

№ 438.

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

*В. А. Теретомъ*

подъ редакціей

*Привитъ-Доцента В. Ф. Кагана.*

XXXVII-го Семестра № 6-й.

ОДЕССА.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.  
1907.



## ВЫШЛИ ВЪ СВѢТЪ СЛѢДУЮЩІЯ ИЗДАНІЯ:

1 и 2. Г. АБРАГАМЪ, проф. СВОРНИКЪ ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ ОПЫТОВЪ ПО ФИЗИКѢ, составленный при участіи многихъ профессоровъ и преподавателей физики. Переводъ съ французскаго подъ редакціей Приватъ-доцента Б. П. Вейнберга.

Часть I: Работы въ мастерской. Различные рецепты—Геометрія. Механика—Гидростатика. Гидродинамика. Капиллярность—Теплота—Числовые таблицы.

Учен. Ком. М. Н. Пр. допущено въ учен. библиотеч. средн. учебн. заведеній, учит. семинарій и юр. по Положенію 31 мая 1872 г., училищъ, а равно и въ безпл. нар. читальни и библиотеки.

XVI+272 стр. Со многими (свыше 300) рисунками. Цѣна 1 р. 50 к.

Часть II: Звукъ—Свѣтъ—Электричество—Магнетизмъ.

LXXV+434 стр. Со многими (свыше 400) рисунками. Цѣна 2 р. 75 к.

3. С. АРРЕНИУСЪ, проф. ФИЗИКА НЕБА. Разрѣшенный авторомъ и дополненный по его указаніямъ переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента А. Р. Орбинскаго. Содержаніе: Неподвижныя звѣзды—Солнечная система—Солнце—Планеты, ихъ спутники и кометы—Космогонія.

VIII+260 стр. Съ 66 черными и 2 цвѣтными рисунками въ текстѣ и 1 черной и 1 цвѣтной отдѣльными таблицами. Цѣна 2 руб.

Учен. Ком. М. Н. П. допущено въ учен., старш. возр., библиотеч. средн. учебн. заведеній, а равно и въ безпл. нар. библиотеч. и читальни.

4. УСПѢХИ ФИЗИКИ, сборникъ статей о важнѣйшихъ открытіяхъ послѣднихъ лѣтъ въ общедоступномъ изложеніи. Подъ редакціей „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“. Содержаніе: Визеръ, Распиреніе нашихъ чувствъ—Пильчиковъ. Радій и его лучи—Дебьернъ, Радій и радиоактивность—Рихардъ, Электрическія волны—Слаби, Телеграфированіе безъ проводовъ—Шмидтъ, Задача объ элементарномъ веществѣ (основанія теоріи электроновъ).

IV+144 стр. Съ 41 рисункомъ и 2 таблицами. Изд. 2-е. Цѣна 75 коп.

Учен. Ком. М. Н. П. первое изданіе допущено въ учен., старш. возр., библиотеч. средн. учебн. заведеній, а равно и въ безпл. нар. библиотеч. и читальни.

5. Ф. АУЗРБАХЪ, проф. ЦАРИЦА МІРА И ЕЯ ТѢНЬ. Общедоступное изложеніе основаній ученія объ энергіи и энтропіи. Переводъ съ нѣмецкаго. Съ предисловіемъ Ш. Э. Гильома, Вице-Директора Международнаго Бюро Мѣръ и Вѣсовъ.

VIII+56 стр. Изд. 2-е. Цѣна 40 к.

Учен. Ком. М. Н. П. первое изданіе допущено въ учен., старш. возр., библиотеч. средн. учебн. заведеній, а равно и въ безпл. нар. библиотеч. и читальни.

6. С. НЬЮКОМЪ, проф. АСТРОНОМІЯ ДЛЯ ВСѢХЪ. Переводъ съ англійскаго. Съ предисловіемъ Приватъ-доцента А. Р. Орбинскаго.

XXIV+285 стр. Съ портретомъ Автора, 64 рис. и 1 таблицей. Цѣна 1 р. 50 к.

Учен. Ком. М. Н. П. допущено въ учен., старш. возр., библиотеч. средн. учебн. заведеній, а равно и въ безпл. нар. библиотеч. и читальни.

7. Г. ВЕБЕРЪ и І. ВЕЛЬШТЕЙНЪ. ЭНЦИКЛОПЕДІЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ. Томъ I. Энциклопедія элементарной алгебры, обраб. проф. Веберомъ. Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента В. Ф. Кагана. Книга I, Основанія ариметики, гл. I—X. Книга II. Алгебра, гл. XI—XIX. Книга III. Анализъ, гл. XX—XXVIII. 650 стр. Цѣна 3 р. 50 к.

Выпусками: вып. I, стр. 256, ц. 1 р. 50 к., вып. II окончаніе, ц. 2 р.

8. ДЖ. ПЕРРИ, проф. ВРАЩАЮЩІЙСЯ ВОЛЧОКЪ. Публичная лекція. Переводъ съ англійскаго. VII+96 стр. съ 63 рисунками. Цѣна 60 к.

Учен. Ком. М. Н. Пр. признана заслуживающей вниманія при пополненіи учен. библиотеч. средн. учебн. заведеній.

9. Р. ДЕДЕКИНДЪ, проф. НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ИРРАЦИОНАЛЬНЫЯ ЧИСЛА. Переводъ Приватъ-доцента С. Шатуновскаго съ приложеніемъ его статьи Доказательство существованія трансцендентныхъ чиселъ. 40 стр. Цѣна 40 к.

Учен. Ком. М. Н. Пр. признана заслуживающей вниманія при пополненіи учен. библиотеч. средн. учебн. заведеній.

10. В. ШЕЙДЪ, проф. ПРОСТЫЕ ХИМИЧЕСКІЕ ОПЫТЫ для юношества. Переводъ съ нѣмецкаго, подъ редакціей Лаборанта Новороссійскаго Университета Е. С. Ельчанинова. 192 стр. съ 79 рисунками. Цѣна 1 р. 20 к.

11. Э. ВИХЕРТЬ, проф. ВВЕДЕНІЕ ВЪ ГЕОДЕЗИКУ. Лекція для преподавателей средн. учебн. заведеній. Переводъ съ нѣмецкаго.

80 стр. съ 41 рис. Цѣна 35 к.



# Вѣстникъ Опытной Физики

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 438.

**Содержаніе:** Ученіе о непрерывности. 33 глава II тома сочиненія „Основанія геометріи“. *Прив. доц. В. Кагана.* — Къ современной энергетикѣ. *Проф. В. Оствальда.* — Научная хроника: О превращеніи химическихъ элементовъ. Новѣйшія электромагнитныя теоріи и абсолютное движеніе. — Задачи для учащихся №№ 866—870 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 735.—Объявленія.

### Ученіе о непрерывности.

*Прив.-доц. В. Кагана.*

33 глава II тома сочиненія «Основанія геометріи».

Мы видѣли, что при осуществленіи проективной координаціи мы встрѣчаемся съ вопросомъ о непрерывности прямой и плоскости, какъ необходимымъ условіемъ, при которомъ каждому, какъ рациональному, такъ и иррациональному значенію проективной координаты отвѣчаетъ нѣкоторая точка на прямой и каждой парѣ проективныхъ координатъ отвѣчаетъ точка на плоскости. Въ чемъ же заключается содержаніе того требованія, которое выражается въ непрерывности прямой. Непрерывность пространства постулируется, можно сказать, всѣми авторами, которые ставятъ себѣ задачей построеніе системы геометріи; но въ чемъ эта непрерывность собственно заключается, какое свойство, на которое дѣйствительно можно опираться, этимъ постулатомъ вводится? На этотъ вопросъ не даютъ отвѣта ни комментаторы Евклида, ни Лежандръ, который, впрочемъ, этого термина избѣгаетъ, ни многочисленные авторы, которые слѣдуютъ системѣ Лежандра и вновь воспроизводятъ этотъ терминъ.



По существу, на самый вопрос возможна двоякая точка зрѣнія. Можетъ быть вопросъ о томъ геометрическомъ свойствѣ, которое разумѣютъ подъ *непрерывностью прямой*, и которое ведетъ къ тому, что каждой раціональной или ирраціональной абсциссѣ (въ проективной или аффинной системѣ) отвѣчаетъ нѣкоторая точка на прямой; это, такъ сказать, чисто геометрическая постановка вопроса. Съ другой же стороны, вопросъ можетъ быть поставленъ арифметически: въ чемъ заключается то свойство системы раціональных и ирраціональных чиселъ, которое признается *непрерывностью комплекса вещественныхъ чиселъ*? Почему будетъ *непрерывна* прямая, на которой каждому арифметическому числу отвѣчаетъ точка, имѣющая это число своей абсциссой? Отъ смѣшенія этихъ двухъ, или даже, вѣрнѣе, этихъ трехъ вопросовъ, изъ которыхъ первый носитъ чисто геометрическій, второй арифметическій характеръ, а третій объединяетъ эти два вопроса, — образуется ложный кругъ, котораго рѣдкому автору удастся избѣгнуть. Непрерывность прямой и геометрическихъ линій вообще приводятъ къ непрерывности комплекса вещественныхъ чиселъ, а непрерывность комплекса вещественныхъ чиселъ интерпретируется, какъ отвлечение отъ нашихъ представленій о непрерывныхъ геометрическихъ образахъ. Такъ, напримѣръ, во многихъ руководствахъ по элементарной алгебрѣ доказательство «существованія» ирраціональных чиселъ усматривается въ томъ, что, скажемъ, гипотенуза прямоугольнаго треугольника, у котораго оба катеты равны единицѣ длины, не можетъ выражаться никакимъ раціональнымъ числомъ, а въ силу теоремы Пифагора она «должна выражаться» числомъ  $\sqrt{2}$ . А въ то же время въ руководствѣ по геометріи отношеніе несоизмѣримыхъ отрезковъ опредѣляется (часто даже тѣмъ же авторомъ), какъ ирраціональное число, раціональные приближенія котораго даются непосредственнымъ измѣреніемъ.

Чтобы доказать, что *непрерывная функція*, имѣющая для двухъ значеній независимаго переменнаго противоположные знаки, обращается въ нуль между этими значеніями переменнаго, апеллируютъ къ тому «очевидному» свойству *непрерывной линіи*, что таковая необходимо пересѣкаетъ ось абсциссъ, если она имѣетъ точки по одну и по другую сторону послѣдней. Такого рода соображенія мы находимъ даже въ первомъ Гауссовомъ доказательствѣ существованія корня алгебраическаго уравненія. Но гдѣ же обоснованіе этого геометрическаго факта? Нуждается ли это въ особой аксіомѣ п, если такая аксіома нужна, то какъ



она должна быть формулирована? Вотъ что по этому поводу говоритъ Дедекинъ въ замѣчательной статьѣ «Непрерывность и ирраціональныя числа», о которой намъ придется говорить ниже. «При изложеніи понятія о приближеніи переменѣнной величины къ постоянному предѣлу и именно при доказательствѣ того положенія, что величина, которая возрастаетъ постоянно, но не сверхъ всякихъ границъ, должна приближаться къ нѣкоторому предѣлу, я прибѣгалъ къ геометрической наглядности. Да и теперь я изъ дидактическихъ основаній считаю такое привлеченіе геометрической наглядности при первомъ обученіи дифференціальному исчисленію необычайно полезнымъ, даже неизбѣжнымъ, если не хотятъ потратить слишкомъ много времени. Но никто не станетъ отрицать того, что этотъ способъ введенія въ изученіе дифференціальнаго исчисленія не можетъ имѣть никакого притязанія на научность. Во мнѣ тогда это чувство неудовлетворенности преобладало въ такой степени, что я принялъ твердое рѣшеніе думать до тѣхъ поръ, пока не найду чисто ариометическаго и вполне строгаго основанія для началъ анализа безконечныхъ. Говорятъ часто, что дифференціальное исчисленіе занимается непрерывными величинами, однако-же нигдѣ не даютъ опредѣленія этой непрерывности и даже при самомъ строгомъ изложеніи дифференціальнаго исчисленія доказательствъ не основываютъ на непрерывности, а апеллируютъ болѣе или менѣе сознательно либо къ геометрическимъ представленіямъ, либо къ представленіямъ, которыя берутъ свое начало въ геометріи, либо, наконецъ, основываютъ доказательство на положеніяхъ, которыя никогда не были доказаны чисто ариометическимъ путемъ. Сюда относится, напримѣръ, и вышеупомянутое положеніе; болѣе точное изысканіе убѣдило меня въ томъ, что это или всякое другое эквивалентное ему предложеніе можетъ до извѣстной степени разсматриваться, какъ достаточный фундаментъ для анализа безконечныхъ. Все сводится только къ тому, чтобы открыть настоящее начало этого положенія въ элементахъ ариометики и вмѣстѣ съ этимъ приобрести дѣйствительное опредѣленіе существа непрерывности».

Что касается ариометической стороны вопроса, то тутъ вновь нужно отличать двѣ стороны дѣла. Нужно отличать вопросъ о непрерывности комплекса вещественныхъ чиселъ отъ вопроса о непрерывности функций. Какъ мы видимъ изъ приведенныхъ словъ Дедекинда, не смотря на элементарность и основное значеніе этихъ вопросовъ, онъ не находилъ на нихъ



удовлетворительнаго отвѣта въ литературѣ. Нужно, однако, сказать, что первые положительные шаги къ научной постановкѣ этихъ основныхъ вопросовъ были сдѣланы еще въ началѣ истекшаго столѣтія теологомъ, философомъ и математикомъ Бернгардомъ Больцано, занимавшимъ съ 1805 по 1820 г. кафедру философіи религіи при университетѣ въ Прагѣ. Въ цѣломъ рядѣ сочиненій, относящихся къ логикѣ и къ математикѣ, Больцано является однимъ изъ первыхъ поборниковъ строго логическаго развитія основаній математики, умѣющимъ ясно отличать интуицію отъ вывода. «Если изложеніе Больцано», говоритъ Штольцъ<sup>1)</sup>, «по сравненію съ современными изслѣдованіями, не всегда выдерживаетъ критику, то во всякомъ случаѣ во многихъ пунктахъ онъ достигаетъ необычайной ясности и строгости». Сочиненія Больцано были скоро забыты, и лишь черезъ много лѣтъ послѣ его смерти были оценены его работы, относящіяся къ основаніямъ исчисления безконечно малыхъ. Небольшой мемуаръ Больцано, о которомъ намъ приходится здѣсь говорить, носитъ названіе: «Чисто аналитическое доказательство предложенія, что между двумя значеніями, дающими результаты противоположныхъ знаковъ, содержится по крайней мѣрѣ одинъ вещественный корень уравненія»<sup>2)</sup>. Задача, которую авторъ себѣ ставитъ, выражена уже въ самомъ заглавіи сочиненія, а правильное доказательство этого предложенія, очевидно, должно опираться на непрерывность функціи, представляющей собою лѣвую часть уравненія; нужно, стало быть, имѣть точное опредѣленіе непрерывности функціи, основываясь на которомъ можно дать точное доказательство предложенія. Опредѣляя совершенно правильно, какъ это дѣлаютъ теперь, понятіе о предѣлѣ, къ которому стремятся числа нѣкотораго ряда, Больцано начинаетъ съ доказательства теоремы, что числа ряда

$$F^{(0)}, F^{(1)}, F^{(2)}, F^{(3)} \dots F^{(n)} \dots F^{(n+r)} \dots \quad (1)$$

имѣютъ предѣлъ, если разность  $F^{(n+r)} - F^{(n)}$  при достаточно боль-

<sup>1)</sup> O. Stolz. «B. Bolzano's Bedeutung in der Geschichte der Infinitesimalrechnung». Mathem. Annalen. Bd. XVIII. 1881.

<sup>2)</sup> B. Bolzano. «Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes, dass zwischen je zwei Werthen, die ein entgegengesetztes Resultat gewähren, wenigstens eine reelle Wurzel der Gleichung liege». Prag. 1817. Переиздано въ Берлинѣ въ 1894 году.



шомъ значеніи  $n$  и любымъ  $r$  по абсолютной величинѣ становится (и остается) меньше любого даннаго положительнаго числа (у Больцано члены ряда представляютъ собой значенія ряда функцій при нѣкоторомъ значеніи независимаго переменнаго). Этотъ признакъ сходимости ряда далъ Коши въ своемъ «Алгебраическомъ Анализѣ». Коши доказываетъ вполне точно необходимость этого условія; Больцано пытается доказать его достаточность. Въ этомъ доказательствѣ есть все же логическая ошибка. Существованіе такого числа (предѣла) «слѣдуетъ изъ того», говоритъ Больцано, «что при условіяхъ заданія мы имѣемъ возможность это число опредѣлить съ любой степенью точности». Но какъ можно говорить о приближенныхъ значеніяхъ числа раньше, чѣмъ установлено существованіе самаго числа, о которомъ идетъ рѣчь? Это несомнѣнно тотъ же логическій кругъ, котораго Больцано такъ тщательно старается избѣжать. Къ этому предложенію мы еще возвратимся ниже, а здѣсь мы его примемъ вмѣстѣ съ Больцано. Тогда остальные разсужденія Больцано совершенно безупречны. Онъ доказываетъ, что всякій комплексъ чиселъ, остающихся меньше нѣкотораго числа, всегда имѣетъ либо maximum, либо верхнюю границу, сколь угодно близко къ которой имѣются числа комплекса. Самое доказательство этого предложенія представляетъ собой приемъ, вошедшій теперь во всѣ сочиненія, относящія къ основаніямъ ариметики и теоріи функцій; интервалъ, въ которомъ содержится комплексъ или надлежащимъ образомъ выбранная часть его, дѣлится на  $n$  равныхъ частей; затѣмъ опредѣляется, въ которомъ изъ этихъ меньшихъ интерваловъ должно содержаться требуемое число, если оно существуетъ; этотъ интервалъ вновь дѣлится на  $n$  частей и т. д. Что этими послѣдовательными интервалами устанавливается опредѣленное число, это выводится изъ основнаго предложенія, о которомъ мы говорили выше. Этотъ приемъ извѣстенъ подъ именемъ «метода Больцано».

Далѣе Больцано устанавливаетъ понятіе о непрерывности функцій въ нѣкоторомъ интервалѣ. «Правильное опредѣленіе выраженія функція  $f(x)$  измѣняется непрерывно для всѣхъ значеній  $x$ , заключающихся въ извѣстныхъ предѣлахъ или лежащихъ внѣ извѣстныхъ предѣловъ, означаетъ только, что для всякаго такого значенія  $x$  разность  $f(x+\omega) - f(x)$  можетъ быть сдѣлана менѣе всякой данной величины, если мы будемъ принимать  $\omega$  сколь угодно малымъ». Это опредѣленіе непрерывности функцій, принятое позже Вейерштрассомъ, вошло во всѣ сочиненія по теоріи



функцій. Опираясь на это опредѣленіе, Больцано показываеъ, что въ надлежаще выбранномъ интервалѣ значенія независимаго переменнаго, для которыхъ функція принимаетъ положительныя значенія, и значенія независимаго переменнаго, для которыхъ функція принимаетъ отрицательныя значенія, образуютъ два комплекса, имѣющіе общую границу — одну верхнюю, другой нижнюю; это значеніе общей границы и обращаетъ функцію въ нуль.

Такимъ образомъ Больцано не только далъ точное опредѣленіе непрерывности функцій, но и методъ его примѣненія, лежащій въ основѣ современной теоріи функцій. Но этотъ методъ, въ свою очередь, опирается на основное предложеніе Больцано, заключающееся въ томъ, что призываеъ Коши достаточенъ для того, чтобы члены ряда (1) имѣли опредѣленный предѣлъ. Возвращаясь теперь къ этому предложенію, поставимъ себѣ вопросъ, имѣлъ ли Больцано въ своемъ распоряженіи средства для того, чтобы это предложеніе доказать. Отвѣтъ на этотъ вопросъ не можетъ представить никакихъ затрудненій, если мы твердо стоимъ на той точкѣ зрѣнія (а врядъ-ли теперь кто-либо противъ нея будетъ спорить), что числа — цѣлыя, дробныя, раціональныя, вообще все — представляютъ собой продуктъ творчества человеческого духа. Ариѳметика вводитъ сначала цѣлыя, потомъ дробныя числа. Если мы примемъ во вниманіе, что несомнѣнно существуютъ ряды вида (1), составленные изъ раціональных чиселъ, удовлетворяющіе признаку Коши, но не имѣющіе раціональнаго предѣла, то члены этого ряда могутъ имѣть только ирраціональный предѣлъ. Чтобы отвѣтить на вопросъ, имѣетъ ли такой предѣлъ данный рядъ, имѣетъ ли предѣлъ всякій рядъ, удовлетворяющій признаку Коши, нужно имѣть сначала отвѣтъ на другой вопросъ, — каковъ тотъ комплексъ ирраціональных чиселъ, который нами введенъ? Мы видимъ такимъ образомъ, что Больцано, давъ правильное опредѣленіе непрерывности функцій, не далъ того *соглашенія*, которымъ вводятся въ ариѳметику ирраціональныя числа, и которымъ устанавливается непрерывность комплекса ариѳметическихъ чиселъ; за отсутствіемъ соотвѣтствующаго постулата, Больцано не избѣжалъ логической ошибки, единственной, правда, во всемъ его построеніи.

Этотъ постулатъ былъ введенъ одновременно въ 1872 г. тремя математиками, пришедшими къ сознанію необходимости такого постулата независимо другъ отъ друга. Г. Канторъ и Гейне даже одинаково формулируютъ постулатъ о непрерывности



или объ ирраціональныхъ числахъ<sup>1)</sup>. Соглашеніе, подъ которымъ вводятся ирраціональныя числа, оба автора формулируютъ слѣдующимъ образомъ. Всякій рядъ, какъ мы имѣемъ рядъ вида (1), составленный изъ раціональныхъ чиселъ и удовлетворяющій признаку Коши, мы введемъ ирраціональное число, которое и будемъ разсматривать, какъ предѣлъ чиселъ этого ряда. «Именно это свойство ряда (1) (признакъ Коши)», говоритъ Канторъ, «я выражаю въ словахъ *рядъ (1) имѣетъ предѣлъ*». Далѣе устанавливаются условія сравненія ирраціональныхъ чиселъ и правила дѣйствія надъ ними. Такимъ образомъ, съ точки зрѣнія Кантора и Гейне, признакъ Коши въ примѣненіи къ ряду, составленному изъ *раціональныхъ* чиселъ, и долженъ служить *постулатомъ*, вводящимъ ирраціональныя числа или, что то же, постулатомъ о непрерывности. Принявъ этотъ постулатъ уже нетрудно *доказать*, что всякій рядъ, удовлетворяющій признаку Коши, будетъ ли онъ составленъ изъ раціональныхъ или ирраціональныхъ чиселъ, имѣетъ предѣлъ.

Само собою разумѣется, что тотъ же постулатъ можетъ быть формулированъ и иначе, можетъ быть замѣненъ эквивалентнымъ постулатомъ. Дедекинду<sup>2)</sup> принадлежитъ формулировка постулата о непрерывности, особенно удобная для перенесенія его въ геометрію. Вотъ въ чемъ заключается точка зрѣнія Дедекинда.

Положимъ, что мы рядъ раціональныхъ чиселъ разбиваемъ какимъ-либо образомъ на два класса такъ, что всѣ числа одного класса будутъ меньше всѣхъ чиселъ другого класса. Такое подраздѣленіе чиселъ Дедекинду называетъ *сѣченіемъ*. Можетъ случиться, что въ сѣченіи раціональныхъ чиселъ классъ меньшихъ чиселъ имѣетъ наибольшее число, или же, что классъ большихъ чиселъ имѣетъ наименьшее число; это число, по терминологіи Дедекинда, *производитъ* сѣченіе. Существуютъ, однако, сѣченія, которыя не производятся ни однимъ раціональнымъ числомъ.

<sup>1)</sup> G. Cantor. «Ueber die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reihen». Mathematische Annalen. Bd. V. 1872.

E. Heine. «Die Elemente der Functionenlehre». Journal für die reine und angewandte Mathematik. Bd. LXXIV. 1872.

<sup>2)</sup> R. Dedekind. «Stetigkeit und irrationalen Zahlen». Braunschweig, 1872. Имѣется русскій переводъ С. Шатуновскаго «Непрерывность и ирраціональныя числа». Одесса, 1906. Mathesis.



Дедекинды вводитъ соглашеніе, заключающееся въ томъ, чтобы для каждаго такого сѣченія вводитъ соотвѣтствующее ему ирраціональное число, о которомъ говорятъ, что оно больше всѣхъ чиселъ меньшаго класса и меньше всѣхъ чиселъ большаго класса. Эта точка зрѣнія также даетъ возможность безъ труда установить правила для сравненія ирраціональных чиселъ между собой и съ раціональными числами и правила дѣйствія надъ ними. Установивъ это соглашеніе, мы достигнемъ того, что каждое сѣченіе всего комплекса ариметическихъ чиселъ производится какимъ либо числомъ, раціональнымъ или ирраціональнымъ; въ этомъ и заключается непрерывность комплекса вещественныхъ чиселъ по Дедекунду. Опираясь на постулатъ Дедекунда, можно доказать достаточность признака Коши, а исходя изъ принципа Кантора и Гейне, можно доказать то свойство комплекса ариметическихъ чиселъ, которое Дедекинды называетъ его непрерывностью. Для перехода отъ одной системы къ другой нужно воспользоваться методомъ Больцано.

Дедекинды самъ указываетъ, какъ этотъ постулатъ переносится въ геометрію. Если мы раздѣлимъ всѣ точки прямой линіи на двѣ категоріи такъ, чтобы всѣ точки одной категоріи были расположены по одну сторону точекъ другой категоріи, то должна существовать точка, производящая это сѣченіе, т. е. должна существовать точка, расположенная между любыми двумя другими точками, изъ которыхъ одна принадлежитъ одной категоріи, а другая — другой. Такъ формулируетъ Дедекинды принципъ непрерывности прямой. Принявши этотъ постулатъ, не трудно показать, что каждой точкѣ на прямой отвѣчаетъ опредѣленная абсцисса, и обратно, если на прямой существуетъ точка  $A$  съ абсциссой  $a$ , то любому числу, содержащемуся между  $0$  и  $a$ , отвѣчаетъ одна и только одна точка между началомъ координатъ и точкой  $A$ . Это доказывается приемомъ Больцано, но при этомъ предполагается, конечно, опредѣленный процессъ координаціи, отъ характера котораго зависятъ детали доказательства. Мы къ этому еще возвратимся ниже въ главѣ объ измѣреніи, но замѣтимъ, что приемъ одинаково примѣнимъ и въ случаѣ проективной и въ случаѣ аффинной координаціи.

Напротивъ, принимая, что точки прямой могутъ быть координированы такимъ образомъ, что каждому ариметическому числу отвѣчаетъ точка, имѣющая эту точку своей абсциссой, — при чемъ точки расположены въ томъ же порядкѣ, какъ ихъ



абсциссы, мы можемъ доказать непрерывность прямой въ смыслѣ принципа Дедекинда.

Отсюда двоякое отношеніе между ариѳметикой и геометрией. Можно, исходя изъ чисто геометрическихъ соображеній, придти къ ариѳметической координаціи точекъ. Это система Штаудта, твердо установившаяся въ проективной геометрии. Можно въ томъ или иномъ видѣ допустить возможность ариѳметической координаціи и этимъ пользоваться при построеніи геометрии. Это — система Римана, Гельмгольца и Ли, болѣе соответствующая задачамъ метрической геометрии.

Замѣтимъ въ заключеніе, что принципиальныя трудности представляетъ собой только установленіе непрерывности прямой. Когда это сдѣлано для всѣхъ прямыхъ, то проведеніе той-же идеи для плоскости и пространства болѣе высокаго числа измѣреній уже затрудненій не представляетъ.

*(Продолженіе слѣдуетъ).*

## Къ современной энергетикѣ.

Профессора В. Оствальда.

Переводъ съ нѣмецкаго.

Съ тѣхъ поръ, какъ въ серединѣ истекшаго столѣтія широкое значеніе закона сохраненія энергіи было всѣми признано, установилось также убѣжденіе, что этотъ законъ долженъ составить основу естествознанія и, прежде всего, основу физики. Однако, проведеніе этого принципа, при всей его ясности, постоянно наталкивалось на препятствія, которыя обыкновенно коренились въ людской косности въ различныхъ ея проявленіяхъ. Такимъ образомъ, и по настоящее время врядъ ли можно найти учебникъ физики, который бы серьезно относился къ требованію излагать въ этомъ смыслѣ всѣ законы. Еще менѣе было осуществлено это требованіе въ смежныхъ отрасляхъ.

Такимъ образомъ, XIX столѣтіе истекло, а между тѣмъ одно изъ величайшихъ его открытій фактически не нашло того признанія, не достигло того значенія, на какое оно могло по праву претендовать. Указаніе, которое было мною сдѣлано въ 1896 г. на съѣздѣ нѣмецкихъ естествоиспытателей въ Любекѣ въ рѣчи о

\*) См. „Вѣстн. Оп. Физ.“ № 227, 228 (1896 г.)



„Побѣдѣ надъ научнымъ матеріализмомъ“ \*) относительно необходимости выполнить эту научную обязанность, было встрѣчено, правда, съ большимъ вниманіемъ,—но, по существу, это не могло, конечно, измѣнить сложившагося положенія вещей. Для этого было необходимо дать общій обзоръ всей области нашего знанія и показать, что понятіе и законы энергіи дѣйствительно обладаютъ той объединяющей и выясняющей силой, которую ей приписываютъ, что энергетическое воззрѣніе направляетъ глазъ изслѣдователя на дѣйствительныя проблемы и вовсе устраняетъ кажушіяся задачи. Это было мною выполнено въ 1902 г. въ „Лекціяхъ по философіи природы“.

Съ тѣхъ поръ кругъ людей, которые стали уяснять себѣ значеніе „энергетики“, т. е. ученія объ энергіи, для общаго міросозерцанія, сталъ быстро расширяться. Правда, большинство философовъ и натуралистовъ, интересующихся философскими вопросами, еще и по настоящее время направляютъ всѣ усилія, главнымъ образомъ, къ тому, чтобы опровергнуть энергетику. Но самый тотъ фактъ, что такія попытки постоянно вновь возникаютъ, является невольнымъ свидѣтельствомъ того, что каждый изъ противниковъ этой теоріи признаетъ удары, нанесенные энергетикѣ другими ея противниками, еще недостаточно смертельными и считаетъ необходимымъ присоединить свои для завершенія смертоноснаго дѣла. Но важнѣе этихъ стремленій, которыя чаще всего обуславливаются неяснымъ пониманіемъ задачи, является то обстоятельство, что основныя идеи энергетики широко распространяются между научными работниками. Въ особенности біологическія науки начинаютъ въ послѣднее время обрѣтать въ энергетической разработкѣ своихъ проблемъ дѣйствительное средство успѣшнаго изслѣдованія.

Съ другой стороны, энергетическое движеніе сходится съ другимъ направленіемъ, возникшимъ на чисто философской почвѣ подъ названіемъ *прагматизма* или *цуманизма*, и преслѣдуетъ тѣ же цѣли. Это во всякомъ случаѣ свидѣствуетъ, что энергетика удовлетворяетъ опредѣленнымъ, существующимъ въ настоящее время потребностямъ.

Въ нижеслѣдующихъ строкахъ я не имѣю въ виду дать снова очеркъ самой энергетики; для ознакомленія съ нею я долженъ лишь указать названныя выше сочиненія. Я ставлю себѣ, напротивъ, задачей помочь тѣмъ, которые уже ориентированы въ самой сути дѣла, разобраться въ новыхъ путяхъ, которые здѣсь прокладываетъ мысль. Въ этомъ отношеніи указанія тѣхъ узловъ, въ которыхъ сосредоточиваются наибольшія трудности,



я почерпнулъ въ упомянутыхъ выше возраженіяхъ; такова была реальная польза, которую я извлекъ изъ всѣхъ нападокъ, хотя это, вѣроятно, не входило въ намѣренія авторовъ; онѣ указали мнѣ тѣ пункты, въ которыхъ установившіеся приемы мысли наиболѣе затрудняютъ вступленіе на путь новыхъ идей.

Великія открытія въ области естествознанія всегда приводятъ къ глубокому перевороту въ общихъ философскихъ воззрѣніяхъ и способахъ мышленія. Такъ, напримѣръ, можно безъ труда указать вліяніе открытій Галилея, Кеплера и Ньютона на философію восемнадцатаго и девятнадцатаго столѣтій. И вліяніе это распространяется, какъ процессъ диффузіи: прежде всего захватываются лишь ближайшія области, а чѣмъ дальше отстоитъ та или иная отрасль знанія, тѣмъ позже на ней сказывается вліяніе новыхъ идей. Такимъ образомъ устанавливается вполне опредѣленная и характерная разность во времени между вліяніемъ новой идеи въ *спеціальной* дисциплинѣ и въ области *философіи*; здѣсь она часто сказывается только тогда, когда спеціалисты уже настолько освоились съ новой идеей, что она становится для нихъ очевидной, т. е. не требуетъ болѣе размышленія.

Но своеобразное осложненіе въ этомъ взаимодействіи вызывается слѣдующимъ обстоятельствомъ. Спеціалистъ въ той или иной отрасли очень мало интересуется (за исключеніемъ развѣ особенно оживленныхъ въ философскомъ отношеніи періодовъ) основаніями общихъ или философскихъ воззрѣній, которыми онъ пользуется при объединеніи отдѣльныхъ результатовъ своихъ изслѣдованій,—хотя бы уже потому, что они, на первый взглядъ, не имѣютъ существеннаго значенія для этихъ результатовъ. Такимъ образомъ, спеціальныя науки не только поздно заимствуютъ соотвѣтствующій складъ мысли, сложившійся въ современной философіи, но даже совершенно не придаютъ значенія тому, чтобы, въ свою очередь, оказать вліяніе на философскую мысль, сообразно измѣнившимся воззрѣніямъ. Вслѣдствіе этого, спеціальныя науки въ такой же мѣрѣ отстаютъ отъ философіи, въ какой мѣрѣ послѣдняя отстаетъ отъ спеціальныхъ наукъ. Такимъ образомъ происходитъ двойная задержка въ развитіи философскихъ элементовъ отдѣльныхъ наукъ. Эти философскіе элементы мы находимъ, конечно, не въ спеціальномъ мемуарахъ, а въ введеніяхъ къ учебникамъ. Такъ, напримѣръ, знаменитыя „первичныя и вторичныя качества“ Джона Локка все еще безпрепятственно влечутъ свое существованіе въ качествахъ философскихъ пансіонеровъ въ учебникахъ физики. Точно также, не смотря на законъ Дальтона, согласно которому въ смѣси



газовъ каждый изъ нихъ сохраняетъ свои свойства и состояніе, въ которомъ онъ находился бы, если бы наполнялъ это пространство одинъ,—другими словами, не смотря на то, что газы фактически *проникають* одинъ въ другой, не оказывая другъ на друга вліянія,—вы не найдете учебника физики, въ которомъ въ первой главѣ непроницаемость матеріи не трактовалась бы, какъ одинъ изъ основныхъ законовъ.

Эти удивительныя взаимоотношенія надо твердо помнить, если мы хотимъ правильно оцѣнить то положеніе, которое энергетика въ настоящее время занимаетъ по отношенію къ спеціальнымъ наукамъ и къ философіи. Изъ Ньютонова ученія о тяготѣніи, къ руководящему значенію котораго въ концѣ XVIII столѣтія присоединился законъ сохраненія вѣса даже въ химическихъ процессахъ, возникло понятіе о *веществѣ* (матеріи), какъ о реальномъ носителѣ явленій природы, одаренномъ вѣсомъ и массой. Прежняя наука совершенно спокойно принимала вмѣстѣ съ вѣсомой матеріей и невѣсомую, какъ, на примѣръ, матерію огня, электричества и т. д. Даже Лавуазье, который первый ясно установилъ то исключительное значеніе, которое вѣсовыя отношенія имѣють при оцѣнкѣ химическихъ процессовъ, подъ вліяніемъ традиціи помѣстилъ въ своей таблицѣ химическихъ элементовъ тепловое и свѣтовое вещества, хотя онъ зналъ, что ни то, ни другое не имѣетъ вѣса. Но въ XIX столѣтіи эти атавизмы совершенно исчезли, и развился дуализмъ—матерія-сила, при чемъ матеріи приписывалась функція субстанціи въ Аристотелевомъ смыслѣ слова, а силѣ присваивалась роль акцидентальнаго. Такимъ образомъ, собственно реальнымъ въ явленіяхъ признавалась только матерія, невѣсомая же субстанція, какъ теплота, свѣтъ, электричество, оказались въ своеобразномъ, такъ сказать, затруднительномъ положеніи.

Наклонность къ такому воззрѣнію чрезвычайно ясно высказана у Ю. Р. Майера (Julius Robert Mayer) въ его руководящей статьѣ отъ 1842 года «Замѣтки о силахъ неодушевленной природы». Майеръ никакъ не можетъ примириться съ мыслью, что силы ни съ того ни съ сего приходятъ и уходятъ, между тѣмъ какъ мертвая, косная матерія одарена преимуществомъ нетлѣннаго существованія; онъ дѣятельно ищетъ такого выраженія другихъ невѣсомыхъ субстанцій, которое дало бы возможность высказать и для нихъ законъ *неуничтожаемости*. «Въ природѣ имѣются двѣ категоріи причинъ, между которыми, согласно указанію опыта, нѣтъ переходовъ. Одну категорію образуютъ причины, которымъ присущи свойства вѣсомости и не-



проницаемости; это—матеріи. Другую категорію образуютъ причины, которыя этими свойствами не обладаютъ; это силы, которыя по значенію отрицательныхъ свойствъ своихъ называются также невѣсомыми субстанціями. Силы представляютъ собой, такимъ образомъ, неуничтожаемые, переходные, невѣсомые объекты». Въ этихъ строкахъ, представляющихъ собою первое публичное изложеніе взглядовъ Майера, а потому содержащихъ самое непосредственное выраженіе хода его мыслей, наиболѣе существеннымъ является сознанная необходимость *единства*. Майеръ не можетъ рѣшиться, какъ это обычно дѣлалось въ его время, трактовать эти двѣ категоріи, какъ величины совершенно различнаго характера; поэтому онъ выдвигаетъ имѣющіяся единообразія съ такой ясностью, которая и по настоящее время нерѣдко служить толчкомъ для натуралистовъ, стоящихъ еще на старой точкѣ зрѣнія. Еще и въ настоящее время многіе противятся тому, чтобы разсматривать силу, или—введемъ сейчасъ же современное названіе—энергію, какъ *объектъ*; еще до послѣднихъ дней приходится читать или слышать замѣчанія въ томъ смыслѣ, что матерія, правда, представляетъ собой нѣчто реальное, но что энергія не имѣетъ дѣйствительнаго существованія, а есть только нѣчто *придуманное*. Эти замѣчанія обнаруживаютъ, конечно, еще больше того, что въ нихъ собственно вложено; они показываютъ, что у представителей этихъ воззрѣній энергія не представляетъ собой чего-либо *продуманнаго*, ибо, если бы они поразмыслили надъ отношеніемъ энергіи къ понятію о реальности, то они бы не дѣлали такихъ замѣчаній.

Извѣстно, что Майеръ значительно затруднилъ правильное пониманіе своихъ идей тѣмъ, что онъ сталъ въ противорѣчіе съ обычной номенклатурой. Не подлежитъ ни малѣйшему сомнѣнію, что Майеръ совершенно ясно сознавалъ, что его «сила» въ современной механикѣ называется «работой» (за исключеніемъ, впрочемъ, одного выраженія «живая сила»). Тѣмъ, которые по этому поводу несправедливо обвиняли его въ ошибочной постановкѣ вопроса, онъ возражалъ слѣдующимъ мѣткимъ замѣчаніемъ: «въ частности, что касается вопроса о силѣ, то здѣсь прежде всего рѣчь идетъ не о томъ, *что такое* «сила», а о томъ, что мы собственно будемъ «силой» *называть*». Если мы въ указанныхъ выше опредѣленіяхъ Майера замѣнимъ слово «сила» обычнымъ въ настоящее время терминомъ «энергія», то мы получимъ: энергіи суть неуничтожаемые, переходные, невѣсомые объекты. Въ этомъ дѣйствительно выражается точка зрѣнія, которая господствовала слишкомъ полстолѣтія послѣ открытія закона сохраненія энергіи.



Примыкая, однако, къ прежнимъ воззрѣніямъ, слово «объектъ» здѣсь подчеркивали чрезвычайно слабо. Въ то время, какъ сохраненіе матеріи (которое фактически не имѣетъ мѣста, потому что сохраняются только вѣсъ и масса, между тѣмъ какъ все остальное въ «матеріи» мѣняется) признается, какъ нѣчто естественное и очевидное, часто даже какъ логическая необходимость, сохраненіе энергіи является чѣмъ-то изумительнымъ, страннымъ, во всякомъ случаѣ, чѣмъ-то такимъ, что должно насъ поражать, должно вызывать въ насъ удивленіе.

Мы пришли къ тому пункту, который служить точкой отправления современной энергетике. Здѣсь прежде всего рѣчь идетъ о томъ, чтобы, примыкая къ воззрѣніямъ Майера, настолько выяснить *вещественность или реальность энергіи*, чтобы почтенная, старая матерія, при всей странности присущей энергіи невѣсомости, не стѣснялась этого сообщества. Далѣе, нужно подвергнуть тщательному изслѣдованію положеніе, высказанное Майеромъ безъ точной провѣрки, что обѣ категоріи строго раздѣлены, что переходъ отъ одной къ другой совершенно невозможенъ. Результатъ, который удобно уже здѣсь привести впередъ, представляетъ собой полное обращеніе тѣхъ отношеній, которыя признавались до сихъ поръ. Въ то время, какъ сознаніе реальности *энергіи* постоянно крѣпнеть, притязанія матеріи постепенно испаряются, и за ней сохраняется только традиція. Она не только должна терпѣть энергію рядомъ съ собой, на что современные прогрессивные учебники естествознанія уже склонны рѣшиться, но она должна даже безусловно уступить мѣсто энергіи и, какъ отслужившая властительница, должна выйти въ отставку и, окруженная штатомъ приверженцевъ стараго, ожидать постепеннаго упраздненія.

Мы наблюдаемъ здѣсь у Майера явленіе, которое при всей его странности оказывается наиболѣе обычнымъ въ психологіи изслѣдователей. Оно заключается въ томъ, что *изслѣдователь не доходитъ до самаго конца того пути, который онъ открылъ и проложилъ*. Въ своемъ произведеніи онъ постоянно сохраняетъ остатокъ тѣхъ ложныхъ и нецѣлесообразныхъ воззрѣній, устранить которыя онъ имѣлъ въ виду. Мы видѣли, что Лавуазье, открывшій основное значеніе вѣса въ нашихъ взглядахъ на химическіе процессы и, въ особенности, на опредѣленіе элементовъ, все же сохранилъ невѣсомыя субстанціи—*свѣтъ и теплоту*—въ своей таблицѣ элементовъ. Точно также Коперникъ устранилъ теорію эпицикловъ въ движеніи земли относительно солнца, признавъ неподвижность солнца и движеніе земли; но для планетъ онъ все же



сохранилъ эпициклы. Точно также Майеръ призналъ, правда, что вѣсомость не представляетъ собой необходимаго признака реальности предметовъ, констатируя существованіе *невѣсомыхъ реальностей*; тѣмъ не менѣе въ своей критикѣ онъ не ушелъ такъ далеко, чтобы спросить, принадлежитъ ли вообще вѣсомости та основная роль, которую ей приписывала старая теорія. Онъ призналъ за ней эту роль, не проконтролировавъ этого достаточно и пришелъ, такимъ образомъ, къ своему дуализму.

Современная энергетика характеризуется тѣмъ, что она устраняетъ и этотъ дуализмъ и вводитъ энергію, какъ единственное наиболѣе общее основное понятіе. Къ свойствамъ и къ отношеніямъ энергіи приводятся всѣ явленія и, въ частности, самая матерія, поскольку оказалось бы вообще цѣлесообразнымъ вводить такое понятіе при энергетическомъ міровоззрѣніи. На вопросъ, зачѣмъ, для какой собственно цѣли слѣдуетъ или необходимо произвести такой переворотъ въ понятіяхъ, мы отвѣчаемъ, что понятіе «энергія», согласно указанію опыта, оказывается болѣе широкимъ, нежели «матерія». Кто въ этомъ убѣдился, для того дальнѣйшіе дебаты по этому вопросу уже излишни. Понятія «человѣкъ» нельзя опредѣлить при помощи понятія «негръ», но обратное сдѣлать возможно. Понятія «свѣтъ» или «электричество» нельзя опредѣлить при помощи понятія о матеріи, потому что они признаны нематеріальными объектами; но ихъ можно опредѣлить при помощи понятія объ энергіи, потому что это суть виды или факторы энергіи. Отсюда прежде всего вытекаетъ, что понятіе объ энергіи дѣйствительно шире, нежели понятіе о матеріи. Что послѣдняя также допускаетъ энергетическое опредѣленіе, болѣе того, что единственное ясное опредѣленіе матеріи, какое только существуетъ, принадлежитъ энергетикѣ, это обнаружится позже.

Вначалѣ, однако, то, что было въ идеяхъ Майера новаго, было ново настолько, что эти «бренныя остатки» стараго остались совершенно незамѣченными. Напротивъ, работа тѣхъ современниковъ, которые вмѣстѣ съ Майеромъ и послѣ него первые поняли огромное значеніе новыхъ идей, сводилась, главнымъ образомъ, къ тому, чтобы возможно ближе примкнуть къ старымъ, уже пережитымъ представленіямъ. Джоуль и Гельмгольцъ оба отстаивали механическую теорію всѣхъ явленій природы. Они не усматривали, такимъ образомъ, въ превращеніяхъ энергіи ничего, кромѣ измѣненій въ движеніи соотвѣтствующихъ атомовъ; въ частности, Гельмгольцъ старался даже найти объясненіе закона сохраненія энергіи въ томъ допущеніи, что



между атомами дѣйствуютъ исключительно центральныя силы, зависящія только отъ разстояній между ними. Въ теоретической механикѣ былъ, дѣйствительно, извѣстенъ частный случай закона сохранения, именно, такъ называемый *законъ сохранения живой силы*. Законъ этотъ заключается въ томъ, что небесное тѣло, приходя на опредѣленное разстояніе отъ центральнаго тѣла, всегда имѣетъ ту же скорость, а потому и ту же живую силу, т. е. энергію движенія, независимо отъ направленія движенія и отъ положенія точки. Иными словами, если мы вообразимъ какую либо сферу, въ центрѣ которой находится центральное тѣло, то небесное тѣло имѣетъ одну и ту же живую силу, гдѣ бы оно ни находилось на этой сферѣ. Эта живая сила тѣмъ меньше, чѣмъ больше радіусъ сферы; была также извѣстна та функція разстоянія (потенціалъ), которая даетъ съ живой силой постоянную разность (или постоянную сумму, смотря по опредѣленію этой функціи).

Если мы опредѣлимъ потенциаль такимъ образомъ, что его *сумма* съ живой силой образуетъ постоянную величину, то мы получаемъ, какъ извѣстно, частный случай закона сохранения энергіи, въ которомъ фигурируютъ и переходятъ другъ въ друга только два вида энергіи: живая сила, или кинетическая энергія, и энергія положенія или разстоянія. Это соотношеніе обуславливается тѣмъ, что при этихъ движеніяхъ никакая доступная измѣренію часть энергіи не переходитъ въ другія ея формы. Въ частности, неизбежное въ нашихъ земныхъ процессахъ частичное превращеніе энергіи въ теплоту здѣсь настолько незначительно, что экспериментально оно нигдѣ не обнаруживается: его существованіе принимается только въ силу принципа непрерывности, но предметомъ непосредственнаго измѣренія оно никогда не было: если такое превращеніе имѣетъ мѣсто, то количественно оно лежитъ за предѣлами современныхъ измѣрительныхъ средствъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**О превращеніи химическихъ элементовъ.** Господствующее воззрѣніе, по которому химическіе элементы не допускаютъ дальнѣйшаго разложенія, а главное—не могутъ быть превращены одинъ въ другой, теперь, повидимому, поколеблено. Извѣстному англійскому химику Вильяму Рамсаю (Ramsay), которому принадлежитъ открытіе аргона, поразительно тѣмъ, что онъ открытъ имъ, какъ составная часть воздуха, считавшагося уже



съ давнихъ поръ вполне изученнымъ, и открытіе гелія еще болѣе поразительное, такъ какъ этотъ элементъ былъ впервые обнаруженъ на солнцѣ въ его хромосферѣ и протуберанцахъ, а уже впослѣдствіи былъ найденъ и на землѣ,—этому неутому изслѣдователю удалось сдѣлать открытіе, несравненно болѣе поразительное. Радій, какъ извѣстно, испускаетъ лучи, которые оказались не колебаніями упругой среды, а потоками мельчайшихъ частичекъ, которые химики называли „эманациями“. Изучая эти эманации, онъ обнаружилъ въ нихъ гелій. Атомный вѣсъ радія 225, а гелія только 4, и они по своимъ свойствамъ совершенно отличны; но превращеніе радія въ гелій, положившее начало превращенію элементовъ и вызвавшее сильное движеніе въ наукѣ, было встрѣчено не съ одинаковымъ сочувствіемъ. Въ то время, какъ одни (Remsen, Ostwald и другіе) склонны были видѣть въ этомъ эпоху,—покойный профессоръ Менделѣевъ отнесся къ нему рѣзко отрицательно. Радій вообще послужилъ источникомъ чудесъ, и изъ-за его свойствъ никто почти не склоненъ мѣнять установившихся теорій, такъ какъ тогда пришлось бы, можетъ быть, отказаться даже отъ закона сохранения энергіи. Теперь Рамсаю удалось установить, что если собирать эманацию радія въ водѣ, то образуется не гелій, а неонъ (газъ, содержащійся въ воздухѣ). *Если же собирать ее въ растворъ мѣднаго купороса (сѣрно-кислая мѣдь), то въ отфильтрованномъ отъ осадка раствѣ обнаруживается присутствіе калия, кальція и литія, въ которые подъ вліяніемъ эманации превращается мѣдь.*

Подробности своихъ изслѣдованій Рамсай еще не опубликовалъ. Онъ ограничился письмомъ общаго содержанія въ редакцію научнаго англійскаго журнала „Nature“, но въ осторожности и добросовѣстности этого ученаго сомнѣваться трудно. Уже послѣ этого письма появилось сообщеніе Оствальда, что еще годъ тому назадъ онъ ѣздилъ въ Англію къ Рамсаю, и тотъ говорилъ ему объ этихъ опытахъ, обѣзавъ его, однако, никому о нихъ не сообщать, такъ какъ онъ недостаточно еще убѣжденъ въ своихъ выводахъ \*).

Къ изложенному нужно, конечно, отнестись съ нѣкоторой осторожностью, но весьма вѣроятно, что мы на порогѣ новой эпохи въ наукѣ.

### Я. III

**Новѣйшія электромагнитныя теоріи и абсолютное движеніе.** Обозрѣвая обширный рядъ научныхъ работъ по физикѣ, появившихся въ 1906 году, мы находимъ, что нѣкоторые мемуары по внутренней своей связи съ основными принципами науки заслуживаютъ особеннаго и общаго интереса. Мы намѣрены изложить въ рядѣ статей важнѣйшіе результаты этихъ изслѣдованій и выяснить ихъ связь съ теоретическими вопросами, дебатировавшимися въ настоящее время. Мы начнемъ съ замѣчательнаго мемуара Кауфмана о „Составѣ электроновъ“ (Annalen der Physik 4s. T. 1.), имѣющаго чрезвычайно большое значеніе не только для этого вопроса са-

\*) Оба письма будутъ помѣщены въ слѣдующемъ номерѣ.



мого по себѣ, но и по тѣмъ слѣдствіямъ, къ которымъ онъ приводитъ относительно электродинамики движущихся тѣлъ и даже относительно вопроса объ абсолютномъ движеніи.

Изучая распространеніе электричества черезъ жидкости и газы, физики были приведены къ допущенію, что электричество состоитъ изъ опредѣленныхъ элементарныхъ частичекъ, которые могутъ быть разсматриваемы, какъ *электрическіе атомы*; каждое количество электричества представляетъ собой кратное такого атома, подобно тому, какъ въ химіи любая масса простого тѣла представляетъ собой кратное массы соотвѣтствующаго атома

Однако, атомамъ электричества, существованіе которыхъ подозрѣвалъ еще Гельмгольцъ, и которые Лоренцъ положилъ въ основу своей теоріи, посчастливилось больше, чѣмъ атомамъ химическимъ. Именно, Дж. Дж. Томсону, который назвалъ ихъ *частичками* (корпускулами), удалось опредѣлить ихъ абсолютную электрическую массу; именно, онъ сосчиталъ число свободныхъ частичекъ въ данномъ объемѣ газа при опредѣленныхъ условіяхъ.

Частички, т. е. *электроны*, какъ ихъ теперь принято называть, испускаются въ большомъ числѣ и съ огромной быстротой катодомъ въ разряженной трубкѣ (такъ называемые катодные лучи), а также радіемъ, въ эманациі котораго они образуютъ лучи  $\beta$ . И такъ какъ эти лучи представляютъ собой потокъ электрической массы, охваченной чрезвычайно быстрымъ движеніемъ, то они должны отклоняться въ электростатическомъ полѣ или въ присутствіи магнита, что и подтверждается на опытѣ.

Съ другой стороны, отсюда вытекаетъ также, что электрическая масса въ состояніи быстрого движенія должна оказывать нѣкоторое противодѣйствіе всякой силѣ, нарушающей это движеніе, подобно тому, какъ это дѣлаетъ матеріальная масса вслѣдствіе инерціи. Электроны должны, такимъ образомъ, обнаруживать какъ бы массу электромагнитной природы, которая мѣняется съ измѣненіемъ скорости движенія; и именно, эти измѣненія должны обнаруживаться на опытѣ, когда скорость электроновъ настолько велика, что она сравнима со скоростью свѣта.

М. Абрагамъ изъ Геттингена въ 1907 году вычислилъ эту кажущуюся массу электрона для различныхъ скоростей, исходя изъ допущенія, что она имѣетъ всецѣло электромагнитное происхожденіе и что электронъ въ своемъ движеніи, съ какою бы быстротой оно ни происходило, имѣетъ сферическую форму и постоянный объемъ; это такъ называемая *теорія твердаго электрона*.

Съ другой стороны, Кауфманъ при помощи нѣкоторыхъ предварительныхъ опытовъ (1900—1903 г.г.) опредѣляетъ величины массъ при различныхъ скоростяхъ. Онъ воспользовался для этого измѣреніемъ отклоненія радіевыхъ лучей  $\beta$  подѣ дѣйствіемъ электростатическаго поля или магнитнаго поля даннаго напряженія. Вслѣдствіе чрезвычайно замѣчательнаго согласія результатовъ этихъ опытовъ съ вычислениями Абрагама пришлось принять, что вся масса электрона дѣйствительно имѣетъ электромагнитное происхожденіе, что электрическая масса электрона, такимъ образомъ, не лежитъ на матеріальной ячeyкѣ.



Съ задачей о массѣ электрона тѣсно связана вся электродинамика движущихся тѣлъ; отсюда ясно важное значеніе теоретическихъ изслѣдованій профессора Лоренца, которыя имѣютъ въ виду, между прочимъ, выяснитъ вліяніе, оказываемое абсолютнымъ движеніемъ земли на оптическіе и электромагнитные процессы, происходящіе на ея поверхности.

Всѣ электромагнитныя теоріи, которыя въ настоящее время борются за свое существованіе, основаны на томъ, что онѣ допускаютъ существованіе ээира, части котораго неподвижны другъ относительно друга; можно, такимъ образомъ, считать, что онѣ находится какъ бы въ состояніи абсолютнаго покоя. Въ частности, теорія Лоренца допускаетъ, что не существуетъ иной электрической массы, кромѣ той, которая обусловлена движеніемъ электрическихъ частицъ; это движеніе происходитъ какъ бы свободно въ проводникахъ, а въ изоляторахъ оно встрѣчаетъ сопротивленіе со стороны электростатическихъ силъ.

Такъ какъ совокупность электроновъ, сидящихъ въ тѣлѣ, находящемся въ покой относительно земли, увлекается послѣдней въ ея абсолютномъ движеніи въ пространствѣ и представляется, такимъ образомъ, эквивалентной конвекціонному току, то съ перваго взгляда кажется, что путемъ наблюденія электрическихъ явленій (а также оптическихъ, которыя къ нимъ приводятся), происходящихъ на поверхности земли, должно быть возможно опредѣлить абсолютное движеніе земли, т. е. ея движеніе относительно ээира.

Однако, всѣ попытки, которыя производились въ этомъ направленіи по настоящее время, неизмѣнно приводили къ отрицательному результату.

Первоначальная теорія Лоренца объясняла отрицательный исходъ этихъ попытокъ до тѣхъ поръ, пока изслѣдованію подвергались явленія, которыя зависятъ отъ членовъ, содержащихъ въ первой степени отношеніе скорости переноснаго движенія къ скорости свѣта: между тѣмъ она не была въ состояніи объяснить отрицательнаго результата знаменитыхъ опытовъ Майхельсона и Морлея, которые, предусматривъ явленія, зависящія отъ членовъ второй степени, должны были бы дать положительный результатъ.

Такимъ образомъ, чтобы привести теорію въ согласіе съ фактами, была необходима новая гипотеза. И хотя Пуанкаре возражалъ на это, что при такихъ условіяхъ для объясненія каждаго новаго опыта съ отрицательнымъ исходомъ придется вводить новыя гипотезы, Лоренцу удалось въ мемуарѣ, опубликованномъ имъ въ 1904 г., доказать, при помощи нѣкоторыхъ основныхъ допущеній, совершенно строго, не опуская вовсе никакихъ членовъ, что на поверхности земли обнаружить движеніе относительно ээира, считая таковой въ состояніи абсолютнаго покоя, невозможно.

Чтобы придти къ этому результату, онъ долженъ былъ допустить:



1) что всё тѣла, включая и электроны, изъ которыхъ они состояются, обладая нѣкоторой скоростью поступательнаго движенія, сжимаются въ направленіи движенія, сохраняя неизмѣнными остальные измѣренія. Это сокращеніе представляетъ собою опредѣленную функцію отъ отношенія между абсолютной скоростью тѣла и скоростью свѣта;

2) что силы, дѣйствующія между ненаэлектризованными молекулами или между такими молекулами и электронами, модифицируются переноснымъ движеніемъ совершенно такъ же, какъ электрическія силы въ электростатической системѣ;

3) что масса электрона имѣетъ цѣликомъ электромагнитное происхожденіе, и что механическія массы нарастаютъ такимъ же образомъ, какъ и масса электрона вслѣдствіе движенія.

Съ помощью этихъ гипотезъ устанавливается полная независимость всѣхъ наблюдаемыхъ явленій отъ абсолютной скорости тѣлъ, на которыхъ они имѣютъ мѣсто.

Далѣе, изъ сдѣланнаго допущенія, что электронъ имѣетъ сферическую форму въ состояніи покоя и сокращается въ направленіи движенія, сохраняя неизмѣнными остальные измѣренія, вытекаетъ законъ зависимости его массы отъ скорости, отличный отъ того, который установленъ Абрагамомъ при гипотезѣ твердаго электрона.

Лоренцу удалось доказать, что числа, полученные экспериментально Кауфманомъ, согласуются съ числами, вычисленными по его теоріи, столь же хорошо, какъ и съ вычисленіями, произведенными по теоріи Абрагама.

Посылки и выводы Лоренца находятся во взаимнообратной зависимости. Если мы положимъ въ основу электродинамической теоріи движущихся тѣлъ принципъ относительности, т. е. принципъ, согласно которому невозможно констатировать абсолютное движеніе, то—какъ показалъ Эйнштейнъ—должны имѣть мѣсто деформации Лоренца, при чемъ мы вновь приходимъ къ той же зависимости между массой электрона и его скоростью. Къ тому же выводу, имѣющему большое значеніе, почти одновременно пришелъ Пуанкаре.

Отсюда вытекаетъ, однако, что теорія Абрагама, которая такой деформации не допускаетъ, несовмѣстима съ гипотезой, что никакимъ способомъ, никакимъ опытомъ, какой мы только можемъ себѣ представить, невозможно обнаружить проявленія скорости равномернаго переноснаго движенія, т. е. абсолютнаго движенія. Нѣкоторые находятъ, что это обстоятельство составляетъ слабую сторону гипотезы Абрагама. Но, съ другой стороны, гипотеза о деформации при движеніи вынуждаетъ допустить либо какую-то внутреннюю потенциальную энергію внутри электроновъ, либо вѣншее постоянное давленіе, дѣйствующее на сжимаемый и деформирующійся электронъ; то и другое - неизвѣстной природы, не приводящееся къ электромагнитнымъ явленіямъ; вмѣстѣ съ тѣмъ при этой теоріи было бы невозможно основать на чисто электромагнитной базѣ механику электрона, а слѣдо-



вательно, и механику вообще; между тѣмъ это возможно выполнить помощью теоріи Абрагама, а это представляетъ заслугу огромной важности съ точки зрѣнія теоріи познанія.

Формулировавъ вопросъ такимъ образомъ, мы ясно видимъ, что принять или отвергнуть одну изъ этихъ теорій равносильно тому, что принять или отвергнуть одно изъ слѣдующихъ двухъ утвержденій.

1) Невозможно основать всю механику на электромагнитной базѣ (Лоренцъ, Эйнштейнъ, Пуанкарэ).

2) Не лишено возможности обнаружить абсолютное движеніе (Абрагамъ).

Принимая одну изъ этихъ гипотезъ, мы тѣмъ самымъ отвергаемъ другую, по крайней мѣрѣ, поскольку мы сохраняемъ общее основное допущеніе обѣихъ теорій,—эвиръ, части котораго сохраняютъ одно и то же положеніе другъ относительно друга, т. е. находятся—согласно нашему опредѣленію—въ абсолютномъ покоѣ.

Первоначальныя измѣренія Кауфмана, не достаточно точныя, не позволяли сдѣлать выбора между обѣими теоріями, такъ какъ расхожденіе теоріи съ опытомъ (относительно зависимости между массой электроновъ и ихъ скоростью) не выходило за предѣлы ошибокъ наблюдений.

Вслѣдствіе этого Кауфманъ предпринялъ новый рядъ опытовъ съ цѣлью измѣрить отклоненія пучка  $\beta$ -лучей при различныхъ скоростяхъ подѣ дѣйствіемъ электростратическаго и магнитнаго поля. Здѣсь не мѣсто приводить всѣ детали опытовъ Кауфмана, которыя представляютъ настоящій образецъ тонкости и точности экспериментальнаго изслѣдованія. Что касается трудныхъ и утомительныхъ вычисленій, которыя необходимы, чтобы перейти отъ фотографій кривыхъ девиации къ числовымъ результатамъ, дающимъ возможность сопоставить различныя теоретическія предсказанія, то они были также осуществлены совершенно другимъ путемъ М. Планкомъ. Результаты, которые эти ученые сообщили Съѣзду германскихъ естествоиспытателей въ октябрѣ 1906 г., вполне согласуются съ тѣми, которые уже были получены Кауфманомъ.

Сопоставляя различныя теоріи, Кауфманъ приходитъ къ заключенію, что теорія Абрагама подтверждается, а теорія Лоренца не находитъ подтвержденія. Впрочемъ, какъ замѣтилъ Планкъ, и теорія Абрагама даетъ еще нѣкоторое расхожденіе въ числахъ, которое онъ не считаетъ возможнымъ отнести всецѣло къ ошибкамъ наблюденія.

Интересны были пренія, которыя послѣдовали на Штутгартскомъ съѣздѣ послѣ сообщенія Планка; въ нихъ принимали участіе Планкъ, Кауфманъ, Бухереръ, Рунге, Абрагамъ, Гансъ, Зоммерфельдъ.

Первый замѣтилъ очень удачно, что, по существу, теорія Абрагама и теорія Лоренца основываются на одномъ изъ двухъ



постулатовъ, которые оказываются несомѣстимыми: постулатъ объ исключительно электромагнитномъ характерѣ механики и постулатъ о невозможности констатировать абсолютное движеніе. Однако, повидимому, изъ предвзятаго сочувствія къ постулату Лоренца онъ относится нѣсколько пессимистически къ утвержденіямъ докладчика и полагаетъ, что опыты Кауфмана не имѣютъ еще рѣшающаго значенія въ пользу теоріи Абрагама, хотя бы уже потому, что и эта теорія даетъ нѣкоторыя отступленія, правда малыя, отъ наблюденій, а на это обращено сравнительно мало вниманія.

Намъ кажется, однако, что слѣдовало бы оставить всякую предвзятую метафизику и судить о достоинствахъ постулатовъ по строгому соответствію ихъ съ фактами. Мы не можемъ раздѣлять того предпочтенія, которое Планкъ отдаетъ принципу относительности, ибо, если даже теорія Абрагама и не доказана вполне опытами Кауфмана, то послѣдніе, во всякомъ случаѣ, не совмѣстимы съ теоріей Кауфмана, а слѣдовательно и съ постулатомъ относительности, поскольку мы вообще допускаемъ эфиръ въ состояніи абсолютнаго покоя. Если уже становится на почву метафизическихъ разсужденій, то намъ кажется, что разъ мы уже допустили существованіе эфиръ въ состояніи абсолютнаго покоя и тѣмъ, находящихся въ поступательномъ движеніи относительно эфиръ, то нѣтъ ничего невозможнаго въ томъ, чтобы это движеніе было обнаружено тѣмъ или инымъ способомъ, болѣе или менѣе доступнымъ опытному изслѣдованію.

Съ другой стороны, мы уже указали выше, что сопоставленіе теорій, о которыхъ идетъ рѣчь, подчинено основной гипотезѣ о существованіи эфиръ въ состояніи абсолютнаго покоя; безъ этого было бы возможно совмѣстное существованіе принципа относительности и закона измѣненія электромагнитной массы со скоростью, отличнаго отъ того, который предусмотрѣнъ теоріей Лоренца.

Возвращаясь къ составу электроновъ и ихъ формѣ во время движенія, замѣтимъ, что опыты Кауфмана, отвергая ту деформацию, которую предполагаетъ теорія Лоренца, вовсе еще не доказываютъ, что электроны сохраняютъ во время движенія неизмѣнными объемъ и массу. Въ самомъ дѣлѣ, результаты опыта хорошо согласуются еще съ другой теоріей, принадлежащей Бухереру, которая предполагаетъ деформацию электрона, состоящую въ сжатіи въ направленіи движенія и въ расширеніи въ поперечномъ направленіи съ сохраненіемъ первоначальнаго объема. Эта теорія имѣетъ со взглядами Абрагама то общее, что и она говоритъ въ пользу электромагнитной механики. Такъ какъ, съ другой стороны, она не совмѣстима съ принципомъ относительности, такъ какъ она допускаетъ въ деформированномъ электронѣ такое же отношеніе осей, какое имѣетъ мѣсто въ деформации Лоренца, то не лишено вѣроятности, что и она исключаетъ возможность обнаруженія абсолютнаго движенія, по крайней мѣрѣ, въ предѣлахъ выполненныхъ въ настоящее время экспе-



риментальныхъ попытокъ. Если такъ, то констатированіе абсолютнаго движенія было бы невозможно, если не теоретически, то, во всякомъ случаѣ, экспериментально, и всякое противорѣчіе было бы такимъ образомъ устранено.

(Rivista di Scienza).

## ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникъ“ и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 865 (4 сер.). Доказать, что прямая, соединяющая послѣдовательно центры квадратовъ, построенныхъ на сторонахъ параллелограмма и примыкающихъ къ нему извнѣ, образуютъ также квадратъ.

Проф. В. Ермаковъ (Кіевъ).

№ 866 (4 сер.). Данъ уголь  $MNP$  и внѣ его точки  $A$  и  $B$ . На сторонѣ  $MN$  построить точку  $x$  такъ, чтобы прямая  $Ax$  и  $Bx$ , встрѣчая  $NP$  въ  $y$  и  $z$ , дали въ углахъ равные отрезки  $xy$  и  $yz$ .

И. Александровъ (Москва).

№ 867 (4 сер.). Найти сумму  $n$  членовъ ряда

$$a^{\lg x} + 2a^{\lg x^2} + 3a^{\lg x^3} + \dots + na^{\lg x^n} + \dots$$

Э. Лейпнкъ (Рига).

№ 868 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^3 + ax^2 + bx + \frac{b^2}{a^2} = 0.$$

Н. С. (Одесса).

№ 869 (4 сер.). Доказать справедливость тождества

$$\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_a^2} + \frac{1}{r_b^2} + \frac{1}{r_c^2} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c},$$

гдѣ  $a, b, c$ —стороны,  $r, r_a, r_b, r_c$ —радіусы вѣтѣвписанныхъ круговъ нѣкотораго треугольника.

(Займств.).

№ 870 (4 сер.). Твердое тѣло вѣсомъ въ  $p$  граммовъ и удѣльнаго вѣса  $d_0$  при  $0^\circ$ , будучи совершенно погружено въ нѣкоторую жидкость, удѣльный вѣсъ которой при  $0^\circ$  равенъ  $\bar{z}_0$ , а коэффициентъ объемаго расширенія— $k$ , вѣситъ при температурѣ  $t^\circ$   $q$  граммовъ. Опредѣлить коэффициентъ объемаго расширенія испытываемаго твердаго тѣла.

Л. Ямпольскій (Одесса).



## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 735 (4 сер.). Найти сумму

$$\sum_1^n \frac{a_i a_{i+1} a_{i+2}}{a_i + a_{i+2}},$$

зная, что рядъ  $a_1, a_2, a_3, \dots$  есть арифметическая прогрессія.

Заимств. изъ *Supplemento al Periodico di Matematica*.

Такъ какъ по свойству арифметической прогрессіи  $a_i = a_1 + d(i-1)$  и  $a_{i+1} = \frac{a_i + a_{i+2}}{2}$ , то, пользуясь формулой суммы квадратовъ чиселъ натурального ряда, находимъ:

$$\begin{aligned} \sum_1^n \frac{a_i a_{i+1} a_{i+2}}{a_i + a_{i+2}} &= \sum_1^n \frac{a_i a_{i+2} (a_i + a_{i+2})}{2(a_i + a_{i+2})} = \sum_1^n \frac{a_i a_{i+2}}{2} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_1^n [a_1 + d(i-1)][a_1 + d(i+1)] = \\ &= \frac{1}{2} \sum_1^n [(a_1^2 - d^2) + 2a_1 d i + d^2 i^2] = \frac{n(a_1^2 - d^2)}{2} + a_1 d \sum_1^n i + \frac{d^2}{2} \sum_1^n i^2 = \\ &= \frac{n(a_1^2 - d^2)}{2} + a_1 d \cdot \frac{n(n+1)}{2} + \frac{d^2}{2} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \\ &= \frac{n}{2} \left[ a_1^2 + (n+1)a_1 d + \frac{(n-1)(2n+5)}{6} \cdot d^2 \right], \end{aligned}$$

гдѣ  $d$  — разность прогрессіи.

Г. Оганянцъ (Ялта); Э. Лейтманъ (Рига); А. Турчаниновъ (Одесса); Г. Лебедевъ (Обоянь); В. Булыгинъ.



Книгоиздательство научных и популярно-научных сочинений из области  
физико-математических наук

П. ЛАКУРЬ и Я. АПШЕЛЬ.

# ИСТОРИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Пер. съ нѣмецкаго подъ редакціей „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“

Свыше 800 стр. большого формата и 800 рис. въ текстѣ и на отдѣльныхъ таблицахъ.

„ИСТОРИЧЕСКАЯ ФИЗИКА“ занимаетъ совершенно особое мѣсто въ ряду элементарныхъ сочинений по физикѣ: это есть и полный курсъ элементарной физики, и ея исторія. Авторы не только даютъ въ своей книгѣ современное состояніе этой науки, но рисуютъ и ея историческое развитіе, результаты котораго охватываютъ такъ многосторонне и глубоко всю современную жизнь. Благодаря этому и благодаря отсутствію всякой техничности языка—книга изложена въ высшей степени общедоступно—„ИСТОРИЧЕСКАЯ ФИЗИКА“ является книгой для самыхъ широкихъ круговъ читателей, особенно же для тѣхъ, кто желалъ бы укрѣпить свои познанія въ этой наукѣ установленіемъ живой преемственной связи между ея различными дисциплинами, съ которыми знакомить средняя школа.

Сообразно своему характеру „ИСТОРИЧЕСКАЯ ФИЗИКА“ обильно снабжена иллюстраціями, въ которыхъ ясно отражается историческое развитіе этой науки. Читатель найдетъ въ ней воспроизведенія рисунковъ Стевина, Декарта, Герики, Гальвани и т. д.

„ИСТОРИЧЕСКАЯ ФИЗИКА“ выходитъ выпусками по 8—9 печатныхъ листовъ большого формата. Выпуски выходятъ въ свѣтъ каждые два мѣсяца и все изданіе должно быть закончено въ срединѣ 1908 года.

**ВЫПУСКЪ I ВЫШЕЛЪ** и разсылается подписчикамъ.

**СОДЕРЖАНІЕ I ТОМА.** §§ 1—74 Мірозданіе. Свѣдѣнія и открытія до 1630. §§ 75—114. Свѣтъ. Отъ древнѣйшихъ временъ до Ньютона. §§ 112—270. Сила. §§ 271—333. Мірозданіе. Свѣдѣнія и открытія послѣ 1630. §§ 334—377. Звукъ. §§ 378—420. Природа свѣта. §§ 421—441. Спектральный анализъ.

**СОДЕРЖАНІЕ II ТОМА.** §§ 1—189. Теплота. §§ 190—250. Магнетизмъ. §§ 251—303. Электричество до 1790. §§ 304—408. Электрический токъ. §§ 499—455 Погода.

**ПОДПИСНАЯ ЦѢНА:** 5 руб. 50 к. безъ пересылки и 6 руб. 50 к. съ пересылкой.

Подписавшіеся получаютъ выпуски немедленно по мѣрѣ ихъ выхода.

Допускается разсрочка на слѣдующихъ условіяхъ:

при подпискѣ городскіе подписчики вносятъ 1 р. 50 к., иногородніе 2 р. и по полученіи cadaго изъ первыхъ 5 выпусковъ городскіе подписчики вносятъ по 1 р. иногородніе по 1 р. 20 к. За наложеніе платежа 10 к. особо.

**ПО ОКОНЧАНІИ ИЗДАНІЯ ЦѢНА БУДЕТЪ ПОВЫШЕНА.**



## НОВАЯ КНИГА:

**Б. Магалифъ.** Систематическій сборникъ геометрическихъ задачъ на вычисленіе. Стереометрія. Цѣна 60 коп.

Продается въ книжномъ магазинѣ В. В. Думнова, подъ фирмою „Наслѣдники бр. Салаевыхъ“. Москва. Мясницкая ул.

Тамъ же продается книга:

**Б. Магалифъ.** Систематическій сборникъ геометрическихъ задачъ на вычисленіе. Планиметрія. Цѣна 40 коп. 2-ое изданіе. Допущено Уч. Ком. Мин. Нар. Пр. въ качествѣ учебнаго пособия для среднихъ учебныхъ заведеній.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1907 ГОДЪ

# ЗАДУШЕВНОЕ СЛОВО •

ДВА ЕЖЕНЕДѢЛЬНЫЕ  
иллюстрированные журнала для дѣтей и юношества, основанные С. М. МАКАРОВОЙ  
и издаваемые подъ редакціей П. М. ОЛЬХИНА.

ПОДПИСНОЙ ГОДЪ НАЧАЛСЯ 1-ГО НОЯБРЯ 1906 г. — ПЕРВЫЕ ЖЖ ВЫСЫЛАЮТСЯ НЕМЕДЛЕННО.

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей  
**МЛАДШАГО ВОЗРАСТА**  
(отъ 5 до 9 лѣтъ) получать

**52 №№ и 42 ПРЕМІИ.**

Въ числѣ послѣднихъ: БОЛЬШУЮ КАРТИНУ въ 22 красн. „МАЛЕНЬКІЕ, ДА УДАЛЕНЬКІЕ“; 12 новѣйш. ИГРЪ И ЗАНЯТІЙ на раскраш. и черн. листахъ; „МАЛЕНЬКИЙ РУССКІЙ ИСТОРИКЪ“; 6 кн. „БИБЛИОТЕКИ МАЛЕНЬКАГО ЧИТАТЕЛЯ“ и ин др.

Кромѣ того, при каждомъ изданіи будутъ высылаться: „ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕЧКА“ и „ДѢТСКІЯ МОДЫ“.

Подписная цѣна каждого изданія „Задушевнаго Слова“, со всеми объявленными преміями и приложеніями, съ доставкой и пересылкой, — за годъ **ШЕСТЬ рублей.**

С Допускается разсрочка на 3 срока: 1) при подпискѣ, 2) къ 1 февраля и 3) къ 1 мая — по

Съ требованіями, съ обозначеніемъ изданія (возраста), обращаться: въ конторы „ЗАДУШЕВНАГО СЛОВА“, при книжныхъ магазинахъ Т-ля М. О. Вольфъ — С. ПЕТЕРБУРГЪ: 1) Гостин. Дворъ, 18, или 2) Невскій пр., 13.

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей  
**СТАРШАГО ВОЗРАСТА**  
(отъ 9 до 14 лѣтъ) получать

**52 №№ и 37 ПРЕМІИ.**

Въ числѣ послѣднихъ: АНВАРЕДЬНУЮ КАРТИНУ — „ПОСЛѢДНЯЯ НАДЕЖДА“; „ИСТОРИЮ НАПОЛЕОНА“; издм. кн. „ЛЕРМОНТОВЪ ВЪ ИЛЛЮСТРАЦІЯХЪ“; 12 малютъ, кн. ПОВѢСТЕЙ и РАЗСКАЗОВЪ для юношества и ин. др.

**2 р.**

ЗА ГОДЪ — 6 рублей, РАЗСРОЧКА — по 2 рубль.