Обложка
ищется

Обложка
пщется

Вѣстникъ Опытной Физики
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 460.

Четвертый Международный Математическій конгрессъ въ Римѣ 6—11 апр. (н. ст.).

Профессора Д. Синцова.

6—11 апрѣля (24—30 марта) состоялся въ Римѣ IV Международный Математическій конгрессъ. Послѣ Франціи и Германіи настала очередь итальянскимъ математикамъ организовать и принять у себя съѣздъ математиковъ всего міра. Выборъ мѣста конгресса уже обезпечивалъ его многолюдство, — хотя въ частности для русскихъ математиковъ время его и представляло нѣкоторыя неудобства. И дѣйствительно, уже къ 4 апрѣлю въ члены конгресса записалось 508 человѣкъ,—не всѣ изъ которыхъ, правда, на самомъ дѣлѣ пріѣхали,—но съ записавшимися позже число конгрессистовъ, конечно, превысило 500 *). На предварительномъ собраніи 5 апрѣля, въ длинной залѣ, бывшей Aula Magna Римскаго университета, обращенной теперь въ библіотеку, выяснилось уже, что за исключеніемъ Италіи, наилучше представлена на конгрессѣ Франція: пріѣхали престарѣлый C. Jordan, академики G. Darboux, H. Poincaré, E. Picard; далѣе J. Hadamard, E. Borel и цѣлый рядъ другихъ болѣе или менѣе выдающихся французскихъ математиковъ. Значительно хуже представлена была Германія, изъ болѣе выдающихся представителей которой были только P. Gordan, M. Noether, A. Pringsheim,

*) Въ поѣздкѣ въ Tivoli, которою закончился конгрессъ, участвовало около 600 человѣкъ, но въ ней участвовали и члены семействъ конгрессистовъ.

W. v. Dyck; ни F. Klein, ни D. Hilbert не пріѣхали, хотя на съѣздѣ Deutsche Mathematiker Vereinigung въ Дрезденѣ Klein'а выбрали въ предсѣдатели именно съ цѣлью представительства; но вошедшій только что въ Прусскую Палату господъ F. Klein занялся теперь политикой. Изъ математиковъ другихъ странъ отмѣтимъ G. Mittag-Leffler'а, H. Zeuthen'а, Simon Newcomb'а, A. R. Forsyth'а, G. H. Darwin'а. Изъ русскихъ, кромѣ Харькова, былъ представленъ С.-Петербургъ въ лицѣ ак. А. М. Ляпунова, проф. В. А. Степанова, Д. Д. Селиванова, С. Е. Савича, Ѳ. Фризендорфа, Н. С. Гюнтера. Но Москва, Томскъ, Казань и Одесса совершенно не были представлены.

Оффиціальное открытіе конгресса состоялось на другой день (6, IV) и было обставлено очень торжественно—въ присутствіи короля, въ залѣ Гораціевъ и Куріаціевъ въ Капитоліи. Оно началось рѣчью синдика (городского головы) Рима Ern. Nathan'а. Онъ привѣтствовалъ конгрессистовъ въ третьемъ Римѣ, смѣнившемъ Римъ Цезарей и папскій Римъ, какъ провозвѣстниковъ грядущаго единенія и братства народовъ, напомнивъ, какъ до объединенія Италіи съѣзды представителей итальянской науки сослужили свою службу укрѣпленію идеи единства Италіи. Предсѣдатель Организаціоннаго Комитета и Академіи dei Lincei престарѣлый проф. Blaserna выразилъ прежде всего благодарность королю, принявшему съѣздъ подъ свое покровительство, и далъ затѣмъ краткій очеркъ плодотворныхъ работъ, указавъ, что этотъ съѣздъ будетъ имѣть и секцію прикладной математики *). Послѣ Blaserna выступилъ министръ Народнаго Просвѣщенія проф. L. Rova, оказавшійся прекраснымъ ораторомъ. Въ красивой рѣчи, указывая на стремленіе ума человѣческаго къ установленію единства познанныхъ истинъ, онъ видѣлъ въ математическихъ наукахъ такое непрерывное и планомѣрное развитіе, какого не найти въ другихъ. Отмѣтивъ, что со времени возрожденія въ Италіи жило стремленіе развивать не только чистую математику, но и прикладную, онъ сказалъ въ заключеніе, что въ Италіи нѣтъ образованнаго человѣка, который не зналъ бы, говоря словами L. Cremona, что „если бы даже вѣковой опытъ не убѣждалъ, что для самыхъ отвлеченныхъ математическихъ теорій являются въ болѣе или менѣе близкое время самыя неожиданныя приложенія, если бы передъ мыслью не стояла исторія столькихъ знаменитостей, которыя, не переставая разрабатывать чистую науку, были самыми энергичными общественными дѣятелями, то наука эта достойна того, чтобы вы ее любили; красотъ ея столько и столь онѣ возвышенны, что она не можетъ не производить на благородныя и неиспорченныя души высокаго воспитательнаго вліянія ясною и неподражаемою поэзіей истины". Послѣ Rova выступилъ проф. Vito Volterra, который прочелъ рѣчь: „Математика въ Италіи во вторую половину XIX вѣка", въ которой напомнилъ сначала, что періодъ возсоединенія Италіи и періодъ непосредственно за нимъ слѣдующій есть именно время, когда возобновились работы итальянцевъ во всѣхъ отрасляхъ знанія, въ томъ числѣ и въ

*) Механика и математическая физика входили уже въ программу съѣзда парижскаго и гейдельбергскаго; здѣсь шла рѣчь о такъ наз. страховой и инженерной математикѣ.

математикѣ. Отчасти повторяя свою рѣчь на парижскомъ конгрессѣ, онъ говорилъ, главнымъ образомъ, о Кремонѣ, Бетти, Бріоски, Фергола, Баттальини, сопоставляя состояніе математики въ Италіи въ первую и во вторую половину XIX вѣка. Останавливаясь на характеристикѣ различныхъ математическихъ школъ, которыя можно различить въ Италіи, онъ остановился прежде всего на Бетти и Бельтрами и на характерномъ для этого направленія изученіи математической физики и механики; переходя затѣмъ къ работамъ по теоріи функцій, онъ характеризовалъ отношеніе итальянскихъ математиковъ къ направленіямъ, связаннымъ съ именами Вейерштрасса, Римана, Миттагъ-Лефлера, Ф. Клейна, Пуанкаре, Пикара, Нётера и др., и остановился на работахъ U. Dini, бывшаго въ Италіи иниціаторомъ точныхъ изслѣдованій по основаніямъ анализа; онъ перешелъ затѣмъ къ геометрическимъ изслѣдованіямъ, которыми занимались такъ много и во всѣхъ направленіяхъ итальянскіе математики; закончилъ онъ указаніемъ на работы итальянцевъ по исторій математики и на выполненное ими роскошное „національное“ изданіе сочиненій Галилея. Рѣчью В. Вольтерра и закончилось засѣданіе. Въ тотъ же день въ три часа, въ Палаццо Корсики, на Via Langara, гдѣ помѣщаются Accademia dei Lincei, состоялось первое общее собраніе, на которомъ конгрессъ конституировался: предсѣдателемъ былъ избранъ, по установившемуся уже обычаю, предсѣдатель Организаціоннаго Комитета проф. Blaserna, вице-предсѣдателями: Cerruti, D'Ovidio, Forsyth, Gordan, C. Jordan, H. A. Lorentz (Leiden), Mertens, Mittag-Leffler, А. В. Васильевъ (на конгрессѣ, впрочемъ, не присутствовавшій) и H. Zeuthen, генеральнымъ секретаремъ Castelnuovo. Проф. C. Segre прочиталъ подробный отчетъ о присужденіи медали Guccia. Комитетъ (состоявшій изъ M. Noether'а, H. Poincaré и C. Segre) не призналъ достойною преміи ни одной изъ трехъ работъ, представленныхъ на соисканіе (требовался мемуаръ, который составилъ бы существенный шагъ впередъ въ теоріи косыхъ алгебраическихъ кривыхъ) и присудилъ медаль проф. Francesco Severi за совокупность его работъ (напечатанныхъ между 1. XI. 1904 и 1. VII. 1907) по геометріи на алгебраической поверхности, примыкающихъ, съ одной стороны, къ алгебраическо-геометрическимъ изслѣдованіямъ Enriques'а и Castelnuovo, съ другой—къ изслѣдованіямъ E. Picard'а.

Послѣ этого прочелъ свою „conférence“ Mittag-Leffler—„Объ ариѳметическомъ представленіи общихъ аналитическихъ функцій комплекснаго перемѣннаго“ (Sur la représentation arithmétique des fonctions analytiques générales d'une variable complexe), въ которой далъ резюме уже опубликованныхъ въ этой области работъ J. Hadamard'а, E. Borel'я и своихъ. Затѣмъ проф. A. R. Forsyth прочелъ (по англійски) свой докладъ „О современномъ состояніи теоріи интегрированія уравненій въ частныхъ производныхъ второго порядка“ (On the present condition of partial differential equations of the second order as regards formal integration), отдѣльные оттиски котораго и были тутъ же розданы членамъ конгресса. Слѣдующее общее собраніе состоялось 7. IV. На немъ G. Darboux прочелъ свою „conférence“—„О методахъ и задачахъ геометріи безконечно-малыхъ“, въ которой онъ далъ очеркъ современнаго состоянія и очередныхъ задачъ теоріи, предостерегалъ противъ односторонняго увлеченія чисто-аналитическими методами и указывалъ на важность геометрическаго представленія. Предсѣдательствовавшій въ засѣданіи S. Newcomb передалъ предсѣдательство C. Jordan'у, и выступилъ W. v. Dyck, замѣнившій F. Klein'a, съ сообщеніемъ „О Математической Энциклопедіи“, которое оказалось очень интереснымъ и живымъ; онъ далъ въ немъ картину постепеннаго расширенія первоначальнаго плана Энциклопедіи и коснулся различій во взглядахъ на обработку матеріала въ нѣмецкой редакціи и во французской. На слѣдующемъ общемъ собраніи 8, IV, подъ предсѣдательствомъ P. Gordan'a, заслушаны были доклады (conférences): S. Newcomb'a—„Теорія луны, ея исторія и современное состояніе“ и лейденскаго физика H. A. Lorentz'a—„Распредѣленіе энергіи между вѣсомой матеріей и эфиромъ“, въ которой онъ далъ сопоставленіе теорій Jeans'a и Plank'a и показалъ, какъ въ этомъ вопросѣ математической физики находитъ себѣ примѣненіе геометрія *n* измѣреній. 10, IV состоялось третье общее собраніе, на которомъ прочтены были двѣ рѣчи: H. Poincaré—„Будущее математики“ (недавно избранный въ число безсмертныхъ знаменитый математикъ былъ нездоровъ, и рѣчь его прочелъ G. Darboux) и E. Picard'a—„L'Analyse dans les rapports avec la physique mathématique“.

Въ первой авторъ остановился сначала на общемъ характерѣ развитія мамематики — стремленіи къ экономіи мышленія и стремленіи отвѣтить на запросы прикладныхъ наукъ; онъ указалъ, что двѣ сосѣдки математики, философія и физика, всегда будутъ увлекать математиковъ въ разныя стороны; при всей важности изслѣдованій философскихъ главныя силы должны быть отданы второму направленію. Обращаясь къ частностямъ, Poincaré (подобно D. Hilbert'y въ его парижскомъ докладѣ) далъ обзоръ отдѣльныхъ областей математики и свои взгляды на ихъ ближайшее развитіе (ариѳметика, алгебра, дифференц. уравненія обыкновенныя и въ частныхъ производныхъ, функціи Абелевы, теорія функцій, въ особенности двухъ и болѣе перемѣнныхъ, геометрія, въ которой Poincaré выдвинулъ значеніе Analysis Situs въ многообразіяхъ *n* измѣреній, „канторизмъ“, къ которому онъ отнесся нѣсколько скептически, отмѣтивъ возникшіе въ послѣднее время парадоксы *). E. Picard съ своей стороны говорилъ о взаимоотношеніяхъ чистаго анализа и математической физики и о тѣхъ стимулахъ, которые чистая математика получаетъ отъ прикладной. Въ тотъ же день вечеромъ состоялся въ залѣ общества инженеровъ и архитекторовъ докладъ проф. Störmer'a—„О траекторіяхъ наэлектризованныхъ тѣлецъ въ полѣ элементарнаго магнита, съ приложеніемъ къ сѣвернымъ сіяніямъ“. Предполагался еще одинъ докладъ общаго характера P. Veronese о не-Архимедовой геометріи — на заключительномъ засѣданіи 11, IV, но за болѣзнью докладчика онъ не состоялся.

Обращаемся къ секціоннымъ засѣданіямъ. Они начались со второго же дня 7, IV. Секцій было пять: I. Анализъ; II. Геометрія; III. Прикладная математика, распадавшаяся на двѣ: III, A. Механика, математическая физика и теоретическая астрономія и III, B. Страховая

*) Онъ имѣлъ въ виду парадоксъ Richard'a, которому былъ посвященъ докладъ A. Schoenflies'a на дрезденскомъ съѣздѣ (Deutsche Mathematiker Vereinigung).

и инженерная математика, и IV. Философія, исторія и преподаваніе математики. Въ отличіе отъ предыдущихъ конгрессовъ были такимъ образомъ слиты секціи ариѳметики, алгебры и анализа, что можно только привѣтствовать; между математиками еще не установилось такой строгой специализаціи, и при сохранившемся подраздѣленіи приходилось, интересуясь одновременно докладами I, II и IV секціи, пропускать тотъ или другой интересный докладъ. Если нѣкоторые, какъ напримѣръ E. Borel, дѣлали доклады и на I и на III, B и на IV секціяхъ (также J. Andrade на II и III, A, Boutroux на I, IV, Stéphanos на I, IV), то тѣмъ болѣе было желающихъ слушать доклады на различныхъ секціяхъ, да и самые доклады можно было пріурочивать и къ той и къ другой секціи. Надо, впрочемъ, сказать, что устроители приняли это въ соображеніе: они стремились объединять однородные доклады въ одно засѣданіе, и залы засѣданій секцій III, A, II, I и IV были смежны, такъ что, не нарушая порядка, можно было переходить изъ одной секціи въ другую. Замѣчу кстати объ обстановкѣ. Засѣданія IV секціи (какъ и общія собранія) происходили въ залѣ засѣданій Академіи, украшенной бюстами Brioschi и Beltrami; остальныя — въ сосѣднихъ небольшихъ залахъ, стѣны которыхъ были покрыты гобеленами и увѣшаны старинными картинами. Въ пяти засѣданіяхъ I секціи было заслушано 35 докладовъ. Первое засѣданіе 7, IV открылось докладомъ престарѣлаго P. Gordan'а о рѣшеніи уравненій 6-й степени, за которымъ послѣдовали доклады Zermelo объ основаніяхъ ариѳметики и алгебры, E. Borel'я о принципахъ теоріи ансамблей и еще два доклада (Riesz и Trizell) изъ той же области. Въ то же время на IV секціи Hessenberg сдѣлалъ докладъ свой „Zählen und Anschauung", и на четвертой же секціи былъ сдѣланъ докладъ Brouwer'а о возможныхъ мощностяхъ (11, IV). Не перечисляя другихъ докладовъ этой секціи, упомяну только о наиболѣе интересномъ и по темѣ и по имени докладчика J. Hadamard'а—по варіаціонному исчисленію. Изъ русскихъ докладчиковъ на этой секціи выступилъ проф. Н. Салтыковъ (о полныхъ интегралахъ С. Ли и методѣ Якоби).

На секціи II вопросу объ основаніяхъ геометріи былъ посвященъ докладъ J. Andrade (о теоремѣ Ампера Стокса и постулатѣ Евклида), за которымъ слѣдовалъ докладъ Varicak'а (изъ Загреба) — на тему изъ не-Евклидовой геометріи. Затѣмъ слѣдовалъ цѣлый рядъ докладовъ по геометріи на алгебраической поверхности, изъ которыхъ отмѣтимъ докладъ только что увѣнчаннаго Fr. Severi; сюда же примыкалъ и единственный русскій докладъ (Пфейффера—Кіевъ). Наиболѣе интереснымъ изъ 17 докладовъ этой секціи былъ докладъ проф. L. Bianchi о преобразованіяхъ G. Darboux поверхностей минимальной площади, къ которому предсѣдательствовавшій въ этомъ засѣданіи G. Darboux присоединилъ сообщеніе о своихъ послѣднихъ результатахъ въ той же области.

На засѣданіяхъ секціи III, A было сдѣлано 22 доклада. Первымъ былъ заслушанъ докладъ G. H. Darwin'а о твердости земли; отмѣтимъ затѣмъ доклады Levi Civita, Lamb'а, A. Korn'а, Greenhill'я. На 3-мъ засѣданіи предсѣдателемъ былъ А. М. Ляпуновъ; изъ русскихъ докладчиками выступили Колосовъ (Юрьевъ) и Бѣлянкинъ (Кіевъ).

На секціи III, В первыя два засѣданія (7, IV и 8, IV) были посвящены примѣненію математики къ вопросамъ страхованія, и вступительная рѣчь-докладъ Toja (предсѣдатель итальянскаго Союза Актуаріевъ) была посвящена именно отношенію математики къ тому, что онъ называлъ наукою актуаріевъ (Scienza attuariale). Интересны были доклады E. Borel'я (который былъ на конгрессѣ делегатомъ Service de la statistique générale de France) о приложеніи теоріи вѣроятностей къ біологическимъ вопросамъ и Bohlmann'а объ основаніяхъ теоріи вѣроятностей въ примѣненіи къ страхованію жизни. Слѣдующее засѣданіе (9, IV) было посвящено вопросамъ о приложеніи математики въ строительномъ искусствѣ (доклады L. Luigi, Canevazza, Claxton-Fiedler, Svain, Maurice d'Ocagne). Послѣдніе два докладчика касались отчасти и вопросовъ преподаванія математики инженерамъ*).

Самою обильною докладами оказалась IV секція: на 5 ея засѣданіяхъ было заслушано 38 рѣчей и докладовъ, весьма разнообразныхъ по содержанію, при чемъ и пренія по поводу докладовъ были наиболѣе оживленными именно на этой секціи. О двухъ докладахъ—Hessenberg'а и Brouwer'а—уже упомянуто выше. Изъ остальныхъ выдѣляются прежде всего доклады по философіи, логикѣ и математикѣ: вступительная рѣчь Enriques'а—„Математика и философія", доклады Dr. Ительсона (логика и математика; дедукція, индукція и пердукція), опредѣляющаго логику, какъ науку о предметахъ вообще, и стремящагося, примѣняя логическій критерій, устранить изъ математики лишній балластъ; Gallucei—вопросъ логическій и гносеологическій въ основаніяхъ математики; Pastore—объ экстра-логической природѣ законовъ тавтологіи и абсорбціи. Упомянемъ далѣе доклады Boutroux объ отношеніи алгебры къ анализу безконечно-малыхъ и Broggi объ основаніяхъ исчисленія вѣроятностей. Былъ затѣмъ рядъ докладовъ историческаго характера: G. Loria—„Математическія традиціи Италіи", H. Zeuthen—„Объ отношеніяхъ между древними и новыми началами геометріи",—въ которомъ онъ указывалъ, что многіе принципы, вводимые теперь, какъ новые, имѣютъ гораздо болѣе древнее происхожденіе (опредѣленія Евдокса и не-Архимедова геометрія, Архимедовъ и новые постулаты для кривыхъ); M. Simon—„Историческія замѣчанія о континуумѣ, точкѣ и прямой",—и рядъ докладовъ (Bernstein, D. E. Smith, Giacomelli, Pittarelli, Marcolongo, F. Amodeo, Duhem), посвященныхъ отдѣльнымъ вопросамъ исторіи математики. Къ этимъ докладамъ примыкалъ докладъ G. Loria, автора цѣлаго ряда работъ по исторіи математики, который говорилъ о средствахъ облегчить и объединить изслѣдованія по исторіи математическихъ наукъ. Онъ указывалъ, что математики, въ противоположность филологамъ и юристамъ, не получаютъ подготовки для историческихъ работъ, и семинаріи въ родѣ той, какую ведетъ Braunmühl въ Мюнхенѣ, являются единичными; между тѣмъ нельзя оставить филологамъ историческія работы по математическимъ наукамъ, какъ требующія спеціально математической подготовки. Нужно бы, разъ нѣтъ курсовъ, составить нѣчто въ родѣ Manuel'я. Съ другой стороны, уже накопилось много историческихъ ра-

*) О постановленіи этой секціи, принятой общимъ собраніемъ, см. ниже.

ботъ, и настала пора писать исторію исторій математики; прежде всего конечно, нужно составить библіографію—очень много работъ историческаго характера появилось въ качествѣ докторскихъ диссертацій и Programmschriften. Необходимо также составить списокъ журналовъ, въ особенности не посвященныхъ спеціально математикѣ, но заключающихъ отдѣльныя математическія статьи. Полезно заняться обработкою исторіи отдѣльныхъ вопросовъ, и Loria предлагаетъ планъ подобныхъ работъ. По поводу его доклада проф. Gubler (Zürich) указалъ, что чрезвычайно важно въ педагогическомъ отношеніи и оживляетъ преподаваніе сообщеніе біографическихъ свѣдѣній (особенно изъ юности великихъ математиковъ), и потому желательно изданіе серіи біографій свѣтилъ математической науки; полезно также украсить ихъ портретами школы. Въ Швейцаріи уже сдѣланъ починъ въ этомъ дѣлѣ. Gubler показывалъ выпущенный всего за 1 марку портретъ J. Steiner'а въ цвѣтущемъ возрастѣ. Проф. F. Amodeo въ своемъ докладѣ доказывалъ желательность учрежденія архива математическихъ наукъ. Секція, не вдаваясь въ обсужденіе деталей, признала въ принципѣ подобное учрежденіе желательнымъ.

Отмѣтимъ здѣсь же принятіе по предложенію, сдѣланному A. Krazer'омъ отъ лица Deutsche Mathematiker Vereinigung, секціей, а затѣмъ конгрессомъ (въ засѣданіи 11, IV), постановленія относительно изданія полнаго собранія сочиненій Л. Эйлера.

Привѣтствуя инициативу швейцарскаго Общества Естествоиспытателей, конгрессъ высказалъ пожеланіе, чтобы дѣло это было дѣломъ математиковъ всѣхъ странъ, и постановилъ обратиться къ Международной Ассоціаціи академій, въ особенности къ Академіямъ Берлинской и С.-Петербургской, оказать свое содѣйствіе изданію. Darboux сообщилъ, что на послѣднемъ собраніи Ассоціаціи въ Вѣнѣ вопросъ этотъ поднимался уже и несомнѣнно встрѣтитъ поддержку.

Опуская стоявшіе нѣсколько особнякомъ доклады Emch, De Amicis и Delitala, остановимся еще на рядѣ докладовъ по педагогическимъ вопросамъ, занявшихъ два засѣданія 9 и 10, IV. Изъ нихъ выдѣлялись доклады о преподаваніи математики въ средней школѣ во Франціи (E. Borel), въ Германіи (Gutzmer), въ Англіи (Godfrey), въ Соединенныхъ Штатахъ С. Ам. (D. E. Smith), въ Австріи (Suppantschisch), въ Венгріи (Beke), въ Швейцаріи (Fehr), въ Греціи (Stephanos), въ Испаніи (Galdeano) и въ Италіи (Vailati и Conti). По поводу доклада Borel'я возникли довольно любопытныя пренія. Нивенгловскій (Inspecteur général de l'Académie de Paris) находилъ, что введенная въ старшихъ классахъ отдѣленія Sciences программа математики недоступна для большинства, и если первое время на него хлынула молодежь, то теперь большинство переходитъ на философское отдѣленіе, чтобы легче кончить,— а на немъ математикѣ отведено уже слишкомъ мало уроковъ, такъ что едва ли что-либо можно сдѣлать. Хотя въ защиту новыхъ плановъ и выступали, и, напримѣръ, Marotte доказывалъ на основаніи собственнаго опыта, что кое-что сдѣлать можно, но Нивенгловскій остался при своемъ. Любопытныя свѣдѣнія о постановкѣ преподаванія въ Швейцаріи далъ Fehr (одинъ изъ редакторовъ журнала l'Enseignement Mathématique): тамъ каждый кантонъ, каждая коммуна можетъ устраивать преподаваніе въ содержимыхъ ею школахъ по своему; поэтому минимальная программа, обязательная для всѣхъ, устанавливается извнѣ—конфедеративнымъ требованіемъ на экзаменѣ на званіе врача. Впрочемъ, какъ сказалъ Fehr, въ Швейцаріи общепризнано, что извѣстныя познанія по математикѣ необходимы, и въ гимназіяхъ доходятъ до изученія коническихъ сѣченій по ихъ простѣйшимъ уравненіямъ и до примѣненія простѣйшихъ функцій; въ реальныхъ гимназіяхъ къ этому добавляются нѣкоторыя свѣдѣнія по теоріи вѣроятностей и теоріи страхованія, въ техническихъ гимназіяхъ—начала дифференціальнаго и интегральнаго исчисленія, болѣе полно проходится аналитическая геометрія—не только 2, но и 3 измѣреній, геометрія начертательная. C. Stephanos въ своемъ докладѣ далъ очеркъ исторіи средняго образованія въ Греціи со временъ Маврокордато и относительно послѣдняго времени сообщилъ подробнѣе объ особенностяхъ программъ (отмѣтимъ исключеніе неопредѣленнаго анализа изъ курса алгебры), а также сообщилъ о существованіи особой комиссіи по урегулированію вопроса объ учебникахъ; при значительномъ количествѣ гимназій—37—въ маленькой Греціи въ нихъ получаютъ образованіе и дѣти изъ малообезпеченныхъ классовъ, для которыхъ важно сокращеніе затратъ на образованіе. Проф. Beke въ своемъ живомъ и интересномъ докладѣ о стремленіяхъ реформировать преподаваніе математики въ Венгріи описалъ современную его постановку въ нѣсколько радужныхъ краскахъ (этимъ отчасти грѣшили и итальянцы, на что и указалъ по поводу доклада Conti проф. Frattini); не со всѣми стремленіями ихъ можно согласиться, напримѣръ, съ объединеніемъ планиметріи и стереометріи; отмѣтимъ высказанное Beke отрицательное отношеніе къ введенію въ среднюю школу стараго обоснованія понятія о числѣ, о производной и пр., при чемъ онъ сослался на извѣстныя слова E. Picard'a.

Докладъ проф. Vailati давалъ мотивировку предлагаемой имъ схемы программы математики для тѣхъ трехъ отдѣленій (научнаго, классическаго и современнаго), на которыя предложила раздѣлить вторую стадію средней школы королевская комиссія,—на подобіе новой французской системы. Докладъ Conti былъ посвященъ первоначальному преподаванію математики и подготовкѣ начальныхъ учителей въ Италіи. Болѣе подробно на докладахъ Vailati, Conti, а также на докладѣ Gutzmer'a о результатахъ работъ комиссіи при Обществѣ нѣмецкихъ естествоиспытателей и врачей*) останавливаться здѣсь трудно, этому слѣдовало бы посвятить особую статью. Здѣсь я отмѣчу только, что по предложенію D. E. Smith'a и Archenhold'a было принято секціей, а затѣмъ и на заключительномъ засѣданіи конгресса постановленіе поручить F. Klein'y, Greenhill'ю и Fehr'y организовать международную комиссію съ цѣлью сравнительнаго изученія программъ и методовъ преподаванія математики въ среднихъ школахъ различныхъ націй. Журналъ Enseignement Mathématique будетъ органомъ этой комиссіи, которая должна представить докладъ V конгрессу. Приведемъ другія постановленія конгресса, принятыя также въ засѣданіи 11, IV. По инціативѣ секціи III, A рѣшено

*) Недавно вышелъ отчетъ этой комиссіи.

образовать международную комиссію для установленія единообразія въ векторіальныхъ обозначеніяхъ. По предложенію секціи III, В конгрессомъ высказано пожеланіе, чтобы на слѣдующемъ конгрессѣ была устроена особая секція приложенія математики къ инженернымъ наукамъ (съ цѣлью—какъ мотивировалъ инициаторъ предложенія M. d'Ocagne —болѣе тѣснаго единенія между тѣми, кто разрабатываетъ математическіе методы, и тѣми, кто примѣняетъ ихъ на практикѣ), и чтобы была учреждена особая подготовительная для этой секціи комиссія. Стремленіе расширить рамки конгресса еще рѣзче сказалось въ предложеніи, внесенномъ J. Hadamard'омъ лично отъ себя,—чтобы, въ виду тѣсной связи математики и физики, въ будущемъ конгрессы созывались совмѣстно.

Мѣстомъ слѣдующаго V конгресса избранъ по приглашенію A. R. Forsyth'а отъ имени Cambridge Philosophical Society, поддержаннаго Лондонскимъ Математическимъ обществомъ, Cambridge, гдѣ и соберется V конгрессъ математиковъ въ 1912 году. A. R. Forsyth обѣщалъ принять во вниманіе принятыя конгрессомъ пожеланія при организаціи новаго, и выполнить въ частности по возможности предложеніе J. Hadamard'а.

Съ своей стороны Mittag-Leffler пригласилъ имѣть въ виду для VI конгресса Стокгольмъ и сообщилъ о согласіи шведскаго короля Густава принять конгрессъ подъ свое покровительство. Конечно, рѣшеніе будетъ принадлежать V-му конгрессу, но возможность уже намѣчена.

Послѣ этого пр. Blaserna, выразивъ благодарность всѣмъ участникамъ, объявилъ конгрессъ закрытымъ, а G. Darboux отъ имени конгрессистовъ принесъ благодарность всѣмъ, поработавшимъ надъ его организаціей.

На слѣдующій день состоялась экскурсія конгрессистовъ на Villa Adriana и въ Tivoli, гдѣ, послѣ посѣщенія Villa d'Este, состоялся банкетъ, чѣмъ и закончился IV математическій конгрессъ.

Упомянемъ также, что 8, IV муниципалитетъ города Рима устроилъ конгрессистамъ пріемъ въ Капитолійскомъ Музеѣ; 9, IV—по приглашенію министра Нар. Просвѣщенія—состоялось посѣщеніе Палатина, а вечеромъ конгрессисты были на симфоническомъ концертѣ въ Амфитеатрѣ Corea (Mausoleo di Augusto). Такимъ образомъ организаторы конгресса позаботились не только о научной сторонѣ конгресса, но и томъ, что нѣмцы называютъ gemüthlicher Theil.

Корпускулярная теорія матеріи.

Дж. Дж. Томсона.

(*Продолженіе* *).

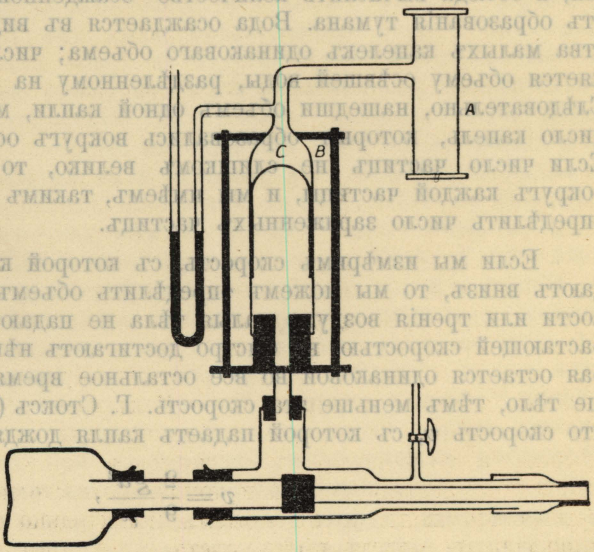
Величина электрическаго заряда на корпускулѣ.

Теперь мы обратимся къ доказательству высказаннаго выше положенія, что весьма большое значеніе отношенія $\frac{e}{m}$ для корпускулы, по сравненію съ его значеніемъ для атома водорода, обусловливается малостью ея массы m, а не большимъ размѣромъ ея заряда e. Мы можемъ этого достичь непосредственнымъ измѣреніемъ заряда e; для этой цѣли мы можемъ воспользоваться открытіемъ, сдѣланнымъ К. Вильсономъ (C. T. R. Wilson), что заряженная частица дѣйствуетъ, какъ ядро, вокругъ котораго сгущается водяной паръ, и образуетъ капли воды. Положимъ, что нѣкоторый объемъ воздуха насыщенъ водяными парами, и мы его охладимъ въ такой мѣрѣ, что, при отсутствіи осажденія, наступаетъ пересыщеніе. Какъ извѣстно, если при этомъ имѣется нѣкоторое количество пыли, то частицы ея дѣйствуютъ, какъ ядрышки, вокругъ которыхъ сгущается вода, и мы получаемъ хорошо извѣстныя явленія тумана и дождя. Если же воздухъ совершенно свободенъ отъ пыли, то мы можемъ значительно его охладить, и никакое осажденіе не будетъ имѣть мѣста. Если вовсе нѣтъ пыли, то, какъ показалъ К. Вильсонъ, образованіе тумана не происходитъ до тѣхъ поръ, пока температура не будетъ понижена въ такой мѣрѣ, что пересыщеніе становится восьмикратнымъ. Коль скоро, однако, достигнута уже эта температура, то образуется густой туманъ даже въ воздухѣ, свободномъ отъ пыли. Но если въ газѣ находятся заряженныя частицы, то, какъ показалъ К. Вильсонъ, достаточно гораздо меньшей степени охлажденія, чтобы вызвать образованіе тумана: для этого достаточно уже четырехкратнаго пересыщенія, если заряженныя частицы имѣются въ томъ количествѣ, въ какомъ онѣ бываютъ въ газѣ, когда онъ проводитъ электричество. Каждая заряженная частица становится центромъ, вокругъ котораго образуется капля воды. Капли воды образуютъ облачко, и такимъ образомъ заряженныя частицы, вначалѣ столь малыя, становятся видимыми и доступными нашему наблюденію. Вліяніе заряженныхъ частицъ на образованіе облачка можетъ быть совершенно отчетливо обнаружено при помощи слѣдующаго опыта.

Сосудъ A (фиг. 5), находящійся въ соприкосновеніи съ водой, насыщенъ паромъ комнатной температуры; этотъ сосудъ находится въ сообщеніи съ большимъ цилиндромъ B, въ которомъ скользитъ вверхъ и внизъ большой поршень C. Вначалѣ поршень находится вверху своего пробѣга; если же мы внезапно разрѣдимъ воздухъ подъ поршнемъ, то да-

*) См. № 459 „Вѣстника“.

вленіе воздуха, находящагося подъ нимъ, погонитъ его внизъ, и воздухъ въ сосудѣ *A* быстро расширится. Съ другой стороны, когда воздухъ расширяется, то онъ охлаждается; вслѣдствіе этого воздухъ въ сосудѣ *A* становится холоднѣе, а такъ какъ до охлажденія онъ насыщалъ воздухъ въ сосудѣ, то теперь наступаетъ пересыщеніе. Если нѣтъ вовсе пыли, то не происходитъ никакого осажденія до тѣхъ поръ, пока температура не понизится настолько, что уже восьмая часть того же количества пара могла бы его насытить при этой новой температурѣ. Однако, степень охлажденія, а слѣдовательно и пересыщенія, зависитъ отъ пробѣга поршня: чѣмъ большее разстояніе пробѣгаетъ поршень, тѣмъ больше охлажденіе. Я могу урегулировать это разстояніе такимъ образомъ, чтобы пересыщеніе было ниже восьмикратнаго, но больше четырехкратнаго. Теперь мы освободимъ воздухъ отъ пыли, вызывая въ пыльномъ воздухѣ облако за облакомъ; капельки унесутъ съ собою внизъ пылинки, на которыхъ онѣ сидятъ, подобно тому, какъ и въ натурѣ воздухъ очищается ливнемъ. Мы достигаемъ, наконецъ, того, что при разрѣженіи не появляется никакого тумана. Теперь приведемъ газъ въ состояніе электропроводимости, именно приблизимъ для этой цѣли къ сосуду *A* небольшое количество радія. Радій наполнитъ сосудъ множествомъ какъ положительно, такъ и отрицательно заряженныхъ частицъ. Когда мы теперь произведемъ разрѣженіе, то образуется чрезвычайно густое облако. Что это обстоятельство дѣйствительно обусловлено электризаціей газа, можно обнаружить слѣдующимъ опытомъ. Вдоль боковыхъ стѣнокъ сосуда *A* мы здѣсь имѣемъ двѣ вертикальныя изолированныя пластинки, которыя могутъ быть наэлектризованы. Если мы пластинки наэлектризуемъ, то онѣ будутъ отвлекать заряженныя частицы отъ газа все время, сколько бы ихъ ни образовывалось. Такимъ образомъ, наэлектризовавъ пластинки, мы можемъ вовсе устранить наэлектризованныя частицы изъ газа или, во всякомъ случаѣ, чрезвычайно понизить ихъ число. Повторимъ теперь нашъ опытъ, зарядивъ пластинки прежде, чѣмъ мы поднесемъ радій. Вы видите, что въ присутствіи радія ничтожное раньше количество тумана значительно возрастаетъ; но когда я разряжаю пластинки и въ то же



Фиг. 5.

время вызываю расширеніе воздуха, то туманъ сгущается въ такой мѣрѣ, что становится совершенно темнымъ.

Этими каплями мы можемъ воспользоваться для опредѣленія электрическаго заряда частицъ. Въ самомъ дѣлѣ, если мы знаемъ разстояніе, пробѣгаемое поршнемъ, то мы можемъ опредѣлить степень пересыщенія, а отсюда вычислить количество осажденной воды, получившейся отъ образованія тумана. Вода осаждается въ видѣ извѣстнаго количества малыхъ капелекъ одинаковаго объема; число этихъ капель равняется объему осѣвшей воды, раздѣленному на объемъ одной капли. Слѣдовательно, нашедши объемъ одной капли, мы можемъ опредѣлить число капель, которыя образовались вокругъ осажденныхъ частичекъ. Если число частицъ не слишкомъ велико, то капелька образуется вокругъ каждой частицы, и мы имѣемъ, такимъ образомъ, возможность опредѣлить число заряженныхъ частицъ.

Если мы измѣримъ скорость, съ которой капельки медленно падаютъ внизъ, то мы можемъ опредѣлить объемъ капли. Вслѣдствіе вязкости или тренія воздуха малыя тѣла не падаютъ съ равномѣрно возрастающей скоростью, но быстро достигаютъ нѣкоторой скорости, которая остается одинаковой во все остальное время паденія. Чѣмъ меньше тѣло, тѣмъ меньше эта скорость. Г. Стоксъ (George Stokes) показалъ, что скорость v, съ которой падаетъ капля дождя, дается формулой:

$$v = \frac{2}{9}\frac{ga^2}{\mu},$$

гдѣ a есть радіусъ капли, g — ускореніе силы тяжести, а μ есть коэффиціентъ вязкости воздуха. Если мы сюда подставимъ вмѣсто g и μ ихъ значенія, то мы получимъ:

$$v = 1.28 \times 10^6 a^2.$$

Слѣдовательно, если мы измѣримъ v, то мы можемъ измѣрить a, т. е. радіусъ капли. Этимъ путемъ мы можемъ, слѣдовательно, опредѣлить объемъ капли; затѣмъ, какъ было объяснено выше, мы можемъ вычислить число капель, а слѣдовательно, и число частичекъ, заряженныхъ электричествомъ. Опредѣлить же все количество электричества, которое несутъ эти частицы, можно очень просто при помощи электрическихъ методовъ; а такъ какъ мы знаемъ число частицъ, то мы можемъ этимъ путемъ опредѣлить зарядъ каждой частицы.

Таковъ былъ методъ, посредствомъ котораго я въ первый разъ опредѣлилъ зарядъ частицы. Г. А. Вильсонъ (H. A. Wilson) воспользовался для этой же цѣли болѣе простымъ пріемомъ. Дѣло въ томъ, что К. Вильсонъ показалъ, что водяныя капли легче сгущаются на частицахъ, заряженныхъ положительно. Примѣняя, какъ выше, расширеніе воздуха, возможно получить водяныя капли вокругъ отрицательныхъ частицъ и не получить ихъ вовсе вокругъ положительныхъ, такъ что при этомъ всѣ капли окажутся заряженными отрицательно. Объемъ этихъ капель, а слѣдовательно и ихъ вѣсъ, можно, какъ и выше, опредѣлить по скорости, съ которой онѣ падаютъ подъ дѣйствіемъ силы тяжести. Предположимъ теперь, что мы держимъ надъ каплями тѣло, заряженное положительнымъ электричествомъ. Такъ какъ капли имѣютъ отрицательный зарядъ, то положительное электричество будетъ оттягивать ихъ въ обратную сторону, и сила, которая тянетъ ихъ внизъ, уменьшится: онѣ станутъ падать медленнѣе, чѣмъ это имѣетъ мѣсто, когда онѣ не подвержены дѣйствію электрическаго притяженія. Если мы приспособимъ электрическое притяженіе такимъ образомъ, чтобы обусловливаемая ими сила, направленная вверхъ, была равна вѣсу капли, то капли вовсе не будутъ падать, а будутъ висѣть, подобно гробу Магомета, между небомъ и землей. Если, слѣдовательно, мы приспособимъ электрическую силу такимъ образомъ, чтобы капли были въ равновѣсіи, т. е. чтобы ни одна изъ нихъ не опускалась и не поднималась, то мы можемъ быть увѣрены, что сила, дѣйствующая на каплю по направленію вверхъ, равняется ея вѣсу. Вѣсъ же капли мы уже опредѣлили выше по скорости, съ которой капли падаютъ, когда онѣ не подвержены дѣйствію электрической силы. Если X есть электрическая сила, e — зарядъ капли, w — ея вѣсъ, то при равновѣсіи мы имѣемъ: $Xe = w$. Такъ какъ X можно легко измѣрить, а w намъ извѣстно, то мы можемъ воспользоваться этимъ соотношеніемъ для опредѣленія e, т. е. заряда капли. Значеніе e, найденное этими методами, равно $3{,}1 \times 10^{-10}$ электростатической единицы, или 10^{-20} электромагнитной единицы. Это оказывается тотъ же самый зарядъ, который несетъ атомъ водорода при электролизѣ разбавленныхъ растворовъ, приблизительное значеніе котораго было давно извѣстно.

Впрочемъ, здѣсь можно возразить, что зарядъ, измѣряемый въ предыдущихъ опытахъ, есть зарядъ молекулы или даже группы молекулъ, а не зарядъ корпускулы. Это возраженіе не находитъ себѣ, однако, примѣненія, если повести опытъ, какъ я это дѣлалъ, въ нѣсколько иномъ порядкѣ. Я вызывалъ электрическій зарядъ на частицахъ не путемъ экспозиціи подъ лучи радія, а совершенно иначе; именно, я освѣщалъ лучами ультрафіолетоваго свѣта металлическую пластинку, находящуюся въ соприкосновеніи съ газомъ. Въ этомъ случаѣ, какъ показываютъ опыты, произведенные при крайне высокомъ разрѣженіи, электризація получается исключительно отрицательная и обусловливается именно корпускулами, которые текутъ съ освѣщаемаго металла. При наличности газа корпускулы ударяются о его молекулы и пристаютъ къ нимъ. Хотя, такимъ образомъ, заряжены, собственно говоря, молекулы, а не корпускулы, но зарядъ молекулы равенъ заряду корпускулы; поэтому вышеописанный методъ все-таки даетъ зарядъ корпускулы. Но величина заряда получается одна и та же, вызывается ли электризація ультра-фіолетовыми лучами или радіемъ.

Мы видѣли, такимъ образомъ, что зарядъ корпускулы въ электромагнитныхъ единицахъ равенъ 10^{-20}; прежде же мы нашли, что отношеніе $\frac{e}{m}$, гдѣ m есть масса корпускулы, равно $1{,}7 \times 10^{7}$, откуда $m = 6 \times 10^{-28}$ граммовъ.

Чтобы отчетливѣе выяснить смыслъ этихъ цифръ, мы выразимъ массу корпускулы, принимая за единицу массу атома водорода. Какъ мы видѣли, для корпускулы $\frac{e}{m} = 1.7 \times 10^7$; съ другой стороны, если E есть зарядъ атома водорода при электролизѣ разбавленныхъ растворовъ, а M есть масса атома водорода, то $\frac{E}{M} = 10^4$; поэтому $\frac{e}{m} = 1700 \cdot \frac{E}{M}$. Мы уже установили, что значенiе e, найденное предыдущими методами, совпадаетъ со значенiемъ E, которое приближенно было уже давно извѣстно. Таунзендъ (Townsend) указалъ методъ, дающiй возможность непосредственно опредѣлить отношенiе $\frac{e}{E}$, и этимъ путемъ также обнаружилъ, что $e = E$.

Такъ какъ, съ другой стороны, $\frac{e}{m} = 1700 \frac{E}{M}$, то $M = 1700m$, т. е. масса корпускулы составляетъ приблизительно $^1/_{1700}$ массы атома водорода.

Во всѣхъ извѣстныхъ намъ случаяхъ, когда отрицательное электричество появляется въ разрѣженномъ газѣ, оно бываетъ въ формѣ корпускулъ, весьма малыхъ тѣлецъ съ постоянной массой и постояннымъ зарядомъ. Съ положительнымъ электричествомъ дѣло обстоитъ совершенно иначе.

(Продолженiе слѣдуетъ).

Опыты и приборы.

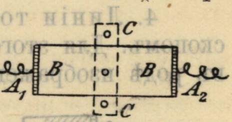
Цвѣтной термоскопъ въ качествѣ гальваноскопа. Демонстрируя измѣненiя различныхъ свойствъ тѣлъ съ измѣненiемъ ихъ теплового состоянiя, преподаватель очень часто не упускаетъ случая показать измѣненiе, среди прочихъ свойствъ, и цвѣта тѣла. Для этой цѣли, большею частью, пользуются особой краской, составленной изъ iодистыхъ соединенiй ртути и серебра *), которая, обычно, имѣетъ желтый цвѣтъ, переходящiй постепенно въ красный и темно-красный при сравнительно небольшомъ нагрѣванiи (45^0—50^c). Листъ бумаги, покрытый такой теплочувствительной краской, является для многихъ опытовъ по теплотѣ прекраснымъ демонстрацiоннымъ термоскопомъ. Прикладывая вплотную такой термоскопъ къ тѣлу, тепловое состоянiе котораго мѣняется, или даже покрывая самое тѣло краской, можно дать аудиторiи возможность судить по измѣненiю цвѣта о различiи температуръ, о „теченiи“ теплоты и т. д.

Людткэ примѣнилъ такого рода „цвѣтной“ термоскопъ въ качествѣ гальваноскопа для цѣлаго ряда демонстрацiй изъ области электричества. Проводниками въ такихъ опытахъ служатъ полоски стані-

---

*) Рецептъ можно найти въ книжкѣ С. Томсона: „Свѣтъ видимый и невидимый“. СПБ. 1900 г. 142 стр.

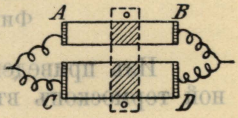
оля. Для введенія полоски въ цѣпь, лучше всего разостлать ее на гладкой дощечкѣ и къ концамъ прижать помощью, хотя бы, фотографическихъ щипцовъ двѣ мѣдныя пластинки (для обезпеченія хорошаго контакта слѣдуетъ подъ мѣдныя пластинки подложить настилку въ нѣсколько рядовъ изъ станіоля же). Видъ проводника изображенъ на рис. 1.



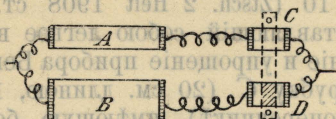
Фиг 1.

Опишемъ нѣкоторые опыты.

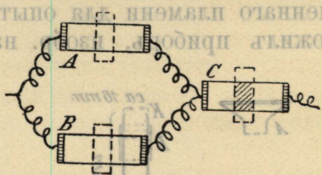
1. Развѣтвленіе токовъ. Заготовляется нѣсколько полосокъ какъ равнаго, такъ и различнаго сопротивленія. Вводя одну полоску въ главную цѣпь, а другія въ вѣтви, и накладывая термоскопъ на каждую полоску, можно по измѣненію окраски судить о распредѣленіи токовъ. Схемы нѣкоторыхъ расположеній представлены на рис. 2, 3 и 4.



Фиг. 2.



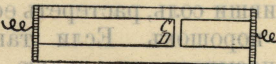
Фиг. 3.



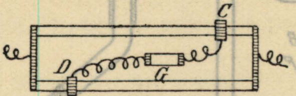
Фиг. 4.

2. Мостъ Витстона. Если изъ станіолевыхъ полосъ составить „четыреугольникъ", сопротивленія сторонъ котораго подчиняются извѣстной пропорціи, то въ полосѣ-діагонали тока не будетъ: термоскопъ сохранитъ свой первоначальный цвѣтъ.

Всю „фигуру" можно вырѣзать изъ сплошного листа станіоля (рис. 5 и 6).

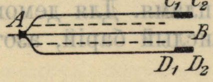


Фиг. 5.



Фиг. 6.

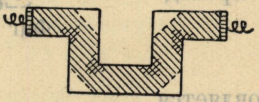
3. Течетъ ли электричество внутри проводника или только по его поверхности. Тонкая мѣдная полоска (рис. 7) AB оборачивается нѣсколько разъ бумагой и, сверхъ нея, листомъ станіоля, образующимъ, такимъ образомъ, гильзу, одинъ конецъ которой прижимаютъ въ A къ голой мѣди, а другой конецъ снабжаютъ двумя пластинками C_1C_2 и D_1D_2, помощью которыхъ можно привести въ соприкосновеніе съ пластинкой и этотъ конецъ. Если пропустить токъ по станіолевой только оболочкѣ, приложенный къ ней термоскопъ мѣняетъ цвѣтъ. Если же въ это самое время прижать пластинки C_1C_2 и D_1D_2 къ полосѣ AB и возстановить прежнюю силу тока, то очень слабое из-



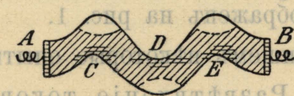
Фиг. 7.

мѣненіе цвѣта термоскопа покажетъ, что главная часть тока идетъ внутри проводника*).

4. Линіи тока очень наглядно демонстрируются цвѣтнымъ термоскопомъ. Для этого лучше всего проводники съ углами, закругленіями въ родѣ изображеннаго на рис. 8 и 9.



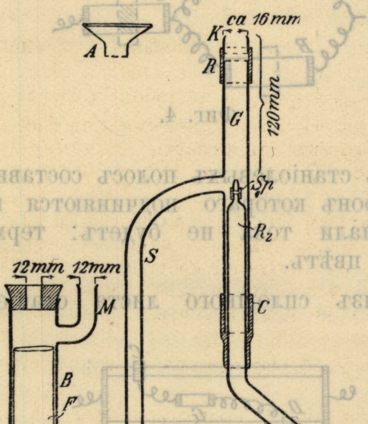
Фиг. 8.



Фиг. 9.

Изъ приведенныхъ опытовъ видно, какъ можно примѣнить цвѣтной термоскопъ въ качествѣ гальваноскопа.

Простой аппаратъ для окрашиванія пламени. Для полученія окрашеннаго пламени для опытовъ по спектральному анализу Скриба предложилъ приборъ, изобр. на рис. 10 (Ztsch. 2 Heft 1908 ст. 110), представляющій собою легкое видоизмѣненіе и упрощеніе прибора Бекшана. Въ трубку C (20 см. длиною, 16 мм. въ поперечникѣ), имѣющую боковую трубку C, входитъ трубка R_2, заканчивающаяся узкимъ отверстіемъ Sp и приводящая въ G газъ. Для предохраненія верхняго конца G отъ оплавленія, насаживается кверху, помощью резиновой трубочки R, кусочекъ k трубки изъ тугоплавкаго стекла. Получается, т. обр., Бунзеновская горѣлка. Для введенія въ ея пламя солей нѣкоторыхъ металловъ Скриба предлагаетъ, просушивши соль, растереть ее въ очень мелкій порошокъ. Если такой порошокъ насыпать въ сухую колбу и, встряхнувши такъ, чтобы въ колбѣ образовалась пыль, опустить конецъ O трубки S въ колбу, то токъ воздуха, идущій черезъ S, будетъ увлекать съ собой и пыль и будетъ окрашивать соотвѣтственнымъ образомъ пламя. Гигроскопичныя соли нельзя этимъ путемъ вводить въ пламя. Для демонстрацій лучше всего брать хлористый калій, азотнокислый барій, азотнокислый стронцій и т. п.



Фиг. 10.

---

*) Этотъ опытъ поучителенъ для учащихся, которые, послѣ опытовъ по электростатикѣ, могутъ пребывать въ убѣжденіи, что электричество, при всѣхъ условіяхъ, располагается на поверхности проводниковъ.

РЕЦЕНЗІИ.

С. Ковалевскій. *Учебникъ физики для среднихъ учебныхъ заведеній. Изд. 7-е.* Учебникъ г. Ковалевскаго является, безспорно, однимъ изъ лучшихъ. Всѣ явленія и факты, обычно относимые къ курсу средней школы, сгруппированы весьма умѣло и изложены, насколько это доступно въ элементарномъ курсѣ, вполнѣ научно. И тѣмъ не менѣе врядъ-ли возможно рекомендовать книгу г. Ковалевскаго въ качествѣ учебника безъ дальнѣйшихъ оговорокъ. Дѣло въ томъ, что изложена она весьма сухо. Всякій учебникъ, безъ сомнѣнія, долженъ быть догматиченъ и не отвлекаться въ сторону. Но все-таки курсъ физики для учениковъ средней школы долженъ быть изложенъ болѣе интересно, чѣмъ это сдѣлано въ настоящемъ учебникѣ. Даже рисунки сдѣланы часто слишкомъ схематично и во многихъ случаяхъ недостаточно наглядны. Слѣдствіемъ этого является трудность учебника. Въ качествѣ иллюстраціи приведу только два примѣра. Уже на 5 стр., характеризуя состояніе вещества, авторъ говоритъ о „движеніяхъ частицъ около средняго положенія“, о „непрерывномъ и прямолинейномъ движеніи и столкновеніи между собою“ частицъ газовъ. На стр. 23 и другихъ говорится о переходѣ къ предѣлу. Врядъ-ли ученики гимназій при сравнительно слабой математической подготовкѣ въ состояніи будутъ пользоваться книгой г. Ковалевскаго безъ подробныхъ разъясненій и указаній учителя. Болѣе пригодной является она для реальныхъ училищъ.

Въ частности можно сдѣлать слѣдующія замѣчанія.

На стр. 9 говорится объ „абсолютной системѣ мѣръ“ безъ объясненія, что̀ подъ этимъ понимается.

Задачу разложенія силъ слѣдуетъ изложить болѣе подробно (стр. 40).

Какъ извѣстно̀, въ физикѣ подъ терминомъ „масса“ понимаются два различныхъ понятія. Авторъ вводитъ новый терминъ „инертность“, понимая подъ массой только количество вещества (стр. 58). Однако, въ дальнѣйшемъ изложеніи курса остается только терминъ „масса“.

На стр. 66 авторъ говоритъ: „существуютъ три способа взвѣшиванія на обыкновенныхъ вѣсахъ; мы разсмотримъ два изъ нихъ“—и излагаетъ способъ Борда и способъ Менделѣева. Однако, это не обычные способы взвѣшиванія, а употребляемые при взвѣшиваніи на невѣрныхъ вѣсахъ или при очень точныхъ измѣреніяхъ. Кромѣ того, непонятно, почему не излагается очень интересный и вполнѣ доступный способъ Гаусса.

Въ главѣ о газахъ почему-то пропущены диффузія газовъ и раствореніе газовъ въ жидкостяхъ.

Вполнѣ умѣстной является отдѣльная глава (IX) о гармоническомъ колебательномъ движеніи. Однако, неизвѣстно, въ силу какихъ соображеній авторъ изложилъ звуковыя явленія передъ свѣтовыми. Вслѣдствіе этого явленія отраженія и преломленія звука (стр. 183—5) изложены съ указаніемъ на объясненіе въ дальнѣйшихъ главахъ, и о фокусѣ зеркала упоминается безъ опредѣленія этого термина.

Вопросъ о превращеніи газовъ въ жидкости и о критической температурѣ авторъ несправедливо считаетъ второстепеннымъ; онъ даже не упоминаетъ о такъ называемыхъ постоянныхъ газахъ (стр. 163).

Въ рис. 153 (стр. 181) непонятно, почему звучащее тѣло изображено въ видѣ сосуда съ жидкостью.

Органъ слуха описанъ (стр. 188) чрезвычайно кратко и весьма мало понятно. Полукружные каналы авторъ относитъ, повидимому, къ органамъ, имѣющимъ отношеніе къ слуховымъ ощущеніямъ (что совершенно невѣрно); ничего не говорится о слуховомъ нервѣ, а между тѣмъ упоминается объ „основной перепонкѣ, содержащей до 3000 кортіевыхъ нитей“. Рис. 162, долженствующій изображать строеніе уха, никуда не годится.

Въ главѣ о звукѣ почему-то выпущено описаніе фонографа, о которомъ упоминалось въ прежнихъ изданіяхъ.

Въ §§ 138, 140 и 153, касающихся построенія изображеній въ зеркалахъ и стеклахъ, слѣдовало бы ввести указаніе на то, что *для контроля* можно брать третій лучъ, имѣющій опредѣленное направленіе, а именно проходящій черезъ главный фокусъ.

Учебникъ дополненъ свѣдѣніями о безпроволочномъ телеграфѣ. Однако, ни слова не говорится о значеніи резонанса (настройка приборовъ — работы Брауна), безъ чего безпроволочная телеграфія врядъ-ли пріобрѣла бы то значеніе, которое она уже теперь занимаетъ.

Глава о химическихъ явленіяхъ, данная въ видѣ 2-го приложенія, изложена непозволительно сжато и въ такомъ видѣ можетъ быть усвоена развѣ путемъ заучиванія наизусть. Кромѣ того, химическія формулы приводятся безъ объясненій, а законы химическихъ соединеній совсѣмъ не изложены.

М. Л.

Математическія мелочи.

I. Разложеніе 1 на алгебраическую сумму квадратовъ.

Если $ab - \alpha\beta = 1$, то мы имѣемъ тождество:

$$(a\alpha - b\beta)^2 + (2\alpha\beta + 1)^2 - (a\alpha + b\beta)^2 = 1.$$

Это тождество даетъ намъ средство находить алгебраическую сумму квадратовъ, равную 1.

Если, напримѣръ, $a = 3$, $b = 3$, $\alpha = 8$, $\beta = 1$, то мы получаемъ:

$$17^2 + 21^2 - 27^2 = 1.$$

II. Любопытныя соотношенія:

$$37 = 3^2 + 7^2 - 3.7; \quad 37(3 + 7) = 3^3 + 7^3; \quad 3.7.37 = 777.$$

Замѣчательно, что 37 есть единственное двузначное число, которое, будучи умножено на сумму своихъ цифръ, равно суммѣ кубовъ этихъ цифръ.

(*Mathesis*).

Уставъ Московскаго Математическго кружка.

I. Названіе кружка, его цѣль, районъ и способы его дѣятельности.

§ 1. Кружокъ называется: „Московскій Математическій кружокъ“.

§ 2. Московскій Математическій кружокъ имѣетъ цѣлью разработку вопросовъ, относящихся къ математикѣ, преимущественно элементарной, и близкимъ къ ней наукамъ, а также распространеніе математическаго образованія.

§ 3. Райономъ дѣятельности Московскаго Математическаго кружка служитъ городъ Москва.

§ 4. Способами для достиженія указанной цѣли въ § 2 служатъ: а) устройство засѣданій для чтенія и обсужденія докладовъ по математикѣ и близкимъ къ ней наукамъ, а также по вопросамъ, относящимся къ преподаванію этихъ наукъ; б) организація лекцій по вопросамъ, входящимъ въ кругъ интересовъ Кружка; в) устройство выставокъ учебныхъ пособій; г) содѣйствіе переводу математическихъ сочиненій на русскій языкъ и изданіе оригинальныхъ и переводныхъ сочиненій по математикѣ; д) изданіе трудовъ кружка и годичныхъ отчетовъ объ его дѣятельности.

II. Учредители Московскаго Математическаго кружка.

§ 5. Учредителями Московскаго Математическаго кружка состоятъ: ординарный профессоръ Императорскаго Московскаго университета Б. К. Млодзѣевскій, директоръ частнаго коммерческаго училища Л. О. Вяземской А. Ѳ. Гатлихъ, преподаватель Московскихъ Высшихъ Женскихъ курсовъ І. И. Чистяковъ.

III. Порядокъ вступленія и выбытія членовъ.

§ 6. Членами Кружка могутъ быть лица, интересующіяся вопросами, указанными въ § 2 сего устава.

§ 7. Предложеніе объ избраніи въ члены кружка вносится въ Правленіе Кружка за подписью не менѣе, какъ двухъ лицъ, уже состоящихъ его членами. Самое избраніе производится закрытой баллотировкой въ засѣданіи, слѣдующемъ за тѣмъ, въ которомъ было сдѣлано предложеніе объ избраніи.

§ 8. Члены кружка выбываютъ изъ него въ случаѣ ихъ о томъ заявленія, а также въ случаѣ неуплаты ими въ теченіе двухъ лѣтъ установленныхъ членскихъ взносовъ. Выбывшіе члены могутъ быть вновь приняты въ члены кружка безъ баллотировки, подъ условіемъ погашенія числящихся за ними взносовъ.

IV. Размѣръ членскихъ взносовъ и порядокъ уплаты ихъ.

§ 9. Всѣ члены кружка дѣлаютъ въ его кассу ежегодно денежный членскій взносъ, размѣръ котораго опредѣляется въ общемъ собраніи членовъ кружка и который не можетъ быть менѣе рубля въ годъ.

V. Составъ Правленія, способы его образованія и пополненія и предметы его вѣдѣнія, а также мѣсто его нахожденія.

§ 10. Веденіе дѣлъ кружка возлагается на Правленіе, имѣющее мѣстопребываніе въ г. Москвѣ и состоящее изъ предсѣдателя, товарища предсѣдателя и двухъ секретарей, изъ которыхъ одинъ исполняетъ обязанности казначея. Члены правленія избираются въ общемъ собраніи кружка на два года закрытой баллотировкой.

§ 11. Въ случаѣ выхода кого-либо изъ членовъ Правленія изъ состава Правленія до окончанія срока, на который онъ былъ избранъ, производятся выборы новаго члена Правленія на остающійся срокъ.

§ 12. На Правленіе возлагается: завѣдываніе текущими дѣлами; пріемъ предложеній и заявленій, вносимыхъ членами кружка; ближайшее наблюденіе за расходами кружка и составленіе отчета объ его дѣятельности.

VI. Время и порядокъ созыва общаго собранія членовъ и предметы его вѣдѣнія.

§ 13. Общее собраніе членовъ кружка созывается Правленіемъ не рѣже одного раза въ годъ повѣстками, разсылаемыми всѣмъ членамъ.

§ 14. Предметы вѣдѣнія общаго собранія суть: 1) утвержденіе годичныхъ отчетовъ Правленія, 2) опредѣленіе размѣра членскаго взноса по § 9 устава, 3) избраніе должностныхъ лицъ кружка, 4) рѣшеніе вопросовъ, связанныхъ съ измѣненіемъ организаціи кружка и его устава.

VII. Порядокъ веденія отчетности.

§ 15. Поступающія въ распоряженіе Правленія и расходуемыя имъ денежныя суммы заносятся въ особую книгу, веденіе которой возлагается на казначея (§ 10).

§ 16. Для провѣрки суммъ и отчетности ежегодно избирается ревизіонная комиссія въ составѣ трехъ членовъ.

VIII. Порядокъ измѣненія устава.

§ 17. Вопросъ объ измѣненіи устава кружка можетъ быть рѣшаемъ только при условіи внесенія его на повѣстку соотвѣтствующаго общаго собранія. Измѣненія устава считаются принятыми только тогда, когда за нихъ выскажутся не менѣе двухъ третей всѣхъ присутствующихъ въ собраніи членовъ.

§ 18. Въ случаѣ закрытія кружка имущество его передается въ какое-либо изъ просвѣтительныхъ учрежденій, по постановленію общаго собранія его членовъ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ", и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ", либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 19 (5 сер.). Рѣшить систему уравненій:

$$(y-z)(x+y+z-a)+(b-c)\,x=A,$$
$$(z-x)(x+y+z-b)+(c-a)\,y=B,$$
$$(x-y)(x+y+z-c)+(a-b)\,z=C.$$

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 20 (5 сер.). Построить треугольникъ ABC по сторонамъ $AC=b$, $AB=c$ и симедіанѣ $AD=\sigma$.

П. Х.

№ 21 (5 сер.). Найти зависимость между сторонами a_n и a_{5n} правильныхъ вписанныхъ въ одинъ и тотъ же кругъ многоугольниковъ о n и $5n$ сторонахъ.

Н. Агрономовъ (Вологда).

№ 22 (5 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе:

$$x^4+4x^2+1=y^2.$$

Я. Назаревскій (Харьковъ).

№ 23 (5 сер.). Рѣшить уравненіе:

$$z^6-3az^4+3(a^2-1)\,z^2-a^3+3a+2=0$$

и опредѣлить значенія a, при которыхъ это уравненіе имѣетъ раціональные корни.

Н. С. (Одесса.)

№ 24 (5 сер.). Опредѣлить многочленъ пятой степени $P(x)$ такъ, чтобы $P(x)+10$ дѣлилось на $(x+2)^3$, а $P(x)-10$ на $(x-2)^3$.

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 822 (4 сер.). *Дано, что проекціи силы* F *на двѣ взаимно перпендикулярныя прямыя равны* p *и* q *и что составляющія другой силы* F′ *по направленіямъ тѣхъ же двухъ прямыхъ равны соотвѣтственно* m *и* n. *Полагая, что силы* F *и* F′ *лежатъ въ плоскости перпендикулярныхъ прямыхъ, доказать, что условіе перпендикулярности этихъ силъ таково*:

$$\mathrm{pm} + \mathrm{qn} = 0.$$

Такъ какъ проекціи и составляющія силъ не измѣняются по величинѣ и по знаку при параллельномъ перенесеніи силъ или заданныхъ пересѣкающихся прямыхъ, то можно обѣ силы перенести въ точку O пересѣченія этихъ прямыхъ. Обозначимъ положительныя направленія данныхъ прямыхъ черезъ OA, OB, отрѣзки, представляющіе силу F и ея проекціи на AO и OB, соотвѣтственно черезъ OF, OP, OQ, отрѣзки, представляющіе силу F' и ея составляющія по заданнымъ направленіямъ, черезъ OF', OM, ON. Опустивъ перпендикуляры MM' и NN' на OF', имѣемъ изъ паръ треугольниковъ OFP, MOM' и OFQ, NON', которые соотвѣтственно подобны, такъ какъ углы ихъ при вершинахъ F и O составлены перпендикулярными сторонами:

$$\frac{OP}{MM'} = \frac{OF}{OM}, \quad \frac{OQ}{NN'} = \frac{OF}{ON},$$

откуда, такъ какъ $MM' = NN'$,

$$OP \,.\, OM = OF \,.\, MM' = OF \,.\, NN' = OQ \,.\, ON,$$

а потому

$$\frac{OP}{OQ} = \frac{ON}{OM}. \qquad (1)$$

Замѣчая, что при всякомъ положеніи силы OF проекціи p и q—одного или разныхъ знаковъ, смотря по тому, будутъ ли составляющія силы OF' соотвѣтственно разныхъ знаковъ или одного знака, можно записать равенства (1) въ видѣ $\frac{p}{q} = -\frac{n}{m}$, откуда

$$pm + qn = 0.$$

Г. Лебедевъ (Обоянь); *Н. С.* (Одесса).

№ 823 (4 сер.) *Разложить на первоначальныхъ множителей число*

$$2^{18} + 3^{18}.$$

Представивъ число $2^{18} + 3^{18}$ въ видѣ $(2^6)^3 + (3^6)^3$, имѣемъ:

$$2^{18} + 3^{18} = (2^6 + 3^6)(2^{12} - 2^6 \,.\, 3^6 + 3^{12}). \qquad (1)$$

Замѣчая, что $2^6 + 3^6 = (2^2)^3 + (3^2)^3$, находимъ:

$$2^6 + 3^6 = (2^2 + 3^2)(2^4 - 2^2 \,.\, 3^2 + 3^4) = 13 \,.\, 61. \qquad (2)$$

Затѣмъ, вводя обозначеніе $2 \,.\, 3 = 6 = k$ и пользуясь надлежащимъ образомъ тождествами: $3 - 2 = 1$, $3 + 2 = 5 = k - 1$, $3^2 + 3 \,.\, 2 + 2^2 = 19 = 25 - 6 = (k-1)^2 - k$, $3^2 - 3 \,.\, 2 + 2^2 = 7 = k + 1$, $6k = k^2$, $k^4 = 36k^2$, получимъ:

$$2^{12} - 2^6 \,.\, 3^6 + 3^{12} = (3^6 - 2^6)^2 + k^6 = (3^3 - 2^3)^2(3^3 + 2^3)^2 + k^6 =$$

$$= (3-2)^2(3+2)^2(3^2+3\,.\,2+2^2)^2(3^2-3\,.\,2+2^2)^2+k^6=$$

$$=(k-1)^2\,[(k-1)^2-k]^2(k+1)^2+k^6=(k^2-1)^2(k^2-3k+1)^2+k^6=$$

$$=(k^2-1)^2(k^2+1)^2-6k(k^2-1)^2(k^2+1)+9k^2(k^2-1)^2+k^6=$$

$$=(k^2-1)^2(k^2+1)^2-k^2(k^2-1)^2(k^2+1)+k^2(9k^4-18k^2+k^4+9)=$$

$$=(k^2-1)^2(k^2+1)(k^2+1-k^2)+k^2(9k^4-18k^2+36k^2+9)=$$

$$=(k^2-1)^2(k^2+1)+9k^2(k^4+2k^2+1)=(k^2-1)^2(k^2+1)+9k^2(k^2+1)^2=$$

$$=(k^2+1)(k^4-2k^2+1+9k^4+9k^2)=(k^2+1)(10k^4+7k^2+1)=$$

$$=(k^2+1)(2k^2+1)(5k^2+1)=37\,.\,73\,.\,181. \qquad (3)$$

Изъ равенствъ (1), (2), (3), принимая во вниманіе, что каждый изъ множителей 13, 61, 37, 73, 181 есть число простое, находимъ искомое разложеніе:

$$2^{18}+3^{18}=13\,.\,61\,.\,37\,.\,73\,.\,181.$$

Г. Лебедевъ (Обоянь); *Э. Лейнъкъ* (Рига).

№ 827 (4 сер.). *Рѣшить систему уравненій*:

$$16(x^4+y^4+z^4+u^4)=289,$$

$$xy-zu=z+u=\frac{3}{2},$$

$$x+y=3.$$

(Заимств. изъ *Supplemento al Periodico di Matematica*).

Вводя обозначенія $xy=t$, $zu=v$, (1)

имѣемъ, согласно съ равенствомъ $xy-zu=\frac{3}{2}$,

$$t-v=\frac{3}{2}. \qquad (2)$$

Возвышая въ квадратъ равенство $x+y=3$ и перенося $2xy$ во вторую часть, затѣмъ снова возвышая полученное равенство въ квадратъ и перенося $2x^2y^2$ во вторую часть, получимъ:

$$x^4+y^4=(9-2xy)^2-2(xy)^2=(9-2t)^2-2t^2 \qquad (3)$$

и такимъ же образомъ изъ равенства $z+u=\frac{3}{2}$ находимъ:

$$z^4+u^4=\left(\frac{9}{4}-2zu\right)^2-2(zu)^2=\left(\frac{9}{4}-2v\right)^2-2v^2. \qquad (4)$$

Складывая равенства (3) и (4), имѣемъ, согласно съ первымъ изъ данныхъ уравненій:

$$\frac{289}{16}=81-36t+2t^2+\frac{81}{16}-9v+2v^2,$$

или

$$2t^2+2v^2-36t-9v+68=0. \qquad (5)$$

Подставивъ въ уравненіе (5) значеніе v изъ (2), получимъ $2t^2 + 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 - 36t - 9\left(t - \frac{3}{2}\right) + 68 = 0$, откуда, послѣ обычныхъ преобразованій, находимъ

$$4t^2 - 51t + 86 = 0, \text{ откуда } t = \frac{51 \pm \sqrt{1225}}{8} = \frac{51 \pm 35}{8};$$

$$xy = t_1 = 2, \text{ или } xy = t_2 = 10\frac{3}{4}; \text{ поэтому [см. (2)] } zu = v_1 = \frac{1}{2}; \ zu = v_2 = 9\frac{1}{4}.$$

Итакъ, согласно съ равенствами $x + y = 3$, $z + u = \frac{3}{2}$ и (1), задача приводится къ рѣшенію системъ:

$$x + y = 3, \ xy = 2, \text{ откуда } x = 1, \ y = 2 \text{ или } x = 2, \ y = 1;$$

$$z + u = \frac{3}{2}, \ zu = \frac{1}{2}, \text{ т. е. } z = \frac{1}{2}, \ u = 1 \text{ или } z = 1, \ u = \frac{1}{2}$$

или же системъ:

$$x + y = 3, \ xy = \frac{43}{4}, \text{ т. е. } x \text{ и } y \text{ суть корни уравненія}$$

$$m^2 - 3m + \frac{43}{4} = 0, \text{ откуда } x, y = m = \frac{3 \pm i\sqrt{34}}{2},$$

$$z + u = \frac{3}{2}, \ zu = \frac{37}{4}, \text{ т. е. } z, u \text{ суть корни уравненія}$$

$$n^2 - \frac{3}{2}n + \frac{37}{4} = 0, \text{ откуда } z, u = n = \frac{3 \pm i\sqrt{139}}{4}.$$

Г. Лебедевъ (Обоянь); *Н. С.* (Одесса).

№ 835 (4 сер.). *По высотѣ* AH = h *и медіанѣ* AM = m *построить треугольникъ* ABC *такъ, чтобы уголъ* B *былъ вдвое больше угла* C.

Анализируя задачу, описываемъ кругъ около искомаго треугольника ABC, возставляемъ изъ средины M стороны BC къ ней перпендикуляръ, который долженъ пройти черезъ центръ круга описаннаго, проектируемъ A прямоугольно въ M' на этотъ перпендикуляръ и продолжаемъ AM' до встрѣчи въ A' съ окружностью. По свойству круга $\angle B = \angle BCA'$ и, по условію, $\angle B = 2\angle ACB$, а потому $\angle ACB = \angle ACA'$; слѣдовательно, хорды AB и AA', на которыя опираются вписанные углы ACB и ACA', равны. Такъ какъ $AM' = M'A' = \frac{AA'}{2}$, то $HM = AM' = \frac{AA'}{2} = \frac{AB}{2}$, т. е. $AB = 2HM$. Отсюда вытекаетъ построеніе: строимъ прямоугольный треугольникъ AHM по катету $AH = h$ и гипотенузѣ $AM = m$ и дѣлаемъ изъ A засѣчку B на прямой HM радіусомъ $2HM$; отложивъ на продолженіи BM отрѣзокъ $MC = BM$, находимъ искомый треугольникъ ABC. Изъ построенія видно, что задача возможна лишь тогда, если $AH \leqslant 2HM$. При соблюденіи этого условія, та изъ двухъ вообще возможныхъ засѣчекъ B, которая лежитъ со стороны, противоположной M относительно AH, всегда даетъ годное рѣшеніе; другая засѣчка, лежащая по одну сторону съ M относительно AH, даетъ второе рѣшеніе лишь тогда, если $AB = 2HM < AM$, какъ это видно изъ анализа чертежа въ случаѣ тупого угла B искомаго треугольника.

Э. Лейнъкъ (Рига); *С. Розенблатъ* (Саратовъ); *Г. Оганянцъ* (Ялта) *Н. Агрономовъ* (Ревель).

№ 838 (4 сер.). *Найти сумму квадратовъ коэффиціентовъ бинома*

$$(1+x)^m.$$

Обозначая число сочетаній изъ n элементовъ по k черезъ C_n^k и принимая $C_n^o = 1$, находимъ по формулѣ бинома:

$$[(1+x)^m]^2 = (C_m^o + C_m^1 x + \ldots + C_m^k x^{m-k} + \ldots + C_m^m x^m)^2 = (1+x)^{2m} =$$
$$= C_{2m}^o + C_{2m}^1 x + C_{2m}^2 x^2 + \ldots + C_{2m}^m x^m + \ldots + C_{2m}^{2m-1} x^{2m-1} + C_{2m}^{2m} x^{2m}.$$

Вычисляя многочленъ $(C_m^o + C_m^1 x + \ldots + C_m^k x^{m-k} + \ldots + C_m^m x^m)^2$, получимъ m и только m членовъ съ показателемъ m при x, которые имѣютъ видъ $C_m^k x^{m-k} . C_m^{m-k} x^k = (C_m^k)^2 x^m$, такъ какъ $C_m^k = C_m^{m-k}$. Послѣ приведенія эти члены соединяются въ одинъ $(C_m^o)^2 x^m + (C_m^1)^2 x^m + (C_m^2)^2 x^m + \ldots +$

$$+ (C_m^{m-1})^2 x^m + (C_m^m)^2 x^m = [(C_m^o)^2 + (C_m^1)^2 + \ldots + (C_m^m)^2] x^m.$$

Такъ какъ многочлены $C_{2m}^o + C_{2m}^1 x + C_{2m}^2 x^2 + \ldots + C_{2m}^m x^m + \ldots + C_{2m}^{2m} x^{2m}$ и $(C_m^o + C_m^1 x + \ldots + C_m^{m-1} x + C_m^m x^m)^2$ тожественно равны, то коэффиціенты при x^m также равны, а потому

$$(C_m^o)^2 + (C_m^1)^2 + \ldots + (C_m^m)^2 = C_{2m}^m.$$

С. Розенблатъ (Саратовъ); *Н. С.* (Одесса).

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
пщется

Обложка
ищется