Обложка
ищется

Обложка
ищется

XIX Сем. 20-го сентября 1895 г. № 4.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 220.

КЪ ТЕОРІИ
десятичныхъ періодическихъ дробей.

Въ статьѣ „О десятичныхъ періодическихъ дробяхъ“, помѣщенной во II отдѣлѣ журнала „Семья и Школа“ за 1886 годъ, даются доказательства слѣдующихъ двухъ положеній:

I. Число цыфръ наименьшаго періода безконечной періодической дроби, получаемой отъ обращенія обыкновенной дроби $\frac{1}{\alpha}$ въ десятичную, есть дѣлитель числа $\alpha—1$, когда α простое число.

II. Когда при дѣленіи на 40 простое число α даетъ въ остаткѣ одно изъ чиселъ

$$7;\ 11;\ 17;\ 19;\ 21;\ 23;\ 29;\ 33,$$

то число цыфръ наименьшаго періода дроби, получаемой отъ обращенія $\frac{1}{\alpha}$ въ десятичную, не можетъ быть дѣлителемъ числа $\frac{1}{2}(\alpha—1)$.

Основываясь на этихъ положеніяхъ, я докажу теперь слѣдующую теорему:

Теорема. *Если простое число* α *будетъ вида* $320n + 33$ *или* $320n + 97$ *и если частное* q *отъ дѣленія* α *на* 32 *есть простое число, то наименьшій періодъ дроби, получаемой отъ обращенія обыкновенной дроби*

$\frac{1}{\alpha}$ *въ десятичную, содержитъ* $\alpha-1$ *цыфръ. Исключеніемъ является только тотъ случай, когда* $\alpha = 353$.

Такъ какъ общій остатокъ отъ дѣленія чиселъ $320n + 33$ и $320n + 97$ на 32 равенъ 1-цѣ, то

$$\alpha = 32q + 1,$$

гдѣ q, по условію, простое число. Замѣчая же, что остатки отъ дѣленія чиселъ $320n + 33$ и $320n + 97$ на 40 соотвѣтственно равны 33 и 17, мы можемъ утверждать, основываясь на приведенныхъ положеніяхъ I и II, что число цыфръ N наименьшаго періода дроби, получаемой отъ обращенія обыкновенной дроби $\frac{1}{\alpha}$ въ десятичную, есть дѣлитель числа

$$\alpha - 1 = 32q$$

и не есть дѣлитель числа

$$\frac{1}{2}(\alpha - 1) = 16q.$$

Здѣсь q отлично отъ 2-хъ, ибо при $q = 2$ имѣли бы $\alpha = 32.2 + 1 = 65$, чего быть не можетъ при α простомъ числѣ. Но при q простомъ и отличномъ отъ 2-хъ только два числа 32 и $32q$ могутъ быть дѣлителями числа $32q$, не будучи дѣлителями числа $16q$; слѣдовательно, одно изъ двухъ равенствъ

$$N = 32; \; N = 32q = \alpha - 1$$

справедливо, и теорема будетъ доказана, если покажемъ, что равенство $N = 32$ невозможно.

Допустивъ справедливость предположенія $N = 32$ и обративъ десятичную періодическую дробь, содержащую 32 цыфры въ періодѣ и равную $\frac{1}{\alpha}$, въ обыкновенную, мы найдемъ, что дробь $\frac{1}{\alpha}$ равна такой простой дроби, знаменатель которой, изображаясь 32-мя девятками, равенъ $10^{32}-1$. Простое число α необходимо будетъ въ этомъ случаѣ дѣлителемъ числа $10^{32}-1$, а, слѣдовательно, и одного изъ двухъ чиселъ $10^{16}-1$ и $10^{16}+1$. Но α не можетъ быть дѣлителемъ числа $10^{16}-1$, которое изображается 16-ю девятками, ибо, допустивъ противное и обозначивъ черезъ m частное отъ дѣленія $10^{16}-1$ на α, мы нашли бы, что $\frac{1}{\alpha} = \frac{m}{10^{16}-1}$, т. е., безконечная періодическая десятичная дробь, которая содержала бы 16 цыфръ въ періодѣ и которой періодъ былъ бы равенъ m, была бы равна дроби $\frac{1}{\alpha}$, чего быть не можетъ, ибо, по нашему допущенію, $N = 32$.

Такимъ образомъ α необходимо есть простой дѣлитель числа $10^{16}+1$. Но разлагая это послѣднее на первоначальные множители, имѣемъ

$$10^{16} + 1 = 353 \,.\, 449 \,.\, 641 \,.\, 1409 \,.\, 69857.$$

Случай $\alpha = 353$ мы исключили. Что же касается остальныхъ простыхъ дѣлителей числа $10^{16} + 1$, то

$$449 = 32.14 + 1;\ 641 = 32.20 + 1;\ 1409 = 32.44 + 1;\ 69857 = 32.37.59 + 1,$$

то есть, α не можетъ быть равно ни одному изъ этихъ дѣлителей, такъ какъ каждый изъ нихъ при дѣленіи на 32 даетъ въ частномъ составное число. Такимъ образомъ равенство $N = 32$ невозможно, что и требовалось доказать.

Замѣчая, напримѣръ, что числа

97; 1697; 2273; 2657; 3617 и т. д.

удовлетворяютъ условіямъ, установленнымъ относительно α, заключаемъ, что наименьшіе періоды десятичныхъ дробей, равныхъ

$$\frac{1}{97};\ \frac{1}{1697};\ \frac{1}{2273};\ \frac{1}{2657};\ \frac{1}{3617} \text{ и т. д.},$$

содержатъ соотвѣтственно

96; 1696; 2272; 2656; 3616 и т. д. цыфръ.

С. Шатуновскій (Одесса).

СОХРАНЕНІЕ и ПРЕВРАТИМОСТЬ ЭНЕРГІИ.

(Продолженіе).*

§ 41. Изъ сказаннаго о расширеніи и сжатіи тѣлъ не трудно заключить, что когда мы говоримъ о переходѣ тепла съ одного тѣла на другое, то въ дѣйствительности здѣсь происходитъ не простой переходъ одного рода энергіи съ одного тѣла на другое, а переходъ, сопровождаемый превращеніемъ. Въ тѣлѣ, которое уступаетъ теплоту, происходитъ превращеніе энергіи сцѣпленія въ теплоту, которая и передается вмѣстѣ съ частью тепловой энергіи даннаго тѣла тому, которое нагрѣвается. Тамъ эта теплота частью остается въ видѣ теплоты (температура нагрѣваемаго тѣла, а слѣд. и кинетическая энергія его частицъ увеличиваются), частью превращается въ энергію сцѣпленія. Такъ что, если мы говоримъ, что то количество тепла, которое ушло съ одного тѣла, появляется въ другомъ, то здѣсь, какъ и во всѣхъ калориметрическихъ измѣреніяхъ, подъ количествомъ тепла разумѣется количество *полной внутренней энергіи тѣла*, т. е. сумма кинетической энергіи частицъ и энергіи сцѣпленія. Такъ какъ всякое тѣло при охлажденіи на 1^0 выдѣляетъ столько же тепла, сколько поглощаетъ при нагрѣваніи на 1^0, то превращенія, которыя имѣютъ здѣсь мѣсто, происходятъ въ эквивалентныхъ количествахъ.

*) См. „В. О. Ф.“ №№ 217, 218 и 219.

§ 42. Нагрѣваніе жидкости снизу представляетъ еще болѣе сложный рядъ превращеній. Нижній слой жидкости нагрѣвается, расширяется и подымаетъ всю массу жидкости. Въ этой первой фазѣ процесса происходитъ передача теплоты (въ смыслѣ полной внутренней энергіи, см. § 41) и частью превращеніе теплоты въ вѣсовую энергію. Затѣмъ сила тяжести, въ видѣ гидростатическаго давленія, заставляетъ нагрѣтый слой жидкости подыматься вверхъ, а на его мѣсто опускаетъ равный по объему, а, слѣдовательно, бо̀льшій по вѣсу холодный слой. Сила тяжести производитъ положительную работу, и вѣсовая энергія превращается въ кинетическую. Эта кинетическая энергія снова превращается въ теплоту вслѣдствіе тренія частицъ жидкости между собой и о стѣнки сосуда. Въ результатѣ, когда вся жидкость нагрѣлась и движеніе въ ней прекратилось, весь процессъ свелся къ передачѣ теплоты жидкости и частью къ превращенію ея въ вѣсовую энергію жидкости и атмосферы.

§ 43. Когда твердое тѣло плавится, или жидкое кипитъ, то температура ихъ не повышается, слѣдовательно кинетическая энергія частицъ не увеличивается. Вся теплота, которая сообщается тѣлу, превращается въ энергію сцѣпленія и называется скрытой теплотой. При затвердѣваніи жидкости и при ожиженіи пара энергія сцѣпленія снова превращается въ теплоту: скрытая теплота проявляется. Слѣд. скрытая теплота есть ничто иное, какъ энергія сцѣпленія. Такъ какъ при отвердѣваніи жидкости и при ожиженіи пара выдѣляется то же количество тепла, которое было поглощено при плавленіи твердаго тѣла и при испареніи жидкости, то всѣ эти превращенія эквивалентны.

Теплота превращается въ энергію сцѣпленія — скрывается — не только при испареніи или плавленіи, но, какъ было выше объяснено, и при всякомъ расширеніи тѣла отъ теплоты. Значитъ и удѣльная теплота твердыхъ и жидкихъ тѣлъ, а до извѣстной степени и газовъ, заключаетъ въ себѣ кромѣ явной теплоты (кинетической энергіи частицъ) еще и скрытую (энергію сцѣпленія) и прежнее раздѣленіе теплоты на явную—удѣльную теплоту—и скрытую не имѣетъ теоретическаго значенія. Оно можетъ удерживаться, пока при калориметрическихъ измѣреніяхъ мы не умѣемъ отдѣльно вычислить собственно теплоту, или кинетическую энергію частицъ, и энергію сцѣпленія.

§ 44. Сильное давленіе повышаетъ или понижаетъ температуру плавленія различныхъ твердыхъ тѣлъ, смотря по тому, расширяются ли они, или сжимаются при плавленіи. Въ первомъ случаѣ теплота должна преодолѣвать не только силу сцѣпленія, но и внѣшнее давленіе, а для этого скорость частицъ должна быть больше, чѣмъ когда внѣшняго давленія нѣтъ, поэтому и температура должна быть болѣе высокая. Мы не можемъ еще вполнѣ отчетливо представить процессъ плавленія во второмъ случаѣ. Повидимому тѣла второй категоріи отличаются отъ тѣлъ первой, по крайней мѣрѣ по отношенію къ заполненію ограниченнаго ихъ внѣшней поверхностью объема, какъ куча колотаго сахара отличается отъ головы сахара. Если кучу колотаго сахара подвергнуть сильному давленію, можно превратить ее въ порошокъ. При этомъ произойдетъ раздробленіе кусковъ сахара, только не на молекулы, какъ при плавленіи, а на пылинки, вопреки дѣйствующей между ними силѣ сцѣпленія; но объемъ всей кучи уменьшится. Это возможно только благодаря тому, что куча колотаго сахара содержитъ куски, т. е. группы болѣе сплоченныхъ пылинокъ, отдѣленные значительными пустотами, въ которыя частью и помѣщается получающійся порошокъ. Нѣчто подобное должно представлять строеніе тѣлъ второй категоріи: они должны состоять изъ болѣе сплоченныхъ группъ молекулъ, между которыми есть значительныя пустоты. При плавленіи эти группы распадаются на отдѣльныя молекулы, которыя помѣщаются частью въ эти пустоты. Такимъ образомъ разстоянія между молекулами въ общемъ увеличиваются, но внѣшній объемъ тѣла уменьшается. Внѣшнее давленіе должно дѣйствовать на эти тѣла, какъ на кучу колотаго сахара: оно стремится раздробить эти группы молекулъ на отдѣльныя молекулы, т. е. дѣйствуетъ въ ту же сторону, куда и теплота; поэтому, это раздробленіе на молекулы,—плавленіе,—происходитъ уже при меньшей температурѣ, т. е. при меньшей скорости молекулъ, чѣмъ безъ помощи давленія.

Такъ какъ въ жидкомъ состояніи тѣла раздроблены на отдѣльныя молекулы, то строеніе жидкостей не можетъ представлять ничего подобнаго строенію тѣлъ 2-й категоріи. Поэтому кипѣніе всѣхъ жидкостей сопровождается увеличеніемъ объема, а отсюда мы должны заключить, что давленіе всегда повышаетъ температуру кипѣнія. Опыты подтверждаютъ это.

§ 45. Чѣмъ болѣе жидкость нагрѣта, тѣмъ болѣе частицы ея раздѣлены и сцѣпленіе между ними ослаблено, тѣмъ ближе состояніе ея подходитъ къ газообразному и тѣмъ менѣе, слѣдовательно, надо потратить еще теплоты, чтобы окончательно ихъ разъединить и обратить жидкость въ паръ. Поэтому по мѣрѣ повышенія температуры кипѣнія жидкости подъ вліяніемъ давленія, скрытая теплота должна уменьшаться. Это подтверждается опытами.

Повышая температуру кипѣнія жидкости при помощи усиленнаго давленія, можно довести жидкость до состоянія, которое будетъ какъ угодно близко къ парообразному, и наконецъ сцѣпленіе между частицами жидкости совсѣмъ исчезнетъ. Тогда переходъ въ паръ не будетъ требовать теплоты, и слѣд. скрытая теплота кипѣнія равна нулю. Это подтверждено опытами Каньяръ-де-Латура. Нагрѣвая воду въ толстой запаянной стеклянной трубкѣ, наполненной до половины, онъ нашелъ, что при извѣстной температурѣ вода мгновенно обращается въ паръ. А это доказываетъ, что скрытая теплота кипѣнія равна нулю, потому что испареніе не могло бы произойти мгновенно, если бы на это требовалась теплота, которая не можетъ мгновенно притечь въ какомъ либо конечномъ количествѣ. Это явленіе происходитъ при критической температурѣ, называемой также *абсолютной температурой кипѣнія.*

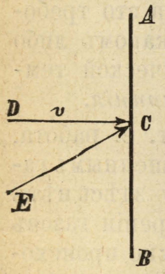
§ 46. При расширеніи газовъ внутренняя работа, т. е. работа, идущая на преодолѣваніе силы сцѣпленія, очень мала. Совершеннымъ газомъ называется такой, въ которомъ она равна нулю. Поэтому здѣсь нѣтъ превращенія теплоты въ энергію сцѣпленія. Но при расширеніи газовъ преодолѣвается атмосферное давленіе, и, слѣдовательно, должно происходить превращеніе теплоты въ вѣсовую энергію атмосферы. Эта „внѣшняя работа" производится при расширеніи всякаго тѣла, но при расширеніи твердыхъ тѣлъ и жидкостей она очень мала сравнительно съ внутренней работой и потому можетъ не приниматься въ разсчетъ, въ газахъ же она имѣетъ замѣтную величину.

Если же газъ нагрѣвается при постоянномъ объемѣ, то внѣшней работы не производится, и вся теплота, какая ему сообщается, идетъ на увеличеніе кинетической энергіи его частицъ. Поэтому удѣльная теплота газа при постоянномъ объемѣ представляетъ количество кинетической энергіи, которая сообщается частицамъ, заключеннымъ въ 1 гр. газа при нагрѣваніи на 1^0. Удѣльная теплота при постоянномъ давленіи представляетъ сумму этой энергіи и эквивалента внѣшней работѣ, производимой при расширеніи газа. Разность между ними должна представлять эквивалентъ внѣшней работы, производимой при нагрѣваніи 1 гр. газа на 1^0C подъ давленіемъ атмосферы. Это даетъ тотъ способъ, которымъ впервые былъ опредѣленъ механическій эквивалентъ теплоты *Робертомъ Майеромъ*.

Разность между удѣльной теплотой воздуха при постоянномъ давленіи и удѣльной теплотой при постоянномъ объемѣ равна приблизительно 0,007 калор. Одинъ граммъ воздуха занимаетъ объемъ $^1/_{1,29}$ литра. Для простоты представимъ этотъ объемъ, какъ цилиндръ, въ которомъ площадь дна равна 1 кв. дцм., а высота $^1/_{1,29}$ дцм., или $^1/_{0,129}$ метра, и положимъ, что расширеніе происходитъ только по направленію оси цилиндра, такъ что верхнее основаніе цилиндра выдвигается. При нагрѣваніи на 1^0 оно подымется на $^1/_{273}$ высоты цилиндра, т. е. перемѣстится на $^1/_{0,129\times273}$ метра. Давленіе на 1 кв. дцм. равно 103,33 килограмма. Слѣд. производимая работа равна $^{103,33}/_{0,129\times273}$ килограммометрамъ. Это эквивалентъ 0,007 калорій, а эквивалентъ 1 кал. равенъ $^{103,33}/_{0,129\times273\times0,007}$ килограммометровъ. Произведя вычисленія, найдемъ приблизительно 425 килограммометровъ.

§ 47. Кинетическая теорія газовъ даетъ возможность объяснить самый процессъ превращенія теплоты во внѣшнюю работу. Упругость газа, вызывающая его расширеніе, есть по этой теоріи результатъ ударовъ частицъ газа о стѣнки заключающаго его сосуда. Скорость движенія частицъ послѣ удара о стѣнку будетъ больше, равна, или меньше скорости до удара, смотря по тому, перемѣщается ли стѣнка противъ ударовъ, остается ли неподвижной, или перемѣщается въ сторону ударовъ.

Въ самомъ дѣлѣ, представимъ себѣ доску AB (фиг. 22), въ которую ударяетъ мячъ C. Если скорость мяча была v и доска была неподвижна, то мячъ отскочитъ съ такой же скоростью v. Если доска движется въ ту же сторону DC со скоростью v_1, то сила удара, а слѣд. и сила обратнаго толчка зависятъ отъ относительной скорости мяча $v-v_1$, и онъ послѣ удара получитъ ту же относительную скорость $v-v_1$ по направленію CD; но такъ какъ доска движется въ сторону DC со скоростью v_1, то абсолютная скорость мяча по направленію CD будетъ $v-v_1-v_1=v-2v_1$. Слѣд. если доска движется туда же, куда и мячъ, то скорость мяча послѣ удара уменьшается на двойную скорость движенія доски. Если доска движется въ сторону CD со скоростью v_1, то относительная скорость мяча будетъ $v+v_1$.

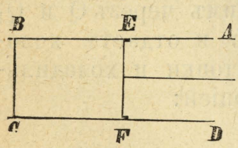


Фиг. 22.

Послѣ удара онъ получитъ ту же относительную скорость $v+v_1$ по направленію CD. Но такъ какъ доска движется въ ту же сторону со скоростью v_1, то абсолютная скорость мяча будетъ $v+v_1+v_1=v+2v_1$. Слѣд. если доска движется противъ мяча, то скорость его послѣ удара увеличивается на двойную скорость движенія доски.

При косомъ ударѣ мяча, напр. по направленію EC, примѣняется то же разсужденіе, только за v нужно принимать составляющую скорости, перпендикулярную къ стѣнкѣ. Составляющая же, параллельная стѣнкѣ, не измѣняется ударомъ.

Теперь положимъ, что газъ заключенъ въ цилиндрѣ ABCD (фиг. 23), открытомъ со стороны AD, и въ открытый конецъ цилиндра вставленъ поршень EF, плотно пригнанный къ стѣнкамъ. Если поршень остается неподвижнымъ, то частицы газа отскакиваютъ съ тою же скоростью, съ какой двигались до удара, и температура газа не мѣняется. Если поршень движется вправо, т. е. газъ расширяется, то послѣ удара скорости частицъ уменьшаются и температура падаетъ, если газъ не подогрѣвать. Если газъ сжимается, т. е. поршень движется влѣво, противъ ударовъ частицъ, то скорость послѣднихъ послѣ удара увеличивается и температура газа повышается. Это приращеніе тепла происходитъ на счетъ работы внѣшней силы, сжимающей газъ. При расширеніи газа теплота превращается въ работу, при сжатіи—работа въ теплоту.



Фиг 23.

III. Треніе.

§ 48. Такъ называемая сила тренія представляетъ особое проявленіе силы сцѣпленія. Развитіе теплоты при треніи представляетъ сложное превращеніе энергіи внѣшней силы въ энергію сцѣпленія и этой послѣдней въ теплоту. Если два тѣла находятся въ соприкосновеніи, выступы одного тѣла входятъ во впадины другого. Когда тѣла получаютъ относительное движеніе, находясь въ соприкосновеніи, зацѣпляющіяся части ихъ сдвигаются со своихъ мѣстъ, что вызываетъ растяженіе въ прилегающихъ слояхъ обоихъ тѣлъ вопреки дѣйствующей въ нихъ силѣ сцѣпленія, Слѣд. сила сцѣпленія производитъ отрицательную работу и энергія ея увеличивается на счетъ энергіи внѣшней силы. Когда зацѣпившіяся части освобождаются, сила сцѣпленія приводитъ тѣло въ прежнее состояніе: растянувшіеся слои сжимаются; энергія сцѣпленія уменьшается, взамѣнъ того появляется теплота.

Точные опыты надъ превращеніемъ работы въ теплоту посредствомъ тренія были произведены англійскимъ физикомъ Джаулемъ, который нашелъ приблизительно то же число 425 килограммометровъ для механическаго эквивалента теплоты. Это подтверждаетъ эквивалентность обоихъ превращеній энергіи, которыя имѣютъ здѣсь мѣсто: превращенія внѣшней работы въ энергію сцѣпленія и этой послѣдней въ теплоту.

IV. Превратимость теплоты въ работу.

§ 49. Выше мы видѣли, что превращеніе теплоты въ работу происходитъ при расширеніи тѣлъ. Наибольшая внѣшняя работа производится при расширеніи газовъ, такъ какъ въ нихъ теплота не тратится на внутреннюю работу. Обычный способъ превращенія теплоты въ работу представляютъ паровыя машины. Изслѣдуя условія производительности паровыхъ машинъ, французскій физикъ *Карно* пришелъ къ выводу, что нельзя устроить такую паровую машину, которая превращала бы въ работу всю теплоту, заимствуемую въ топкѣ: часть неизбѣжно передается холодильнику, и *въ идеальной паровой машинѣ*, которая свободна отъ всѣхъ вредныхъ потерь, *количества теплоты, заимствуемой въ топкѣ и передаваемой холодильнику, относятся между собой, какъ абсолютныя температуры топки и холодильника.* Это положеніе извѣстно подъ названіемъ *закона Карно.* Если обозначимъ черезъ Q и Q_1 количества тепла, которыя паръ получаетъ въ топкѣ и отдаетъ холодильнику, черезъ T и T_1—абсолютныя температуры топки и холодильника, то законъ Карно выразится слѣдующей пропорціей:

$$\frac{Q}{Q_1}=\frac{T}{T_1}\, . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Отсюда можно найти, какая часть тепла превращается въ работу:

$$\frac{Q-Q_1}{Q}=\frac{T-T_1}{T_1}\, . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

$Q-Q_1$ представляетъ то количество теплоты, которое идетъ на произведеніе работы.

Сравнивая уравненіе (6) съ уравненіемъ (4) (§ 32), находимъ въ нихъ полную аналогію. Температура въ уравненіи (6) соотвѣтствуетъ квадрату скорости въ уравненіи (4), или величинѣ, пропорціональной квадрату скорости. Этой аналогіи и слѣдовало ожидать, принимая во вниманіе кинетическую теорію теплоты. Мы видимъ теперь, что температура должна представлять величину, пропорціональную квадрату скорости движенія частицъ одного и того же тѣла.

Нѣкоторую аналогію представляетъ и условіе превратимости вѣсовой энергіи. Если обозначить черезъ H и H_1 высоты отъ уровня моря верхняго и нижняго уровней воды у водяной мельницы, черезъ P_1—вѣсъ воды, падающей въ извѣстное время на колесо, то вѣсовая энергія этой массы воды до паденія равна PH, послѣ паденія—PH_1; количество энергіи, которое могла бы утилизировать наилучше устроенная мельница, равно $P(H-H_1)$. Отношеніе превратимой вѣсовой энергіи ко всей, полученной колесомъ, равно

$$\frac{P(H-H_1)}{PH}=\frac{H-H_1}{H}.$$

Высота по отношенію къ превратимости вѣсовой энергіи соотвѣтствуетъ температурѣ и квадрату скорости по отношенію къ превратимости теплоты и кинетической энергіи, или величинамъ, пропорціональнымъ имъ (потому что мы имѣемъ вездѣ только отношенія).

Изъ пропорціи (6) слѣдуетъ:

1. Вся теплота, заимствуемая въ топкѣ, могла бы пойти на работу только тогда, если бы $T_1=0$, т. е. холодильникъ былъ при температурѣ абсолютнаго нуля.

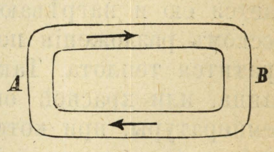
2. Часть тепла, превращающаяся въ работу, тѣмъ больше, чѣмъ больше разность температуръ $T-T_1$.

3. При одинаковой разности температуръ она увеличивается съ увеличенiемъ температуры топки; это яснѣе видно, если во второй части пропорцiи (6) раздѣлить числитель и знаменатель на T; тогда получимъ:

$$\frac{Q-Q_1}{Q}=\frac{1-\frac{T_1}{T}}{1}.$$

Существуетъ множество процессовъ и такихъ, которые искусственно производятся, и такихъ, которые возникаютъ естественно въ природѣ, въ которыхъ, подобно паровой машинѣ, теплота превращается въ работу. Для всѣхъ этихъ процессовъ имѣютъ силу сдѣланныя выше заключенiя о превратимости теплоты.

Замкнутая трубка AB (фиг. 24), наполненная водой, или просто воздухомъ, поставленная въ вертикальной плоскости, даетъ мѣсто превращенiю теплоты въ кинетическую энергiю, если къ одному концу поднести теплое тѣло, а къ другому холодное. Вода, или воздухъ прiйдутъ въ движенiе, какъ показано стрѣлками, и будутъ отнимать тепло у теплаго тѣла и уступать часть холодному. Разница превратится въ кинетическую энергiю.



Фиг. 24.

Просто открытая трубка, поставленная вертикально и окруженная теплымъ тѣломъ, даетъ мѣсто такому же превращенiю. Роль холоднаго тѣла будетъ играть окружающiй воздухъ. Обыкновенная печь, дверь, открытая изъ теплаго помѣщенiя въ холодное, пассатные вѣтры, муссоны и бризы представляютъ другiе примѣры. Наши перемѣнные вѣтры представляютъ явленiя того же рода, хотя болѣе сложныя.

Такимъ образомъ для превратимости теплоты необходимымъ условiемъ является существованiе тѣла, болѣе холоднаго, и при этомъ условiи въ работу можетъ превратиться только часть теплоты, часть тѣмъ бо́льшая, чѣмъ выше температура болѣе теплаго тѣла и чѣмъ ниже температура болѣе холоднаго. Значитъ теплота, заключенная въ самомъ холодномъ тѣлѣ, вовсе не превратима, а въ другихъ тѣлахъ тѣмъ менѣе превратима, чѣмъ ниже ихъ температура. Поэтому все, что повышаетъ температуру болѣе холодныхъ тѣлъ и понижаетъ температуру болѣе теплыхъ, безусловно пагубно съ точки зрѣнiя превратимости теплоты въ работу. Переносъ теплоты съ теплаго тѣла на холодное при превращенiи теплоты въ работу, простой переходъ тепла съ теплыхъ тѣлъ на холодныя черезъ лучеиспусканiе, или теплопроводность,—всѣ эти явленiя уменьшаютъ превратимость теплоты.

E. Энергiя химическаго сродства.

§ 50. Всѣ химическiя соединенiя и разложенiя мы представляемъ себѣ, какъ сближенiе и удаленiе атомовъ разнородныхъ тѣлъ, между которыми существуетъ особаго рода притяженiе, называемое химическимъ сродствомъ. Когда два такіе атома удаляются другъ отъ друга, то должно преодолѣваться сопротивленіе, представляемое ихъ сродствомъ и слѣд. производиться работа, какъ при поднятіи груза надъ землей, или какъ при растяженіи твердаго тѣла. Когда два такіе атома сближаются, то они движутся туда, куда дѣйствуетъ сила ихъ сродства; слѣд. эта сила производитъ положительную работу. Такимъ образомъ частицы тѣлъ, между которыми есть сродство, обладаютъ кинетической энергіей, когда онѣ разъединены, и теряютъ ее, когда соединяются въ сложное тѣло.

§ 51. Когда при химическомъ соединеніи атомы одного тѣла падаютъ на атомы другого, химическая энергія ихъ исчезаетъ, взамѣнъ того появляется теплота. Такъ, при горѣніи получается большое количество теплоты: мы должны только зажечь тѣло, т. е. довести часть его до такой температуры, при которой можетъ происходить горѣніе; но дальше нѣтъ надобности подогрѣвать тѣло: при горѣніи развивается такое количество теплоты, что высокая температура тѣла поддерживается ею и нагрѣваются окружающіе предметы. Наоборотъ, при химическомъ разложеніи появляется химическая энергія, и взамѣнъ того тратится теплота. Такъ, при выдѣленіи кислорода изъ перекиси марганца, или красной окиси ртути мало довести сложное тѣло до той температуры, при которой происходитъ разложеніе: надо эту температуру поддерживать постояннымъ нагрѣваніемъ: какъ только перестанемъ нагрѣвать, температура сейчасъ падаетъ и разложеніе прекращается.

Различныя тѣла имѣютъ различную силу сродства между собой. Поэтому при различныхъ химическихъ соединеніяхъ и разложеніяхъ тратится и появляется неодинаковое количество тепла. Чѣмъ больше сила химическаго сродства двухъ тѣлъ, тѣмъ больше теплоты выдѣляется при ихъ соединеніи и поглощается при разложеніи. При сложныхъ химическихъ реакціяхъ, когда происходитъ и соединеніе и разложеніе, теплота поглощается при соединеніи и выдѣляется при разложеніи; слѣд. въ общемъ будетъ нагрѣваніе, или охлажденіе, смотря по тому, больше ли теплоты выдѣляется при соединеніи, или поглощается при разложеніи. Такъ сѣрная кислота обладаетъ бо̀льшимъ сродствомъ къ металламъ, напр. къ цинку, чѣмъ къ водороду. Поэтому, когда въ растворъ сѣрной кислоты опустимъ цинкъ, онъ вытѣсняетъ водородъ изъ сѣрной кислоты и становится на его мѣсто, образуя цинковый купоросъ. На основаніи предыдущаго мы должны ожидать, что при выдѣленіи водорода поглощается меньше тепла, чѣмъ выдѣляется при соединеніи цинка съ кислотой, и слѣд. въ общемъ должно произойти нагрѣваніе. Опытъ оправдываетъ это заключеніе.

§ 52. Всѣ тѣла, обладающія сродствомъ другъ къ другу, представляютъ запасы химической энергіи, которые уменьшаются, когда тѣла входятъ въ сложныя соединенія. Однако, если бы всѣ тѣла вошли въ сложныя соединенія, которыя уже не реагировали бы другъ на друга, все таки еще нельзя было бы сказать, что вся химическая энергія ихъ исчезла. Въ самомъ дѣлѣ, пусть мы имѣли бы соединенія AB и CD элементовъ A, B, C и D, которыя уже не реагируютъ другъ на друга. Пусть A обладаетъ сродствомъ къ B и C, точно также и D.

Пусть соединеніе AB имѣетъ эквивалентомъ 1 калор., AC — 2 калор., CD—3 кал., DB—4 кал. Разложимъ соединенія AB и CD; на это потратится $1 + 3 = 4$ кал. Произведемъ теперь соединенія AC и BD; это дастъ $2 + 4 = 6$ кал. Въ результатѣ получимъ $6 - 4 = 2$ калоріи теплоты, превращенной изъ химической энергіи. Такимъ образомъ вся превратимая химическая энергія была бы истрачена только тогда, если бы всѣ тѣла пришли, такъ сказать, въ положеніе наибольшей химической устойчивости, подобно тому, какъ вся превратимая вѣсовая энергія была бы потрачена, какъ мы видѣли, тогда, когда всѣ тѣла пришли бы въ положеніе наибольшей устойчивости по отношенію къ вѣсу.

F. Энергія звука.

§ 53. Звучащее тѣло и среда, передающая звукъ, представляютъ тѣла, частицы которыхъ находятся въ колебательномъ движеніи. Онѣ выходятъ изъ положенія равновѣсія и движутся замедленно, пока не потеряютъ всей полученной скорости. Это положенія наибольшаго отклоненія. Затѣмъ онѣ возвращаются къ положенію равновѣсія ускореннымъ движеніемъ. Здѣсь онѣ обладаютъ наибольшей скоростью. Затѣмъ снова начинается замедленное движеніе въ другую сторону, остановка, снова возвращеніе и т. д. Разница между этими движеніями и колебаніями маятника та, что тамъ сила, то ускоряющая, то замедляющая движеніе, есть сила тяжести, здѣсь же это сила, которой присвоено общее названіе упругости и которая состоитъ въ томъ, что въ твердыхъ тѣлахъ стремится сохранить то расположеніе частицъ, которое онѣ разъ имѣютъ, въ жидкостяхъ же и газахъ стремится сохранить во всей массѣ одинаковое давленіе. Это не есть какая либо особая сила, а результатъ силы сцѣпленія и теплового движенія частицъ. Подобно тому, какъ колебанія маятника представляютъ послѣдовательныя превращенія кинетической энергіи въ вѣсовую и наоборотъ, такъ звуковыя колебанія представляютъ послѣдовательныя превращенія кинетической энергіи въ энергію упругости и наоборотъ. Въ положеніяхъ наибольшаго отклоненія частицы обладаютъ одной энергіей упругости, когда проходятъ черезъ положенія равновѣсія—одной кинетической энергіей, въ промежуточныхъ положеніяхъ—той и другой. Такъ какъ въ звучащемъ тѣлѣ и въ передающей звукъ средѣ одновременно различныя частицы находятся въ различныхъ фазахъ, то можно сказать вообще, что энергія звучащей среды есть совокупность кинетической энергіи и энергіи упругости.

§ 54. Если къ звучащей струнѣ, или звучащему колокольчику поднести легкій шарикъ, подвѣшенный на ниткѣ, то этотъ шарикъ отскочитъ и слѣд. пріобрѣтетъ кинетическую энергію. Если подносить шарикъ много разъ, или поднести много шариковъ, то замѣтимъ, что струна, или колокольчикъ замолкаютъ скорѣе, чѣмъ если бы этихъ шариковъ не было. Слѣд. звуковая энергія истощается на отбрасываніе шариковъ, или превращается въ кинетическую энергію шариковъ.

Обычный способъ заставить звучать колоколъ есть ударъ била. Здѣсь кинетическая энергія била превращается въ звуковую энергію колокола. При всякомъ ударѣ издается звукъ; слѣд. часть кинетической энергіи одного или обоихъ ударяющихся тѣлъ превращается въ звукъ. Звучаніе духовыхъ инструментовъ представляетъ тоже превращеніе кинетической энергіи струи воздуха, ударяющей въ язычекъ, въ звуковую энергію.

§ 55. *Сложныя превращенія.* 1) Раньше мы видѣли что при паденіи тяжелаго тѣла на землю кинетическая энергія падающаго тѣла превращается въ теплоту. Но такъ какъ никогда не бываетъ удара безъ звука, то часть кинетической энергіи обращается въ звукъ, а остальная—въ теплоту. Чѣмъ громче звукъ, тѣмъ меньше теплоты.

2) Кромѣ удара, звукъ производится треніемъ (скрипка). И здѣсь часть энергіи внѣшей силы превращается въ теплоту, другая—въ звукъ. Чѣмъ сильнѣе звукъ, при равной силѣ тренія, тѣмъ меньше развивается теплоты.

3) Свистъ локомотива представляетъ превращеніе теплоты въ кинетическую энергію пара, вырывающагося въ свистокъ, и части послѣдней въ звукъ, теплоту и вѣсовую энергію, такъ какъ паръ, выходя изъ свистка, потерялъ только часть своей кинетической энергіи и теряетъ другую, только взлетая въ воздухъ.

4) Ружейный выстрѣлъ представляетъ превращеніе химической энергіи пороха въ теплоту и этой послѣдней частью въ кинетическую энергію пули, частью въ звукъ.

Б. Гернъ (Смоленскъ).

(Продолженіе слѣдуетъ).

ОСТАТКИ СХОЛАСТИКИ

въ

современныхъ учебникахъ ариѳметики.

(*Сообщеніе, читанное въ засѣданіи Кіевскаго Физико-Математическаго Общества 8-го октября 1894 г.*).

(Окончаніе).*

Правило смѣшенія.

1. *Проф. Давидовъ.*

„Многія изъ задачъ, относящихся къ смѣсямъ и сплавамъ, рѣшаются съ помощью особаго пріема, называемаго *правиломъ смѣшенія.* Эти задачи бываютъ двоякаго рода.

1) По даннымъ цѣнамъ или достоинствамъ смѣшиваемыхъ веществъ ищется цѣна или достоинство смѣси.

*) См № 219 „Вѣстника Оп. Физики“.

2) По данной цѣнѣ или достоинству смѣси ищутся количества составныхъ частей" (§ 224, стр. 259).

2. *Проф. Бугаевъ.*

„Правило смѣшенія есть способъ опредѣлять

1) цѣну смѣси по цѣнѣ и количеству смѣшиваемыхъ вещей и

2) количество смѣшиваемыхъ вещей по количеству и цѣнѣ смѣси и цѣнѣ смѣшиваемыхъ вещей" (§ 87, стр. 133).

3. *Мозговъ.*

„Правиломъ смѣшенія наз. способъ опредѣлять:

1) цѣну смѣси, когда извѣстны цѣна и количество смѣшиваемыхъ предметовъ,

и 2) количество смѣшиваемыхъ предметовъ, когда даны количество и цѣна смѣси и цѣна смѣшиваемыхъ предметовъ" (стр. 44).

Всѣ три опредѣленія тождественно нелѣпы, ибо, во первыхъ, какъ извѣстно, способы рѣшенія обоихъ упомянутыхъ типовъ задачъ существенно различны, а во вторыхъ такихъ способовъ есть нѣсколько.

4. *Винклеръ.*

„Правиломъ смѣшенія называется способъ рѣшенія задачъ, относящихся къ составленію смѣсей или сплавовъ" (§ 150, стр. 124).

Далѣе указываются три рода задачъ на правило смѣшенія, разсматриваются задачи опредѣленныя и неопредѣленныя, и, сверхъ того, цѣлый параграфъ посвящается разсужденіямъ о „средней величинѣ наблюденій" (§ 155, стр. 178). Получается такимъ образомъ нѣчто въ родѣ смѣшенія наблюденій. Въ этомъ впрочемъ авторъ имѣетъ и предшественниковъ. Проф. Андреевскій, указавъ правило опредѣленія цѣны смѣси, говоритъ, что оно „получаетъ болѣе общее примѣненіе, а именно: оно показываетъ, какимъ образомъ изъ различныхъ значеній нѣкоторой величины выводится одно, такъ называемое среднее значеніе этой величины" (§ 206, стр. 219). Малининъ, давъ общую формулу для рѣшенія задачъ перваго рода, также говоритъ, что „къ этому роду задачъ принадлежитъ нахожденіе средняго числа" (§ 247, стр. 258).

5. *Шапошниковъ.*

„При разсматриваніи смѣсей часто возникаютъ вопросы объ опредѣленіи средней цѣны смѣси, или средняго достоинства, опредѣляемаго градусами, пробою и т. п.

„Способъ для рѣшенія подобныхъ вопросовъ называется *правиломъ опредѣленія смѣси*, или короче, правиломъ смѣшенія. Задачи на это правило рѣшаются очень просто (стр. 36).

„Нерѣдко возникаютъ обратные вопросы, въ которыхъ количество и среднее достоинство смѣси считаются извѣстными, а требуется опредѣлить то или другое относительно одного изъ смѣшиваемыхъ веществъ, или двухъ веществъ, или большаго числа ихъ.

„Способъ для рѣшенія такихъ вопросовъ называется *обратнымъ правиломъ смѣшенія*, или *правиломъ распредѣленія смѣси*.

„Задачи на это правило, вообще говоря, труднѣе прежнихъ“ (Стр. 38 *).

Такимъ образомъ, не смотря на многословіе, послѣднее опредѣленіе также весьма мало разнится отъ предыдущихъ, и потому также не раціонально. Почему напр. число правилъ смѣшенія ограничено только двумя, а не тремя, какъ у Винклера, или болѣе? Вѣдь различныхъ типовъ задачъ на смѣси можно придумать весьма много. Почему наконецъ самые пріемы рѣшенія указанныхъ задачъ должны быть примѣняемы исключительно къ смѣсямъ и почему изъ курса ариѳметики должны быть исключены задачи, рѣшаемыя тѣми же пріемами, какъ и названныя задачи со смѣсями? Напр. такія:

1) Винодѣлъ обязался поставить n ведеръ вина. Онъ имѣетъ боченки вмѣстимостью въ a и въ b ведеръ. Сколько было взято боченковъ той и другой вмѣстимости, если число всѣхъ боченковъ было m?

2) Въ сараѣ были фазаны и кролики, число всѣхъ головъ было n, а число ногъ m; сколько было тѣхъ и другихъ?

Относить ли ихъ къ правилу смѣшенія боченковъ и фазановъ съ кроликами, или исключить вовсе изъ курса ариѳметики?

Почему должно исключать изъ ариѳметики задачи, не подходящія ни подъ одно изъ существующихъ правилъ, не смотря даже на то, что эти задачи рѣшаются впродолженіи всего курса ариѳметики, вплоть до самихъ правилъ? Очевидно, что такъ называемыя правила не исчерпываютъ всѣхъ такъ называемыхъ ариѳметическихъ задачъ, и въ то же время одна и та же задача можетъ часто быть относима къ разнымъ правиламъ. Это противно здравому смыслу. Такая непослѣдовательность тѣмъ болѣе удивительна и непростительна, что она затрагиваетъ самые элементы науки, претендующей на названіе точной и долженствующей отличаться строгою логичностью и послѣдовательностью своихъ выводовъ и положеній. Невольно рождается вопросъ, какимъ же образомъ могла развиться и удержаться даже до сегодня такая очевидная нелѣпость, какъ дѣленіе задачъ на правила. Прежде чѣмъ закончить настоящее сообщеніе, я позволю себѣ остановиться на выясненіи этого вопроса. Я постараюсь, насколько умѣю, очертить ходъ развитія ариѳметики и практическихъ ея приложеній, начиная эпохою среднихъ вѣковъ, когда она впервые начинаетъ выдѣляться въ самостоятельный, отличный отъ Геометріи отдѣлъ математики, привлекая къ себѣ вниманіе не только практиковъ, но и людей науки.

Эта эпоха является одною изъ самыхъ мрачныхъ въ исторіи науки. Религіозныя гоненія, а нѣсколько позднѣе тяжелыя соціальныя условія, вызванныя „великимъ переселеніемъ народовъ“, вызываютъ окончательное паденіе классической образованности. Памятники языческаго искусства безжалостно уничтожаются, лучшіе философы и ученые изгоняются изъ предѣловъ греко-римской имперіи и, къ концу четвертаго вѣка, наука и школа переходятъ уже почти вполнѣ въ руки

*) Остальные изъ вышеназванныхъ авторовъ вовсе не опредѣляютъ правила смѣшенія.

церковнаго клира и получаютъ почти исключительно теологическій характеръ.

Въ школѣ IV, V, VI и VII вѣковъ всѣ науки играютъ только служебную роль по отношенію къ теологіи. Восточная имперія, правда, сохраняла еще нѣкоторые слѣды греческой образованности, но она рано пала подъ напоромъ варварскихъ народовъ; что же касается запада, то уваженіе его къ великимъ твореніямъ эллинскаго генія достаточно характеризуется извѣстною поговоркою средневѣковыхъ ученыхъ: graeca sunt—non leguntur*).

Лишь долгое время спустя, только въ арабскихъ школахъ, наука снова занимаетъ прежнее почетное мѣсто, но далеко не можетъ достигнуть утраченной высоты, до какой она поднялась въ античномъ мірѣ. Арабамъ главнымъ образомъ, съ которыми приходитъ въ соприкосновеніе европейскій западъ въ эпоху крестовыхъ походовъ, обязаны мы и возрожденіемъ наукъ и искусствъ въ Европѣ.

Но безсмысленное буквоѣдство схоластиковъ, заучиваніе готовыхъ формулъ и оборотовъ во всѣхъ наукахъ, даже въ такихъ, каковы реторика и философія, а тѣмъ болѣе разныхъ правилъ, даваемыхъ уже въ готовой, догматической формѣ, въ такихъ наукахъ, какъ грамматика и математика, не легко уступаетъ свое мѣсто новому направленію, въ основѣ котораго ложится все таки не чистое знаніе, а лишь его практическія примѣненія. Городскія школы Милана, Брешіи, Флоренціи, Любека, Гамбурга, Лейпцига и другихъ торговыхъ городовъ, возникшія почти исключительно на почвѣ торговыхъ интересовъ, естественно стремятся дать лишь практическія знанія. Чтеніе и письмо, счетъ и бухгалтерія вмѣстѣ съ важнѣйшими свѣдѣніями изъ исторіи и географіи, свѣдѣніями, необходимыми въ развившихся тогда торговыхъ сношеніяхъ востока и запада, являются поэтому единственными предметами преподаванія въ городской школѣ. Математика, какъ и всѣ другія науки, продолжаетъ играть здѣсь лишь чисто служебную роль. Разница между духовно-схоластическими школами и школами городскими лишь та, что тамъ всѣ науки служили теологіи, а здѣсь онѣ служатъ практической жизни. Въ этой послѣдней главную роль играютъ интересы торговые, почему и въ школьномъ обученіи имъ отводится видное мѣсто. Вотъ, напр. что говоритъ Петръ Борджи въ своей „Arithmetica (1484): „Qui comenza la nobel opera de arithmetice en la qual se tracta tute le cose a mercantio pertinente facta e compilata per Pietro Borgi da Venesia“ **). Далѣе, расхваливая въ стихотворной формѣ во введеніи искусство математики, онъ обѣщаетъ, что лица, изучившія его книжку, будутъ хорошо вести свои вычисленія, и потому

„Danari acquisterano e grandi honori
In la patria e di fuori
Sapran far la rason de tutte gente
Per le figure che son qui depente“ ***).

*) Это по гречески—не читается.

**) Здѣсь начинается знатный трактатъ объ ариѳметикѣ, въ которомъ разсматриваются всякія вещи, относящіяся къ торговлѣ; составленъ и изложенъ Петромъ Борджи изъ Венеціи.

***) Пріобрѣтутъ деньги и большія почести въ отечествѣ и за границей и бу-

Самые пріемы и способы обученія остались тѣ же, что были и у схоластиковъ; посему весьма понятно, что умственное развитіе учащихся и въ этихъ школахъ высокой степени достигнуть не могло, да объ этомъ особенно и не заботились.

Неудивительно поэтому, что при обученіи ариѳметикѣ, когда имѣлось въ виду лишь возможно быстрое рѣшеніе опредѣленныхъ, именно часто встрѣчающихся въ торговыхъ операціяхъ, типовъ задачъ, для всѣхъ этихъ типовъ указывались опредѣленныя схемы — figurae, соотвѣтствующія нынѣшнимъ формуламъ Эти схемы позволяли съ наименьшею затратою времени приводить рѣшенія извѣстнаго рода задачъ къ простымъ вычисленіямъ. Это было тѣмъ болѣе важно, что самыя вычисленія являлись дѣломъ весьма труднымъ еще даже въ XVI вѣкѣ. Такъ, еще Ramus въ своихъ „Arithmeticae libri tres“ (1555 г.) говоритъ: Надо имѣть хорошую ногу и хорошій глазъ, говоритъ новобранцамъ фехтмейстеръ; нуженъ хорошій умъ, хорошая память, хорошая рука для ежедневнаго упражненія въ дѣленіи, скажетъ здѣсь учитель ученику. Ибо большее разнообразіе вычисленій требуетъ высокаго ума, постояннаго вниманія и вѣрной руки больше, чѣмъ гдѣ либо. И никто не можетъ считать себя по истинѣ прилежно занимающимся математикой, если каждый день при занятіяхъ ариѳметикой не дѣлаетъ дѣленій надъ насколько возможно большими числами“. И это станетъ вполнѣ понятнымъ, если мы припомнимъ, что въ то время еще не существовало простыхъ и общеупотребительныхъ, какъ теперь, способовъ умноженія и дѣленія, и почти каждый торговый городъ умножалъ и дѣлилъ по особому способу, болѣе или менѣе неуклюжему. Каждое вычисленіе сопровождалось сверхъ того цѣлымъ рядомъ повѣрокъ, такъ что трактаты по ариѳметикѣ достигали нерѣдко весьма внушительныхъ размѣровъ, какъ вышеупомянутый трактатъ Ramus'а или „General Trattato di Numeri e misure di Nicolo Tartaglia“ въ 555 стр. in-4°.

Къ числу причинъ, задерживавшихъ развитіе ариѳметики, надо отнести также и полное отсутствіе символизма. Употребляемые въ настоящее время знаки дѣйствій вполнѣ устанавливаются лишь въ началѣ XVII вѣка. Именно: знаки $+$ и $-$ впервые встрѣчаются лишь у Jeger'а въ 1489 г., знакъ $=$ у Recorde въ 1557 г., знаки $>$ и $<$ лишь у Harriot'а въ 1623, знакъ $\times$ у Oughtred'а въ 1631 г.; употреблять точку вмѣсто знака умноженія началъ лишь Wolf въ 1752 г. До тѣхъ поръ, пока не были введены общеупотребительные знаки, всѣ дѣйствія выражались словами, которыя замѣнялись иногда, какъ напр. въ „Алгебрѣ“ Бомбелли въ 1572 г., ихъ сокращеніями, или начальными буквами.

Около этого же времени, во всякомъ случаѣ не ранѣе половины XVI вѣка, входитъ во всеобщее употребленіе и нынѣшняя десятичная система счисленія. Заимствованная арабскими учеными у индусовъ, она въ концѣ десятаго вѣка становится извѣстною и въ Европѣ благодаря школѣ знаменитаго папы Герберта, въ сочиненіяхъ котораго эта система встрѣчается впервые при описаніи *абакуса* и различныхъ

дутъ имѣть возможность входить въ сношенія со всѣми народами съ помощью изложенныхъ здѣсь схемъ (figurae).

способовъ дѣленія. Подлинность извѣстнаго прибавленія къ геометріи Боэція, въ которомъ описывается система абакуса съ девятью знаками, считается сомнительною большинствомъ выдающихся историковъ математики; но если бы наша система счисленія и была извѣстна Боэцію, Бэда и даже болѣе раннимъ ученымъ, каковы Архимедъ и Аполлоній, то это весьма мало измѣняетъ дѣло: въ сочиненіяхъ средневѣковыхъ ученыхъ она начинаетъ употребляться лишь въ XIII вѣкѣ, когда она сразу появляется въ цѣломъ рядѣ трактатовъ, какъ то у Леонарда Фибоначчи, Іордана Неморарія, Сакро Боско, Винцента де Бова и Максима Планула (*ψηφοφορία κατ' Ἰνδους ἡ λεγομένη μεγάλη*). Около того же времени она начинаетъ входить въ употребленіе и при практическихъ вычисленіяхъ, о чемъ можно судить по тому, что въ 1299 году флорентійскимъ купцамъ было запрещено указомъ вести торговыя книги съ помощью абака.

Прибавимъ къ этому, что алгебра, какъ отдѣльная вѣтвь математики, могла появиться лишь послѣ введенія символовъ и что до Віэта строгаго различія между алгеброй и ариѳметикой не существовало, не могло поэтому существовать и различія между задачами алгебраическими и ариѳметическими. Всѣ задачи приводились лишь къ числовымъ выкладкамъ и дѣлились на двѣ большія группы примѣнительно къ ихъ практическому значенію. Именно первую и самую важную категорію составляли задачи, необходимыя въ практическихъ приложеніяхъ, а затѣмъ на ряду съ ними существовали задачи, имѣвшія лишь чисто теоретическій интересъ—„problèmes plaisants et délectables, qui se font par les nombres“ (Bachet de Meziriac), служившія для пріятнаго препровожденія времени въ ученыхъ кружкахъ, и развившіяся въ настоящее время въ широкую область теоріи чиселъ.

Высокая при тогдашнихъ средствахъ степень трудности задачъ перваго рода и необходимость возможно быстраго и вѣрнаго ихъ рѣшенія естественно привели спеціалистовъ практиковъ, а затѣмъ и ученыхъ теоретиковъ къ выработкѣ опредѣленныхъ техническихъ пріемовъ, насколько возможно упрощавшихъ работу вычислителя. Отсюда цѣлый рядъ правилъ, частію также заимствованныхъ у индійскихъ математиковъ*), каковы тройное, процентовъ, смѣшенія, частію вновь изобрѣтенныя примѣнительно къ новымъ потребностямъ. Такъ, въ первомъ изъ сочиненій европейскихъ ученыхъ, представляющемъ сравнительно систематически обработанный курсъ ариѳметики и алгебры, въ трактатѣ Фибоначчи, озаглавленномъ „Incipit liber Abbaci, compositus a Leonardo filio Bonacci Pisano, in anno 1202“, число различныхъ правилъ почти равно числу задачъ. Здѣсь на ряду съ regula coss, regula uborum и тому подобными правилами мы въ первый разъ встрѣчаемъ на европейской почвѣ и хорошо знакомыя намъ, уцѣлѣвшія и до сегодня, regula trium, regula alligationis, regula coeci, virginum, potatorum, de duobus hominibus, qui habent denarias, de inventione bursarum, de viariis, regula fabri, regula recta и пр.

Далѣе, по мѣрѣ усовершенствованія пріемовъ вычисленія, нѣкоторыя изъ правилъ, какъ однородныя по существу, сливались въ одно; нѣкоторыя совсѣмъ отбрасывались, какъ излишнія; но нашлись и такія,

*) Ср. напр. Lilavati Bhaskara Acharya.

которыя уцѣлѣли и до нашего времени, и теперь, какъ остатки сѣдой старины, пользуются высокимъ уваженіемъ современныхъ авторовъ разныхъ руководствъ и пособій по ариѳметикѣ, а за ними и другихъ педагоговъ.

На русскую почву они были перенесены еще покойнымъ Магницкимъ, который въ своей „Ариѳметикѣ Практикѣ" насчитываетъ цѣлыхъ 12 случаевъ тройного правила, не считая правилъ пятерного, семерного и т. п., и который, подобно средневѣковымъ ученымъ, всю цѣль и цѣну ариѳметики видитъ только въ „прикладахъ ко гражданству потребныхъ".

Съ этой точки зрѣнія онъ поступаетъ вполнѣ правильно. Его правила представляютъ опредѣленныя схемы,—figurae Tartaglia,—по которымъ должны быть расположены данныя условія извѣстнаго типа задачи, чтобы рѣшеніе ихъ выходило возможно простымъ и скоро выполнимымъ, что весьма важно съ точки зрѣнія практическихъ приложеній. Но мнѣ кажется, что такое составленіе и заучиваніе схемъ и формулъ рѣшенія нѣкоторыхъ типовъ задачъ далеко не желательно при изученіи математики, какъ общеобразовательнаго предмета, — изученіи, направленномъ главнымъ образомъ къ тому, чтобы способствовать какъ можно большему развитію умственныхъ способностей учащагося. Съ этой послѣдней точки зрѣнія всякая катехизація, смѣю думать, должна считаться безусловно вредною.

Необходимо открыть, насколько возможно, большій просторъ самостоятельной умственной дѣятельности учащагося. „L'esprit est paresseux", говоритъ La Grange, „il faut prévenir sa lâcheté naturelle et le tenir en haleine pour en développer toutes les forces et les avoir prêtes au besoin. Il n'y a que l'exercice pour cela". Рѣшеніе задачъ по готовымъ схемамъ, или вычисленіе по готовымъ формуламъ не способны дать никакого матерьяла для самостоятельной работы, посему изученіе ихъ должно считаться совершенно безполезнымъ. Хуже того: такое рѣшеніе пріучаетъ ученика къ чисто формальному отношенію къ дѣлу, ставитъ умъ его въ нежелательную зависимость отъ разныхъ рецептовъ, схемъ и формулъ, и тѣмъ самымъ противодѣйствуетъ развитію самостоятельности мышленія. Къ сожалѣнію, именно это крайне вредное, и потому нежелательное заучиваніе готовыхъ схемъ и формулъ даетъ возможность не только среднему, но даже и слабому ученику сравнительно быстро, хотя нерѣдко почти безсознательно, и лишь въ весьма рѣдкихъ случаяхъ вполнѣ сознательно, рѣшать типическія задачи, требуемыя программами и учебными планами нашихъ среднихъ учебныхъ заведеній, и потому усердно поддерживается и защищается нашими педагогами, для которыхъ строго точное выполненіе программы должно служить единственнымъ идеаломъ.

Измѣнить такое положеніе, поставить преподаваніе на болѣе раціональныхъ, соотвѣтствующихъ современному состоянію науки началахъ, могутъ только соединенныя усилія всѣхъ педагоговъ. Пробудить эти усилія на пользу науки и отечественнаго просвѣщенія и имѣло въ виду настоящее сообщеніе.

Н. Соколовъ (Кіевъ).

ЛЕКЦІОННЫЙ ОПЫТЪ,

показывающій повышеніе температуры неупругаго тѣла послѣ удара.

Н. Гезехусъ.

На лекціяхъ, когда приходится говорить о превращеніяхъ энергіи и о законѣ сохраненія энергіи, весьма кстати, разумѣется, вслѣдъ за опытомъ съ ударами упругихъ и неупругихъ шаровъ, показать, что неупругое тѣло нагрѣвается при ударѣ гораздо больше, нежели упругое. Этотъ опытъ весьма просто можно произвести при помощи воздушнаго термоскопа или калорископа В. В. Лермонтова. Главнѣйшую часть этого прибора составляетъ стеклянный шаровидный сосудъ, къ которому снизу припаяна плоская, сплюснутая манометрическая трубка съ подкрашеннымъ легкимъ нефтянымъ масломъ; сверху въ сосудъ вмазана пробка, поддерживающая между прочимъ небольшую пробирную трубку. О другихъ подробностяхъ устройства этого весьма удобнаго для многихъ опытовъ прибора нѣтъ надобности теперь упоминать.

Самый же опытъ нагрѣванія неупругаго тѣла можно произвести слѣдующимъ образомъ. Въ пробирную трубку термоскопа надо сперва налить небольшое количество воды. Представителями упругаго и неупругаго тѣлъ при этомъ могутъ служить стальной и свинцовый стерженьки. Если по первому изъ нихъ ударить разъ пять молоткомъ и затѣмъ опустить его въ пробирную трубку, то замѣтнаго нагрѣванія термоскопъ не обнаружитъ. Если то же продѣлать со свинцовымъ стержнемъ, то жидкость въ манометрической трубкѣ опустится весьма замѣтнымъ образомъ, на сантиметръ, примѣрно, и болѣе. Разумѣется было бы лучше, въ смыслѣ строгости или точности, если вмѣсто ударовъ молоткомъ отъ руки, сдѣлать подобное же приспособленіе, какъ у Гирна при опредѣленіи имъ механическаго эквивалента теплоты, но это было бы уже гораздо сложнѣе. Сложность же приспособленій иногда можетъ только затемнить показываемое явленіе. Простота—несомнѣнно одно изъ главныхъ достоинствъ лекціоннаго опыта.

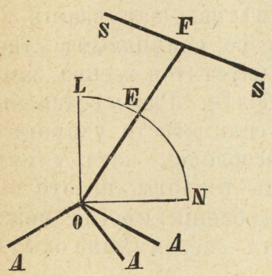
ОПЫТЫ и ПРИБОРЫ.

Простой и дешевый барометръ. — Въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ не требуется особенной точности и гдѣ достаточно составить себѣ лишь приблизительное представленіе о состояніи барометра, можно съ удобствомъ пользоваться для опредѣленія величины атмосфернаго давленія приборомъ, предложеннымъ недавно Grützner'омъ въ „Blätter des schwäbischen Albvereins". Приборъ этотъ стоитъ нѣсколько копѣекъ и основанъ на слѣдующемъ принципѣ:

Извѣстно, что объемъ даннной массы газа зависитъ отъ ея температуры и давленія. Если налить въ сосудъ нѣкоторое количество воды и плотно закрыть его пробкой, пропустивъ сквозь эту послѣднюю трубку, открытую съ обоихъ концовъ, такъ, чтобы нижнiй конецъ находился ниже уровня воды въ сосудѣ, то при измѣненiи давленiя атмосферы и температуры прибора уровень воды въ трубкѣ будетъ измѣняться. Достаточно поэтому держать приборъ при приблизительно постоянной температурѣ и снабдить трубку дѣленiями, чтобы по этимъ измѣненiямъ можно было судить о величинѣ атмосфернаго давленiя. Для этой цѣли Grützner употребляетъ сосудъ въ видѣ маленькой чечевицы (сплюснутаго шарика) съ изогнутой U-образно трубкой, раздѣленной на миллиметры. Трубка заканчивается у дна сосуда; большая часть шарика и часть трубки наполнены жидкостью. Наблюденiя производятся при температурѣ тѣла наблюдателя, для чего шарикъ помѣщаютъ въ ротъ, подъ языкъ, и выжидаютъ, пока жидкость въ трубкѣ не остановится противъ какого либо дѣленiя. На поверхность трубки наносятся эмпирически числа, прямо выражающiя высоту барометра. Этотъ приборчикъ даетъ возможность даже производить приблизительныя опредѣленiя высоты горъ.

В. Г.

Новый штативъ для любительской астрономической трубы. *R. Mailhat* (Bul. de la Soc. Astr., juin, 1895).—Всякiй, кому приходилось наблюдать при помощи малыхъ зрительныхъ трубъ, знаетъ, какъ неудобно слѣдить за свѣтиломъ, сообщая трубѣ двойное вращенiе отъ руки. Этому горю помогъ Mailhat слѣдующимъ простымъ способомъ: колона *OF* телескопа можетъ вращаться около горизонтальной оси *O* и закрѣпляться въ желаемомъ положенiи зажимнымъ винтомъ *E* (фиг. 25); *OLN*—раздѣленный на градусы квадрантъ, *OAAA*—тренога на уравнительныхъ винтахъ въ точкахъ *A*,*SS*—труба. Установка производится слѣдующимъ образомъ: *ON* ставится горизонтально точкою *N* къ сѣверу, *OL*—вертикально при помощи винтовъ *A* и уровня; колона *OF* закрѣпляется винтомъ *E* подъ угломъ *EON*, равнымъ географической широтѣ мѣста наблюденiя. Очевидно, что тогда колона *OF* параллельна оси мiра. Труба *SS* наводится на свѣтило вращенiемъ около горизонтальной оси *F*. Понятно, что послѣ такой установки можно слѣдить за свѣтиломъ, сообщая трубѣ рукою одно только вращенiе около *OF*.



Фиг. 25.

К. Смоличъ (Умань).

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТIЯ.

Берлинская Академiя Наукъ предлагаетъ слѣдующую тему на премiю капитала Steiner'a:

„Требуется *полное* рѣшенiе какой нибудь важной задачи, относящейся къ ученiю о кривыхъ поверхностяхъ и до сихъ поръ не рѣшенной, причемъ по возможности слѣдуетъ пользоваться установленными Steiner'омъ методами и принципами. Для подтвержденія правильности и полноты рѣшенія къ геометрическимъ изслѣдованіямъ должны быть прибавлены достаточныя аналитическія толкованія. Не стѣсняя въ выборѣ темы, Академія желаетъ при этомъ случаѣ обратить вниманіе геометровъ на специальныя задачи, на которыя J. Steiner указалъ въ общемъ примѣчаніи въ концѣ своей второй статьи о maximum и minimum при фигурахъ на плоскости, на поверхности шара и въ пространствѣ". (Премія 4000 марокъ, добавочная премія 2000 марокъ.— Срокъ 31 декабря 1899 года).

Статьи могутъ быть представлены на нѣмецкомъ, латинскомъ, французскомъ, англійскомъ или итальянскомъ языкахъ.

Академія Наукъ въ Краковѣ предлагаетъ слѣдующую тему на соисканіе преміи Коперника:

„Изложить и пополнить въ какомъ либо важномъ отношеніи теоріи, относящіяся къ физическому состоянію земного шара". (Преміи въ 1000 и 500 флориновъ.—Срокъ 31 декабря 1898 года).

Статьи должны быть написаны на польскомъ языкѣ.

Первая премія капитала Годжкинса*) (Hodgkins), находящагося въ въ вѣдѣніи Смитсоніанскаго Института, въ размѣрѣ 10000 долларовъ, присуждена лорду Rayleigh'ю и W. Ramsay'ю за открытіе аргона. Третья премія того же капитала (1000 долларовъ) присуждена Henry de Varigny въ Парижѣ за популярную книжку „L'air et la vie". Вторая премія (2000 дол.) никому не досталась. Кромѣ того присуждены тремъ лицамъ почетные отзывы съ серебряной медалью, шести лицамъ—почетные отзывы съ бронзовой медалью и 12-и лицамъ—почетные отзывы безъ медалей.

Въ члены академіи dei Lincei въ Римѣ избраны извѣстные математики Жорданъ (Парижъ) и Сальмонъ (Лондонъ) и астрономъ Ньюкомбъ.

Членомъ корреспондентомъ Парижской Академіи Наукъ по секціи химіи избранъ W. Ramsay.

ЗАДАЧИ.

№ 242. Въ выраженіи

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}$$

уменьшить число различныхъ по величинѣ радикаловъ, не вводя новыхъ.

С. Шатуновскій (Одесса).

*) См. № 176 „Вѣстника" за XV сем., стр. 185.

№ 243. Найти геометрическое мѣсто срединъ отрѣзковъ хордъ, проходящихъ черезъ данную внутри круга точку.

Чаганъ-Буйницкій (Уральскъ).

№ 244. Безъ помощи тригонометріи вычислить стороны прямоугольнаго треугольника по данной суммѣ (или разности) катетовъ и данной суммѣ (или разности) проэкцій высоты на катеты.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 245. По даннымъ радіусамъ вписаннаго въ треугольникъ и описаннаго около него круговъ опредѣлить его стороны, зная, что онѣ составляютъ ариѳметическую прогрессію.

В. Сахаровъ (Тамбовъ).

№ 246. Опредѣлить предѣлъ, къ которому стремится выраженіе

$$(\cos\sqrt{x})^{\frac{1}{x}}$$

при уменьшеніи x до нуля.

(Заимств.). *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка).

№ 247. Рѣшить уравненіе:

$$\sin 2x = \cos 5x.$$

А. Павлычевъ (Ив. Вознесенскъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 175 (3 сер.). Около шара радіуса r описанъ правильный восьмигранникъ. Проведены 12 плоскостей, параллельныхъ ребрамъ восьмигранника и касательныхъ къ шару въ пересѣченіяхъ его съ діагональными плоскостями восьмигранника. Опредѣлить объемъ полученнаго такимъ образомъ двадцатигранника.

Легко найти, что величина ребра a правильнаго восьмигранника равна $r\sqrt{6}$. Очевидно, что полученный по проведеніи указанныхъ въ задачѣ плоскостей двадцатигранникъ ограниченъ 12-ю шестиугольниками и 8-ю правильными треугольниками, и что всѣ его грани касаются шара радіуса r. Поэтому искомый объемъ V можетъ быть представленъ въ видѣ суммы объемовъ 12-и шестиугольныхъ и 8-и треугольныхъ пирамидъ, вершины коихъ сходятся въ центрѣ шара, а высота равна r.

Каждый изъ 12-и шестиугольниковъ можетъ быть представленъ въ видѣ двухъ равнобочныхъ трапецій, сложенныхъ большими основаніями. Легко видѣть, что большее основаніе каждой такой трапеціи равно $2r$, меньшее равно $2r(\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{3}$, а высота равна $r(\sqrt{3}-\sqrt{2})$. Поэтому объемъ каждой шестиугольной пирамиды равенъ

$$\tfrac{2}{3}r^3[1+\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})](\sqrt{3}-\sqrt{2})=\tfrac{2}{3}r^3(4-\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{2}).$$

Сторона каждаго изъ 8-и правильныхъ треугольниковъ, ограничивающихъ полученный двадцатигранникъ, равна меньшему основанію трапеціи, о которой только что говорилось, т. е. равна $2r(\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{3}$, а потому объемъ каждой изъ 8-и треугольныхъ пирамидъ равенъ

$$r^3(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2\sqrt{3}.$$

Итакъ, искомый объемъ

$$V=8r^3(4-\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{2})+8r^3\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=8r^3(11\sqrt{3}-13\sqrt{2}).$$

L. (Тамбовъ).

№ 179 (3 сер.). Въ пятомъ отдѣлѣ „Геометрическихъ теоремъ и задачъ" Е. Пржевальскаго помѣщена задача (III изд. 1876 г. № 196):

„Построить треугольникъ по радіусу r вписаннаго круга и радіусу R внѣвписаннаго круга, касающагося одного изъ боковъ, и высотѣ относительно этого же бока".

Показать, что задача эта либо неопредѣленная, либо вовсе не имѣетъ рѣшеній.

Пусть a, b, c—стороны искомаго треугольника, а Δ—его площадь; тогда

$$r(a+b+c)=2\Delta$$

и

$$h_a a=2\Delta,$$

гдѣ h_a есть данная высота относительно стороны a. Изъ этихъ равенствъ имѣемъ:

$$\frac{h_a-2r}{h_a r}=\frac{b+c-a}{2\Delta}=\frac{1}{R},$$

откуда

$$R=\frac{rh_a}{h_a-2r}.$$

Если R удовлетворяетъ этому условію, то задача неопредѣленна, если нѣтъ,—то она невозможна.

Ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.

№ 186 (3 сер.). Въ пятомъ отдѣлѣ „Собранія геометрическихъ теоремъ и задачъ" Е. Пржевальскаго помѣщена слѣдующая задача (III-е изд. 1876 г., № 197):

„Построить треугольникъ по высотѣ и радіусамъ R и R_1 внѣвписанныхъ круговъ, касающихся сторонъ, прилегающихъ къ высотѣ“.

Показать, что задача эта либо неопредѣленная, либо вовсе не имѣетъ рѣшеній.

Пусть a, b, c—стороны треугольника, Δ—его площадь и h_a—данная высота. Тогда

$$\frac{1}{R}=\frac{a+c-b}{2\Delta} \text{ и } \frac{1}{R_1}=\frac{a+b-c}{2\Delta}.$$

Сложивъ эти равенства, получимъ:

$$\frac{1}{R}+\frac{1}{R_1}=\frac{a}{\Delta}=\frac{2}{h_a},$$

откуда

$$h_a=\frac{2RR_1}{R+R_1}.$$

Если h_a удовлетворяетъ этому условію, то задача неопредѣленна, если нѣтъ,—то она невозможна.

Ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и *Р.*; *М. Зиминъ* (Орелъ).

ПОЛУЧЕНЫ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ отъ слѣдующихъ лицъ: *П. Бѣлова* (с. Знаменка) 146, 204, 205 (3 сер.); *Г. Легошина* (с. Знаменка) 207, 209, 210 (3 сер.); *Я. Полушкина* (с. Знаменка) 137, 369 (1 сер.); 55, 202, 575 (2 сер.); 166, 173, 213, 216, 227 (3 сер.); *Е. Плютинской* (с. Любень) 82, 113, 118 (3 сер.); *А. Бачинскаго* (с. Любень) 107, 148, 167, 168, 171, 187, 189, 190, 192, 197, 198, 203, 209, 210, 211 (3 сер.); *А. П.* (Ломжа) 168, 171, 192 (3 сер.); *А. Шантыра* (Спб.) 165, 166, 167, 168, 176, 178, 184, 185, 187, 189, 192, 205 (3 сер.); *П. Никольскаго* (Очаковъ) 128, 140, 157 (3 сер.); *А. Павлычева* (д. Петровская) 150, 151, 153, 160, 165, 166, 168 (3 сер.); *А. Варенцова* (Шуя) 126, 127, 128, 130, 135, 140, 165, 166, 167, 168, 171, 200, 201, 207, 209, 211 (3 сер.); ученицы *Б.* (Муромъ) 191 (3 сер.); *В. Соковича* (Кіевъ) 187, 192 (3 сер.); *L.* (Тамбовъ) 175, 218, 222 (3 сер.); *М. Зимина* (Орелъ) 186, 187, 191, 192, 194, 195, 203, 217 (3 сер.); *Я. Теплякова* (Радомысль) 222 (3 сер.); *Э. Форша* (Спб.) 215 (3 сер.); *Г. Березникова* (с. Знаменка) 333 (1 сер.); 473 (2 сер.); *неизвѣстнаго* (Бѣлостокъ) 185, 192, 194, 209 (3 сер.); *М. Зимина* (Елецъ) 154 (3 сер.); *К. Зновицкаго* (Кіевъ) 165, 167, 168, 192 (8 сер.), 4 (М. В.).

ОСТАЛИСЬ НЕРѢШЕННЫМИ изъ числа предложенныхъ въ XVII и XVIII семестрахъ задачи: 94, 97, 101, 114, 117, 149, 164, 177, 180, 196, 199, 206, 208, 212, 214, 219, 220, 221, 223.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 14-го Октября 1895 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 39.

$$\frac{1}{u_1^2}-\frac{1}{u_1^2+u_2^2}+\frac{1}{u_1^2+u_2^2+u_3^2}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{1}{u_1^2+u_2^2+\cdots+u_n^2}=\frac{u_n}{u_{n+1}}.$$

№ 363. Если члены ряда $u_0, u_1, u_2, u_3, \ldots, u_n \ldots$ составляются по формулѣ

$$u_n = pu_{n-1} - u_{n-2},$$

то

$$u_{n+1}^2 + u_n^2 - pu_n u_{n+1} = u_1^2 + u_0^2 - pu_1 u_0.$$

Bibliographie. Tableau métrique de Logarithmes. Par M. *C. Dumesnil.*

Éléments de Trigonométrie. Par MM. *Ch. Vacquant* et *Macé de Lépinay.*

Géometrie générale. Par *D. Z. Garcia de Galdeano.*

Théorie de Quantités imaginaires. Par *D. Atanasio Lasala y Martinez.*

Géometrie descriptive élémentaire. Par *S. Ortu Carboni.*

Cours de Géométrie descriptive. Par M. *Ch. Brisse.*

Baccalauréats.

Questions. №№ 515, 559, 563.

Questions proposées. №№ 600, 601.

Baccalauréats.

Д. Е.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Бальъ, Гуго. Учебникъ коммерческой ариѳметики для реальныхъ, коммерческихъ и промышленныхъ училищъ. Часть 4-я. Вычисленія процентныхъ бумагъ. Изд. Фр. Клуге. Ревель. 1895.

Гердъ, А. Я. Руководство минералогии для реальныхъ училищъ. (Строеніе земного шара). Изд. 7-е, Д. Полубояринова. Съ 268 рисунками въ текстѣ. Спб. 1895. Ц. 1 р. 50 к.

Глинка, С. Ѳ. Общій курсъ кристаллографіи. Спб.

Ежемѣсячные и годовые выводы изъ метеорологическихъ наблюденій станцій 2-го разряда. (Изъ лѣтописей главной физической обсерваторіи). 1893 годъ. Спб. 1894 г.

Коломійцевъ, Н. П. Метеорологическій бюллетень обсерваторіи института сельскаго хозяйства и лѣсоводства въ Новой Александріи. № 1. (Приложеніе къ IX тому записокъ института сельск. хозяйства и лѣсоводства въ Новой Александріи). Спб. 1894.

Труды коммиссии по изслѣдованію С.-Петербурга и его окрестностей въ физико-географическомъ, естественно-историческомъ, сельско-хозяйственномъ, гигиеническомъ и ветеринарномъ отношеніяхъ. Подъ общей редакціей проф. В. В. Докучаева. Часть I. Изд. VIII-го съѣзда русскихъ естествоиспытателей и врачей. Спб. 1894 г.

Храпаль, И. Г. Обученіе грамотѣ и цифровому счету въ 7 дней или въ 7 уроковъ по „Органоцвѣтовому методу мысли". Часть V—для преподавателей. Урокъ 1-й. Кіевъ. 1895.

Бахметьевъ, П. Послѣдѣйствіе въ физическомъ мірѣ. (Отд. оттискъ изъ популярно-научнаго журнала „Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики"). Одесса. 1895.

Вейлеръ, В., проф. Практическій электрикъ. Общедоступное руководство къ изготовленію электрическихъ приборовъ и къ производству съ ними опытовъ, дающихъ возможность изучить и провѣрить важнѣйшие законы, касающіеся электрическихъ явленій. Со 2-го нѣмецкаго изданія (дополн. и улучшеннаго) перевелъ В. И. Святскій. (Съ 350-ю рисунками). Выпускъ I. Изд. Ф. Щепанскаго. Спб.

Воейковъ, А. И. Колебаніе и измѣненіе климата. (Изъ „Извѣстій Имп. Русск. Геогр. Общества"). Спб.

Извѣстія Имп. Общества Любителей Естествознанія, Антропологіи и Географіи, состоящаго при Имп. Московскомъ Университетѣ. Томъ XCI. Выпускъ I. Труды Отдѣленія Физическихъ Наукъ Общества Любителей Естествознанія. Томъ 7-й. Выпускъ I. Подъ ред. Н. Жуковскаго и П. Преображенскаго. Москва. 1894.

Д. Р. Критика безконечности. Эволюція величинъ. Элементарныя погрѣшности элементарной алгебры. Эволюція пространства. Выводы изъ данныхъ геометріи. Тождество конечнаго и безконечнаго. Одесса. 1895. Ц. 1 р.

Малининъ. А. Курсъ математической и физической географіи для женскихъ учебныхъ заведеній. Изд. 5-е книжн. магазина В. Думнова. Москва. 1895. Ц. 1 р.

Труды экспедиціи, снаряженной лѣснымъ департаментомъ, подъ руководствомъ проф. Докучаева. Отчетъ Минстерству Земледѣлія и Государственныхъ Имуществъ. Научный отдѣлъ. Томъ 3-й. Метеорологическія наблюденія. Выпускъ 1-й (I. *Н. Адамовъ.* Метеорологическія наблюденія 1892—94 годовъ. II. *Г. Высоцкій.* Суточные минимумы температуры). Изд. М-ства Земледѣлія и Государственныхъ Имуществъ. Спб. 1894.

Шиффъ, П., полк., орд. проф. Михайловской артиллер. академіи. О нѣкоторыхъ соотношеніяхъ въ теоріи опредѣленныхъ интеграловъ. Москва. 1895.

Вильке, А. Электричество, его источники и примѣненіе въ промышленности. Перевелъ и дополнилъ Д. Головъ. Вып. XV и XVI (Окончаніе). Изд. Ф. Щепанскаго. Спб. 1895.

Вспышки магнія, какъ замѣна дневного свѣта при фотографированіи портретовъ, группъ и внутреннихъ видовъ (Пер. съ нѣмецкаго). Изд. магазина В. Ключникова. Казань, 1895.

Гейнцъ, Е. А. Колебанія осадковъ въ Европейской Россіи. Съ 2 таблицами (Отт. изъ „Извѣстій Имп. Академіи Наукъ" 1895.). Спб. 1895.

Граве, Д. Замѣтка, написанная въ память послѣдняго въ жизни Пафнутія Львовича Чебышева математическаго разговора (Отт. изъ „Извѣстій Имп. Академіи Наукъ". 1895). Спб. 1895.

Записки Имп. Академіи Наукъ. По физико-математическому отдѣленію. Томъ I. № 5. Resultate aus den Zonenbeobachtungen am Meridiankreise der Moskauer Sternwarte wärend der Jahre 1858—1869. I. Zone $0^0 - +4^0$. Von H. Romberg und J. Seyboth. Спб. Ц. 1 р.

Киселевъ, А. Элементарная алгебра. Изд. 6, улучшенное, содержащее курсъ классическихъ гимназій и 6-ти классовъ реальныхъ училищъ. Изд. книжн. магазина В. Думнова. Москва. 1895 Ц. 1 р. 25 к.

Киселевъ, А. Элементарная геометрія для среднихъ учебныхъ заведеній. Съ приложеніемъ большого количества упражненій и статьи: главнѣйшіе методы рѣшенія геометрическихъ задачъ на построеніе. Изд. 3-е, исправленное, книжн. магазина В. Думнова. Москва. 1895. Ц. 1 р. 25 к.

Медеръ, Н. Б. О томъ, какого вида земля и какъ она велика. Отчего бываетъ день и ночь, весна, лѣто, осень и зима. Два чтенія для народа, произнесенныя въ аудиторіи педагогическаго музея военно-учебныхъ заведеній. Изд. 5-е, дополненное. Спб. 1895. Ц. 20 к.

Постоевъ, Я. П. О новыхъ и перемѣнныхъ звѣздахъ. Спб. 1895.

Протоколы засѣданій Отдѣленія Химіи Р. Ф.-Химическаго Общества при Имп. С.-Петербургскомъ Университетѣ. Подъ ред. Д. П. Коновалова. № 1.

ОТВѢТЫ РЕДАКЦІИ.

А. П. (Ив.-Возн.). Задачи I и III не будутъ напечатаны.

ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

JOURNAL
de mathématiques élémentaires.

1895.—№ 2.

Questions d'enseignement (Suite) Par M-me V-ve *F. Prime.* Обращеніе обыкновенныхъ дробей въ десятичныя и наоборотъ.

Sur les caractères de divisibilité. Par M. *Maurice Fouché.* Для отысканія признаковъ дѣлимости чиселъ существуютъ два метода: первый, болѣе старый, основывается на разсмотрѣніи остатковъ степеней 10-ти и приводитъ къ умноженію этихъ остатковъ на цифры предложеннаго числа; второй, позднѣйшій, основанъ на томъ, что всякое число кратное десяти, можетъ быть представлено въ видѣ $nd \pm 1$, и приводитъ къ дѣленію десятковъ предложеннаго числа на другое соотвѣтствующее число.

Авторъ статьи думаетъ, что наибольшія упрощенія достигаются черезъ комбинированіе этихъ методовъ. Поставивъ задачею не только узнать, дѣлится ли данное число на нѣкоторое другое, но также возможно проще найти остатокъ, получающійся при этомъ дѣленіи, онъ предлагаетъ теорію дѣлимости, основанную на извѣстной теоремѣ Эйлера, по которой: *если* a *и* d *суть числа взаимно простыя и* λ *есть число чиселъ взаимно-простыхъ съ* d *и меньшихъ* d, *то* $a^{\lambda} - 1$ *дѣлится на* d *безъ остатка.*

Пусть a^p есть низшая степень a, дающая въ остаткѣ 1 при дѣленіи на d. Если $p = \lambda$, то послѣдовательныя степени a дадутъ въ остаткѣ всѣ числа взаимно-простыя съ d и меньшія d, между ними будетъ и остатокъ $d-1$ или -1; остатокъ этотъ получится отъ степени $a^{\frac{\lambda}{2}}$. При $p < \lambda$ можетъ случиться, что тотъ же остатокъ -1 получится отъ степени $a^{\frac{p}{2}}$. Во всякомъ случаѣ, существуетъ такая степень отъ a, показатель которой не превышаетъ $\frac{\lambda}{2}$ и даетъ въ остаткѣ ± 1.

Теорема. *Чтобы найти остатокъ отъ дѣленія нѣкотораго числа на число* d *взаимно-простое съ* 10, *можно при помощи только сложенія и вычитанія привести данное число къ другому, имѣющему не болѣе* $\frac{\lambda}{2}$ *цифръ, гдѣ* λ *есть число чиселъ, взаимно простыхъ съ* d *и меньшихъ* d.

Дѣйствительно, если 10^p даетъ въ остаткѣ 1, то тотъ же остатотъ получится и отъ степени 10^{kp}, а потому число вида $A.10^{kp}$ даетъ тотъ же остатокъ какъ и число A. Поэтому, данное число слѣдуетъ разбить на грани по p цифръ и эти грани сложить; ту же самую операцію повторить съ полученнымъ числомъ, и поступать такъ до тѣхъ поръ, пока получится число, содержащее не болѣе p цифръ.

Если окажется, что при p четномъ $10^{\frac{p}{2}}$ даетъ остатокъ -1, то полученное число разбиваютъ еще на двѣ грани по $\frac{p}{2}$ цифръ и лѣвую грань вычитаютъ изъ правой. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ преобразованіе можно вести дальше.

Пусть 10^k даетъ остатокъ α; тогда $A.10^k$ дастъ остатокъ αA; поэтому въ числѣ можно отдѣлить справа k цифръ, лѣвую часть умножить на α и произведеніе прибавить къ числу, отдѣленному справа; повторяя эту операцію, получимъ число, имѣющее k цифръ. Для быстроты вычисленій важно выбирать α возможно меньшее а k—ближайшее къ половинѣ числа цифръ.

Правило это авторъ поясняетъ примѣрами.

Problème du billard circulaire. Par *G. Tarry*. Въ какомъ направленіи слѣдуетъ сообщить ударъ шару, A, чтобы онъ, отразившись отъ борта круглаго билльярда, ударился о шаръ B?

Пусть O есть центръ билльярда. Задача состоитъ въ отысканіи такой точки M на окружности, чтобы $\angle AMO = \angle BMO$. Оказывается, что такая точка опредѣляется пересѣченіемъ окружности съ равнобочной гиперболой, проходящей черезъ центръ O и имѣющей свой центръ въ срединѣ $A'B'$, гдѣ A' и B' суть точки взаимныя съ A и B относительно O, такъ что

$$OA.OA' = OB.OB' = OM^2.$$

Note sur la question 549. Par M. *Dhavernas*. Задача. *Если изъ ортоцентра тр-ка* ABC *опустить перпендикуляры на биссекторы угла* A. *то прямая, соединяющая ихъ основанія, проходитъ черезъ средину* BC. Обозначивъ черезъ Δ эту прямую и черезъ T прямую, соединяющую ортоцентръ съ срединой BC, авторъ замѣтки обращаетъ вниманіе на зависимость между этими прямыми и высказываетъ предположеніе, что прямая T обладаетъ многими замѣчательными свойствами.

Exercices divers. Par *Aug. Boutin*. 364—368.

№ 364. Если члены ряда

$$u_0,\ u_1,\ u_2,\ u_3,\ .\ .\ .$$

составляются по формулѣ

$$u_n = pu_{n-1} + u_{n-2},$$

то

$$u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + \cdot\ \cdot\ \cdot + n_n^2 = \frac{u_{n+1}\,u_n - u_1 u_0}{p}.$$

№ 365. Треугольное число не можетъ быть суммою двухъ или трехъ послѣдовательныхъ квадратовъ.

№ 366. Сумма квадратовъ двухъ треугольныхъ послѣдовательныхъ чиселъ есть число треугольное.

№ 367. Если стороны прямоугольнаго тр-ка выражаются цѣлыми числами, то и радіусы круговъ, вписанныхъ въ него, выражаются цѣлыми числами.

№ 368. Если стороны тр-ка выражаются числами

$$a = \frac{1}{2}(q^2 + 9p^2),$$

$$b = q^2 + 3p^2,$$

$$c = \frac{3}{2}(q^2 + p^2),$$

гдѣ p и q суть цѣлыя положительныя оба четныя или оба нечетныя числа, то 1) стороны a, b, c суть цѣлыя числа, составляющія ариѳметическую прогрессію, 2) пло-

Обложка
ищется

Обложка
ищется