Обложка
ищется

Обложка
ищется

XXIX Сем. № 8.

Вѣстникъ Опытной Физики
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

30 Апрѣля № 344. 1903 г.

Жизнь и труды Н. Абеля.

Рѣчь, произнесенная И. Слешинскимъ въ годичномъ засѣданіи Общества Естествоиспытателей при Новороссійскомъ университетѣ 14-го марта 1903 года.

Въ сентябрѣ прошедшаго года Норвегія достойнымъ образомъ отпраздновала, при участіи ученыхъ всѣхъ странъ, столѣтіе дня рожденія величайшаго изъ своихъ мыслителей и одного изъ наиболѣе замѣчательныхъ математиковъ во всемъ мірѣ, Николая Генриха Абеля. Изданный по этому поводу меморіалъ *) содержитъ всѣ сохранившіяся письма Абеля, разные документы, касающіеся его дѣятельности, его біографію и оцѣнку его работъ.

Всякій, кто прочтетъ этотъ меморіалъ, навѣрное, испытаетъ обаяніе, производимое личностью великаго математика, соединявшаго въ удивительныхъ размѣрахъ глубину и силу ума съ простотой и благородствомъ характера.

*) Niels Henrik Abel. Mémorial publié à l'occasion du centenaire de sa naissance. Kristiania 1902.

Позвольте мнѣ въ настоящемъ краткомъ очеркѣ представить вамъ, по крайней мѣрѣ, нѣкоторые черты жизни и характера этого человѣка.

Жизнь Абеля необыкновенно проста съ внѣшней стороны. Родился онъ 5-го августа 1802 года въ Finnö, на одномъ изъ острововъ юго-запада Норвегіи, вблизи города Ставангера. Первымъ учителемъ его былъ отецъ — пасторъ, человѣкъ очень талантливый. 13 лѣтъ онъ поступилъ въ лицей Кристіаніи. Здѣсь до 16 лѣтъ онъ не обнаруживалъ особенныхъ дарованій. Но когда, въ концѣ 1817 года. появился въ лицеѣ новый учитель математики Holmboe, человѣкъ очень добросовѣстный и интересовавшійся своимъ предметомъ, то выдающіяся способности Абеля не замедлили обнаружиться. Уже на скамьѣ лицея онъ сталъ заниматься рѣшеніемъ труднѣйшихъ математическихъ вопросовъ. Это обстоятельство обратило на него вниманіе профессоровъ университета Кристіаніи, которые, въ виду его бѣдности, устроили складчину и содержали его въ теченіе университетскаго курса. На основаніи одной работы Абеля, профессора математики Rasmusen и Hansteen выхлопотали для него заграничную командировку въ Геттингенъ и Парижъ. Но, вмѣсто Геттингена, гдѣ Абель долженъ былъ слушать Gauss'а, онъ отправился въ 1825 году въ Берлинъ, гдѣ пріобрѣлъ друга въ лицѣ нѣмецкаго математика Crelle, составившаго себѣ извѣстность изданіемъ математическаго журнала. Послѣ Берлина онъ отправился въ 1826 году въ Парижъ, гдѣ представилъ академіи одинъ изъ наиболѣе замѣчательныхъ своихъ мемуаровъ. Не будучи въ состояніи дождаться отвѣта академіи (послѣдовавшаго черезъ 14 лѣтъ!), Абель вернулся въ Берлинъ, а оттуда въ 1827 году въ Кристіанію. Здѣсь первое время онъ жилъ въ большой нуждѣ, не имѣя возможности устроиться при университетѣ, такъ какъ единственную свободную профессуру занялъ въ его отсутствіе, по приглашенію университета, учитель и другъ его Holmboe. (Abel до конца жизни сохранилъ дружбу съ Holmboe. Послѣ смерти Abel'я Holmboe издалъ полное собраніе его сочиненій). Потомъ, однако, Абель былъ приглашенъ въ университетъ для временнаго замѣщенія Hansteen'а, уѣхавшаго для магнитныхъ изслѣдованій на два года въ Сибирь. На Рождествѣ 1828 года онъ уѣхалъ въ Froland вблизи г. Arendal'я, гдѣ жила его невѣста. По дорогѣ, будучи плохо одѣтъ, онъ простудился, заболѣлъ воспаленіемъ легкихъ, потомъ чахоткой. Подорванный матеріальными лишеніями и гигантской умственной работой организмъ не выдержалъ, и онъ умеръ 6-го апрѣля 1829 года, не достигши 27-лѣтняго возраста. Тотчасъ послѣ смерти пришло письмо отъ Crelle съ извѣщеніемъ о приглашеніи Абеля профессоромъ въ Берлинъ и увѣдомленіе отъ Парижской Академіи о присужденіи ему преміи за опубликованные труды. Великій Gauss, столь сдержанный въ своихъ сужденіяхъ и чувствахъ, писалъ Шумахеру, по поводу смерти Абеля, что наука въ лицѣ Абеля понесла большую утрату, и настоятельно просилъ достать для него портретъ Абеля и свѣдѣнія, касающіяся его жизни.

Такова внѣшняя сторона жизни Абеля. Постараемся теперь заглянуть во внутренній міръ этого замѣчательнаго человѣка.

Чтобы понять возвышенный образъ его мыслей, неутомимую энергію его научной дѣятельности и характеръ его открытій, необходимо остановиться на различныхъ условіяхъ, отъ которыхъ зависѣло его развитіе.

Время, къ которому принадлежитъ Абель, представляетъ для Норвегіи знаменательную эпоху, когда въ минуты крайняго истощенія страны, вслѣдствіе войны и голода, возникло въ концѣ 1809 года „общество для блага Норвегіи (Selskabet for Norges Vel), а въ 1811 году, на общественныя пожертвованія,—университетъ въ Кристіаніи. Когда, далѣе, послѣ того какъ Норвегія, въ силу Кильскаго мира, перешла отъ Даніи къ Швеціи, 17-го мая 1814 года Норвежцы приняли въ Eidsvold'ѣ конституцію, которую, какъ прочную основу своей независимости, мужественно, твердо и успѣшно отстаивали противъ притязаній Швеціи и ея королей.

Отецъ Абеля былъ однимъ изъ членовъ собранія въ Eidsvold'ѣ и защищалъ идею независимости Норвегіи. Николай Абель былъ въ то время 12-ти лѣтъ. Въ слѣдующемъ году онъ поступилъ въ лицей Кристіаніи, гдѣ находился подъ вліяніемъ Holmboe, искренняго патріота и стойкаго сторонника партіи N. Vergeland'а (отца извѣстнаго поэта)—этого пламеннаго защитника независимости Норвегіи. Такимъ образомъ, Абель жилъ въ эти ранніе годы въ сферѣ патріотическаго энтузіазма, поддерживаемаго борьбой общества за независимость Норвегіи. Мы видимъ его въ болѣе зрѣлый періодъ (по его письмамъ) какъ человѣка глубоко привязаннаго къ родинѣ, тоскующаго по ней и горячо защищающаго ее въ бесѣдѣ съ иностранцами. На своемъ знаменитомъ мемуарѣ, представленномъ Парижской Академіи, онъ подписывается: Н. Абель—норвежецъ. Онъ смотритъ на свои научныя изслѣдованія, какъ на долгъ по отношенію къ родинѣ. Испытывая почти постоянно нужду, онъ дважды отклонилъ предложеніе друга своего Crelle устроиться въ Берлинѣ въ качествѣ редактора математическаго журнала, какъ разъ тогда возникавшаго.

Во время перваго пребыванія Абеля въ Берлинѣ (въ 1826 г.) освободилась профессура математики въ Кристіаніи вслѣдствіе ухода профессора Rasmusen'а. Факультетъ представилъ двухъ кандидатовъ: Holmboe и Abel'я, но рекомендовалъ отдать предпочтеніе Holmboe. Вслѣдствіе этого былъ назначенъ Holmboe.

Надежда устроиться при университетѣ была для Abel'я на продолжительное время потеряна. Hansteen высказалъ, однако, въ письмѣ къ Абелю надежду, что со временемъ министерство учредитъ еще одну профессуру математики, которая будетъ предоставлена Abel'ю. Въ отвѣтномъ письмѣ къ Hansteen'у по этому поводу, Абель говоритъ: „Я испытываю безконечную радость при мысли о возвращеніи на родину и возможности спокойно работать“.

Надежды Hausteen'а, однако, не оправдались, и вернувшійся изъ заграничной командировки въ 1827 году Абель въ теченіе нѣсколькихъ мѣсяцевъ испытывалъ жестокую нужду. Лишь отъѣздъ Hansteen'а въ Сибирь на 2 года доставилъ Abel'ю возможность, по крайней мѣрѣ, временно устроиться при университетѣ. Въ это время Абель получилъ извѣщеніе отъ Crelle о намѣреніи прусскаго правительства пригласить его профессоромъ въ Берлинъ. Несмотря на свое плачевное матеріальное состояніе, Абель не рѣшился изъявить на это свое согласіе, не выяснивъ не можетъ-ли онъ въ Христіаніи разсчитывать на какое-либо прочное положеніе, которое позволяло бы ему спокойно работать,—и обратился по этому поводу съ запросомъ въ Совѣтъ университета.

Мы видимъ, такимъ образомъ, какъ относился Абель къ своей родинѣ. Здѣсь естественно возникаетъ вопросъ, оцѣнила ли Норвегія надлежащимъ образомъ своего величайшаго мыслителя и сдѣлало ли норвержское общество должное для сохраненія этого удивительнаго человѣка. На оба вопроса приходится отвѣтить отрицательно, но было бы въ высшей степени несправедливымъ дѣлать изъ этого какой бы то ни было упрекъ родинѣ Абеля. Съ одной стороны, экономическое состояніе Норвегіи въ ту эпоху, послѣ войны и голода, было, поистинѣ, плачевно. Съ другой стороны, молодой университетъ Христіаніи не имѣлъ еще выдающихся научныхъ силъ, и, хотя для Hansteen'а, Rasmusen'а и Holmboe было очевидно, что въ лицѣ Абеля они имѣютъ дѣло съ геніальнымъ ученымъ (о чемъ они и заявляли не разъ), но такое пониманіе значенія Абеля, какое уже въ то время было доступно Legendre'у, Jacobi и Gauss'у, было для нихъ совершенно непосильно. Такимъ образомъ, въ то время какъ для великихъ европейскихъ математиковъ Абель былъ геніальнымъ ученымъ, обогащающимъ науку удивительными открытіями, для своего отечества онъ все еще былъ молодымъ стипендіатомъ, обнаруживающимъ геніальныя, по отзыву спеціалистовъ, способности и подающимъ поэтому большія надежды. Наконецъ, нужно помнить, что, лишь благодаря несчастному стеченію обстоятельствъ, жизнь Абеля прекратилась слишкомъ скоро для того, чтобы общество могло прійти ему на помощь. Онъ умеръ въ моментъ, когда матеріальное положеніе его, благодаря усиліямъ университетской коллегіи, какъ разъ начинало улучшаться.

Вся жизнь Абеля, начиная съ 20-лѣтняго возраста, была посвящена одному дѣлу—безкорыстному служенію чистой наукѣ. Чтобы сколько-нибудь заглянуть во внутреннее содержаніе этой жизни, необходимо хотя немного остановиться на состояніи математическихъ наукъ въ началѣ 19-го столѣтія. Послѣ величайшаго научнаго открытія—открытія исчисленія безконечно-малыхъ, которое завершили въ послѣдней четверти 17-го вѣка Leibniz и Newton, весь 18-й вѣкъ, въ области математическихъ наукъ, ушелъ на развитіе и примѣненіе новаго ученія, которое въ трудахъ Эйлера и, затѣмъ, Lagrange'а обратилось въ могущественнѣйшій методъ изслѣдованія явленій природы. Хотя знаніе основаній этого метода въ настоящее время быстро распространяется, но, къ сожалѣнію, нескоро еще наступитъ время, когда оно станетъ общимъ достояніемъ людей, живущихъ умственной жизнью. Поэтому необходимо, хотя бы въ нѣсколькихъ словахъ, коснуться основныхъ понятій метода безконечно-малыхъ. Особенно простою и доступною является при этомъ точка зрѣнія Ньютона, основанная на понятіи о скорости. Понятіе о скорости движенія устанавливается такъ: при равномѣрномъ движеніи длина пройденнаго пути возростаетъ пропорціонально времени, т. е. отношеніе пути ко времени не измѣняется, потому что съ увеличеніемъ времени путь увеличивается въ столько же разъ. Это постоянное отношеніе наз. скоростью. Въ неравномѣрномъ движеніи это отношеніе измѣняется. Поэтому движеніе разсматривается въ отдѣльный моментъ. Если послѣ даннаго момента прошло время Δt (значекъ Δ—замѣняетъ слово „приращеніе", Δt—приращеніе t, т. е. приращеніе времени) и путь увеличился на Δs, то можно разсматривать равномѣрное движеніе, которое давало бы въ то же время тотъ же путь. Скорость его будетъ $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ и будетъ зависѣть отъ Δt. Предѣлъ ея, т. е. пр. $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ при $\Delta t = 0$, и называется скоростью движенія въ данный моментъ. Въ движеніи разсматриваются двѣ величины: время движенія и путь, пройденный за это время. Эти понятія можно обобщить: вмѣсто движенія, можно разсматривать какое-либо измѣненіе одной величины y (зависимой перемѣнной, или функціи) въ зависимости отъ другой величины x (независимой перемѣнной). Въ движеніи x есть время, y длина пути. Тогда понятію „скорость движенія" будетъ отвѣчать понятіе скорости измѣненія y съ измѣненіемъ x, которую *Newton* назвалъ флюксіей. Въ настоящее время называютъ ее производной фуункціи y и обозначаютъ чрезъ y'. Это и есть основное понятіе исчисленія беконечно-малыхъ. Если вообразимъ себѣ, что движеніе, начиная съ нѣкотораго момента, становится равномѣрнымъ, то путь, пройденный тѣломъ съ этого момента, пропорціоналенъ промежутку времени или приращенію времени и, слѣд., равенъ произведенію изъ скорости на это приращеніе. Соотвѣтсвенно этому, другое понятіе исчисленія безконечно-малыхъ, которому Leibniz далъ имя дифференціалъ, будетъ произведеніемъ y' на приращеніе Δx независимой перемѣнной. Такъ какъ это послѣднее называется также дифференціаломъ независимой перемѣнной и обозначается чрезъ dx, то дифференціалъ функціи, или dy будетъ

$$dy = y'dx.$$

Отсюда $$y' = \frac{dy}{dx}.$$

Такимъ образомъ, между функціями y и $z=y'$ существуетъ зависимость, заключающаяся въ томъ, что функція z представляетъ скорость измѣненія y съ измѣненіемъ x. Отсюда возникаютъ два вопроса: 1) по данной функціи y опредѣлить функцію z, т. е. скорость ея измѣненія, и 2) по данной функціи z, т. е. скорости измѣненія нѣкоторой функціи, опредѣлить эту функцію y. Функція y называется по отношенію къ ея производной z — первоначальной функціей, а по отношенію къ дифференціалу zdx его интеграломъ. Приведемъ примѣры. Можно доказать, что, если $y=x^2$, то $z=2x$; если $y=arc\sin x$ (т. е. $x=\sin y$) то $z=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ и др.

Исчисленіе безконечно-малыхъ распадается на двѣ главныя вѣтви: дифференціальное и интегральное исчисленія. Непосредственная задача перваго есть разысканіе производной по данной функціи, второго—нахожденіе функціи по ея производной, т. е. нахожденіе интеграла по данному дифференціалу. Между этимии счисленіями существуетъ громадное различіе, заключающееся въ слѣдующемъ. Въ дифференціальномъ исчисленіи имѣются теореым, позволяющія находить очень просто производную функціи, выраженіе которой какъ угодно сложно составлено изъ извѣстныхъ функцій, т. е., зная производную нѣсколькихъ функцій, мы можемъ найти производную ихъ произведенія, частнаго и т. д. Въ интегральномъ исчисленіи подобныхъ теоремъ не существуетъ, и знаніе, напримѣръ, интеграловъ двухъ функцій не позволяетъ найти интегралъ отъ ихъ произведенія, который можетъ оказаться совершенно новой функціей, доселѣ неизвѣстной. Такимъ образомъ, интегральное исчисленіе служитъ неистощимымъ источникомъ новыхъ функцій.

Въ то время, какъ математики конца 18-го столѣтія, исчерпавъ, повидимому, все содержаніе исчисленія безконечно-малыхъ, занимались съ громаднымъ успѣхомъ прикладными науками, въ сочиненіяхъ этой эпохи, въ особенности, въ работахъ Эйлера, содержались зачатки новыхъ вѣтвей математики, которыя, будучи развиты въ 19-мъ вѣкѣ, составили необозримую область современной математики. Открытіе важнѣйшихъ изъ этихъ вѣтвей было подготовлено, главнымъ образомъ, французскимъ математикомъ Legendre'омъ въ его изслѣдованіи свойствъ дѣлимости чиселъ и интеграловъ алгебраическихъ функцій, содержащихъ корень квадратный изъ полинома не выше 4-ой степени. Геніальные математики этой эпохи Cauchy и Gauss вступили какъ разъ на этотъ путь новаго развитія математическаго анализа.

Абель, положивъ въ основаніе своего математическаго образованія изученіе сочиненій Эйлера и Lagrange'a, уже на школьной скамьѣ, вдали отъ европейскаго міра ученыхъ, совершенно самостоятельно и вполнѣ систематически сталъ работать надъ расширеніемъ границъ науки. Посмотримъ, каковы были обстоятельства, благопріятствовавшія такой ранней и полной зрѣлости его ума. Первымъ учителемъ Абеля, какъ мы видѣли, былъ его отецъ. Говорятъ, что онъ добивался осязательнаго пониманія объясняемаго. Въ лицеѣ Кристіаніи, гдѣ онъ находился съ 1815 года, математическія дарованія его, какъ сказано выше, обнаружились лишь послѣ 1817 года, когда въ число преподавателей лицея поступилъ Holmboe. Онъ ввелъ 2 часа добавочныхъ занятій для рѣшенія задачъ по алгебрѣ и геометріи. Для Абеля вскорѣ пришлось приготовлять особыя задачи. Замѣтивъ выдающіяся способности Абеля, Holmboe началъ давать ему особые уроки для ознакомленія его съ высшей математикой. Затѣмъ Абель вмѣстѣ съ Holmboe принялся за изученіе трехъ основныхъ трактатовъ Эйлера: введенія въ анализъ безконечныхъ, дифференціальнаго исчисленія и интегральнаго исчисленія. Послѣ этого Абель уже самъ занялся изученіемъ сочиненій Lacroix, Poisson'a, Gauss'a и, въ особенности, Lagrange'a. Библіотечныя записи въ лицеѣ показываютъ, что до 1818 г. Абель читалъ много сочиненій беллетристическаго содержанія и описаній путешествій, съ 1818-же появляются въ записяхъ сочиненія Ньютона, Даламберта и др. и нѣтъ ни одной книги нематематическаго содержанія. Мы видимъ, такимъ образомъ, что первыми шагами Абеля въ научной области руководилъ Holmboe, человѣкъ не выдающихся дарованій, но знающій математику и очень добросовѣстный. Біографъ Абеля Bjerknes *) сообщаетъ слѣдующія данныя, проливающія свѣтъ на взгляды, которыми руководился тогда Holmboe въ области изученія математики. Bjerknes въ 1849 году обратился письменно къ Holmboe, своему бывшему учителю, съ просьбой дать ему указанія для продолженія занятій математикой. Holmboe сообщилъ ему правила Lagrange'a, которыя онъ 30 лѣтъ тому назадъ (т. е. какъ разъ во время занятій съ Абелемъ) выписалъ изъ какого-то журнала. Вотъ выдержки изъ этихъ правилъ:

„Я не изучалъ никогда больше одного сочиненія одновременно, но, если оно было хорошо, я читалъ его до конца.

Я не останавливался долго на непонятныхъ мѣстахъ. но прочитывалъ ихъ, чтобы потомъ вернуться къ нимъ, если нужно, хоть двадцать разъ; если же и послѣ этихъ усилій я не вполнѣ понималъ, тогда я искалъ разъясненія у другого геометра.

Я не оставлялъ избранной книги, не усвоивъ ея, и пропускалъ то, что мнѣ было хорошо извѣстно, когда встрѣчалъ это снова.

При чтеніи я попреимуществу размышлялъ о томъ, что могло привести моего автора къ тому или другому преобразованію или подстановкѣ, и о пользѣ, которая отсюда вытекла; послѣ чего я искалъ, не ведетъ-ли иной способъ къ лучшимъ результатамъ, чтобы научиться пользоваться этимъ важнымъ средствомъ анализа.

*) Niels Henrik Abel. Tableau de sa vie et de son action scientifique. Paris. 1885.

Я читалъ всегда съ перомъ въ рукѣ, выполняя всѣ выкладки и упражняясь во всѣхъ вопросахъ, которые я встрѣчалъ; я считалъ прекраснымъ упражненіемъ разборъ методовъ и даже извлеченіе результатовъ, если сочиненіе было важно или пользовалось извѣстностью.

Съ самаго начала своей дѣятельности я старался глубоко изучить нѣкоторые предметы, чтобы имѣть возможность самостоятельнаго изслѣдованія, и пытался построить для себя, поскольку было возможно, теоріи по всѣмъ существеннымъ пунктамъ, чтобы лучше запечатлѣть ихъ въ своей памяти, усвоить ихъ и упражняться въ изложеніи".

Эти правила не могли не оказать вліянія на Abel'я.

(Окончаніе слѣдуетъ).

ИЗЪ МЕТОДОЛОГІИ ФИЗИКИ.

Къ вопросу объ основныхъ принципахъ электростатики. *)

Эр. Шпачинскаго.

§ 1. Такой знатокъ современнаго состоянія физики, какъ проф. О. Д. Хвольсонъ, во введеніи къ IV тому своего „Курса Физики" говоритъ: „Наука о явленіяхъ электрическихъ и магнит„ныхъ совершенно лишена истинно-научной теоріи, которая была „бы одинаково примѣнима ко всѣмъ ея частямъ. Не преувели„чивая и глядя трезво на факты, мы должны сказать, что въ той „части этой науки, которая стремится объяснить относящіяся къ „ней явленія, *нынѣ царствуетъ хаосъ*, и что никакой опредѣленной, „твердо установившейся и достаточно всеобъемлющей теоріи, ко„торая могла бы служить надежнымъ фундаментомъ для объясне„нія явленій,—не существуетъ".

Съ этимъ, въ особенности, надо считаться, при первоначальномъ ознакомленіи съ электрическими явленіями, т. е. въ элементарныхъ курсахъ: если, по мнѣнію самихъ физиковъ, вполнѣ надежной и установившейся теоріи нѣтъ, то незачѣмъ—казалось бы—какую-нибудь одну изъ вымышленныхъ въ свое время, а нынѣ уже непригодныхъ гипотезъ предлагать учащимся въ видѣ непреложной истины и способствовать, такимъ образомъ, зарожденію въ ихъ умахъ совершенно ложныхъ представленій, отъ коихъ впослѣдствіи такъ трудно бываетъ отказаться.

Въ дѣйствительности, эта педагогическая ошибка съ давнихъ

*) Въ сокращенномъ видѣ доложено авторомъ на I-мъ Варшавскомъ съѣздѣ преподавателей физики и математики, въ декабрѣ 1902 г. (См. „В. О. Физ.", № 337).

поръ уже повторяется всѣми начальными курсами электрофизики, не желающими ограничиться точнымъ изложеніемъ фактовъ и претендующими на научное ихъ объясненіе, ради котораго самые факты подвергаются зачастую искаженію. И эта ошибка въ значительной мѣрѣ усугубляется еще тѣмъ обстоятельствомъ, что идеи, пропагандируемыя нашими элементарными курсами ученія объ электричествѣ, сами по себѣ не выдерживаютъ критики здраваго смысла, ведутъ къ логическимъ противорѣчіямъ, и потому присвоеніе таковыхъ въ юномъ возрастѣ порождаетъ истинный хаосъ quasi-научныхъ понятій и пріучаетъ къ небрежности и поверхностности разсужденія.

§ 2. Съ педагогической точки зрѣнія, „историческій методъ" изложенія элементовъ какой-нибудь науки не находитъ никакихъ, повидимому, оправданій. При обученіи геометріи, напримѣръ, никто не станетъ нынѣ начинать ея элементарнаго курса съ древне-египетскихъ эмпирическихъ формулъ вычисленія площадей и пр. Между тѣмъ, въ ученіи объ электричествѣ „историческій методъ" изложенія господствуетъ и понынѣ: всѣ учебники обязательно начинаютъ съ „янтаря", переходя затѣмъ къ идеямъ XVII и XVIII столѣтій и объясняя всѣ явленія на основаніи устарѣлаго принципа „actio in distans"; въ заключеніе, разсказавъ довольно подробно главу изъ исторіи о спорѣ Гальвани съ Вольтою, переходятъ къ началу XIX вѣка, не рѣшаясь, однако, довести учащихся до идей Фарадея. Вслѣдствіе этого, всѣ тѣ изъ учившихся въ нашихъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ, которые не изучали потомъ физики спеціально (а таковыхъ—громадное большинство), остаются на всю жизнь съ тѣми понятіями о сущности электростатическихъ явленій, которыя господствовали въ до-фарадеевскую эпоху.

§ 3. Обученіе всякой наукѣ должно сводиться не только къ обогащенію ума новыми „знаніями" фактовъ и ихъ соотношеній, но также и пріобрѣтенію привычки „правильно *называть* познаваемое". Поэтому всякія *первоначальныя* „опредѣленія" имѣютъ столь серьезное дидактическое значеніе, и вредъ, приносимый обучающимся неудачною, а тѣмъ болѣе, фальшивой научной терминологіей, становится—если не всегда непоправимымъ, то во всякомъ случаѣ весьма трудно поправимымъ зломъ.

Въ томъ же „Введеніи" проф. О. Д. Хвольсонъ, по поводу электрофизической терминологіи,—которую онъ называетъ „не только устарѣлою, но и вредною",—говоритъ слѣдующее: „Она „вся построена на представленіяхъ, лежащихъ въ основѣ „картины *А*" (такъ онъ, ради краткости, называетъ совокупность „до-фарадеевскихъ представленій объ электрическихъ явленіяхъ, „построенныхъ на постулатахъ „imponderabilia" и „actio in distans"), „и, большею частью, отличается рѣзкою опредѣленностью, ясно и „отчетливо выражая именно тѣ факты или тѣ событія, которые „на основаніи картины *А*, должны составлять реальную подкладку „наблюдаемыхъ явленій. Пользуясь этой терминологіей, мы не-

„вольно и непрерывно видимъ передъ собою картину *А*, и въ „этомъ заключается какъ бы постоянная тренировка мысли въ „одномъ направленіи, которое мы, однако, сами считаемъ ложнымъ. Этимъ самымъ мы мѣшаемъ самимъ себѣ отвыкнуть отъ „картины *А* и привыкнуть къ тѣмъ образамъ и представленіямъ, „которые связаны съ „картиною *Б*“ (совокупностью Фарадеевско-„Максуэллевскихъ представленій о роли среды въ электрическихъ „явленіяхъ). Въ этомъ и заключается источникъ того несомнѣн-„наго вреда, который приноситъ старая терминологія“.

И если, далѣе, проф. Хвольсонъ совершенно справедливо замѣчаетъ, что „при настоящемъ положеніи дѣла (т. е. при нынѣ существующемъ хаосѣ понятій, когда обѣ картины *А* и *Б* оказываются, каждая въ отдѣльности, неудовлетворительными) всякая попытка создать новую терминологію должна быть признана преждевременною“,—то все же современный преподаватель элементарной физики, которому предстоитъ излагать „основы“ электроученія въ такую переходную эпоху и пользоваться при этомъ, volens nolens, учебниками съ устарѣлой терминологіей, — обязанъ примѣнять эту терминологію съ величайшею осторожностью, выставляя на видъ всю ея *условность* и вводя, вездѣ, гдѣ это возможно, поправки опредѣленій и толкованій.

§ 4. Въ виду изложеннаго, въ настоящей статьѣ я пытаюсь подвергнуть разбору тѣ, принятыя за „основные принципы“ положенія, которыя составляютъ краеугольный камень всей нашей школьной системы преподаванія электрофизики.

Какъ уже было замѣчено выше, это преподаваніе всегда начинается съ „янтаря“, т. е. съ факта притягиванія легкихъ тѣлъ, каковой фактъ, такимъ образомъ, пріобрѣтаетъ значеніе *основного*, ибо во всѣхъ учебникахъ онъ описанъ на *первыхъ* страницахъ, и при школьномъ преподаваніи всегда показывается какъ *первый* опытъ изъ области электричества.

Но, если свойство притягивать легкія тѣла и можно назвать *отличительнымъ* для тѣлъ наэлектризованныхъ, то ни въ какомъ случаѣ его нельзя считать *основнымъ*, ибо въ тѣхъ же учебникахъ нѣсколькими страницами дальше оно „объясняется“ сведеніемъ къ явленіямъ индукціи, каковыя, такимъ образомъ, признаются болѣе первичными. А если это такъ, если свойство „наведенія“ электр. зарядовъ на близъ-лежащихъ проводникахъ не есть слѣдствіе, а причина притягиванія таковыхъ, то нѣтъ логическихъ основаній именно это послѣднее свойство принимать за наиболѣе элементарное и начинать курсъ съ такого сложнаго по существу опыта.

Но не это важно. Можно этотъ опытъ, какъ легкій и характерный, показывать когда угодно, хотя бы и на первомъ урокѣ, но нельзя дѣлать изъ него слишкомъ поспѣшнаго заключенія о пріобрѣтеніи натертой палочкой (стекла, каучука и пр.) способности *притягивать* легкія тѣла, ибо причина наблюдаемыхъ движеній можетъ быть и иная, о чемъ учащіеся, быть можетъ, догадались бы и сами, если бы имъ кто-нибудь сказалъ при этомъ, что никакихъ подобныхъ движенiй не наблюдалось бы, если бы опытъ съ натертой палочкой повторить не въ воздухѣ, а, напримѣръ, въ водѣ.

Къ сожалѣнiю, во всѣхъ извѣстныхъ мнѣ учебникахъ ни слова не сказано о роли среды въ подобнаго рода явленiяхъ и вездѣ смѣло говорится о *притяженiи*, о *притягательной силѣ* палочки или янтаря и пр., т. е. говорится объ этомъ фактѣ такъ, какъ было бы простительно говорить о немъ въ тѣ времена, когда онъ былъ еще единственнымъ извѣстнымъ фактомъ изъ области электричества *).

Это не такъ маловажно, какъ могло бы казаться, ибо въ научной терминологiи каждое неумѣстно употребленное названiе можетъ принести существенный вредъ, вызывая въ умахъ учащихся, не понимающихъ еще всей условности этого названiя, то либо другое ложное представленiе. Такъ и въ данномъ случаѣ, несвоевременно показанный опытъ съ натертой палочкой, по причинѣ неправильнаго его объясненiя, порождаетъ сразу же ложное представленiе о возникновенiи (вслѣдствiе тренiя) какой-то новой капризной силы, дѣйствующей на разстоянiи то въ ту, то въ другую сторону, и такимъ образомъ учащiеся, съ первыхъ же шаговъ, совлекаются съ естественнаго прямого пути изслѣдованiя явленiй природы на тотъ окольный метафизическiй путь, гдѣ во всей силѣ царитъ еще принципъ „actio in distans".

§ 5. Опыты съ подвѣшенными на шелковинкахъ бузинными шариками предназначаются для демонстрацiи двухъ электричествъ и для экспериментальной установки *основного принципа:* одноименныя электричества отталкиваются, а разноименныя — притягиваются.

Ни въ одномъ изъ учебниковъ къ этому категорическому утвержденiю не прибавлена оговорка: *какъ будто*, и нигдѣ не упомянуто, что наблюдаемыя перемѣщенiя шариковъ обусловливаются воздѣйствiемъ приведенной въ особое состоянiе среды, что никакихъ притяженiй и отталкиванiй не было бы при повторенiи опыта не въ воздухѣ, а, напримѣръ, въ водѣ, и пр.

Но и помимо этого, даже съ точки зрѣнiя „actio in distans", установка вышеуказаннаго основного принципа всей электростатики на основанiи опытовъ съ бузинными шариками не выдерживаетъ критики педагогическихъ требованiй. Въ самомъ дѣлѣ, что

*) Въ одномъ только учебникѣ Максуэлля (котораго, впрочемъ, нельзя считать элементарнымъ, хотя онъ такъ и названъ) встрѣчаемъ должную осторожность толкованiя: описавъ этотъ первый опытъ (съ палочкой сургуча и клочками бумаги), авторъ говоритъ: „изъ этого мы видимъ, что въ пространствѣ между сургучемъ и бумажками дѣйствуютъ нѣкоторыя силы, измѣняющiя относительное положенiе бумажекъ; такъ, въ данномъ случаѣ бумажки „движутся сначала къ сургучу, а потомъ отъ сургуча къ столу". Тутъ нѣтъ даже и слова „притяженiе". (См. Клеркъ Максуэлль „Электричество въ элементарной обработкѣ", перев. подъ ред. М. П. Авенарiуса. Кiевъ 1886 г.).

же здѣсь при этихъ опытахъ притягивается или отталкивается — наэлектризованныя *тѣла* или только ихъ *заряды?* Нигдѣ не дается яснаго и опредѣленнаго отвѣта на этотъ вопросъ, вполнѣ естественный со стороны каждаго изъ учащихся, желающаго дать себѣ отчетъ въ томъ, что онъ видитъ. Опыты съ бузинными шариками какъ будто довольно наглядно убѣждаютъ его, что взаимодѣйствуютъ здѣсь *тѣла*, т. е. самые шарики, а такъ какъ опыты эти показываются (или описываются), по общепринятому шаблону, крайне поверхностно, и о существенныхъ, но не бросающихся въ глаза подробностяхъ взаимодѣйствія этихъ шариковъ никто ему не скажетъ ни слова,—то онъ такъ и рискуетъ остаться на всю жизнь съ наивною вѣрою, будто матеріальныя тѣла въ наэлектризованномъ состояніи пріобрѣтаютъ способность сами по себѣ притягиваться или отталкиваться на разстояніи.

Къ сожалѣнію, ученикъ, смотрящій на опыты съ бузинными шариками, ничего еще не слышалъ объ индукціи, не знаетъ еще, что всякое наблюдаемое имъ взаимодѣйствіе есть лишь слѣдствіе взаимоиндукціи наэлектризованныхъ тѣлъ. Смотря, напримѣръ, какъ расходятся листики электроскопа, онъ долженъ, конечно, вѣрить въ то, что они сами по себѣ отталкиваются, ибо никто ему не сказалъ, а самъ онъ никогда не догадается, что въ моментъ начала расхожденія на внутреннихъ, соприкасавшихся поверхностяхъ этихъ листиковъ не было абсолютно никакого электричества.

Точно также, по причинѣ взаимоиндукціи двухъ одноименно наэлектризованныхъ шариковъ, въ моментъ начала ихъ видимаго расхожденія, электрическіе заряды ихъ находились уже на внѣшнихъ, наиболѣе удаленныхъ сегментахъ. Такого нарушенія равномѣрности распредѣленія электричества по поверхностямъ обоихъ шариковъ нельзя объяснить стремленіемъ этихъ шариковъ къ взаимоотталкиванію, ибо тогда осталось бы непонятнымъ стремленіе зарядовъ *опередить* это взаимоотталкиваніе. То же и въ случаѣ кажущагося взаимопритяженія разноименно наэлектризованныхъ шариковъ: ихъ заряды, какъ будто опережая взаимопритяженіе, скопляются все болѣе и болѣе на ближайшихъ частяхъ поверхностей.

Если бы учащіеся все это знали своевременно, они бы, навѣрное пришли сами къ заключенію, что *опыты съ бузинными шариками вовсе не доказываютъ того, для чего они предназначаются*, т. е. не доказываютъ взаимодѣйствія наэлектризованныхъ *тѣлъ* на разстояніи. Изъ нихъ можно заключить лишь то, что, наоборотъ, *тѣла наэлектризованныя сами по себѣ и не притягиваются и не отталкиваются*, а только *увлекаются* въ ту либо другую сторону, сохраняя при этомъ вполнѣ пассивную роль массъ, подверженныхъ дѣйствію нѣкоторыхъ силъ.

§ 6. Итакъ, при невозможности объяснить явленія перемѣщеній зарядовъ по поверхностямъ наэлектризованныхъ тѣлъ взаимодѣйствіямъ самихъ этихъ тѣлъ на разстояніи, остается сдѣлать второе изъ двухъ, единственно возможныхъ при сохраненіи принципа „actio in distans" допущеній, т. е. принять, что взаимодѣйствуютъ не вѣсомыя *тѣла*, а ихъ невѣсомые *заряды* или, такъ называемыя, *электрическія массы*.

Этой гипотезой достаточно хорошо можно объяснить вышеуказанныя опереживанія зарядами своихъ шариковъ; потому эти заряды и скопляются на дальнѣйшихъ или на ближайшихъ частяхъ поверхностей, что сами они либо отталкиваются, либо притягиваются. Но—тутъ возникаетъ новый вопросъ—почему же они, въ такомъ случаѣ, *возвращаются назадъ* по мѣрѣ увеличенія разстоянія между шариками? Почему, при одноименной электризаціи, взаимоотталкивающіеся заряды не остаются попрежнему на тѣхъ дальнѣйшихъ сегментахъ, на коихъ уже находились, а переходятъ частью и на ближайшіе, по мѣрѣ удаленія шариковъ, а при разноименной электризаціи—почему взаимопритягивающіеся заряды, при насильномъ разъединеніи шариковъ, переходятъ съ ближайшихъ сегментовъ частью и на дальнѣйшіе?

Для объясненія этихъ новыхъ противорѣчій, очевидно, недостаточно уже вышепринятой гипотезы о взаимодѣйствіи на разстояніи отдѣльныхъ электрическихъ массъ. Необходимо—если не желаемъ отказаться разъ навсегда отъ принципа „actio in distans"—дополнить эту гипотезу новымъ допущеніемъ, а именно, принять, что электричество, какъ положительное, такъ и отрицательное, способно отталкиваться не только тогда, когда оно расположено на двухъ отдѣльныхъ изолированныхъ проводникахъ, но и въ томъ случаѣ, когда оно находится на поверхности одного и того же проводника. Короче говоря, необходимо принять франклиновскую идею *самоотталкиванія электричества*. Только при ея пособіи вышеуказанныя противорѣчія устраняются, такъ какъ перенесенія зарядовъ въ обратныхъ направленіяхъ можно тогда объяснить перевѣсомъ самоотталкиванія каждаго изъ зарядовъ порознь надъ ихъ взаимоотталкиваніемъ или взаимопритяженіемъ при увеличеніи разстоянія.

Этотъ анализъ приводитъ насъ къ очевидному заключенію, что *опыты съ бузинными шариками*, сами по себѣ, *не могутъ служить достаточнымъ подтвержденіемъ допущенія взаимодѣйствія электрическихъ массъ на разстояніи*, ибо этимъ только допущеніемъ всѣ подробности явленій не объясняются. Ради этого, какъ мы видѣли, *необходимо принять еще à priori гипотезу самоотталкиванія электричества*, которая вовсе не вытекаетъ какъ слѣдствіе изъ принципа взаимодѣйствія электрическихъ массъ на ра стояніи, а составляетъ совершенно самостоятельное, произвольное и не подлежащее никакой опытной повѣркѣ допущеніе. Въ самомъ дѣлѣ, уменьшая мысленно размѣры матеріальныхъ, наэлектризованныхъ и взаимоотталкивающихся шариковъ и разстояніе между ними, до физически возможныхъ предѣловъ, мы имѣли бы право сдѣлать, пожалуй, такое заключеніе, что и безконечно-малыя матеріальныя частицы (или атомы, или подъ-атомы, если угодно) на безконечно-малыхъ разстояніяхъ стремятся отталкиваться совершенно такъ, какъ и бузинные шарики; но это ничуть бы намъ не помогло понять, почему и на этихъ частицахъ электрическіе ихъ заряды переносятся то въ ту, то въ другую сторону, ибо никакая логическая дедукція не откроетъ намъ перехода отъ факта видимаго взаимоотталкиванія *тѣлъ*, или мат. частицъ, которыя могутъ быть наэлектризованы, къ фантастической картинѣ взаимоотталкиванія нематеріальныхъ какихъ-то и непостижимыхъ элементовъ самого электричества.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Тема для учащихся.

Зависимость между периметрами правильныхъ многоугольниковъ и вычисленіе π.

Эту тему можно исполнить, придерживаясь слѣдующаго плана.

Пусть P_n и p_n будутъ периметры правильныхъ n-угольниковъ описаннаго около круга радіуса r и вписаннаго въ этотъ кругъ. Можно убѣдиться въ справедливости слѣдующихъ формулъ:

$$P_n^2 - p_n^2 = \frac{p_n^2 P_n^2}{4n^2r^2}$$

$$p_{2n}^2 - p_n^2 = \frac{p_n^2 P_{2n}^2}{16n^2r^2}$$

$$P_n - p_n = \frac{P_n p_{2n}^2}{8n^2r^2}$$

$$p_{2n} - p_n = \frac{p_{2n} p_{4n}^2}{32n^2r^2}$$

$$P_{2n} - p_n = \frac{p_n P_{2n}^2}{16n^2r^2}$$

$$P_n - P_{2n} = \frac{P_n P_{2n}^2}{16n^2r^2}$$

$$p_{2n}^2 = p_n P_{2n}$$

$$2p_{2n}^3 = (p_n + p_{2n})p_{4n}^2$$

$$2p_n P_n = (p_n + P_n)P_{2n}$$

$$2p_n P_{2n} = (p_n + p_{2n})P_{4n}.$$

Желательно, чтобы наибольшее число этихъ формулъ было выведено помощью геометрическихъ соображеній, а прочія формулы были бы представлены, какъ алгебраическія ихъ слѣдствія. Работамъ съ преобладающимъ геометрическимъ характеромъ будетъ отдано предпочтеніе. Формулы $p_{2n}^2 = p_n P_{2n}$ и $2p_n P_n = (p_n + P_n) P_{2n}$ встрѣчаются во многихъ курсахъ геометріи.

Такова первая часть предлагаемой темы.

Что касается вычисленія отношенія окружности къ діаметру, то эта вторая часть темы можетъ быть исполнена, на основаніи предыдущихъ формулъ, многими различными способами. Одинъ изъ нихъ такой.

Провѣривъ неравенства

$$\frac{P_n P_{2n}}{4P_n - P_{2n}} < \frac{P_{2n} P_{4n}}{4P_{2n} - P_{4n}}$$

$$\frac{p_{2n} p_{4n}}{4p_{2n} - p_{4n}} < \frac{p_n p_{2n}}{4p_n - p_{2n}},$$

нетрудно умозаключить:

$$\frac{3P_n P_{2n}}{4P_n - P_{2n}} < 2\pi r < \frac{3p_n p_{2n}}{4p_n - p_{2n}}.$$

Полагая $r = 1$ и означая черезъ ε ошибку вычисленія π посредствомъ этого неравенства, т. е.

$$2\varepsilon = \frac{3p_n p_{2n}}{4p_n - p_{2n}} - \frac{3P_n P_{2n}}{4P_n - P_{2n}},$$

можно получить

$$\varepsilon = \frac{3p_n p_{2n}}{4p_n - p_{2n}} \cdot \frac{3P_n P_{2n}}{4P_n - P_{2n}} \cdot \frac{P_{2n} P_{4n}^2}{12(4n)^4}$$

и, слѣдовательно,

$$\varepsilon < \frac{6}{n^4}.$$

Въ заключеніе, положивъ $n = 6$, легко найти

$$0 < \pi - \frac{18}{4 + \sqrt{3}} < \frac{1}{6^3}$$

и отсюда вычислить π. Послѣднее неравенство приводитъ къ простой квадратурѣ круга.

1903 г. марта 12 дня.

Директоръ Усть-Медвѣдицкаго реальнаго училища *И. Флоровъ.*

Отъ редакціи. Срокъ работы 6 мѣсяцевъ; работы, предназначенныя для напечатанія, должны быть доставлены въ редакцію не позже 1-го ноября текущаго года

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Комета Faye'я. Эта комета, принадлежащая къ числу періодическихъ кометъ, т. е. такихъ, которыхъ орбита представляетъ эллипсъ, была открыта Faye'емъ въ 1843 году; уже первыя наблюденія ея показали, что параболическая орбита не согласуется съ наблюденіями кометы, и вычисленія показали, что это—комета періодическая, при чемъ время обращенія ея вокругъ Солнца равняется 7 годамъ слишкомъ. Для вторичнаго ея прохожденія черезъ перигелій въ 1851 году Le-Verrier вычислилъ ея орбиту, принимая во вниманіе вліяніе Юпитера, при чемъ разница въ вычисленномъ времени прохожденія черезъ перигелій съ дѣйствительно бывшимъ оказалось всего только на 1 день. Послѣ этого комета возвращалась къ перигелію и была наблюдаема въ 1858, 1865—66, 1873, 1880—81, 1888—89, 1895—96 годахъ. Для этого послѣдняго прохожденія черезъ перигелій была предварительно также составлена эфемерида Engström'омъ, при чемъ разница въ вычисленномъ и дѣйствительномъ времени прохожденія черезъ перигелій оказалась въ 4.6 дня; элементы орбиты кометы для эпохи 1896 г. марта 19.30 средн. Берлинскаго времени (время прохожденія черезъ перигелій) выразились слѣдующими числами:

$$M = 0^0\ 0'\ 0''.00$$

$$\left.\begin{aligned}\omega &= 201\ 12\ 53.79\\ \Omega &= 209\ 52\ 37.86\\ i &= 11\ 19\ 32.44\end{aligned}\right\}\ \text{относительно эклиптики 1900.0 года.}$$

$$e = 0.549017$$

$$\mu = 468''.152.\ ^{*)}$$

Въ нынѣшнемъ, 1903, году предстоитъ опять прохожденіе кометы Faye'я черезъ перигелій. Если принять среднее суточное движеніе ея 468″.152, то получится, что для того, чтобы описать около Солнца полный оборотъ, ей понадобится $\frac{360\times60\times60}{468.152}$ дня $=$ $= 2768.33$ дня; поэтому, прибавляя къ моменту послѣдняго прохожденія кометы черезъ перигелій (1896 марта 19.30) это число дней, находимъ моментъ слѣдующаго прохожденія ея черезъ перигелій 1903 октября 18.63. Но для даннаго случая такое рѣшеніе вопроса не годится, такъ какъ при ближайшемъ изученіи движенія кометы оказывается, что въ іюлѣ 1899 года комета должна была весьма близко подойти къ Юпитеру (а именно, на 0.49

---

*) M есть средняя аномалія въ указанную эпоху; ω, Ω и i суть разстояніе перигелія отъ узла орбиты, долгота узла и наклонность плоскости орбиты къ эклиптикѣ; e — эксцентриситетъ; μ — среднее суточное движеніе кометы по орбитѣ.

средн. разстоянія Земли отъ Солнца), что должно было вызвать сильныя возмущенія въ движеніи кометы.

И дѣйствительно, E. Strömgren (см. „Astron. Nachr.“ $n^0$3858) вычислилъ эти возмущенія, при чемъ оказалось, что прохожденіе черезъ перигелій должно, благодаря имъ, совершиться на 4 мѣсяца раньше, а именно, 1903 іюня 3.64; при этомъ для эпохи 1903 года марта 10.0 ср. Берл. времени орбита кометы такова:

$$M = 348^0\,34'.6$$

$$\left.\begin{aligned} \omega &= 198\ 58.8 \\ \Omega &= 206\ 28.0 \\ i &= \ 10\ 37.5 \end{aligned}\right\} \text{ эклиптика 1900.0 года.}$$

$$e =$$

$$\mu = 480''.16$$

На основаніи этихъ элементовъ можно вычислить и эфемериду, которая представится въ слѣдующемъ видѣ:

1903 г.	мая	13.5	$\alpha = 2^h31^m$	$\delta = +14^0.1$
	іюня	4.5	3 36	17.1
	„	26.5	4 42	18.6
	іюля	18.5	5 46	18.4
	авг.	9.5	6 45	16.8
	„	31.5	7 39	14.1.

Новая перемѣнная звѣзда въ созвѣздіи Большой Медвѣдицы открыта Потсдамскими астрономами Müller'омъ и Kempf'омъ. Эта звѣзда (по каталогу Bonner Durchmusterung носитъ номеръ $+56^0.1400$) весьма слабая, а именно, въ maximum'ѣ своего блеска она имѣетъ величину 7.9, а въ minimum'ѣ 8.6, такъ что простымъ глазомъ не видна. Но, въ смыслѣ измѣненія своего блеска, она весьма интересна, такъ какъ измѣненія эти происходятъ съ поразительной быстротой,—періодъ измѣненій составляетъ всего только $4^h0^m12^s$; измѣненія совершаются весьма плавно, и, повидимому, промежутокъ времени отъ minimum'а до maximum'а равенъ таковому отъ maximum'а до minimum'а. Нахожденіе этой интересной перемѣнной звѣзды таково:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Прямое восхожденіе . . . } && 9^h36^m44^s \\ &\text{Склоненіе . . . . . . } && +56^0 24'.6 \end{aligned}\right\} 1900.0.$$

Моменты minimum'овъ могутъ быть опредѣлены по формулѣ min.=1903, янв. 14, 4^h32^m ср. Гринв. врем. $+ (4^h12^s)$.E, гдѣ E произвольное цѣлое число.

B. A. E.

Замѣна мыла электричествомъ. Будапештскія газеты сообщаютъ, что нѣкто I. Наги изъ Сегедина изобрѣлъ электрическую прачешную машину. Въ этой машинѣ употребленіе мыла совершенно устранено, а вся грязь и жиръ удаляются съ бѣлья электрическимъ токомъ. Говорятъ, что такая машина можетъ выстирать отъ 200 до 300 штукъ бѣлья заразъ безъ всякой помощи рабочихъ рукъ. Подробности, къ сожалѣнію, еще неизвѣстны.

(„Электротехникъ").

Еще о телеграфѣ Маркони. Изъ Нью-Іорка сообщаютъ, что телеграфъ Маркони былъ испытанъ на курьерскомъ поѣздѣ, имѣющемъ скорость въ 96 километровъ въ часъ. Вполнѣ удалось установить сообщеніе поѣзда со станціями, лежащими на 13 килом. впереди. Успѣхъ этого примѣненія безпроволочнаго телеграфа представляетъ большое значеніе, давая возможность устранять многія желѣзнодорожныя катастрофы.

(„Электротехникъ").

Вопросъ объ энергіи радіоактивныхъ веществъ. То обстоятельство, что радіоактивныя вещества испускаютъ лучи безъ замѣтной со времени ихъ открытія убыли энергіи, заставило R. Geigel'я искать притокъ необходимой энергіи въ поглощеніи этими лучами энергіи тяготѣнія тѣлъ, на которыя они падаютъ (См. Annalen der Physik, t. **10**, p. 429, 1903). Помѣщая чашечку съ солью радія подъ уравновѣшенное на весьма чувствительныхъ вѣсахъ тѣло, онъ получилъ, дѣйствительно, отклоненіе вѣсовъ. Между тѣмъ, W. Kaufmann, непосредственно за опубликованіемъ опытовъ Geigel'я повторившій ихъ, приходитъ къ тому убѣжденію, что замѣченное этимъ физикомъ отклоненіе зависитъ отъ тока воздуха, возникающаго при введеніи теплой рукой экспериментатора чашечки съ радіемъ подъ колпакъ вѣсовъ. Того же результата можно достигнуть, подставляя, вмѣсто чашечки съ радіемъ, чашечку безъ него. (См. Ann. d. Phys. t. **10**, p. 864).

Примѣненіе телефона въ медицинѣ. Въ лондонскихъ больницахъ съ нѣкотораго времени примѣняютъ телефонъ въ качествѣ вспомогательнаго средства при отысканіи попавшихъ въ человѣческое тѣло пуль и другихъ металлическихъ предметовъ. Для этого поступаютъ слѣдующимъ образомъ. Съ телефономъ соединяются посредствомъ проволокъ съ одной стороны металлическая пластинка, съ другой же примѣняемый для изслѣдованія зондъ. Пластинку прикладываютъ къ тѣлу паціента, при чемъ для обезпеченія электрическаго контакта прибѣгаютъ къ прокладкѣ изъ влажной губки или смоченной соленой водой бумаги. Слушая въ телефонъ, который можетъ быть удерживаемъ около уха какимъ-либо приспособленіемъ, врачъ вводитъ зондъ въ рану, при чемъ цѣпь тока замыкается. Однако, самый токъ возникаетъ лишь тогда, когда зондъ коснется металлическаго тѣла, находящагося въ ранѣ; въ это время въ телефонѣ слышится шумъ.

Опытъ этотъ представляетъ, очевидно, воспроизведеніе эксперимента Гальвани, который, какъ извѣстно, впервые нашелъ, что при прикосновеніи разнородныхъ металловъ (въ особенности при примѣненіи также жидкости) возникаетъ электрическій токъ. Въ Лондонѣ указаннымъ способомъ легко и надежно опредѣляли положеніе иглъ, пуль, дробинокъ, осколковъ мѣди и стали. Непримѣнимъ описанный методъ лишь въ томъ случаѣ, когда чуждое тѣло, попавшее въ организмъ, состоитъ изъ того же металла, какъ зондъ; для такихъ случаевъ необходимо имѣть зонды изъ разныхъ матеріаловъ.

(„Электро-Техн. В.").

Телеграфія безъ проводовъ. Послѣ того, какъ безпроволочная телеграфія на опытѣ послѣднихъ маневровъ Германскаго флота, доказала свою практичность, нынѣ уже всѣ военные суда Германіи снабжены необходимыми аппаратами, и въ текущемъ году предположено устроить станціи, въ наиболѣе важныхъ въ стратегическомъ отношеніи береговыхъ пунктахъ.

(„Электро-Техн. В.").

МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

Доказательство извѣстной ѳеоремы изъ теоріи предѣловъ.

Показать, что разность между площадями одноименныхъ правильныхъ многоугольниковъ, описаннаго около круга и вписаннаго въ него, можетъ быть сдѣлана менѣе всякаго произвольнаго количества ε.

Пусть R радіусъ круга, U_n и u_n площади правильныхъ n угольниковъ описаннаго около даннаго круга, и вписаннаго въ него, α_n и a_n апоѳема и сторона правильнаго n-угольника вписаннаго.

$$\frac{U_n}{u_n} = \frac{R^2}{\alpha_n^2} \quad (1) \qquad R - \alpha_n < \frac{a_n}{2} \quad (2).$$

$$\frac{U_n - u_n}{U_n} = \frac{R^2 - \alpha_n^2}{R^2} \quad (1').$$

$$U_n - u_n = \frac{R^2 - \alpha_n^2}{R^2} U_n = \frac{(R - \alpha_n)(R + \alpha_n)}{R^2} U_n \quad (3).$$

Подставляя $2R$ вмѣсто $R + \alpha_n$ и $\frac{a_n}{2}$ вмѣсто $R - \alpha_n$, мы увеличиваемъ вторую часть равенства (3), слѣдовательно:

$$U_n - u_n < \frac{2(R - \alpha_n)}{R} U_n < \frac{a_n}{R} U_n \quad (4).$$

Неравенство (4) справедливо для всякаго n, но, для

$$n > 4, \quad U_n < U_4, \text{ или } U_n < 4R^2 \quad (5).$$

Подставляя въ (4), имѣемъ для $n > 4$:

$$U_n - u_n < \frac{a_n}{R} U_n < 4Ra_n.$$

Если ε произвольно малая площадь, то, при $a_n \leqq \frac{\varepsilon}{4R}$, мы удовлетворяемъ неравенству $U_n - u_n < \varepsilon$

М. В. (Иваново-Вознесенскъ).

РЕЦЕНЗІИ.

Избранныя задачи по практической физикѣ. Составили **В. А. Михельсонъ** и **П. П. Борисовъ.** (Цѣна 60 к.).

Хотя сборникъ г.г. Михельсона и Борисова предназначенъ для студентовъ Московскаго Сельскохозяйственнаго Института, но имъ можно пользоваться, разумѣется, на ряду съ другими болѣе обширными руководствами, и въ физическихъ лабораторіяхъ всѣхъ вообще высшихъ учебныхъ заведеній; мнѣ думается даже, что значительною частью матеріала можно съ успѣхомъ воспользоваться и при практическихъ занятіяхъ въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ (напр., взвѣшиваніемъ, опредѣленіемъ плотности, фокуснаго разстоянія сферическихъ стеколъ или ихъ оптической силы, теплоемкости, опытами съ вольтаметромъ и т. п.). Задачъ немного, но онѣ хорошо подобраны и обстоятельно описаны. На этотъ сборникъ стоитъ обратить вниманіе.

Проф. Н. Гезехусъ.

С.-П. Технологическій Институтъ.

Фуртье и Мольтени. Научныя демонстраціи при помощи волшебнаго фонаря. Перевелъ **М. П. Воскресенскій.** Цѣна 1 руб. Москва. 1900 г.

Настоящее руководство имѣетъ въ виду лицъ, которыя, умѣя управлять волшебнымъ фонаремъ, пожелали бы воспользоваться имъ для научныхъ проэкцій.

Въ этой книжкѣ можно найти немало полезныхъ указаній какъ относительно приспособленій для научныхъ демонстрацій посредствомъ проэкціоннаго аппарата, такъ и касательно установки и производства опытовъ по химіи и по разнымъ отдѣламъ физики.

Книжка хорошо издана и снабжена 70-ю превосходно исполненными рисунками и чертежами.

М. И.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 328 (4 сер.). Если a есть цѣлое число, квадратъ котораго имѣетъ видъ $5n-1$ (n—цѣлое число), то произведеніе xy цѣлыхъ чиселъ, удовлетворяющихъ уравненію

$$x^2-2ay^2=1,$$

дѣлится на 5.

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 329 (4 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$x^{0,5x^{0,5}}+y^{0,5y^{0,5}}=31.$$

Г. Огановъ (Эривань).

№ 330 (4 сер.). Доказать, что всякая плоскость, проходящая чрезъ средины двухъ противоположныхъ реберъ тетраэдра, дѣлитъ его на двѣ равновеликія части.

Д. Е.

№ 331 (4 сер.). Доказать, что при всякомъ цѣломъ значеніи a число

$$(a^2+3a+1)^2-1$$

дѣлится на 24.

(Заимств.).

№ 332 (4 сер.) На перпендикулярѣ Dx, возстановленномъ изъ данной точки D даннаго отрѣзка BC къ прямой BC, найти такую точку A, чтобы уголъ BAC былъ втрое болѣе разности угловъ ABC и ACB.

(Заимств.).

№ 333 (4 сер.). Серебряный полый шарикъ вѣситъ p граммовъ; позолоченный онъ вѣситъ q граммовъ и плаваетъ въ чистомъ спиртѣ въ состояніи безразличнаго равновѣсія. Опредѣлить толщину позолоты шарика.

Л. Ямпольскій (Braunschweig).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 234 (4 сер.). *Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе:*

$$x^2-2xy+3y^2-4x+5y-33=0.$$

Представивъ предложенное уравненіе въ видѣ

$$x^2-2(y+2)x+(3y^2+5y-33)=0,$$

находимъ:

$$x=y+2\pm\sqrt{-2y^2-y+37} \qquad (1).$$

Для того, чтобы x было вещественнымъ числомъ (выраженіе: рѣшить уравненіе въ цѣлыхъ числахъ равносильно, по условію, выраженію *въ вещественныхъ* цѣлыхъ числахъ; это сокращеніе рѣчи общепринято), необходимо, чтобы y удовлетворяло неравенству

$$-2y^2-y+37\geqq 0,$$

или

$$2y^2+y-37 \leqslant 0 \qquad (2).$$

Рѣшивъ уравненіе

$$2y^2+y-37=0,$$

находимъ ирраціональныя рѣшенія

$$y=\frac{-1 \pm 17{,}2\ldots}{4}, \text{ дающія для } y \text{ корни}$$

$$\alpha=4+\varepsilon, \quad -\beta=-(4+\eta) \qquad (3),$$

гдѣ ε и η положительныя ирраціональныя числа, меньшія 1. Поэтому, неравенству (2) можно дать видъ

$$(y-\alpha)(y+\beta) \leqslant 0 \qquad (4).$$

Если въ формулѣ (4) взять знакъ равенства, то y получаетъ ирраціональныя значенія; знакъ же $<$ возможенъ въ этой формулѣ лишь при

$$y+\beta>0, \quad y-\alpha<0,$$

т. е. при (см. (3))

$$-(4+\eta)<y<4+\varepsilon,$$

откуда слѣдуетъ, что y, будучи числомъ цѣлымъ, можетъ имѣть лишь одно изъ значеній -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.

При помощи формулы (1) убѣждаемся, что лишь при $y=-4$, -1, 3, 4 x получаетъ соотвѣтственно цѣлыя значенія: 1 или -5; 7 или -5; 9 или 1; 7 или 5. Такимъ образомъ получаются *всѣ* цѣлыя рѣшенія предложенной системы.

И. Плотникъ (Одесса); *Н. С.* (Одесса).

№ 256 (4 сер.). *Если въ треугольникѣ* ABC

$$\operatorname{tg}A=\frac{\operatorname{tg}B+\operatorname{tg}C}{2},$$

то прямая, соединяющая ортоцентръ съ центромъ описанной окружности, параллельна сторонѣ BC.

Пусть O—центръ круга, описаннаго около треугольника, D—средина стороны BC, H—ортоцентръ, AM—высота треугольника, a и c—стороны, лежащія соотвѣтственно противъ угловъ A и C.

Изъ прямоугольныхъ треугольниковъ BOD, BAM и BHM имѣемъ:

$$OD=\frac{BD}{\operatorname{tg}\angle BOD}=\frac{BD}{\operatorname{tg}A}=\frac{a}{2\operatorname{tg}A} \qquad (1),$$

$$BM=c\cos B, \quad HM=BM\operatorname{cotg}\angle BHM=BM\operatorname{cotg}C=c\cos B\operatorname{cotg}C,$$

или, замѣняя c через $\frac{a\sin C}{\sin A}$,

$$HM=\frac{a\sin C\cos B\operatorname{cotg}C}{\sin A}=\frac{a\cos B\cos C}{\sin A} \qquad (2).$$

Изъ даннаго по условію соотношенія между углами треугольника имѣемъ:

$$\frac{1}{2\operatorname{tg}A}=\frac{1}{\operatorname{tg}B+\operatorname{tg}C}=1:\left(\frac{\sin B}{\cos B}+\frac{\sin C}{\cos C}\right)=1:\frac{\sin(B+C)}{\cos B\cos C}=1:\frac{\sin A}{\cos B\cos C},$$

$$\frac{1}{2\operatorname{tg}A}=\frac{\cos B\cos C}{\sin A}, \quad \frac{a}{2\operatorname{tg}A}=\frac{a\cos B\cos C}{\sin A},$$

откуда (см. (1), (2)) слѣдуетъ, что $OD = HM$, т. е. точки O и H одинаково удалены отъ стороны BC, а потому прямая OH параллельна прямой BC.

Х. Вовси (Двинскъ); *Н. С.* (Одесса).

№ 259 (4 сер.). *Рѣшить уравненіе:*

$$\sqrt{(x+1)(x^2+3)-12}+\sqrt{(x+1)(x^2-1)-7}=11.$$

Раскрывая скобки подъ радикалами, даемъ уравненію видъ:

$$\sqrt{x^3+x^2+3x-9}+\sqrt{x^3+x^2-x-8}=11,$$

или,—полагая

$$x^3+x^2-x-8=u \qquad (1), -$$

$$\sqrt{u+4x-1}=11-\sqrt{u} \qquad (2).$$

Возвышая обѣ части уравненія (2) въ квадратъ и отнимая затѣмъ изъ обѣихъ частей по u, находимъ:

$$4x-1=121-22\sqrt{u}, \quad 22\sqrt{u}=122-4x,$$

$$11\sqrt{u}=61-2x \qquad (3).$$

Возвышая въ квадратъ обѣ части уравненія (3), получимъ:

$$121(x^3+x^2-x-8)=4x^2-24x+3721,$$

или, послѣ раскрытія скобокъ, перенесенія всѣхъ членовъ въ первую часть и приведенія,

$$121x^3+117x^2+123x-4689=0 \qquad (4).$$

Желая узнать, не имѣетъ ли это уравненіе цѣлыхъ корней, испытываемъ дѣлителя $+3$ послѣдняго члена 4689 и находимъ $121.3^3+117.3^4+123.3-$ $-4689=0$.

Дѣля первую часть уравненія (4) на $x-3$, находимъ для отысканія остальныхъ корней уравненія (4) уравненіе

$$121x^2+480x^2+1563=0,$$

корни котораго

$$x_{2{:}3}=\frac{-240\pm i\sqrt{131523}}{121}$$

мнимы.

Дѣйствительный корень $x_1=3$ удовлетворяетъ, — что видно изъ подстановки — первоначальному уравненію при условіи, что оба радикала берутся со знакомъ $+$.

И. Плотникъ (Одесса); *Н. С.* (Одесса); *Л. Ямпольскій* (Braunschweig).

№ 261 (4 сер.). *Доказать, что лучи, падающій на призму и выходящій изъ нея, равно отстоятъ отъ точки пересѣченія перпендикуляровъ, возставленныхъ въ точкахъ паденія и выхожденія лучей*

Пусть B—точка вхожденія, C—точка выхожденія луча изъ призмы, O—точка пересѣченія перпендикуляровъ паденія, проведенныхъ въ точкахъ B и C (по условію перпендикуляры эти пересѣкаются, т. е. падающій лучъ лежитъ въ плоскости перпендикулярнаго сѣченія призмы), OB' и OC' — перпендикуляры, опущенные соотвѣтственно изъ точки O на лучи падающій и выходящій. Введя обозначенія: $OB'=x$, $OC'=y$, $OB=a$, $OC=b$, называя углы паденія и преломленія падающаго луча соотвѣтственно черезъ i и r, а выходящаго луча—черезъ i' и r' (такъ что $r=\angle CBO$, $i'=\angle BOC$), и обозначая коэффиціентъ преломленія черезъ m, имѣемъ:

$$\frac{\sin i}{\sin r}=m \quad (1), \quad \frac{\sin i'}{\sin r'}=\frac{1}{m} \quad (2).$$

$$\left.\begin{aligned} x &= a\sin i, \\ y &= b\sin r'. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Затѣмъ изъ треугольника BOC находимъ:

$$\frac{a}{b}=\frac{\sin i}{\sin r'} \quad (4).$$

Дѣля первое изъ равенствъ (3) на второе, получимъ (см. (4), (1), (2))

$$\frac{x}{y}=\frac{a}{b}\cdot\frac{\sin i}{\sin r'}=\frac{\sin i'}{\sin r}\cdot\frac{\sin i}{\sin r'}=\frac{\sin i}{\sin r}\cdot\frac{\sin i'}{\sin r'}=m\cdot\frac{1}{m}=1,$$

. е. $x=y$, что и требовалось доказать.

Н. С. (Одесса).

№ 266 (4 сер.). *Доказать, что при условіи*

$$\left(\frac{1+ab}{a+b}\right)^2<1$$

абсолютная величина одного изъ количествъ a *и* b *больше, а другого—меньше* 1.

(Заимств. изъ *L'Éducation Mathématique*).

Высказанное въ условіи задачи предложеніе вѣрно лишь тогда, когда числа a и b вещественны. При комплексныхъ значеніяхъ a и b оно можетъ оказаться невѣрнымъ. Напр., при $a=2i$, $b=i$, гдѣ $i=\sqrt{-1}$, абсолютная величина выраженія $\left(\frac{1+ab}{a+b}\right)^2$ равна $\frac{1}{9}$, между тѣмъ какъ абсолютная величина b равна 1. Если же a и b вещественны, то, умножая обѣ части предложеннаго неравенства на *положительное* число $(a+b)^2$ (случай $a+b=0$, или $a=-b$ невозможенъ въ силу предложеннаго неравенства), находимъ:

$$1+a^2b^2+2ab<a^2+b^2+2ab,$$

$$1+a^2b^2-a^2-b^2<0, \quad (a^2-1)(b^2-1)<0,$$

откуда либо

$$a^2-1>0, \quad b^2-1<0, \quad \text{т. е. } a^2>1, \quad b^2<1 \qquad (1)$$

либо

$$a^2-1<0, \quad b^2-1>0, \quad \text{т. е. } a^2<1, \quad b^2>1 \qquad (2).$$

Изъ неравенствъ (1) и (2) видно, что абсолютная величина одного изъ чиселъ a и b больше, а другого меньше 1.

Х. Вовси (Шадовъ); *Н. Куницынъ* (Усть-Медвѣдица); *Л. Гальперинъ* (Бердичевъ); *Г. Огановъ* (Эривань).

Редакторы: **В. А. Циммерманъ** и **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса 30-го Апрѣля 1903 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.

Обложка
пщется

Обложка
ищется