

№№ 443—444.

# ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

*В. А. Тернетью*

подъ редакціей

*Приватъ-Доцента В. Л. Кагана.*

XXXVII-го Семестра №№ 11—12-й.

ОДЕССА.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельского, д. № 66.  
1907.



## ВЫШЛИ ВЪ СВѢТЪ СЛѢДУЮЩІЯ ИЗДАНІЯ:

1 и 2. Г. АБРАГАМЪ, проф. СБОРНИКЪ ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ ОПЫТОВЪ ПО ФИЗИКѢ, составленный при участіи многихъ профессоровъ и преподавателей физики. Переводъ съ французскаго подъ редакціей Приватъ-доцента *Б. П. Вейнберга*.

Часть I: Работы въ мастерской. Различные рецепты—Геометрія. Механика—Гидростатика. Гидродинамика. Капиллярность—Теплота—Словесныя таблицы.

Учен. Ком. М. Н. Пр. допущено въ учен. библиот. средн. учебн. заведеній, учит. семинарій и юр. по Положенію 31 мая 1872 г., училищъ, а равно и въ безпл. нар. читальни и библиотеки.

XVI+272 стр. Со многими (свыше 300) рисунками. Цѣна 1 р. 50 к.

Часть II: Звукъ—Свѣтъ—Электричество—Магнетизмъ.

LXXV+434 стр. Со многими (свыше 400) рисунками. Цѣна 2 р. 75 к.

3. С. АРРЕНІУСЪ, проф. ФИЗИКА НЕБА, Разрѣшенный авторомъ и дополненный по его указаніямъ переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента *А. Р. Орбинскаго*. Содержаніе: Неподвижныя звѣзды—Солнечная система—Солнце—Планеты, ихъ спутники и кометы—Космогонія.

VIII+250 стр. Съ 66 черными и 2 цвѣтными рисунками въ текстѣ и 1 черной и 1 цвѣтной отдѣльными таблицами. Цѣна 2 руб.

Учен. Ком. М. Н. Пр. допущено въ учен., старш. возр., библиот. средн. учебн. заведеній, а равно и въ безпл. нар. библиот. и читальни.

4. УСПѢХИ ФИЗИКИ, сборникъ статей о важнѣйшихъ открытіяхъ послѣднихъ лѣтъ въ общедоступномъ изложеніи. Подъ редакціей „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“. Содержаніе: *Винеръ*, Расширеніе нашихъ чувствъ—*Пильчиковъ*. Радій и его лучи—*Дебернъ*, Радій и радиоактивность—*Рихардъ*, Электрическія волны—*Слаби*, Телеграфированіе безъ проводовъ—*Шмидтъ*, Задача объ элементарномъ веществѣ (основанія теоріи электроновъ).

IV+144 стр. Съ 41 рисункомъ и 2 таблицами. Изд. 2-е. Цѣна 75 коп

Учен. Ком. М. Н. Пр. первое изданіе допущено въ учен., старш. возр., библиот. средн. учебн. заведеній, а равно и въ безпл. нар. библиот. и читальни.

5. Ф. АУЗРБАХЪ, проф. ЦАРИЦА МІРА И ЕЯ ТѢНЬ. Общедоступное изложеніе основаній ученія объ *энергіи* и *энтропій*. Переводъ съ нѣмецкаго. Съ предисловіемъ *Ш. Э. Гильома*, Вице-Директора Международнаго Бюро Мѣръ и Вѣсовъ.

VIII+56 стр. Изд. 2-е. Цѣна 40 к.

Учен. Ком. М. Н. Пр. первое изданіе допущено въ учен., старш. возр., библиот. средн. учебн. заведеній, а равно и въ безпл. нар. библиот. и читальни.

6. С. НЬЮКОМЪ, проф. АСТРОНОМІЯ ДЛЯ ВСѢХЪ. Переводъ съ англійскаго. Съ предисловіемъ Приватъ-доцента *А. Р. Орбинскаго*.

XXIV+285 стр. Съ портретомъ Автора, 64 рис. и 1 таблицей. Цѣна 1 р. 50 к.

Учен. Ком. М. Н. Пр. допущено въ учен., старш. возр., библиот. средн. учебн. заведеній, а равно и въ безпл. нар. библиот. и читальни.

7. Г. ВЕБЕРЪ и І. ВЕЛЬШТЕЙНЪ. ЭНЦИКЛОПЕДІЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ. Томъ I. Энциклопедія элементарной алгебры, обраб. проф. *Веберомъ*. Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента *В. Ф. Кагана*. Книга I. Основанія арифметики, гл. I—X. Книга II. Алгебра, гл. XI—XIX. Книга III. Анализъ, гл. XX—XXVIII. 650 стр. Цѣна 3 р. 50 к.

Выпусками: вып. I, стр. 256, ц. 1 р. 50 к., вып. II окончаніе, ц. 2 р.

8. ДЖ. ПЕРРИ, проф. ВРАЩАЮЩІЙСЯ ВОЛЧОКЪ. Публичная лекція. Переводъ съ англійскаго. VII+96 стр. съ 63 рисунками. Цѣна 60 к.

Учен. Ком. М. Н. Пр. признана заслуживающей вниманія при пополненіи учен. библиот. средн. учебн. заведеній.

9. Р. ДЕДЕКИНДЪ, проф. НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ИРРАЦИОНАЛЬНЫЯ ЧИСЛА. Переводъ Приватъ-доцента *С. Шатуновскаго* съ приложеніемъ его статьи Доказательство существованія трансцендентныхъ чиселъ. 40 стр. Цѣна 40 к.

Учен. Ком. М. Н. Пр. признана заслуживающей вниманія при пополненіи учен. библиот. средн. учебн. заведеній.

10. К. ШЕЙДЪ, проф. ПРОСТЫЕ ХИМИЧЕСКІЕ ОПЫТЫ для юношества. Переводъ съ нѣмецкаго, подъ редакціей Лаборанта Новороссійскаго Университета *Е. С. Ельчанинова*. 192 стр. съ 79 рисунками. Цѣна 1 р. 20 к.

11. Э. ВИХЕРТЬ, проф. ВВЕДЕНІЕ ВЪ ГЕОДЕЗИЮ. Лекція для преподавателей средн. учебн. заведеній. Переводъ съ нѣмецкаго.

80 стр. съ 41 рис. Цѣна 35 к.

СЪ ТРЕБОВАНІЯМИ ОБРАЩАТЬСЯ. КНИГОИЗДАТЕЛЬСТВО „МАТЕЗИСЪ“

Одесса, Типографія М. Шпенцера, Новосельская 66.



# Вѣстникъ Опытной Физики

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№№ 443—444.

**Содержаніе:** Къ современной энергетикѣ (Окончаніе). Проф. В. Оствальда. — Первый международный конкурсъ по вопросамъ радиологии и іонизаціи. Д. Фейфелова. — О системѣ Коперника. G. Andrault. — Къ геометріи треугольника. А. Кириллова. — Задача Мальфатти. (Окончаніе). Н. Агрономова. — Рецензіи: Объ учебникахъ А. Воинова и Г. Вѣревскаго, озаглавленныхъ „Основанія аналитической геометріи“. П. Свѣшниковъ. — Задачи для учащихся №№ 889—894 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 754, 755, 757, 759, 760, 761, 763, 792. — Содержаніе „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“ за XXXVII семестръ. — Объявленія.

### Къ современной энергетикѣ

В. Оствальда.

(Окончаніе \*).

Теперь естественно возникаетъ вопросъ о роли емкости энергіи въ нашемъ энергетическомъ міропониманіи. Отвѣтъ заключается въ томъ, что ей, по существу, принадлежитъ та функція, которую старая наука въ неразвитомъ своемъ состояніи приписывала *матеріи*. Если мы обратимъ вниманіе на то, что масса, вѣсъ, объемъ именно и представляютъ собой факторы емкости соотвѣтствующихъ видовъ энергіи, то мы узнаемъ въ старыхъ „первичныхъ свойствахъ матеріи“ всѣ эти факторы. „Вторичныя“ свойства матеріи также оказываются величинами емкости, но они не такъ тѣсно связаны между собой въ пространствѣ, какъ названныя выше. Та особенность, что нѣкоторые виды энергіи, именно энергія объема, энергія тяжести

\*) См. № 442 „Вѣстника“.



и энергія движенія постоянно находятся въ соединеніи въ одной и той же части пространства, привела къ понятію о матеріи. Но такъ какъ размѣръ этихъ видовъ энергіи въ такого рода объектѣ также мѣняется, то оказалось необходимымъ для выраженія этой измѣнчивости допустить существованіе носителя этихъ перемѣнныхъ свойствъ, носителя неизмѣннаго только потому, что онъ не одаренъ никакими свойствами. Такимъ образомъ возникъ логически ложный образъ современной матеріи, объекта, который лежитъ въ основѣ каждаго предмета и въ то же время не обладаетъ вовсе никакими свойствами, по которымъ мы могли бы его узнать, обнаружить его существованіе.

Но если даже и ясно, что при помощи понятія объ энергіи мы не въ состояніи удовлетворительно выразить свойствъ вѣсѣмъ объектовъ, то все-таки остается необходимымъ отвѣтить, почему названные три вида энергіи всегда оказываются соединенными въ одной и той же части пространства. Мы получимъ отвѣтъ на этотъ вопросъ, если изслѣдуемъ, какъ обстояло бы дѣло, если бы въ томъ или иномъ случаѣ одного изъ этихъ видовъ энергіи не оказалось. Если бы не было энергіи объема, то объектъ вовсе не занималъ бы пространства; мы бы вовсе его не замѣчали, мы не могли бы имъ владѣть. Если бы не было энергіи движенія, то образъ не имѣлъ бы вовсе массы; малѣйшій импульсъ сообщалъ бы ему безконечную скорость и онъ также оказался бы совершенно недоступнымъ нашему познанію. Если бы, наконецъ, объектъ не имѣлъ энергіи тяжести, то онъ не оставался бы въ предѣлахъ земли и также ушелъ бы отъ нашего воспріятія. Такимъ образомъ, оказывается, что соединеніе названныхъ трехъ видовъ энергіи необходимо, чтобы объектъ могъ сдѣлаться предметомъ нашего воспріятія, что мы познаемъ такимъ путемъ только тѣ энергетическіе образы, въ которыхъ эти три вида энергіи находятся совмѣстно. Существуютъ ли образы, въ которыхъ одного изъ этихъ видовъ энергіи нѣтъ, этого мы не знаемъ и не можемъ знать; но такъ какъ они, во всякомъ случаѣ, не составляютъ части нашего міра, то мы не имѣемъ ни возможности, ни основанія ихъ учитывать. Такимъ образомъ мы убѣждаемся, что въ основѣ понятія о матеріи лежитъ опредѣленный опытный фактъ. Онъ находитъ только въ этомъ понятіи крайне несовершенное и неудачное выраженіе. Для научнаго языка дальнѣйшее употребленіе слово „матерія“ оказалось нецѣлесообразнымъ. Упомянутые комплексы трехъ видовъ энергіи мы называемъ, примыкая къ установившейся разговорной



рѣчи, *тѣлами*. Между тѣмъ совершенно ясно, что отъ тѣла не останется ничего, если мы его лишимъ принадлежащихъ ему свойствъ, т. е. если мы себѣ представимъ его лишеннымъ всѣхъ видовъ энергіи, сосредоточенныхъ въ занимаемой имъ части пространства; такъ какъ тѣло не представляетъ собой ничего иного, какъ комплексъ энергіи, то оно исчезаетъ въ нашемъ понятіи, если мы удалимъ составныя части комплекса.

Въ мою задачу не можетъ входить доказывать здѣсь, что вся физика, включая химію и фізіологію, можетъ быть въ полномъ объемѣ и исчерпывающимъ образомъ изложена, какъ энергетика. Это признаютъ также мои противники; они сомнѣваются только въ цѣлесообразности такого изложенія. Я полагаю, однако, что я достаточно ясно обнаружилъ это какъ здѣсь, такъ и въ многочисленныхъ моихъ учебникахъ. Очень характернымъ образомъ цѣлесообразность энергетическаго изложенія обнаруживается въ настоящее время въ фізіологіи и біологіи; обѣ эти науки до послѣдняго времени тяжело страдали отъ атомистической механистики, которая заполнила эти науки огромнымъ числомъ кажущихся проблемъ. Мнѣ достаточно указать на безчисленные теоріи наслѣдственности, которыя всѣ отличались той особенностью, что ихъ нельзя ни доказать, ни опровергнуть, которыя открывали поэтому неистощимый источникъ бесплодныхъ дискуссій. Въ настоящее же время многіе начинаютъ убѣждаться, что сведеніе проблемъ къ энергетической ихъ основѣ постепенно выключаетъ всѣ эти кажушіяся задачи, и наука, наконецъ, опять въ состояніи ставить дѣйствительные вопросы, искать и находить на нихъ дѣйствительные отвѣты. Конечно, въ совершенномъ своемъ видѣ энергетика еще не охватываетъ всего многообразія дѣятелей и явленій, съ которыми мы встрѣчаемся въ біологіи. Въ частности, модальность въ пространствѣ и во времени въ ходѣ опредѣленнаго превращенія энергіи, заданной по виду и массѣ, регулируется законами, аналогичными закону Ома, въ которыхъ самымъ разнообразнымъ образомъ фигурируютъ константы, опредѣленные матеріаломъ и формой. Основы теоріи этихъ процессовъ указаны Фурье въ его теоріи теплопроводности; но сознательное развитіе этихъ соотношеній представляетъ собой цѣликомъ задачу будущаго и должно быть признано важнѣйшей въ настоящее время проблемой энергетики. Біологія постоянно имѣетъ дѣло съ такого рода опредѣленіями, и введеніе соотвѣтствующихъ понятій, какъ на примѣръ „доминанты“ у Рейнкэ обнаруживаетъ потребность къ логическому



разрѣшенію этихъ задачъ, хотя эти „доминанты“ еще и не намѣчаютъ удовлетворительнаго пути къ нему. Такой путь былъ бы указанъ, если бы было высказано какое либо общее свойство или закономерность этихъ „доминантъ“.

Съ другой стороны, примѣненіе энергетики въ современномъ ея объемѣ къ различнымъ наукамъ еще ни малѣйшимъ образомъ не исчерпано. Въ качествѣ примѣра такого рода дѣятельной почвы, разработка которой непосредственно могла бы дать богатѣйшіе плоды, я приведу въ заключеніе настоящаго очерка краткій набросокъ энергетической теоріи исторіи культуры.

То, что отличаетъ человѣка отъ животныхъ, называютъ культурой. По наиболѣе распространенному воззрѣнію, она заключается въ томъ, что человѣку дана значительно большая власть надъ окружающей природой; иными словами, онъ въ состояніи оказывать на происходящіе въ природѣ процессы такое воздѣйствіе, придавать имъ такое направленіе, что они протекаютъ соотвѣтственно его нуждамъ и желаніямъ. Эта способность человѣка не безпредѣльна, но развитіе культуры именно и опредѣляется наростаніемъ этой власти человѣка надъ окружающимъ его міромъ. Съ другой стороны, какъ мы видѣли, все происходящее можетъ быть опредѣлено, какъ превращеніе различныхъ видовъ энергіи. Власть надъ происходящимъ, такимъ образомъ, непосредственно зависитъ отъ нашей власти надъ энергетическими соотношеніями, и исторія культуры есть исторія нарастающей власти человѣка надъ энергіей.

Чтобы показать, какимъ образомъ результаты этихъ крайне общихъ соображеній опредѣленно складываются въ каждомъ частномъ случаѣ, мы намѣтимъ энергетическое объясненіе перваго развитія человѣка изъ первобытнаго состоянія. Обыкновенно охотно принимаютъ, что употребленіе орудій необходимо разсматривать, какъ первое проявленіе культуры въ развивающемся родѣ человѣческомъ. Но орудіе можетъ быть съ полнымъ правомъ опредѣлено, какъ средство, *при помощи котораго наличному запасу сырой энергіи сообщается желаемый характеръ*. Иными словами, орудіе есть трансформаторъ энергіи; и оно тѣмъ совершеннѣе, чѣмъ лучше оно позволяетъ выполнить эту трансформацію. Правда, первыми орудіями, вѣроятно, служили палки, камни и стрѣлы; энергія, которая прежде всего находилась въ распоряженіи первобытнаго человѣка (какъ и животнаго), была скопленная въ его мускулахъ химическая энергія пищи. Эта энергія имѣетъ опредѣленный размѣръ и могла проявляться толь-



ко въ извѣстной части пространства, которая опредѣляется длиною рукъ при каждомъ положеніи тѣла. Взявъ въ свою руку палку, человѣкъ достигъ того, что онъ увеличилъ радіусъ своей мускульной энергіи на длину этой палки и такимъ образомъ могъ цѣлесообразнѣе ее примѣнять. При помощи стрѣлы онъ могъ сосредоточить свою мускульную энергію, трансформировать ее въ кинетическую и сразу преобразовать ее въ другую въ томъ мѣстѣ, куда стрѣла упала. Это сдѣлало возможнымъ такіе результаты, которыхъ онъ не могъ достигъ непосредственнымъ примѣненіемъ своей мускульной энергіи въ видѣ давленія.

Значительнымъ успѣхомъ въ дѣлѣ цѣлесообразнаго примѣненія энергіи было открытіе *бросанія*; оно объединяетъ названные успѣхи и расширяетъ ихъ. Радиусъ мускульной энергіи здѣсь значительно возрастаетъ, а вмѣстѣ съ тѣмъ, суммируясь при взмахѣ, энергія *накапливается*. Относящіеся сюда дальнѣйшіе успѣхи заключаются въ подходящемъ выборѣ и въ подысканіи соотвѣтствующей формы бросаемаго тѣла, носителя передаваемой энергіи, въ усовершенствованіяхъ, дающихъ возможность, съ одной стороны, сосредоточить возможно большее количество энергіи, а съ другой стороны, сообщить ей возможно болѣе точное направленіе. Лукъ и стрѣла представляютъ собой средства дальнѣйшаго развитія этой задачи, превращающіе мускульную энергію въ энергію упругости натянутой тетивы, приспособленной, главнымъ образомъ, къ тому, чтобы получить правильное направленіе, между тѣмъ какъ самострѣлы имѣютъ главною цѣлью возможно большее накопленіе энергіи, которое можетъ быть осуществлено задолго до выстрѣла и такимъ образомъ цѣлесообразнѣе использовано.

Другой видъ преобразованія энергіи относится къ концентраціи энергіи на малыхъ поверхностяхъ. Такого рода поверхности представляютъ собой лезвія и острія; тѣ и другія имѣютъ цѣлью, путемъ уменьшенія поверхности давленія, усилить его интенсивность. Острыя орудія раздѣляютъ тѣла и проникаютъ внутрь такихъ предметовъ, которые остаются совершенно невредимыми при ударѣ кулакомъ или камнемъ.

Систематически комбинируя эти средства, мы скоро получаемъ новыя орудія. Мечъ и пика соединяютъ съ себѣ удлинненіе радіуса руки съ концентрирующимъ дѣйствіемъ лезвія и острія. Такими же приспособленіями снабжаются бросаемые предметы и снаряды—и мы получаемъ, такимъ образомъ, метательное копье и острую стрѣлу.



Всѣ эти изобрѣтенія имѣють цѣлью использовать первичную энергію, содержащуюся въ мускулахъ человѣка; когда, поэтому, явилась возможность воспользоваться *другими* источниками энергіи для цѣли индивидуума, то это знаменовало огромный прогрессъ. Въ первой стадіи здѣсь рѣчь идетъ о совершенно аналогичныхъ видахъ физиологической энергіи: эксплуатація рабовъ и домашнихъ животныхъ представляетъ собой такого рода ступень, и я предполагаю, что первая форма появилась раньше. Далѣе наступаетъ примѣненіе энергіи *неорганической*: для служенія человѣку приспособляются огонь и вѣтеръ. Такимъ образомъ, энергетическія соображенія постепенно приводятъ насъ къ самымъ сложнымъ сооруженіямъ нашихъ дней.

Другой рядъ относящихся сюда соображеній *связанъ съ характеромъ химической энергіи пищи*, которая представляетъ собой предварительную ступень мускульной энергіи, необходимое условіе ея образованія и примѣненія. Накопленіе запасовъ на тѣ времяна, въ которыя ее нельзя непосредственно получить, составляетъ, какъ извѣстно, основу образованія капитала.

Наконецъ, на преобразованіи энергіи покоится вообще понятіе о *цѣнности*. Численно равныя количества энергіи, какъ извѣстно, далеко не равносильны даже въ тѣхъ явленіяхъ природы, которыя не имѣють цѣнности для человѣка: именно, данное количество энергіи тѣмъ болѣе поддается преобразованію, чѣмъ значительнѣе разности напряженія, отличающія ее въ окружающей средѣ. Оцѣнка энергіи для цѣлей человѣка производится совершенно аналогично этому, хотя это гораздо сложнѣе; и здѣсь дѣло сводится къ различіямъ интенсивности и зависящимъ отъ нихъ коэффиціентамъ преобразованія. Данное количество энергіи, вообще говоря, имѣетъ тѣмъ большую цѣну, чѣмъ болѣе оно поддается преобразованію для цѣлей человѣка. Такъ, напримѣръ, кусокъ угля и кусокъ жареннаго мяса могутъ содержать одинаковое количество энергіи (измѣряемъ ли мы всю или только свободную энергію—все равно), между тѣмъ какъ какъ эти два предмета могутъ имѣть совершенно различную цѣнность для человѣка; и коренится это въ томъ, что человѣкъ при помощи своего пищеварительнаго аппарата можетъ использовать энергію мяса, но не можетъ переработать энергію угля.

Это соотношеніе знаменуетъ общее положеніе дѣла. Природа даетъ намъ сырую энергію, прежде всего энергію солнечнаго излученія, затѣмъ продукты преобразованія этой энергіи, которые произошли помимо вмѣшательства человѣка. Привести



эту сырую энергію въ такія формы, которыя непосредственно приспособлены къ нуждамъ человѣка—такова общая задача человѣка въ природѣ. При каждомъ преобразованіи такого рода часть сырой энергіи вслѣдствіе выравниванія напряженія (которое въ послѣдней инстанціи всегда сводится къ выравниванію температуры) переходитъ въ „связанную“ энергію, которая не можетъ быть использована,—и лишь нѣкоторая опредѣленная доля первоначальной сырой энергіи достигаетъ своей цѣли. Каждая машина, каждый пріемъ, наконецъ, каждый интеллигентный человѣкъ, который улучшаетъ эти коэффициенты преобразованія, имѣетъ свою цѣнность, тѣмъ болѣе высокую, чѣмъ важнѣе для человѣка тѣ виды энергіи, къ которымъ относятся вносимыя ими улучшенія.

Этотъ критерій цѣнности имѣетъ всеобщее значеніе. Онъ въ равной мѣрѣ относится къ простѣйшимъ средствамъ повседневной жизни, какъ и къ высшимъ проявленіямъ науки и искусства. Примѣненіе этой идеи къ различнымъ отраслямъ человѣческой дѣятельности потребовало бы цѣлой книги. Мы поэтому ограничимся этими указаніями, но просимъ cadaго читателя примѣнить этотъ принципъ къ какому-либо вопросу, который его особенно интересуетъ, и убѣдиться, достигается ли намѣченная цѣль и въ какой мѣрѣ.

Во всемъ нашемъ изложеніи мы не касались вовсе отношенія психическихъ явленій къ энергіи. Я давно уже высказалъ свой взглядъ, что вся психологія значительно подвинется впередъ, если мы, въ видѣ прототезы, допустимъ существованіе особой психической энергіи. Это, въ частности, видно изъ того, что старая проблема о томъ, какимъ образомъ духъ и тѣло могутъ производить совмѣстную дѣятельность, признана кажушейся проблемой и, такимъ образомъ, совершенно исчерпана. Въ самомъ дѣлѣ, если, съ одной стороны, нѣтъ никакихъ принципиальныхъ препятствій къ тому, чтобы дать психическимъ явленіямъ энергетическое толкованіе, а съ другой стороны, такъ называемая матерія признана особаго рода комбинаціей различныхъ видовъ энергіи, то господствовавшее раньше принципиальное противопоставленіе этихъ двухъ областей, совершенно теряетъ почву; вмѣстѣ съ тѣмъ задача о связи между тѣломъ и душой вступаетъ въ тотъ же рядъ вопросовъ, къ которому относится задача о соотношеніи между химической и электрической энергіей, задача, съ которой мы встрѣчаемся въ теоріи Вольтова столба и которая въ извѣстной мѣрѣ уже разрѣшена.



# Первый международный конгрессъ по вопросамъ радіологіи и іонизаціи.

Д. И. Фефелова.

Рефератъ, составленный по вышедшимъ трудамъ съезда.

На 12-14 сентября 1905 г. (н. ст.), по инициативѣ бельгійскихъ ученыхъ и подѣ покровительствомъ французскаго и нѣмецкаго физическихъ обществъ, былъ созванъ въ г. Льежѣ (Бельгія) первый международный конгрессъ по вопросамъ радіологіи и іонизаціи. Конгрессъ осуществился при матеріальной поддержкѣ со стороны бельгійскаго правительства и Льежскаго Городскаго Управленія. Организационный комитетъ его состоялъ изъ президента Kuborn'a, члена Бельгійской Медицинской Академіи, вице-президента Dwelshauwers'a, преподавателя Льежскаго Университета, секретаря инженера Daniel'я и членовъ академиковъ и профессоровъ различныхъ бельгійскихъ университетовъ. На конгрессъ съѣхались официальные делегаты отъ 18 государствъ всѣхъ странъ свѣта, представители 11 ученыхъ обществъ и частныя лица, записавшіяся въ члены конгресса.

Засѣданія конгресса открылись рѣчью президента Kuborn'a. Давши краткій очеркъ исторіи открытія и изученія радиоактивныхъ веществъ, ораторъ остановилъ вниманіе присутствовавшихъ на специальномъ значеніи для медицины свойствъ радиоактивныхъ тѣлъ и указалъ на особенныя радиоактивныя свойства естественныхъ минеральныхъ водъ. Искусственныя минеральныя воды отличаются по своему дѣйствию отъ естественныхъ водъ и даже эффектъ дѣйствія отъ большинства привозныхъ естественныхъ минеральныхъ водъ совершенно отличенъ отъ дѣйствія тѣхъ же водъ, употребляемыхъ на мѣстѣ ихъ происхожденія. Для врачей было бы очень интересно знать о различныхъ условіяхъ радиоактивности этихъ водъ, столь полезныхъ въ источникѣ и имѣющихъ столько недочетовъ при домашнемъ употребленіи. Затѣмъ ораторъ упомянулъ о другомъ важномъ для медицины фактѣ, а именно о губительномъ для бактерий дѣйстви радиоактивныхъ веществъ. Эти вещества, какъ показали опыты, уничтожали споры карбукула, ослабляли дѣятельность бациллъ тифа и холеры, а радій даже дѣлалъ безвреднымъ ядъ змѣи ехидны. Эманация радія, вводимая въ дыхательные пути, оказывала разрушительное дѣйствіе на смертельное скопленіе легочныхъ мокротъ. Дѣйствіе радія на кожу, испытанное совершенно случайно и неожиданно экспериментаторами (Беккерель, Кюри и др.), привело къ терапевтическому примѣненію радиоактивности при болѣзняхъ кожи, какъ, на примѣръ, волчанки, при нѣкоторыхъ кожныхъ новообразованіяхъ и лимфатическихъ опухоляхъ, до сихъ поръ не поддававшихся лѣченію. Въ изслѣдованныхъ случаяхъ можно было установить, что этотъ способъ лѣченія или совсѣмъ уничтожалъ, или, во всякомъ случаѣ, уменьшалъ болѣзнь. Естественно ожидать значи-



тельного расширенія терапевтической области примѣненія радія, когда путемъ многочисленныхъ и внимательныхъ клиническихъ наблюденій измѣрять активность солей его, степень примѣнимаго прониканія въ организмъ, продолжительность полезнаго сеанса и вообще опредѣлять показанія и противопоказанія этого способа лѣченія. Въ заключеніе своей рѣчи ораторъ позволилъ себѣ высказать надежду, что, несмотря на свою кратковременность, конгрессъ прольетъ свѣтъ на пути изслѣдованія, которыми должно идти развитіе нашихъ знаній въ области радиоактивныхъ явленій.

Послѣ отвѣта на рѣчь Kuborn'a со стороны профессора *Bouchard'a* отъ имени иностранныхъ делегатовъ были произведены выборы президентовъ и членовъ бюро конгресса по секціямъ физики и біологіи. Первое засѣданіе было закрыто по выслушаніи доклада извѣстнѣйшаго ученаго *N. Becquerel'a* на тему „Анализъ лучеиспусканія радиоактивныхъ тѣлъ.“

Въ соединенномъ засѣданіи секцій 13 сентября испанскій ученый *Munoz del Castillo* сдѣлалъ докладъ, имѣющій большое значеніе для организаціи дальнѣйшихъ изысканій въ области вопросовъ, составляющихъ предметъ настоящаго конгресса. Признавая, что малая извѣстность радиоактивныхъ веществъ какъ съ физической, такъ и съ химической точки зрѣнія объясняется страшною дороговизною ихъ препаратовъ (1 фунтъ бромистой соли радія стоитъ 100—150 милліоновъ рублей), ораторъ видитъ выходъ изъ такого положенія въ созданіи международнаго фонда на изысканія, недоступныя существующимъ лабораторіямъ либо вслѣдствіе какихъ-либо особенныхъ техническихъ трудностей опыта, либо въ виду громадныхъ издержекъ. Возможно, что настоящій конгрессъ вызоветъ болѣе вниманіе къ этимъ вопросамъ, и многія правительства будутъ, съ своей стороны, поощрять подобныя изслѣдованія. Тогда и отдѣльныя лабораторіи могутъ оказать серьезныя услуги наукѣ, особенно въ области изслѣдованія естественныхъ радиоактивныхъ мѣсторожденій. Но въ цѣляхъ объединенія и лучшаго направленія изысканій, необходимо желать, по словамъ докладчика, организаціи періодическихъ конгрессовъ и устройства центральнаго международнаго института по изученію радіологіи, труды котораго должны предварительно докладываться конгрессу. Для изысканія средствъ къ осуществленію этого проекта, онъ предлагаетъ обратиться къ правительствамъ разныхъ странъ съ просьбой о субсидіи. Теперь же докладчикъ считалъ бы нужнымъ учредить постоянную комиссію въ цѣляхъ осуществленія намѣченныхъ конгрессомъ задачъ. Кромѣ того, докладчикъ предлагаетъ конгрессу рекомендовать существующимъ лабораторіямъ изученіе минеральныхъ водъ теплыхъ и холодныхъ, газовъ, вырывающихся изъ подземной коры, геологическихъ формацій, съ точки зрѣнія ихъ активности, и составленіе картъ естественныхъ радиоактивныхъ мѣсторожденій. Предложенія *Munoz del Castillo* были встрѣчены конгрессомъ сочувственно, хотя вопросъ о составленіи картъ былъ признанъ преждевременнымъ въ виду того,



что еще не вполне извѣстны природа и происхождение отдѣльных видовъ радіирующихъ веществъ. Со стороны профессора Bouchard'a было высказано пожеланіе устранить законодательнымъ порядкомъ монополію частныхъ собственниковъ на радиоактивные минеральные залежи и воды. Въ заключительномъ засѣданіи 14 сентября была заслушана резолюція, выработанная бюро конгресса по поводу этихъ предложеній, въ слѣдующей формѣ: Хотя покровительство и регламентація со стороны правительства и могутъ явиться своего рода препятствіемъ къ свободнымъ научнымъ изысканіямъ, тѣмъ не менѣе важно добиться того, чтобы правительственные власти различныхъ странъ воспретили монополію на радиоактивные вещества и гарантировали свободу изученія и примѣненія этихъ веществъ къ леченію болѣзней. Признавая, что постоянная коммиссія, состоящая изъ лицъ, посвятившихъ себя изученію вопросовъ радіологіи, могла бы авторитетно отстаивать потребности науки и интересы больныхъ, конгрессъ считаетъ нужнымъ учрежденіе такой коммиссіи, устанавливаетъ, какъ правило, регулярныя собранія этой коммиссіи каждый годъ и возлагаетъ на нее организацію международныхъ конгрессовъ по изученію радіологіи и іонизаціи черезъ каждыя пять лѣтъ. Резолюція эта была принята конгрессомъ и были оглашены имена ученыхъ, намѣченныхъ бюро въ члены постоянной коммиссіи. Затѣмъ конгрессъ былъ объявленъ закрытымъ. Вечеромъ состоялся въ честь конгресса банкетъ, отличавшійся оживленіемъ и дружескимъ единеніемъ собравшихся. Организационнымъ бюро конгресса отпечатаны всѣ доклады, представленные конгрессу,—44 по секціи физики и 26 по секціи біологіи—составившіе въ общемъ большой томъ въ 400 страницъ текста со многими чертежами и рисунками.

Группируя доклады по затрагиваемымъ ими темамъ, можно намѣтить слѣдующіе вопросы въ области радіологіи, привлечшіе къ себѣ вниманіе различныхъ ученыхъ: *А. По секціи физики:* 1) проводимость діэлектриковъ и іонизація воздуха, 2) электризація тѣлъ и разрядъ наэлектризованныхъ подъ дѣйствіемъ радиоактивныхъ тѣлъ, 3) наведенная активность, 4) лучи X и ихъ производные, 5) фотографическій анализъ лучеиспусканія радиоактивныхъ тѣлъ, 6) спектральный анализъ ихъ, 7) радиоактивность минеральныхъ водъ и грязей, 8) природа радиоактивныхъ тѣлъ, продукты ихъ распада, гипотезы о сущности радиоактивныхъ явленій и нѣк. др. *Б. по секціи біологіи:* 1) методъ количественной и качественной метрорадіографіи, 2) примѣненіе лучей X и радія къ медицинѣ, 3) вредное вліяніе радіаціи на здоровыя ткани и органы живого организма, 4) самосвѣченіе живыхъ существъ, 5) минеральныя культуры „эобы“ и „радіобы“ и нѣкот. друг.

Для нѣкотораго ознакомленія читателя съ трудами конгресса, мнѣ кажется желательнымъ сообщить хотя бы въ краткихъ чертахъ положенія и взгляды авторовъ нѣкоторыхъ докладовъ. Быть можетъ, какія-либо изъ сообщаемыхъ авторами явленій и ихъ



объясненіе уже извѣстны лицамъ, интересующимся этими вопросами, но взятые вмѣстѣ труды конгресса могутъ дать нѣкоторую характеристику теченія научной мысли въ области радіоактивныхъ явленій.

А. По секціи физики.

Вопросъ о проводимости діэлектриками электрическаго тока въ присутствіи радія затронутъ въ докладахъ *Righi* и *Щегляева*. Относительно жидкихъ и газообразныхъ діэлектриковъ *Righi* установилъ увеличеніе ихъ проводимости до  $\frac{1}{6}$  прежней величины. Въ опытахъ *Щегляева* было обнаружено вліяніе радія на значительномъ разстояніи ( $1\frac{1}{2}$  метра) отъ электродовъ: искра между электродами проскакивала даже въ томъ случаѣ, когда токъ не могъ уже преодолѣвать сопротивленія воздушнаго слоя между ними.

Въ докладѣ *Бормана* описаны опыты іонизаціи воздуха въ металлическомъ сосудѣ, стѣнки котораго служили радірующимъ источникомъ. Такая способность была обнаружена имъ у свинца, цинка, желѣза, мѣди и нѣк. др. Первое мѣсто по активности занимаетъ свинець.

Дальнѣйшіе доклады *Dufour'a*, *Righi*, *Sagnac'a* и *Бормана* посвящены вопросу объ электризаціи тѣлъ и о разряженіи наэлектризованныхъ тѣлъ радіаціями отъ различныхъ источниковъ (Вольтова дуга, горѣлка Бунзена, радій, лучи X, металлическія поверхности). *Dufour* даетъ двойное объясненіе явленія разряда въ зависимости отъ характера радіацій взятаго источника. Ультрафіолетовыя радіаціи (Вольтова дуга) вызывали особенное измѣненіе поверхности пріемника, результатомъ котораго являлось испусканіе имъ наэлектризованныхъ частицъ (іоновъ), уносящихъ съ собою часть заряда пріемника. При употребленіи горѣлки Бунзена, разрядъ являлся результатомъ взаимодействія заряда пріемника и переходящихъ на пріемникъ съ радірующаго источника электрическихъ зарядовъ разныхъ знаковъ.

При опытахъ *Righi* съ радіемъ положительно наэлектризованный пріемникъ терялъ постепенно свой зарядъ и въ результатѣ пріобрѣталъ зарядъ противоположнаго знака. Размѣры пріемника (диска) и атомный вѣсъ вещества, изъ котораго онъ былъ сдѣланъ, играютъ большую роль въ явленіи разряда: увеличеніе размѣровъ и большій атомный вѣсъ вещества диска замедляютъ темпъ явленія. *Righi* объясняетъ это дѣйствіемъ лучей, испускаемыхъ дискомъ.

*Sagnac* въ своемъ докладѣ сообщаетъ о способности какъ лучей X, такъ и ихъ вторичныхъ лучей производить явленіе передачи электричества и разряда. Эти явленія *Sagnac* приписываетъ іонизаціи среды, въ которой распространяются лучи X. Въ докладѣ указанъ тотъ интересный фактъ, что встрѣчаемые лучами X тѣла большого атомнаго вѣса испускаютъ лучи, характеръ которыхъ почти такой же, какой мы приписываемъ явленіямъ радіоактивности.



Проф. *Боргманъ* описываетъ опыты электризаціи кондуктора металлическихъ стѣнками сосуда, въ которомъ тотъ былъ заключенъ. Природа металла сосуда обуславливала характеръ электризаціи. Кондукторъ заряжался положительно отъ свинцоваго, цинковаго и алюминіеваго сосудовъ и отрицательно отъ желѣзнаго и мѣднаго. Интересно отмѣтить здѣсь, что радирующая способность нѣкоторыхъ металловъ, обнаруженная *Боргманомъ*, была уже извѣстна въ 1842 г. *Moser'у*, о лучахъ имени котораго сообщается въ докладѣ проф. *Пильчикова*. Это открытіе было почти забыто и только опыты *Pellat* въ этомъ направленіи подтвердили обнаруженную *Moser'омъ* способность чистыхъ металлическихъ поверхностей испускать радіаціи, дѣйствующія на фотографическую пластинку, прикрытую тонкимъ экраномъ изъ бумаги или алюминія.

Явленія временной радіоактивности (радіоиндукціи), которымъ посвященъ докладъ *Sarasin'a*, *Tommasina* и *Micheli*, изслѣдовались этими учеными слѣдующимъ образомъ. Изолированныя металлические нити, наэлектризованныя и обладавшія временной радіоактивностью, помѣщались въ приборѣ, изобрѣтенномъ *Elster'омъ* и *Geitel'емъ*. Электроскопъ прибора разряжался отъ этихъ нитей, и по степени потери имъ первоначальнаго заряда судили о потерѣ нитями радіоиндукціи. Электроскопъ былъ заряжаемъ послѣдовательно положительно и отрицательно. Потеря положительнаго заряда въ теченіе опыта была болѣе потери отрицательнаго. Докладчики объясняютъ это явленіе преобладающей ролью лучей  $\beta$ , испускаемыхъ временно радіоактивными нитями. Опытами вообще было установлено, что большее вліяніе на результатъ опытовъ оказывало прямое излученіе нитей, а не іонизація воздуха въ приборѣ. Когда металлическая нить была покрыта слоемъ плотнаго діэлектрика (каучукъ, парафинъ), то явленіе разряда электроскопа было обратное—электроскопъ скорѣ терялъ отрицательный зарядъ, чѣмъ положительный.

Въ вышеприведенныхъ докладахъ указывается, между прочимъ, способъ обнаруженія невидимыхъ радіацій съ помощью фотографической пластинки.

По мнѣнію извѣстнаго ученаго *N. Becquerel'я* фотографическій анализъ, примѣненный къ этой области явленій, можетъ стать такимъ же могучимъ средствомъ научнаго изслѣдованія, какимъ признается въ настоящее время спектральный анализъ.

Въ своемъ докладѣ „Анализъ лучеиспусканія радіоактивныхъ тѣлъ“ *N. Becquerel* сообщаетъ о результатахъ изученія имъ радіацій этихъ тѣлъ съ помощью фотографическаго метода. *Becquerel* такимъ способомъ обнаружилъ различіе въ лучеиспускательной способности радія, урана и полонія, изслѣдовалъ свойства лучей, составляющихъ отдѣльные пучки лучей  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  радія, установилъ различіе этихъ лучей по отношенію къ магнитному полю и различіе ихъ способности поглощенія и прониканія черезъ разные экраны. Въ одномъ изъ своихъ первыхъ опытовъ, помѣщая радіоактивныя вещества въ бумажныхъ цилиндрикахъ надъ фото-



графической пластинкой, покрытой частью слюдой, частью алюминіемъ, Becquerel могъ уже обнаружить различіе лучей, испускаемыхъ радіемъ, полоніемъ и ураномъ. Лучи урана черезъ 50 минутъ экспозиціи не дали никакого изображенія, лучи полонія дали два слѣда, строго соотвѣтствовавшіе контуру дна коробки, а лучи радія дали очень интенсивныя изображенія, значительно превышавшія контуръ дна коробки (очевидно, лучи радія проникали и черезъ боковыя стѣнки цилиндриковъ). Въ настоящее время дѣйствительно уже установлено, что радій испускаетъ всѣ три вида лучей  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , полоній—лучи  $\alpha$  и  $\gamma$  и уранъ—лучи  $\beta$  и  $\gamma$ .

Фотографическая пластинка наглядно показала различное направленіе пути лучей  $\alpha$  и  $\beta$  въ магнитномъ полѣ, или, иными словами, различную природу этихъ лучей. Затѣмъ пластинка обнаружила присутствіе въ пучкѣ лучей  $\beta$  безчисленнаго количества радіацій.

Опытъ располагали такимъ образомъ, что лучи радія, отклоненные магнитнымъ полемъ<sup>1)</sup>, возвращались къ фотографической пластинкѣ; пластинка была прикрыта вдоль узкими полосками различныхъ веществъ (бумага, алюминій и т. п.). По проявленіи пластинки можно было усмотрѣть рядъ свѣтлыхъ полосокъ, начинающихся темнѣть на большемъ или меньшемъ разстояніи отъ подножія источника. Это постепенно растущее потемнѣніе полосокъ показало, что лучей  $\beta$ , вернувшихся въ своемъ рапространеніи къ пластинкѣ, было безчисленное количество, и эти лучи обладали различной способностью прониканія черезъ экраны: лучи, менѣе отклоненные, лучше проникали черезъ экраны, лучи же, болѣе отклоненные, были поглощены ими.

Тѣмъ же способомъ была обнаружена однородность состава пучка лучей  $\alpha$  и  $\gamma$ . Кромѣ того, по отношенію къ лучамъ  $\gamma$ , чувствительная пластинка установила неотклоняемость ихъ магнитнымъ полемъ и особенное имъ присущее свойство проникать черезъ экраны, въ виду чего для ихъ запечатлѣнія на фотографической пластинкѣ приходилось прибѣгать къ очень продолжительной экспозиціи.

Представленные конгрессу доклады *Huggins'a* и *Himstedt-Meyer'a* по спектральному анализу радиоактивныхъ веществъ не даютъ опредѣленной тождественной характеристики этого спектра. Huggins изслѣдоваль спектръ бромистаго радія въ водородѣ и пришелъ къ заключенію, что полученный имъ спектръ есть, собственно, спектръ азота, находящагося въ какой-то пока еще невыясненной связи съ радиоактивнымъ веществомъ. Экспериментаторы Himstedt и Meyer, напротивъ, утверждаютъ, что они наблюдали несомнѣнный спектръ бромистаго радія (въ воздухѣ, углекислотѣ и въ водородѣ). Спектръ былъ силовымъ. Въ крас-

<sup>1)</sup> Магнитное поле было параллельно пластинкѣ. Свинцовая коробочка съ радіемъ была поставлена на самую пластинку.



ной части его были замѣтны линіи, свойственныя азоту, но только въ случаѣ наблюденія спектра бромистаго радія въ воздухѣ.

Интересно отмѣтить рядъ докладовъ, посвященныхъ вопросу о *радіоактивныхъ свойствахъ различныхъ веществъ*. Въ опытахъ *Пильчикова* и *Боргмана*, какъ указано выше, изслѣдовались различные металлы. Въ опытахъ другихъ ученыхъ подвергалась опредѣленію и измѣренію радіоактивность *воздуха*, наполняющаго шахты (докладъ *Sarasin'a*), *лавы* послѣдняго изверженія Везувія (докладъ *Tommasina*), различныхъ *минеральныхъ водъ* и *цѣлебныхъ грязей*. Изъ минеральныхъ источниковъ (воды и грязи) изслѣдованы французскіе (*Echaillon*, *Salins-Montiers*), австрійскіе (*Gastein*, *Karlsbad*, *Marienbad*, *Franzensbad*) и русскіе (Кеммернъ, Бердянскъ, Аренсбургъ, Пернау, Саки, Куяльникъ, Сунса).

Въ осадкахъ французскихъ источниковъ, по наблюденіямъ *Blanc'a*, найдено значительное количество торія. Въ австрійскихъ источникахъ, по изслѣдованіямъ *Mache* и *Meyer*, обнаружена исключительно эманация радія. Русскія цѣлебныя грязи, за исключеніемъ Кеммернскихъ, обладаютъ нѣкоторою радіоактивностью. По изслѣдованіямъ Боргмана, русскія грязи обладали въ 100 разъ меньшею радіоактивностью въ сравненіи съ активностью металлическаго урана.

Для измѣренія активности минеральныхъ водъ былъ придуманъ *Engler'омъ* и *Sieeking'омъ* приборъ, названный ими „*Fontakoscope*“. Приборъ этотъ построенъ на томъ же принципѣ, который изложенъ въ докладѣ *Sarasin'a*, *Tommasina* и *Micheli* о радіоиндукціи. *Fontakoscope* былъ демонстрированъ на конгрессѣ.

Въ докладахъ *Poltwood'a* затронуты вопросы о древности происхожденія радіоактивныхъ веществъ и о конечныхъ продуктахъ ихъ распада. По мнѣнію *Boltwood'a*, въ настоящее время геологическихъ и минерологическихъ данныхъ имѣется слишкомъ мало для рѣшенія перваго вопроса, и можно дѣлать только нѣкоторыя догадки о времени появленія радіоактивныхъ веществъ. Нѣкоторые вещества (уранитъ, торитъ, торіанитъ), встрѣчающіеся въ первичной горной природѣ—пегматитъ,<sup>2)</sup> *Boltwod* признаетъ первичными радіоактивными элементами. Существовавшія въ тотъ моментъ условія были благоприятны для разложенія уже образовавшихся веществъ и новыхъ комбинацій ихъ составныхъ частей, существующихъ въ настоящее время. Въ слѣдующемъ геологическомъ періодѣ затвердѣвшая кора земной поверхности прорѣзывалась жилами. Въ этихъ жилахъ, богатыхъ металлами, также находятъ радіоактивныя вещества—гуммитъ, торогуммитъ, уранофанъ. По мнѣнію *Boltwood'a*, это—вторичныя радіоактивныя вещества. При разсмотрѣніи вопроса о продуктахъ распада радіоактивныхъ веществъ, необходимо имѣть всегда въ виду про-

<sup>2)</sup> время образованія пегматита относится къ періоду огненно-жидкой внутренней массы земли.



исхождение самого вещества, т. е. принадлежность его къ первичной или вторичной группѣ.

Окончательными продуктами распаденія радиоактивныхъ веществъ Boltwood считаетъ металлы—свинецъ, торій, висмутъ и борій и газы—водородъ и аргонъ.

Что касается объясненія самого явленія радиоактивности, обнаруживаемаго веществами, извѣстными въ наукѣ подъ названіемъ радиоактивныхъ, то въ докладѣ *Munoz del Castillo*, посвященномъ этому вопросу, излагается сущность гипотезы, предлагаемой этимъ ученымъ. Не удовлетворяясь разнорѣчивыми догадками то въ видѣ гипотезы распаденія атомовъ радиоактивныхъ тѣлъ, то въ видѣ гипотезы стойкости атомовъ этихъ веществъ, Munoz del Castillo предлагаетъ допустить существованіе въ природѣ единицъ вещества, промежуточныхъ между атомами и молекулами, такъ сказать, единицъ физико-химическихъ. Характернымъ признакомъ онъ считаетъ крайне малую стойкость и, какъ на образецъ ихъ, указываетъ на соединенія тяжелыхъ атомовъ радія, торія и урана съ атомами газовъ, химически недѣятельныхъ (гелій и др.).

Гелій, по мнѣнію автора, находится въ особенномъ взвѣшенномъ состояніи въ эманациі, испускаемой радиоактивными тѣлами, и является въ соединеніи съ нею главной причиной активности этихъ веществъ.

Соединенія гелія и атомовъ радиоактивныхъ веществъ могутъ быть самыми разнообразными въ виду значительной разницы въ атомныхъ вѣсахъ ихъ.

Переходя къ докладамъ 2-ой секціи конгресса, нужно замѣтить, что почти всѣ доклады этой секціи медицинскаго содержанія; тѣмъ не менѣе, по затрагиваемымъ ими темамъ, они представляютъ большой интересъ и для неспециалиста.

Интересно отмѣтить доклады д-ра *Contremoulins*'а о самомъ методѣ примѣненія радіацій (лучей Рентгена) въ области медицины. Имъ предложены два способа изслѣдованія внутреннихъ органовъ или какихъ либо постороннихъ тѣлъ въ организмѣ (пули и пр.). Первый способъ—„радіоскопическій“—позволяетъ врачу изслѣдовать человѣческое тѣло сквозь флюоресцирующій экранъ; второй способъ—„радіографическій“—состоитъ въ пропусканіи черезъ изслѣдуемую часть тѣла лучей Рентгена по двумъ направленіямъ для полученія двухъ фотографическихъ изображеній посторонняго предмета, находящагося въ этой части тѣла. По этимъ фотографіямъ можно судить о размѣрахъ и приблизительной формѣ предмета. Точка входа и выхода лучей отмѣчаются на тѣлѣ, и специально изобрѣтенный приборъ (компасъ), утверждаемый тремя ножками на тѣлѣ, указываетъ на тѣлѣ своей четвертой подвижной ножкой проекцію точки пересѣченія двухъ пучковъ радіацій, т. е., другими словами, намѣчаетъ то направленіе, по которому необходимо вводить щипцы при операціи удаленія посторонняго предмета.

Радіографическій методъ, какъ видно изъ доклада *Dwelshau-*



*wers'a* и *Lambinon'a*, далъ очень хорошіе результаты при опредѣленіи мертворожденности ребенка. Фотографія указала на непрозрачность легкихъ для лучей Рентгена, т. е. на отсутствіе въ нихъ воздуха.

Въ докладѣ *Remy*, однако, приводится также случай недостаточности одного только радіографическаго способа изслѣдованія, такъ какъ фотографія не могла обнаружить перелома кости (сдвигъ отдѣльныхъ частей ея при переломѣ не произошло). Другая область примѣненія радіацій, именно лѣченіе ими разныхъ болѣзней, освѣщена докладами *Lassar'a*, *Darier'a*, *Tissoni* и *Bonjovanni*.

*Lassar* съ успѣхомъ примѣнялъ въ 700 случаяхъ своей практики лучи Рентгена къ лѣченію раковидныхъ опухолей и новообразованій, сыпныхъ болѣзней, туберкулеза кожи и нѣк. др.

*Darier* въ своемъ докладѣ описываетъ случаи удачнаго лѣченія лучами радія нервныхъ болѣзней недавняго происхожденія. Параличи, невралгія, конвульсіи вполне поддавались этому роду лѣченія.

*Tissoni* и *Bonjovanni* сообщаютъ въ своемъ докладѣ о поразительномъ примѣненіи темныхъ лучей радія къ лѣченію бѣшенства у кроликовъ. Обыкновенно это заболѣваніе черезъ 7 дней оканчивается смертію животнаго. Радіаціонный способъ лѣченія (8-ми часовые сеансы послѣдовательно въ теченіе трехъ дней), примѣненный даже на 4-й день послѣ заболѣванія, далъ блестящіе результаты. *Tissoni* и *Bonjovanni* высказываютъ надежду, что, сообразуя силу источника радіацій съ размѣрами тѣла и съ нервной системой человѣческаго организма, можно примѣнить къ человѣку тотъ же способъ лѣченія и съ такимъ же успѣхомъ.

На ряду съ докладами о цѣлебныхъ свойствахъ радіацій конгрессу представлено нѣсколько докладовъ и о вредномъ дѣйствіи тѣхъ же радіацій (лучи X, радій) на кожу и на внутренніе органы здороваго организма, испытаннымъ невольно самими экспериментаторами.

Въ докладахъ *Rordier* и *Bienfait* сообщено о задержаніи роста ногтей на тѣхъ пальцахъ, которыми экспериментаторъ касается трубки Крукса.

*Bergonie* своими опытами установилъ вредное вліяніе лучей X на внутренніе органы (у крысы, кролика) и на ростъ костей въ періодъ ихъ развитія у молодыхъ животныхъ (у кошки, щенка).

Дѣйствіе даже очень слабой радиоактивности въ опытахъ *London'a* надъ кроликами было губительно для этихъ животныхъ. Изъязвленія кожи, пораженіе глазъ, параличъ конечностей и начавшаяся атрофія мозга—все эти страданія черезъ 1-1½ мѣсяца послѣ начала опытовъ закончились смертію животныхъ.

Разрушительное дѣйствіе лучей радія на здоровую кожу, по опытамъ *Halkin'a*, при двухчасовой экспозиціи, уже обнаруживается на 8-й день и достигаетъ своего апогея на 22-й день, выражаясь въ видѣ красныхъ пятенъ на кожѣ, съ нарывами въ ихъ центрѣ.



Интересно указать еще на докладъ *Bordier*, въ которомъ описаны опыты съ лучами Рентгена надъ шелковичными червями. Ежедневная 15-ти минутная экспозиція втеченіе перваго мѣсяца жизни шелкопрядовъ не только отразилось на ростѣ ихъ за этотъ періодъ, но и, по прекращеніи сеансовъ, замедлила и частью остановила дальнѣйшіе процессы ихъ превращеній и отразилась на количествѣ выработаннаго ими шелка—коконъ былъ меньшихъ размѣровъ и вѣсилъ меньше абсолютнаго.

Докладовъ не медицинскаго содержанія представлено конгрессу очень мало—только *Dubois* въ своихъ докладахъ затрагиваетъ вопросъ о радиоактивныхъ явленіяхъ въ животномъ мірѣ и *Tommasina* описываетъ способъ измѣренія радиоактивности растений.

*Dubois* въ небольшой замѣткѣ „Радиоактивность и жизнь“ говоритъ о большомъ сходствѣ живыхъ существъ съ радиоактивными тѣлами, въ смыслѣ способности ихъ выдѣлять теплоту, свѣтъ, электричество и проч. радіаціи. Радиоактивную энергію живыхъ существъ *Dubois* считаетъ происходящей отъ двухъ источниковъ—съ одной стороны, эта энергія унаслѣдована отъ длиннаго ряда предковъ, а съ другой стороны, она заимствована изъ окружающей природы. Роль этой послѣдней части энергіи живыхъ существъ сводится къ возмѣщенію потери энергіи унаслѣдованной. Энергію такъ же нельзя отдѣлить отъ вещества живыхъ существъ, какъ и въ радиоактивныхъ тѣлахъ. Исходя изъ принципа о единствѣ силъ природы, *Dubois* признаетъ началомъ вещей соединеніе силы и матеріи и даетъ ему общее имя „протеонъ“ и по отношенію къ живымъ существамъ „біопротеонъ“. Когда „біопротеонъ“ умираетъ, онъ перестаетъ быть радиоактивнымъ вслѣдствіе окончательнаго истощенія запаса энергіи, унаслѣдованной отъ предковъ, и становится протеономъ, подобно тому, какъ это случается съ элементами радиоактивныхъ тѣлъ.

Примѣромъ самой простой организаціи живого вещества (біопротеонъ) *Dubois* считаетъ такъ называемыя минеральныя культуры „эобы“ и „радіобы“. Эти культуры образуются въ желатинномъ бульонѣ, если на поверхность его положить (со всѣми асептическими предосторожностями) кристаллы хлористаго барія или радія. Подъ микроскопомъ можно различить ядра разныхъ размѣровъ, дѣлящіяся на части, подобно клѣткѣ живого организма. Съ теченіемъ времени эти культуры медленно превращаются въ кристаллы. Во все же время своего существованія онѣ очень похожи на живыя существа; происхожденіе ихъ приписывали особенному вліянію радія, почему и рѣшили дать этимъ элементамъ матеріи названіе „радіобы“. Въ своей замѣткѣ, посвященной этому вопросу, *Dubois* оспариваетъ роль радія въ этомъ явленіи и указываетъ, что совершенно такія же культуры были имъ получены при употребленіи совершенно нерадиоактивныхъ солей барія, почему и предлагаетъ оставить за этими культурами названіе „эобы“ (заря жизни).

Радіирующая способность живыхъ существъ, выражающаяся



въ самосвѣщеніи ихъ, служить темой доклада Dubois „о живомъ свѣтѣ“. У низшихъ живыхъ существъ (бактерій) спеціального органа свѣта нѣтъ, у болѣе же высшихъ (моллюсковъ, тысяченожекъ) Dubois признаетъ такимъ органомъ железы. Сила свѣта, испускаемая ими, зависитъ, по мнѣнію Dubois, отъ степени возбужденія этой железы, отъ возраста животнаго и др. причинъ. У наѣсковыхъ (rugophorus) онъ наблюдалъ способность самосвѣщенія во всѣхъ стадіяхъ ихъ превращеній.

Характерной особенностью этого живого свѣта является ничтожное количество тепловыхъ лучей, такъ что, по мнѣнію Dubois, этотъ свѣтъ, по справедливости, можетъ быть названъ холоднымъ свѣтомъ. На Парижской выставкѣ 1900-го года Dubois демонстрировалъ свой способъ освѣщенія „живымъ свѣтомъ“. Свѣтящіяся бактеріи находились въ желатинномъ бульонѣ, покрывавшемъ внутреннія стѣнки стеклянныхъ сосудовъ. Въ довольно обширной залѣ при помощи свѣта отъ бактерій можно было различать всѣ детали предметовъ, видѣть лица зрителей и т. п. Впослѣдствіи на томъ же принципѣ онъ устроилъ живую лампу, пригодную въ домашнемъ обиходѣ въ качествѣ ночника, не требующую никакихъ расходовъ и могущую служить нѣсколько недѣль.

Послѣдній докладъ, о которомъ мы упомянемъ, принадлежащій Tommasina, имѣетъ своей темой измѣреніе радиоактивности растений и большое значеніе этого свойства растений для фармацевтической практики. Радиоактивность растений измѣрялась съ помощью прибора Elster'a и Geitel'я. Въ виду слабой радиоактивности, необходимо было принимать очень много предосторожностей для ея обнаруженія. Несмотря на отрицательные результаты опытовъ другого ученаго Р. Becquerel'я, Tommasina настаиваетъ на полученныхъ имъ данныхъ и подчеркиваетъ большое значеніе радиоактивности растений для фармацевтической практики, въ смыслѣ приданія медицинскимъ средствамъ болѣе усовоенности ихъ организмомъ, приводя въ качествѣ примѣра цѣлебное свойство минеральныхъ водъ, признанныхъ опытомъ радиоактивными.

## О системѣ Коперника.

G. Andrault.

Переводъ съ французскаго.

„Кто хочетъ доказать слишкомъ много, тотъ ничего не доказываетъ“, говоритъ пословица. И въ самомъ дѣлѣ, часто случается, что, желая слишкомъ раздвинуть предѣлы доказываемаго, мы лишаемъ, въ концѣ концовъ, доказательство всякаго значенія. Характерный примѣръ такого рода мы видимъ въ доводахъ, приводимыхъ въ пользу системы Коперника, по крайней мѣрѣ, въ томъ видѣ, въ которомъ эти доводы выставляются обыкновенно.



Въ самомъ дѣлѣ, нигдѣ не говорится, относительно чего земля движется; авторы разсуждаютъ такъ, какъ будто возможно установить, что земля обладаетъ нѣкоторыми движеніями сама по себѣ, безотносительно къ чему-либо.

Такъ, напримѣръ, относительно суточного движенія обыкновенно ставилась слѣдующая дилемма: „Одно изъ двухъ: либо наша земля вращается вокругъ самой себя—либо остальная часть вселенной вертится въ противоположномъ направленіи.“

Можно было бы спросить, на какомъ основаніи ограничиваютъ нашъ выборъ этими двумя крайними гипотезами,—неподвижность неба, или неподвижность земли; отчего обходятъ молчаніемъ безконечный рядъ промежуточныхъ гипотезъ и не предполагаютъ, что движется и небо и земля, тѣмъ болѣе, что съ абсолютной точки зрѣнія вовсе недопустимо говорить о небѣ, какъ о чемъ-то неизмѣнномъ. Но мы оставимъ эти вопросы въ сторонѣ; замѣтимъ только, что эти двѣ гипотезы по существу безразличны.

Если даже во избѣжаніе неясности поставить вопросъ въ другой формѣ и спросить просто, вращается ли земля, то и тогда было бы не легче его разрѣшить или хотя бы даже понять его содержаніе, когда не ставится вопросъ, вокругъ чего она вращается.

Покой и движеніе не являются вѣдъ какими-нибудь внутренними свойствами тѣла. Ихъ нельзя понять и они даже не имѣютъ опредѣленнаго смысла, если не относить ихъ къ той или другой системѣ. Съ этой точки зрѣнія утвержденіе, что тѣло, ружье, собака, деревья и вообще вся вселенная вращается вокругъ праваго глаза охотника, осматривающаго мѣстность, это утвержденіе имѣетъ не менѣе смысла, чѣмъ взгляды, что движется правый глазъ. Вся разница здѣсь въ привычкѣ (можетъ быть, безсознательной) относить всѣ движенія къ нашему тѣлу или къ землѣ. Если теперь принять во вниманіе, что въ нашей дилеммѣ, по самому характеру ея, это не можетъ имѣть мѣста, то мы безъ труда убѣдимся въ томъ, что не только обѣ гипотезы по существу не отличаются другъ отъ друга, но и каждая изъ нихъ лишена смысла. Не можетъ быть здраваго отвѣта на вопросъ, лишенный здраваго смысла.

Къ счастью, научная цѣнность системы Коперника нисколько не зависитъ отъ утвержденій этого рода, а только отъ богатства отношеній, которыя изъ нея вытекаютъ. Даже краткое изслѣдованіе намъ легко покажетъ, что доводы, на которыхъ она основана, остаются ненарушимыми, каковы бы ни были наши вѣрованія (болѣе или менѣе метафизическаго характера) объ абсолютномъ пространствѣ.

Такъ, аналогіи, открытыя при помощи зрительныхъ трубъ и спектроскопа, заставляютъ непремѣнно думать, что тѣла небесныя не отличаются по природѣ отъ земныхъ тѣлъ, и что земля является не избраннымъ свѣтиломъ, а самой обыкновенной планетой.



Это очень важный результатъ, который можетъ быть не всегда находить себѣ должную оцѣнку. Если бы земныя и небесныя тѣла были различны по природѣ, то ни одно изъ данныхъ, съ которыми мы такъ свыклись благодаря обычнымъ наблюденіямъ надъ первыми, не было бы приложимо ко вторымъ. Въ частности, мы не имѣли бы права распространить на нихъ понятій вѣса и массы. Намъ бы не за что было ухватиться, разъ порвана нить индукціи.

Если намъ кажется порой удивительнымъ, какъ это Птоломей, не колеблясь, заставляетъ вращаться солнце, этотъ огромный по сравненію съ землею шаръ, то это происходитъ потому, что мы забываемъ, что для него солнце не имѣло массы. Это было пламя, которое безъ противорѣчія могло совмѣщать въ себѣ громадность размѣровъ съ величайшей подвижностью. Это обстоятельство объясняетъ также бѣдность аргументовъ, которыми Коперникъ хочетъ придать правдоподобіе системѣ, связанной съ его именемъ, и поэтому же Тихо Браге счелъ возможнымъ отвергнуть ее. Насколько это справедливо, видно изъ того, что, заставляя вращаться Юпитеръ, который онъ считаетъ въ 14 разъ большимъ, чѣмъ земля, Тихо Браге, однако, заявляетъ, что нашъ земной шаръ, очевидно, слишкомъ тяжелъ, чтобы быть способнымъ двигаться.

Знаменитый канцлеръ Вэконъ, современникъ Галилея, тоже еще возбуждаетъ вопросъ о тѣлесной природѣ луны. „Положимъ, что требуется узнать, есть ли луна тонкая субстанція, аналогичная субстанціи пламени или воздуха, какъ думало довольно большое число древнихъ философовъ, или же она плотное и твердое тѣло, какъ думаютъ Гильбертъ и нѣкоторые современники“. Онъ при этомъ указываетъ на нѣсколько наблюденій, которыя могли бы привести къ разрѣшенію вопроса. Самъ онъ не находитъ ихъ, однако, заслуживающими большого довѣрія, такъ какъ онъ надѣется найти лучшія.

Наблюденія Галилея знаменуютъ эпоху въ исторіи астрономіи и, наконецъ, телескопическія и спектроскопическія наблюденія надъ звѣздами доставляютъ одинъ изъ лучшихъ доводовъ, который можно привести въ пользу системы Коперника. Этотъ доводъ является въ тоже время однимъ изъ самыхъ простыхъ и самыхъ убѣдительныхъ; онъ непосредственнѣе и доступнѣе, чѣмъ доводы, взятые изъ механики, къ которымъ мы теперь переходимъ.

Эти послѣдніе вѣдь могутъ быть только косвенными; во всѣхъ изъ нихъ исходятъ изъ общаго факта, иначе говоря, закона—закона движенія относительно земли; затѣмъ замѣчаютъ, что извѣстные факты, которые составляютъ исключеніе изъ этого закона, наоборотъ, подчинялись бы ему, если бы можно было, не измѣняя закона, замѣнить землю системой, связанной со звѣздами.



Наконецъ, признають, что въ предѣлахъ точности опытовъ замѣна эта допустима, и что ее, слѣдовательно, удобно сдѣлать.

Напримѣръ:

Опыты надъ формой, которую принимаетъ въ состояніи равновѣсія нѣкоторое количество вращающейся жидкости, не подверженной силѣ тяжести, приводятъ къ слѣдующему закону: „Когда масса жидкости, изолированная отъ всякаго внѣшняго вліянія, принимаетъ форму сплюсненнаго эллипсоида вращенія, то значить, что она вращается относительно земли“.

Съ другой стороны, мы знаемъ, что наша земля имѣетъ именно эту форму.

Этотъ фактъ никакъ нельзя было бы связать съ предыдущимъ закономъ, если сохранить въ немъ слова „относительно земли“. Но можетъ быть можно ввести въ этотъ законъ поправку? Можетъ быть вышеупомянутая форма служить признакомъ вращенія относительно неба, а не относительно земли?

Въ предѣлахъ точности нашихъ опытовъ ничего не мѣшаетъ намъ поставить въ зависимость отъ одного и того же закона форму земли и форму нашихъ жидкостей и съ этой цѣлью относить всѣ движенія къ системѣ, по отношенію къ которой земля вращается. Благодаря этому выбору, форма нашей планеты находитъ себѣ объясненіе.

Можно было бы привести и другіе примѣры; но если ихъ разсматривать такъ одинъ за другимъ, то они не дадутъ всего, что могли бы дать. Отдѣляя ихъ другъ отъ друга и, въ особенности, отъ принциповъ динамики, мы ихъ искажаемъ. Становится даже труднымъ доказать, что земля движется относительно выбранной нами системы. Это происходитъ оттого, что, какъ показываетъ исторія, вопросъ о движеніи земли тѣсно связанъ съ вопросами основаній механики, и логично было бы, чтобы одна изъ первыхъ главъ всякой механики была посвящена астрономіи

Итакъ, чтобы дать доводамъ всю ихъ доказательную силу, чтобы показать, какъ настоятельно необходима перемѣна системы, къ которой они приводятъ, лучше всего ихъ не раздѣлять, а разсматривать вмѣстѣ и въ связи съ принципами. Одинъ рѣшительный аргументъ всегда имѣетъ больше значенія, чѣмъ нѣсколько маленькихъ соображеній.

1. Опыты, въ которыхъ<sup>1</sup> движеніе считается относительно земли,—опыты надъ паденіемъ тѣлъ, движеніемъ снарядовъ, центробѣжной<sup>2</sup> силой и т. д., тѣ же опыты, повторенные на кораблѣ, на воздушномъ шарѣ, — заставляютъ<sup>3</sup> принять законъ инерціи, выражаемый векторіальнымъ уравненіемъ  $F=ma$ , и законъ, по которому<sup>4</sup> силы слагаются, какъ векторы.

Съ другой стороны, наблюденіе и еще больше разсужденія о понятіи силы, показываютъ намъ, что всякая сила имѣетъ два конца. Мы ихъ называемъ дѣйствіемъ и противоѣйствіемъ, а для того, чтобы не забыть, что они представляютъ собой лишь



двѣ различныхъ стороны одной и той же вещи, мы устанавливаемъ принципъ, что между дѣйствіемъ и противодѣйствіемъ всегда имѣетъ мѣсто равенство.

Обладая этими принципами, мы можемъ воспользоваться ими для разрѣшенія самыхъ разнообразныхъ вопросовъ, взятыхъ изъ дѣйствительности или придуманныхъ. Всякій разъ, когда повѣрка возможна, она подтверждаетъ полученные рѣшенія. Поэтому, можно разсматривать эти принципы, какъ квинтэссенцію большого числа наблюдений, которыя въ этихъ принципахъ резюмируются.

2. Среди вопросовъ, которые можно себѣ такимъ образомъ поставить, есть одинъ первостепенной важности, разрѣшенію котораго Ньютонъ посвятилъ лучшую часть своего гения.

Принимая луну за тѣло вѣсомое, онъ увидѣлъ, что—за исключеніемъ нѣкоторыхъ неправильностей—можно объяснить ея движеніе, если только допустить, что сила тяжести, которая привлекаетъ тѣла къ центру земли, измѣняется обратно пропорціонально квадрату разстоянія. Было невозможно, напротивъ, при помощи того же закона или вообще при помощи центральныхъ силъ и принциповъ механики уяснить себѣ, хотя бы приблизительно, движеніе другихъ небесныхъ тѣлъ.

Но—и вотъ существенный пунктъ—онъ доказалъ, что этого объясненія можно достигнуть и притомъ самымъ полнымъ и удивительнымъ образомъ, если относить всѣ движенія къ *трехгранному* углу, связанному со звѣздами. Послѣдующее развитіе астрономіи только подтвердило, расширило, углубило этотъ результатъ. Въ этомъ случаѣ относительныя перемѣщенія земли, луны, планетъ и ихъ спутниковъ, солнца и звѣздъ могутъ быть описаны, вычислены, предсказаны въ малѣйшихъ частностяхъ вплоть до такихъ неправильностей, которыя едва доступны наблюденію.

Чтобы къ этому болѣе не возвращаться, прибавимъ, что все это вплоть до абераціи звѣздъ хорошо согласуется съ предположеніемъ, что эфиръ связанъ со звѣздами.

Кромѣ всего этого, сплюснутость земли, уменьшеніе силы тяжести по мѣрѣ приближенія къ экватору, общее направленіе пассатныхъ вѣтровъ, вращеніе циклоновъ, явленіе приливовъ и отливовъ и т. д. получаютъ сразу объясненіе.

3. Эти совпаденія были бы необычайны, неправдоподобны, если бы они были случайны. Они, наоборотъ, дѣлаются вполне естественными, если допустить, что результаты опытовъ, на основаніи которыхъ установлены принципы механики, измѣняются самымъ незамѣтнымъ образомъ, когда, вмѣсто того, чтобы относить движенія къ землѣ, относить ихъ къ небу, если допустить, значитъ, что ошиблись только въ этомъ отношеніи.

Вычисленіе, въ самомъ дѣлѣ, показываетъ, что измѣненіе это совершенно недоступно для общеупотребительныхъ средствъ изслѣдованія. Разъ это такъ, то было бы уже совсѣмъ нераціонально, безразсудно, лишено всякаго научнаго смысла не согла-



шаться съ тѣмъ, что въ механикѣ мы должны всѣ движенія относить къ звѣздамъ. Я не скажу нелогично, я не скажу абсурдно, такъ какъ такіе взгляды не заключаютъ въ себѣ противорѣчія. Но это были бы взгляды человѣка, который утверждаетъ, „что ископаемая раковина устрицы никогда не была обитаема живой устрицей, что это только минеральное образованіе, игра природы“. Какъ замѣчаетъ Гёскли, когда находишься въ присутствіи людей, у которыхъ умъ въ подобномъ состояніи, лучше всего ихъ оставить въ покоѣ.

А между тѣмъ удалось повести доказательство еще дальше. Если создать спеціальныя условія, нарочно для этого скомбинированныя, — маятникъ и гироскопъ Фуко, барогироскопъ, приборы для изученія отклоненія падающихъ тѣлъ къ востоку, — если вооружиться еще микроскопомъ или терпѣніемъ, то можно, такъ сказать, поймать съ полнѣйшимъ малѣйшія пертурбаціи, которыя испытываютъ законы земной механики, благодаря вращенію земного шара.

Если послѣ всего этого кто-нибудь станетъ намъ говорить, что реальность системы Коперника и, слѣдовательно, реальность движенія земли не доказаны, то пошлемъ его полѣниться отъ метафизики.

Развѣ доказываютъ въ наукѣ реальность внѣшнихъ предметовъ? Что бы ни говорилъ одинъ академикъ, недавно объявившій науку несостоятельной, эту реальность даже не постулируютъ.

Можно заниматься нѣкоторой устойчивой группой ощущеній, и при этомъ вовсе не нужно знать, скрыта ли за ней какая нибудь неизмѣнная, абсолютная, недостижимая реальность. Съ какой стати наука станетъ дѣлать для движенія то, чего она не дѣлаетъ для тѣлъ?

## Къ геометріи треугольника.

А. Кириллова.

*Условія.* Положимъ, что точки D и D', E и E', F и F' дѣлятъ стороны BC, CA и AB треугольника ABC на части, удовлетворяющія слѣдующимъ условіямъ:

$$\begin{aligned} \text{I. } \frac{AF}{FB} &= \frac{BF'}{FA} = \frac{\alpha}{\beta}, \\ \text{II. } \frac{BD}{DC} &= \frac{CD'}{DB} = \frac{\gamma}{\beta}, \\ \text{III. } \frac{CE}{EA} &= \frac{AE'}{EC} = \frac{\gamma}{\alpha}, \end{aligned}$$

гдѣ  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  — произвольныя числа.

\*) Очевидно, что  $AF=BF'$  и  $BF=AF'$ , т. е. точки F и F' равно отстоятъ отъ концовъ стороны AB; ихъ называютъ *изотомическими*. Это замѣчаніе относится также къ точкамъ D и D', E и E'.



*Слѣдствія.* Изъ перваго условія находимъ:

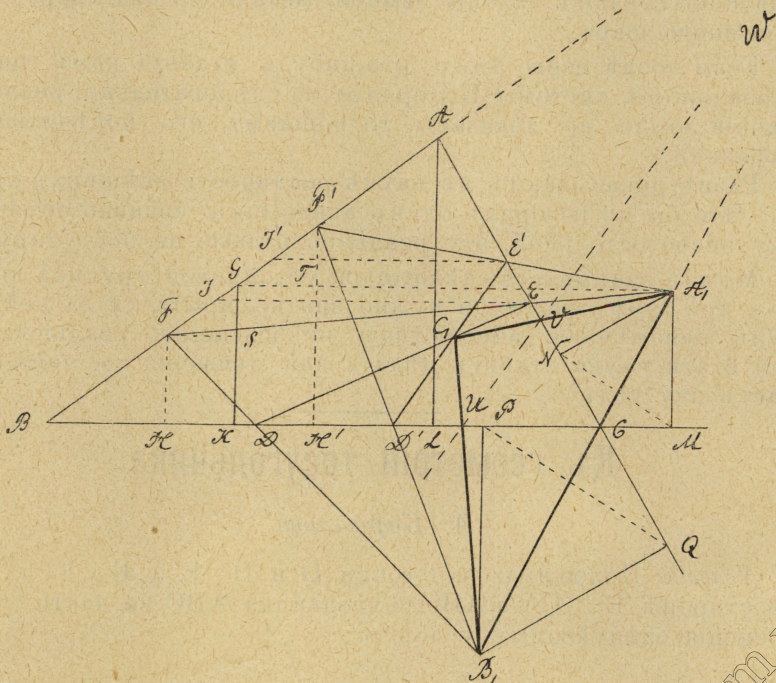
$$\frac{AF}{AB} = \frac{BF'}{AB} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

и

$$\frac{AF'}{AB} = \frac{BF}{AB} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}.$$

На основаніи второго и третьяго условій могутъ быть написаны аналогичныя равенства, относящіяся къ отрѣзкамъ сторонъ  $BC$  и  $CA$ .

*Формулы.* Проведемъ прямыя  $EF$ ,  $E'F'$ ,  $DF$ ,  $D'F'$ ,  $DE$  и  $D'E'$  и пусть  $A$ , будетъ точка пересѣченія первой и второй линій,  $B_1$  — третьей и четвертой и  $C_1$  — пятой и шестой. Кромѣ того, усло-



вимся обозначать разстоянія точки  $A_1$  отъ сторонъ даннаго треугольника  $BC$ ,  $CA$  и  $AB$  соответственно черезъ  $x_a$ ,  $x_b$  и  $x_c$ , а разстоянія точекъ  $B_1$  и  $C_1$  — буквами  $y$  и  $z$  съ тѣми же указателями. Итакъ, положимъ, что  $A_1M$  есть перпендикуляръ, опущенный изъ точки  $A_1$  на  $BC$ , или, согласно нашему обозначенію,  $A_1M = x_a$ .

Проведя черезъ точки  $A_1$ ,  $E$  и  $E'$  прямыя линіи, параллельныя сторонѣ  $BC$  и продолжавъ ихъ до встрѣчи съ  $AB$  въ точкахъ  $G$ ,  $J$  и  $J'$ , изъ очевиднаго подобія треугольниковъ  $A_1FG$  и



EFJ, A<sub>1</sub>F'G и E'F'J' будемъ имѣть:

$$\frac{FG}{A_1G} = \frac{FJ}{EJ}, \quad \frac{F'G}{A_1G} = \frac{F'J'}{E'J'}.$$

Но, вслѣдствіе изотомичности точекъ F и F', BF=AF'; по такой же причинѣ CE=AE', а такъ какъ, кромѣ того, линіи EJ и E'J' параллельны сторонѣ BC, то и BJ=AJ', откуда слѣдуетъ, что FJ=F'J'. Поэтому, раздѣливъ первую изъ написанныхъ выше пропорцій на вторую, получимъ:

$$\frac{FG}{F'G} = \frac{E'J'}{EJ}.$$

Съ другой стороны, изъ параллельности линій EJ и E'J' и третьяго условія находимъ, что

$$\frac{E'J'}{EJ} = \frac{AE'}{AE} = \frac{AE'}{E'C} = \frac{\gamma}{\alpha},$$

а потому

$$\frac{FG}{F'G} = \frac{\gamma}{\alpha}.$$

Опустимъ теперь изъ точекъ G, F и F' на сторону BC перпендикуляры GK, FH и F'H' и точку пересѣченія послѣдняго съ прямою A<sub>1</sub>G обозначимъ буквою T; кромѣ того, пусть FS будетъ перпендикуляръ къ GK. Пользуясь подобіемъ треугольниковъ FGS и F'GT и принимая во вниманіе послѣднее равенство, можемъ написать:

$$\frac{GS}{F'T} = \frac{FG}{F'G} = \frac{\gamma}{\alpha},$$

или

$$\frac{GK - FH}{F'H' - GK} = \frac{\gamma}{\alpha},$$

откуда

$$GK = \frac{\alpha \cdot FH + \gamma \cdot F'H'}{\alpha + \gamma},$$

гдѣ GK=A<sub>1</sub>M=x<sub>a</sub>. Но если AL=h<sub>a</sub> есть высота треугольника ABC, то на основаніи подобія треугольниковъ BFH, BF'H' и BAL и слѣдствій, вытекающихъ изъ перваго условія, будемъ имѣть:

$$\frac{FH}{h_a} = \frac{BF}{AB} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}, \quad \frac{F'H'}{h_a} = \frac{BF'}{AB} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}.$$

Опредѣливъ изъ этихъ равенствъ линіи FH и F'H' и под-



ставивъ полученныя значенія въ предыдущее равенство, мы можемъ представить его въ такомъ видѣ:

$$\frac{x_a}{h_a} = \frac{\alpha(\beta+\gamma)}{(\alpha+\beta)(\alpha+\gamma)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Подобнымъ же образомъ могутъ быть выведены формулы:

$$\frac{x_b}{h_b} = \frac{\beta(\alpha-\gamma)}{(\alpha+\beta)(\gamma-\beta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$$\frac{x_c}{h_c} = \frac{\gamma(\alpha-\beta)}{(\alpha+\gamma)(\gamma-\beta)} \quad , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

гдѣ  $h_b$  и  $h_c$  высоты даннаго треугольника, соотвѣтствующія сторонамъ АС и АВ.

Затѣмъ по аналогіи можно написать:

$$\frac{y_a}{h_a} = \frac{\alpha(\gamma-\beta)}{(\alpha+\beta)(\alpha-\gamma)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

$$\frac{y_b}{h_b} = \frac{\beta(\alpha+\gamma)}{(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

$$\frac{y_c}{h_c} = \frac{\gamma(\alpha-\beta)}{(\beta+\gamma)(\alpha-\gamma)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

$$\frac{z_a}{h_a} = \frac{\alpha(\gamma-\beta)}{(\alpha+\gamma)(\alpha-\beta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$\frac{z_b}{h_b} = \frac{\beta(\alpha-\gamma)}{(\beta+\gamma)(\alpha-\beta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

$$\frac{z_c}{h_c} = \frac{\gamma(\alpha+\beta)}{(\alpha+\gamma)(\beta+\gamma)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

*Теоремы.* Соединивъ точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  прямыми линиями, получимъ треугольникъ  $A_1B_1C_1$ , обладающій слѣдующими свойствами.

1. Разстоянія вершинъ треугольника  $A_1B_1C_1$  отъ сторонъ даннаго треугольника АВС находятся въ одинаковыя отношенія.

Въ самомъ дѣлѣ, изъ написанныхъ выше 9 формулъ легко найдемъ, что

$$x_a : x_b : x_c = y_a : y_b : y_c = z_a : z_b : z_c = h_a \alpha (\gamma^2 - \beta^2) : h_b \beta (\alpha^2 - \gamma^2) : h_c \gamma (\alpha^2 - \beta^2).$$

2. Стороны треугольника  $A_1B_1C_1$  проходятъ черезъ вершины треугольника АВС.

Чтобы убѣдиться въ этомъ, опустимъ изъ точки  $A_1$  перпен-



дикуляръ  $A_1N$  на сторону  $AC$ , а изъ точки  $B_1$ —перпендикуляры  $B_1P$  и  $B_1Q$  на стороны  $BC$  и  $AC$  и проведемъ прямыя  $MN$  и  $PQ$ . Тогда, на основаніи равенствъ (1), (2), (4) и (5), будемъ имѣть:

$$A_1M:A_1N = B_1P:B_1Q;$$

а такъ какъ, кромѣ того,  $\angle MA_1N = \angle PB_1Q$ , то треугольники  $MA_1N$  и  $PB_1Q$  подобны, слѣдовательно углы  $A_1MN$  и  $B_1PQ$  равны; но очевидно, что  $\angle A_1MN = \angle A_1CN$ ,  $\angle B_1PQ = \angle B_1CQ$ , значитъ, и  $\angle A_1CN = \angle B_1CQ$ , откуда заключаемъ, что точки  $A_1$ ,  $C$  и  $B_1$  лежатъ на прямой линіи.

Подобнымъ же образомъ доказывается теорема и для другихъ сторонъ треугольника  $A_1B_1C_1$ .

3. Точки пересѣченія сторонъ треугольника  $A_1B_1C_1$  со сторонами даннаго треугольника  $ABC$  лежатъ на прямой линіи.

Дѣйствительно, обозначивъ точки пересѣченія сторонъ  $BC$  и  $B_1C_1$ ,  $AC$  и  $A_1C_1$ ,  $AB$  и  $A_1B_1$  соответственно буквами  $U$ ,  $V$  и  $W$  (послѣдней точки на чертежѣ нѣтъ), на основаніи равенствъ (4) и (7), (2) и (8), (3) и (6), легко найдемъ, что

$$\frac{B_1U}{UC_1} = \frac{(\alpha - \beta)(\alpha + \gamma)}{(\alpha + \beta)(\alpha - \gamma)},$$

$$\frac{C_1V}{VA_1} = \frac{(\alpha + \beta)(\gamma - \beta)}{(\alpha - \beta)(\gamma + \beta)},$$

$$\frac{A_1W}{WB_1} = -\frac{(\alpha - \gamma)(\beta + \gamma)}{(\alpha + \gamma)(\gamma - \beta)}.$$

Перемноживъ почленно эти равенства, получимъ соотношеніе

$$\frac{B_1U \cdot C_1V \cdot A_1W}{UC_1 \cdot VA_1 \cdot WB_1} = -1,$$

которое показываетъ, что точки  $U$ ,  $V$  и  $W$  лежатъ на прямой линіи.

Изъ послѣдней теоремы слѣдуетъ, что *прямая линія, проходящая черезъ одноименныя вершины треугольниковъ  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ , пересѣкаются въ одной точкѣ*, т. е. эти треугольники гомологичны.



## Задача Мальфатти.

Н. Агрономова.

(Окончаніе \*).

6. 1-ый и 2-ой случай были по расположенію круговъ Мальфатти совершенно симметричны, т. е. перестановка круговая буквъ въ ихъ символѣ не измѣнила бы ни величины, ни расположенія окружностей Мальфатти; въ остальныхъ будетъ наоборотъ.

Намъ остается разсмотрѣть еще 5 группъ, содержащихъ 30 рѣшеній, но распадающихся на 10 случаевъ.

Такъ какъ разсужденія весьма однообразны для всѣхъ случаевъ, то мы ограничимся лишь приведеніемъ чертежей, формулъ, относящихся къ каждому случаю.

6. 2 группа, 1 и 2 случаи. Въ первомъ случаѣ двѣ изъ окружностей Мальфатти касаются сторонъ, третья касается продолженій сторонъ. Символы этого случая  $\begin{smallmatrix} СВ \\ А \end{smallmatrix}$ . Во второмъ случаѣ одна изъ окружностей касается сторонъ, остальные двѣ касаются продолженій сторонъ. Символъ этого случая  $\begin{smallmatrix} А \\ ВС \end{smallmatrix}$ .

Значенія  $x, y, z, \rho$  для этой группы опредѣляются такъ:

$$x = \frac{r \left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)}{\left( \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \mp 1 \right) \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \mp 1 \right)}$$

$$y = \frac{r \left( \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \mp 1 \right)}{\left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \mp 1 \right)}$$

$$z = \frac{r \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \mp 1 \right)}{\left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) \left( \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \mp 1 \right)}$$

$$\rho = \frac{1}{2} (\pm BO \pm CO \mp AO \mp r).$$

\*) См. № 442 „Вѣстника“.



Знакъ верхній въ этихъ формулахъ соотвѣтствуетъ 1 случаю, нижній знакъ—2 случаю.

Для этой группы можно составить выраженія, подобныя выраженіямъ § 5 для 1 группы.

8. 3 группа, 1-ый и 2-ой случаи. Символь первого случая  $\begin{matrix} A \\ C' B'' \end{matrix}$ ,

символь второго случая  $\begin{matrix} C'' B' \\ A' \end{matrix}$ .

Для этой группы имѣемъ

$$x = \frac{r_a \left( \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \pm 1 \right)}{\left( \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \mp 1 \right) \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \mp 1 \right)}$$

$$y = \frac{r_a \left( \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \mp 1 \right)}{\left( \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \pm 1 \right) \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \mp 1 \right)}$$

$$z = \frac{r_a \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \mp 1 \right)}{\left( \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \pm 1 \right) \left( \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \mp 1 \right)}$$

и 
$$\rho = \frac{1}{2} [AO_1 + BO_1 + CO_1 \mp (p-a) + r_a].$$

Такъ какъ построение окружностей Мальфатти нѣсколько отличается отъ тѣхъ, какія мы уже имѣли, то считаю нелишнимъ привести эти построения.

Изъ точки  $O_1$  (центръ одного изъ вѣвписанныхъ круговъ) радиусомъ, равнымъ

$$\frac{1}{2} [AO_1 + BO_1 + CO_1 \mp (p-a) + r_a],$$

опишемъ окружность, которая пересѣчетъ биссектрисы  $AO_1$ ,  $BO_1$ ,  $CO_1$  въ трехъ точкахъ  $f$ ,  $i$ ,  $h$ . Изъ вершинъ  $A$ ,  $B$ ,  $C$  радиусами, равными  $Af$ ,  $Bi$ ,  $Ch$ , опишемъ окружности, которыя засѣкутъ стороны тр-ка въ точкахъ касанія ихъ съ окружностями Мальфатти.

9. 4 группа, 1 и 2 случаи. Символы этихъ случаевъ  $\begin{matrix} C' B'' & A_1 \\ A & C'' B' \end{matrix}$ .



Для опредѣленія  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $\rho$  имѣемъ выраженія:

$$x = \frac{r_a \left( \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \pm 1 \right)}{\left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right) \left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right)}$$

$$y = \frac{r_a \left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right)}{\left( \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \pm 1 \right) \left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right)}$$

$$z = \frac{r_a \left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right)}{\left( \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \pm 1 \right) \left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right)}$$

$$\rho = \frac{1}{2} [\mp AO_1 \pm BO_1 \mp CO_1 + (p - a) \pm r_a].$$

Верхній знакъ относится къ 1 случаю, нижній—къ 2-му.

10. 5 группа, 1-ый и 2-ой случай. Такъ какъ символъ вполне характеризуетъ случай, то для 5 и 6 группы я разсмотрю по одному типу.

Радіусы окружностей Мальфатти и вспомогательной окружности опредѣляются такъ:

$$x = \frac{r_a \left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)}{\left( 1 \pm \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \right) \left( 1 \mp \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right)},$$

$$y = \frac{r_a \left( 1 \pm \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \right)}{\left( 1 \mp \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right) \left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)},$$

$$z = \frac{r_a \left( 1 \mp \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right)}{\left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) \left( 1 \pm \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \right)};$$

и 
$$\rho = \frac{1}{2} [AO_1 - BO_1 + CO_1 + r_a \mp (p - a)].$$

Верхній знакъ, какъ и всегда, отвѣчаетъ первому случаю,



нижній—второму. Символы для этихъ случаевъ  $\begin{matrix} C' & A & B' \\ B'' & & C'' & A_1 \end{matrix}$  и  $C'' A_1$ .

11. 6 группа, 1-ый и 2-ой случаи. Символь первого случая  $C''$   $A_1 B'$ . Символь второго  $\begin{matrix} AB'' \\ C' \end{matrix}$ . Для этихъ случаевъ  $x, y, z, \rho$  принимаютъ слѣдующія значенія:

$$x = \frac{r_a \left( 1 \mp \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)}{\left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right) \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \mp 1 \right)},$$

$$y = \frac{r_a \left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right) \alpha}{\left( 1 \mp \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \mp 1 \right)},$$

$$z = \frac{r_a \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \mp 1 \right)}{\left( 1 \mp \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) \left( 1 \pm \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right)};$$

$$\rho = \frac{1}{2} [AO_1 + BO_1 - CO_1 + r_a \pm (p - a)].$$

Относительно знаковъ можно повторить сказанное для остальныхъ случаевъ.

12. Спрашивается теперь: гдѣ же 32 рѣшенія, которыя были обѣщаны въ началѣ статьи? Отвѣтить на этотъ вопросъ чрезвычайно просто: 1-ый и 2-ой случай симметричны, остальные 10 не симметричны. Если во всѣхъ вычисленіяхъ, относящихся къ послѣднимъ 10 случаямъ, сдѣлаемъ круговую перестановку буквъ, то получимъ еще 20 рѣшеній:

$$2 + 10 + 20 = 32.$$

## РЕЦЕНЗІИ.

Объ учебникахъ А. Воинова и Г. Вѣревскаго, озаглавленныхъ „Основанія аналитической геометріи“.

Учебникъ Воинова ближе подходитъ къ программѣ VII класса реальныхъ училищъ. Оба только что вышедшіе учебника страдаютъ однимъ и тѣмъ-же существеннымъ недостаткомъ, а именно недостаточной общностью выводовъ. Формулу для опредѣленія разстоянія между двумя точками въ зависимости отъ ихъ



координатъ Воиновъ выводить только для одного случая, когда обѣ точки лежатъ въ I углу, т. е. когда координаты ихъ положительны. Вѣревскій поясняетъ на частномъ примѣрѣ, какъ надо примѣнять формулу, выведенную для частнаго случая, къ точкамъ, лежащимъ въ разныхъ углахъ, и доказываетъ, что та же формула примѣнима для точекъ, изъ которыхъ одна лежитъ въ I углу, а другая въ III углу. Воиновъ даже ничего не говоритъ о примѣненіи формулы, выведенной для частнаго случая, къ другимъ случаямъ. При выводѣ зависимости между прямоугольными и полярными координатами одной точки оба ограничиваются случаемъ, когда точка лежитъ въ I углу. Между тѣмъ доказательство общности формулъ, связывающихъ прямоугольныя и полярныя координаты точки, вовсе не трудно и тѣсно связано съ повтореніемъ или болѣе подробнымъ прохожденіемъ тригонометріи. Вообразимъ оси координатъ  $X_1OX$  и  $Y_1OY$ . Опустимъ изъ точки  $M$  перпендикуляръ  $MP$  и  $MQ$  соответственно на  $OX$  и  $OY$ . Положимъ, что полюсъ совпадаетъ съ началомъ координатъ  $O$ , а полярная ось съ осью абсциссъ  $OX$ . Обозначимъ прямоугольныя координаты точки  $M$  черезъ  $x$  и  $y$ , а полярныя черезъ  $r$  и  $\varphi$ . Если точка  $M$  лежитъ въ I углу, то  $x=OP$ ,  $y=OQ=PM$ ,  $r=OM$ ,  $\varphi=\angle XOM$ ; по опредѣленію косинуса и синуса угла,  $\cos XOM = \frac{OP}{OM}$ ,  $\sin XOM = \frac{MP}{OM}$ , откуда  $\cos \varphi = \frac{x}{r}$ ,  $\sin \varphi = \frac{y}{r}$ . Если точка  $M$  во II углу, то  $x=-OP$ ,  $y=PM$ ,  $r=OM$ ,  $\varphi=\angle XOM$ ; по опредѣленію,  $\cos XOM = -\frac{OP}{OM} = -\frac{OP}{OM}$ ,  $\sin XOM = \frac{PM}{OM}$ , откуда  $\cos \varphi = \frac{x}{r}$ ,  $\sin \varphi = \frac{y}{r}$ . Если точка  $M$  въ III углу, то  $x=-OP$ ,  $y=-OQ=-PM$ ,  $r=OM$ ,  $\varphi=\angle XOM$ , считая отъ  $OX$  въ сторону, обратную движенію часовой стрѣлки; по опредѣленію косинуса и синуса  $\cos XOM = -\frac{OP}{OM} = -\frac{OP}{OM}$ ,  $\sin XOM = -\frac{PM}{OM} = -\frac{PM}{OM}$ , откуда  $\cos \varphi = \frac{x}{r}$ ,  $\sin \varphi = \frac{y}{r}$ . Если точка  $M$  въ IV углу, то  $x=OP$ ,  $y=-PM$ ,  $r=OM$ ,  $\varphi=\angle XOM$ ; по опредѣленію,  $\cos XOM = \frac{OP}{OM}$ ,  $\sin XOM = -\frac{PM}{OM} = -\frac{PM}{OM}$ , откуда  $\cos \varphi = \frac{x}{r}$ ,  $\sin \varphi = \frac{y}{r}$ . Такимъ образомъ, во всѣхъ случаяхъ  $x=r \cos \varphi$  и  $y=r \sin \varphi$ . Возводя оба уравненія въ квадратъ и складывая, получимъ  $x^2 + y^2 = r^2$ . Раздѣливъ второе на первое, получимъ  $\frac{y}{x} = \operatorname{tg} \varphi$ . Последнія 2 формулы даютъ возможность вычислить полярныя координаты точки, когда даны прямоугольныя.

Для опредѣленія разстоянія между точками  $M_1(x_1, y_1)$  и  $M_2(x_2, y_2)$  обозначимъ полярныя координаты точки  $M_1$  черезъ  $r_1$  и  $\varphi_1$ , а полярныя координаты точки  $M_2$  черезъ  $r_2$  и  $\varphi_2$ . Изъ треугольника  $M_1OM_2$  находимъ  $M_1M_2^2 = OM_1^2 + OM_2^2 - 2OM_1 \cdot OM_2 \cdot \cos \angle M_1OM_2$ .



Но  $OM_1=r_1$ ,  $OM_2=r_2$ ,  $\angle M_1OM_2=\pm(\varphi_2-\varphi_1)$ ,  $\cos \angle M_1OM_2=\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\cos\varphi_2\cos\varphi_1+\sin\varphi_2\sin\varphi_1$ . Поэтому  $M_1M_2^2=r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos\varphi_1\cos\varphi_2-2r_1r_2\sin\varphi_1\sin\varphi_2$ . Эта формула даетъ квадратъ разстоянія между двумя точками, когда извѣстны ихъ полярныя координаты. Замѣняя  $r_1^2$ ,  $r_2^2$ ,  $r_1\cos\varphi_1$ ,  $r_2\cos\varphi_2$ ,  $r_1\sin\varphi_1$  и  $r_2\sin\varphi_2$  соответственно черезъ  $x_1^2+y_1^2$ ,  $x_2^2+y_2^2$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$  и  $y_2$ , получимъ  $M_1M_2^2=x_1^2+y_1^2+x_2^2+y_2^2-2x_1x_2-2y_1y_2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$ .

Координаты точки К, середины отрезка  $OM_1$ , обозначимъ черезъ  $x$  и  $y$ . Тогда  $x=\frac{x_1}{2}$ ,  $y=\frac{y_1}{2}$ .

Формулы для перенесенія начала координатъ можно вывести такъ. Пусть координаты точки М относительно осей  $X_1OX$  и  $Y_1OY$  будутъ  $x$  и  $y$ ; ея же координаты относительно осей  $X_1'O'X'$  и  $Y_1'O'Y'$  будутъ  $x'$  и  $y'$ ; координаты  $O'$  относительно осей  $OX$  и  $OY$  будутъ  $a$  и  $b$ . Новыя оси соответственно параллельны старымъ. Тогда надо рассмотреть слѣдующіе случаи: 1) Направленіе  $O'M$  отъ  $O'$  къ М образуетъ острый уголъ съ направлениемъ  $OX$ : а)  $O'$  и М находятся въ I или IV углахъ; б)  $O'$  и М находятся въ II или III углахъ; в)  $O'$  находится влѣво отъ  $OY$ , а М—вправо отъ  $OY$ . 2) Направленія  $O'M$  и  $OX$  образуютъ тупой уголъ. а)  $O'$  и М находятся вправо отъ  $OY$ ; б)  $O'$  и М находятся влѣво отъ  $OY$ . в)  $O'$  находится вправо отъ  $OY$ , а М—влѣво отъ  $OY$ . Для всѣхъ 6 случаевъ получимъ  $x=x'+a$ , т. е. старая абсцисса точки равняется новой ея абсциссѣ, сложенной со старой абсциссой новаго начала. Такимъ же образомъ выводится формула  $y=y'+b$ . Напрасно оба автора не изложили словами правила для перенесенія начала координатъ. Вѣревскій невѣрно рѣшаетъ примѣръ въ § 15. Если точка А имѣетъ координаты  $x=4$  и  $y=-3$  относительно нѣкоторыхъ осей, то, перенеся начало координатъ въ точку ( $a=-3$ ,  $b=5$ ), получимъ новыя координаты точки А:  $x'=x-a=7$ ,  $y'=y-b=-8$ . Но Вѣревскій находитъ новыя координаты  $x=1$ ,  $y=2$ .

Чтобы опредѣлить координаты  $x$  и  $y$  середины отрезка  $M_1M_2$  по даннымъ координатамъ его концовъ  $M_1$  и  $M_2$ , надо начало координатъ перенести въ  $M_1$  и опредѣлить новыя координаты  $x'$  и  $y'$  середины отрезка  $M_1M_2$  относительно осей  $M_1X'$  и  $M_1Y'$ , а по новымъ координатамъ  $x'$  и  $y'$  старыя  $x$  и  $y$ . Тогда  $x'=\frac{x_2}{2}$ ,  $y'=\frac{y_2}{2}$ ; по формуламъ для перенесенія начала координатъ  $x=x'+x_1$ ,  $y=y'+y_1$ ;  $x_2=x'_2+x_1$ ,  $y_2=y'_2+y_1$ ; отсюда  $x'=\frac{x_2-x_1}{2}$ ,  $y'=\frac{y_2-y_1}{2}$ ;  $x=\frac{x_2+x_1}{2}$ ,  $y=\frac{y_2+y_1}{2}$ .

Для вывода уравненія прямой, проходящей черезъ начало координатъ, надо рассмотреть 2 случая: 1) Прямая образуетъ острый уголъ  $\beta$  съ осью  $OX$ ; тогда она проходитъ черезъ I и III углы; для точки М въ I углу  $x=OP$ ,  $y=PM$ ,  $PM=OP\tg\angle POM$ ,  $y=xtg\beta$ ; для точки М въ III углу  $x=-OP$ ,  $y=-PM$ ,  $PM=$



$= \text{OPtg} \angle \text{POM}$ ,  $-y = -x \text{tg} \beta$ ,  $y = x \text{tg} \beta$ . 2) Прямая образуетъ съ ОХ тупой уголъ  $\beta$ ; тогда она проходитъ черезъ II и IV углы; для точки М во II углу  $x = -\text{OP}$ ,  $y = \text{PM}$ ,  $\text{PM} = \text{OPtg} \angle \text{X}_1\text{OM}$ ,  $y = -x \text{tg} (180^\circ - \beta)$ ,  $y = x \text{tg} \beta$ ; для точки М въ IV углу  $x = \text{OP}$ ,  $y = -\text{PM}$ ,  $\text{PM} = \text{OPtg} \angle \text{XOM}$ ,  $-y = x \text{tg} (180^\circ - \beta)$ ,  $y = x \text{tg} \beta$ .

Если прямая образуетъ уголъ  $\beta$  съ осью ОХ и пересѣкаетъ ОУ въ точкѣ К, то ея уравненіе относительно новыхъ осей КХ' и КУ' будетъ  $y' = x' \text{tg} \beta$ . По формуламъ для перенесенія начала координатъ  $x = x'$ ,  $y = y' + b$ , гдѣ  $o$  и  $b$  суть координаты К относительно старыхъ осей ОХ и ОУ. Значитъ, уравненія прямой относительно старыхъ осей ОХ и ОУ будетъ  $y = x \text{tg} \beta + b$ .

Нормальное уравненіе прямой легко вывести, применяя полярныя координаты. Пусть перпендикуляръ  $\text{OL} = \kappa$  къ данной прямой образуетъ уголъ съ осью ОХ. Возьмемъ на прямой точку М съ прямоугольными координатами  $x$  и  $y$  и полярными  $r = \text{OM}$  и  $\varphi = \angle \text{XOM}$ . Изъ прямоугольнаго треугольника  $\text{LOM}$  имѣемъ:  $\text{OL} = \text{OM} \cos \angle \text{LOM}$ . Но  $\text{OL} = \kappa$ ,  $\text{OM} = r$ ,  $\angle \text{LOM} = \pm (\varphi - \alpha)$ ,  $\cos \angle \text{LOM} = \cos (\varphi - \alpha)$ . Значитъ  $\kappa = r \cos (\varphi - \alpha)$  или  $r \cos (\varphi - \alpha) = \kappa$ . Это есть уравненіе прямой въ полярныхъ координатахъ. Изъ него находимъ  $r \cos \varphi \cos \alpha + r \sin \varphi \sin \alpha = \kappa$ . Но  $r \cos \varphi = x$ ,  $r \sin \varphi = y$ . Поэтому  $x \cos \alpha + y \sin \alpha = \kappa$ . При выводѣ этого уравненія Воиновъ и Вѣревскій разсматриваютъ только отрѣзокъ прямой въ I углу.

Уравненіе прямой, образующей отрѣзки  $p$  и  $q$  соответственно на осяхъ ОХ и ОУ (при чемъ  $p$  и  $q$  могутъ быть отрицательны), Вѣревскій выводитъ изъ общаго уравненія прямой  $Ax + By = C$ , а Воиновъ только для частнаго случая, когда отрѣзки  $p$  и  $q$  положительны.

Напрасно Воиновъ ничего не сказалъ о сопряженныхъ діаметрахъ эллипса, свойства которыхъ легко обнаруживаются изъ выведеннаго имъ уравненія  $\text{tg} \alpha \cdot \text{tg} \beta = -\frac{b^2}{a^2}$ . Вѣревскій говоритъ о сопряженныхъ діаметрахъ эллипса безъ всякихъ доказательствъ.

Вѣревскій допускаетъ въ § 5 неясность и неточность. Какъ понять слова: „Въ данномъ случаѣ существуетъ прямая или обратная пропорціональность между измѣненіями абсциссы и ординаты“, когда передъ этимъ видимъ на чертежахъ только прямыя, параллельныя одной изъ осей, и кривыя линіи? Далѣе онъ утверждаетъ, что уравненіе  $y = ax + b$  изображаетъ прямую (вмѣсто соответствуетъ прямой), абсцисса которой растетъ быстрее, чѣмъ ордината, въ  $a$  разъ, между тѣмъ какъ, наоборотъ, измѣненіе ординаты въ  $a$  разъ болѣе измѣненія абсциссы.

Воиновъ за 116 страницъ назначилъ цѣну 90 коп., а Вѣревскій за 94 страницы назначилъ 1 руб. 25 коп., но сбавилъ до 75 коп.

Во всемъ остальномъ учебники вполне удовлетворительны, но заглавіе ихъ можно будетъ признать правильнымъ только тогда, когда указанные выводы для частныхъ случаевъ будутъ замѣнены другими выводами, общими для всѣхъ случаевъ.

П. Свѣшниковъ.



# ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакция просит не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникъ“ и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакция не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакция проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 889 (4 сер.). Показать, что задача „построить треугольникъ  $ABC$ , зная его основаніе  $BC=a$ , противолежащій уголъ  $A$  и биссекторъ  $BE=l$  одного изъ угловъ, прилежащихъ къ основанію, вообще не разрѣшима при помощи циркуля и линейки.

*И. Александровъ (Москва).*

№ 890 (4 сер.). Доказать, что во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ кубъ гипотенузы болѣе суммы кубовъ катетовъ.

*Е. Григорьевъ (Казань).*

№ 891 (4 сер.). Построить треугольникъ  $ABC$  по внутренней и вѣшной биссектрисамъ  $AD=l$  и  $AD'=l'$  и по 1° медианѣ  $AM=m_a$  или 2° симедианѣ  $AN=n_a$  угла  $A$ .

*Н. Агрономовъ (Петербургъ).*

№ 892 (4 сер.). На сторонахъ даннаго угла движутся двѣ точки  $A$  и  $B$  такъ, что сумма  $AO+BO=s$  ихъ разстояній отъ вершины  $O$  угла остается постоянной. Найти геометрическое мѣсто центровъ тяжести треугольника  $AOB$ .

*В. Шмыль (ст. Урюпинская).*

№ 893 (4 сер.). Доказать, что число

$$\left[ n - \frac{t^{2^k} - 1}{2^{2^k}} \right]^{2^{2^k-k}n} - 1$$

дѣлится на  $2^{2^k}n + 1$ , если  $2^{2^k}n + 1$  есть простое число, котораго  $t$  не кратно, и если  $t^{2^k} - 1$  дѣлится на  $2^{2^k}$ .

*С. Розенблатъ (Саратовъ).*

№ 894 (4 сер.). Въ стеклянной баллонѣ, содержащій сухой воздухъ и помѣщенный въ сосудъ со льдомъ, впустили нѣкоторое количество паровъ кипящей воды. По истеченіи нѣкотораго времени впущенный внутрь баллона паръ спустился и затѣмъ замерзъ, всѣ же льда въ сосудѣ уменьшился, вслѣдствіе таянія, на 200 граммовъ. Зная, что температура прибора и окружающей среды оставалась во время опыта равной  $0^\circ$  (чего можно достигнуть, помѣстивъ приборъ въ новый сосудъ съ тающимъ льдомъ), опредѣлить количество впущенного въ баллонъ пара.

*Л. Ямпольскій (Одесса)*



## РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ

№ 754 (4 сер.). Съ высотъ  $H=40$  метровъ и  $h=10$  метровъ брошены два тѣла: одно съ высоты  $H$  внизъ безъ начальной скорости и другое съ высоты  $h$  съ некоторой начальной скоростью. Определить эту скорость, зная, что оба тѣла достигаютъ земли одновременно. Определить также разстояніе между тѣлами въ тотъ моментъ, когда брошенное вверхъ тѣло достигаетъ точки наивысшаго поднятія.

Обозначимъ ускореніе силы тяжести въ мѣстѣ опыта черезъ  $g$ , время, за которое оба тѣла одновременно достигаютъ земли, черезъ  $t$  и скорость, съ которой брошено второе тѣло вверхъ, черезъ  $x$ . Тогда, отсчитывая пространство, проходимыя первымъ и вторымъ тѣлами соответственно внизъ и вверхъ отъ ихъ начальныхъ положеній, имѣемъ:

$$H = \frac{gt^2}{2} \quad (1), \quad h + xt - \frac{gt^2}{2} = 0, \text{ или [см. (1)] } h + xt - H = 0 \quad (2).$$

Изъ уравненій (1) и (2) находимъ:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}, \quad x = (H - h) \cdot \sqrt{\frac{g}{2H}} \quad (3).$$

Называя высоту поднятія второго тѣла отъ поверхности земли за время  $y$  черезъ  $z$ , получимъ:  $z = h + xy - \frac{gy^2}{2} = h - \frac{g}{2} \left( y - \frac{x}{g} \right)^2 + \frac{x^2}{2g}$ , откуда видно, что наибольшая высота отвѣчаетъ значенію времени

$$y_1 = \frac{x}{g} \quad (4),$$

и тѣло отстоитъ въ моментъ наивысшаго поднятія отъ земли на разстояніе  $h + \frac{x^2}{2g}$ . Такъ какъ разстояніе перваго тѣла отъ земли въ этотъ моментъ равно  $H - \frac{gy^2}{2}$ , то [см. (4), (3)] разстояніе между тѣлами въ моментъ наивысшаго поднятія равно

$$\begin{aligned} H - \frac{gy^2}{2} - h - \frac{x^2}{2g} &= H - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{g^2} - h - \frac{x^2}{2g} = H - h - \frac{(H-h)^2 \cdot g}{2H \cdot g} = \\ &= \frac{H^2 - h^2}{2H} = \frac{40^2 - 10^2}{2 \cdot 40} = 18,75 \text{ метра.} \end{aligned}$$

Принимая ускореніе силы тяжести въ мѣстѣ опыта равнымъ 9,8 метра, получимъ [см. (3)]:

$$x = (40 - 10) \sqrt{\frac{9,8}{2 \cdot 40}} = 30 \sqrt{\frac{49}{400}} = \frac{30 \cdot 7}{20} = 10,5 \text{ метра.}$$

Г. Оганянцъ (Ялта); Н. С. (Одесса); Э. Лейнъ (Рига).

№ 755 (4 сер.). Определить безъ помощи тригонометріи углы треугольника  $ABC$ , въ которомъ уголъ  $A$  вдвое больше угла  $B$ , если известно, что внутренний биссекторъ  $AD$ , медиана  $BM$  и высота  $CH$  пересекаются въ одной точкѣ.

Обозначимъ стороны треугольника, противолежащія соответственно угламъ  $A, B, C$ , чрезъ  $a, b, c$ . Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  имѣютъ общій



уголъ  $C$ ; кромѣ того, по условію,  $\angle DAC = \frac{A}{2} = B$ , а потому эти треугольники подобны, такъ что  $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$ , или, замѣчая, что, по свойству биссектора,  $DC = \frac{ab}{b+c}$ ,  $\frac{a}{b} = b : \frac{ab}{b+c} = \frac{b+c}{a}$ , откуда

$$a^2 = b^2 + bc \quad (1).$$

Внутренній биссекторъ  $AD$  и медиана  $BM$  пересѣкаются внутри треугольника, а потому высота  $CH$ , проходя черезъ точку ихъ встрѣчи, лежитъ внутри угла  $C$ ; слѣдовательно уголъ  $A$  острый, такъ что  $a^2 = b^2 + c^2 - 2c \cdot AH$ , откуда [см. (1)]:

$$AH = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c} = \frac{b^2 + c^2 - b^2 - bc}{2c} = \frac{c-b}{2} \quad (2).$$

По теоремѣ Чева  $AH \cdot BD \cdot CM = HB \cdot DC \cdot AM$ , откуда при помощи равенствъ  $AM = CM$  и  $\frac{DC}{BD} = \frac{b}{c}$  находимъ  $\frac{AH}{HB} = \frac{DC \cdot AM}{BD \cdot CM} = \frac{DC}{BD} = \frac{b}{c}$ . Производная изъ пропорціи  $\frac{AH}{HB} = \frac{b}{c}$  даетъ  $\frac{AH}{AH+HB} = \frac{AH}{c} = \frac{b}{b+c}$ , откуда

$$AH = \frac{bc}{b+c} \quad (3).$$

Слѣдовательно, [см. (2), (3)]  $\frac{c-b}{2} = \frac{bc}{b+c}$ , откуда  $c^2 - b^2 = 2bc$ , или

$$b^2 + 2bc = c^2 \quad (4).$$

Изъ прямоугольнаго треугольника  $AHC$  находимъ [см. (4), (3)]:

$$HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{b^2 - \frac{b^2 c^2}{(b+c)^2}} = \sqrt{\frac{b^2(b^2 + 2bc)}{(b+c)^2}} = \sqrt{\frac{b^2 c^2}{(b+c)^2}} = \frac{bc}{b+c} = AH.$$

Итакъ, въ прямоугольномъ треугольникѣ катеты равны. Поэтому

$$\angle A = 45^\circ, \quad \angle B = \frac{\angle A}{2} = 22,5^\circ, \quad \angle C = 180^\circ - 45^\circ - 22,5^\circ = 112,5^\circ.$$

Г. Лебедевъ (Обоянь); Н. С. (Одесса).

№ 757 (4 сер.). Доказать, что число

$$\left( \frac{n-k(k-1)}{d^2} \right)^{2n} - 1$$

дѣлится на  $4n+1$ , если  $4n+1$  — простое число, которое не есть дѣлитель  $2k-1$ , и если  $n-k(k-1)$  дѣлится на  $d^2$ .

Преобразуемъ выраженіе  $(4d^2)^{2n} \cdot \left\{ \left[ \frac{n-k(k-1)}{d^2} \right]^{2n} - 1 \right\}$  слѣдующимъ образомъ:

$$(4d^2)^{2n} \cdot \left\{ \left[ \frac{n-k(k-1)}{d^2} \right]^{2n} - 1 \right\} = [4n-4k(k-1)]^{2n} - (4d^2)^{2n} =$$



$$= [4n+1-4k^2+4k-1]^{2n} - (2d)^{4n} = [4n+1-(2k-1)^2]^{2n} - [(2k-1)^2]^{2n} + \\ + [(2k-1)^2]^{2n} - (2d)^{4n} = [4n+1-(2k-1)^2]^{2n} - [(2k-1)^2]^{2n} + (2k-1)^{4n} - (2d)^{4n} \quad (1).$$

Число  $2d$  не кратно простого числа  $4n+1$ . Дѣйствительно, такъ какъ  $\frac{n-k(k-1)}{d^2}$  есть, по условію, число цѣлое, то и выраженіе  $\frac{n-k(k-1)}{d^2} \cdot 4 = \frac{4n+1-(2k-1)^2}{d^2}$  равно цѣлому числу, а потому  $4n+1-(2k-1)^2$  дѣлится на  $d$ ; значить, если бы  $d$  было кратно  $4n+1$ , то и разность  $4n+1-(2k-1)^2$  была бы кратна  $4n+1$ , а потому и число  $(2k-1)^2$  и вмѣстѣ съ нимъ  $2k-1$  дѣлилось бы на  $4n+1$ , что противно условію. Итакъ,  $d$  не кратно  $4n+1$ , а такъ какъ  $2$  тоже не кратно  $4n+1$ , то и  $2d$  не кратно простого числа  $4n+1$ . Примѣняя къ числамъ  $2k-1$  и  $2d$ , не кратнымъ  $4n+1$ , теорему Fermat'a, мы видимъ, что разности  $(2k-1)^{4n}-1$  и  $(2d)^{4n}-1$  кратны  $4n+1$ , а потому и число

$$(2k-1)^{4n} - 1 - [(2d)^{4n} - 1] = (2k-1)^{4n} - (2d)^{4n}$$

кратно  $4n+1$ . Разность одинаковыхъ четныхъ степеней

$$[4n+1-(2k-1)^2]^{2n} - [(2k-1)^2]^{2n}$$

также кратна суммы  $4n+1-(2k-1)^2+(2k-1)^2=4n+1$ ; слѣдовательно, и все выраженіе [см. (1)]

$$(4d^2)^{2n} \cdot \left\{ \left[ \frac{n-k(k-1)}{d^2} \right]^{2n} - 1 \right\}$$

кратно  $4n+1$ , а такъ какъ  $2d$  и вмѣстѣ съ нимъ  $(4d^2)^{2n}$  не кратно простого числа  $4n+1$ , то и число  $\left( \frac{n-k(k-1)}{d^2} \right)^{2n} - 1$  кратно  $4n+1$ .

*Н. Агрономовъ (Ревель); Н. С. (Одесса).*

№ 759 (4 сер.). Построить треугольникъ  $ABC$ , зная разстоянія  $AO_a=d_a$ ,  $BO_b=d_b$ ,  $CO_c=d_c$  вершинъ треугольника отъ центровъ  $O_a$ ,  $O_b$ ,  $O_c$  вписанныхъ круговъ, лежащихъ соответственно внутри угловъ  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

Центръ вѣнписаннаго круга  $O_b$ , будучи одинаково удаленъ отъ стороны  $AC$  и продолженія стороны  $AB$ , лежитъ на биссектрисѣ вѣшняго угла треугольника  $ABC$ , составленнаго стороною  $AC$  и продолженіемъ  $AB$ ; точно также  $O_c$  лежитъ на биссектрисѣ угла, составленнаго  $AB$  и продолженіемъ  $AC$ ; наконецъ, точка  $O_a$ , одинаково удаленная отъ продолженій  $AB$  и  $AC$ , лежитъ на биссектрисѣ угла  $A$ . Такимъ образомъ точки  $O_b$ ,  $A$  и  $O_c$  лежатъ на одной прямой, и  $AO_a \perp O_bO_c$ . Подобнымъ же образомъ убѣдимся, что  $O_c$ ,  $B$ ,  $O_a$  и  $O_a$ ,  $C$ ,  $O_b$  расположены соответственно на одной прямой,  $BO_b \perp O_cO_a$  и  $CO_c \perp O_aO_b$ . Слѣдовательно, прямая  $AO_a=d_a$ ,  $BO_b=d_b$ ,  $CO_c=d_c$  суть высоты треугольника  $O_aO_bO_c$ , откуда вытекаетъ построеніе: строимъ по тремъ даннымъ высотамъ  $d_a$ ,  $d_b$ ,  $d_c$  общезвѣстнымъ способомъ треугольникъ  $O_aO_bO_c$  и проводимъ въ немъ высоты  $O_aA$ ,  $O_bB$ ,  $O_cC$ . Тогда  $ABC$  есть искомый треугольникъ. Задача возможна тогда и только тогда, если по вы-



сортамъ  $d_a, d_b, d_c$  можно построить треугольникъ  $O_a O_b O_c$  и если углы этого треугольника острые, такъ какъ лишь въ этомъ случаѣ вершины  $O_a, O_b, O_c$  дѣйствительно служатъ центрами вѣвписанныхъ круговъ для треугольника  $ABC$ . Въ самомъ дѣлѣ, предполагая, что задача рѣшена, имѣемъ:  $\angle BO_a C =$   

$$= \pi - \frac{\pi - B}{2} - \frac{\pi - C}{2} = \frac{B + C}{2} < \frac{A + B + C}{2} = \frac{\pi}{2}.$$

Н. Агрономовъ (Ревель); А. Турчаниновъ (Одесса).

№ 760 (4 сер.). Въ ванну, наполненную ртутью, погружаютъ сплошной однородный желѣзный цилиндръ и приливаютъ столько воды, чтобы послѣдняя совершенно покрыла цилиндръ. Определить отношеніе объемовъ частей цилиндра, погруженныхъ въ воду и въ ртуть. Плотности желѣза, изъ котораго сдѣланъ цилиндръ, и ртути равны соответственно 7,8 и 13,6.

Обозначимъ объемы частей цилиндра, погруженныхъ соответственно въ воду и въ ртуть, черезъ  $v$  и  $v'$ , а плотности желѣза и ртути соответственно черезъ  $d$  и  $\delta$ . Тогда объемъ цилиндра равенъ  $v + v'$ , а вѣсъ его —  $d(v + v')$ . Вѣса вытѣняемыхъ цилиндромъ объемовъ воды и ртути равны соответственно  $v$  и  $v'\delta$  граммовъ, а потому, согласно съ закономъ Архимеда,

$$(v + v')d = v + v'\delta, \text{ откуда } v(d - 1) = v'(\delta - d),$$

$$\frac{v}{v'} = \frac{d - \delta}{\delta - 1} = \frac{13,6 - 7,8}{7,8 - 1} = \frac{29}{34}.$$

Г. Оганяницъ (Ялта); Н. С. (Одесса).

№ 761 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^4 - (15 + \sqrt{3})x^3 + 5(5 + \sqrt{27})x^2 - (25\sqrt{3} - 13)x - 13\sqrt{3} = 0.$$

Представивъ лѣвую часть въ видѣ

$$\begin{aligned} x^4 - x^3\sqrt{3} - 15x^3 + 25x^3 + 5x^2\sqrt{27} - 25x\sqrt{3} + 13x - 13\sqrt{3} &= \\ = x^3(x - \sqrt{3}) - 15x^3 + 5x^2 \cdot 3\sqrt{3} + 25x(x - \sqrt{3}) + 13(x - \sqrt{3}) &= \\ = x^3(x - \sqrt{3}) - 15x^3(x - \sqrt{3}) + 25x(x - \sqrt{3}) + 13(x - \sqrt{3}) &= \\ = (x - \sqrt{3})(x^3 - 15x^2 + 25x + 13) = (x - \sqrt{3})(x^3 - 13x^2 - 2x^2 + 26x - x + 13) &= \\ = (x - \sqrt{3})[x^3 - 13x^2 - 2x(x - 13) - (x - 13)] = (x - \sqrt{3})(x - 13)(x^2 - 2x - 1) &= 0. \end{aligned}$$

находимъ, что данное уравненіе распадается на три уравненія:

$$x - \sqrt{3} = 0, \quad x - 13 = 0, \quad x^2 - 2x - 1 = 0,$$

откуда

$$x_1 = \sqrt{3}, \quad x_2 = 13, \quad x_3 = 1 + \sqrt{2}, \quad x_4 = 1 - \sqrt{2}.$$

Г. Лебедевъ (Обоянь), Н. С. (Одесса); Э. Лейтхъ (Рига); Н. Агрономовъ (Ревель).

№ 763 (4 сер.). Доказать справедливость равенства

$$\sigma = \frac{2\alpha\beta\gamma s}{abc},$$

гдѣ  $s, a, b, c$  суть соответственно площадь и стороны треугольника  $ABC$ , а  $\sigma, \alpha,$



3.  $\gamma$ —площадь и стороны ортоцентрического треугольника по отношению къ  $ABC$ .

Пусть  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ —высоты,  $AA''$ ,  $BB''$ ,  $CC''$ —медианы,  $M$ —точка пересечения прямых  $B''C''$  и  $AA''$ ,  $MP$ —перпендикуляр, опущенный из  $M$  на  $BC$ ,  $R$ —радиусъ круга, описаннаго около  $ABC$ . Согласно съ построениемъ,  $B''M=CC''M$  и  $MP \perp BC$ ; поэтому центръ круга, описаннаго около треугольника  $A''B''C''$  лежитъ на прямой  $MP$ . Такъ какъ точка  $B''$ —середина  $AC$  и  $B''C'' \parallel CB$ , то  $AM=MA''$ , а потому, вследствие параллельности  $AA'$  и  $MP$ ,  $A''P=PA'$ . Итакъ, точки  $A''$  и  $A'$  симметричны относительно прямой  $MP$ , проходящей черезъ центръ окружности, описанной около треугольника  $A''B''C''$ ; следовательно, эта окружность проходитъ черезъ точку  $A'$ ; точно также убѣдимся, что она проходитъ черезъ точки  $B'$  и  $C'$ . Такимъ образомъ мы приходимъ къ извѣстному въ геометріи треугольника выводу, что точки  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $A''$ ,  $B''$ ,  $C''$  лежатъ на одной окружности (такъ называемая окружность Эйлера; см. „Новая геометрія треугольника“ Д. Ефремова, стр. 12, 13). Треугольникъ  $A''B''C''$  подобенъ треугольнику  $ABC$ , и стороны его соответственно вдвое менѣе сторонъ треугольника  $ABC$ , а потому радиусъ круга, проходящаго черезъ точки  $A''$ ,  $B''$ ,  $C''$  и вмѣстѣ съ тѣмъ, какъ выше доказано, черезъ точки  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ , равенъ  $\frac{R}{2}$ . Итакъ, радиусъ круга описаннаго около орто-

центрическаго треугольника  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ , равенъ  $\frac{R}{2}$ . По извѣстной формулѣ

$$R = \frac{abc}{4s}, \quad \frac{R}{2} = \frac{\alpha\beta\gamma}{4s},$$

откуда

$$\frac{abc}{8s} = \frac{\alpha\beta\gamma}{4s}, \quad \text{а потому} \quad \sigma = \frac{2\alpha\beta\gamma s}{abc}.$$

Н. С. (Одесса); Г. Лебедевъ (Обоянь); Э. Лейникъ (Рига).

№ 792 (4 сер.). Решить уравненіе

$$\left(\frac{x}{a+x}\right)^3 + \frac{bx^2}{a+x} + ab + 1 = 0.$$

Представляя данное уравненіе послѣдовательно въ видѣ

$$\begin{aligned} 0 &= x^3 + bx^2(a+x)^2 + ab(a+x)^3 + (a+x)^3 = [x^3 + (a+x)^3] + b(a+x)^2 x^2 + ax + a^2 = \\ &= (2x+a)[x^2 - x(a+x) + (a+x)^2] + b(a+x)^2(x^2 + ax + a^2) = \\ &= (2x+a)(x^2 + ax + a^2) + b(a+x)^2(x^2 + ax + a^2) = \\ &= [bx^2 + 2(ab+1)x + a(ab+1)](x^2 + ax + a^2), \end{aligned}$$

находимъ, что оно распадается на два квадратныхъ уравненія:

$$bx^2 + 2(ab+1)x + a(ab+1) = 0, \quad x^2 + ax + a^2 = 0,$$

откуда

$$x_{1,2} = \frac{-(ab+1) \pm \sqrt{ab+1}}{b}, \quad x_{3,4} = \frac{a(-1 \pm i\sqrt{3})}{2} = \alpha\bar{\alpha},$$

гдѣ  $\alpha$ —одинъ изъ мнимыхъ корней изъ единицы.

В. Пржевальскій (Шуя); А. П. (Сосновицы); Н. С. (Одесса); А. Турчаниновъ (Одесса); Г. Лебедевъ (Обоянь); Г. Оганянцъ (Ялта).

Редакторъ приватъ-доцентъ В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.



# ОБЩЕДОСТУПНЫЙ ЖУРНАЛЪ

по физическимъ наукамъ и ихъ приложеніямъ въ школѣ, технику и любительской практикѣ.

IV годъ  
изданія

ОТКРЫТА ПОДПИСКА

годъ IV  
изданія

20 номеровъ  
въ годъ,  
**3 руб.**  
съ пере-  
сылкой

на 190<sup>7</sup>/<sub>8</sub> академическ. годъ на журналъ

**ФИЗИКЪ-ЛЮБИТЕЛЬ,**

Адресъ:  
Николаевъ  
(Херс. губ.)  
Контора Ф.-Л.

который будетъ выходить въ увеличенномъ форматѣ при прежней годовой цѣнѣ (3 руб.), въ томъ-же числѣ (20) номеровъ въ годъ, по два въ мѣсяцъ съ августа по май, по прежней программѣ, но съ увеличеніемъ объема нѣкоторыхъ отдѣловъ (см. ниже, 2-й, 4-й, 5-й и 6-й).

Опредѣленіемъ основного отдѣла Ученаго Комитета Министерства Народнаго Просвѣщенія постановлено журналъ „Физикъ-Любитель“ за 190<sup>5</sup>/<sub>6</sub> годъ признать заслуживающимъ вниманія при пополненіи ученическихъ библиотекъ среднихъ учебныхъ заведеній (Ж. М. Н. П., февраль 1907 года).

Опредѣленіемъ Отдѣла Ученаго Комитета по техническому и профессиональному образованію журналъ признанъ заслуживающимъ вниманія педагогическихъ совѣтовъ при пополненіи библиотекъ какъ техническихъ, такъ и ремесленныхъ учебныхъ заведеній.

За истекшіе годы журналъ удостоился лестныхъ отзывовъ печати, какъ напр. проф. Хвольсона въ Ж. М. Н. Пр. (за апрѣль 1907), ред. „Музея Педагогическаго Общества“ при Императорскомъ Московскомъ Университетѣ, ред. журнала „Техническое Образованіе“, изд. Пост. Ком. по техн. образ. при Императорскомъ Русскомъ Техническомъ Обществѣ, ред. „Педагогическаго Сборника“ изд. при Главн. Упр. военно-учебныхъ заведеній, ред. журнала „Природа въ школѣ“, и др.



## Открыта подписка на 1907 годъ.

Съ 1 Января наступающаго года начнетъ выходить научно-популярный журналъ

# „АСТРОНОМИЧЕСКОЕ ОБОЗРѢНІЕ“,

содержащій статьи по **всѣмъ** отдѣламъ астрономіи. Особое вниманіе будетъ удѣлено новинкамъ, какъ астрономіи, такъ и связанныхъ съ нею наукъ: физики и химіи. Предназначенный для широкаго круга лицъ, онъ будетъ заключать все, что можетъ быть полезно и интересно для всякаго, а въ особенности любителямъ астрономіи. Журналъ выходитъ 6—8 разъ въ годъ номерами въ 2—3 печатныхъ листа съ рисунками и чертежами. Цѣна съ пересылкой и доставкой **3 рубля** въ годъ; допускается разсрочка: 2 руб. при подпискѣ и 1 руб. къ 1 Марта. Цѣна на объявленія: цѣлая страница 6 руб.,  $\frac{1}{2}$  стр.—3 руб.,  $\frac{1}{4}$  стр.—1 руб. 50 коп. и  $\frac{1}{8}$  стр.—1 руб.

Подписка и пріемъ объявленій въ редакціи журнвала: Г. Николаевъ (Херс. губ.), Глазенаповская, 3.

Редакторъ-издатель Н. С. Пелипенко.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1907 ГОДЪ

# ЗАДУШЕВНОЕ СЛОВО •

ДВА ЕЖЕНЕДѢЛЬНЫЕ иллюстрированные журнала для дѣтей и юношества, основанные С. М. МАКАРОВОЙ и издаваемые подъ редакціей П. М. ОЛЬХИНА.

ПОДПИСНОЙ ГОДЪ НАЧАЛСЯ 1-го НОЯБРЯ 1906 г. — ПЕРВЫЕ №№ ВЫСЫЛАЮТСЯ НЕМЕДЛЕННО.

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей  
**МЛАДШАГО ВОЗРАСТА**  
(отъ 5 до 9 лѣтъ) получаютъ

**52 №№ и 42 ПРЕМІИ.**

Въ числѣ послѣднихъ: БОЛЬШУЮ КАРТИНУ въ 22 краски „МАЛЕНЬКІЕ, ДА УДАЛЕНЬКІЕ“, 12 картъ, ИГРЬ И ЗАНЯТІЙ на раскраш. и черн. листахъ; „МАЛЕНЬКИЙ РУССКИЙ ИСТОРИКЪ“, 6 нн. „БИБЛІОТЕКИ МАЛЕНЬКАГО ЧИТАТЕЛЯ“ и ин. др.

Кромѣ того, при каждомъ изданіи будутъ высылаться: „ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ БИБЛІОТЕЧКА“ и „ДѢТСКІЯ МОДЫ“.

Подписная цѣна každаго изданія «Задушевнаго Слова», со всѣми объявленными преміями и приложеніями, съ доставкой и пересылкой,—за годъ **ШЕСТЬ рублей.**

Съ допускомъ разсрочка на 3 ерока: 1) при подпискѣ, 2) къ 1 февраля и 3) къ 1 мая—по **2 р.**

Съ требованіями, съ обозначеніемъ изданія (возраста), обращаются: въ конторы «ЗАДУШЕВНАГО СЛОВА», при книжныхъ магазинахъ Т-ва М. О. Вольфъ—С.-ПЕТЕРБУРГЪ: 1) Гостин. Дворъ, 18, или 2) Невскій пр., 13.

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей  
**СТАРШАГО ВОЗРАСТА**  
(отъ 9 до 14 лѣтъ) получаютъ

**52 №№ и 37 ПРЕМІИ.**

Въ числѣ послѣднихъ: АНГАРЕЛЬНУЮ КАРТИНУ—„ПОСЛѣДНЯЯ НАДЕЖДА“, „ИСТОРИЮ НАПОЛЕОНА“; худож. изд. „ДЕРМОНТОВЪ ВЪ ИЛЛЮСТРАЦІЯХЪ“; 12 иллюстр. нн. ПОВѢСТЕЙ и РАЗСКАЗОВЪ для юношества и ин. др.

XXXI ГОДЪ ИЗДАНІЯ

XXXI ГОДЪ ИЗДАНІЯ