Обложка
ищется

Обложка
пщется

XXX Сем. № 6.

Вѣстникъ Опытной Физики
и
Элементарной Математики.

30 Сентября № 354. 1903 г.

Откуда берется энергія радія?

Проф. J. J. Thomson'a.

(Переводъ съ англійскаго Д. Шора).

Супруги Curie открыли, что препаратъ радія испускаетъ въ часъ энергію, способную растопить ледъ въ количествѣ, равномъ половинѣ вѣса самого радія; возникаетъ вопросъ, откуда берется энергія, необходимая для поддержанія этого лучеиспусканія. Проблема эта занимаетъ ученыхъ со времени оригинальнаго открытія Becquerel'емъ радіоактивности урана.

Сперва было высказано предположеніе, что радій заимствуетъ энергію изъ окружающаго воздуха: будто бы атомы радія обладаютъ способностью отнимать кинетическую энергію у молекулъ воздуха, движущихся съ бо́льшею скоростью, и въ то же время не отдавать своей собственной энергіи при столкновеніи съ молекулами воздуха, которыя движутся медленнѣе. Но я не могу понять, какъ это свойство можетъ объяснить, откуда берется энергія радія. Дѣйствительно, представимъ себѣ, что нѣкоторое количество радія помѣщено въ закрытой со всѣхъ сторонъ полости въ кускѣ льда; ледъ вокругъ радія станетъ таять. Спрашивается, откуда же берется необходимая для этого энергія? Въ системѣ „радій—воздухъ" внутри полости, согласно предположенію, не можетъ происходить измѣненія количества энергіи, ибо энергія, получаемая радіемъ, берется изъ воздуха; воздухъ же не можетъ заимствовать новую теплоту извнѣ, такъ какъ тающій ледъ, непосредственно его окружающій, теплѣе того льда, который находится дальше отъ полости.

Далѣе было высказано предположеніе, что воздухъ пронизывается хорошо проходящимъ черезъ него особымъ родомъ Becquerel'евыхъ лучей, которые поглощаются радіемъ и даютъ ему необходимую энергію. Существованіе такихъ лучей недавно доказано Mc. Clennan'омъ и Burton'омъ. Эти ученые показали, что іонизація газа, заключеннаго въ сосудъ, уменьшается, если погрузить сосудъ въ просторную водяную ванну; если принять, что іонизація газовъ зависитъ отъ дѣйствія лучей, для которыхъ стѣнки сосуда прозрачны, и что вода задерживаетъ замѣтную часть этихъ лучей, то существованіе ихъ обнаружено. Но, чтобъ объяснить накаливаніе радія этими лучами, необходимо принять, что поглощающая способность радія для этихъ лучей значительно больше, чѣмъ другихъ металловъ; а такъ какъ съ радіемъ не было произведено непосредственныхъ опытовъ въ этомъ направленіи, то, на первый взглядъ, такое предположеніе кажется допустимымъ. Но опыты, произведенные надъ явленіемъ поглощенія этихъ лучей другими металлами, показываютъ, что поглощеніе зависитъ исключительно отъ плотности поглощающаго вещества, а не отъ его химическихъ свойствъ или физическаго состоянія; если этотъ законъ распространяется на радій, то его способность къ поглощенію должна быть приблизительно такою же, какъ у свинца или золота, и въ такомъ случаѣ она была бы слишкомъ мала для объясненія наблюдаемаго дѣйствія.

Такимъ образомъ, мы принуждены искать иного объясненія интересующаго насъ явленія. Я полагаю, что фактъ отсутствія измѣненія въ радіи былъ принятъ безъ достаточно вѣскихъ доказательствъ. Все, что экспериментъ доказываетъ, это, что величина измѣненія недостаточна, чтобы быть замѣтною въ теченіе нѣсколькихъ мѣсяцевъ. Съ другой стороны, существуетъ много примѣровъ того, что вещества, въ которыхъ радіоактивность возбуждена, могутъ поддерживать ее лишь небольшой промежутокъ времени; затѣмъ лучеиспусканіе затухаетъ. Болѣе же продолжительное лучеиспусканіе зависитъ отъ выбора соотвѣтствующаго радіоактивнаго вещества. Разсмотримъ, напримѣръ, опытъ Becquerel'я съ осажденіемъ барія изъ радіоактивнаго раствора, содержащаго уранъ; при этомъ радіоактивность переходитъ отъ раствора на осадокъ; однако, черезъ нѣкоторое время осадокъ теряетъ свою радіоактивность, въ то время какъ растворъ уранія, наоборотъ, пріобрѣтаетъ свою прежнюю энергію. То же самое весьма наглядно и убѣдительно показываетъ произведенный Rutherford'омъ и Soddy'емъ экспериментъ съ торіемъ; они раздѣляли обыкновенный радіоактивный торій опредѣленнымъ пріемомъ на двѣ части, при чемъ вся радіоактивность приходилась на часть, названную ими „торій x"; эта часть была весьма мала по сравненію съ остальною частью первоначальнаго торія. Отдѣленный такимъ образомъ торій x теряетъ въ теченіе пяти дней свою радіоактивность, тогда какъ въ это же самое время остальная часть становится снова радіоактивной. Это является достаточнымъ доказательствомъ того, что радіоактивность даннаго аггрегата молекулъ не постоянна. Такое же отсутствіе постоянства радіоактивности было обнаружено относительно эманаціи (истеченія *)) торія и радія и для наведенной радіоактивности, проявляющейся у тѣлъ, отрицательно наэлектризованныхъ и подверженныхъ дѣйствію той же эманаціи или воздуха; въ этихъ случаяхъ радіоактивность прекращается черезъ нѣсколько дней. Недавно я нашелъ, что вода изъ глубокихъ колодцевъ въ Кэмбриджѣ содержитъ особый радіоактивный газъ; газъ этотъ, будучи отдѣленъ отъ воды, постепенно теряетъ свою радіоактивность. Также извѣстно, что радіоактивность полонія не постоянна.

Мнѣ кажется, что названные результаты заставляютъ сдѣлать слѣдующую гипотезу: при всякихъ физическихъ условіяхъ одна часть атомовъ радія находится въ состояніи неустойчивомъ; и между большимъ числомъ заключающихся въ одномъ препаратѣ радія атомовъ всегда находится нѣкоторое количество такихъ, которые именно для данныхъ условій являются неустойчивыми. Такіе атомы переходятъ въ какую-либо иную конфигурацію, при чемъ, понятно, выдѣляется большое количество энергіи. Но, можетъ быть, эта мысль требуетъ разъясненія; разсмотримъ для этого такой гипотетическій примѣръ. Предположимъ, что нѣкоторая часть особаго газа x становится неустойчивой, когда она содержитъ количество кинетической энергіи въ сто разъ, скажемъ, больше средняго значенія его для атомовъ всего газа при данной температурѣ. Согласно Maxwell-Boltzman'овому закону распредѣленія скоростей газовыхъ частичекъ, всегда будетъ существовать нѣкоторое число атомовъ, обладающихъ этимъ количествомъ кинетической энергіи; и пусть эти атомы, по нашей гипотезѣ, распадаются, при чемъ отдаютъ большое количество энергіи въ формѣ Becquerel'евыхъ лучей. Нашъ гипотетичный газъ будетъ въ такомъ случаѣ радіоактивенъ до тѣхъ поръ, пока всѣ его атомы прошли черезъ фазу, въ которой они обладаютъ достаточно большимъ количествомъ кинетической энергіи, чтобы быть въ неустойчивомъ состояніи. Если это количество энергіи, какъ предполагается выше, въ сто разъ больше средняго его значенія, то должны были бы, по всей вѣроятности,

---

*) См. рефератъ „Радій и его лучи" въ № 343 „Вѣстника".

пройти сотни тысячъ лѣтъ, прежде чѣмъ радіоактивность нашего газа замѣтно уменьшилась бы Подобное же должно имѣть, по нашей гипотезѣ, мѣсто и въ радіѣ; атомы его, полагаемъ мы, находятся въ различныхъ физическихъ условіяхъ, законъ распредѣленія которыхъ подобенъ закону Maxwell-Boltzmann'а. Аналогично тому, какъ это было съ гипотетическимъ газомъ x, небольшая часть атомовъ будетъ при этомъ подвержена трансформаціи, при чемъ выдѣляется энергія въ видѣ Becquerel'евыхъ лучей; въ гипотетическомъ газѣ мы за необходимое для такой трансформаціи физическое условіе принимали извѣстное количество кинетической энергіи; у радія, можетъ быть, другое условіе дѣлаетъ атомы неустойчивыми.

На это мое объясненіе, можетъ быть, возразятъ, что, если число атомовъ, трансформируемыхъ въ радіѣ, весьма мало, то освобождающаяся при этомъ энергія должна быть во много разъ больше, чѣмъ энергія, получающаяся отъ химической трансформаціи того же количества атомовъ. Однако, не слѣдуетъ забывать, что преобразованіе, совершающееся въ радіѣ по моей гипотезѣ, совсѣмъ другого рода, чѣмъ обыкновенный химическій процессъ. Измѣненіе, съ которымъ мы при этомъ имѣемъ дѣло, есть преобразованіе въ строеніи самаго атома, и возможно, что при этомъ освобождается значительно большее количество энергіи, чѣмъ при преобразованіи молекулъ. Такъ, примемъ атомный вѣсъ радія за 225 и предположимъ, что масса атома состоитъ изъ большого числа частичекъ, изъ которыхъ каждая несетъ отрицательный электрическій зарядъ въ $3,4 \times 10^{-10}$ электростатическихъ единицъ, и что отрицательный зарядъ связанъ съ равнымъ положительнымъ, дѣлающимъ атомъ электрически нейтральнымъ. Если теперь разъединить положительный и отрицательный заряды на разстояніе въ 10^{-8} cm., то внутренняя энергія, которою будетъ обладать атомъ, станетъ достаточною, чтобъ уменьшеніе ея на 1 процентъ могло поддерживать измѣренное Curie лучеиспусканіе радія въ теченіе 30000 лѣтъ.

Для подтвержденія вѣроятности моей гипотезы нелишнимъ явится сообщеніе о слѣдующемъ фактѣ. Лучеиспусканіе концентрированной массы радія можетъ быть значительно сильнѣе, чѣмъ лучеиспусканіе той же массы радія, разсѣянной по большому объему *смоляной обманки*. Вѣроятно, лучеиспусканіе одного изъ атомовъ поддерживаетъ въ окружающихъ атомахъ неустойчивое состояніе. Если это предположеніе справедливо, то бо́льшее количество атомовъ въ теченіе того же промежутка времени перейдетъ изъ одного состоянія въ другое, если они будутъ подвергаться дѣйствію лучей сосѣднихъ атомовъ, чѣмъ если другая среда будетъ защищать ихъ отъ дѣйствія лучей, идущихъ другъ отъ друга.

Мѣсто элементарной математики въ математической наукѣ.

Профессора Страсбургскаго Университета H. Weber'a.

(Переводъ съ нѣмецкаго).

Нерѣдко ужъ разбирался вопросъ, что слѣдуетъ понимать подъ элементарной математикой и какъ установить границы этой области. Единственный научный принципъ, который могъ бы служить для рѣшенія этого вопроса, состоитъ въ томъ, что изъ области элементарной математики исключаютъ понятія о безконечности и о предѣлѣ; элементарная математика противопоставляется, поэтому, анализу безконечнаго. Съ этой точки зрѣнія, къ элементарной математикѣ надо отнести все, что получается при посредствѣ извѣстныхъ простыхъ логическихъ пріемовъ; послѣдніе же даютъ при дальнѣйшемъ развитіи всю теорію чиселъ, включая труднѣйшія ея части, вообще, все, что, по мнѣнію Kronecker'a, имѣетъ право на существованіе въ математикѣ; при этомъ возникаетъ затрудненіе при употребленіи этихъ простыхъ логическихъ пріемовъ, для устраненія чего и созданъ высшій анализъ. Уже такія понятія, какъ ирраціональное число, квадратный корень, логариѳмъ, не относились бы, если стать на эту точку зрѣнія, къ элементарной математикѣ.

Въ геометріи къ элементамъ относятъ то, что выводится изъ понятій о прямой и о кругѣ и (въ пространствѣ) изъ понятій о плоскости и о шарѣ. Но уже соединеніе плоской геометріи и пространственной приводитъ къ понятію о конусѣ, а отсюда къ его сѣченіямъ плоскостью, такъ называемымъ коническимъ сѣченіямъ. Если же соединить геометрію съ ариѳметикой, то мы непремѣнно выходимъ изъ границъ области, опредѣляемой для элементарной геометріи вышеприведеннымъ принципомъ; такъ, для опредѣленія понятій: площадь, длина дуги и т. п. необходимо пользоваться переходомъ къ предѣлу.

Итакъ, мы видимъ, что такое опредѣленіе элементарной математики, хотя и представляетъ научный интересъ, т. е. можетъ служить для разъясненія возникновенія математическихъ понятій,—тѣмъ не менѣе, не имѣетъ никакой цѣны съ педагогической точки зрѣнія, если только не ограничиваться лишь самыми простѣйшими главами элементовъ.

Поэтому, мы подъ элементарной математикой понимаемъ все то, что можно цѣлесообразно примѣнять при школьномъ преподаваніи математики, т. е. въ той части его, которая предшествуетъ выбору особой спеціальности. Съ такой точки зрѣнія, границы этой области зависятъ, главнымъ образомъ, отъ выбора педагога. Но и математическая наука имѣетъ право голоса при обсужденіи даннаго вопроса.

Мнѣнія по вопросу о выборѣ матеріала для школьнаго преподаванія всегда будутъ и должны быть различны. Эти различія зависятъ отъ индивидуальности и научныхъ склонностей преподавателя, и, прежде всего, отъ цѣлей, къ которымъ преподаванiе стремится.

Планъ преподаванія будетъ тотъ, либо иной въ зависимости отъ того, что мы будемъ считать главною задачею научнаго воспитанія: всестороннее ли, гармоническое развитіе ума, пробужденіе дремлющихъ духовныхъ силъ и упражненіе ихъ—или сообщеніе юношѣ извѣстной суммы полезныхъ свѣдѣній и умѣній, которыя какъ можно раньше сдѣлали бы его готовымъ къ трудной жизненной борьбѣ.

Послѣдняя задача заставила бы присоединить къ элементарному преподаванію по возможности больше матеріала, для того чтобы при переходѣ къ изученію спеціальности не было нужды останавливаться больше на подготовительной работѣ.

Очевидно, что это возможно только въ ущербъ глубинѣ и основательности; а при этомъ возникаетъ опасность, что математическое воспитаніе потеряетъ свое существенное значеніе.

Значеніе же это очень различно для различныхъ индивидуальностей. Математическая работа содержитъ въ себѣ особый элементъ творчества. И это относится не только къ творческой дѣятельности въ собственномъ смыслѣ этого слова, но сказывается и въ мелочахъ, проявляется при рѣшеніи задачъ или даже при болѣе глубокомъ пониманіи и точномъ воспроизведеніи математическихъ идей. Эта дѣятельность ума въ состояніи совершенно поглотить человѣка и служитъ для одаренныхъ соотвѣтствующими способностями источникомъ величайшихъ наслажденій. Такое явленіе наблюдается какъ въ области абстрактнаго представленія въ наукѣ о числахъ, такъ и въ области пространственныхъ представленій геометріи.

Поэтому я не сомнѣваюсь въ томъ, что для особенно успѣшнаго преподаванія математики необходимо, чтобъ ученики обладали извѣстнымъ специфическимъ дарованіемъ. Отсюда отнюдь не слѣдуетъ, понятно, чтобы средне одаренному ученику нельзя было преподать въ извѣстномъ объемѣ математическихъ знаній и свѣдѣній, которыя нужны будутъ ему при изученіи всякой спеціальной отрасли знаній; это даже необходимо для логическаго воспитанія мышленія.

Но такое положеніе вещей создаетъ раздвоеніе въ математическомъ преподаваніи; а это влечетъ за собой крупныя затрудненія. И преподаватель, стремящійся одновременно выполнить обѣ эти задачи—цѣлесообразнаго преподаванія выдающимся ученикамъ и среднимъ—, долженъ обладать не только основательными познаніями, но и глубокимъ математическимъ образованіемъ и пониманіемъ тонкостей и красотъ математики.

До сихъ поръ еще, послѣ почти пятидесяти лѣтъ, вспоминаю я съ благодарностью моего учителя въ Гейдельбергскомъ лицеѣ, Arneth'а, и его уроки, оказавшіе на меня глубокое вліяніе. Для большинства учениковъ его преподаваніе представляло мало интереса; но тѣмъ увлекательнѣе оно было для немногихъ исключительныхъ учениковъ, которымъ было доступно его тонкое математическое чутье и пониманіе физики, опередившее господствовавшіе въ то время взгляды.

Въ тѣ времена въ южно-германскихъ гимназіяхъ математикѣ въ программѣ преподаванія отводилось второстепенное мѣсто; и со стороны большинства учителей и учениковъ она не пользовалась уваженіемъ. Поэтому преподаватель могъ вліять лишь на небольшой кружокъ склонныхъ къ математикѣ юношей. Теперь обстоятельства измѣнились къ лучшему, и въ настоящее время врядъ-ли можетъ случиться, чтобъ какой-нибудь ученикъ окончилъ гимназію безъ всякихъ математическихъ познаній.

Это есть несомнѣнный шагъ впередъ; но онъ не долженъ покупаться пониженіемъ внутренняго содержанія преподаванія, чтобы при новой системѣ и болѣе способный ученикъ нашелъ необходимый для себя матеріалъ. Послѣднее же достигается не тѣмъ, что лучшихъ учениковъ выводятъ возможно дальше изъ области элементарной математики въ область высшей. Для дальнѣйшаго математическаго развитія это могло бы скорѣе служить помѣхою, чѣмъ помощью. Значительно болѣе плодотворно углубленіе содержанія элементарнаго преподаванія, въ которомъ, не выходя изъ прежнихъ границъ, можно найти неисчерпаемыя богатства матеріала; такое углубленіе дѣйствуетъ на ученика, развивая его и оживляя предметъ.

При этомъ учителю должна быть дана полная свобода выбора изъ всего многообразнаго матеріала того, что соотвѣтствуетъ его собственнымъ склонностямъ. Ибо плодотворное воздѣйствіе на ученика можетъ быть только тамъ, гдѣ у преподавателя еще живъ интересъ къ предмету.

Между прочимъ, и строгое логическое обоснованіе математики можетъ быть отнесено къ области элементовъ. Относящіеся сюда вопросы въ новѣйшее время подверглись изслѣдованію, и мы сдѣлали къ разрѣшенію ихъ значительный шагъ впередъ. Основаніямъ ариѳметики посвящены статьи Dedekind'а: „*Was sind und was sollen die Zahlen*“ (Braunschweig, 1888, 1892) и „*Stetigkeit und irrationale Zahlen*“ *) (1872, 1892). Авторъ оперируетъ въ нихъ при посредствѣ простѣйшихъ пріемовъ, которыми располагаетъ всякій здравый разсудокъ и которые не предполагаютъ

*) Переводъ этого небольшого сочиненія, сдѣланный С. О. Шатуновскимъ, былъ помѣщенъ въ „Вѣстникѣ“, въ №№ 191 и 192. Брошюра была также выпущена отдѣльнымъ изданіемъ, но въ настоящее время она распродана.

никакихъ философскихъ или математическихъ спеціальныхъ свѣдѣній. Въ томъ же направленіи ведутся новѣйшія изслѣдованія по основаніямъ геометріи; правда, они не достигли еще той законченности, какъ это имѣетъ мѣсто относительно ариѳметики. Но, чтобы понимать эти вопросы, необходимо располагать извѣстною зрѣлостью сужденій, а потому съ нихъ нельзя начинать въ преподаваніи.

Итакъ, можно рекомендовать въ послѣднемъ классѣ гимназіи, хорошо подготовленномъ, изложеніе этихъ принципіальныхъ вопросовъ въ видѣ своего рода философской пропедевтики. Но при этомъ необходимо соблюдать осторожность, такъ какъ полупониманіе въ этой области равносильно непониманію, если не хуже его.

Для большинства учениковъ полезнѣе и интереснѣе, если преподаваніе расширится въ сторону *приложеній*. Новыя программы испытаній на званіе преподавателя средней школы въ Германіи даютъ къ этому толчокъ [1]), и тѣмъ самымъ реальному образованію отводится больше мѣста. Приложенія могутъ оживить преподаваніе математики, увеличить къ ней интересъ; а точность и чистота при черченіи придаютъ этой отрасли преподаванія немалое воспитательное значеніе.

Далѣе, извѣстныя главы теоріи чиселъ и высшей алгебры могутъ съ успѣхомъ примѣняться при элементарномъ преподаваніи. Вопервыхъ, онѣ пользуются лишь элементарными математическими пріемами; а во-вторыхъ, преимущество ихъ въ многочисленности примѣровъ, которыми можетъ воспользоваться учитель; рѣшеніе этихъ примѣровъ, допускающее всегда простую повѣрку, даетъ учащемуся большое удовлетвореніе. Примѣненіе этихъ главъ къ построенію правильныхъ многоугольниковъ вызываетъ и геометрическій интересъ.

Затѣмъ существуетъ рядъ съ древнихъ временъ знаменитыхъ задачъ, какъ, напримѣръ, проблемы объ удвоеніи куба, о трисекціи угла при посредствѣ циркуля и линейки, рѣшеніе въ радикалахъ уравненія пятой степени, квадратура круга, о невозможности рѣшенія которыхъ школьники постоянно слышатъ. Въ настоящее время наука не только располагаетъ доказательствами невозможности, но доказательствамъ этимъ она придала столь простую форму, что ими можно безъ труда воспользоваться при элементарномъ преподаваніи.

Авторъ настоящей статьи уже много лѣтъ проводилъ вышеприведенныя мысли въ своихъ университетскихъ лекціяхъ, которыя

---

[1]) По этимъ программамъ при государственномъ экзаменѣ на званіе преподавателя математики за одинъ изъ второстепенныхъ предметовъ можно взять прикладную математику. А при допущеніи къ экзамену засчитываются два семестра, проведенные студентомъ, вмѣсто университета, въ спеціальномъ техническомъ заведеніи.

Примѣчаніе переводчика.

онъ читалъ въ Марбургѣ, Геттингенѣ и Страсбургѣ, подъ заглавіемъ: „*Энциклопедія элементарной математики*“. Ту же цѣль преслѣдуетъ сочиненіе, издаваемое H. Weber'омъ и J. Wellstein'омъ подъ тѣмъ же заглавіемъ; первый его томъ явился на-дняхъ [2]). Сочиненіе это будетъ состоять изъ трехъ частей; первая посвящена алгебрѣ и анализу, вторая—геометріи и третья—приложеніямъ элементарной математики. Книга эта не должна быть учебникомъ въ собственномъ смыслѣ этого слова, т. е. нѣтъ нужды давать ее на руки ученику во время преподаванія. Она будетъ служить пособіемъ для преподавателя, желающаго найти подходящій матеріалъ для углубленія и оживленія преподаванія математики въ старшихъ классахъ. Но не безполезна она и для студента, занимающагося спеціально высшей математикой; она будетъ посредникомъ между высшей и элементарной математикой и дастъ возможность пополнять и освѣжать пріобрѣтенныя въ средней школѣ знанія.

Авторы сочли бы сочувствіе опытныхъ учителей за лучшую награду за свои труды [3]).

Столѣтіе атома.

P. J. Hartog'a.

Переводъ съ англійскаго.

Въ Манчестерѣ было отпраздновано, хотя и нѣсколько преждевременно, въ маѣ текущаго года столѣтіе атомистической теоріи, созданной J. Dalton'омъ. 6-го сентября 1803 года Dalton въ первый разъ записалъ въ свою тетрадку таблицу вѣсовъ „наименьшихъ атомовъ“ („ultimate atoms“) водорода (который онъ принялъ за единицу), кислорода, азота, углерода, сѣры, воды, азотной кислоты и другихъ двойныхъ соединеній этихъ элементовъ. Что касается до возникновенія этой теоріи въ его головѣ, то свѣдѣнія на этотъ счетъ до самаго послѣдняго времени были весьма разнорѣчивы. Dalton самъ разсказывалъ Thomas'у Thomson'у въ 1804 году, что онъ пришелъ къ этой теоріи, бла-

---

[2]) „*Encyklopädie der Elementar-Mathematik*“. Ein Handbuch für Lehrer und Studierende. Von Prof. Heinrich Weber und Prof. Josef Wellstein. Jn 3 Bänden. [I. Elementare Algebra und Analysis. II Elementare Geometrie. III. Anwendungen der Elementarmathematik]. I. Band. Bearbeitet von Heinrich Weber. XIV und 346 S. Leipzig 1903, B. G. Teubner. Цѣна перваго тома въ коленкоровомъ переплетѣ 8 марокъ (около 4 рублей).

[3]) Печатая теперь статью знаменитаго нѣмецкаго математика, редакція вернется въ скоромъ времени къ затронутымъ въ ней вопросамъ въ рецензіи вышеупомянутой книги.

Примѣчаніе редакціи.

годаря своей работѣ о болотномъ и свѣтильномъ газѣ. Съ другой стороны, въ 1824 году онъ разсказывалъ W. C. Henry, что его навели на эту мысль работы Richter'a. Между тѣмъ, лишь недавно сэръ Henry Roscoe и D-r Harden показали въ своемъ сочиненіи „*New View of Dalton's Atomic Theory*", что достовѣрность всѣхъ этихъ указаній представляется крайне сомнительной. Собственная записная книжка Dalton'a обнаруживаетъ, что его атомистическая теорія предшествовала работѣ о болотномъ газѣ, а его замѣтки для лекціи, которую онъ читалъ въ 1810 году, даетъ исторію его идей, которая вполнѣ сходится со всѣми фактами.

Свою вѣру въ атомистическую гипотезу Dalton унаслѣдовалъ отъ Ньютона. Мы можемъ прослѣдить идею о „твердой, непроницаемой, подвижной частицѣ" Ньютона у его друга Boyle'я, у Gassendi, у Bacon'a (который считалъ Демокрита величайшимъ изъ греческихъ философовъ) до Эпикура и родоначальниковъ атомистической теоріи Демокрита и Лейципа. Съ точки зрѣнія исторической, теорія Dalton'a есть греческая теорія атомовъ. Но здѣсь есть одно существенное отличіе.

Boyle, который былъ гораздо болѣе атомистомъ, чѣмъ это обыкновенно думаютъ, въ концѣ концовъ, отказался отъ гипотезы о различныхъ элементахъ, которую онъ-же построилъ; онъ полагалъ, что различіе въ структурѣ атомовъ однородной матеріи, а также въ ихъ расположеніи можетъ служить достаточнымь объясненіемъ различія химическихъ веществъ и ихъ соединеній.

Но опредѣленіе атома, данное тѣмъ же Boyle'мъ, какъ субстанціи, не допускающей дальнѣйшаго разложенія, оказалось гораздо болѣе плодотворнымъ, чѣмъ его атомистическіе взгляды; труды же его преемниковъ Marggraf'a, Black'a и Cavendisch'a, Scheele'a и Bergman'a, Priestley и Lavoisier постепенно утвердили въ представленіи химиковъ идею, отброшенную Boyle'мъ, что существуетъ рядъ элементовъ, которые не способны превращаться одинъ въ другой. Къ этому-то ряду элементовъ, совершенно неизвѣстному древнимъ, Dalton примѣнилъ свою атомистическую гипотезу. Онъ пришелъ къ заключенію, что атомы не имѣютъ разнообразнаго вида и формы; на первыхъ порахъ онъ предположилъ, что атомы одного и того же элемента тождественны, между тѣмъ какъ атомы различныхъ элементовъ имѣютъ различный вѣсъ. Это была идея, которая могла бы прійти химику въ голову и на 50 лѣть раньше, но, несмотря на работы Black'a, теорія флогистона до Lavoisier совершенно отвлекала вниманіе химиковъ отъ вѣса химическихъ тѣлъ. Dalton поэтому врядъ-ли могъ явиться раньше, нежели послѣдній умеръ.

Первое сообщеніе о его теоріи было сдѣлано въ докладѣ, читанномъ въ октябрѣ 1803 года на собраніи Манчестерскаго Литературнаго и Философскаго Общества, въ зданіи котораго помѣщалась лабораторія Dalton'a. Но этотъ докладъ былъ опубликованъ только въ 1805 г. Полное же изложеніе идей Dalton'a появилось на свѣтъ только въ 1808—1810 г.г., когда онъ опубликовалъ первый томъ своего знаменитаго сочиненія „*New Systems of Chemical Philosophy*" *).

Въ это время Dalton былъ приведенъ къ изслѣдованіямъ, подтверждавшимъ его воззрѣніе, а также къ нѣсколькимъ допущеніямъ, которыя дали значительнѣйшія обобщенія. Самъ Dalton не умѣлъ отдѣлить самые факты отъ теоретическаго языка, въ который онъ ихъ облекъ. Мы же можемъ, вообще говоря, характеризовать его атомистическую теорію тѣмъ, что она приводитъ къ установкѣ трехъ основныхъ законовъ химіи: 1) закона неизмѣнныхъ отношеній, 2) закона кратныхъ отношеній (который, на самомъ дѣлѣ, заключаетъ въ себѣ и 1) законъ) и 3) закона объ эквивалентахъ. Тотъ фактъ, что элементы соединяются въ болѣе, чѣмъ одномъ вѣсовомъ отношеніи, заставляетъ, очевидно, сдѣлать еще рядъ допущеній, помимо атомистической гипотезы; безъ этого нельзя было бы составить таблицы относительныхъ атомныхъ вѣсовъ. Дѣлая эти допущенія, которыя казались ему весьма цѣлесообразными, Dalton не испытывалъ, очевидно, никакихъ сомнѣній („*New System*", часть I, стран. 214). Но Wollaston, давшій могучую поддержку теоріи Dalton'a, показалъ въ 1814 году, что допущенія послѣдняго произвольны; и терминъ Wollaston'a „*эквивалентъ*", который, какъ тогда полагали, былъ свободенъ отъ всякаго гипотетическаго основанія, сталъ вскорѣ опаснымъ соперникомъ термина Dalton'a „*атомный вѣсъ*". Davy, которому (равно какъ и Henry) была въ 1810 году посвящена вторая часть перваго тома „*New System*", принимаетъ взгляды Dalton'a болѣе, чѣмъ холодно.

Изъ великихъ физиковъ того времени взгляды Berzelius'a ближе всего подходятъ къ воззрѣніямъ Dalton'a; Berzelius стремился обобщить количественные результаты Richter'a. Но, обладая небольшимъ воображеніемъ и болѣе критическимъ умомъ, будучи болѣе аккуратнымъ практикомъ, чѣмъ Dalton, Berzelius видѣлъ, что для удовлетворительнаго обоснованія атомистической теоріи необходимо найти еще многое. „Я думаю", пишетъ онъ Dalton'y: „что необходимо при помощи экспериментовъ привести эту теорію въ болѣе зрѣлое состояніе". Замѣчательная книга Berzelius'a „*Essai sur les proportions chimiques*" (1819 г.) даетъ первое критическое изложеніе атомистической теоріи; ее можно считать первою работой, въ которой законъ кратныхъ отношеній и законъ объ эквивалентахъ получаютъ достаточно прочное и широкое обоснованіе.

Въ то же время все болѣе и болѣе распространяется убѣжденіе, что химія можетъ отлично обходиться безъ идеи объ атомѣ

*) Первая часть этого тома появилась въ 1808 году, вторая—въ 1810; первая же часть второго тома была опубликована лишь въ 1827 году. Сочиненіе это осталось незаконченнымъ.

и что понятія объ „эквивалентѣ“ вполнѣ достаточно; между 1840 и 1850 годами система эквивалентовъ Leopold'a Gmelin'a принимается повсюду *). Только когда достаточно разрослась органическая химія и въ ней возникъ рядъ противорѣчій, разсѣять которыя идея объ „эквивалентѣ“ была не въ состояніи, пришлось прибѣгнуть къ понятію объ атомѣ, возстановившему снова порядокъ въ наукѣ. Начиная съ 1842 года, на арену выступаютъ Laurent и Gerhardt — эти пасынки своей эпохи—и упорной борьбой стараются установить теорію органическихъ соединеній; для этого имъ пришлось воспользоваться простою молекулярной гипотезой Avogadro и Ampère'a **). Эта гипотеза дала имъ сразу два экспериментальныхъ метода: во-первыхъ, методъ для опредѣленія относительныхъ молекулярныхъ вѣсовъ всѣхъ летучихъ соединеній; а во-вторыхъ, методъ для опредѣленія максимальныхъ значеній атомныхъ вѣсовъ заключающихся въ этихъ соединеніяхъ элементовъ; ибо, очевидно, что въ каждой молекулѣ долженъ заключаться, по крайней мѣрѣ, одинъ атомъ каждаго изъ входящихъ въ соединеніе элементовъ. Но ни двумъ послѣднимъ химикамъ, ни позже того Cannizzaro не удалось дать простого правила для опредѣленія атомныхъ вѣсовъ, которое бы могло примѣняться во всѣхъ случаяхъ. Атомный вѣсъ углерода, игравшій главную роль въ реформѣ Laurent'a и Gerhardt'a, составлялъ исключеніе изъ правила Dulong'a и Petit; а между тѣмъ, это правило Cannizzaro, при общемъ одобреніи, считалъ наиболѣе существеннымъ. Но гипотеза можетъ оставаться полезной, не будучи совершенной. Такъ, атомная гипотеза въ рукахъ такихъ химиковъ, какъ Wurtz, Hofmann, Williamson, Frankland, Kekulé и Bayer а также при блестящемъ и весьма существенномъ, хотя и невольномъ содѣйствіи Berthelot и Kolbe, служила инструментомъ для построенія современной органической химіи. Она даетъ химикамъ непредвидѣнную власть надъ элементами. Синтезъ не только естественныхъ органическихъ соединеній, но и безконечнаго числа новыхъ, казалось, увеличивалъ могущество химіи. Въ этотъ моментъ развитія атомистической теоріи Манчестеру суждено было снова сыграть видную роль. Опубликованная въ 1852 году Frankland'омъ теорія атомности, основанная на изслѣдованіяхъ органо-металлическихъ тѣлъ, была создана въ Манчестерѣ, въ Колледжѣ Owen'a, гдѣ Frankland былъ тогда профессоромъ. Роль изслѣдованій Frankland'a (которыя сперва были не замѣчены химиками) была слѣдующая: они заставили его друга и помощника, Kolbe, оставить Berzelius'ову теорію связей, и привели его къ созданію формулъ „строенія“ для главныхъ алькильныхъ соединеній; формулы эти такъ мало отли-

*) Самъ же Gmelin въ своемъ руководствѣ химіи склоняется въ пользу атомистической теоріи.

**) „Равные объемы всѣхъ газовъ, при одних и тѣхъ же условіяхъ температуры и объема, содержатъ равное число молекулъ“.

чаются отъ нашихъ, что, при ихъ помощи, можно было предсказать существованіе вторичнаго и третичнаго алкоголя. Формулы Kolbe, съ атомными вѣсами Gerhardt'а, въ свою очередь, привели необходимымъ образомъ къ великой теоріи Kekulé о четырехатомности углерода и о сцѣпленіяхъ атомовъ, которая нынѣ разсматривается, какъ основная теорія органической химіи.

Въ 1875 году открываются новые горизонты. Уже Wollaston въ 1808 году, по поводу теоріи Dalton'а, предсказалъ, что „однихъ ариѳметическихъ соотношеній не будетъ достаточно, чтобы объяснить взаимодѣйствіе атомовъ, и намъ придется прибѣгнуть къ геометрической идеѣ объ ихъ взаимномъ расположеніи въ трехмѣрномъ пространствѣ". Le Bel и van't Hoff своими изслѣдованіями объ „асимметріи" атома углерода создали новую „химію въ пространствѣ" *(стереохимію)*; однимъ изъ замѣчательнѣйшихъ ея результатовъ является изящный синтезъ сахара, выполненный Emil'емъ Fischer'омъ и его учениками. Недавно проф. Pope распространилъ эти новыя идеи и на неорганическую химію и получилъ блестящіе результаты.

Но именно исключительность такихъ успѣшныхъ результатовъ, какъ въ работахъ проф. Pope, указываетъ на тотъ фактъ, что непосредственная польза отъ примѣненія атомистической теоріи въ неорганической химіи сравнительно мала. Что, напримѣръ, можетъ сказать намъ теорія атомности о такомъ рядѣ соединеній, какъ открытіе Roscoe хлористыя соединенія вольфрама? Но если атомистическая теорія сравнительно и мало помогла намъ при изслѣдованіи состава неорганическихъ соединеній *), то зато она дала намъ возможность открывать новые неорганическіе элементы. То обстоятельство, что къ элементамъ отнесены извѣстныя числа—эквиваленты или атомные вѣса—возбудило, естественнымъ образомъ, размышленія объ ариѳметическихъ соотношеніяхъ между ними. Многія изъ этихъ размышленій, какъ, напримѣръ, оригинальныя идеи Prout'а (въ 1815 г.) и болѣе современныя разсужденія Dr. Henry Wilde (изъ Манчестера), навѣяны увлекательной проблемой объ единствѣ всей матеріи. Суть ли элементы въ самомъ дѣлѣ лишь соединенія одной первоначальной матеріи—*протила* грековъ, снова вызваннаго къ жизни Prout'омъ и сэромъ W. Crookes'омъ? Если да, то атомные вѣса элементовъ должны имѣть нѣкоторую общую мѣру. Громадный трудъ былъ потраченъ для точнаго опредѣленія атомныхъ вѣсовъ такими химиками, какъ Stas, Marignac, Richards и мн. др.; при этомъ конечною цѣлью служило разрѣшеніе вопроса о первоначальномъ веществѣ. Также безконечное количество труда было потрачено на критику и точное вычисленіе ре-

*) Изслѣдованія Divers'а и Raschig'а о нѣкоторыхъ сѣрнистыхъ и азотистыхъ соединеніяхъ можно разсматривать, какъ примѣръ того, что можетъ быть сдѣлано въ этомъ направленіи.

зультатовъ этихъ экспериментальныхъ работъ; этимъ занимались, главнымъ образомъ, Meyer и Seubert, а прежде всего проф. F. W. Clarke, который на празднествѣ столѣтія атомной теоріи читалъ лекцію въ Манчестерскомъ Литературномъ и Философскомъ Обществѣ.

Но, несмотря на очевидность нѣкоторыхъ числовыхъ соотношеній, химики не склонны признать существованіе точной формулы, которая бы давала числовой рядъ, соотвѣтствующій ряду атомныхъ вѣсовъ.

Болѣе плодотворныхъ результатовъ добились разсужденія, которыя не ставили себѣ столь претенціозной цѣли. Схемы Lothar'а Meyer'а и Менделѣева распредѣляютъ элементы по порядку ихъ атомныхъ вѣсовъ въ особаго рода шахматную доску, при чемъ элементы одного и того же столбца сходны по своимъ свойствамъ другъ съ другомъ. Эти схемы предсказали существованіе новыхъ элементовъ, соотвѣтствовавшихъ пустымъ клѣткамъ шахматной доски. Не предсказанные же новые элементы, какъ-то замѣчательные ряды, открытые сэромъ William'омъ Ramsay'емъ и лордомъ Rayleigh'емъ, были распредѣлены въ расширенной для нихъ шахматной доскѣ.

Въ послѣднее время неорганическая химія стала развиваться со стороны, болѣе близкой къ физикѣ. Въ большомъ числѣ сочиненій, главнымъ образомъ, въ приложеніяхъ термодинамики къ химіи (въ частности, напримѣръ, въ работахъ Williard'a Gibbs'a, недавно скончавшагося), атомистическая теорія не принимается во вниманіе или ею пользуются лишь весьма мало. Тѣмъ не менѣе, въ обширныхъ изслѣдованіяхъ теоріи растворовъ, созданной van't Hoff'омъ, Arrhenius'омъ и Ostwald'омъ, необходимо было воспользоваться теоріей *іоновъ;* послѣднюю же нельзя разсматривать, какъ независимую отъ атомистической. Далѣе, въ своей послѣдней книгѣ по неорганической химіи проф. Ostwald пользуется „выраженіями атомистической гипотезы для экономіи, такъ какъ они употребительны въ современномъ языкѣ".

Въ предыдущемъ атомная гипотеза разсматривалась съ точки зрѣнія ея полезности. О цѣлесообразности ея въ химіи не можетъ возникнуть никакихъ сомнѣній. Она даетъ намъ возможность кратко описывать сложныя химическія явленія. Напримѣръ, формула $CH_3.C.OOH$ моментально напоминаетъ химику о цѣломъ рядѣ свойствъ уксусной кислоты. Но, спроситъ читатель, не представляетъ ли собой атомистическая теорія нѣчто большее, чѣмъ просто цѣлесообразную схему? Не соотвѣтствуетъ ли она дѣйствительности?

Этотъ вопросъ недавно подвергся обсужденію какъ людей науки, такъ и философовъ *). Одна изъ школъ считаетъ, что

*) См. напр. книгу проф. James'a Ward'a *„Naturalism and Agnosticism";* 1899.

экспериментальная наука въ состоянiи дать въ результатѣ обобщенiя, которымъ присуща абсолютная достовѣрность; нѣкоторые изъ представителей этой школы не преминули даже высказать утвержденiе, что атомистическая теорiя абсолютно достовѣрна. Сэръ Arthur Rücker заключилъ свою блестящую рѣчь, обращенную къ Британской Ассоцiацiи (въ 1901 году), заявленiемъ: „Мы вправѣ утверждать—до тѣхъ поръ, пока никакая другая гипотеза, могущая конкурировать съ атомной, не изобрѣтена—, что основное построенiе нашей (т. е. атомной) теорiи—достовѣрная истина. Атомы—это не только вспомогательная функцiя для математика, но физическая реальность". Именно, въ этой положительности утвержденiя сэра Arthur'а Rücker'а можно усмотрѣть остатокъ тѣни сомнѣнiя о существованiи атома. Во всякомъ случаѣ, лордъ Kelvin въ рѣчи, произнесенной вскорѣ послѣ того, говоритъ, что у него такихъ сомнѣнiй нѣтъ.

Тѣмъ не менѣе, существуетъ еще другая школа, ведущая свое начало уже съ давнихъ временъ, хотя ея основателемъ принято считать Kirchhoff'а (изобрѣвшаго, вмѣстѣ съ Bunsen'омъ, спектральный анализъ) и его учениковъ Mach'а и Ostwald'а въ Германiи и Karl'а Pearson'а въ Англiи. Согласно ученiю этой школы, разсужденiя о „причинахъ" и о непреложной истинѣ не дѣло экспериментальной науки. По мнѣнiю Kirchhoff'а, предметомъ науки служитъ описанiе явленiй природы возможно простымъ образомъ. Если какая-либо теорiя, въ родѣ атомной, помогаетъ намъ описывать наблюдаемыя явленiя наиболѣе просто, равно какъ и открывать новыя, то мы въ правѣ широко пользоваться ею. Но такъ какъ существованiе атомовъ не можетъ быть непосредственно провѣрено *), то, съ точки зрѣнiя этой школы, нѣтъ смысла задаваться вопросомъ о достовѣрности атомной теорiи. Очевидно, наука теряетъ при этомъ права на непреложность, на которой такъ упорно настаивала старая и болѣе ортодоксальная школа; ибо наши простыя описанiя должны будутъ, можетъ быть, когда-нибудь уступить мѣсто болѣе широкимъ и болѣе простымъ. И очень трудно было бы, въ самомъ дѣлѣ, доказать, что какая-нибудь теорiя достигла maximum'а простоты въ дѣлѣ резюмированiя извѣстнаго цикла фактовъ.

Самоотрицающiй законъ Kirchhoff'а оставляетъ въ области науки, безъ сомнѣнiя, болѣе широкое поле открытымъ для метафизиковъ. Но *qui trop embrasse mal étreint;* и ограниченiе правъ науки, поборникомъ котораго онъ является, можетъ усилить ее въ ея очищенныхъ отъ посторонняго баласта рамкахъ.

Атомистическая теорiя обладаетъ длинной и почтенной исторiей; „твердыя, непроницаемыя" частички Ньютона были по-

---

*) Сэръ A. Rücker говоритъ въ вышеупомянутой рѣчи: „Никакой физикъ, ни химикъ не въ состоянiи добыть отдѣльный атомъ, освобожденный отъ остальныхъ, и показать, что онъ обладаетъ элементарнымъ количествомъ вещества".

рождены Іонійской философіей пятаго вѣка до Рожд. Хр. Сто лѣтъ тому назадъ геній Dalton'a далъ атомистической теоріи новый толчокъ, показавъ ея цѣлесообразность; и съ тѣхъ поръ теорія эта находится въ непрерывномъ, еще не законченномъ развитіи. Въ настоящее время мы разсматриваемъ ее либо какъ абсолютно достовѣрную истину, не могущую исчезнуть изъ науки, либо, что еще лучше, какъ механизмъ, служащій для классификаціи и объединенія нашихъ мыслей; онъ можетъ быть, въ такомъ случаѣ, когда-либо позже замѣненъ другимъ механизмомъ, еще болѣе совершеннымъ.

Итакъ, человѣчество должно считать Dalton'a однимъ изъ величайшихъ мужей міра.

О безпредѣльномъ убываніи остатковъ при исканіи наибольшей общей мѣры двухъ величинъ въ случаѣ ихъ несоизмѣримости.

М. Бритмана.

Имѣются двѣ однородныя величины a и b. Станемъ отыскивать ихъ наибольшую общую мѣру обычнымъ способомъ, т. е. укладываніемъ меньшей величины въ большей, перваго остатка въ меньшей величинѣ, второго остатка въ первомъ и т. д. Остатки будутъ послѣдовательно уменьшаться, и, если величины a и b несоизмѣримы, т. е. не имѣютъ общей мѣры, то рядъ послѣдовательныхъ остатковъ безконеченъ. Въ этомъ ряду каждый остатокъ меньше любого изъ предыдущихъ—это очевидно. Докажемъ, что остатки убываютъ безпредѣльно, т. е. что мы можемъ получить такой остатокъ, который меньше произвольной, напередъ заданной величины, какъ бы мала она ни была.

Обозначивъ черезъ r_n, r_{n+1}, r_{n+2} три послѣдовательныхъ остатка (n цѣлое число, указывающее номеръ остатка по порядку), будемъ имѣть $r_n = kr_{n+1} + r_{n+2}$, гдѣ k нѣкоторое положительное цѣлое число. Отсюда понятно, что $r_n \geqq r_{n+1} + r_{n+2}$, а такъ какъ $r_{n+2} < r_{n+1}$, то $r_n > 2r_{n+2}$, откуда получаемъ $r_{n+2} < \frac{r_n}{2}$. Давъ въ этомъ неравенствѣ буквѣ n значенія 1, 3, 5, 7, ..., p (p нечетное число), найдемъ рядъ неравенствъ

$$r_3 < \frac{r_1}{2};\ r_5 < \frac{r_3}{2} < \frac{r_1}{2^2};\ r_7 < \frac{r_5}{2} < \frac{r_1}{2^3};\ \ldots,\ r_p < \frac{r_1}{2^{\frac{p-1}{2}}}.$$

Легко сообразить, что $r_1 < \frac{a}{2}$, а потому $r_p < \frac{a}{2^{\frac{p+1}{2}}}$. Считая очевиднымъ, что величина $\frac{a}{2^q}$ при q цѣломъ и безпредѣльно возрастающемъ можетъ быть сдѣлана меньше всякой заданной величины, и зная, что p можетъ быть дано какое угодно большое нечетное значеніе, заключаемъ, что существуетъ остатокъ, меньшій заданной величины, какъ бы мала она ни была.

Приведемъ теперь другое доказательство того же самаго. Допустимъ, что мы дошли до нѣкотораго остатка x, который больше величины m, гдѣ m произвольно заданная постоянная величина. Докажемъ, что мы можемъ дойти до остатка, меньшаго величины m. Дѣля величину x послѣдовательно на 2, 3, 4 и т. д. частей, мы, очевидно, найдемъ такое цѣлое число p, что $\frac{x}{p} \geqq m$ и $\frac{x}{p+1} < m$. Пусть слѣдующій за x остатокъ будетъ y, который, конечно, меньше x. Если y окажется меньше величины m, то требуемое доказано. Если же y не меньше m, то разсуждаемъ слѣдующимъ образомъ. Для y можно найти нѣкоторое цѣлое число q такое, что $\frac{y}{q} \geqq m$ и $\frac{y}{q+1} < m$. Легко убѣдиться, что q не больше p. Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ $\frac{x}{p+1} < m$ и $y < x$, то $\frac{y}{p+1} < m$. Принимая во вниманіе, что $\frac{y}{q} \geqq m$, находимъ $\frac{y}{p+1} < \frac{y}{q}$, откуда заключаемъ, что $q < p+1$ или, что то же, $q \leqq p$. Далѣе легко сообразить, что $x-y<(p+1)m-qm$, или $x-y<(p-q+1)m$. Слѣдующій за y остатокъ обозначимъ буквою z. Понятно, что $z=x-ky$, гдѣ k нѣкоторое цѣлое число. Отсюда видимъ, что $z \geqq x-y$, а потому $z<(p-q+1)m$.

Здѣсь разсмотримъ два случая: 1) $q=p$ и 2) $q<p$. Если $q=p$, то $z<m$, и теорема доказана. Пусть теперь $q<p$, тогда $z<pm$. Примѣняя къ остатку z, если онъ меньше pm, но больше m, тѣ же разсужденія, какія относились къ x, мы убѣдимся, что дойдемъ или до остатка, меньшаго m, или же до остатка, хотя и бо́льшаго или равнаго m, но меньшаго $(p-1)m$. Ясно, что всегда мы, рано или поздно, дойдемъ до остатка, меньшаго величины m.

Второе доказательство, какъ легко замѣтить, основано на той теоремѣ, что, если величина A больше величины B, то всегда можно найти нѣкоторое цѣлое положительное число n, удовлетворяющее условіямъ $\frac{A}{n} \geqq B$ и $\frac{A}{n+1} < B$. Эта же теорема, въ свою очередь, основана на допущеніи, что при S цѣломъ и безпредѣльно—возрастающемъ величина $\frac{A}{S}$ безпредѣльно убываетъ.

Первое доказательство заимствовано, второго же я еще нигдѣ не встрѣчалъ. *).

---

*) Въ обычномъ изложеніи нахожденія общей мѣры и отношенія несоизмѣримыхъ отрѣзковъ важная сторона дѣла, разбираемая авторомъ, игнорируется, что, несомнѣнно, представляетъ собой пробѣлъ. Что касается двухъ принциповъ, на которыхъ основываются два доказательства, то они сводятся одинъ къ другому.

Прим. Ред.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Къ столѣтію со дня рожденія Румкорфа. Въ нынѣшнемъ году въ Ганноверѣ, родномъ городѣ Даніэля Румкорфа, было торжественно отпраздновано столѣтіе со дня рожденія знаменитаго изобрѣтателя, который, подобно многимъ другимъ, не былъ оцѣненъ на родинѣ своими соотечественниками и вынужденъ былъ отправиться въ чужія страны. Въ виду великихъ заслугъ, оказанныхъ имъ электротехникѣ, приведемъ здѣсь краткій очеркъ жизни этого изобрѣтателя. Генрихъ-Даніэль Румкорфъ родился 15 января 1803 года. Сынъ богатаго бюргера города Ганновера, онъ вынужденъ былъ поступить мальчикомъ въ ученіе къ одному токарю, гдѣ, по всему вѣроятію, положилъ основаніе своимъ механическимъ познаніямъ. Годы странствованія привели его чрезъ Штутгардъ въ Парижъ и Лондонъ. Тамъ, собственно, началось его ученіе по механикѣ и тамъ же, надо полагать, онъ почерпнулъ главнѣйшія знанія по электричеству. Этому много способствовалъ случай, давшій Румкорфу возможность слушать лекціи Фарадея, Деви и Герщеля и расширить кругъ своихъ знаній сношеніями съ такими выдающимися физиками, какъ Біо, Бекерель, Физо и другіе. Въ Румкорфѣ, повидимому, была сильно развита любовь къ путешествію, такъ какъ въ 1827 году онъ намѣревался отправиться чрезъ свой родной городъ въ Россію. Благодаря опозданію судна, съ которымъ онъ долженъ былъ отправиться, Румкорфъ избѣжалъ крушенія; затѣмъ онъ нѣкоторое время провелъ въ Германіи, но для завершенія своего образованія возвратился въ Парижъ, гдѣ въ возрастѣ 36 лѣтъ отъ роду со скромными средствами устроился самостоятельно. Въ занятіяхъ у него не было недостатка, такъ какъ, благодаря умѣнію и солидной работѣ, онъ пріобрѣлъ расположеніе къ себѣ всѣхъ выдающихся Парижскихъ физиковъ. Въ 1842 году имя Румкорфа впервые появилось въ отчетахъ французской академіи, и съ тѣхъ поръ онъ пріобрѣталъ все бо́льшее уваженіе въ центрѣ умственной жизни Франціи. Пребываніе Румкорфа въ Парижѣ прерывалось лишь на нѣкоторое время въ годы войны 1870—1871 г.г., такъ какъ ему приходилось испытывать затрудненія по поводу его германскаго происхожденія, и онъ долженъ былъ возвратиться на родину, гдѣ и умеръ въ 1803 году.

Безсмертную славу Румкорфъ пріобрѣлъ пользующимся всеобщею извѣстностью и обширнымъ примѣненіемъ приборомъ, названнымъ его именемъ и еще по сегодня сохранившимъ свою первоначальную форму. Индуктивная катушка, предшественникъ трансформатора, была устроена Румкорфомъ въ 1851 году и затѣмъ настолько усовершенствована, что, съ ея помощью, удавалось получать искры длиною до 40 сантиметровъ. Этотъ приборъ вызвалъ такую сенсацію на Парижской выставкѣ 1855 года, что Румкорфъ, по предложенію и рекомендаціи первѣйшихъ ученыхъ, какъ Понселэ, Моренъ, Понилэ и др., получилъ высшую награду на выставкѣ и, кромѣ того, былъ награжденъ орденомъ Почетнаго Легіона. Въ 1864 году Румкорфу была еще присуждена учрежденная Наполеономъ I премія Вольты въ размѣрѣ 50,000 франковъ. Докладчикомъ комиссіи, въ составъ которой входили между прочимъ Бекерель, Реньо и Жаменъ, былъ Дюма; присужденіе преміи послѣдовало единогласно. Такимъ образомъ, Румкорфъ въ своей карьерѣ пользовался признаніемъ и почестями. Во всю свою жизнь онъ оставался простымъ, скромнымъ и бѣднымъ. Наука была его идеаломъ, которому онъ приносилъ въ жертву все свое существованіе и которому онъ служилъ всѣмъ своимъ знаніемъ и безкорыстно до конца своей жизни.

(„П.-Т. Ж.“).

Безпроводный телеграфъ на мысѣ Ла-Гагъ. Въ послѣднее время большое вниманіе заграничной печати было обращено на станціи безпроводнаго телеграфа на мысѣ Ла-Гагъ. Въ виду всеобщаго интереса, вызваннаго этою станціею, собщаемъ о ней нѣкоторыя болѣе точныя свѣдѣнія.

Станція Ла-Гагъ является въ одно и то же время самою полною по совершенству устройства и наиболѣе мощною изъ всѣхъ существующихъ установокъ этого рода. Иниціаторами и устроителями ея были: Э. Бранли и Б. Поппъ, директоръ французскаго общества безпроводной телеграфіи. Она была устроена согласно желанію, выраженному начальникомъ французскихъ почтъ и телеграфовъ.

Расположенной на сѣверо-восточной оконечности полуострова Котантена, недалеко отъ Шербурга, въ превосходно для этой цѣли избранномъ пунктѣ, господствующемъ надъ всѣмъ Ламаншемъ и въ то же время надъ входомъ въ Атлантическій океанъ и въ Сѣверное море, посрединѣ одного изъ наиболѣе оживленныхъ морскихъ путей,—этой станціи, очевидно, предстоитъ выдающееся значеніе въ будущемъ, когда безпроволочный телеграфъ сдѣлается окончательно общественнымъ средствомъ сообщенія. Съ каждымъ днемъ выясняется все болѣе важность его съ точки зрѣнія государственной обороны и безопасности для мореплаванія.

При сооруженіи названной станціи не жалѣли никакихъ средствъ для того, чтобы она оказалась на высотѣ своего назначенія и, благодаря этому, станція Ла-Гагъ, по нѣкоторымъ отзывамъ, можетъ считаться образцовою. Она состоитъ изъ трехъ мачтъ, высотою въ 38 метровъ каждая, образующихъ треугольникъ со сторонами въ 40 метровъ, посрединѣ котораго находится собственно зданіе станціи изъ четырехъ комнатъ, въ самой большой изъ коихъ установлены передаточные и пріемные аппараты съ измѣрительными приборами. Во второй комнатѣ находятся электровозбудители для заряженія батарей аккумуляторовъ, расположенныхъ въ третьей комнатѣ. Наконецъ, четвертая комната служитъ помѣщеніемъ для техниковъ, исполняющихъ здѣсь постоянную дневную и ночную службу. Упомянутыя три мачты соединяются между собою двадцать одною проволокою изъ мѣди, въ 48 метровъ длины, сходящимися наподобіе большой паутины передъ вводомъ въ станцію. Эта сѣть способна воспринять сто тридцать разрядовъ въ секунду, и такимъ образомъ чрезъ ихъ посредство посылаются и передаются въ пространство электрическія волны. Въ свою же очередь, при помощи этой сѣтки получаются также невидимымъ образомъ свѣдѣнія, посылаемыя съ любой точки въ окнужности на разстояніе 500, 600 и даже 750 километровъ, безразлично, по какой бы системѣ безпроводнаго телеграфа ни передавалась телеграмма. Къ тому же, указанное разстояніе еще не составляетъ максимальнаго предѣла передачи; судя по всему, есть полное основаніе предполагать, что, при увеличеніи силы и чувствительности дѣйствующихъ приборовъ, можно продолжить передачу до безконечности, такъ что современемъ удастся, пройдя все пространство океана, достигнуть американскаго берега.

Станція приспособлена одинаково какъ для передачи, такъ и для пріема телеграммъ на одинаковое въ томъ и другомъ случаѣ разстояніе. Въ настоящее время она не имѣетъ практическаго назначенія и служитъ главнѣйшимъ образомъ для производства въ болѣе обширныхъ размѣрахъ опытовъ въ области безпроволочной телеграфіи, и поэтому инженеры названнаго выше французскаго общества не предаютъ гласности результатовъ своихъ работъ. Покуда извѣстно лишь, что всѣ свѣдѣнія, обмѣниваемыя какъ между станціями безпроводнаго телеграфа, расположеннаго по англійскому берегу пролива Ламаншъ, такъ и по берегамъ Ирландскаго моря, а равно и между находящимися въ пути судами, получаются на станціи Ла-Гагъ. Достигается это, главнымъ образомъ, благодаря новому усовершенствованному радіо-кондуктору Бранли, въ соединеніи съ усовершенствованными же синтонизирующими аппаратами, регулируемыми на любую длину волны.

Нужно замѣтить, что станція эта вызвала нѣкоторыя серьезныя недоразумѣнія, настоящая причина которыхъ осталась еще невыясненною, и которыя, можно полагать, привели къ заявленію правительствомъ своихъ монопольныхъ правъ на безпроводный телеграфъ. Это затормозило дальнѣйшій ходъ испытаній при неопредѣленности положенія общества.

(„Почт.-Тел Ж.“).

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 388 (4 сер.). Даны три прямыя и на нихъ по точкѣ A, B и C. Отыскать на данныхъ прямыхъ еще по точкѣ X, Y и Z такъ, чтобы отношенія $AX:BY$ и $AX:CZ$, а также уголъ YXZ имѣли данныя значенія.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 389 (4 сер.). Площадь кругового сектора, имѣющаго постоянный периметръ, достигаетъ maximum'а. Найти радіусъ и уголъ между крайними радіусами этого сектора.

Л. Ямпольскій (Braunschweig).

№ 390 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x(u+a)=y(u+b)=z(u+c)=1,$$

$$x^2+y^2+z^2=2xyzu,$$

гдѣ a, b и c—данныя числа.

Евг. Григорьевъ (Казань).

№ 391 (4 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$2^{\frac{x-y}{y}}-1{,}5y=1.$$

Г. Оганянцъ (Москва).

№ 392 (4 сер.). Представить выраженіе

$$2bc(\cos A+1)+2ca(\cos B+1)+2ab(\cos C+1),$$

гдѣ a, b, c—стороны и A, B, C соотвѣтственно противолежащіе углы треугольника, въ видѣ квадрата цѣлаго относительно a, b и c многочлена.

И. Плотникъ (Одесса).

№ 393 (4 сер.). Двѣ собирательныя чечевицы съ главными фокусными разстояніями F и F' центрированы на разстояніи D другъ отъ друга. На общей главной оси желаютъ помѣстить предметъ такъ, чтобы чечевицы дали два дѣйствительныхъ и равныхъ изображенія. Гдѣ долженъ быть помѣщенъ этотъ предметъ и сколько рѣшеній имѣетъ задача?

(Заимств.) *М. Гербановскій.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 310 (4 сер.). *Опредѣлить* maximum *функціи*

$$u=\sin^2(x+y)\cos(x-y)+\sin^2(x-y)\cos(x+y)$$

при условіи

$$\sin^2x+\sin^2y=m,$$

гдѣ m—*данное число.*

Пользуясь извѣстной формулой $\sin a\cos b=\frac{1}{2}\cdot[\sin(a+b)+\sin(a-b)]$, приводимъ функцію u послѣдовательно къ виду:

$$u=\sin(x+y).[\sin(x+y)\cos(x-y)]+\sin(x-y).[\sin(x-y)\cos(x+y)]=$$

$$=\frac{1}{2}\sin(x+y)(\sin2x+\sin2y)+\frac{1}{2}\sin(x-y)(\sin2x-\sin2y)=$$

$$=\frac{1}{2}\{\sin2x[\sin(x+y)+\sin(x-y)]+\sin2y[\sin(x+y)-\sin(x-y)]\}=$$

$$=\frac{1}{2}(\sin2x.2\sin x\cos y+\sin2y.2\sin y\cos x)=$$

$$=\sin2x.\sin x\cos y+\sin2y.\sin y\cos x=2\sin^2x\cos x\cos y+2\sin^2y\cos x\cos y=$$

$$=2\cos x\cos y(\sin^2x+\sin^2y)\qquad(1),$$

или, такъ какъ по условію $\sin^2x+\sin^2y=m$ (2), —

$$u=2m\cos x\cos y,$$

откуда

$$u^2=4m^2\cos^2x\cos^2y\qquad(3).$$

Вычитая обѣ части равенства (2) изъ 2, находимъ:

$$\cos^2x+\cos^2y=2-m\qquad(4).$$

Такимъ образомъ, сумма перемѣнныхъ величинъ $\cos^2x$ и $\cos^2y$ есть величина постоянная, а потому произведеніе $\cos^2x\cos^2y$ (см. (3)) и, вмѣстѣ съ тѣмъ, u достигаетъ maximum'a при условіи (см. (4)) $\cos^2x=\cos^2y=1-\frac{m}{2}$, а потому наибольшее значеніе u^2 равно (см. (3)) $4m^2\left(1-\frac{m}{2}\right)^2$.

Слѣдовательно, maximum u равенъ

$$2m\left(1-\frac{m}{2}\right)=m(2-m)\qquad(4).$$

Рѣшеніе нуждается еще въ нѣкоторыхъ дополнительныхъ замѣчаніяхъ. Пользуясь равенствомъ (3), мы предполагали, что u^2 и u обѣ положительны; но изъ равенства (1) видно, что $u>0$, если $\cos x$ и $\cos y$ одного знака, что не противорѣчитъ условію maximum'a функціи u^2, а именно, $\cos^2x=\cos^2y=$ $=1-\frac{m}{2}$ (дѣйствительно, стоитъ лишь положить $\cos x=\cos y=\sqrt{1-\frac{m}{2}}$, и тогда $\cos x$ и $\cos y$ будутъ навѣрно одного знака). Замѣтимъ еще, что при рѣшеніи задачъ на maxim'a и minim'a разсматриваютъ лишь дѣйствительныя значенія функціи при дѣйствительныхъ значеніяхъ перемѣнныхъ. При этомъ ограниченіи $1>\cos^2x>0$, $1>\cos^2y>0$; слѣдовательно, равенство (4) или равносильное ему равенство $\sin^2 x+\sin^2 y=m$ возможно лишь при $2>m>0$, а потому равенства $\cos x=\cos y=\sqrt{1-\frac{m}{2}}$, дающія условія maximum'a, допускаютъ геометрическое рѣшеніе; кромѣ того, условіе $m<2$ показываетъ, что, опредѣляя величину maximum'a *и* извлеченіемъ корня (см. (4)), мы правильно выбрали знакъ.

Л. Ямпольскій (Braunschweig); *И. Плотникъ* (Одесса); *Г. Оганянцъ* (Эривань).

№ **316** (4 сер.). *Показать, что при*

$$x+y+z=0$$

частныя, полученныя отъ дѣленія выраженія $30(x^7+y^7+z^7)$ *на каждый изъ трехчленовъ*

$$x^2+y^2+z^2;\quad x^3+y^3+z^3;\quad x^4+y^4+z^4,\quad x^5+y^5+z^5,$$

могутъ быть представлены въ видѣ цѣлыхъ относительно x, y *и* z *многочленовъ съ цѣлыми коэффиціентами.*

Разсмотримъ раньше два числа α и β, удовлетворяющія равенству

$$1+\alpha+\beta=0 \qquad (1).$$

Тогда, пользуясь равенствомъ (1) и формулой бинома Ньютона, находимъ:

$$1+\alpha^7+\beta^7=1+\alpha^7-(1+\alpha)^7=-7(\alpha+3\alpha^2+5\alpha^3+5\alpha^4+3\alpha^5+\alpha^6) \qquad (2),$$

$$1+\alpha^2+\beta^2=1+\alpha^2+(1+\alpha)^2=2(1+\alpha+\alpha^2) \qquad (3),$$

$$1+\alpha^3+\beta^3=1+\alpha^3-(1+\alpha)^3=-3(\alpha+\alpha^2) \qquad (4),$$

$$1+\alpha^4+\beta^4=1+\alpha^4+(1+\alpha)^4=2(1+2\alpha+3\alpha^2+2\alpha^3+\alpha^4) \qquad (5),$$

$$1+\alpha^5+\beta^5=1+\alpha^5-(1+\alpha)^5=-5(\alpha+2\alpha^2+2\alpha^3+\alpha^4) \qquad (6).$$

Перемножая почленно равенства (3) и (6), а затѣмъ (4) и (5), послѣ раскрытія скобокъ и приведенія во вторыхъ частяхъ, получимъ:

$$(1+\alpha^2+\beta^2)(1+\alpha^5+\beta^5)=-10(\alpha+3\alpha^2+5\alpha^3+5\alpha^4+3\alpha^5+\alpha^6),$$

$$(1+\alpha^3+\beta^3)(1+\alpha^4+\beta^4)=-6(\alpha+3\alpha^2+5\alpha^3+5\alpha^4+3\alpha^5+\alpha^6),$$

откуда

$$3.10[-7(\alpha+3\alpha^2+5\alpha^3+5\alpha^4+3\alpha^5+\alpha^6)]=3.7(1+\alpha^2+\beta^2)(1+\alpha^5+\beta^5);$$

$$5.6[-7(\alpha+3\alpha^2+5\alpha^3+5\alpha^4+3\alpha^5+\alpha^6)]=5.7(1+\alpha^3+\beta^3)(1+\alpha^4+\beta^4),$$

или (см. (2)):

$$30(1+\alpha^7+\beta^7)=21(1+\alpha^2+\beta^2)(1+\alpha^5+\beta^5) \qquad (7),$$

$$30(1+\alpha^7+\beta^7)=35(1+\alpha^3+\beta^3)(1+\alpha^4+\beta^4) \qquad (8).$$

Пусть теперь $x+y+z=0$ (9), откуда $1+\frac{y}{x}+\frac{z}{x}=0$. Полагая въ равенствахъ (7) и (8) $\alpha=\frac{y}{x}$ и $\beta=\frac{z}{x}$ и умножая каждое изъ этихъ равенствъ на x^7, убѣждаемся, что изъ равенства (9) вытекаютъ равенства

$$30(x^7+y^7+z^7)=21(x^2+y^2+z^2)(x^5+y^5+z^5),$$

$$30(x^7+y^7+z^7)=35(x^3+y^3+z^3)(x^4+y^4+z^4),$$

откуда видно, что, при условіи (9), частныя отъ дѣленія выраженія $30(x^7+y^7+z^7)$ на $x^2+y^2+z^2$, $x^3+y^3+z^3$, $x^4+y^4+z^4$, $x^5+y^5+z^5$ равны соотвѣтственно $21(x^5+y^5+z^5)$, $35(x^4+y^4+z^4)$, $35(x^3+y^3+z^3)$, $21(x^2+y^2+z^2)$.

И. Плотникъ (Одесса); *Г. Огановъ* (Эривань); *Н. Сагателовъ* (Шуша).

№ 318 (4 сер.). *Въ данномъ кругѣ провести хорду* AB *перпендикулярно къ данной прямой* MN *такъ, чтобы хорда* AB *дѣлилась точкой встрѣчи* C *прямыхъ* AB *и* MN *въ данномъ отношеніи.*

Предполагая, что задача рѣшена, опустимъ изъ центра O круга перпендикуляръ OK на прямую AB, перпендикуляръ OP на прямую MN и затѣмъ перпендикуляръ BQ на прямую OP. Тогда, полагая $\frac{AC}{BC}=\frac{m}{n}$ и $m>n$, въ случаѣ внутренняго дѣленія хорды AB точкой C, имѣемъ:

$$\frac{AC}{m}=\frac{CB}{n}=\frac{AC+CB}{m+n}=\frac{AB}{m+n}=\frac{AB:2}{(m+n):2}=\frac{KB}{\frac{m+n}{2}}=\frac{KB-CB}{\frac{m+n}{2}-n}=\frac{KC}{\frac{m-n}{2}},$$

откуда

$$\frac{KC}{KB}=\frac{m-n}{m+n}=\frac{OP}{OQ} \quad (1).$$

Въ случаѣ внутренняго дѣленія, называя основаніе перпендикуляра, опущеннаго изъ точки B на прямую OP, черезъ Q' и сохраняя всѣ остальныя обозначенія, имѣемъ:

$$\frac{AC}{m}=\frac{BC}{n}=\frac{AC-BC}{m-n}=\frac{AB}{m-n}=\frac{KB}{\frac{m-n}{2}}=\frac{KB+BC}{\frac{m-n}{2}+n}=\frac{KC}{\frac{m+n}{2}},$$

откуда

$$\frac{KB}{KC}=\frac{OQ'}{OP}=\frac{m-n}{m+n} \quad (2).$$

Отсюда вытекаетъ построеніе: опустивъ перпендикуляръ OP на MN, откладываемъ на прямой OP въ направленіи OP отрѣзки OQ (или OQ'), удовлетворяющіе пропорціи (1) или (2), и проводимъ черезъ точки Q или Q' прямую L, параллельную MN; черезъ каждую изъ точекъ встрѣчи B прямой L съ окружностью опускаемъ перпендикуляръ BC на прямую MN и продолжаемъ его до встрѣчи въ другой точкѣ A съ окружностью; хорда AB есть искомая. Если прямая L не встрѣчаетъ окружности, задача невозможна. При $m=n$ равенства (1) и (2) также имѣютъ мѣсто, откуда видно, что внутреннее дѣленіе пополамъ хорды AB точкой C возможно лишь при $OP=0$, т. е. если прямая MN проходитъ черезъ центръ; тогда искомая хорда обращается въ діаметръ, перпендикулярный къ MN. Внѣшнее же дѣленіе въ отношеніи 1:1 даетъ (см. (2)) $OQ'=0$, т. е. хорда AB обращается въ отрѣзокъ, равный 0, образуемый соотвѣтственно въ точкѣ касанія касательными, проведенными въ точкахъ встрѣчи прямой OK, параллельной MN, съ окружностью.

Л. Ямпольскій (Одесса); *Н. Сагателовъ* (Шуша); *Я. Дубновъ* (Вильно).

Поправки.

Въ № 339 въ задачѣ № 299 (Е. Григорьева) во второмъ уравненіи напечатано y^2z^3; должно быть y^2z^2.

Въ № 352 фигуры №№ 7 и 8 замѣнены одна другой: фиг. 7 представляетъ собой Navicula craba при увеличеніи въ 500 разъ, а фиг. 8 изображаетъ тифозную бациллу при 1000-мъ увеличеніи.

Редакторы: **В. А. Циммерманъ** и **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса 27-го Октября 1903 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.

Обложка
пщется

Обложка
пщется