Обложка
ищется

Обложка
ищется

XL. Сем. № 3.

Вѣстникъ Опытной Физики
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 471.

Александръ Николаевичъ Коркинъ.

(Некрологъ).

Скончавшійся въ С.-Петербургѣ проф. Александръ Николаевичъ Коркинъ былъ старѣйшимъ изъ русскихъ математиковъ. Около пятидесяти лѣтъ Александръ Николаевичъ преподавалъ математику въ С.-Петербургскомъ университетѣ; въ послѣдніе годы преклонный возрастъ заставилъ его значительно ограничить свою работу, но раньше А. Н. Коркинъ былъ однимъ изъ дѣятельнѣйшихъ преподавателей факультета, какъ по разнообразію того матеріала, который онъ преподавалъ, такъ и по вліянію, которое онъ имѣлъ на студентовъ. Среди преподавателей математики въ столичныхъ русскихъ университетахъ найдется очень мало такихъ, которые болѣе или менѣе продолжительное время не были бы его учениками. Научная дѣятельность А. Н. Коркина была сосредоточена, главнымъ образомъ, на вопросахъ, относящихся къ интегрированію дифференціальныхъ уравненій и къ теоріи чиселъ. А. Н. Коркинъ всегда называлъ себя ученикомъ и послѣдователемъ Эйлера и старался какъ въ своихъ научныхъ трудахъ, такъ и въ дѣлѣ преподаванія проводить методы изслѣдованія Эйлера. Эти взгляды А. Н. проводилъ съ такою настойчивостью, что отрицалъ значеніе большей части современныхъ работъ, въ особенности тѣхъ, которыя по своему направленію относятся къ школѣ Карла Вейерштрасса. Вмѣстѣ съ покойнымъ П. Л. Чебышевымъ проф. Коркинъ всегда твердо проводилъ также тотъ взглядъ, что достойными математическаго изслѣдованія являются лишь тѣ вопросы, которые могутъ найти себѣ примѣненіе въ прикладныхъ дисциплинахъ или въ общепризнанныхъ частяхъ высшей математики.

Здѣсь не мѣсто, конечно, разбирать, насколько можно признать правильнымъ такой взглядъ. Во всякомъ случаѣ въ могилу сошелъ человѣкъ, обладавшій недюжиннымъ математическимъ талантомъ,—человѣкъ, имѣвшій строго опредѣленныя воззрѣнія въ той области, которой были посвящены его силы, умѣвшій настойчиво проводить ихъ какъ въ научной своей дѣятельности, такъ и на каѳедрѣ.

А. Н. родился въ 1837 г. Въ 1854 г. А. Н. поступилъ въ С.-Петербургскій университетъ. Будучи еще студентомъ третьяго курса, А. Н. Коркинъ получилъ золотую медаль за сочиненіе „О наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ". Въ 1858 г. А. Н. окончилъ университетъ, а черезъ два года защитилъ диссертацію на степень магистра чистой математики и съ тѣхъ поръ состоялъ преподавателемъ С.-Петербургскаго университета. Докторскую степень А. Н. Коркинъ получилъ въ 1868 г. за работу „О совокупныхъ дифференціальныхъ уравненіяхъ съ частными производными и нѣкоторыхъ вопросахъ механики". Съ того же года А. Н. Коркинъ состоялъ профессоромъ С.-Петербургскаго университета.

Корпускулярная теорія матеріи.

Дж. Дж. Томсона.

Расположеніе корпускулъ въ атомѣ*).

Мы уже видѣли, что корпускулы всегда имѣютъ одинаковыя свойства, какова бы ни была природа вещества, изъ котораго онѣ происходятъ; это обстоятельство въ связи съ тѣмъ фактомъ, что масса

*) VI глава этого сочиненія. См. „Вѣстникъ", №№ 459—461, въ которыхъ помѣщена I глава.

корпускулъ гораздо меньше, чѣмъ масса любого извѣстнаго намъ атома, наводитъ на мысль, что корпускулы представляютъ собою составныя части всякаго атома,—словомъ, что корпускулы являются существенной частью въ структурѣ атомовъ различныхъ элементовъ. Важно поэтому разсмотрѣть, какимъ образомъ корпускулы могутъ располагаться въ такія группы, которыя находились бы въ равновѣсіи. Такъ какъ всѣ корпускулы отрицательно наэлектризованы, то онѣ отталкиваются другъ отъ друга; слѣдовательно, никакая группа, въ которой корпускулы находятся на конечныхъ разстояніяхъ одна отъ другой, не будетъ въ состояніи равновѣсія, если какая-либо другая сила не будетъ удерживать корпускулъ другъ подлѣ друга. Такъ какъ атомы элементовъ въ нормальномъ состояніи электрически нейтральны, то отрицательное электричество на корпускулахъ, которыя заключаются въ атомѣ, должно уравновѣшиваться эквивалентнымъ количествомъ положительнаго электричества; атомы, слѣдовательно, должны заключать въ себѣ, помимо корпускулъ, еще и положительное электричество. Въ какомъ видѣ положительное электричество пребываетъ въ атомѣ,—это вопросъ, относительно котораго мы въ настоящее время освѣдомлены весьма мало. До сихъ поръ еще не найдено ни одного положительно наэлектризованнаго тѣла, масса котораго была бы меньше массы атома водорода. Всѣ положительно наэлектризованныя системы въ газахъ при низкихъ давленіяхъ представляютъ собою, повидимому, нейтральные въ нормальномъ состояніи атомы, которые получили положительный зарядъ вслѣдствіе потери корпускулы. За отсутствіемъ точныхъ свѣдѣній о томъ, въ какомъ видѣ положительное электричество встрѣчается въ атомѣ, мы разсмотримъ такое распредѣленіе положительнаго электричества, которое представляетъ собой случай, наиболѣе доступный для математическаго вычисленія, именно, когда это электричество представляетъ собой шаръ постоянной плотности, въ которомъ распредѣлены корпускулы. Положительное электричество притягиваетъ корпускулы къ центру сферы, между тѣмъ какъ взаимное отталкиваніе стремится удалить ихъ отъ центра; въ случаѣ равновѣсія корпускулы располагаются такимъ образомъ, что притяженіе, обусловливаемое положительнымъ зарядомъ, уравновѣшивается отталкиваніемъ прочихъ корпускулъ.

Разсмотримъ теперь задачу, какимъ образомъ должны расположиться 1, 2, 3, . . . , вообще n корпускулъ, если помѣстить ихъ въ шарѣ, равномѣрно заполненномъ положительнымъ электричествомъ, при чемъ совокупность отрицательныхъ зарядовъ на корпускулахъ равна положительному заряду въ шарѣ.

Если мы имѣемъ дѣло съ одной лишь корпускулой, то задача рѣшается очень просто: корпускула, очевидно, располагается въ центрѣ шара. Потенціальная энергія, соотвѣтствующая различной группировкѣ, имѣетъ весьма важное значеніе въ интересующей насъ теоріи. Назовемъ черезъ Q количество работы, которое нужно затратить, чтобы удалить каждую частицу электричества на безконечное разстояніе отъ ближайшей сосѣдней частицы; въ случаѣ одной лишь корпускулы мы должны будемъ затратить работу, чтобы извлечь корпускулу изъ шара, и чтобы затѣмъ удалить ее на безконечно большое разстояніе; когда мы сдѣлаемъ это, у насъ останется еще шаръ положительнаго электричества, отдѣльныя части котораго будутъ взаимно отталкиваться; если предоставимъ этимъ частямъ удалиться на безконечное разстояніе другъ отъ друга, мы пріобрѣтемъ нѣкоторую работу. Разность между работой, потраченной на удаленіе отрицательнаго электричества отъ положительнаго, и работой, которую мы получаемъ, позволяя положительному заряду разсѣяться, равна Q, то есть количеству работы, необходимому для полнаго разъединенія электрическихъ зарядовъ. Можно легко показать, что въ случаѣ одной лишь корпускулы $Q = \frac{9}{10} \frac{e^2}{a}$, гдѣ a есть радіусъ шара, а e — зарядъ на корпускулѣ, выраженный въ электростатическихъ единицахъ.

При двухъ корпускулахъ внутри шара положительнаго электричества равновѣсіе установится въ томъ случаѣ, когда корпускулы будутъ расположены въ точкахъ A и B по прямой линіи, проходящей черезъ центръ O шара, и при томъ такъ, что $OA = OB = \frac{a}{2}$, гдѣ a есть радіусъ шара. Можно легко показать, что при такомъ расположеніи отталкиваніе между A и B вполнѣ уравновѣшивается притяженіемъ положительнаго электричества, и что равновѣсіе будетъ устойчивое. Нужно замѣтить, что разстояніе AB между корпускулами равно радіусу шара положительнаго электричества. Можно показать, что въ этомъ случаѣ $Q = \frac{21}{10} \frac{e^2}{a}$.

Такимъ образомъ, при одномъ и томъ же радіусѣ шара положительнаго электричества значеніе Q больше для системы, состоящей изъ двухъ корпускулъ въ одномъ шарѣ, чѣмъ для системы двухъ корпускулъ, находящихся каждая въ отдѣльномъ шарѣ положительнаго электричества; дѣйствительно, въ послѣднемъ случаѣ, какъ мы видѣли, $Q = 2 \times \frac{9}{10} \frac{e^2}{a}$, а эта величина меньше, чѣмъ $\frac{21}{10} \frac{e^2}{a}$. Слѣдовательно, группа двухъ корпускулъ внутри одного шара будетъ имѣть большую устойчивость, чѣмъ группа изъ двухъ шаровъ съ одной корпускулой въ каждомъ. Поэтому аггрегатъ отдѣльныхъ корпускулъ, расположенныхъ каждая въ особомъ шарѣ, не будетъ столь устойчивымъ, какъ въ томъ случаѣ, если корпускулы соединяются и образуютъ системы, содержащія каждая болѣе одной корпускулы. Большое число системъ, состоящихъ изъ одиночныхъ корпускулъ, будетъ поэтому имѣть тенденцію образовать болѣе сложныя системы. Такой выводъ основывается на предположеніи, что шаръ положительнаго электричества имѣетъ одинаковый объемъ какъ въ случаѣ одной корпускулы, такъ и для системы изъ двухъ корпускулъ. Если бы мы предположили, что при соединеніи двухъ системъ въ одну шаръ положительнаго электричества имѣетъ объемъ, равный суммѣ объемовъ отдѣльныхъ системъ, то радіусъ, соотвѣтствующій соединенной системѣ, превышалъ бы въ $2^{\frac{1}{3}}$, или 1,25 разъ радіусъ a отдѣльной системы. Принявъ это во вниманіе, мы найдемъ, что работа Q для соединенной системы меньше, чѣмъ сумма работъ Q для двухъ отдѣльныхъ системъ; въ этомъ случаѣ система, состоящая изъ двухъ корпускулъ, не будетъ столь устойчива, какъ двѣ системы, содержащія по одной корпускулѣ, такъ что корпускулы будутъ обнаруживать наклонность скорѣе къ разъединенію, чѣмъ къ соединенію.

Для устойчиваго равновѣсія трехъ корпускулъ внутри одного шара нужно, чтобы онѣ были расположены въ вершинахъ равносторонняго треугольника, сторона котораго равна радіусу шара, а центръ совпадаетъ съ центромъ шара. Итакъ, одно изъ условій равновѣсія трехъ корпускулъ, какъ и двухъ, состоитъ въ томъ, чтобы разстояніе между двумя корпускулами было равно радіусу шара положительнаго электричества.

Въ случаѣ трехъ корпускулъ $Q=\frac{36}{10}\frac{e^2}{a}$; такимъ образомъ, мы опять находимъ, что при одинаковой величинѣ радіуса шара положительнаго электричества группа изъ трехъ корпускулъ внутри одного шара болѣе устойчива, чѣмъ три корпускулы, находящіяся каждая внутри отдѣльнаго шара, и устойчивѣе также, чѣмъ двѣ системы, изъ которыхъ одна содержитъ одну корпускулу въ одномъ шарѣ, а другая — двѣ корпускулы въ другомъ шарѣ; въ этомъ случаѣ также должно проявиться стремленіе къ соединенію. Если же неизмѣннымъ остается не объемъ положительнаго электричества, но плотность его, то мы найдемъ, что сложная система стремится къ распаденію на болѣе простыя.

Четыре корпускулы не могутъ быть въ равновѣсіи въ одной плоскости, если онѣ не движутся; но компланарное расположеніе все же возможно и даже можетъ быть устойчивымъ, если корпускулы быстро вращаются. При отсутствіи же вращенія корпускулъ устойчивое равновѣсіе имѣетъ мѣсто, когда послѣднія расположены въ вершинахъ правильнаго тетраэдра, центръ котораго совпадаетъ съ центромъ положительнаго шара, а ребро равно радіусу этого шара; опять мы приходимъ къ заключенію, что при равновѣсіи разстояніе между корпускулами равно радіусу положительнаго шара.

Въ случаѣ четырехъ корпускулъ $Q=\frac{54}{10}\frac{e^2}{a}$. Мы видимъ, что работа Q, которая приходится на каждую корпускулу въ случаѣ группъ изъ 1, 2, 3 и 4 корпускулъ, пропорціональна числамъ 6, 7, 8, 9, если радіусъ положительнаго шара остается неизмѣннымъ.

Шесть корпускулъ находятся въ устойчивомъ равновѣсіи, если онѣ расположены въ вершинахъ правильнаго октаэдра; можно, однако, показать, что равновѣсіе восьми корпускулъ въ вершинахъ куба неустойчиво. Задача о расположеніи внутри шара n корпускулъ въ такомъ общемъ видѣ весьма сложна, и мнѣ не удалось разрѣшить ея; мы можемъ, однако, рѣшить задачу въ томъ частномъ случаѣ, когда корпускулы лежатъ въ одной плоскости, проходящей черезъ центръ шара; изъ рѣшенія этой частной задачи мы можемъ вывести нѣкоторыя заключенія о свойствахъ группировокъ, имѣющихъ болѣе общій характеръ. Аналитическое рѣшеніе задачи, когда движеніе корпускулъ происходитъ въ одной плоскости, изложено мною въ Philosophical Magazine (Мартъ, 1904). Къ этой статьѣ я отсылаю читателя, интересующагося этимъ анализомъ: здѣсь же я приведу лишь полученные мною результаты.

Если мы имѣемъ n корпускулъ, расположенныхъ въ вершинахъ правильнаго n-угольника, центръ котораго совпадаетъ съ центромъ шара положительнаго электричества, такъ что всѣ корпускулы удалены отъ центра шара на одно и то же разстояніе r, то мы можемъ найти такое значеніе для радіуса r, чтобы отталкивающее дѣйствіе на одну корпускулу со стороны прочихъ $(n-1)$ корпускулъ было равно притяженію, которое она испытываетъ со стороны положительнаго электричества; въ этомъ случаѣ кольцо корпускулъ находится въ равновѣсіи. Но въ выше приведенной статьѣ доказано, что при $n > 5$ равновѣсіе это неустойчивое и не можетъ, слѣдовательно, существовать; итакъ, 5 есть наибольшее число корпускулъ, которыя могутъ сохранять равновѣсіе въ одномъ кольцѣ. Но доказано также, что мы можемъ всетаки получить кольцо, содержащее болѣе 5 корпускулъ въ состояніи равновѣсія, если только внутри кольца находятся еще и другія корпускулы. Такъ, напримѣръ, кольцо изъ шести корпускулъ въ вершинахъ правильнаго шестиугольника само по себѣ неустойчиво, но оно становится устойчивымъ, если въ центрѣ шестиугольника помѣстить еще одну корпускулу; можно также достигнуть устойчивости кольца изъ семи и восьми корпускулъ, если помѣстить корпускулу внутри кольца. Чтобы сдѣлать устойчивымъ кольцо изъ девяти корпускулъ, внутри его придется помѣстить двѣ корпускулы; вообще, число корпускулъ, которыя нужно помѣстить внутри кольца для сохраненія его устойчивости, растетъ весьма быстро съ увеличеніемъ числа корпускулъ въ кольцѣ. Это видно изъ слѣдующей таблицы, въ которой n есть число корпускулъ въ кольцѣ, а i — число корпускулъ, которыя нужно помѣстить внутри кольца для сохраненія его устойчивости:

n:	5,	6,	7,	8,	9,	10,	12,	13,	15,	20,	30,	40.
i:	0,	1,	1,	1,	2,	3,	8,	10,	15,	39,	101,	232.

Если число n велико, то число i пропорціонально n^3. Итакъ, мы видимъ, что въ томъ случаѣ, когда корпускулы находятся въ одной плоскости, онѣ располагаются въ видѣ ряда концентрическихъ окружностей. Если мы опредѣлили соотношеніе между числами n и i, т. е. нашли $i = f(n)$, гдѣ символъ f выражаетъ функцію, намъ извѣстную, то задача о нахожденіи конфигураціи N корпускулъ для случая устойчиваго равновѣсія допускаетъ весьма простое рѣшеніе. При наименьшемъ числѣ колецъ, какое только возможно, число корпускулъ въ каждомъ кольцѣ имѣетъ наибольшее значеніе. Если n_1 есть число корпускулъ въ наружномъ кольцѣ, то внутри его находятся $N - n_1$ корпускулъ; если при этомъ послѣднее число какъ разъ достаточно для устойчиваго равновѣсія наружнаго кольца, то $N - n_1 = f(n_1)$; рѣшивъ это уравненіе, найдемъ число n_1. Для нахожденія числа n_2 корпускулъ въ ближайшемъ внутреннемъ кольцѣ, мы, очевидно, имѣемъ уравненіе

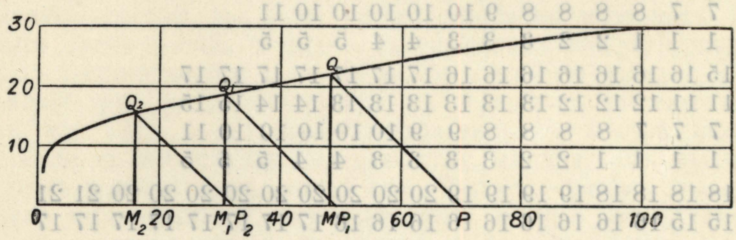
$$N - n_1 - n_2 = f(n_2),$$

а число корпускулъ въ третьемъ внутреннемъ кольцѣ найдется изъ уравненія

$$N - n_1 - n_2 - n_3 = f(n_3),$$

и такъ далѣе.

Эти уравненія очень легко рѣшаются графическимъ методомъ. Проведемъ кривую, абсцисса которой есть $f(n)$, а ордината n; значенія $f(n)$ для цѣлаго ряда значеній n даны на стр. 336. Исходя изъ этихъ значеній, строятъ кривую, изображенную на фиг. 24.



Фиг. 24.

Чтобы найти, какъ располагаются N корпускулъ, мы откладываемъ на оси абсциссъ отъ точки O отрѣзокъ, равный N. Пусть этотъ отрѣзокъ будетъ OP; черезъ точку P проводимъ прямую PQ подъ угломъ въ 135^0 къ горизонтальной оси; она пересѣчетъ кривую въ точкѣ Q; проведемъ ординату QM; тогда цѣлое число единицъ, заключенныхъ въ отрѣзкѣ QM, представитъ намъ значеніе числа n, т. е. числа корпускулъ въ наружномъ кольцѣ. Дѣйствительно, очевидно, что

$$OM = f(QM).$$

Но такъ какъ $OM = OP - PM$, а прямая PQ образуетъ съ осью уголъ въ 45^0, и, слѣдовательно $QM = PM$, то

$$OP - QM = f(QM).$$

Сравнивая это равенство съ уравненіемъ $N - n_1 = f(n_1)$, мы заключаемъ, что цѣлое число, заключающееся въ QM, равно n_1.

Чтобы опредѣлить число n_2, т. е. число корпускулъ во второмъ кольцѣ, мы откладываемъ абсциссу $OP_1 = N - n_1$; если QM измѣряется цѣлымъ числомъ, то точки M и P_1 совпадаютъ; изъ точки P_1 проводимъ прямую P_1Q_1, параллельную прямой PQ; она пересѣчетъ кривую въ точкѣ Q_1; цѣлое число единицъ, заключающееся въ ординатѣ Q_1M_1 точки Q_1 и представитъ намъ значеніе числа n_2; чтобы найти число n_3, отложимъ отрѣзокъ $OP_2 = N - n_1 - n_2$ и проведемъ прямую P_2Q_2 параллельно прямой PQ; цѣлое число единицъ въ ординатѣ Q_2M_2 дастъ намъ число n_3. Такимъ путемъ мы весьма быстро можемъ найти число корпускулъ въ различныхъ кольцахъ.

Этотъ способъ былъ примѣненъ для вычисленія нижеслѣдующей таблицы; она содержитъ числа корпускулъ въ кольцахъ для различныхъ группъ корпускулъ, содержащихъ отъ одной корпускулы до 100.

Первый рядъ содержитъ числа корпускулъ въ группахъ изъ одного кольца; далѣе слѣдуютъ группы, содержащія по два, по три кольца и такъ далѣе.

Числа корпускулъ въ послѣдовательномъ порядкѣ:

1 2 3 4 5

5 6 7 8 8 8 9 10 10 10 11
1 1 1 1 2 3 3 3 4 5 5

11 11 11 12 12 12 13 13 13 13 13 14 14 15 15
5 6 7 7 8 8 8 8 9 10 10 10 10 10 11
1 1 1 1 1 2 2 3 3 3 4 4 5 5 5

15 15 15 16 16 16 16 16 16 16 17 17 17 17 17 17 17
11 11 11 11 12 12 12 13 13 13 13 13 13 14 14 15 15
5 6 7 7 7 8 8 8 8 9 9 10 10 10 10 10 11
1 1 1 1 1 1 2 2 3 3 3 3 4 4 5 5 5

17 18 18 18 18 18 19 19 19 19 20 20 20 20 20 20 20 20 20 21 21
15 15 15 15 16 16 16 16 16 16 16 16 16 17 17 17 17 17 17 17 17
11 11 11 11 11 12 12 12 12 13 13 13 13 13 13 13 14 14 15 15 15
5 5 6 7 7 7 7 8 8 8 8 8 9 9 10 10 10 10 10 10 11
1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 3 3 3 3 4 4 5 5 5 5

21 21 21 21 21 21 21 21 22 22 22 22 22 22 22 22 23 23 23 23 23 23 23 24
17 18 18 18 18 18 19 19 19 19 19 20 20 20 20 20 20 20 29 20 20 20 21 21
15 15 15 15 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17
11 11 11 11 11 12 12 12 12 12 13 13 13 13 13 13 13 13 14 14 15 15 15 15
5 5 6 7 7 7 7 8 8 8 8 8 8 9 9 10 10 10 10 10 10 10 11 11
1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 5 5 5 5 5

24 24 24 24 24 24 24
21 21 21 21 21 21 22
17 18 18 18 18 18 19
15 15 15 15 16 16 16
11 11 11 11 11 12 12
5 5 6 7 7 7 7
1 1 1 1 1 1 1.

Равновѣсіе корпускулъ въ одной плоскости можно изслѣдовать не только аналитически, но и экспериментальнымъ путемъ; для этой цѣли мы воспользуемся методомъ, предложеннымъ американскимъ физикомъ профессоромъ Мейеромъ для другой цѣли. Задача о расположеніи корпускулъ заключается въ слѣдующемъ: нужно опредѣлить, какъ располагается нѣкоторое число тѣлъ, отталкивающихъ другъ друга съ силами, обратно пропорціональными квадратамъ разстояній между ними, если на нихъ дѣйствуетъ сила притяженія, стремящаяся притянуть ихъ къ неподвижной точкѣ. Для экспериментальнаго изслѣдованія мы замѣнимъ корпускулы магнитными иглами, проткнутыми сквозь пробковые диски и плавающими по поверхности воды. Нужно озаботиться, чтобы иглы были одинаково намагничены. Такъ какъ полюсы всѣхъ иголъ направлены въ одну сторону, то онѣ отталкиваются другъ отъ друга на подобіе корпускулъ. Притягательная сила исходитъ отъ большого магнита, помѣщеннаго надъ поверхностью воды; къ верхнимъ полюсамъ плавающихъ магнитовъ онъ обращенъ разноименнымъ полюсомъ. Сила, исходящая отъ большого магнита, даетъ составляющую вдоль поверхности воды, направленную къ той точкѣ поверхности, которая расположена вертикально внизъ подъ полюсомъ магнита; величина этой составляющей приблизительно пропорціональна разстоянію отъ указанной точки. Такимъ образомъ, силы, дѣйствующія на магниты, подобны силамъ, дѣйствующимъ на корпускулы.

Бросая въ воду иглу за иглой, мы увидимъ, что онѣ образуютъ опредѣленныя фигуры: три иглы располагаются въ вершинахъ равносторонняго треугольника, четыре — въ вершинахъ квадрата, пять — въ вершинахъ пятиугольника. Если же мы бросимъ еще шестую иглу, то шесть иголъ уже не располагаются въ вершинахъ шестиугольника, но пять изъ нихъ образуютъ пятиугольникъ съ шестой иглой въ центрѣ. Если же мы бросимъ седьмую иглу, мы получимъ кольцо изъ шести иголъ и седьмую въ центрѣ его. Такимъ образомъ, кольцо, которое было неустойчивымъ, когда содержало всего 6 иголъ, сдѣлается устойчивымъ, если помѣстить въ центрѣ его еще одну иглу. Здѣсь мы видимъ примѣръ, иллюстрирующій основной принципъ устойчивости корпускулярныхъ конфигурацій; строеніе должно быть прочнымъ: кольцо изъ многихъ корпускулъ не можетъ держаться, если внутри его нѣтъ ни одной корпускулы. Если же мы имѣемъ хорошій фундаментъ изъ корпускулъ, напримѣръ, если мы помѣстимъ внутри фигуры связку изъ большого числа иголъ, то вокругъ нея мы можемъ получить устойчивое кольцо изъ множества корпускулъ, тогда какъ наибольшее число корпускулъ, которыя могутъ находиться въ равновѣсіи въ пустомъ кольцѣ, равно пяти. При помощи плавающихъ магнитовъ мы можемъ наглядно представить конфигураціи большихъ группъ корпускулъ, и такимъ образомъ убѣдиться въ вѣрности чиселъ выше приведенной таблицы.

Другой методъ указанъ профессоромъ Р. В. Вудомъ (Wood): вмѣсто плавающихъ въ водѣ магнитовъ онъ пользуется желѣзными шарами, плавающими въ ртути. Шары намагничиваются благодаря индуцирующему дѣйствію большого магнита, помѣщеннаго надъ ними, и отталкиваются другъ отъ друга, но въ этомъ случаѣ силы отталкиванія уже не обратно пропорціональны разстояніямъ. Въ то же время шары притягиваются къ внѣшнему магниту. Шары расположатся въ видѣ фигуръ подобно разсмотрѣннымъ нами магнитнымъ игламъ. Докторъ Монкманъ (Monkman) бралъ вмѣсто магнитныхъ иголъ продолговатые проводники, которые плаваютъ въ водѣ въ вертикальномъ положеніи; они электризуются благодаря индуцирующему дѣйствію заряженнаго тѣла, которое помѣщалось надъ поверхностью воды. Одинаково наэлектризованные проводники отталкиваются другъ отъ друга и притягиваются по направленію къ заряженному тѣлу. Подъ дѣйствіемъ этихъ силъ они располагаются въ видѣ фигуръ, аналогичныхъ съ тѣми конфигураціями, которыя мы наблюдаемъ въ опытѣ съ съ плавающими магнитами.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Проэктъ учебнаго плана по математикѣ для мужскихъ гимназій съ однимъ древнимъ (латинскимъ) языкомъ, составленный Варшавскимъ кружкомъ преподавателей физики и математики.

Варшавскій кружокъ преподавателей математики и физики прислалъ въ редакцію брошюру подъ приведеннымъ выше заглавіемъ. Проэктъ содержитъ общія соображенія относительно необходимой реформы преподаванія математики въ гимназіяхъ, затѣмъ подробныя программы по ариѳметикѣ, алгебрѣ, геометріи, тригонометріи, аналитической геометріи и анализу безконечно-малыхъ. Къ программамъ приложены обстоятельныя объяснительныя записки. Не входя здѣсь въ подробный разборъ проэкта, къ которому мы имѣемъ въ виду еще возвратиться, замѣтимъ только, что проэктъ несомнѣнно представляетъ собой тщательно продуманный и цѣльный планъ реформы. Мы не имѣемъ возможности помѣстить на страницахъ „Вѣстника" весь проэктъ, а потому ограничимся вступительной частью, содержащей общій планъ преподаванія математики согласно проэкту, и указаніе идей, положенныхъ въ основу его.

Изученіе основаній математики въ мужскихъ гимназіяхъ должно содѣйствовать развитію въ учащихся способности къ логическому мышленію, вдумчивости и сообразительности и воспитанію въ ихъ характерѣ самостоятельности и настойчивости. Поэтому преподаваніе математики должно быть основано не на одной теоріи, нерѣдко усваиваемой учащимися памятью, но въ равной мѣрѣ на практическихъ упражненіяхъ и должно имѣть въ виду достиженіе учащимися столь же основательности въ познаніяхъ, сколько и увѣренности въ ихъ приложеніи. Цѣлесообразное примѣненіе эвристическаго способа преподаванія, аналитическаго метода въ доказательствѣ теоремъ и въ рѣшеніи задачъ должно содѣйствовать развитію самодѣятельности учащихся.

Гимназическій курсъ математики для тѣхъ изъ учащихся, которые станутъ продолжать образованіе на физико-математическихъ факультетахъ университетовъ и въ высшихъ техническихъ школахъ, долженъ служить основаніемъ для дальнѣйшаго изученія физико-математическихъ наукъ и для всѣхъ вообще учащихся долженъ имѣть общеобразовательное значеніе. Поэтому гимназическій курсъ долженъ представлять законченный кругъ наиболѣе необходимыхъ и наиболѣе важныхъ математическихъ ученій, части котораго, взаимно проникая и естественно продолжая другъ друга, должны быть связаны единствомъ духа и метода преподаванія.

Для облегченія учащимся прохожденія курса и для равномѣрнаго распредѣленія учебнаго матеріала между различными классами, всѣ части математики проходятся, согласно П. У. П., концентрически. Такимъ образомъ, программы низшихъ классовъ становятся болѣе содержательными и интересными для дѣтей, среднихъ — освобождаются отъ перегруженія учебнымъ матеріаломъ, систематическіе же курсы, требующіе наибольшаго умственнаго развитія учащихся, приходятся на старшіе классы.

Концентрическое прохожденіе курса дѣлаетъ излишнимъ классное повтореніе пройденныхъ предметовъ. Ограничиваясь въ классномъ преподаваніи частичнымъ повтореніемъ отдѣловъ, повтореніе къ экзаменамъ законченныхъ курсовъ слѣдуетъ предоставлять самимъ учащимся.

Комиссія изъ членовъ кружка, выработавшая проэктъ учебнаго плана, признала необходимыми какъ письменные, такъ и устные экзамены, какъ способствующіе самодѣятельности учащихся и повышающіе ихъ познанія. Вмѣстѣ съ тѣмъ комиссія признала желательнымъ, чтобы a) экзамены сдавались по частямъ въ тѣхъ классахъ, гдѣ учебные предметы заканчиваются и b) чтобы программы экзаменовъ содержали лишь основные вопросы курса.

Распредѣленіе учебнаго матеріала по классамъ, съ перечисленіемъ наиболѣе существенныхъ отступленій отъ нынѣ дѣйствующаго учебнаго плана для мужскихъ гимназій и съ указаніемъ a) предположеннаго числа недѣльныхъ уроковъ и b) предположенныхъ въ концѣ года экзаменовъ, представляется, согласно П. У. П., въ слѣдующемъ видѣ.

Требованія для поступающихъ въ I-й классъ (програма приготовительнаго класса).

Вновь введено: 1-й концентръ дѣйствій надъ простыми и несложными составными именованными числами и знакомство съ простѣйщими дробями.

I классъ (4 урока).

Ариѳметика и начальная геометрія.

Пропедевтическій курсъ геометріи, соединенный съ черченіемъ.

Пропедевтическій курсъ дробей, обыкновенныхъ и десятичныхъ.

II классъ (4 урока).

Ариѳметика и начальная геометрія.

Продолженіе пропедевтическаго курса геометріи, соединеннаго съ практическими упражненіями и черченіемъ.

Письменный экзаменъ по ариѳметикѣ.

III классъ (5 уроковъ).

Ариѳметика, алгебра, начальная геометрія.

Окончаніе пропедевтическаго курса геометріи, соединеннаго съ практическими упражненіями и черченіемъ.

Курсъ ариѳметики 3-го класса служитъ матеріаломъ для перехода отъ ариѳметики къ алгебрѣ.

Составленіе изъ условій задачъ и рѣшеніе простѣйшихъ уравненій (въ пропедевтическомъ курсѣ алгебры).

Устный экзаменъ по ариѳметикѣ.

IV классъ (4 урока).

Алгебра и планиметрія (систематическій курсъ).

V классъ (5 уроковъ).

Алгебра и планиметрія.

Въ связи съ планиметріей проходится первый концентръ тригонометріи.

Понятіе о координатахъ и о геометрическомъ представленіи функцій (1-й концентръ свѣдѣній по аналитической геометріи).

Устный и письменный экзамены по планиметріи.

VI классъ (4 урока).

Алгебра и стереометрія.

Изслѣдованіе показательной функціи.

Приближенныя вычисленія въ связи съ логариѳмическими.

Устный экзаменъ по стереометріи.

VII классъ (5 уроковъ).

Систематическій курсъ тригонометріи, окончаніе курса алгебры, первый концентръ свѣдѣній по анализу безконечно-малыхъ.

Изслѣдованіе квадратнаго уравненія.

Неравенство 2-й степени.

Изслѣдованіе функцій $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{ax + b}{a_1x + b_1}$ и задачъ 2-й степени. Понятіе о maxima и minima.

Въ связи съ теоріей соединеній — понятіе объ элементарной теоріи вѣроятностей.

Письменные экзамены 1) по стереометріи съ тригонометріей и 2) по алгебрѣ.

Устные экзамены по тригонометріи и по алгебрѣ.

VIII классъ (4 урока).

Аналитическая геометрія (систематическій курсъ).
Анализъ безконечно-малыхъ (систематическій курсъ).

Устный экзаменъ по аналитической геометріи и по анализу безконечно-малыхъ.

Прохожденіе курса сопровождается рѣшеніемъ задачъ и практическими упражненіями согласно указаніямъ въ примѣрныхъ программахъ и объяснительныхъ къ нимъ запискахъ.

Такимъ образомъ, существенному измѣненію подверглись лишь программы 7-го и 8-го классовъ.

А именно, изъ курса алгебры 7-го класса коммиссіею выпущены теоріи неопредѣленныхъ уравненій и непрерывныхъ дробей, какъ не стоящія въ непосредственной связи съ остальными частями курса и не имѣющія значительныхъ приложеній въ элементарномъ курсѣ математики.

Далѣе, повтореніе въ VIII классѣ курса математики къ экзамену зрѣлости въ теченіе цѣлаго года комиссіей признано нежелательнымъ, какъ идущее въ разрѣзъ съ естественною, свойственною юношескому возрасту, любознательностью. Одни изъ дополненій, которыми, согласно нынѣ дѣйствующему учебному плану, сопровождается повтореніе курса въ VIII классѣ (теоремы о дѣлимости чиселъ, теорія общаго наибольшаго дѣлителя) выпущены безъ нарушенія цѣльности курса, другія оказались болѣе на мѣстѣ въ курсахъ предыдущихъ классовъ.

На освободившееся въ программахъ старшихъ классовъ мѣсто комиссіей вновь введены анализъ безконечно-малыхъ и аналитическая геометрія; кромѣ того, преобразована программа алгебры такимъ образомъ, чтобы эта наука, на долю которой приходится около одной трети общаго числа уроковъ математики, представляла бы центръ всего элементарнаго курса и исходную точку для дальнѣйшаго изученія математики.

Расширеніе программъ старшихъ классовъ повлекло за собой необходимость увеличенія числа недѣльныхъ уроковъ въ седьмомъ классѣ до пяти и въ восьмомъ до четырехъ, не выходящее, впрочемъ, изъ нынѣ принятой нормы для прочихъ классовъ гимназіи. Въ остальныхъ классахъ незначительное расширеніе программъ уравновѣшивается болѣе равномѣрнымъ распредѣленіемъ учебнаго матеріала, и потому программы могутъ быть выполнены безъ добавочныхъ уроковъ. Исключеніе представляетъ 3-й классъ, гдѣ сознательное усвоеніе учащимися первоначальныхъ понятій алгебры требуетъ крайне медленнаго прохожденія курса съ рѣшеніемъ достаточнаго числа задачъ и примѣровъ. Принимая во вниманіе, что курсъ алгебры третьяго класса является основаніемъ дальнѣйшаго курса математики, комиссія признала желательнымъ увеличеніе числа уроковъ въ третьемъ классѣ до пяти.

Варшавскій кружокъ преподавателей физики и математики, заслушавъ и утвердивъ выработанный комиссіей П. У. П., сдѣлалъ къ нему слѣдующія замѣчанія:

Кружокъ считаетъ реформу преподаванія математики въ мужскихъ гимназіяхъ частью вопроса о реформѣ средней школы, стоящаго у насъ на очереди.

Кружокъ полагаетъ, что реформа школы должна быть направлена на удовлетвореніе реальныхъ нуждъ страны, обусловливаемыхъ переживаемымъ историческимъ моментомъ и задачами ближайшаго будущаго.

Кружокъ полагаетъ, что главною задачею нашей школы является воспитаніе въ подростающемъ поколѣніи сознательнаго желанія и умѣнья работать.

Полагая, что науки физико-математическія и естественныя, при правильной постановкѣ ихъ преподаванія, являются наилучшею школою работоспособности, и что реформа преподаванія математики безъ соотвѣтствующихъ измѣненій въ преподаваніи остальныхъ физико-математическихъ и естественныхъ наукъ не можетъ дать желаемыхъ результатовъ, кружокъ прилагаетъ перечень измѣненій, которыми, по мнѣнію кружка, должна быть завершена реформа „научнаго“ образованія въ нашей средней школѣ.

1) Раздѣленіе физики на два концентрическихъ курса: первый концентръ въ пятомъ и шестомъ классахъ, второй — въ седьмомъ и восьмомъ; число уроковъ физики можетъ быть оставлено безъ измѣненія.

2) Введеніе практическихъ работъ по физикѣ.

3) Выдѣленіе химіи въ особый учебный предметъ.

4) Реформа преподаванія космографіи: отъ изученія теоріи по книжкѣ къ наблюденіямъ надъ свѣтилами, простѣйшимъ измѣреніямъ и задачамъ.

5) Реформа преподаванія рисованія въ гимназіи и, въ связи съ преподаваніемъ геометріи, черченія. Развивая всѣ естественныя способности ребенка, школа должна также научить его пользоваться чертежомъ, какъ пособіемъ для выраженія мысли.

Варшавскій кружокъ преподавателей физики и математики считаетъ долгомъ заявить, что ближайшимъ поводомъ къ составленію настоящаго П. У. П. было разсмотрѣніе въ засѣданіяхъ кружка П. У. П. по математикѣ для мужскихъ гимназій 1907 г., составленнаго Кіевскимъ физико-математическимъ обществомъ, часть мыслей котораго нашла въ настоящемъ П. У. П. полное признаніе и подтвержденіе. Не раздѣляя по нѣкоторымъ существеннымъ вопросамъ взглядовъ П. У. П. Кіевскаго физико-математическаго общества на преподаваніе математики въ гимназіяхъ, кружокъ тѣмъ болѣе считаетъ долгомъ отмѣтить, что Кіевскимъ физико-математическимъ обществомъ реформа преподаванія математики въ нашей средней школѣ поставлена на правильный путь: обсужденія вопросовъ, касающихся реформы, въ ученыхъ и педагогическихъ обществахъ и въ печати.

Экземпляры П. У. П. будутъ посланы кружкомъ въ управленія Министерства Народнаго Просвѣщенія, учрежденія и лицамъ, интересующимся постановкой учебнаго дѣла въ Россіи, въ надеждѣ, что лица, познакомившіяся съ проэктомъ, пожелаютъ подѣлиться съ кружкомъ своими заключеніями. Всѣ указанія относительно П. У. П. будутъ приняты съ благодарностью и заслушаны въ засѣданіяхъ кружка *).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Нѣсколько мыслей о природѣ положительнаго заряда электричества. (Comptes Rendus, №№ 25,2). Современная теорія электричества учитъ насъ, что излученія, несущія на себѣ отрицательный зарядъ электричества (катодные лучи, лучи β), состоятъ изъ потока частицъ-корпускулъ, называемыхъ электронами; масса этихъ послѣднихъ приблизительно въ 2000 разъ меньше массы 1 атома водорода и по природѣ своей электромагнитна. Электроны можно разсматривать, какъ связующее звено между эѳиромъ, съ одной стороны, и вѣсомой матеріей, съ другой.

Въ то же время мы знаемъ, что положительныя излученія (лучи α, трубчатые лучи, анодные лучи) состоятъ уже не изъ электроновъ, но изъ іоновъ, съ массой, почти равной массѣ матеріальнаго атома водорода. Современная

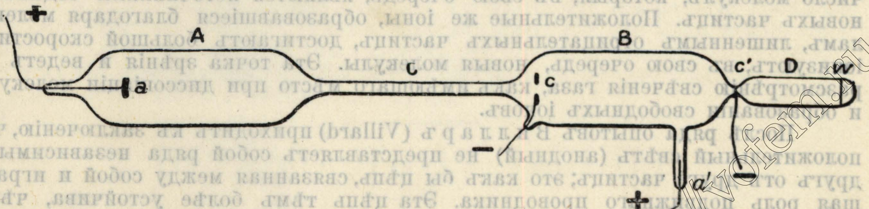
*) Адресовать просятъ: Варшава, кружокъ преподавателей физики и математики, 5-я мужская гимназія, Кошиковая, 45, физическій кабинетъ.

наука какъ бы обходитъ молчаніемъ возможность существованія положительныхъ электроновъ. Въ физической литературѣ обыкновенно указываютъ, что положительный зарядъ атомовъ можно разсматривать, какъ фактъ недостатка отрицательныхъ электроновъ; такимъ образомъ, какъ бы отвергается даже мысль о возможности существованія второго компонента матеріи. Но все же нѣкоторые физики вводятъ также и гипотезу положительныхъ электроновъ, несмотря на то, что до сихъ поръ не было доказано существованіе этихъ послѣднихъ; безъ помощи такой вводной гипотезы было бы чрезвычайно затруднительно объяснить свойства металловъ, если принять за достовѣрное только фактъ существованія однихъ отрицательныхъ электроновъ.

Изученіе магнитно-оптическихъ явленій, безостановочно двигающееся впередъ въ продолженіе послѣднихъ лѣтъ, въ первый разъ дало намъ реальную базу для утвержденія факта существованія положительныхъ электроновъ. Вслѣдъ затѣмъ Лиліенфельдъ (Lilienfeld) сообщилъ намъ объ явленіяхъ, имѣвшихъ мѣсто при разрядѣ въ разрѣженныхъ газахъ, при чемъ приписалъ эти явленія положительнымъ электронамъ; Бестельмейеръ (Bestelmeyer) и Маршъ (Marsh) опровергли такой взглядъ, разсматривая эти явленія, какъ слѣдствія положительныхъ іоновъ. Чтобы доказать фактъ существованія положительныхъ электроновъ, Беккерель (Becquerel) предпринялъ рядъ опытовъ, съ которыми мы и познакомимъ читателя.

Изъ двухъ цилиндрическихъ частей A и B (діаметръ — 3,5 см; длина 13 см.) и соединительной узкой трубки C (діаметръ — 6 мм. длина — 15 см.) была составлена трубка Круксa (Krookes). Анодъ a находился въ A, а катодъ C (аллюминіевый) былъ впаянъ въ B; въ этомъ катодѣ противъ отверстія C, было сдѣлано отверстіе для возможности пропуска въ B трубчатыхъ лучей (rayons canaux)*). Разрядъ производили при помощи индуктивной катушки. Если дотронуться до поверхности B либо проводникомъ, соединеннымъ съ землей, либо рукой, то въ этомъ мѣстѣ получается вторичный катодъ и становится виднымъ окрашенное пятнышко, получившееся благодаря катодному потоку лучей.

Если давленіе низко ($^1/_{300}$ миллиметра) и темное пространство довольно велико, то, приближая руку къ поверхности трубки, но не дотрагиваясь до нея, можно замѣтить вторичные катодные лучи, отталкиваемые къ противоположной поверхности; въ то же время противъ руки появляется бѣлесоватое пятно, которое слѣдуетъ за всѣми движеніями руки. Можно довести это пятнышко до размѣровъ 1 кв. см.—2 кв. см. Если только приблизить къ этому пятну магнитъ, линіи силъ котораго перпендикулярны къ плоскости, проходящей черезъ ось трубы и центръ пятна, то сейчасъ же можно подмѣтить чрезвычайно интенсивное перемѣщеніе пятна. Вполвѣ ясно, что независимо отъ направленія корпускулъ, участвующихъ въ потокѣ, пятно слѣдуетъ въ своемъ движеніи знаку заряда частицъ. Такимъ образомъ, можно признать, что въ данномъ случаѣ мы имѣемъ дѣло съ положительными корпускулами, отклоненіе которыхъ близко подходитъ къ отклоненію катодныхъ лучей.



Фиг. 1.

Беккерель старался вывести эти положительные корпускулы изъ трубки B, присоединивъ вторичный катодъ C', находящійся у входа дополнительной трубки D (см. чертежъ). Кромѣ того, былъ присоединенъ анодъ a', увеличивающій интенсивность катоднаго излученія.

*) См. Дж. Дж. Томсонъ. „Корпускулярная теорія матеріи“, „Вѣстникъ“, №№ 459, 460, 461.

Тогда можно видѣть, какъ выходящій изъ c' пучокъ освѣщаетъ газъ (воздухъ, кислородъ) голубоватымъ свѣтомъ и даетъ на стеклѣ пятно оранжеваго цвѣта или же на экранѣ W пятно желто-зеленаго цвѣта. Этотъ пучекъ, подобно трубчатому лучу, не поддается вліянію слабаго магнитнаго поля, до тѣхъ поръ, пока катодные лучи не достигнутъ c'; при низкомъ давленіи достаточно приблизить къ c' маленькій магнитъ, чтобы замѣтить сильное отклоненіе пучка въ сторону положительнаго заряда, исходящаго изъ вторичнаго катода c'. Если усиливать поле, то пятно по D движется къ c', что указываетъ на то обстоятельство, что пучокъ лучей исходитъ изъ c'. Можно подтвердить опытомъ, что отклоненіе имѣетъ мѣсто только внутри или по близости отъ катоднаго пучка лучей.

Такимъ образомъ можно удостовѣриться въ существованіи потока положительнаго электричества, съ отклоненіемъ, аналогичнымъ отклоненію катодныхъ лучей. Единственное объясненіе этого факта Беккерель видитъ въ возможности существованія не іоновъ, а положительныхъ электроновъ, вполнѣ соотвѣтствующихъ электронамъ отрицательнымъ. Этотъ новый составной элементъ матеріи появляется только подъ дѣйствіемъ катодныхъ лучей на трубчатые лучи, и только при одновременномъ существованіи этихъ двухъ родовъ лучей имѣетъ мѣсто вышеописанное явленіе.

Для объясненія существованія положительнаго луча, отклоняемаго дѣйствіемъ магнита, авторъ замѣтки предлагаетъ нѣсколько гипотезъ: 1) перемѣщеніе катодныхъ лучей можетъ повлечь за собой по близости отъ c' деформацію электрическаго поля, которое собственно и опредѣляетъ траекторію положительныхъ іоновъ; 2) часть трубчатыхъ лучей проходитъ то по одной сторонѣ c', то по другой, благодаря чему имѣетъ мѣсто измѣненіе направленія корпускулъ; 3) возможность разсматривать отклоненные лучи, какъ положительные электроны. Лиліенфельдъ ввелъ предположеніе, что положительные электроны, сгруппированные въ центрѣ атома, выводятся на его поверхность (атома) и затѣмъ освобождаются путемъ притяженія атмосферой катодныхъ корпускулъ. Къ этому можно добавить. что ударъ этихъ корпускулъ объ іоны, составляющіе основаніе трубчатыхъ лучей, играетъ весьма важную роль; отрицательные электроны, обладающіе весьма малой массой, но большой скоростью, являются наиболѣе пригодными корпускулами для разряженія матеріальныхъ атомовъ, играя роль по отношенію къ нимъ, какъ бы минныхъ зарядовъ. Наиболѣе замѣчательной особенностью является скорость, съ которой исчезаютъ положительные электроны, какъ только они удаляются изъ атмосферы катодныхъ корпускулъ.

Положительный свѣтъ и прохожденіе электричества въ газахъ. (Journal de Physique, Mai, 1908). Происхожденіе электричества въ газахъ объясняется, какъ извѣстно, двумя факторами: іонизаціей газа и обратнымъ дѣйствіемъ свободныхъ іоновъ. Катодныя частицы играютъ въ этомъ процессѣ существенную роль; ихъ значительная скорость позволяетъ имъ іонизовать большое число молекулъ, которыя, въ свою очередь, являются источниками отдѣленія новыхъ частицъ. Положительные же іоны, образовавшіеся благодаря молекуламъ, лишеннымъ отрицательныхъ частицъ, достигаютъ большой скорости и іонизуютъ, въ свою очередь, новыя молекулы. Эта точка зрѣнія и ведетъ къ разсмотрѣнію свѣченія газа, какъ имѣющаго мѣсто при диссоціаціи молекулъ и образованіи свободныхъ іоновъ.

Послѣ ряда опытовъ Виллар (Villard) приходитъ къ заключенію, что положительный свѣтъ (анодный) не представляетъ собой ряда независимыхъ другъ отъ друга частицъ; это какъ бы цѣпь, связанная между собой и играющая роль подвижнаго проводника. Эта цѣпь тѣмъ болѣе устойчива, чѣмъ интенсивнѣе токъ. Электрическая дуга, искра конденсатора, мгновенное свѣченіе трубки безъ электродовъ, все это разряды, сведенные только къ положительному свѣченію. Въ трубкѣ Крукса (Crookes) мы имѣетъ дѣло только съ катодными явленіями; въ трубкѣ же Гейслера (Geissler) мы имѣемъ какъ катодную іонизацію, такъ и положительное свѣченіе у катода (пространство Фарадея).

Вполнѣ достовѣрнымъ является то обстоятельство, что переносъ электричества свободными іонами не даетъ въ результатѣ явленій свѣта.

А. Л.

Возможность существованія новаго рода лучей (магнитныхъ), имѣющихъ мѣсто во время дѣйствія разряда въ магнитномъ полѣ. (Atti della R. Accad. dei Lincei, № 3). Въ 1858 г. Плюкеръ (Plücker) показалъ, что въ томъ случаѣ, когда у насъ находится разрядная трубка съ выкачаннымъ воздухомъ, помѣщенная въ довольно интенсивномъ магнитномъ полѣ, образуется свѣтящаяся колонка, указывающая намъ на существованіе трубки магнитныхъ силъ. Вслѣдъ затѣмъ Гитторфъ (Hittorf) наблюдалъ то же явленіе, сопровождавшееся полученіемъ свѣтовой спиральной линіи, составленной изъ катодныхъ лучей; ихъ загибъ объяснялся дѣйствіемъ магнитнаго поля.

Въ послѣднее время аналогичныя явленія были описаны и изучены различными физиками, такъ что по этому поводу существуетъ довольно обширная литература; но природа и причина появленія свѣтящейся колонки не были еще достаточно изучены. Эту свѣтящуюся колонку разсматривали, какъ составленную изъ катодныхъ лучей; но послѣдніе опыты, предпринятые Билларомъ, заставили измѣнить взгляды физиковъ на это явленіе. Онъ предположилъ, что кромѣ катодныхъ лучей въ этомъ пучкѣ имѣютъ мѣсто еще какіе-то, неизвѣстные намъ, лучи, которымъ онъ далъ имя магнитно-катодныхъ лучей. Риги (Righi) высказываетъ мнѣніе, что эти такъ называемые „магнитно-катодные“ лучи суть лучи, совершенно отличные отъ катодныхъ. Причины этого утвержденія будутъ выяснены нижеслѣдующими строками.

Въ разрядной трубкѣ движутся электроны, положительные атомы, нейтральные атомы и т. д. Теперь обыкновенно принимаютъ, что изъ соединенія электрона и положительнаго іона получается нейтральный атомъ, который останется таковымъ до той минуты, пока новое столкновеніе не наіонизуетъ его. Гипотеза, предлагаемая Риги, состоитъ въ томъ, чтобы разсматривать систему, получающуюся отъ соединенія электрона и положительнаго іона, въ нѣкоторыхъ случаяхъ нейтральной, но различной отъ обыкновеннаго атома; скорѣе эту систему можно разсматривать, какъ состоящую изъ положительнаго іона, вокругъ котораго электронъ обращается подобно спутнику у небесныхъ тѣлъ. Полученіе нейтральнаго атома аналогично паденію кометы или аэролита на землю, случай же двойного образованія можетъ быть уподобленъ появленію кометы, не принадлежащей къ солнечной системѣ, которую земля въ этихъ случаяхъ дѣлаетъ временно періодической.

Риги именно и признаетъ положеніе, что получаются двойныя системы, подобныя планетамъ съ спутниками или двойнымъ звѣздамъ, и что эти системы состоятъ изъ положительнаго іона и электрона, которые вращаются вокругъ общаго центра тяжести по законамъ обратныхъ притяженій. Эти системы находятся въ равновѣсіи, пока новое столкновеніе не разрушитъ ихъ; когда же будетъ имѣть мѣсто вліяніе магнитнаго поля, то системы эти могутъ даже сдѣлаться устойчивыми.

Такимъ образомъ, въ разрядныхъ трубкахъ имѣютъ мѣсто положительные іоны, которые, будучи отражены отъ катода, двигаются въ томъ же смыслѣ, какъ и катодные лучи. Во время ихъ пути могутъ образовываться двойныя системы, относительно устойчивыя; эллипсоидальное движеніе электроновъ только облегчаетъ ихъ образованіе. Эти системы и суть то, что мы раньше понимали подъ „магнитно-катодными“ лучами. Вполнѣ ясно, что эти лучи можно сопоставить съ электродинамическими соленоидами или же наиболѣе отклоняемыми магнитными соленоидами. Вотъ почему Риги предлагаетъ дать этимъ послѣднимъ наименованіе магнитныхъ лучей. *А. Л.*

ПИСЬМО ВЪ РЕДАКЦІЮ.

М. Г., г. редакторъ!

Прошу Васъ удѣлить мѣсто нижеслѣдующему моему отвѣту г. Добровольскому.

Прежде всего считаю своимъ долгомъ принести благодарность г. Добровольскому за указанные имъ досадные недосмотры и опечатки въ моей статьѣ.

Что же касается до его остальныхъ замѣчаній, то на нихъ я могу дать нижеслѣдующія поясненія.

Формула 18a выводится изъ предыдущей такъ: коэффиціенты при $\sqrt{x}$ и $\sqrt{y}$

$$(1-\operatorname{tg}\alpha+\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha})+\operatorname{tg}\alpha(1-\operatorname{tg}\beta-\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\beta}),$$

$$(1-\operatorname{tg}\beta+\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\beta})+\operatorname{tg}\beta(1-\operatorname{tg}\alpha-\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha})$$

подстановкой

$$\operatorname{tg}\alpha=-\frac{1}{2}(1-\operatorname{tg}\alpha+\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha})(1-\operatorname{tg}\alpha-\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}),$$

$$\operatorname{tg}\beta=-\frac{1}{2}(1-\operatorname{tg}\beta-\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\beta})(1-\operatorname{tg}\beta-\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\beta})$$

принимаютъ видъ:

$$(1-\operatorname{tg}\alpha+\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha})\times$$
$$\times\left\{1-\frac{1}{2}(1-\operatorname{tg}\alpha-\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha})(1-\operatorname{tg}\beta-\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\beta})\right\},$$

$$(1-\operatorname{tg}\beta+\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\beta})\times$$
$$\times\left\{1-\frac{1}{2}(1-\operatorname{tg}\alpha-\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha})(1-\operatorname{tg}\beta-\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\beta})\right\}.$$

Какъ получается формула 18a, теперь очевидно.

Перехожу къ тождеству, цитируемому г. Добровольскимъ.

Замѣчаемъ, что

$$cAB=c(1-a)(1-b)+c(1-b)\sqrt{1+a^2}+$$
$$+c(1-a)\sqrt{1+b^2}+c\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)},$$

гдѣ a, b, c суть $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{tg}\beta$, $\operatorname{tg}\gamma$.

Такъ какъ

$$\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}=(ab-1)(\sqrt{1+c^2})$$

(см. стран. 210, стр. 7 сверху), то

$$cAB=c(1-a)(1-b)+c(1-b)\sqrt{1+a^2}+$$
$$+c(1-a)\sqrt{1+b^2}+c(ab-1)\sqrt{1+c^2}.$$

Далѣе,

$$A+B-C=1-a-b+c+\sqrt{1+a^2}+\sqrt{1+b^2}-\sqrt{1+c^2}.$$

Но

$$\sqrt{(1+a^2)(1+c^2)}=(ac-1)\sqrt{1+b^2}$$

и

$$\sqrt{(1+b^2)(1+c^2)}=(bc-1)\sqrt{1+a^2};$$

слѣдовательно,

$$C(A+B-C)=$$

$$=(1-c+\sqrt{1+c^2})(1-a-b+c+\sqrt{1+a^2}+\sqrt{1+b^2}-\sqrt{1+c^2})=$$

$$=-(1-c)(a+b)-2c^2-c(1-b)\sqrt{1+a^2}-$$

$$-(a+b-2c)\sqrt{1+c^2}-c(1-a)\sqrt{1+b^2}.$$

Отсюда

$$cAB+C(A+B-C)=c-a-b+abc-2c^2+$$

$$(c-a-b+abc)\sqrt{1+c^2}.$$

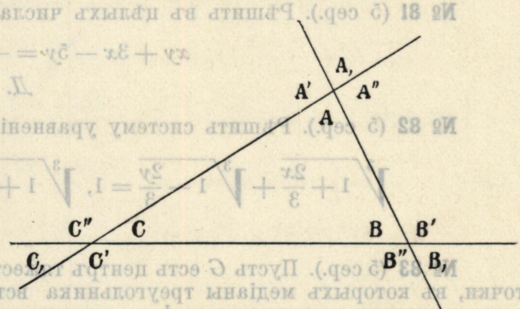
Такъ какъ

$$abc=a+b+c,$$

то

$$cAB+C(A+B-C)=2c(1-c+\sqrt{1+c^2})=2cC.$$

По поводу непонятности символа долженъ замѣтить, что онъ непонятенъ оттого, что въ статьѣ не были помѣщены посланныя мною въ редакцію чертежи. Поясняю символъ теперь (см. фиг. 1). Всѣ 12 угловъ треугольника обозначены, какъ на чертежѣ. При такомъ обозначеніи символъ $\frac{BC}{A}$, во-первыхъ, обозначаетъ, въ какихъ углахъ лежатъ окружности Мальфатти, а во-вторыхъ, что окружность угла A лежитъ относительно стороны BC какъ-бы подъ окружностями B и C. Возьмемъ другой примѣръ. Символъ $\frac{A'}{C''B'}$, показывая расположеніе въ углахъ окружностей, указываетъ еще, что A' лежитъ выше C'' и B'.



Фиг. 1.

Долженъ замѣтить, что подобный символъ заимствованъ мною у Derousseau.

Что-же касается пятаго случая, то прибавленіе $+$ при r_a исправляетъ r_a.

Относительно неудачныхъ построеній г. Добровольскаго ничего, конечно, сказать не могу.

Примите, г. редакторъ, увѣреніе въ моемъ совершенномъ уваженіи.

Н. Агрономовъ (Ревель).

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 79 (5 сер.). Въ окружности O данъ діаметръ AB. Провести параллельную ему хорду XY такъ, чтобы касательная въ X, пересѣкая продолженіе діаметра въ точкѣ Z, давала отрѣзокъ XZ, равный хордѣ XY.

И. Александровъ (Москва, реальное училище Бажанова).

№ 80 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$a^{\lg_{\sqrt{b}} x} - 5x^{\lg_b a} + 6 = 0.$$

Н. С. (Одесса).

№ 81 (5 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$xy + 3x - 5y = -3.$$

Д. Колянковскій (Брацлавъ).

№ 82 (5 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$\sqrt[3]{1+\frac{2x}{3}} + \sqrt[3]{1-\frac{2y}{3}} = 1, \quad \sqrt[3]{1+\frac{2x}{3}} - \sqrt[3]{1-\frac{2y}{3}} = x.$$

(Заимств.).

№ 83 (5 сер.). Пусть G есть центръ тяжести треугольника ABC, $A'B'C'$ — точки, въ которыхъ медіаны треугольника встрѣчаютъ соотвѣтственно второй разъ описанную окружность, a, b, c — стороны треугольника. Доказать равенства

$$\frac{GA}{GA'} + \frac{GB}{GB'} + \frac{GC}{GC'} = 3,$$

$$\text{площ. } A'B'C' = \text{площ. } ABC \cdot \frac{(a^2+b^2+c^2)^3}{[2(b^2+c^2)-a^2]\,[2(c^2+a^2)-b^2]\,[2(a^2+b^2)-c^2]}.$$

(Заимств.).

№ 84 (5 сер.). Рѣшить неравенство

$$\frac{x^4 - 56x + 95}{x^2 - 7x + 10} > 8.$$

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 914 (4 сер.). *Построить параллелограммъ* ABCD *по основанію* AD = a, *данному по величинѣ и положенію, и по діагонали* AC = δ, *данной по величинѣ, зная, что вершина* B *должна лежать на данной линіи* MN.

Предполагая, что задача рѣшена, проведемъ черезъ B прямую, параллельную AC, до встрѣчи въ E съ продолженіемъ DA. Тогда $EA = BC = AD = a$. Отсюда вытекаетъ построеніе. Отложивъ на продолженіи отрѣзка DA отъ точки A часть $EA = AD = a$, дѣлаемъ изъ E на данной линіи MN радіусомъ δ засѣчку въ нѣкоторой точкѣ B. Проведя черезъ B и D прямыя, соотвѣтственно параллельныя AD и AB, до встрѣчи ихъ въ C, получимъ искомый параллелограммъ $ABCD$. Задача возможна, если окружность, описанная изъ E радіусомъ δ, встрѣчаетъ линію MN; если точекъ встрѣчи нѣсколько, то каждой изъ нихъ отвѣчаетъ особое рѣшеніе.

А. Круковскій (Черниговъ).

№ 5 (5 сер.). *Пусть* z *и* z' *суть два комплексныхъ количества. Доказать справедливость тожества*

$$\mathrm{mod}\,(z) + \mathrm{mod}\,(z') = \mathrm{mod}\left(\frac{z+z'}{2} + n\right) + \mathrm{mod}\left(\frac{z+z'}{2} - n\right),$$

гдѣ

$$n = \sqrt{zz'}.$$

(Заимств. изъ *Revue de Mathématiques spéciales*).

Называя одно изъ двухъ значеній $\sqrt{z}$ черезъ $a + bi$, а также одно изъ значеній $\sqrt{z'}$ черезъ $a' + b'i$, имѣемъ:

$$\begin{aligned}\mathrm{mod}\,(z) + \mathrm{mod}\,(z') &= \mathrm{mod}\,(a+bi)^2 + \mathrm{mod}\,(a'+b'i)^2 = \\ &= [\mathrm{mod}\,(a+bi)]^2 + [\mathrm{mod}\,(a'+b'i)]^2 = a^2 + b^2 + a'^2 + b'^2,\end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{mod}\left(\frac{z+z'}{2} + n\right) + \mathrm{mod}\left(\frac{z+z'}{2} - n\right) = \mathrm{mod}\left(\frac{z+z'}{2} + \sqrt{zz'}\right) - \\ &- \mathrm{mod}\left(\frac{z+z'}{2} - \sqrt{zz'}\right) = \mathrm{mod}\left[\frac{(a+bi)^2 + (a'+b'i)^2}{2} + (a+bi)(a'+b'i)\right] + \\ &+ \mathrm{mod}\left[\frac{(a+bi)^2 + (a'+b'i)^2}{2} - (a+bi)(a'+b'i)\right] = \\ &= \mathrm{mod}\,\frac{[(a+bi) + (a'+b'i)]^2}{2} + \mathrm{mod}\,\frac{[(a+bi) - (a'+b'i)]^2}{2} = \\ &= \frac{(a+a')^2 + (b+b')^2}{2} + \frac{(a-a')^2 + (b-b')^2}{2} = a^2 + b^2 + a'^2 + b'^2.\end{aligned} \tag{2}$$

Изъ равенствъ (1) и (2) вытекаетъ:

$$\mathrm{mod}\,(z) + \mathrm{mod}\,(z') = \mathrm{mod}\left(\frac{z+z'}{2} + n\right) + \mathrm{mod}\left(\frac{z+z'}{2} - n\right).$$

Этому выводу можно придать геометрическій характеръ, нанося величины $\sqrt{z}$ и $\sqrt{z'}$ на плоскости комплексныхъ чиселъ въ видѣ векторовъ: $\sqrt{z} = OA = a + bi$, $\sqrt{z'} = OA' = a' + b'i$. Называя средину отрѣзка AA' черезъ M, имѣемъ, по свойству медіаны, въ обычныхъ геометрическихъ обозначеніяхъ:

$$\overline{OA}^2 + \overline{OA'}^2 = 4 \cdot \frac{\overline{OM}^2}{2} + 4 \cdot \frac{\overline{MA}^2}{2},$$

или въ векторіальныхъ обозначеніяхъ:

$$\begin{aligned}&\mathrm{mod}\,(a+bi)^2 + \mathrm{mod}\,(a'+b'i)^2 = \\ &= \frac{\mathrm{mod}\,[(a+bi) + (a'+b'i)]^2}{2} + \frac{\mathrm{mod}\,[(a+bi) - (a'+b'i)]^2}{2},\end{aligned}$$

откуда [см. (1), (2)] вытекаетъ предложенное для доказательства тожество.

Б. Щиголевъ (Варшава); *Н. С.* (Одесса).

Ку 9 ил

№ 7 (5 сер.). *Даны три точки* A, B, C *и окружность* O. *Провести въ окружности хорду, которая была бы видна изъ точекъ* A, B, C *подъ равными углами.*

Пусть MN есть искомая хорда данной окружности O. Такъ какъ, по условію, $\angle MAN = \angle MBN = \angle MCN$, то точки A, B, C должны лежать на дугѣ сегмента, для котораго MN служитъ хордой, и который вмѣщаетъ нѣкоторый постоянный уголъ. Отсюда вытекаетъ построеніе. Строимъ окружность O', проходящую черезъ точки A, B, C. Если окружности O и O' пересѣкаются въ двухъ точкахъ M и N и если точки A, B, C лежатъ по одну сторону прямой MN, то хорда MN есть искомая. Если точки A, B, C не лежатъ по одну сторону MN, то хорда MN все-таки есть искомая, если MN служитъ діаметромъ окружности O'; въ противномъ же случаѣ задача невозможна. Точно такъ же задача невозможна, если окружность O' не встрѣчаетъ окружности O. Если окружности O и O' имѣютъ лишь одну общую точку касанія T, можно условиться считать эту точку за хорду, равную нулю, видимую изъ данныхъ точекъ A, B, C подъ углами, равными нулю; въ этомъ смыслѣ точка T даетъ искомое рѣшеніе.

В. Добровольевъ; *Н. С.* (Одесса); *В. Пржевальскій* (Шуя).

№ 9 (5 сер.). *Доказать, что*

$$\mathrm{M_a} + \mathrm{M_b} + \mathrm{M_c} - \mathrm{M} = 2\mathrm{S},$$

гдѣ $\mathrm{M_a}$, $\mathrm{M_b}$, $\mathrm{M_c}$, M *суть соотвѣтственно площади подарныхъ треугольниковъ центровъ внѣвписанныхъ и вписанной окружностей для треугольника* ABC.

Пусть вписанная окружность касается сторонъ AB, BC, AC соотвѣтственно въ точкахъ γ, α, β. Пользуясь извѣстными формулами $A\beta = A\gamma = p - a$, $B\alpha = B\gamma = p - b$, $C\alpha = C\beta = p - c$ (гдѣ a, b, c есть длины сторонъ и $2p$ — периметръ треугольника ABC) и вычисляя площади треугольниковъ $\beta A\gamma$, $\gamma B\alpha$, $\alpha C\beta$ при помощи теоремы объ отношеніи площадей треугольниковъ, имѣющихъ по одному равному углу, находимъ:

$$\text{площ. } \alpha\beta\gamma = M = \text{площ. } ABC - \text{площ. } \beta A\gamma - \text{площ. } \gamma B\alpha - \text{площ. } \alpha C\beta =$$

$$= S - \frac{(p-a)^2 S}{bc} - \frac{(p-b)^2 S}{ac} - \frac{(p-c)^2 S}{ab}. \tag{1}$$

Подобнымъ же образомъ, называя точки касанія окружности, внѣвписанной со стороны BC, съ прямыми AB, BC, AC соотвѣтственно черезъ γ', α', β', получимъ, пользуясь формулами $A\beta' = A\gamma' = p$, $C\alpha' = C\beta' = p - b$, $B\alpha' = B\gamma' = p - c$ (эти формулы легко выводятся изъ равенствъ касательныхъ $A\beta' = A\gamma'$, $C\alpha' = C\beta'$, $B\alpha' = B\gamma'$ съ помощью уравненія $C\alpha' + \alpha' B = a$):

$$\text{площ. } \alpha'\beta'\gamma' = \text{площ. } \beta' A\gamma' - \text{площ. } ABC - \text{площ. } \beta' C\alpha' - \text{площ. } \alpha' B\gamma' =$$

$$= \frac{p^2 S}{bc} - S - \frac{(p-b)^2 S}{ab} - \frac{(p-c)^2 S}{ac} = M_a. \tag{2}$$

Точно такъ же находимъ:

$$M_b = \frac{p^2 S}{ac} - S - \frac{(p-c)^2 S}{bc} - \frac{(p-a)^2 S}{ab}, \tag{3}$$

$$M_c = \frac{p^2 S}{ab} - S - \frac{(p-a)^2 S}{ac} - \frac{(p-b)^2 S}{bc}. \tag{4}$$

Изъ равенствъ (1), (2), (3), (4) вытекаетъ:

$$M_a + M_b + M_c - M = \frac{S}{bc}[p^2 + (p-a)^2 - (p-b)^2 - (p-c)^2] + \frac{S}{ac}[p^2 + (p-b)^2 -$$
$$- (p-a)^2 - (p-c)^2] + \frac{S}{ab}[p^2 + (p-c)^2 - (p-a)^2 - (p-b)^2] - 4S. \tag{5}$$

Но

$$p^2+(p-a)^2-(p-b)^2-(p-c)^2=2p^2-2pa+a^2-2p^2+2pb+2pc-b^2-c^2=$$
$$=2p(b+c-a)+a^2-b^2-c^2=(a+b+c)(b+c-a)+a^2-b^2-c^2=$$
$$(b+c)^2-a^2+a^2-b^2-c^2=2bc,$$

а потому

$$\frac{S}{bc}[p^2+(p-a)^2-(p-b)^2-(p-c)^2]=2S.$$

Подобнымъ же образомъ находимъ

$$\frac{S}{ac}[p^2+(p-b)^2-(p-a)^2-(p-c)^2]=$$
$$=\frac{S}{ab}[p^2+(p-c)^2-(p-a)^2-(p-b)^2]=2S.$$

Поэтому [см. (5)]

$$M_a+M_b+M_c-M=2S+2S+2S-4S=2S.$$

В. Добровольевъ.

№ 12 (5 сер.). *Въ отверстіе горизонтально расположеннаго металлическаго плоскаго кольца вложенъ шаръ, приготовленный изъ нѣкотораго другого вещества. При температурѣ* t *шаръ не проходитъ сквозь кольцо. Затѣмъ температура прибора повышается съ* t *до* T *градусовъ, и въ моментъ достиженія температуры* T *шаръ падаетъ сквозь кольцо. Опредѣлить коэффиціентъ расширенія вещества, изъ котораго сдѣланъ шаръ, зная коэффиціентъ линейнаго расширенія* k *вещества кольца, если при температурѣ* t *даны: внѣшній діаметръ кольца* d, *ширина кольца* a *и діаметръ шара* D.

Называя коэффиціентъ линейнаго расширенія вещества, изъ котораго сдѣланъ шаръ, черезъ x, находимъ, что при температурѣ T градусовъ діаметръ шара и діаметръ кольца равны соотвѣтственно

$$D[1+(T-t)x] \quad \text{и} \quad (d-2a)[1+k(T-t)].$$

Такъ какъ при температурѣ T градусовъ наступаетъ тотъ моментъ, когда шаръ получаетъ возможность пройти черезъ кольцо, то

$$D[1+(T-t)x]=(d-2a)[1+k(T-t)],$$

откуда

$$x=\frac{(d-2a)[1+k(T-t)]-D}{D(T-t)}.$$

Б. Щиголевъ (Варшава); *В. Добровольевъ.*

№ 17 (5 сер.). *Даны равенства*

$$\cos\vartheta=\frac{a}{b+c},\quad \cos\varphi=\frac{b}{a+c},\quad \cos\chi=\frac{c}{a+b},$$

при чемъ извѣстно, что a, b, c *суть стороны нѣкотораго треугольника, углы котораго —* A, B, C. *Доказать равенства*:

$$\operatorname{tg}^2\frac{\vartheta}{2}+\operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2}+\operatorname{tg}^2\frac{\chi}{2}=1$$

и (выбирая для ϑ, φ, χ *наименьшія изъ возможныхъ значеній)*

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\operatorname{tg}\frac{\chi}{2}=\operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}.$$

Изъ данныхъ равенствъ, опредѣляющихъ $\cos\vartheta$, $\cos\varphi$, $\cos\chi$, выводимъ:

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\vartheta}{1+\cos\vartheta}}=\pm\sqrt{\frac{b+c-a}{b+c+a}}=\pm\sqrt{\frac{p-a}{p}},$$

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}=\pm\sqrt{\frac{p-b}{p}},\quad \operatorname{tg}\frac{\chi}{2}=\pm\sqrt{\frac{p-c}{2}},$$

гдѣ $2p$ — периметръ треугольника, откуда

$$\operatorname{tg}^2\frac{\vartheta}{2}+\operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2}+\operatorname{tg}^2\frac{\chi}{2}=\frac{p-a}{p}+\frac{p-b}{p}+\frac{p-c}{p}=\frac{3p-2p}{p}=1.$$

Такъ какъ количества $\frac{a}{b+c}$, $\frac{b}{a+c}$, $\frac{c}{a+b}$, по условію, положительны, то углы ϑ, φ, χ,—если выбрать для нихъ наименьшія положительныя значенія,—суть углы первой четверти, а потому и $\frac{\vartheta}{2}$, $\frac{\varphi}{2}$, $\frac{\chi}{2}$ — углы первой четверти. Поэтому, подразумѣвая подъ радикалами ихъ положительныя значенія, имѣемъ:

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\operatorname{tg}\frac{\chi}{2}=\sqrt{\frac{p-a}{p}}\cdot\sqrt{\frac{p-b}{p}}\cdot\sqrt{\frac{p-c}{p}}=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p^3}},$$

откуда, принимая во вниманіе равенство

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}=$$

$$=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}\cdot\sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}}\cdot\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}=$$

$$=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p^3}},$$

находимъ

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2}\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\operatorname{tg}\frac{\chi}{2}=\operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}.$$

Б. Добровольевъ; *В. Пржевальскій* (Шуя).

Замѣченныя опечатки:

	стран.:	стр.:	напечатано:	должно быть:
Въ № 465—466	233	14 сн.	Контъ	Коши
„ „ 460	74	8 св.	В. А. Степанова	В. А. Стеклова
„ „ „	„	„ „	Д. Д. Селиванова	Д. Ѳ. Селиванова
„ „ „	80	27 „	стараго	строгаго
„ „ „	75	18 „	Корсики	Корсини
„ „ „	74	24 „	Rova	Rava

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
ищется

Обложка
ищется