтствующій этой группѣ атомъ будетъ электроположительнымъ въ сильной степени.

Свойства группъ изъ 59 и 67 корпускулъ, начальной и конечной въ ряду группъ съ 20 корпускулами въ наружномъ кольцѣ, заслуживаютъ нашего особеннаго вниманія. Группа изъ 59 корпускулъ, хотя и находится на границѣ неустойчивости и склонна поэтому выдѣлить отрицательную корпускулу и пріобрѣсти такимъ образомъ положительный зарядъ, не въ состояніи, однако, удержать его. Дѣйствительно, послѣ потери корпускулы прочія 58 корпускулъ располагаются въ группу, соотвѣтствующую 58 корпускуламъ, послѣднюю въ ряду тѣхъ, въ которыхъ наружное кольцо содержитъ 19 корпускулъ; это кольцо отличается поэтому чрезвычайно большой устойчивостью, такъ что корпускулы больше отъ него не отдѣляются, тогда какъ положительный зарядъ, возникающій благодаря потерѣ 59-ой корпускулы, будетъ притягивать окружающія корпускулы. Такая группа не можетъ, слѣдовательно, надолго удержать положительный зарядъ: какъ только одна корпускула уходитъ, она сейчасъ же замѣщается другой. Если же въ группу изъ 59 корпускулъ проникнутъ корпускулы извнѣ, то каждая прибавочная корпускула будетъ увеличивать устойчивость системы, пока мы не дойдемъ до 67 корпускулъ; группа, соотвѣтствующая 68 корпускуламъ, весьма неустойчива, такъ что при достиженіи этого числа система начнетъ терять корпускулы. Итакъ въ нашу группу можно вогнать зарядъ изъ 8 единицъ отрицательнаго электричества; группа соотвѣтствуетъ потому атому съ валентностью 0 для положительнаго заряда и съ валентностью 8 — для отрицательнаго.

Разсмотримъ теперь свойства группы изъ 67 корпускулъ. Наружное кольцо ея обладаетъ большой устойчивостью; но если бы мы присоединили къ группѣ еще одну корпускулу, то группа изъ 68 корпускулъ будетъ имѣть въ наружномъ кольцѣ 21 корпускулу, потому что группа въ 68 корпускулъ уже находится въ ряду тѣхъ, которыя въ наружномъ кольцѣ имѣютъ 21 корпускулу; кольцо весьма неустойчиво, и легко теряетъ полученную корпускулу, такъ что группа не можетъ сохранить надолго отрицательный зарядъ — она дѣйствуетъ подобно атому элемента, лишеннаго электроотрицательной валентности. Съ другой стороны, группа будетъ устойчива, если отнять отъ нея одну корпускулу, двѣ, три и т. д. до восьми корпускулъ включительно, хотя благодаря прочной связи такая выемка корпускулъ представляется труднымъ дѣломъ. Такъ какъ каждая отторгнутая корпускула оставляетъ группѣ положительный зарядъ, то работа, которую нужно затратить для послѣдовательнаго отдѣленія корпускулъ, имѣетъ тенденцію возрастать. Это возрастаніе до нѣкоторой степени компенсируется уменьшеніемъ устойчивости группъ 66, 65, 64,... до 59 корпускулъ включительно; когда же мы дойдемъ до группы 59, то намъ придется преодолѣть не только положительный зарядъ, но также и большую устойчивость группы въ 58 корпускулъ; итакъ, восемь корпускулъ — это наибольшее число, какое мы можемъ удалить изъ группы. Поэтому атомъ, соотвѣтствующій такой группѣ, долженъ имѣть электроотрицательную валентность 8 и электроположительную нуль.

Разсмотримъ теперь группу, содержащую 60 корпускулъ. Эта группа наиболѣе электроположительная въ нашемъ ряду. Но она можетъ прочно удержать лишь зарядъ въ одну единицу положительнаго электричества, что соотвѣтствуетъ отнятію одной корпускулы; если бы она потеряла двѣ корпускулы, мы получили бы группу 58 такъ же, какъ въ томъ случаѣ, если бы мы отняли одну корпускулу отъ группы изъ 59 корпускулъ; и на этотъ разъ группа скорѣе притянетъ корпускулу, чѣмъ въ томъ случаѣ, если бы мы исходили изъ группы не въ 60, а въ 59 корпускулъ, такъ какъ вмѣсто заряда въ одну положительную единицу она получитъ въ два раза большій зарядъ. Поэтому атомъ, представленный группой изъ 60 корпускулъ, имѣетъ электроположительную валентность единицу. Если мы будемъ вводить въ группу добавочныя корпускулы такимъ образомъ, чтобы число ихъ возрастало до 61, 62, 63,... 67, то группы становятся все болѣе устойчивыми. Когда же мы дойдемъ до 68, мы получимъ группу, почти неустойчивую, легко отдающую корпускулы. Итакъ, семь корпускулъ составляютъ наибольшее число, какое мы можемъ присоединить къ нашей группѣ, такъ что представленный ею атомъ имѣлъ бы электроотрицательную валентность семь; электроположительная валентность его равна, какъ мы уже видѣли, единицѣ.

Группа въ 66 корпускулъ была бы наиболѣе электроотрицательная во всемъ ряду, но удержать она могла бы всего лишь одну единицу заряда; дѣйствительно, если бы группа пріобрѣла двѣ единицы, она состояла бы изъ 68 корпускулъ, а такая группа, какъ мы видѣли, быстро теряетъ свои корпускулы. Поэтому атомъ, соотвѣтствующій группѣ 66, будетъ имѣть электроотрицательную валентность единицу. Мы видимъ также, что изъ этой группы можно извлечь семь корпускулъ, не нарушая ея устойчивости; итакъ, атомъ, соотвѣтствующій этой группѣ, имѣлъ бы электроположительную валентность семь.

Группа въ 61 корпускулу не такъ легко отдавала бы свои корпускулы, какъ группа въ 60, но зато она въ состояніи выдѣлить двѣ корпускулы, такъ какъ лишь послѣ потери трехъ корпускулъ она приводится къ группѣ въ 58 корпускулъ, отличающейся своимъ рѣзко повышеннымъ стремленіемъ притягивать и удерживать корпускулы; поэтому атомъ, соотвѣтствующій группѣ 61, долженъ имѣть электроположительную валентность 2. Такимъ же путемъ, какъ и раньше, мы найдемъ, что эта группа можетъ присоединить 6 корпускулъ, такъ что соотвѣтствующій атомъ можетъ имѣть электроотрицательную валентность 6. Подобнымъ же образомъ мы найдемъ, что группа въ 62 корпускулы соотвѣтствуетъ электроотрицательному атому съ электроотрицательной валентностью 3 и электроположительной валентностью 5. Группа 63 представляетъ атомъ съ электроотрицательною валентностью 4 и электроположительной валентностью 4. Слѣдующая таблица представитъ намъ свойства ряда атомовъ, соотвѣтствующихъ группамъ, которыя содержатъ отъ 59 до 67 корпускулъ:

Число корпускулъ	59	60	61	62	63	64	65	66	67
Валентность	+0	+1	+2	+3	+4	−3	−2	−1	−0
	−8	−7	−6	−5	−4	+5	+6	+7	+8
	электроположительные					электроотрицательные			

Это послѣдовательное измѣненіе валентности весьма похоже на послѣдовательность, которую мы встрѣчаемъ въ свойствахъ атомовъ элементовъ.

Возьмемъ, напримѣръ, ряды элементовъ:

He. Li. Be. B. C. N. O. F. Ne.

Ne. Na. Mg. Al. Si. P. S. Cl. Arg.

Первый и послѣдній элементы обоихъ рядовъ не имѣютъ валентности; второй есть одновалентный электроположительный элементъ, предпослѣдній—одновалентный электроотрицательный элементъ; третій членъ представляетъ собою двувалентный электроположительный элементъ, третій съ конца—двувалентный электроотрицательный элементъ, и такъ далѣе.

Въ нашей таблицѣ элементъ имѣетъ двѣ различныя валентности: одну въ качествѣ электроположительнаго элемента, другую въ качествѣ электроотрицательнаго; мы видимъ, что сумма обѣихъ валентностей имѣетъ постоянную величину, равную восьми. Интересно, что Аббегъ (Abbeg *), исходя изъ соображеній чисто химическаго характера, доказываетъ, что валентность элемента, когда онъ дѣйствуетъ, какъ электроположительная составная часть соединенія, совершенно отличается отъ валентности его въ качествѣ электроотрицательной части. Такъ, напри-

*) Abbeg. „Zeitschrift für anorganische Chemie“ 39 стр. 330, 1904; „Zeitschrift für Physikalische Chemie“, 43, стр. 385, 1903).

мѣръ, хлоръ имѣетъ валентность 1, въ такихъ соединеніяхъ, какъ HCl, гдѣ онъ является электроотрицательнымъ; но онъ же имѣетъ гораздо большую валентность въ соединеніяхъ съ такими сильно электроотрицательными элементами, какъ кислородъ. Другимъ поразительнымъ примѣромъ можетъ служить іодъ: будучи одновалентнымъ въ соединеніяхъ съ такими электроположительными элементами, какъ металлы, онъ имѣетъ гораздо большую валентность въ соединеніяхъ съ болѣе электроотрицательными элементами, какъ, напримѣръ, въ соединеніи JCl_5. Тотъ взглядъ, что одинъ и тотъ же элементъ иногда служитъ положительной составной частью, а въ другія соединенія входитъ, какъ отрицательный элементъ, недавно получилъ свое дальнѣйшее подтвержденіе въ нѣкоторыхъ замѣчательныхъ опытахъ Вальдена.

Сумма положительной и отрицательной валентностей должна зависѣть отъ числа корпускулъ, которое мы приписываемъ наружному кольцу. Если мы примемъ, что число корпускулъ въ наружномъ кольцѣ равно 20, то сумма положительной и отрицательной валентностей равна 8: въ данномъ случаѣ это число совпадаетъ съ тѣмъ, которое химики обычно приписываютъ суммѣ валентностей; однако, это совпаденіе съ выводами, вытекающими изъ разсмотрѣнія нашей атомной модели, совершенно случайное.

Здѣсь умѣстно вновь подчеркнуть слѣдующее обстоятельство: мы остановились на предположеніи, что корпускулы группируются въ одной плоскости, и что положительное электричество притягиваетъ ихъ съ силой, пропорціональной ихъ разстоянію отъ нѣкоторой неподвижной точки лишь по той причинѣ, что такое допущеніе наиболѣе удобно для математической разработки вопроса. Я поставилъ себѣ цѣлью показать, что устойчивыя группировки корпускулъ имѣютъ много общихъ свойствъ съ дѣйствительными атомами, и я попытался иллюстрировать эти свойства на частномъ случаѣ, на которомъ я остановился исключительно въ виду его простоты. Число корпускулъ, соотвѣтствующее какому-либо частному свойству, несомнѣнно было бы другое, если бы мы остановились не на двумѣрномъ расположеніи корпускулъ, но на трехмѣрномъ, или же если бы мы вмѣсто допущенія, что сила притяженія, исходящая отъ положительнаго электричества, измѣняется прямо пропорціонально разстоянію отъ неподвижной точки, мы предположили, что плотность электричества внутри шара не вездѣ одинакова, такъ что притяженіе слѣдовало бы гораздо болѣе сложному закону.

Двоякая валентность атома представляла бы собою свойство, независимое отъ структуры атома, если только устойчивость структуры сильно мѣняется при переходѣ черезъ опредѣленныя группы корпускулъ, какъ это бываетъ въ томъ случаѣ, когда корпускулы заключены въ одной плоскости; числа корпускулъ въ такихъ критическихъ группахъ назовемъ черезъ N_1, N_2, N_3, . . . Присоединеніе корпускулы къ группѣ или отдѣленіе корпускулы отъ группы потребуетъ затраты чрезвычайно большой работы, если при этой перемѣнѣ числа корпускулъ мы переходимъ черезъ одну такую группу или приходимъ къ таковой; такимъ образомъ, эти критическія числа можно разсматривать, какъ барьеры, черезъ которые нелегко перейти. Такъ какъ атомъ, содержащій $N_2 + n$ корпускулъ, можетъ, не переходя черезъ такой барьеръ, потерять n корпускулъ и пріобрѣсти $N_3 - (N_2 + n)$ корпускулъ, то максимальная положительная валентность такого атома равна n, максимальная же отрицательная атомность составляетъ $N_3 - (N_2 + n)$.

Данный вопросъ можно разсматривать еще и съ другой точки зрѣнія: стремленіе корпускулярной группы выдѣлить корпускулу мы можетъ объяснить помощью корпускулярнаго давленія въ атомѣ, при чемъ предшествующій результатъ мы можемъ выразить такъ: когда число корпускулъ, возрастая, переходитъ черезъ одно изъ значеній N_1, N_2, N_3, ..., напримѣръ, черезъ значеніе N_1, то корпускулярное давленіе рѣзко повышается, затѣмъ постепенно падаетъ, пока число корпускулъ возрастаетъ до N_2, здѣсь давленіе опять рѣзко повышается. Поэтому къ группѣ корпускулъ, находящейся между группами N_1 и N_2, мы можемъ послѣдовательно присоединять корпускулы, не повышая корпускулярнаго давленія (хотя мы, конечно, увеличимъ отталкиваніе, происходящее благодаря отрицательному заряду этихъ корпускулъ), пока не достигнемъ группы N_2; такъ какъ въ этой группѣ давленіе рѣзко повышено, то чрезвычайно трудно будетъ увеличить число корпускулъ до $N_2 + 1$. Съ другой стороны, мы можемъ отнимать отъ первоначальной группы рядъ корпускулъ, не уменьшая корпускулярнаго давленія, пока мы не сведемъ числа корпускулъ до N_1. Такъ какъ въ этой точкѣ давленіе рѣзко падаетъ, то трудно будетъ отнять отъ этой группы еще одну корпускулу. Итакъ, если число N корпускулъ въ разсматриваемой группѣ равно $N_1 + n$, то наибольшее число корпускулъ, какое мы можемъ отнять отъ нея, равно n, т. н. наибольшая положительная валентность равна n, тогда какъ наибольшее число корпускулъ, какое можно присоединить къ группѣ, равно $N_2 - (N_1 + n)$: это же число представитъ намъ наибольшую отрицательную валентность.

Междуатомныя силы. Химическое соединеніе.

Весьма важнымъ и интереснымъ предметомъ изслѣдованія является вопросъ о природѣ силъ, дѣйствующихъ между группами корпускулъ, и вытекающія отсюда приложенія къ теоріи химическаго соединенія.

Разсмотримъ сперва силы, дѣйствующія между двумя группами въ нѣкоторыхъ простыхъ случаяхъ. Начнемъ съ простѣйшаго случая, когда одна лишь корпускула находится въ центрѣ шара положительнаго электричества. Возьмемъ двѣ такія совершенно одинаковыя системы; въ такомъ случаѣ, пока онѣ находятся одна внѣ другой, не соприкасаясь, онѣ ни притягиваютъ ни отталкиваютъ другъ друга; если же шары пересѣкаются, то системы притягиваютъ другъ друга. Чтобы убѣдиться въ этомъ, разсмотримъ дѣйствіе системы A на систему B; та часть послѣдней, которая находится внѣ системы A, не испытываетъ отъ нея никакого дѣйствія, тогда какъ часть положительнаго электричества шара B, которая находится внутри системы A, притягивается къ центру послѣдней, потому что внутри шара сила, исходящая отъ отрицательной корпускулы, превышаетъ силу положительнаго электричества. Корпускулы будутъ оставаться въ центрахъ соотвѣтственныхъ шаровъ до тѣхъ поръ, пока они не приблизятся другъ къ другу настолько, что центръ одного шара будетъ находиться внутри другого шара; съ этого момента корпускулы начинаютъ перемѣщаться, отталкиваясь другъ отъ друга, такъ что онѣ окажутся внѣ линіи, соединяющей оба центра. Въ этомъ случаѣ электричества обоихъ шаровъ не отличаются другъ отъ друга: мы не можемъ сказать, что одинъ наэлектризованъ положительно, другой отрицательно: если мы разъединимъ шары послѣ того, какъ они были вмѣстѣ, то они будутъ находиться въ нейтральномъ состояніи: положительное электричество каждаго шара уравновѣшивается отрицательнымъ зарядомъ въ центрѣ. Мы видимъ, такимъ образомъ, что возможно существованіе силъ электрическаго происхожденія, соединяющихъ двѣ системы, хотя ни въ той ни въ другой нѣтъ заряда. Однако, если шары сильно отличаются своими размѣрами, то при достаточномъ приближеніи ихъ другъ къ другу, обѣ корпускулы окажутся внутри одного и того же шара, и будутъ въ немъ оставаться также и послѣ того, какъ шары отодвинутся другъ отъ друга; такимъ образомъ, одинъ шаръ будетъ наэлектризованъ положительно, другой — отрицательно. Лордъ Кельвинъ показалъ, что прибавочная корпускула останется внутри меньшаго шара; онъ же доказалъ слѣдующее: если постепенно сближать два шара, радіусы которыхъ находятся въ отношеніи 3 : 1, то корпускула, первоначально находившаяся въ центрѣ большого шара, перемѣстится внутрь меньшаго, когда разстояніе между центрами обоихъ шаровъ уменьшится настолько, что будетъ превышать радіусъ меньшаго шара въ 2,6 — 2,7 раза. Системы, содержащія одну только корпускулу, могутъ отличаться другъ отъ друга лишь въ одномъ отношеніи, а именно, размѣрами шара положительнаго электричества. Предшествующій результатъ является частнымъ случаемъ, соотвѣтствующимъ общему принципу: корпускулы могутъ переходить отъ одной группы къ другой, отличной отъ нея, группѣ, если эти системы достаточно приблизить другъ къ другу. Слѣдующія соображенія помогутъ намъ понять общій характеръ этого явленія. Если мы имѣемъ двѣ группы корпускулъ, и работа, которую нужно затратить на отдѣленіе корпускулы отъ группы A меньше соотвѣтственной работы для группы B, то корпускулы будутъ стремиться переходить отъ A къ B, такъ что группа A наэлектризуется положительно, а B — отрицательно. Если мы возвратимся къ примѣру на стр. 358, то система A соотвѣтствуетъ первымъ членамъ ряда 59 — 67, а система B — послѣднимъ членамъ его. Весьма удобно изобразить это явленіе, исходя изъ предположенія, что внутри группы корпускулъ, или атома, существуетъ опредѣленное корпускулярное давленіе, и если помѣстить два атома очень близко другъ къ другу, то корпускулы будутъ стремиться переходить отъ того атома, гдѣ давленіе выше, къ атому съ меньшимъ давленіемъ. Корпускулярное давленіе, которое въ нашемъ примѣрѣ представляетъ электрическія силы внутри атома, велико, если работа, которую нужно затратить для отторженія корпускулы отъ атома, мала; давленіе мало, если работа эта велика. Въ нашемъ примѣрѣ корпускулярное давленіе велико, если число корпускулъ внутри наружнаго кольца едва хватаетъ для поддержанія равновѣсія кольца; давленіе невелико, если число корпускулъ внутри кольца значительно больше минимальнаго числа, необходимаго для равновѣсія, т. е. въ электроположительныхъ элементахъ давленіе высоко, въ электроотрицательныхъ — оно мало. Мы видимъ также, что положительная валентность электроположительнаго элемента есть въ то же время наибольшее число корпускулъ, какое оно можетъ потерять, пока корпускулярное давленіе не уменьшится на значительную величину. Возьмемъ примѣръ: въ группѣ изъ 60 корпускулъ корпускулярное давленіе должно быть велико, такъ какъ въ наружномъ кольцѣ здѣсь всего лишь на одну корпускулу больше, чѣмъ требуется для поддержанія равновѣсія; если бы, однако, двѣ корпускулы могли покинуть систему, то число корпускулъ свелось бы къ 58; но въ группѣ 58 наружное кольцо содержитъ 19 корпускулъ, при чемъ внутри его число корпускулъ максимальное; система имѣетъ поэтому большую устойчивость, и ей соотвѣтствуетъ низкое корпускулярное давленіе. Отрицательная валентность электроположительнаго элемента есть наибольшее число корпускулъ, какое можно прибавить къ нему, не вызывая рѣзкаго повышенія курпускулярнаго давленія. Если бы въ приведенномъ нами примѣрѣ мы могли присоединить къ группѣ изъ 60 корпускулъ еще 8 корпускулъ, то мы получили бы группу изъ 68 корпускулъ. Но 68 — это наименьшее число корпускулъ, которыя имѣютъ въ своемъ наружномъ кольцѣ 21 корпускулу, такъ что внутри кольца находится лишь минимальное число, необходимое для устойчивости, и соотвѣтствующее корпускулярное давленіе очень высоко; между тѣмъ, если бы мы къ группѣ изъ 60 корпускулъ прибавили только 7 корпускулъ, мы получили бы группу въ 67 корпускулъ: таково наибольшее число корпускулъ, какое можетъ имѣть группа съ наружнымъ кольцомъ изъ 19 корпускулъ, ибо внутри его число корпускулъ наибольшее; устойчивость здѣсь очень велика, а соотвѣтствующее корпускулярное давленіе мало. Мы видимъ, такимъ образомъ, что наибольшая электроотрицательная валентность группы въ 60 корпускулъ есть семь.

Отрицательная валентность электроотрицательныхъ элементовъ, атомы которыхъ имѣютъ низкое корпускулярное давленіе, выражаетъ собою число корпускулъ, какое можно присоединить къ нему, не вызывая рѣзкаго повышенія корпускулярнаго давленія. Такъ, напримѣръ, атомъ соотвѣтствующій группѣ изъ 66 корпускулъ имѣетъ электроотрицательную валентность единицу: дѣйствительно, если бы можно было присоединить къ нему корпускулы, мы получили бы группу въ 68 корпускулъ, въ которой, какъ извѣстно, корпускулярное давленіе очень высоко.

Электроположительная валентность этихъ элементовъ есть n, наибольшее число корпускулъ, какое можно отнять отъ нихъ, не производя внезапнаго пониженія корпускулярнаго давленія. Такъ, напримѣръ, разсмотримъ группу изъ 66 корпускулъ; если мы отнимемъ отъ нея 7 корпускулъ, то прочія расположатся въ видѣ группы, соотвѣтствующей 59 корпускуламъ, почти неустойчивой: корпускулярное давленіе въ ней, слѣдовательно, очень велико. Если же мы отнимемъ 8 корпускулъ, то останется лишь 58, которыя образуютъ весьма устойчивую группу, такъ какъ 58 это наибольшее число корпускулъ, при наружномъ кольцѣ, содержащемъ только 19 корпускулъ; соотвѣтственно этому корпускулярное давленіе очень низко; такимъ образомъ корпускулярное давленіе рѣзко понизится, если по отнятіи семи корпускулъ, мы отымемъ еще одну прибавочную; отсюда мы видимъ, что электроположительная валентность группы 60 равна семи.

Словомъ, если электроположительная валентность атома равна n, то мы можемъ отторгнуть отъ него n корпускулъ, не уменьшая корпускулярнаго давленія; если же мы отнимемъ еще одну корпускулу, то корпускулярное давленіе рѣзко падаетъ; если электроотрицательная валентность атома равна m, то мы можемъ присоединить m корпускулъ, не повышая корпускулярнаго давленія; присоединеніе же $(m+1)$-ой корпускулы повлечетъ за собой значительное повышеніе давленія.

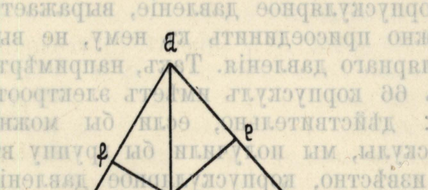
(Продолженіе слѣдуетъ).

По поводу „новыхъ треугольниковъ“.

Ю. Рабиновича.

Еще въ XV сем. „Вѣстника Опытной Физики“ были помѣщены двѣ замѣтки о „новыхъ многоугольникахъ“. Съ тѣхъ поръ, несмотря на приглашеніе редакціи, не было помѣщено по этому предмету ничего до появленія статьи г. Лейнѣка въ № 469. При чтеніи этой статьи мнѣ пришли въ голову излагаемыя ниже мысли о возможности установить зависимость между „новыми“ треугольниками и обыкновенными.

Будемъ разсматривать двѣ плоскости. На одной, которую обозначимъ черезъ x, будемъ разсматривать всевозможныя прямыя, на другой, которую обозначимъ черезъ X, — всевозможныя полупрямыя или лучи, выходящіе изъ нѣкоторой опредѣленной точки O.



Плоскость x.

Плоскость X.

Выберемъ на x произвольную прямую bc, а на X — произвольный лучъ OM и условимся говорить, что прямой bc соотвѣтствуетъ лучъ

OM. О каждой прямой ab, образующей съ bc уголъ β, будемъ говорить, что она соотвѣтствуетъ лучу ON, составляющему съ лучемъ OM уголъ 2β. Отсюда слѣдуетъ, что параллельнымъ прямымъ будетъ соотвѣтствовать одинъ и тотъ же лучъ; между прочимъ, всѣмъ прямымъ, параллельнымъ bc, будетъ соотвѣтствовать лучъ OM.

Такимъ образомъ, между всѣми прямыми плоскости x, съ одной стороны, и всѣми лучами плоскости X, выходящими изъ точки O, съ другой, установлено соотвѣтствіе, при чемъ каждой прямой соотвѣтствуетъ одинъ опредѣленный лучъ, но каждому лучу — цѣлый пучекъ параллельныхъ между собою прямыхъ.

Ясно, что двумъ взаимно - перпендикулярнымъ прямымъ плоскости x соотвѣтствуютъ два луча, лежащіе одинъ на продолженіи другого.

На плоскости x будемъ разсматривать треугольникъ abc и три образующихъ его прямыхъ bc, ac и ab; имъ будутъ соотвѣтствовать въ плоскости X три луча OM, ON и OP. Эти три луча будемъ называть новымъ треугольникомъ, а треугольникъ abc, въ отличіе,— соотвѣтствующимъ ему обыкновеннымъ.

Впишемъ въ обыкновенный треугольникъ окружность, т. е. проведемъ окружность, касательную ко всѣмъ тремъ прямымъ, образующимъ треугольникъ. Для новаго же треугольника нельзя построить окружности, касающейся всѣхъ трехъ образующихъ его лучей, такъ какъ они сходятся въ одной точкѣ. Поэтому проведемъ одинаковымъ, пока произвольнымъ, радіусомъ R три окружности, каждая изъ которыхъ касается двухъ лучей, образующихъ треугольникъ. Такимъ образомъ, новый треугольникъ имѣетъ одну вершину O и три вписанныя окружности. Эта вершина и точки касанія опредѣляютъ на лучахъ, образующихъ новый треугольникъ, шесть отрѣзковъ OA, OC_1, OB, OA_1, OC, OB_1, точно такъ же, какъ три вершины и точки касанія въ обыкновенномъ треугольникѣ. Въ обыкновенномъ треугольникѣ сторона есть сумма двухъ такихъ отрѣзковъ, лежащихъ на одной прямой; въ новомъ треугольникѣ мы о п р е д ѣ л и м ъ сторону, какъ сумму двухъ отрѣзковъ, лежащихъ на одномъ лучѣ.

Такимъ образомъ, длины сторонъ нашего новаго треугольника будутъ:

$$OC + OB_1 = A', \tag{I}$$

$$OA + OC_1 = B', \tag{II}$$

$$OB + OA_1 = C'. \tag{III}$$

Длину стороны A' можно разсматривать, какъ разстояніе между точками C и B_1, считаемое черезъ точку O, т. е. отъ C до O и потомъ назадъ до B_1. Аналогично B' и C' можно разсматривать, какъ разстоянія между A и C_1, B и A_1, считаемыя черезъ O.

Теперь нужно было бы перейти къ отысканію числовыхъ зависимостей между элементами новаго треугольника или, скажемъ короче, къ метрикѣ его.

Но предварительно мы выведемъ метрику обыкновеннаго треугольника немного иначе, чѣмъ это дѣлается, напримѣръ, у Киселева (Геометрія, кн. III, гл. III); затѣмъ мы выведемъ связь между обѣими метриками и только потомъ остановимся на метрикѣ новаго треугольника.

Проведемъ въ треугольникѣ abc высоты ad, be и cf.

Изъ подобія прямоугольныхъ треугольниковъ aeb и afc найдемъ,

$$\frac{ae}{af} = \frac{ab}{ac},$$

или

$$ae \,.\, ac = ab \,.\, af;$$

обозначимъ это произведеніе черезъ m.

Поступая аналогично для вершинъ b и c, получимъ:

$$ae \,.\, ac = ab \,.\, af = m, \tag{1}$$

$$bf \,.\, ba = bd \,.\, bc = n, \tag{2}$$

$$cd \,.\, cb = ce \,.\, ca = p. \tag{3}$$

Складывая равенства $bd \,.\, bc = n$ и $cd \,.\, cb = p$ и принимая во вниманіе, что $bd + cd = bc$, получимъ:

$$bc^2 = n + p; \tag{4}$$

аналогично изъ равенствъ (1) и (3) получимъ:

$$ac^2 = m + p, \tag{5}$$

а изъ (1) и (2)

$$ab^2 = m + n. \tag{6}$$

Въ этихъ равенствахъ заключается большáя часть метрики треугольника.

Слѣдствіе 1. Тожество

$$m + n = m + p + n + p - 2p$$

на основаніи равенствъ (6), (5), (4) и (3) приметъ видъ:

$$ab^2 = ac^2 + bc^2 - 2bc \,.\, cd,$$

или

$$ab^2 = ac^2 + bc^2 - 2ac \,.\, ce, \tag{7}$$

что выражаетъ извѣстную теорему.

Слѣдствіе 2. Если треугольникъ прямоугольный и уголъ a прямой, то точки e и f совпадаютъ съ a, и равенства (1), (2), (3) принимаютъ видъ:

$$m = 0, \tag{1'}$$

$$n = ab^2 = bc \,.\, bd, \tag{2'}$$

$$p = ac^2 = bc \,.\, cd. \tag{3'}$$

Складывая равества (2′) и (3′) и принимая во вниманіе, что $bd+cd=bc$, имѣемъ:

$$ab^2+ac^2=bc^2;$$

то же можно получить, какъ частный случай равенствъ (7).

Вычислимъ высоты. Изъ прямоугольнаго треугольника abd имѣемъ:

$$ad^2=ab^2-db^2.$$

Но по (2)

$$db=\frac{n}{bc}, \text{ или } db^2=\frac{n^2}{bc^2};$$

принимая еще во вниманіе равенства (4) и (6), имѣемъ:

$$ad^2=m+n-\frac{n^2}{n+p}=\frac{mn+mp+np}{n+p}=m+\frac{np}{n+p}. \quad (8)$$

Аналогично для другихъ высотъ получимъ:

$$bc^2=\frac{nm+np+mp}{m+p}=n+\frac{mp}{m+p}, \quad (9)$$

$$cf^2=\frac{pm+pn+mn}{m+n}=p+\frac{mn}{m+n}. \quad (10)$$

Пусть s обозначаетъ площадь нашего треугольника. Тогда изъ равенства

$$4s^2=(2s)^2=bc^2 \,.\, ad^2$$

съ помощью равенствъ (4) и (8) получимъ:

$$4s^2=mn+mp+np.$$

Вернемся къ новымъ треугольникамъ. Будемъ разсматривать новый треугольникъ и соотвѣтствующій ему обыкновенный.

Лучу OM соотвѣтствуетъ прямая bc.
„ ON „ „ ac.
„ OP „ „ ab.
Углу NOP „ уголъ bac.
„ POM „ „ cba.
„ MON „ „ acb.

Такъ какъ центръ окружности O_1 долженъ лежать на биссектриссѣ угла NOP, то $\angle NOO_1=\frac{1}{2}\angle NOP$ и, слѣдовательно, равенъ соотвѣтствующему углу bac. Отсюда мы заключаемъ о подобіи треугольниковъ O_1AO и afc. Значитъ,

$$\frac{OA}{R}=\frac{af}{fc},$$

такъ какъ $AO_1 = R$. До сихъ поръ R было произвольно; выберемъ теперь $R = 2s$ *); тогда

$$OA = \frac{af}{fc} \cdot 2s = \frac{af}{fc} \cdot ab \,.\, fc = af \,.\, ab;$$

слѣдовательно, по равенству (1)

$$OA = m. \tag{11}$$

Но

$$OA = OA_1. \tag{12}$$

Разсматривая еще другіе аналогичные треугольники получимъ окончательно слѣдующія равенства:

$$OA = OA_1 = m, \tag{21}$$

$$OB = OB_1 = n, \tag{22}$$

$$OC = OC_1 = p. \tag{23}$$

Изъ этихъ равенствъ легко получимъ, складывая ихъ и принимая во вниманіе (I), (II) и (III):

$$A' = OC + OB_1 = n + p, \tag{24}$$

$$B' = OA + OC_1 = m + p, \tag{25}$$

$$C' = OB + OA_1 = m + n. \tag{26}$$

Сравнивая ихъ съ равенствами (4), (5) и (6), получимъ:

$$bc^2 = A', \tag{27}$$

$$ac^2 = B', \tag{28}$$

$$ab^2 = C'. \tag{29}$$

Здѣсь, слѣва, стоятъ квадраты сторонъ обыкновеннаго треугольника, справа — стороны новаго.

Итакъ, стороны новаго треугольника равны квадратамъ соотвѣтствующихъ сторонъ соотвѣтствующаго обыкновеннаго. Раньше мы уже видѣли, что углы новаго равны удвоеннымъ соотвѣтствующимъ угламъ соотвѣтствующаго обыкновеннаго.

Эти два предложенія и устанавливаютъ связь между обѣими метриками. Теперь мы можемъ изъ каждой формулы, связывающей углы и стороны обыкновеннаго треугольника, очень просто получить формулу, связывающую эти элементы новаго треугольника. Стоитъ подставить вмѣсто сторонъ обыкновеннаго корни квадратные изъ сторонъ новаго, а вмѣсто угловъ обыкновеннаго половины угловъ новаго.

*) Точнѣе: дадимъ радіусу R значеніе, равное числу, выражающему удвоенную площадь треугольника abc.

Но есть и прямой путь. Для примѣра, изъ равенствъ (26), (25), (24), (23) мы получимъ формулу, аналогичную формулѣ (7), которую получили для обыкновеннаго треугольника изъ равенствъ (6), (5), (4), (3).

А именно, сравнивая тожество

$$m + n = m + p + n + p - 2p$$

съ (24), (25), (26) и (23), имѣемъ:

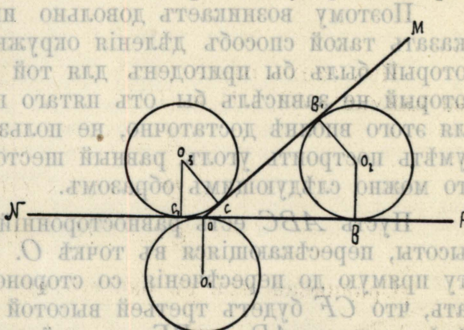
$$C' = A' + B' - 2OC,$$

или

$$C' = A' + B' - 2OC_1.$$

Разсмотримъ, наконецъ, тотъ частный случай, когда обыкновенный треугольникъ прямоугольный.

Мы замѣтили уже раньше, что взаимно-перпендикулярнымъ прямымъ плоскости x соотвѣтствуютъ въ плоскости X два луча, лежащихъ одинъ на продолженіи другого. Слѣдовательно, новый треугольникъ, соотвѣтствующій прямоугольному обыкновенному, будетъ имѣть видъ двухъ смежныхъ угловъ. Одна изъ вписанныхъ окружностей будетъ проходить черезъ точку O и касаться той прямой, на которой лежатъ вышеупомянутые два луча. Точки ея касанія съ лучами, слѣдовательно, совпадутъ съ O.



Итакъ,

$$OA = OA_1 = O;$$

слѣдовательно,

$$A' = OC + OB,$$

$$B' = OC,$$

$$C' = OB$$

и

$$A' = B' + C'.$$

Итакъ, въ разсматриваемомъ новомъ треугольникѣ одна сторона равна суммѣ двухъ другихъ.

Конечно, то же самое можно получить изъ соотношенія

$$bc^2 = ab^2 + ac^2$$

для обыкновеннаго прямоугольнаго треугольника при помощи равенствъ (27), (28) и (29).

Къ дѣленію окружности на шесть равныхъ частей.

Е. Григорьева.

Классическій способъ дѣленія окружности на шесть равныхъ частей основанъ на томъ свойствѣ, что сторона правильнаго шестиугольника равна радіусу описанной окружности. Свойство это имѣетъ мѣсто только въ геометріи Евклида, такъ какъ доказательство его опирается на теорему о суммѣ угловъ треугольника, т. е. на ближайшее слѣдствіе извѣстнаго постулата Евклида о параллельныхъ прямыхъ.

Въ геометріи Лобачевскаго, гдѣ сумма угловъ треугольника меньше двухъ прямыхъ, сторона правильнаго шестиугольника больше радіуса и, слѣдовательно, употребительный въ Евклидовой геометріи способъ дѣленія окружности на шесть равныхъ частей здѣсь непримѣнимъ.

Поэтому возникаетъ довольно интересный вопросъ, возможно ли указать такой способъ дѣленія окружности на шесть равныхъ частей, который былъ бы пригоденъ для той и другой геометріи, т. е. такой, который не зависѣлъ бы отъ пятаго постулата Евклида. Очевидно, для этого вполнѣ достаточно, не пользуясь аксіомой о параллельности, сумѣть построить уголъ, равный шестой части 4-хъ прямыхъ. Сдѣлать это можно слѣдующимъ образомъ.

Пусть ABC есть равносторонній треугольникъ, AD и BE—его высоты, пересѣкающіяся въ точкѣ O. Соединяя C съ O и продолжая эту прямую до пересѣченія со стороною AB въ точкѣ F, легко доказать, что CF будетъ третьей высотой треугольника ABC. Въ самомъ дѣлѣ, высоты AD и BE, по свойству равнобедреннаго треугольника, дѣлятъ пополамъ какъ углы при вершинахъ, такъ и противоположныя стороны треугольника; стало быть, $CE = CD$, какъ половины равныхъ сторонъ; отсюда вытекаетъ, что прямоугольные треугольники OCD и OCE, имѣющіе общую гипотенузу и равные катеты, равны; такимъ образомъ, OC дѣлитъ уголъ C пополамъ и будетъ высотой треугольника. Послѣ этого нетрудно убѣдиться въ томъ, что шесть треугольниковъ, на которые треугольникъ ABC разбивается 3-мя высотами, всѣ равны между собой, и, слѣдовательно, при точкѣ O имѣемъ шесть равныхъ угловъ, сумма которыхъ составляетъ 4 прямыхъ.

Теперь всякая окружность, описанная вокругъ точки O, продолженными высотами треугольника ABC раздѣляется на шесть равныхъ частей.

На практикѣ это дѣленіе окружности осуществляется достаточно просто: описываемъ три взаимно-пересѣкающіяся окружности произвольнаго радіуса такъ, чтобы каждая изъ нихъ проходила черезъ центры двухъ другихъ; проведя общія хорды этихъ окружностей, получимъ вокругъ точки пересѣченія хордъ шесть равныхъ угловъ, и, слѣдовательно, всякая окружность, имѣющая центромъ общую точку трехъ хордъ, будетъ дѣлиться самими хордами на шесть равныхъ частей.

Нѣтъ, кажется, нужды прибавлять, что изложенный способъ доставляетъ пріемы дѣленія окружности также на 3, 12, 24 и вообще на $3 . 2^n$ равныхъ частей, — пріемы одинаково годные, какъ для геометріи Евклида, такъ и для геометріи Лобачевскаго.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Безпроводный телефонъ. На открывшейся 6-го іюня нов. ст. въ Марселѣ международной электрической выставкѣ были, между прочимъ, также экспонаты по части безпроводного телефона, на который въ послѣднее время обращается все большее вниманіе. По этому поводу въ журналѣ выставки помѣщена не безынтересная замѣтка относительно начала и развитія этой отрасли электротехники, изъ которой заимствуемъ слѣдующія данныя.

Въ августѣ 1907 года К. Тиссо представилъ Конгрессу французскаго общества для поощренія наукъ полный докладъ, воспроизведенный въ упомянутой выше статьѣ.

Необходимо упомянуть о попыткахъ передачи рѣчи посредствомъ свѣтовыхъ волнъ. Способы, давшіе наилучшіе результаты, основаны, какъ извѣстно, на примѣненіи селена. Главнѣйшимъ образомъ употреблялись два способа. Въ одномъ изъ нихъ пользуются источникомъ постоянной силы, подвергая посылаемые лучи соотвѣтственнымъ измѣненіямъ въ одной изъ точекъ ихъ прохожденія. Въ другой системѣ измѣняется сила источника свѣта подъ вліяніемъ передаваемыхъ звуковыхъ волнъ.

Первый способъ былъ примѣненъ въ фотофонѣ Грегама Белля, давшемъ возможность въ 1880 году осуществить телефонную передачу на разстояніе до 200 метровъ.

Румеръ получилъ болѣе удовлетворительные результаты, употребляя второй изъ приведенныхъ выше способовъ и пользуясь свойствами поющей, или, вѣрнѣе, „говорящей дуги" Сименса. Звуковыя колебанія, дѣйствующія на микрофонъ, превращаются посредствомъ колебаній тока въ цѣпи дуги, дѣйствующей совершенно какъ фотофоническій передатчикъ. Ея излученія, отражаемыя параллельно прожекторомъ, приводятъ въ дѣйствіе на пріемной станціи особый элементъ съ селеномъ, въ цѣпь котораго включенъ телефонъ. При такомъ расположеніи приборовъ, Румеру удалось достигнуть телефонной передачи на разстояніе до 15 км.

Основной принципъ безпроводной телефоніи посредствомъ электрическихъ волнъ имѣетъ много общаго съ принципомъ, служившимъ основаніемъ для телефоніи посредствомъ свѣтовыхъ волнъ.

Передатчикъ въ безпроводной телефоніи также соединяется съ вибраціонной цѣпью, въ которой поддерживаются постоянныя, не затухающія колебанія.

Какъ и въ телефоніи посредствомъ свѣтовыхъ волнъ, здѣсь нужно различать два различныхъ способа приведенія въ дѣйствіе электрическихъ волнъ.

Въ одномъ изъ этихъ способовъ сила колебаній остается безъ измѣненія, т. е. постоянною, и звуковыя волны дѣйствуютъ на нее при посредствѣ микрофонной цѣпи въ соединенной системѣ такъ, чтобы мѣнялась частота аккорда, т. е. періода колебаній. Въ другой системѣ измѣняется самая сила колебаній посредствомъ дѣйствія микрофонной цѣпи; періодъ же остается безъ измѣненія.

Передача звуковыхъ волнъ происходитъ во всѣхъ случаяхъ благодаря волнообразному распространенію колебаній. При передачѣ съ постоянною частотою измѣненіе силы посылаемыхъ колебаній производитъ измѣненіе соотвѣтствующаго дѣйствія на пріемникъ. При передачѣ съ измѣняемою частотою дѣйствіе, вызываемое въ пріемникѣ, происходитъ отъ измѣненія числа получаемыхъ въ немъ волнъ.

Въ связи со способомъ передачи посредствомъ измѣненія силы колебаній можно указать на способъ, предложенный Коллинсомъ. Устройство для передачи и пріема тождественны и состоятъ каждое изъ дуги, питаемой постояннымъ токомъ въ вѣтви цѣпи, заключающей въ себѣ самоиндукцію и микрофонъ для передачи, самоиндукцію и телефонъ для пріема. Земля играетъ весьма важную роль въ способѣ Коллинса; она составляетъ цѣпь питанія дуги посредствомъ двухъ проводниковъ, расположенныхъ въ значительномъ другъ отъ друга разстояніи.

Система Румера, давшая, повидимому, наиболѣе практическіе результаты, должна быть разсматриваема, какъ приводящая одновременно въ дѣйствіе измѣненія силы колебаній и измѣненія частоты.

Въ качествѣ источниковъ передачи поддерживаемыхъ колебаній Румеръ пользуется дугою Паульсена въ водородной атмосферѣ. Шунтомъ (въ вѣтви) съ дугою расположена вибраціонная цѣпь, заключающая въ себѣ конденсаторъ и самоиндукцію, составляющую первичную катушку Тесла, вторичная которой включена въ передаточную антенну.

Звуковыя волны дѣйствуютъ на дугу посредствомъ катушки съ двумя обмотками; одна изъ этихъ обмотокъ включена въ цѣпь, питающую дугу, другая составляетъ часть независимой микрофонной цѣпи.

Устройство для пріема тождественно съ устройствомъ, употребляемымъ обыкновенно для пріема знаковъ въ безпроводной телеграфіи съ электролитическимъ детекторомъ. Оно состоитъ изъ антенны, соединенной съ настроенною (резонансовою) цѣпью. При помощи этой системы удалось, повидимому, получить одинаковые результаты въ смыслѣ разстоянія телефонной передачи, какъ съ помощью оптическаго телефона Румера.

Фессендену удалось, повидимому, достигнуть болѣе значительныхъ разстояній передачи, но неполныя описанія его приборовъ не даютъ возможности составить понятіе объ употребляемомъ имъ способѣ.

Употребленіе дуги Паульсена, примѣняемой въ системѣ Румера, очень сложно и представляетъ различныя неудобства. Авторъ пытался замѣнить постоянный потокъ волнъ, при помощи котораго получается дуга Паульсена, послѣдовательными потоками волнъ, слегка заглушаемыхъ и весьма близкихъ. Такіе потоки волнъ можно получить, питая обыкновенную катушку Тесла въ передаточномъ приборѣ безпроводнаго телеграфа посредствомъ трансформатора безъ желѣза, первичная котораго составляетъ часть цѣпи дуги Дodделя. Но этотъ способъ, превосходный для полученія синтонности, даетъ посредственные результаты въ телефоніи; поэтому самый звукъ дуги мѣняетъ тембръ передаваемыхъ звуковъ.

При употребленіи электрическаго детектора не слѣдуетъ пользоваться вспомогательнымъ источникомъ. Такое устройство, правда, менѣе чувствительно, дѣйствуетъ болѣе правильно и записываетъ въ точности измѣненія энергіи. Магнитный детекторъ, показанія котораго пропорціональны амплитудѣ (а не квадрату ея) тока, представлялъ бы, несомнѣнно, большія преимущества, устраняя опасенія измѣненія тембра.

При практическихъ опытахъ, производившихся на радіотелеграфной станціи выставки, де-Форестъ сообщался при помощи своихъ приборовъ со станціей на бортѣ судна „Иль де-Франсъ", стоявшемъ на якорѣ въ портѣ. При этомъ удавалось не только обмѣниваться фразами, но вполнѣ отчетливо слышать пѣніе марсельезы, и при томъ не только на названной станціи, но и на станціи Saintes-Maries-de-la-Mer.

Фотографія звука. 2-го (15-го) іюня въ Парижской Академіи наукъ извѣстный ученый Пуанкаре демонстрировалъ аппаратъ, при помощи котораго получаются фотографіи звуковъ. Гласныя или согласныя буквы, произнесенныя передъ микрофономъ, соединеннымъ съ осциллографомъ (чувствительнымъ маятникомъ), запечатлѣваются на пластинкѣ характерными кривыми линіями, особенными для каждаго звука.

При извѣстномъ навыкѣ можно научиться болѣе или менѣе свободно разбираться въ этихъ кривыхъ и „расшифровывать“ ихъ, какъ стенограммы.

Изобрѣтатель аппарата — французскій физикъ Дево-Шарбонель. Фотографію звука удалось получить до него, но изображенія были такъ неясны, что не поддавались никакому практическому примѣненію. Дево-Шарбонелю впервые удалось получить отчетливыя изображенія.

Изобрѣтатель — того мнѣнія, что прежде всего его аппаратъ можетъ получить примѣненіе къ телефону. Благодаря „звуковому фотографу“ можно будетъ говорить въ телефонъ и въ отсутствіе вызваннаго лица. Когда это лицо явится, то прочтетъ на „пріемной пластинкѣ“ то, что ему было сказано.

Затѣмъ можно будетъ „стенографировать“ голоса преступниковъ, а это вмѣстѣ съ измѣреніемъ руки дастъ цѣнное орудіе антропометрическимъ учрежденіямъ.

Дево-Шарбонель работаетъ теперь надъ усовершенствованіемъ изобрѣтеннаго имъ аппарата.

РЕЦЕНЗІИ.

„*Handbuch für Lehrer höherer Schulen*“. Подъ этимъ заглавіемъ издательство Тейбнера въ Лейпцигѣ выпустило большой томъ, содержащій свыше 700 страницъ большого формата. Книга написана двадцатью лицами, между которыми имѣются очень извѣстные германскіе педагоги (напримѣръ K. Fricke, H. Müller, B. Schmid и др.) Это сочиненіе содержитъ чрезвычайно богатый матеріалъ, относящійся къ области преподаванія въ „высшихъ школахъ“, т. е. по нашему въ средне-учебныхъ заведеніяхъ. Первыя три главы содержатъ общія свѣдѣнія о средней школѣ въ Германіи — о ея возникновеніи, развитіи и современной организаціи, — свѣдѣнія о законодательныхъ формахъ, которыми школа регулируется, объ условіяхъ внутренней жизни школы и дѣятельности учителей. Затѣмъ слѣдуетъ исторія различныхъ предметовъ преподаванія: время введенія предмета въ школу, развитіе программы и современная постановка предмета въ различныхъ германскихъ государствахъ. Послѣ главы, посвященной тому или иному предмету указана его учебная литература, а также другія пособія, служащія для преподаванія этого предмета. Такъ какъ германская средняя школа представляетъ собой господствующій въ Европѣ типъ средняго учебнаго заведенія и, въ частности, прототипъ нашей средней школы, то это сочиненіе будетъ несомнѣнно интересно для преподавателей нашихъ гимназій и реальныхъ училищъ. Глава, посвященная математикѣ, принадлежитъ проф. Мюллеру. Кромѣ подробнаго очерка постановки преподаванія элементарной математики и элементовъ высшей математики въ настоящее время въ Германіи, эта глава содержитъ также указанія главныхъ теченій, имѣющихъ въ виду реформу преподаванія этого предмета; изъ этихъ теченій преобладаютъ тенденціи извѣстнаго германскаго математика Клейна; нужно, однако, сказать, что этому вопросу удѣлено гораздо меньше мѣста, чѣмъ онъ заслуживаетъ. Къ сожалѣнію, мы должны сказать, что именно эта глава не принадлежитъ къ числу лучшихъ въ этой книгѣ; сухость и догматичность изложенія крайне невыгодно отличаетъ ее отъ многихъ другихъ главъ; несомнѣнно слабъ также обзоръ школьно-математической литературы, помѣщенный послѣ этой главы. Глава, посвященная преподаванію физики (Гринцель), написана значительно короче, но интереснѣе; удѣлено мѣсто вопросу о практическихъ работахъ по физикѣ въ средней школѣ.

Сличая даже количественно матеріалъ, посвященный естествознанію и точнымъ наукамъ, съ тѣмъ матеріаломъ, который относится къ такъ называемымъ гуманитарнымъ наукамъ, мы поражаемся преобладаніемъ послѣднихъ. Здѣсь ясно обнаруживается, что нѣмецкая гимназія все еще есть школа, по преимуществу, филологическаго типа. Почти одновременно съ книгой, которой посвящена настоящая замѣтка, появилось другое сочиненіе, излагающее исторію попытокъ произвести реформу въ этомъ направленіи. Иниціатива этой реформы исходитъ отъ Союза германскихъ естествоиспытателей и врачей.

Этому сочиненію будетъ посвящена такая же замѣтка въ одномъ изъ ближайшихъ номеровъ „Вѣстника".

Разныя извѣстія. **XII съѣздъ естествоиспытателей и врачей.** Министръ Народнаго Просвѣщенія разрѣшилъ Совѣту Московскаго университета созвать XII съѣздъ естествоиспытателей и врачей отъ 28-го декабря с. г. до 6-го января 1909 г.

О томъ, удастся ли Совѣту выполнить за остающееся короткое время необходимыя подготовительныя извѣстія, намъ еще неизвѣстно.

Отъ редакціи. Пріемъ рѣшеній задачи на премію № 1 прекращенъ съ 1-го октября; рѣшенія, поступившія въ редакцію позже означеннаго срока, разсматриваться не будутъ. Подробный отчетъ будетъ опубликованъ въ концѣ октября.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ", и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ", либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 85 (5 сер.). Найти общій видъ двухъ цѣлыхъ чиселъ, средняя ариѳметическая и средняя гармоническая которыхъ, равно какъ и они сами, представляютъ цѣлые точные квадраты.

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 86 (5 сер.). Корни уравненія

$$x^n + p_1 x^{n-1} + p_2 x^{n-2} + \ldots + p_{n-1} x + p_n = 0$$

суть положительныя числа, каждое изъ которыхъ менѣе единицы. Доказать, что имѣютъ мѣсто неравенства:

$$p_1 + p_2 + p_3 + \cdots + p_n < 0,$$

$$p_2 + p_3 + \cdots + p_n > 0.$$

В. Шлыгинъ (ст. Урюпинская).

№ 87 (5 сер). Въ окружности даннаго радіуса R проводятъ хорду AB и дѣлятъ дугу стягиваемаго ею при центрѣ O окружности угла AOB точками C и D на три равныя части; радіусы CO и CD встрѣчаютъ AB въ точкахъ E и F. Найти *maximum* отрѣзка EF и соотвѣтствующую длину хорды AB.

О. Фроловъ (Вольскъ).

№ 88 (5 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$\frac{x^2y^2(x+y)}{x^2+y^2}=\frac{22}{252,5},\quad x^3+y^3=8,008.$$

Н. Пѣтуховъ (Екатеринбургъ).

№ 89 (5 сер.). Доказать, что при всякомъ цѣломъ значеніи n числовая величина выраженія

$$n(n^4-125n^2+4)$$

кратна 120.

№ 90 (5 сер.). Неподвижную точку A соединяютъ съ произвольной точкой B окружности центра O. Найти геометрическое мѣсто точки пересѣченія M прямой AB съ биссектрисой угла AOB.

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 10 (5 сер.). *Діагонали* AC *и* BD *выпуклаго четырехугольника* ABCD *пересѣкаются въ точкѣ* O. *Доказать, что противоположныя стороны* AB *и* CD *этого четырехугольника параллельны, если дано, что плотадь* BOC *есть средняя пропорціональная между площадями* AOB *и* DOC.

Площади треугольниковъ AOB и BOC, имѣющихъ общую вершину B и основанія AO и OC на одной прямой, относятся какъ эти основанія, т. е.

$$\frac{\text{площ. } AOB}{\text{площ. } BOC}=\frac{AO}{OC};\tag{1}$$

точно такъ же находимъ:

$$\frac{\text{площ. } BOC}{\text{площ. } DOC}=\frac{BO}{OD}.\tag{2}$$

Лѣвыя части равенствъ (1) и (2), по условію, равны, а потому

$$\frac{AO}{OC}=\frac{BO}{OD},$$

откуда вытекаетъ, что треугольники AOB и COD, имѣющіе равные углы при O, подобны. Углы ABO и ODC этихъ треугольниковъ, лежащіе противъ сходственныхъ сторонъ AO и OC равны; слѣдовательно, прямыя AB и CD параллельны.

В. Пржевальскій (Шуя).

№ 16 (5 сер.). *Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе*

$$x^2-21x+110=13y.$$

Условіе задачи равносильно требованію опредѣлить тѣ цѣлыя значенія x, при которыхъ число $x^2-21x+110$ кратно 13. Пользуясь тожествомъ

$$x^2-21x+110=x^2-8x+6-13(x-8)=(x-4)^2-10-13(x-8),$$

мы видимъ, что для рѣшенія задачи необходимо и достаточно найти всѣ цѣлыя значенія x, при которыхъ $(x-4)^2-10$ кратно 13, а затѣмъ найти соотвѣтствующія имъ значенія y. Полагая $x-4=z$, мы сводимъ рѣшеніе задачи къ отысканію цѣлыхъ значеній z, при которыхъ z^2-10 кратно 13. Каждое цѣлое число можно представить въ видѣ $z=13t\pm v$, гдѣ t есть цѣлое число и гдѣ v равно одному изъ чиселъ $0, \pm1, \pm2, \ldots, \pm6$. Такимъ образомъ,

$$z^2-10=(13t\pm v)^2-10=13(13t^2-2tv)+v^2-10,\tag{1}$$

гдѣ v имѣетъ одно изъ значеній $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6$. Согласно съ тождествомъ (1) $z^2 - 10$ можетъ быть кратно 13 тогда и только тогда, если $v^2 - 10$ кратно 13. Подставляя вмѣсто v его значенія $0, \pm 1, \ldots, \pm 6$, мы видимъ, что это возможно лишь при $v = \pm 6$. Итакъ, значеніе выраженія $x^2 - 21x + 110$ кратно 13 тогда и только тогда, если $x - 4 = z = 13t \pm 6$, т. е. если $x = 4 + 13t \pm 6$, гдѣ t — произвольное цѣлое число. Эти значенія x разбиваются на два класса:

$$x_1 = 13t + 10 \tag{2}$$

и $x_2 = 13t - 2 = 13(t-1) + 11$, или, обозначая произвольное цѣлое число $t - 1$ снова черезъ t,

$$x_2 = 13t + 11. \tag{3}$$

Подставляя эти значенія x въ равенство, опредѣляющее y въ зависимости отъ x, а именно $y = \frac{x^2 - 21x + 110}{13}$, получимъ:

$$y_1 = \frac{x_1^2 - 21x_1 + 110}{13} = \frac{(13t+10)^2 - 21 \cdot (13t + 10) + 110}{13} = \\ = \frac{13^2t^2 + 20 \cdot 13t - 21 \cdot 13t + 100 + 110 - 210}{13} = 13t^2 - t \tag{4}$$

и

$$y_2 = \frac{x_2^2 - 21x_2 + 110}{13} = \frac{(13t+11)^2 - 21 \cdot (13t+11) + 110}{13} = \\ = \frac{13^2t^2 + 22 \cdot 13t - 21 \cdot 13t + 121 - 231 + 110}{13} = 13t^2 + t. \tag{5}$$

Такимъ образомъ, согласно съ формулами (2), (3), (4), (5), мы видимъ, что искомыя цѣлыя рѣшенія даннаго уравненія суть: $x_1 = 13t + 10$, $y_1 = 13t^2 - t$ и $x_2 = 13t + 11$, $y_2 = 13t^2 + t$, гдѣ t — произвольное цѣлое число. Замѣняя t въ выраженіяхъ для x_2 и y_2 черезъ $(-t)$, мы можемъ всѣ эти рѣшенія записать и такъ:

$$y = 13t^2 - t, \quad x = 10 + 13t \quad \text{или} \quad x = 11 - 13t,$$

гдѣ t — произвольное цѣлое число.

В. Пржевальскій (Шуя); *Н. С.* (Одесса).

№ 22 (5 сер.). *Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе*

$$x^4 + 4x^2 + 1 = y^2.$$

Представивъ уравненіе въ видѣ $(x^2 + 2)^2 - 3 = y^2$, или $(x^2 + 2)^2 - y^2 = 3$, и разлагая лѣвую часть на множителей, получимъ

$$(x^2 + y + 2)(x^2 - y + 2) = 3, \tag{1}$$

откуда вытекаетъ, что цѣлое число $x^2 + y + 2$ равно одному изъ цѣлыхъ дѣлителей числа 3. Эти дѣлители суть $1, 3, -1, -3$. Такимъ образомъ, должно выполняться одно изъ равенствъ:

$$x^2 + y + 2 = 1, \tag{2}$$

$$x^2 + y + 2 = 3, \tag{3}$$

$$x^2 + y + 2 = -1, \tag{4}$$

$$x^2 + y + 2 = -3, \tag{5}$$

изъ которыхъ, согласно съ уравненіемъ (1), выводимъ соотвѣтственно

$$x^2 - y + 2 = 3, \tag{6}$$

$$x^2 - y + 2 = 1, \tag{7}$$

$$x^2 - y + 2 = -3, \tag{8}$$

$$x^2 - y + 2 = -1. \tag{9}$$

Рѣшая совмѣстно системы уравненій (2) и (6), (3) и (7), (4) и (8), (5) и (9), находимъ рѣшенія: $x = 0$, $y = -1$; $x = 0$, $y = 1$; $x = \pm 2i$, $y = 1$; $x = \pm 2i$, $y = -1$ (гдѣ $i = \sqrt{-1}$). Такимъ образомъ, единственныя цѣлыя вещественныя рѣшенія даннаго уравненія суть: $x = 0$, $y = \pm 1$. Кромѣ того, находимъ комплексныя цѣлыя рѣшенія: $x = \pm 2i$, $y = \pm 1$ (при любомъ соотвѣтствіи знаковъ).

Замѣчаніе. Цѣлое комплексное число есть число вида $a + bi$, гдѣ a и b имѣютъ цѣлыя вещественныя значенія. Если мы желаемъ найти всѣ цѣлыя комплексныя рѣшенія уравненія (1), то мы должны представить вторую часть уравненія (1) всѣми возможными способами въ видѣ произведенія двухъ комплексныхъ чиселъ; сдѣлавъ это, получимъ лишь два новыхъ разложенія: $3 = i \cdot (-3i)$, $3 = (-i) \cdot 3i$, которыя, однако, не даютъ новыхъ цѣлыхъ комплексныхъ рѣшеній. Дѣйствительно, если $a + bi$ есть комплексный дѣлитель числа 3, то $3 = (a + bi)(c + di)$, гдѣ c и d — числа цѣлыя. Замѣняя i черезъ $(-i)$, получимъ: $3 = (a - bi)(c - di)$, а потому $9 = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$. Итакъ, квадратъ модуля цѣлаго дѣлителя $a + bi$ числа 3 есть дѣлитель вида $a^2 + b^2$ числа 9. Но среди всѣхъ дѣлителей 1, 3, 9, числа 9 число 3 неразложимо на сумму квадратовъ, а числа 1 и 9 допускаютъ лишь разложенія $0^2 + 1^2$ и $0^2 + 3^2$, откуда слѣдуетъ, что коэффиціенты a и b дѣлителя $a + bi$ числа 3 должны удовлетворять одной изъ системъ равенствъ: $a = \pm 1$, $b = 0$; $a = \pm 3$, $b = 0$; $a = 0$, $b = \pm 1$; $a = 0$, $b = \pm 3$. Двѣ послѣднія системы даютъ новыя разложенія $3 = i \cdot (-3i)$, $3 = (-i) \cdot 3i$, которыя, съ помощью уравненія (1), приводятъ насъ къ системамъ уравненій:

$$\begin{aligned} x^2 + y + 2 &= \pm i, \\ x^2 - y + 2 &= \mp 3i, \end{aligned} \qquad (10)$$

откуда $x^2 = \pm 2i - 4$. Примѣняя къ радикалу $\sqrt{\pm 2i - 4}$ правило извлеченія квадратнаго корня изъ комплекснаго числа, мы не находимъ цѣлаго значенія для x, а потому системы (10) не даютъ новыхъ комплексныхъ рѣшеній.

С. Кудинъ (Москва); *В. Пржевальскій* (Шуя).

№ 23 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$z^6 - 3az^4 + 3(a^2 - 1)z^2 - a^3 + 3a + 2 = 0$$

и опредѣлить значенія a, при которыхъ это уравненіе имѣетъ раціональные корни.

Представивъ разсматриваемое уравненіе въ видѣ:

$$(z^6 - 3az^4 + 3a^2z^2 - a^3) - (3z^2 - 3a) + 2 = (z^2 - a)^3 - 3(z^2 - a) + 2 = 0 \quad (1)$$

и полагая $z^2 - a = y$, приводимъ его къ виду: $y^3 - 3y + 2 = 0$. Разлагая лѣвую часть послѣдняго уравненія на множителей, находимъ:

$$y^3 - 3y + 2 = (y - 1)(y^2 + y - 2) = (y - 1)^2 (y + 2) = 0,$$

откуда $y_1 = 1$, $y_2 = -2$. Такимъ образомъ, всѣ корни уравненія (1) находятся изъ равенствъ $z^2 - a = 1$, $z^2 - a = -2$, откуда

$$z_{1,2} = \pm \sqrt{a + 1}, \quad (2)$$

$$z_{3,4} = \pm \sqrt{a - 2}. \quad (3)$$

Для того, чтобы хоть одинъ изъ корней уравненія (1) былъ раціональнымъ числомъ, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось одно изъ равенствъ

$$\sqrt{a + 1} = k, \quad (4)$$

$$\sqrt{a - 2} = m, \quad (5)$$

гдѣ k и m суть числа раціональныя. Изъ равенствъ (4) и (5) вытекаетъ соотвѣтственно: $a = k^2 - 1$, $a = m^2 + 2$. Такимъ образомъ, для того, чтобы уравненіе (1) имѣло раціональный корень, необходимо и достаточно, чтобы a было числомъ вида $a = k^2 - 1$ или $a = m^2 + 2$, гдѣ k и m суть произвольныя раціональныя числа, при чемъ, согласно съ равенствами (2) и (3), въ первомъ случаѣ навѣрно раціональны корни $z_{1,2}$, а во второмъ — корни $z_{3,4}$. Теперь обратимся къ рѣшенію вопроса, могутъ ли всѣ корни разсматриваемаго уравненія быть раціональны одновременно. Это возможно тогда и только тогда, если $a = k^2 - 1 = m^2 + 2$, т. е. если

$$k^2 - m^2 = 3, \tag{6}$$

гдѣ k и m суть нѣкоторыя раціональныя числа. Полагая $k - m = t$ (гдѣ t раціонально, такъ какъ k и m, по условію, также раціональны), находимъ изъ равенства (6): $k + m = \frac{3}{t}$. Рѣшая систему $k - m = t$, $k + m = \frac{3}{t}$, находимъ $k = \frac{1}{2}\left(t + \frac{3}{t}\right) = \frac{t^2 + 3}{2t}$, откуда $a = k^2 - 1 = \left(\frac{t^2+3}{2t}\right)^2 - 1 = \frac{t^4 + 2t^2 + 9}{4t^2}$. Итакъ, всѣ корни разсматриваемаго уравненія одновременно раціональны тогда и только тогда, если $a = \frac{t^4 + 2t^2 + 9}{4t^2}$, гдѣ t — произвольное раціональное число.

В. Пржевальскій (Шуя); *С. Кудинъ* (Москва); *Б Щиголевъ* (Варшава).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника", подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

Програмы преподаванія учебныхъ предметовъ въ женскихъ гимназіяхъ и прогимназіяхъ М. Н Пр. Выпускъ I. Учебный курсъ приготовительныхъ и I—IV кл. 32 стр. Ц. 15 к. Выпускъ II. Учебный курсъ V—VII кл. 32 стр. Ц. 15 к. Изданіе Общества вспомоществованія нуждающимся ученицамъ Казанской 3-ей женской гимназіи, учр. А. И. Котовой. Казань. 1908 г.

Варшавскій Кружокъ преподавателей физики и математики. *Проектъ учебнаго плана по математикѣ для мужскихъ гимназій съ однимъ древнимъ (латинскимъ) языкомъ.* Приложеніе къ циркуляру по Варшавскому учебному округу за 1908 г. подъ редакціей помощника попечителя И. Посадскаго.

К. М. Щербина, преподаватель Кіевской 1-й гимназіи. *Математика въ русской средней школѣ.* Обзоръ трудовъ и мнѣній по вопросу объ улучшеніи программъ математики въ средней школѣ за послѣдніе девять лѣтъ (1899—1907). Оттискъ изъ Университетскихъ Извѣстій Императорскаго университета Св. Владиміра. Кіевъ. 1908. Ц. 1 руб. 152 стр.

Записки Императорской Академіи Наукъ. *Отчетъ по Николаевской Главной Физической Обсерваторіи за 1906 г,* представленный Императорской Академіи Наукъ Директоромъ Обсерваторіи **М Рыкачевымъ**. С.-Петербургъ. 1908.

Лѣтописи Николаевской Главной Физической Обсерваторіи, издаваемыя **М. Рыкачевымъ**, членомъ Императорской Академіи Наукъ и Директоромъ Николаевской Главной Физической Обсерваторіи. 1905 г. Часть I. Метеорологическія и магнитныя наблюденія станцій 1-го разряда, экстраординарныя наблюденія станцій 2-го разряда и наблюденія станцій 3-го разряда. Часть II. Метеорологическія наблюденія по международной системѣ станцій 2-го разряда въ Россіи. Выпуски 1 и 2. С.-Петербургъ. 1908.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
ищется

Обложка
пщется