Обложка
ищется

Обложка
ищется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XV Сем. № 171. № 3.

Содержаніе: Свойства поверхностей жидкихъ тѣлъ, (продолженіе). *К. Чернышева.*—О приближенныхъ вычисленіяхъ безъ логарифмовъ, (окончаніе). *Дм. Ефремова.* Къ вопросу объ образовательномъ значеніи алгебры. *Самко.*—Научная хроника, *В. Г.*—Разныя извѣстія.—Корреспонденція.—Задачи №№ 527—533.—Рѣшенія задачъ (2 сер.) №№ 19, 323.—Справочная таблица № XIX.—Библіографическій листокъ новѣйшихъ русскихъ изданій.—Обзоръ научныхъ журналовъ. *Д. Е.*

СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТЕЙ ЖИДКИХЪ ТѢЛЪ.

Опыты и наблюденія.

(Продолженіе)*

8. Положимъ, что мы имѣемъ грузъ, висящій на каучуковой лентѣ или трубкѣ. Тогда натяженіе ленты во всякое время равняется растягивающей силѣ, т. е. вѣсу подвѣшеннаго груза. Увеличивая грузъ, мы достигнемъ того, что лента разорвется,—въ моментъ разрыва натяженіе ленты будетъ равняться вѣсу разорвавшаго ее груза. Если лента будетъ шире, то для разрыва потребуется большій грузъ и притомъ во столько разъ большій, во сколько разъ лента шире. Положимъ, что лента шириною въ 9 mm. разорвана грузомъ въ 270 gr. Тогда натяженіе каждаго миллиметра ленты (натяженіе ленты на единицѣ ширины) будетъ равняться $^{270}/_{9} = 30$ gr.

Будемъ называть поверхностнымъ натяженіемъ жидкости силу, дѣйствующую на протяженіи одного миллиметра ширины; тогда оно будетъ равняться той силѣ, которая нужна для разрыва пленки въ 1 mm. ширины, ибо, какъ мы уже упомянули, натяженіе можетъ измѣряться равной ему (но противоположно дѣйствующей) растягивающей силой.

Если опредѣлимъ вѣсъ упавшей капли (см. опытъ 1, II) и длину окружности, по которой перервалась пленка капли, то первая величина покажетъ, какая сила разорвала пленку, а вторая,—какой ширины

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ № 165.

была разорванная пленка. Такимъ образомъ можно опредѣлить, какая сила разрываетъ пленку въ 1 миллиметръ ширины (если раздѣлить вѣсъ капли на число миллиметровъ въ окружности). Эта сила оказывается для воды постоянной и равняется 7,6 миллиграмма. Въ дѣйствительности для опредѣленія этой величины пользуются въ физикѣ другими пріемами, болѣе удобными для измѣреній; выше указанный пріемъ приводится какъ возможный и простѣйшій.*)

Опредѣляя поверхностное натяженіе для другихъ жидкостей, нашли, что оно также постоянно для каждой жидкости, но величина его различна для разныхъ жидкостей. Слѣдующая табличка показываетъ поверхностное натяженіе для нѣкоторыхъ жидкостей:

Вода	7,6	mg.
Деревяное масло . . .	3,6	„
Керосинъ	2,6	„
Алкоголь	2,5	„
Эѳиръ	1,9	„

9. Два круглыхъ карандаша, изъ которыхъ одинъ не больше 3—4 mm. діаметромъ, складываемъ вмѣстѣ по ихъ длинѣ, и на линію прикосновенія спускаемъ нѣсколько капель воды. Тогда можно держать толстый карандашъ горизонтально въ рукѣ и тонкій не оторвется отъ него. Поверхностная пленка натянется между смоченными частями карандашей, окружая попавшую между ними воду и будетъ поддерживать карандашъ (Опытъ Van der Mensbruggé). Подвѣшивая къ тонкому карандашу какимъ-либо образомъ грузъ и увеличивая послѣдній, мы найдемъ предѣльный грузъ, при которомъ пленка разорвется по всей длинѣ съ обѣихъ сторонъ карандашей. Если напр. длина карандашей 12 цм., то длина разорванной пленки съ обѣихъ сторонъ равна 24 цм.=240 mm., а потому разорвавшій грузъ долженъ превышать 7,6 mg$\times$240, т. е. тонкій карандашъ можетъ имѣть вѣсъ въ 1800 mg=1,8 gr., для того, чтобы держаться при толстомъ.

10. Подобнымъ же образомъ можно съ помощью вѣсовъ довольно точно опредѣлить натяженіе жидкости, отрывая отъ ея поверхности

---

*) Вѣсъ упавшей капли легко опредѣлить съ помощью вѣсовъ. Что касается опредѣленія окружности капли въ мѣстѣ ея перерыва, то поступаютъ слѣдующимъ образомъ. Берутъ узкую стеклянную трубку извѣстнаго діаметра съ острымъ краемъ, и, наблюдая чтобы внѣшняя поверхность трубки не смачивалась жидкостью, получаютъ изъ нея каплю (фиг. 15). Спрашивается теперь, по какой окружности разорвется пленка? Очевидно она должна разорваться тамъ, гдѣ она представляетъ наименьшее сопротивленіе разрыву, т. е. по окружности наименьшаго діаметра. А такую окружность капля имѣетъ у отверстія и діаметръ ея = діаметру отверстія.

Если вѣсъ капли $= p$ gr, а діаметръ отверстія k mm. то каждый mm. пленки разорванъ силой $p/\pi.\ k.^{gr.}$ т. е. натяженіе$= p/\pi.\ k.^{gr.}$ Вмѣсто трубки можно употребить проволоку; капля отрывается по окружности, діаметръ которой равняется діаметру проволоки. Этимъ способомъ — Quincke опредѣлилъ натяженіе многихъ расплавленныхъ металловъ, солей, сѣры, фосфора, стекла и проч.

Фиг. 15.

кольцо, вполнѣ смачиваемое ею. Для этого кольцо подвѣшиваютъ въ горизонтальномъ положеніи къ чашкѣ вѣсовъ и уравновѣшиваютъ гирями. Послѣ этого подводятъ плоскій сосудъ съ жидкостью такимъ образомъ, чтобы поверхность ея коснулась кольца. Теперь остается только опредѣлить, сколько нужно положить на другую чашку гирь, чтобы оторвать кольцо отъ поверхности жидкости. Если этотъ грузъ$=p$gr., а внѣшній и внутренній діаметръ кольца$=k+1$ и $k$mm., то длина разорванной пленки $=\pi k+\pi(k+1)$ mm. и грузъ, разорвавшій 1 mm. пленки $=p/\pi k+\pi(k+1)$ gr.

Приложенія.

А. Переливаніе жидкостей. 1. Если мы хотимъ влить какую-нибудь жидкость въ бутылку съ узкимъ горлышкомъ, то встрѣчаемъ два затрудненія: или жидкость польется по стѣнкѣ стакана, если будемъ лить медленно, или не попадетъ въ горлышко, если будемъ лить быстро. И то и другое затрудненія устраняются, если выливать жидкость на стеклянную палочку; палочка направитъ ее въ горлышко. Не нужно думать, что все объясняется прилипаніемъ къ палочкѣ: къ стеклу пристаетъ только очень тонкій слой жидкости, тогда какъ этимъ способомъ можно переливать жидкость толстой струей, при чемъ палочку можно держать и наклонно; въ послѣднемъ случаѣ частицы жидкости снизу палочки не отрываются вертикально внизъ, но скользятъ по поверхности палочки не по причинѣ прилипанія къ палочкѣ, а потому, что поверхностная пленка образуетъ вокругъ палочки какъ бы трубу, которая мѣшаетъ прямому паденію жидкихъ частицъ находящихся внѣ сферы притяженія стекломъ палочки.

Такимъ образомъ можно переливать только жидкость, смачивающую палочку. Поэтому для переливанія напр. ртути слѣдуетъ взять металлическую амальгамированную палочку вмѣсто стеклянной.

2. Если дождевая вода, стекающая съ крыши, не попадаетъ въ кадушку вслѣдствіе того, что относится порывами вѣтра, то обыкновенно опускаютъ въ кадушку длинный шестъ, прислоняя его другимъ концомъ къ тому мѣсту желоба, откуда стекаетъ вода. Такой шестъ вполнѣ замѣняетъ собою трубу.

В. Какъ выводить пятна. 3. Если хотятъ вывести жирное пятно бензиномъ, то обыкновенно спускаютъ нѣсколько капель прямо на пятно; жиръ растворяется въ бензинѣ, и такъ какъ этотъ растворъ обладаетъ бо́льшимъ поверхностнымъ натяженіемъ, чѣмъ чистый бензинъ, то отъ прибавленія новыхъ капель на то же мѣсто, грязный бензинъ расплывается по краямъ и увеличиваетъ пятно. Зная свойства пленокъ чистаго бензина и раствора жира въ немъ, можно воспользоваться явленіемъ борьбы пленокъ для болѣе раціональнаго пріема рѣшенія той же практической задачи. На этомъ основаніи слѣдуетъ прежде намочить бензиномъ вокругъ пятна, а затѣмъ уже самое пятно; тогда растворъ жира съ бо́льшимъ поверхностнымъ натяженіемъ останется по срединѣ и легко можетъ быть собранъ прикладываніемъ тряпки.

С. Винныя слезы. 4. Разница между силой пленки воды и спирта и различныхъ смѣсей этихъ жидкостей даетъ мѣсто интереснымъ движеніямъ, которыя наблюдаются на стѣнкахъ стакана съ крѣпкимъ виномъ. Жидкость поднимается по стеклу, собирается въ капли и снова падаетъ, и это можетъ продолжаться долгое время. Вотъ объясненіе, которое далъ James Thomson: тонкій слой жидкости, который находится въ началѣ на стѣнкахъ стакана, испаряется скорѣе, чѣмъ остальная жидкость. Онъ теряетъ въ особенности алкоголь, и дѣлается болѣе богатымъ водою, и потому получаетъ болѣе крѣпкую пленку; она то именно и притягиваетъ вино на стѣнки, такъ что образуются капли, которыя снова падаютъ внизъ, достигнувъ извѣстной величины. Это явленіе извѣстно было еще въ древнія времена; объ немъ именно говорится у Соломона въ его „изреченіяхъ“ (гл. XXIII, ст. 31).

Такъ какъ это явленіе совершенно не наблюдается съ слабымъ виномъ, то отсюда можно сдѣлать заключеніе, что евреи временъ Соломона имѣли крѣпкія вина*).

D. Вихри камфоры. 5. Классическое явленіе движенія камфоры на поверхности воды въ продолженіе долгихъ лѣтъ подвергало испытанію мудрость ученыхъ людей. Явленіе состоитъ въ томъ, что кусочекъ камфоры, брошенный на поверхность воды, приходитъ въ быстрое движеніе. Несомнѣнно, что объясненіе этого явленія мы находимъ въ измѣненіи поверхностнаго натяженія воды отъ растворенія камфоры. Камфора увлекается пленкой въ ту сторону, гдѣ послѣдняя окажется болѣе сильной (см. опытъ 7, III).

6. Сдѣлаемъ легкую лодочку изъ листа олова и придадимъ ея кормѣ форму вилки, въ глубинѣ которой прикрѣпимъ кусочекъ камфоры такимъ образомъ, чтобы онъ касался воды только одной своей точкой. Тогда растворъ камфоры направляется листочками олова въ сторону, противоположную лодкѣ, и послѣдняя приходитъ въ быстрое движеніе по поверхности воды.

Движенія эти удаются только при условіи совершенной чистоты. Сосудъ долженъ быть предварительно вымытъ и вычищенъ отъ жира до основанія, при чемъ надо остерегаться, чтобы не коснуться внутри его руками. Часто бываетъ достаточно коснуться пальцемъ поверхности жидкости, чтобы явленіе прекратилось сейчасъ же. Этимъ объясняется, почему у однихъ эти движенія прекрасно удавались, а у другихъ не получались совсѣмъ.

Лодочку съ камфорой можно только тогда спустить на поверхность, когда камфора уже установлена на должной высотѣ. Для пробы можно опускать лодочку въ какой либо другой сосудъ.

Можно видѣть, какъ правильное движеніе лодочки будетъ нарушено, если недалеко отъ нея открытъ флакончикъ съ эфиромъ.

7. Чтобы вполнѣ убѣдиться въ томъ, что движенія камфоры обязаны своимъ происхожденіемъ дѣйствію поверхностнаго натяженія, мож-

*) Винныя слезы можно получить слѣдующимъ образомъ. Въ прозрачную бутылку наливаемъ до половины крѣпкаго краснаго вина или водки, и взбалтываемъ его такъ, чтобы смочить виномъ стѣнки бутылки. Если теперь ввести въ бутылку почти до поверхности вина въ ней трубку изъ бумаги и дуть въ трубку такъ, чтобы воздухъ въ бутылкѣ непрерывно возобновлялся, то испареніе усиливается и очень скоро наступаетъ интересное явленіе винныхъ слезъ.

но указать еще на слѣдующій опытъ. Въ опытѣ, 4, III вмѣсто спирта внутрь контура нитки бросимъ кусочки камфоры. Черезъ нѣсколько времени мы получимъ тотъ же результатъ, какъ и со спиртомъ: нитка приметъ форму круга, и одинаковый результатъ при одинаковыхъ условіяхъ указываетъ на одинаковыя причины.

Е. Поверхностная пленка въ жизни водяныхъ насѣкомыхъ. 8. Поверхностная пленка играетъ замѣчательную роль въ жизни многихъ водяныхъ насѣкомыхъ, но особенно интересно ея значеніе въ жизни личинокъ и куколокъ комаровъ, обильно населяющихъ наши лужи и болота. Личинка комара живетъ въ водѣ, но лишена органовъ, извлекающихъ изъ воды растворенный въ ней кислородъ, необходимый для дыханія.

Поэтому личинка преимущественно держится у поверхности воды, гдѣ она можетъ дышать. Для этой цѣли ей служатъ двѣ трубочки, выступающія изъ восьмого членика ея брюшка и проходящія сквозь все ея тѣло до головы. Близъ поверхности воды личинка виситъ головой внизъ и выставляетъ изъ воды только эти трубочки. Послѣднія, кромѣ своего прямого назначенія — проводить воздухъ, служатъ еще и для другой цѣли, а именно—онѣ держатъ личинку, которая тяжелѣе воды, у поверхности воды, по той же причинѣ, по какой не тонулъ перегруженный стаканъ въ опытѣ 9, I.

Вотъ какимъ образомъ личинка пользуется условіями своей жизни. Когда личинка погружена въ воду, ея дыхательныя трубочки закрыты, такъ какъ онѣ снабжены мускулами, дающими личинкѣ возможность по произволу стягивать конецъ трубочки въ точку и снова раскрывать его. Однако, если бы онѣ и были открыты, то вода не могла бы войти въ нихъ: трубочки настолько узки, что воздухъ не можетъ изъ нихъ выйти, чтобы дать мѣсто водѣ. Но закрываніе трубочекъ имѣетъ другое назначеніе: когда личинка сильными ударами хвоста поднимается къ поверхности воды, то закрытая трубочка, образуя острый конецъ, легко пробиваетъ поверхностную пленку и выступаетъ наружу. Тогда насѣкомое открываетъ трубочку и прекращаетъ всякое движеніе; будучи тяжелѣе воды, оно немного опускается, но уже не тонетъ: когда трубочка, погружаясь, проходитъ поверхность, пленка пристаетъ къ ея краямъ, изгибается внизъ вслѣдъ за трубочкой, натягивается и насѣкомое должно разорвать пленку чтобы опуститься нѣсколько глубже; но для этого вѣсъ насѣкомаго оказывается недостаточнымъ и оно остается висящимъ на поверхностной пленкѣ. Будучи чѣмъ либо встревожена, личинка обыкновенно опускается на дно лужи; для этого она, конечно, можетъ разорвать пленку, сдѣлавъ какое либо усиліе, но достигаетъ того же самаго гораздо проще: насѣкомому стоитъ только закрыть отверстіе трубочки, чтобы потомъ безъ всякаго усилія, вслѣдствіе собственнаго вѣса, опуститься на дно. Когда личинка стягиваетъ отверстіе трубочки въ точку, то частицы жидкости, прилипшія къ краямъ отверстія, сливаются и пленка затягивается надъ трубочкой, а при этихъ условіяхъ, какъ мы видѣли въ первомъ (I) опытѣ, предметъ опускается на дно (если онъ тяжелѣе воды).

Весьма замѣчательно то обстоятельство, что расходъ мускульной силы со стороны насѣкомаго на закрываніе и открываніе трубочки меньше, чѣмъ можно было бы думать, такъ какъ насѣкомое пользуется даже для этого силой поверхностнаго натяженія,—слѣдующимъ образомъ: въ тотъ моментъ, когда конецъ трубочки проходитъ поверхность, достаточно насѣкомому едва пріоткрыть трубочку, чтобы поверхностное натяженіе раскрыло ее во всю ширину (подобно тому, какъ мы видѣли съ ниткой на поверхности воды въ опытѣ 4, III). Но какъ только трубочка опустилась ниже, то то же поверхностное натяженіе удерживаетъ ее отъ дальнѣйшаго погруженія, но не препятствуетъ закрытію, такъ какъ тянетъ края трубочки вверхъ, совершенно не дѣйствуя по радіусу.

9. Но это еще не все. Въ состояніи куколки комаръ оказывается въ иныхъ физическихъ условіяхъ: теперь онъ легче воды, но не выплываетъ поверхъ ея, благодаря той же поверхностной пленкѣ (подобно тому, какъ поплловокъ въ опытѣ 5, I). Наружу по прежнему комаръ выставляетъ отверстіе дыхательной трубки, которая теперь оказывается выходящей близъ головы. Пленка по прежнему окружаетъ отверстіе и натягивается въ томъ случаѣ, если комаръ захочетъ погрузиться въ воду. Для того, чтобы отдѣлиться отъ водяной пленки, комаръ уже не можетъ, какъ прежде, закрывать дыхательную трубку, но природа дала въ его распоряженіе другое средство: края его трубки имѣютъ подвижныя рѣснички, двигая которыми насѣкомое можетъ натянуть пленку поверхъ дыхательнаго отверстія и, не расходуя такимъ образомъ силъ для разрыва пленки, можетъ скрыться подъ водою.

10. Если бы поверхностное натяженіе уменьшилось настолько, что оно было бы недостаточно для того, чтобы поддерживать личинку комара у поверхности, то личинка неминуемо должна погибнуть: она тяжеле воды и не можетъ простымъ физическимъ усиліемъ постоянно держаться у поверхности воды, а это безусловно необходимо для ея дыханія; къ жизни же внѣ воды она не приспособлена по своей природѣ. На этомъ принципѣ можно погубить всѣ личинки, которыя завелись въ какой либо лужѣ: для этого стоитъ только влить не очень много какого-либо масла; оно разольется чрезвычайно тонкимъ слоемъ (менѣе 0,001 миллиметра толщиною) по поверхности лужи; такъ какъ его поверхностное натяженіе меньше, чѣмъ у водяной пленки, то личинки не будутъ болѣе имѣть средствъ держаться у поверхности воды и, неприспособленныя къ новымъ условіямъ существованія, погибнутъ.

К. Чернышевъ (Юрьевъ).

(Продолженіе слѣдуетъ).

О ПРИБЛИЖЕННЫХЪ ВЫЧИСЛЕНІЯХЪ

безъ логариѳмовъ.

(*Окончаніе* *).

Дѣленіе.

11. *1-й случай.* Дѣлимое приближенное число A' съ точностью 10^{a}, дѣлитель точное число B.

Такъ какъ $A - A' \leqslant 10^{a}$, то

$$\frac{A}{B} - \frac{A'}{B} \leqslant \frac{10^{a}}{B}.$$

Пусть

$$10^{\beta-1} \leqslant B \leqslant 10^{\beta};$$

тогда

$$\frac{A}{B} - \frac{A'}{B} \leqslant 10^{a-\beta+1}$$

Обозначивъ частныя $\frac{A}{B}$ и $\frac{A'}{B}$ чрезъ R и R', послѣднее неравенство перепишемъ въ видѣ:

$$R - R' \leqslant 10^{a-\beta+1};$$

слѣд., если точность частнаго есть 10^{r}, т. е. если $R - R' \leqslant 10^{r}$, то

$$10^{r} \leqslant 10^{a-\beta+1}, \text{ или } r \leqslant a - \beta + 1$$

Основываясь на этомъ неравенствѣ, съ увѣренностью можно положить

$$r = a - \beta + 1, \qquad (10)$$

и

$$a = r + \beta - 1 \qquad (11).$$

Формула (10) опредѣляетъ точность частнаго по данной точности дѣлимаго; по формулѣ (11), наоборотъ, находится точность, съ которою должно вычислить дѣлимое, чтобы получить частное съ заданной напередъ точностью.

Примѣры. 1. Съ какой точностью получится частное отъ дѣленія $\sqrt[3]{17}$ на 54, если дѣлимое вычислить съ точностью 10^{-2}?

Въ этомъ примѣрѣ $\beta - 1 = 1$, $a = -2$; поэтому показатель точности частнаго есть $\gamma = -2 - 1 = -3$, т. е. частное будетъ имѣть точность 10^{-3}.

---

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ № 170.

2. Съ какою точностью слѣдуетъ вычислить дѣлимое π, чтобы частное $\frac{\pi}{72}$ получилось съ точностью 10^{-2}?

Здѣсь $\beta - 1 = 1$, $\gamma = -2$; поэтому $a = -2 + 1 = -1$, т. е. дѣлимое π должно взять съ точностью 10^{-1}.

12. *2-й случай.* Дѣлимое A' и дѣлитель B' суть числа приближенныя съ точностями 10^a и $10.^b$

Обозначимъ чрезъ 10^m общую точность дѣлимаго и дѣлителя, т. е. положимъ, что $m \geqslant a$ и $m \geqslant b$, и пусть 10^δ есть наименьшая степень десяти, не меньшая каждаго изъ чиселъ A и B. Такъ какъ

$$\frac{A}{B} - \frac{A'}{B'} = \frac{AB' - B.A'}{B.B'},$$

то, замѣтивъ, что точность каждаго изъ произведенiй AB' и BA' есть $10^{\delta + m}$ (§ 6), а слѣдоват. (§ 5) точность разности $AB' - BA'$ есть также $10^{\delta + m}$, получимъ

$$\frac{A}{B} - \frac{A'}{B'} \leqslant \frac{10^{\delta + m}}{B.B'}.$$

Пусть

$$10^{\beta - 1} \leqslant B \leqslant 10^\beta;$$

при этомъ допущенiи, положивъ $\frac{A}{B} = R$ и $\frac{A'}{B'} = R'$,

будемъ имѣть:

$$R - R' \leqslant 10^{\delta + m - 2\beta + 2};$$

слѣдовательно, обозначивъ точность частнаго R' чрезъ 10^r, т. е. положивъ, что $R - R' \leqslant 10^r$, получимъ

$$10^r \leqslant 10^{\delta + m - 2\beta + 2},$$

или

$$r \leqslant \delta + m - 2\beta + 2;$$

отсюда съ увѣренностью можно принять, что

$$r = \delta + m - 2\beta + 2 \tag{12}$$

и

$$m = r - \delta + 2\beta - 2. \tag{13}$$

По формулѣ (12) находится показатель точности частнаго, когда извѣстенъ показатель общей точности дѣлимаго и дѣлителя.

Формула (13) опредѣляетъ показателя общей точности дѣлимаго и дѣлителя по заданной напередъ точности частнаго.

Примѣры. 1. Какую точность будетъ имѣть частное отъ дѣленiя $\sqrt{50}$ на $\sqrt[3]{12}$, если дѣлимое и дѣлителя вычислить съ точностью 10^{-2}?

Здѣсь $\delta = 1$, $\beta = 1$ и $m = -2$; поэтому

$$r = 1 - 2 - 2 + 2 = -1;$$

т. е. точность частнаго будетъ 10^{-1}.

2. Съ какою точностью слѣдуетъ вычислить дѣлимое $\sqrt[3]{90}$ и дѣлителя $\sqrt{65}$, чтобы частное получилось съ точностью 10^{-2}?

Здѣсь $\delta = 1$, $\beta = 1$ и $r = -2$; поэтому $m = -2 - 1 + 2 - 2 = -3$; т. е. дѣлимое и дѣлитель должны имѣть общую точность 10^{-3}.

13. Второй разсмотрѣнный случай заключаетъ въ себѣ тотъ случай, когда дѣлимое есть точное число A, а дѣлитель есть приближенное число B′ съ точностью 10^{b}; тогда точность дѣлимаго есть $10^{-\infty}$ и показатель общей точности дѣлимаго и дѣлителя, обозначенный раньше чрезъ m, есть b.

Примѣры. 1. Какую точность будетъ имѣть частное $\frac{35}{\sqrt{2}}$, если дѣлитель вычислить съ точностью 10^{-3}?

Замѣтивъ, что здѣсь $\delta = 2$, $\beta = 1$ и $b = -3$, по формулѣ (12), гдѣ $m = b$, получимъ

$$r = 2 - 3 - 2 + 2 = -1;$$

т. е. точность частнаго будетъ 10^{-1}.

2. Съ какою точностью слѣдуетъ вычислить знаменателя дроби $\frac{713}{\sqrt{31}}$, чтобы величина дроби получилась съ точностью 10^{-2}.

Такъ какъ здѣсь $\delta = 3$, $\beta = 1$ и $r = -2$, то по формулѣ (13), замѣнивъ въ ней m чрезъ b, получимъ:

$$b = -2 - 3 + 2 - 2 = -5;$$

т. е. знаменателя $\sqrt{31}$ слѣдуетъ вычислить съ точностью 10^{-5}.

Возведеніе въ степень.

14. При опредѣленіи точности произведенія t множителей было найдено неравенство (§ 9):

$$P - P' < 10^{\alpha+\beta+\gamma+\cdots+\chi-m+x}$$

гдѣ x опредѣляется по условію

$$10^{x} > 2^{t} - 1.$$

Предположивъ, что всѣ множители равны A, будемъ имѣть $\alpha = \beta = \gamma = \ldots = \chi$; тогда предыдущее неравенство приметъ видъ

$$A^{t} - A'^{t} < 10^{\alpha(t-1)-m+x},$$

гдѣ $-m$ есть точность числа A′. Обозначивъ показателя точности степени чрезъ p, т. е. положивъ, что $A^{t} - A'^{t} \leqslant 10^{p}$, получимъ

$$10^p < 10^{\alpha(t-1)-m+x},$$

или

$$p < \alpha(t-1) - m + x.$$

Отсюда съ увѣренностью можно принять, что

$$p = \alpha(t-1) - m + x, \qquad (14)$$

и

$$-m = p - \alpha(t-1) - x, \qquad (15)$$

Формула (14) опредѣляетъ показателя точности степени A'^t по данному показателю точности числа A'.

По формулѣ (15) находится показатель точности числа, когда точность степени этого числа задана напередъ.

15. При $t = 2$ и $t = 3$, $x = 1$,

ибо

$$10 > 2^2 - 1 \text{ и } 10 > 2^3 - 1;$$

поэтому для квадрата и куба формулы (14) и (15) принимаютъ видъ:

$$\text{для квадрата: } p = \alpha - m..., \qquad (16)$$

$$-m = p - \alpha;$$

$$\text{для куба: } p = 2\alpha - m, \qquad (17)$$

$$-m = p - 2\alpha.$$

Примѣры. 1. Какую точность будетъ имѣть $(\sqrt{79})^3$, если $\sqrt{79}$ взять съ точностью 10^{-5}?

Здѣсь $\alpha = 1, -m = -5$; поэтому

$$p = 2 - 5 = -3,$$

т. е. точность куба будетъ $10.^{-3}$.

2. Съ какою точностью нужно взять π, чтобы получить π^2 съ точностью 10^{-2}?

Здѣсь $\alpha = 1$, $p = -2$; поэтому

$$-m = -2 - 1 = -3;$$

т. е. должно принять $\pi = 3{,}141$.

Извлеченіе корня.

15. Въ курсахъ алгебры указывается, съ какою точностію нужно брать приближенное число, чтобы квадратный или кубичный корень изъ этого числа имѣлъ данную точность;—и наоборотъ, тамъ же указывается, какъ опредѣляется степень точности корня, когда извѣстна точность подкоренного числа. Поэтому считаемъ излишнимъ останавливаться на дѣйствіи извлеченія квадратнаго и кубичнаго корней. Кор-

ни же съ высшими показателями не встрѣчаются въ задачахъ элементарной математики, или вычисляются при помощи логариѳмовъ.

Опредѣленіе точности формулы.

16. Ариѳметическое выраженіе (формула) въ самомъ общемъ случаѣ представляется дробью, числитель и знаменатель которой суть произведенія нѣсколькихъ множителей; между этими множителями могутъ быть суммы, разности, степени и корни. Чтобы опредѣлить точность формулы по даннымъ точностямъ чиселъ, входящихъ въ нее, опредѣляемъ сначала точности суммъ, разностей, степеней и корней; тогда будутъ извѣстны точности всѣхъ множителей числителя и знаменателя и, слѣд., найдутся точности числителя и знаменателя даннаго выраженія. Разсматривая числитель какъ дѣлимое, а знаменатель какъ дѣлителя, найдемъ, наконецъ, точность всего выраженія.

Возможность знать напередъ точность результата того или другого дѣйствія позволяетъ дѣлать упрощенія при слѣдующихъ дѣйствіяхъ надъ полученными числами, такъ какъ въ этихъ числахъ можно удерживать только тѣ цыфры, въ точности которыхъ нѣтъ сомнѣнія.

Примѣръ. Принимая $\pi = 3{,}14159$ и $\sqrt{2} = 1{,}41421$, найти точность выраженія $\dfrac{113.7.(3\pi - 4\sqrt{2})}{12}$.

Такъ такъ точность π и $\sqrt{2}$ есть 10^{-5}, то по формулѣ (4) найдемъ, что точность 3π и $4\sqrt{2}$ есть 10^{-4}; поэтому произведенія эти можно взять только съ четырьмя десятичными знаками; точность разности $3\pi - 4\sqrt{2}$ будетъ также 10^{-4}. По формулѣ (6) найдемъ затѣмъ, что точность произведенія $113.7.(3\pi - 4\sqrt{2})$ есть $10^0 = 1$; поэтому въ этомъ произведеніи слѣдуетъ ограничиться только цѣлымъ числомъ, отбросивъ всѣ десятичные знаки. По формулѣ (10) найдемъ, наконецъ, что точность даннаго выраженія есть 10^{-1}, а потому въ окончательномъ результатѣ слѣдуетъ удержать только десятыя доли.

Вычисленіе формулы съ данной точностью.

17. Чтобы вычислить формулу съ заданной напередъ точностью, необходимо узнать, съ какой точностью должны быть найдены всѣ величины, обозначенныя буквами, входящими въ формулу. Такъ какъ формула, въ самомъ общемъ случаѣ, представляется въ видѣ дроби, т. е. частнаго, то по данной точности всей формулы слѣдуетъ сначала найти точность, которую должны имѣть числитель и знаменатель. Если числитель есть сумма или разность, то, зная точность его, опредѣлимъ точность слагаемыхъ или уменьшаемаго и вычитаемаго. Если слагаемыя или уменьшаемыя и вычитаемыя суть произведенія, то, зная точность ихъ, найдемъ точность множителей. Если въ числѣ множителей или слагаемыхъ есть степени или корни, то точности основаній и подкоренныхъ чиселъ найдутся по извѣстнымъ уже точностямъ этихъ степеней и корней. Поступая такимъ образомъ, найдемъ наконецъ, точ-

ности, съ которыми должны быть вычислены величины, входящія въ формулу, численную величину которой требуется найти съ данной точностью.

Примѣръ. Вычислить выраженіе $\frac{5.\sqrt{41}.\sqrt[3]{4}}{\pi}$ съ точностью 10^{-2}.

Зная точность дроби, по формулѣ (13) найдемъ, что общая точность числителя и знаменателя должна быть 10^{-3}; такимъ образомъ въ знаменателѣ нужно принять $\pi = 3{,}141$. Чтобы найти числителя съ точностью 10^{-3}, нужно множители $\sqrt{41}$ и $\sqrt[3]{4}$ вычислить съ общей точностью 10^{-5}, какъ это слѣдуетъ изъ формулы (7). Очевидно, что, вычисливъ числителя, въ немъ можно ограничиться только пятью десятичными знаками; отъ дѣленія его на $\pi = 3{,}141$, получимъ число, точное до 0,01.

Дм. Ефремовъ (Иваново-Вознесенскъ).

КЪ ВОПРОСУ ОБЪ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМЪ ЗНАЧЕНІИ АЛГЕБРЫ*).

Почтенный профессоръ М. Е. Ващенко-Захарченко, въ предисловіи къ изданнымъ имъ „Началамъ Евклида", между прочимъ, говоритъ: „Въ педагогическомъ отношеніи геометрія имѣетъ преимущество предъ алгеброй; алгебра относительно геометріи то же, что письмо относительно литературы. Алгебра есть символическое письмо, съ помощію котораго выражается количественная зависимость между величинами, слѣдовательно наука скорѣе механическая, нежели мыслительная".

Въ этихъ словахъ заключается безспорно вѣрное указаніе на то, что сущность алгебры—символизація, т. е. обозначеніе; но все построеніе приведенной цитаты таково, что этому опредѣленію невольно привносится заключеніе, будто процессъ символизаціи логически не важенъ, будто, въ отношеніи образовательнаго вліянія на умъ, значеніе алгебры ничтожно.

Съ такимъ взглядомъ трудно согласиться, и я рѣшаюсь на попытку возражать противъ него, въ убѣжденіи, что значеніе общепризнаннаго пока предмета средняго образованія достойно внимательнаго и всесторонняго разсмотрѣнія, и что обсужденіе этого вопроса въ настоящемъ собраніи послужитъ къ выясненію дѣйствительной образовательной силы алгебраическаго процесса.

Для выполненія нашей задачи намъ нужно будетъ выяснить сущность логическаго процесса вообще и показать, что между этимъ процессомъ и процессомъ алгебраическимъ въ частности есть связь, болѣе глубокая и, въ педагогическомъ отношеніи, болѣе важная, чѣмъ та, какую въ этомъ случаѣ обыкновенно признаютъ.

Возможность образовательнаго вліянія алгебры будетъ доказана сама собою, если подъ образовательнымъ вліяніемъ здѣсь подразумѣвать способность алгебраическаго процесса подготовить умъ къ мыслительнымъ процессамъ вообще и содѣйствовать работѣ мысли такъ, какъ писаніе линій способствуетъ каллиграфіи и прохожденіе экзерсисовъ—музыкальной игрѣ.

---

*) Сообщено въ Математическомъ Отдѣленіи Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей по вопросамъ Элементарной Математики и Физики.

Сущность алгебраическаго процесса—внѣ спора. Объекты, способные быть опредѣленными въ количественномъ отношенiи, обозначаются отдѣльными буквами. Связанные между собою какою либо зависимостью они представляютъ сложные объекты или формулы, состоящiе изъ буквъ, какъ изъ элементовъ. Алгебра учитъ: во первыхъ, какими дѣйствiями надъ отдѣльными элементами получается данная формула, во вторыхъ, какими дѣйствiями надъ одними элементами данной формулы получаются другiе, по желанiю избранные.

Первый отдѣлъ обнимаетъ такъ называемыя правила дѣйствiй:

$$3a + 2a = 5a;\ a^5.a^2 = a^7;\ \sqrt[3]{a^6} = a^2;\ (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;\ldots\ldots$$

Второй отдѣлъ заключаетъ способы рѣшенiя уравненiй:

$$ax + b = cx + d;\ x = \frac{d - b}{a - c};\ ax^2 + bx + c = o;\ x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};\ldots\ldots$$

Итакъ матерiаломъ для алгебры служатъ отвлеченные объекты; работа ея состоитъ въ видоизмѣненiи зависимостей между ними.

Переходя къ познанiю вообще, опредѣлимъ сперва, что служитъ объектомъ мысли. Намъ пришлось бы распространяться о совершенно общеизвѣстныхъ предметахъ, если бы мы здѣсь начали выяснять значенiе словъ: ощущенiе, воспрiятiе, впечатлѣнiе, представленiе.

Опуская поэтому элементарные психическiе процессы, мы обратимся прямо къ процессамъ мышленiя, обусловливающимъ познанiе. Мышленiе есть установленiе сужденiй или же соединенiе ихъ между собою. Основное звено мыслительнаго процесса есть такъ называемое простое предложенiе. Всѣ роды простыхъ предложенiй, независимо отъ дѣленiя ихъ по характеру содержанiя, устанавливаютъ связь между словами, обозначающими имена существительныя, собственныя или нарицательныя.

Сами предложенiя и зависимость между ними осложняются именами нарицательными, такъ что эти имена, по количеству и важности, нужно признать главнымъ матерiаломъ предложенiй, предназначенныхъ къ выраженiю сложныхъ мыслей.

Происхожденiе нарицательныхъ именъ т. е. общихъ идей, или понятiй, слѣдующее.

Я вижу эту классную доску; вижу эту доску стола; видѣлъ другiе столы съ мраморными и желѣзными, круглыми и четыреугольными досками; видѣлъ чертежныя доски; и во всѣхъ этихъ предметахъ подмѣтилъ нѣчто общее въ формѣ, что и назвалъ словомъ „доска". Строго говоря, названiе „доска" относится не къ этому, извлеченному признаку, а ко всѣмъ предметамъ, обладающимъ этимъ признакомъ; но, такъ какъ названiе опредѣляетъ не каждый предметъ, а цѣлый классъ, и именно указываетъ только на одинъ признакъ этого класса предметовъ, подлежащихъ совершенно иной группировкѣ по другому какому либо признаку, то, по всей справедливости, можно признать, что названiе принадлежитъ отвлеченному признаку, отдѣльно или самостоятельно не существующему.

Въ этомъ смыслѣ можно сказать, что доска не существуетъ. Существуетъ вотъ этотъ предметъ: онъ имѣетъ черный цвѣтъ, эту именно форму и величину, опредѣленный вѣсъ; сдѣланъ изъ такого то дерева; имѣетъ опредѣленное расположенiе древесныхъ слоевъ и т. п. Словомъ, даже помимо этого именно занимаемаго имъ положенiя въ пространствѣ, онъ вполнѣ единиченъ, такъ какъ кромѣ свойствъ, которыя мы замѣтили и назвали, въ немъ есть безконечное множество такихъ признаковъ, которыхъ мы не замѣтили, напр., шероховатости, обнаруживаемыя лупой и т. п.

Слово „холодъ" обозначаетъ то общее въ ощущенiяхъ, которое для насъ опредѣляется нѣкоторымъ субъективнымъ сходствомъ.

Слово „движенiе" обозначаетъ нѣчто общее въ тѣхъ зрительныхъ впечатлѣнiяхъ, которыя мы испытываемъ, когда слѣдимъ за тѣломъ, измѣняющимъ, по отношенiю къ намъ или другимъ тѣламъ, свое положенiе.

Итакъ понятiя конкретныя суть результаты отвлеченiя, т. е. названiя, данныя классу по присутствiю въ немъ общаго признака.

Понятія отвлеченныя суть названія этого именно признака. Отвлеченныхъ понятій меньше, такъ какъ они не необходимы и все, сказываемое о нихъ, можетъ быть выражено посредствомъ понятій конкретныхъ. Напримѣръ, признакъ, по которому предметъ называется доскою, не имѣетъ словеснаго обозначенія; но, если бы оно существовало, то это было бы слово, выражающее отвлеченное понятіе, главнымъ содержаніемъ котораго была бы незначительность одного измѣренія по сравненію съ двумя другими. Такимъ же образомъ отвлеченное понятіе „патріотизмъ" обозначаетъ предполагаемый нами общій признакъ душевныхъ состояній, которыя пережилъ Ликургъ, когда, заручившись клятвой соотечественниковъ исполнять его законы до его возвращенія, оставилъ родину и, прежде чѣмъ умертвить себя, распорядился бросить свой трупъ въ море;—рядовой Архиповъ, когда зажигалъ пороховой погребъ подъ ворвавшимся въ крѣпость непріятелемъ;—профессоръ, когда отказался занять заграничную кафедру, не смотря на выгодныя условія—и т. п.

Итакъ элементы процессовъ не только алгебраическаго, но и логическаго вообще, суть результаты отвлеченія; въ алгебрѣ знаками этихъ объектовъ служатъ буквы, въ мышленіи слова. Вездѣ выдѣленіе общихъ признаковъ предшествуетъ наименованію и наименованіе является продуктомъ отвлеченія.

Уже одно это сходство элементовъ предрасполагаетъ искать сходства самихъ процессовъ. Но, прежде чѣмъ искать этой аналогіи, замѣтимъ, что цѣль символизаціи, въ алгебрѣ и мышленіи вообще, одна и та же: восполнить количественную ограниченность нашего познанія.

Мы съ трудомъ воспринимаемъ раздѣльное одновременное существованіе трехъ предметовъ, пяти—и подавно; 50 мы вовсе не воспринимаемъ, и если бы на столѣ лежало 50 шариковъ, то впечатлѣніе этой группы ничѣмъ не отличалось бы для насъ отъ группы въ 49, или 51 шариковъ. Мы не могли бы оперировать съ большими числами, если бы не воспользовались символизаціей счисленія: она даетъ возможность мыслить число 100, которое вызываетъ въ нашемъ умѣ совершенно точное понятіе о числѣ, отличающемся отъ всѣхъ другихъ чиселъ, хотя у насъ нѣтъ опредѣленнаго представленія этого числа помимо его знака, такъ какъ, вслѣдствіе ограниченной емкости ума, не могло быть чувственнаго опыта сотни предметовъ. Мы знаемъ, что, если понадобится, мы можемъ составить группу 100 изъ неопредѣленнаго числа предметовъ разнообразными способами, и убѣждаемся въ этомъ съ достовѣрностію, не меньше чѣмъ въ опытѣ единственно только тѣмъ, что всякая промежуточная, или составляющая группа, точно символизируется.

Таковы цѣль и польза символизаціи въ математикѣ, То же и со словами.

Способность находить нѣкоторый признакъ въ большомъ числѣ предметовъ, кромѣ этого признака мало сходныхъ, которою одарены люди, какъ высшія существа, сама по себѣ не привела бы къ сложнымъ процессамъ мысли, если бы не была поддержана символизаціей словами. Сложный механизмъ символизаціи, состоящій въ томъ, что нѣкоторый общій для предметовъ признакъ, соединенный въ нашемъ сознаніи со словомъ, самъ возбуждается, когда мы встрѣчаемъ это слово, даетъ возможность различать въ безконечномъ разнообразіи предметовъ ихъ общія свойства и, комбинируя ихъ, постигать дѣйствительность, какъ порядокъ вселенной.

Развитіе рѣчи, т. е. символизаціи словами, идущее параллельно способности замѣчать общіе признаки, затерянные въ массѣ другихъ, составляетъ въ дѣтскомъ возрастѣ ростъ духа—явленіе, составляющее предметъ глубочайшихъ изслѣдованій. Конечно самое наименованіе предметовъ происходитъ не такъ просто, какъ мы предполагали въ предыдущихъ примѣрахъ. Эта работа облегчается дѣтямъ взрослыми, которые говорятъ названія напередъ: дѣтямъ приходится только улавливать признаки, обозначаемые названіями; сами же названія представляютъ стройную систему, сложный аппаратъ, способный сообщать работѣ тончайшіе оттѣнки, постоянно усовершенствуемый, вырабатываемый всею жизнью народа и составляющій его духовное сокровище. Въ этомъ смыслѣ признаютъ, что „исторія развитія языка есть вмѣстѣ съ тѣмъ исторія развитія народа".

Хотя происхожденіе и цѣль словъ и алгебраическихъ символовъ одни и тѣ же, однако между этими элементами есть существенное различіе въ степени опредѣленности обнимаемаго ими содержанія. Въ то время, какъ алгебраическіе знаки вполнѣ опредѣленны, такъ какъ выражаютъ одно свойство предметовъ быть единицами, т. е. способность входить въ группу, какъ отдѣльныя составныя части,—знаки понятій вообще, т. е. слова, или названія, обнимаютъ совокупность признаковъ, не для каждаго ума тожественную; вслѣдствіе чего и комбинація словъ, т. е. предложеніе, не у всѣхъ вызываетъ столь опредѣленную зависимость признаковъ, какая дается въ алгебраическихъ формулахъ. Понятія не всегда разлагаются на опредѣленное число элементовъ, и потому не всегда бываютъ точно опредѣлены. Число элементовъ увеличивается иногда благодаря широтѣ наблюденія или точности изысканія; вслѣдствіе чего содержаніе понятія выясняется, между тѣмъ знакъ его, т. е. слово остается прежнимъ, и для лицъ, не имѣвшихъ широкаго опыта или не знакомыхъ съ результатами его, оно будетъ соотвѣтствовать меньшему содержанію. Для пастушка, проведшаго всю жизнь на окраинахъ родного болота, содержаніе слова „утка" исчерпывается признаками двухъ или трехъ видовъ этой породы; для человѣка, видѣвшаго коллекціи чучелъ, оно выясняется разнообразіемъ экземпляровъ; для орнитолога оно осложняется устройствомъ скелета и т. п.

Отсюда вытекаетъ основное различіе между формулами алгебраическими и логическими вообще: въ то время, какъ первыя выражаютъ зависимость между элементами, всегда равную самой себѣ, т. е. способную лишь видоизмѣняться безъ измѣненія содержанія, вторыя, будучи построены хотя и по одному плану, но изъ неодинаковыхъ по существу элементовъ, даютъ несходные результаты. Слово „учитель" для ученика обозначаетъ лицо объясняющее и спрашивающее съ правомъ налагать наказанія, для большинства родителей это—лицо, отъ котораго зависитъ переходъ ихъ дѣтей въ слѣдующій классъ; для просвѣщеннаго человѣка вообще это —общественный дѣятель, призванный содѣйствовать духовному развитію будущаго поколѣнія; наконецъ для самого учителя это слово обозначаетъ труженика, между высотой задачи котораго и слабостію силъ – цѣлая пропасть, загроможденная къ тому же тысячами затрудненій самой грубой дѣйствительности. Формула „учитель —важный человѣкъ" тремя первыми будетъ признана правильной, хотя для каждаго изъ нихъ она будетъ имѣть различное содержаніе; для послѣдняго же она можетъ показаться парадоксальной.

Указавъ различіе между формулами алгебраическими и логическими вообще, обратимся для открытія между ними сходства къ главнымъ признакамъ. Понятіе логическаго процесса вообще обнимаетъ собою понятіе процесса алгебраическаго; слѣдовательно они имѣютъ нѣчто общее въ основаніи. Это общее есть три основныхъ закона: тожества, противорѣчія и исключеннаго третьяго. Однако такая общность процессовъ была бы недостаточною для объясненія того педагогическаго значенія алгебры, какое мы въ ней предполагаемъ; и, если бы эти процессы на этомъ расходились, то значеніе алгебраическаго навыка падало бы само собою.

Но алгебраическій процессъ, какъ рядъ измѣненій, подчиняется частнымъ правиламъ, которыя возрастаютъ числомъ и сложностію по мѣрѣ важности задачъ, предназначенныхъ къ рѣшенію. Эти правила, представляющія неопровержимыя истины вслѣдствіе совершенной опредѣленности подчиненныхъ имъ элементовъ, остаются пріобрѣтеніемъ ума, имѣющимъ, во первыхъ, практическую и, во вторыхъ, педагогическую цѣну.

Практическое значеніе алгебраическихъ законовъ состоитъ въ томъ, что все, доступное количественному анализу, познается помощію ихъ точнѣе и глубже, чѣмъ помощію наблюденія. Напримѣръ, послѣ того какъ найдено, что свойства протяженій опредѣляются количественными соотношеніями между координатами точекъ этихъ протяженій, каждое протяженіе могло быть изображено формулой, видоизмѣненіемъ которой свойства этого протяженія могутъ быть изслѣдованы безъ непосредственнаго наблюденія, менѣе точнаго и не всегда доступнаго. Вслѣдствіе этого алгебраическая формула, если подъ знаками ея подразумѣвать линейныя измѣренія, является уже не только комбинацiей символовъ, но и образомъ нѣкотораго протяженія, раскрывающаго свои свойства въ алгебраическихъ процессахъ. Алгебраическія формулы, оставаясь истинными въ своихъ преобразованіяхъ, предупреждаютъ опытъ и даютъ уму новыя формы величинъ, природа и свойства которыхъ вполнѣ опредѣляются соотношеніемъ составляющихъ ихъ элементовъ.

Педагогическое значеніе алгебры, т. е. вліяніе ея процессовъ на развитіе познавательной способности вообще, должно быть признано постольку, поскольку придаютъ значеніе дедуктивному методу. Индукція съ ея пріемами не имѣетъ общаго съ алгебраическимъ процессомъ, такъ какъ ея задача не раскрыть законъ явленія, но найти его, т. е., очистивъ явленіе отъ сопутствующихъ признаковъ, уловить искомую послѣдовательность. Когда же этотъ законъ найденъ, то въ дедуктивной работѣ распространенія его на частные случаи алгебраическій навыкъ можетъ оказать уму крупную услугу, пріучая его къ богатству пріемовъ правильнаго логическаго связыванія и предрасполагая его къ необходимой осмотрительности.

Работа умозаключенія, напримѣръ, по типу напоминаетъ алгебраическій процессъ. Въ силлогизмѣ заключеніе не есть новая истина; это только указаніе того, что заключается въ большой посылкѣ. Данная формула здѣсь, какъ и въ алгебрѣ, видоизмѣняется такъ, чтобы обнаружить отношеніе избраннаго элемента къ другимъ. Когда уравненіе составлено, то задача рѣшена; однако неизвѣстное пока только связано съ данными; явственно же обнаружится, когда мы раскроемъ эту связь такъ, чтобы освободилось неизвѣстное. Когда мы сказали „люди смертны", то, не замѣчая, рѣшили фактъ предстоящей смерти Бисмарка и, для убѣжденія кого либо,—раскрыли бы приведенную формулу, выдѣливъ избранный ея элементъ: „люди смертны; Бисмаркъ человѣкъ;—слѣдовательно, Бисмаркъ смертенъ".

Словесныя формулы, какъ выражающія связь между элементами, не всегда точными, достигаютъ истины по мѣрѣ опредѣленія слова, т. е. объемлемости признака, этимъ словомъ обозначаемаго. Алгебра раскрываетъ уму отвлеченныя истины, не увеличивая его познаній реальныхъ явленій, т. е. соотношеній между предметами, какъ суммами признаковъ (о косвенномъ содѣйствіи сказано выше); но и для пониманія этихъ соотношеній необходима способность обнимать сознаніемъ возможно большую совокупность символовъ; слѣдовательно значеніе алгебраической символизаціи и съ этой точки зрѣнія дожно быть признано существеннымъ.

Обыкновенно въ понятіе развитія ума вводятъ его самодѣятельность или живое начало самовозбужденія; но послѣднее, какъ намъ кажется, зависитъ всего болѣе отъ врожденныхъ дарованій: степени воспріимчивости, способности замѣчать тонкія черты сходства и общей энергіи душевныхъ процессовъ. Если бы эти качества и могли бы быть изощряемы опытными науками, то все же алгебраическій навыкъ сложной концепціи, т. е. усвоенія познаніемъ сложныхъ зависимостей, не былъ бы безполезенъ, такъ какъ облегчалъ бы построеніе логическихъ формулъ изъ добытыхъ элементовъ или пониманіе такихъ формулъ, построенныхъ другимъ.

Качество и объемъ ума въ каждый моментъ обусловливается суммою знаковъ, родомъ и числомъ зависимостей между ними; поэтому каждая прошедшая чрезъ сознаніе формула дѣлается достояніемъ ума и не можетъ остаться безъ вліянія на будущую его дѣятельность. Каждый опытъ символизаціи можетъ быть названъ упражненіемъ, косвенно облегчающимъ переходъ отъ одной формулы къ другой, болѣе сложной, хотя бы и неоднородной.

Изслѣдованіе сложныхъ алгебраическихъ формулъ, остающихся безусловно истинными, не смотря на свою сложность, развиваетъ способность сложной концепціи и благотворно отражается на дѣятельности познанія своею неизмѣнною правильностію.

Вотъ на какихъ основаніяхъ мы можемъ отнести на долю алгебры многое изъ того, что говорится, какъ общепризнанное, въ пользу математики вообще.

„Польза математическаго образованія, какъ подготовки къ болѣе труднымъ изслѣдованіямъ, состоитъ въ примѣнимости не аксіомъ математики, а ея метода. Математика всегда останется самымъ совершеннымъ типомъ дедуктивнаго метода вообще, и приложенія математики къ выводнымъ отраслямъ естествознанія представляютъ единственную школу, въ которой философы могутъ научиться самой трудной и важной части своего искусства: употребленію законовъ простѣйшихъ явленій для поясненія и предсказанія законовъ явленій болѣе сложныхъ". Такъ говоритъ Д. С. Милль. Мы же съ своей стороны можемъ прибавить, что алгебраическіе символы, лишенные даже признака пространственности, являются элементами мысли, совершенными по единству и опредѣленности содержанія; а алгебра по простотѣ начала, допускающаго однако безпредѣльную сложность развитія, должна быть признана идеальной логикой; старая система ея не можетъ остаться безъ существеннаго образовательнаго вліянія на развивающійся умъ какъ требованіемъ возрастающей сложности воспріятія, такъ и ознакомленіемъ обучающагося съ той областью абсолютно истинныхъ формулъ, которая является единственнымъ и недосягаемымъ образцомъ для формулъ словесныхъ.

А. Самко (Одесса).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Способность газовъ свѣтиться. Изъ опытовъ, произведенныхъ съ парами натрія, калія, литія и талія, Принсгеймъ (Pringsheim) дѣлаетъ выводъ, что одно повышеніе температуры не можетъ довести газъ до свѣченія. Разсматривая всевозможные случаи, при которыхъ газы нагрѣваніемъ доводятся до свѣченія, не найдемъ въ ихъ числѣ ни одного, гдѣ явленіе не сопровождалось бы химическими или электрическими процессами. Свѣченіе, напр., металлическихъ паровъ въ пламени сопровождается всегда химической реакціей возстановленія металла изъ его солей раскисляющими веществами пламени; свѣченіе въ гейслеровыхъ трубкахъ сопровождается рядомъ электрическихъ явленій и т. д. Тѣла твердыя и жидкія могутъ быть раскалены до свѣченія; по аналогіи переносили эту способность свѣтиться и на газы, но оказывается, что механизмъ явленія здѣсь иной и одного нагрѣванія недостаточно. Въ чемъ заключается этотъ механизмъ явленія — въ настоящее время неизвѣстно. *В. Г.*

Удѣльная теплота воды. Послѣ восьмилѣтнихъ трудовъ профессора Bartoli и Stracciati опубликовали слѣдующую формулу, выражающую количество тепла, необходимое для поднятія температуры 1 грамма воды отъ 0^0 до t^0, причемъ $t^0 < 31^0$.

$$1{,}006880\,t - 278 \times 10^{-6}\,t^2 - 205 \times 10^{-8}\,t^3 + 25375 \times 10^{-11}\,t^4 -$$

$$- 26 \times 10^{-10}\,t^5.$$

При изслѣдованіяхъ авторы пользовались термометрами, наполненными азотомъ и сравненными съ водороднымъ термометромъ. Являясь результатомъ нѣсколькихъ тысячъ законченныхъ опытовъ, вышеприведенная формула заслуживаетъ, конечно, полнаго вниманія.

В. Г.

Вліяніе влажности на химическіе процессы. H. Brereton Baker произвелъ слѣдующій опытъ. Газообразный амміакъ высушивался весьма тщательно негашенной известью, а газообразный же хлороводородъ— сперва сѣрной кислотой, затѣмъ фосфорнымъ ангидридомъ. При смѣшеніи обоихъ газовъ не замѣчалось и слѣдовъ бѣлыхъ паровъ, указывающихъ на образованіе хлористаго аммонія. Такимъ образомъ сухой амміакъ не дѣйствуетъ химически на сухой хлороводородъ. При незначительныхъ уже слѣдахъ влаги наступаетъ химическая реакція.

В. Г.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Открытіе физико-математическихъ учительскихъ курсовъ *) въ Одессѣ состоялось въ пятницу, 17-го сего сентября.

Вступительныя лекціи нѣкоторыхъ преподавателей мы помѣстимъ въ ближайшихъ №№ „Вѣстника". Въ дополненіе къ тому, что было помѣщено въ первой нашей замѣткѣ о курсахъ **), можемъ сообщить слѣдующія подробности.

Согласно утвержденному Г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія учебному плану, въ теченіе 1-го полугодія (до 20 декабря), посвященнаго изученію теоретической стороны преподаванія, слушателямъ курсовъ преподаются: общая дидактика и педагогика—2 часа въ недѣлю, методика физики—2 часа, методика ариѳметики и алгебры—2 часа, методика геометріи и тригонометріи—2 часа; кромѣ того для ознакомленія съ употребительнѣйшими учебниками и руководствами назначено: для математики 2 часа и для физики 2 часа; для усвоенія техники курса опытной физики положено 2 нед. часа практическихъ занятій въ кабинетѣ. Во 2-мъ учебномъ полугодіи, курсистамъ вмѣняется въ обязанность чтеніе пробныхъ уроковъ въ мѣстныхъ учебныхъ заведеніяхъ въ присутствіи преподавателей, а именно — 4 урока въ недѣлю по разнымъ отдѣламъ математики и 2 урока — по физикѣ. Обсужденію этихъ уроковъ удѣляется еще 3 часа въ недѣлю. Независимо отъ сего продолжаются: лекціи педагогики—2 часа, разборъ учебниковъ—2 часа по математикѣ и 1 часъ по физикѣ, и занятія въ физическомъ кабинетѣ—4 часа.

Для преподаванія и веденія занятій на курсахъ въ текущемъ учебномъ году, Г. Попечителемъ Округа приглашены лица: по математикѣ—профессоръ Новороссійскаго университета *В. В. Преображенскій* и приватъ-доцентъ *И. В. Слешинскій,* по физикѣ — профессоръ *Ѳ. Н. Шведовъ* и редакторъ-издатель „Вѣстника Оп. Физики" *Э. К. Шпачинскій,* по педагогикѣ—приватъ-доцентъ по каѳедрѣ философіи *Н. Н. Ланге.*—Поименованныя лица слѣдующимъ образомъ распредѣлили между собою занятія по предметамъ: В. В. Преображенскій принялъ на себя чтеніе лекцій по методикѣ геометріи и тригонометріи, разборъ учебниковъ и задачниковъ по этимъ отдѣламъ математики и обсужденіе пробныхъ уроковъ; И. В. Слешинскій—то же по ариѳметикѣ и ал-

---

*) См. „В. О. Ф." № 161 стр. 110—111 и № 164 стр. 172—174, или выпущенную отдѣльнымъ оттискомъ брошюру *М. Попруженко*: „Нѣсколько словъ по поводу открываемыхъ въ Одессѣ физико-математическихъ курсовъ".

См. также объявленіе объ открытіи педаг. курсовъ на обложкѣ предыдущаго № 170 и № 5 „Циркуляра по Одесскому Учебному Округу", за май м. 1893 г., стр. 228 и слѣд.

**) См. „В. О. Ф." № 161 стр. 110—112.

гебрѣ; Θ. Н. Шведовъ—лекціи методики физики, обсужденіе пробныхъ уроковъ и веденіе практическихъ занятій въ физическомъ кабинетѣ, Э. К. Шпачинскій—разборъ учебниковъ и пособій по физикѣ.

Чтеніе лекцій происходитъ преимущественно въ часы послѣобѣденные, въ физической аудиторіи Новороссійскаго университета; утренніія же—въ зданіи Ришельевской гимназіи. Практическія занятія курсистовъ происходятъ въ физическомъ кабинетѣ университета.

По порученію Г. Попечителя, непосредственное руководительство дѣлами курсовъ принялъ на себя И. В. Слешинскій, а обязанности секретаря совѣта—Э. К. Шпачинскій. Къ этому послѣднему надлежитъ обращаться за всякими справками*).

Напоминаемъ нашимъ читателямъ, что 22 октября сего года будетъ праздноваться столѣтній юбилей со дня рожденія знаменитаго нашего геометра Н. И. Лобачевскаго. Для ознаменованія этой столѣтней годовщины открыта подписка **), главное назначеніе которой—учрежденіе преміи имени Лобачевскаго за ученыя сочиненія по математикѣ, и преимущественно—имѣющія отношеніе къ работамъ Лобачевскаго***). До 22 апрѣля 1894 года взносы просятъ направлять по адресу: Казань, Физико-математическое общество.

Умерли: 16-го іюля с. г. въ Кламси знаменитый французскій физикъ, астрономъ и метеорологъ **Маріэ-Деви** на 77-мъ году жизни; въ Женевѣ—извѣстный французскій физикъ **Даніилъ Колладонъ** на 92-мъ году жизни, изслѣдованія котораго надъ скоростью распространенія звука въ водѣ, произведенныя имъ совмѣстно съ Штурмомъ въ 1827 году, вошли во всѣ учебники физики; 10-го іюля въ Кентѣ — **Самуэль Филлипсъ**—извѣстный электротехникъ.

„**Научное обозрѣніе**“ — такъ называется новый еженедѣльный спеціальный научный журналъ, который разрѣшено издавать въ С.-Петербургѣ доктору натуральной философіи гейдельбергскаго университета Михаилу Филиппову. Вотъ программа журнала:

Отдѣлъ естествознанія: кристаллографія, минералогія, морфологія и физіологія растеній и животныхъ, анатомія и физіологія человѣка.

Отдѣлъ географіи, этнографіи и антропологіи.

Математическій отдѣлъ. Статьи, теоремы и задачи по чистой и прикладной математикѣ, астрономіи, механикѣ и геодезіи.

Физико химическій отдѣлъ. Статьи по всѣмъ отраслямъ опытной физики и химіи неорганической, аналитической и органической.

---

*) О сформированіи библіотеки „Педагогическихъ Курсовъ“ и доставленіи свѣдѣній о наиболѣе распространенныхъ въ Россіи руководствахъ, см. заявленія на обложкѣ настоящаго № 171.

**) До сихъ поръ эта подписка дала болѣе 2000 рублей.

***) Просимъ прочесть перепечатанное нами воззваніе организованнаго спеціально для этой цѣли комитета въ № 159 „Вѣстника Оп. Физики“.

Техническій отдѣлъ. Статьи по техническимъ знаніямъ, по машиностроенію, электротехникѣ, агрономической и физической химіи.

Отдѣлъ библіографіи. Отчеты о новыхъ книгахъ и выдающихся статьяхъ иностранно-научныхъ журналовъ по физико-математическимъ наукамъ.

Отдѣлъ научныхъ новостей. Свѣдѣнія о новѣйшихъ открытіяхъ и изобрѣтеніяхъ, корреспонденціи о дѣятельности научныхъ съѣздовъ, коммиссій и экспедицій.

Отдѣлъ объявленій.

Приложенія, въ коихъ помѣщаются отдѣльныя сочиненія, переводныя и оригинальныя, по различнымъ отраслямъ физико-математическихъ наукъ.

По мѣрѣ надобности, въ текстѣ журнала и на особыхъ листахъ помѣщаются рисунки, чертежи, планы, политипажи и хромолитографіи.

Подписная цѣна за годъ семь рублей, за полгода четыре рубля.

Издателю-редактору журнала „Гимназія", выходящаго въ г. Ревелѣ, Григорію Андреевичу Янчевецкому разрѣшено 22-го авг. 1893 г. выпускать по программѣ этого журнала еженедѣльное безплатное приложеніе къ нему подъ названіемъ: **„Педагогическій Еженедѣльникъ"**. Для желающихъ получать это приложеніе безъ журнала назначена годовая плата въ три рубля.

Ураганъ, о которомъ мы сообщали въ предыдущемъ № „Вѣстника", опустошившій нѣкоторые изъ Соединенныхъ Штатовъ С. Америки, принесъ не мало бѣдствій и на Азорскихъ островахъ. На островѣ Феайлѣ разрушено до основанія 30 домовъ и погибло два судна, стоявшихъ на рейдѣ. На о—вѣ Терцейрѣ разрушено 27 домовъ и погибъ военный корабль. Погибло 5 человѣкъ и уничтожена вся жатва. Въ Соединенныхъ же Штатахъ въ одномъ лишь графствѣ Бофоръ погибло свыше тысячи человѣкъ.

КОРРЕСПОНДЕНЦІЯ.

По поводу замѣтки: „Жизненный токъ и его измѣреніе".

Въ № 168 „Вѣстника Опытной Физики" напечатана замѣтка „Жизненный токъ и его измѣреніе". По поводу этой замѣтки я имѣю нѣчто сообщить. Въ декабрѣ 1891 года я былъ приглашенъ д-ромъ медицины В. Г. Купидоновымъ посмотрѣть пріобрѣтенный имъ въ Парижѣ курьезный приборъ, названный изобрѣтателемъ аббатомъ Fortin магнитометромъ.

Изъ описанія этого прибора, помѣщеннаго въ каталогѣ (1889 г.) конструктора Ш. Шардэна (Chardin) извлекаемъ слѣдующее:

„Этотъ магнитометръ несомнѣнно самый удивительный приборъ между всѣми диковинками нашего вѣка.

Существенно онъ состоитъ изъ двухъ конденсаторовъ, состоящихъ изъ оловяныхъ листковъ, желѣзныхъ проволокъ различныхъ діаметровъ, намотанныхъ нѣкоторымъ опредѣленнымъ образомъ, мѣдной стрѣлки, подвѣшенной на коконѣ надъ кругомъ, раздѣленнымъ на градусы".

По описанію приборъ можетъ предсказывать погоду и „магнитную силу (pouvoir) какого либо субъекта". „*Что вполнѣ несомнѣнно*, такъ это то, что, при приближеніи къ инструменту, изолированному отъ всякаго соприкосновенія толстостѣнной стекляной коробкой, руки, бобина заряжается жидкостью и удивительно видѣть, послѣ удаленія руки и по истеченіи нѣсколькихъ мгновеній, какъ стрѣлка отклоняется надъ кругомъ на извѣстное число градусовъ, которое никогда не бываетъ одинаково для различныхъ субъектовъ".

Приборъ по внѣшнему виду похожъ на мультипликаторъ, покрытый цилиндрическимъ стеклянымъ колпакомъ, только стрѣлка одна и мѣдная, виситъ надъ бобиной и нить привѣса прикрѣплена къ центру крышки колпака. Дѣйствительно при поднесеніи руки къ колпаку и по направленію конца стрѣлки, послѣдняя по истеченіи нѣсколькихъ секундъ движется и большей частью концемъ по направленію къ рукѣ. Этотъ приборъ у насъ въ Казани возбудилъ большое любопытство.

Съ самаго начала мнѣ представилось, что тутъ бобина съ конденсаторомъ не причемъ и я предложилъ лаборанту К. В. Кебелю устроить такой приборъ (сохранился до сихъ поръ):

Взять стекляный цилиндрическій колпакъ отъ мультипликатора и прикрѣпить къ центру его крышки (верхнее основаніе цилиндра) конецъ закрученнаго кокона, къ другому концу котораго прикрѣплена средина мѣдной проволочной стрѣлки; цилиндръ поставить въ цилиндрическую врѣзку деревянаго столика. Длина кокона примѣрно была взята въ половину высоты цилиндрическаго колпака. Подъ стрѣлкой находился кружекъ, раздѣленный на градусы и помѣщенный на стаканъ. Когда все это было сдѣлано, то при поднесеніи руки стрѣлка перемѣщалась какъ и въ приборѣ Fortin'а, она перемѣщалась почти также, когда стаканъ съ кружкомъ былъ удаленъ. Особенно велико было отклоненіе, когда вмѣсто руки подносили зажженную свѣчу или лучше двѣ свѣчи, расположенныя по діаметру цилиндра: стрѣлка помѣщалась по направленію этого діаметра. Когда изъ прибора аббата Fortin'а бобина была удалена, то стрѣлка отклонялась въ немъ почти также, какъ и въ присутствіи этой бобины.

Чему же непосредственно приписать такое отклоняющее дѣйствіе руки или свѣчи?

Самое простое конвекціоннымъ воздушнымъ токамъ.

Для доказательства мы продѣлали такой опытъ. Мѣдная стрѣлка была подвѣшена на коконѣ внутри колокола воздушнаго насоса такъ, что другой конецъ кокона былъ прикрѣпленъ къ центру верха колокола. Когда изъ колокола былъ выкачанъ воздухъ, то отклоненія стрѣлки ни свѣчами, ни рукой не происходило.

Происходило же большое отклоненіе свѣчами, когда этотъ приборъ съ воздухомъ, находился въ холодной галлереѣ физическаго кабинета.

Подобнаго рода явленія замѣчались много десятковъ лѣтъ тому назадъ. Наприм. замѣчено было Мунке (1829 г.) и другими ранѣе его отклоненіе крутильныхъ вѣсовъ Кулона при дѣйствіи свѣта. Уаттъ и Пфаффъ приписывали это отклоненіе непосредственному дѣйствію свѣта и тепла. Укажу также на опыты Неезена съ радіометромъ Крукса, въ которомъ воздухъ находился подъ атмосфернымъ давленіемъ.

Итакъ „магнитометръ“ жизненнаго тока или животномагнитной силы не обнаруживаетъ, но явленіе, хотя и зависящее отъ конвекціонныхъ токовъ, все таки любопытно.

Въ вышеназванной замѣткѣ изобрѣтеніе прибора приписывается д-ру Барадюку; онъ только производилъ съ этимъ приборомъ наблюденія, каковыя производилъ и д-ръ Купидоновъ.

Проф. *Н. Слугиновъ* (Казань).

ЗАДАЧИ.

№ 527. Въ методикѣ Гольденберга, при изложеніи способа рѣшенія задачъ на время, есть такой примѣръ:

„Одно событіе случилось 1802 г. 5 августа, а другое 1829 г. 6 апр. Сколько времени прошло между этими событіями?“ Рѣшено такъ. Съ начала вѣка прошло

$$
\begin{array}{rl}
 & \phantom{28 \text{ лѣтъ }}(366) \\
- & 28 \text{ лѣтъ } \ 95 \text{ дней } (31+28+31+5) \\
 & \underline{\ 1 \text{ годъ } 216 \ \ \text{„} \ \ (31+28+31+30+31+30+31+4)} \\
 & 26 \text{ лѣтъ } 245 \text{ дней.}
\end{array}
$$

Между тѣмъ съ 5 авг. 1802 г. по 5 авг. 1828 г. прошло полныхъ 26 лѣтъ; остается вычислить время между 5 авг. 1828 г. и 6 апр. 1829 года. Осталось

$$
\begin{array}{lr}
\text{въ 1828 г.} - 27+30+31+30+31 = & 149 \\
\text{въ 1829 г.} - 31+28+31+\ 5 \quad = & \underline{95} \\
 & 244 \text{ дня}
\end{array}
$$

т. е промежутокъ между событіями 26 л. 244 дня.

Въ чемъ разница?

В. Макашовъ (Ив.-Вознес.).

№ 528. Въ треугольникѣ ABC проводимъ терціаны*) $A\alpha$ и $A\alpha_1$ $B\beta$ и $B\beta_1$. Пусть $A\alpha$ и $B\beta$ пересѣкаются въ точкѣ O, $A\alpha$ и $B\beta_1$ — въ точкѣ O_1, $A\alpha_1$ и $B\beta_1$ — въ точкѣ O_2, $A\alpha_1$ и $B\beta$ — въ точкѣ O_3. Показать, что

$$\frac{AO_1 . AO_3}{BO_1 . BO_3} = \frac{AO_2 . AO}{BO_2 . BO}$$

И. Вонсикъ (Спб.).

*) *Терціанами* мы называемъ прямыя, соединяющія вершину треугольника съ точками, дѣлящими противоположную сторону на три равныя части.

№ 529. Станемъ называть *псевдоквадратомъ* всякій четыреугольникъ, діагонали котораго равны и взаимно перпендикулярны. Показать, что внутренніе квадраты, построенные на двухъ противоположныхъ сторонахъ псевдоквадрата, имѣютъ общій центръ, лежащій на серединѣ прямой, соединяющей центры двухъ внѣшнихъ квадратовъ, построенныхъ на другихъ двухъ сторонахъ псевдоквадрата.

(Заимств.) *В. Г.* (Одесса).

№ 530. Показать, что центры внѣшнихъ квадратовъ, построенныхъ на сторонахъ выпуклаго четыреугольника, суть вершины псевдоквадрата.—(См. предыд. зад.).

(Заимств.) *В. Г.* (Одесса).

№ 531. Показать, что выраженіе

$$\operatorname{sn}^2(\alpha+\beta)+\operatorname{sn}^2(\beta-\alpha)-2\operatorname{sn}(\alpha+\beta)\operatorname{sn}(\beta-\alpha)\operatorname{cs}2\alpha$$

не зависитъ отъ β.

(Заимств.). *Д. Е.* (Ив.-Вознес.).

№ 532. Дана окружность, проведенная въ ней хорда AB и какая нибудь прямая MN въ той-же плоскости. По окружности движется точка S. Прямыя, соединяющія эту точку съ концами хорды AB, пересѣкаютъ прямую MN въ точкахъ X и У. Найти на прямой такія двѣ постоянныя точки P и Q, чтобы

$$PX.QУ=\text{const}.$$

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 533. Рѣшить систему

$$\frac{1}{by}+\frac{1}{cz}=\frac{a+x}{ax(a-x)}$$
$$\frac{1}{cz}+\frac{1}{ax}=\frac{b+y}{by(b-y)}$$
$$\frac{1}{ax}+\frac{1}{by}=\frac{c+z}{cz(c-z)}$$

(Заимств.) *Д. Е.* (Ив.-Вознес.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 19 (2 сер.). Доказать, что площадь треугольника равняется периметру ортоцентрическаго треугольника, умноженному на радіусъ круга девяти точекъ.

Соединивъ центръ круга, описаннаго около даннаго $\triangle$-а съ вершинами ортоцентрическаго $\triangle$-а разобьемъ данный $\triangle$ на 3 четыреугольника; діагонали каждаго изъ этихъ четыреугольниковъ взаимно перпендикулярны, такъ какъ радіусъ r описаннаго круга, проведенный къ вершинѣ даннаго $\triangle$-а, перпендикуляренъ къ сторонѣ ортоцентрическаго $\triangle$-а. Поэтому, называя черезъ $2p'$ периметръ ортоцентр. $\triangle$-а, найдемъ, что площадь даннаго $\triangle$-ка

$$B = p'.r,$$

а такъ какъ радіусъ ϱ круга 9-ти точекъ равенъ $r:2$, то

$$B = 2\,p'.\varrho.$$

С. Блажко (Хотимскъ;) *П. У—ъ* (Урюпино); *В. Россовская* (Курскъ); *А. Ш.* (Кіевъ).

№ 323 (2 сер.). Стороны четыреугольника ABCD точками a, b, c и d раздѣлены въ одномъ и томъ же отношеніи, такъ что

$$\frac{Aa}{aB} = \frac{Bb}{bC} = \frac{Cc}{cD} = \frac{Dd}{dA},$$

и эти точки соединены послѣдовательно прямыми. Показать, что суммы площадей противолежащихъ треугольниковъ $Aad + Cbc$ и $Bab + Dcd$ равны.

Пусть $Aa = x$, $Bb = y$, $Cc = z$, $Dd = u$ и $aB = mx$, $bC = my$, $cD = mz$, $dA = mu$. Очевидно имѣемъ

$$\frac{ABC}{aBb} = \frac{(m+1)\,x.(m+1)\,y}{m.x.y},\ \text{откуда}\ ABC = \frac{(m+1)^2}{m}\,aBb.$$

Точно также найдемъ:

$$ADC = \frac{(m+1)^2}{m}\,cDd;\ ABD = \frac{(m+1)^2}{m}\,dAa;\ BDC = \frac{(m+1)^2}{m}\,bCc.$$

Складывая почленно сперва два первыхъ изъ этихъ 4-хъ равенствъ, затѣмъ два послѣднихъ, получимъ требуемое доказательство.

В. Перельцвейгъ (Полтава); *Н. Николаевъ*, *А. П.* (Пенза); *К. Щиголевъ* (Курскъ); *П. Хлѣбниковъ* (Тула); *П. Ивановъ* (Одесса).

ПОПРАВКА. Въ задачу **489** (2 серіи), помѣщенную въ № 165 „Вѣстника Опытной Физики“, вкралась ошибка. Именно, во второй части равенства, которое требуется оправдать, пропущенъ множитель 4.

Пропущена подпись *Я. Тепляковъ* (Радомысль) подъ рѣшеніями задачъ 326 (въ № 166), 342 (въ № 161), 344 (въ № 167), 349 (въ № 161).

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 28-го Сентября 1893 г.
„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.

Обложка
ищется

Обложка
ищется