Обложка
ищется

Обложка
ищется

ВѢСТНИКЪ
ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
И
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XIV Сем. № 160. № 4.

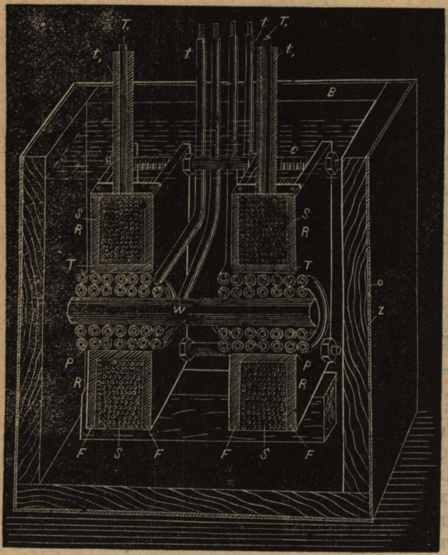
Объ опытахъ Тесла съ перемѣнными токами *).

Профессора Г. Г. Де Метца.

1°. Послѣ опытовъ Гертца и Э. Томсона, обратившихъ на себя вниманіе не только спеціалистовъ физиковъ, но и вообще всѣхъ образованныхъ людей, опыты съ перемѣнными токами Тесла составляютъ явленіе крупной величины въ современной физикѣ и притомъ не только въ чисто научномъ и кабинетномъ отношеніяхъ, но также и въ практическомъ, въ примѣненіи электричества къ повседневной жизни. Въ чемъ-же состоятъ эти опыты и какова ихъ постановка?

2°. Всѣ опыты, о которыхъ мы будемъ говорить въ этой замѣткѣ, произведены при помощи такъ называемыхъ перемѣнныхъ токовъ, съ большимъ числомъ перемѣнъ въ секунду. Чтобы осуществить такую систему токовъ, достаточно воспользоваться катушкою Румкорфа, но она должна быть построена съ особеннымъ вниманіемъ, которое сосредоточивается на изоляціи, потому-что обыкновенные способы изоляціи оказываются въ данномъ случаѣ недостаточными.

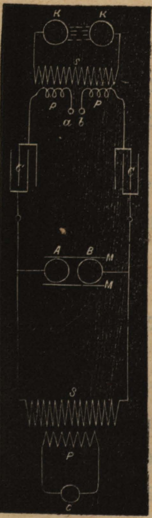
*) Nikola Tesla. Expériences avec les courants alternatifs de grande fréquence et de haute tension. Séances de la Société Française de physique. Janvier-Avril 1892, Paris, p. 62—128.



Фиг. 8.

3°. Фигура 8-я представляетъ катушку Румкорфа въ передѣлкѣ Тесла: W есть деревянный стержень, около котораго навита первичная спираль P, P въ четыре слоя по 24 оборота на каждой половинѣ; четыре конца проволокъ t, t послѣдовательно выведены въ наружное пространство. Вокругъ первичной спирали P, P навита вторичная S, S въ 26 слоевъ по 10 оборотовъ на каждой половинѣ. Эта спираль заключена въ эбонитовую оправу R, R, и отъ нея выведены наружу концы проволоки T_1, T_1. Вся катушка помѣщается въ деревянномъ ящикѣ B, обитомъ цинкомъ Z, и залита для лучшей изоляціи масломъ. При описанномъ устройствѣ катушки легко достигнуть равновѣсія на концахъ T_1, T_1 и при различныхъ сочетаніяхъ концовъ t, t можно трансформировать токи отъ 0.2 до 0.4.

4°. Расположеніе опыта, фиг. 9. Тесла обратилъ главное вниманіе на увеличеніе числа перемѣнъ тока въ секунду; онъ старался повысить его насколько хватало механическихъ и научныхъ средствъ. Съ этою цѣлью онъ построилъ особую машину, называемую альтернаторомъ *), способную давать отъ 10000 до 20000 перемѣнъ тока въ секунду; но такъ какъ и этого числа для многихъ изъ его опытовъ недостаточно, то онъ прибѣгнулъ къ разрывному разряду конденсатора черезъ первичную спираль катушки Румкорфа; при такомъ приспособленіи онъ довелъ число перемѣнъ тока въ секунду до сотенъ тысячъ и даже до нѣсколькихъ милліоновъ.



Фиг. 9.

На фигурѣ 9-ой G представляетъ обыкновенный альтернаторъ (отъ 60 до 100 перемѣнъ въ секунду) первичной цѣпи P катушки Румкорфа, а S — вторичную ея цѣпь, два конца которой соединены съ двумя внѣшними обкладками двухъ лейденскихъ банокъ C, C. Ихъ внутреннія обкладки въ свою очередь соединены съ первичною цѣпью p, p второй катушки Румкорфа, причемъ въ этой цѣпи сдѣланъ разрывъ съ воздушнымъ промежуткомъ между шариками a, b. Вторичная спираль s той-же второй катушки оканчивается шариками K, K, размѣры которыхъ и разстояніе другъ отъ друга зависятъ отъ рода даннаго опыта. Сверхъ всего сказаннаго, по пути отъ спирали S къ

*) Рядъ такихъ машинъ описанъ въ журналѣ „Электричество" за 1891 г., стр. 83. Теперь фирма E. Ducretet et L. Lejeune à Paris изготовляетъ и продаетъ ихъ по 925 франковъ за экземпляръ.

лейденскимъ банкамъ C, C вставлена особая цѣпь, оканчивающаяся шариками $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$, которые съ двухъ сторонъ обложены пластинками слюды $\mathcal{M}, \mathcal{M}$.

При всякомъ перерывѣ искры между A и $\mathcal{B}$, банки C, C быстро заряжаются и разряжаются черезъ цѣпь p, p, вслѣдствіе чего между шариками K, K получается рѣзкая искра съ большимъ трескомъ. Пока искра остается между шариками A, $\mathcal{B}$, потенціалъ падаетъ, и зарядъ банокъ C, C не можетъ подняться до высокаго значенія, необходимаго для прохожденія тока въ цѣпи p, p съ промежуткомъ воздуха a, b; но когда искра между A, $\mathcal{B}$ исчезаетъ, то потенціалъ поднимается, и между шариками a,b происходитъ разрядъ. Такимъ образомъ внезапные толчки въ первичной цѣпи p, p даютъ соотвѣтственное число толчковъ большого напряженія во вторичной цѣпи s, и при подходящемъ выборѣ размѣровъ шариковъ K, K въ цѣпи s получается искра, тождественная съ искрою машины Гольтца *).

Тесла предпочитаетъ экспериментировать съ альтернаторомъ, такъ какъ съ нимъ легче можно измѣнять и силу тока, и число его перемѣнъ въ секунду, смотря по требованію опыта.

5⁰. Я перейду теперь къ описанію наиболѣе интересныхъ опытовъ, которые Тесла воспроизвелъ передъ членами Французскаго Физическаго Общества 18 февраля н. с. 1892 г. Хотя этихъ опытовъ было очень много, тѣмъ не менѣе ихъ можно описать вкратцѣ, потому-что главная задача Тесла заключается, очевидно, въ усовершенствованіи техники нашего современнаго электрическаго освѣщенія. Онъ вполнѣ основательно проводитъ мысль, что наше освѣщеніе и не экономно, и не совершенно, и что только съ примѣненіемъ перемѣнныхъ токовъ большого числа перемѣнъ и очень высокаго потенціала можно будетъ осуществить болѣе раціональное и болѣе дешевое освѣщеніе. На первый разъ онъ обѣщаетъ удешевить освѣщеніе въ 20 разъ! Если ему это дѣйствительно удастся, то едва-ли здѣсь нужно дольше останавливаться надъ уясненіемъ значенія нынѣшнихъ его изслѣдованій. Однако, нельзя обойти молчаніемъ еще и слѣдующаго факта. Извѣстно, что со времени широкаго введенія электричества въ нашу общественную жизнь было много несчастныхъ случаевъ и много жертвъ неосторожнаго обращенія съ сильными электрическими токами. Тесла блистательно показалъ Французскому Физическому Обществу, что его токи, большого числа перемѣнъ, совершенно безопасны; онъ безстрашно замкнулъ своимъ тѣломъ полюсы машины при разности потенціаловъ въ 70000 вольтъ! И онъ остался невредимъ. Если-бы при подобной разности значительно уменьшилось число перемѣнъ тока, то смерть наступила-бы мгновенно.

6⁰. Въ числѣ интересныхъ опытовъ, не имѣющихъ непосредственнаго отношенія къ техникѣ освѣщенія, мы позволимъ себѣ обратить вниманіе на нижеслѣдующіе.

a). Стеклянная трубка въ одинъ метръ длиною, безъ какихъ-бы то ни было электродовъ, запаяна съ обоихъ концовъ и воздуха не со-

---

*) По схемѣ этого параграфа та-же фирма Ducretet & Cie продаетъ готовый приборъ за 180 fr.; лампочки, трубы и прочее обходится еще около 50 fr.; съ этимъ приборомъ можно повторить большинство описываемыхъ здѣсь опытовъ.

держитъ. Тесла держитъ эту трубку правою рукою, а лѣвою касается только одного полюса *A* или *B* описанной уже катушки (фиг. 8); въ этотъ моментъ трубка свѣтится по всей своей длинѣ.

b). Къ полюсамъ *A* и *B* катушки придѣлываютъ по электроду въ формѣ обруча изъ толстой проволоки; одинъ обручъ имѣетъ въ діаметрѣ 80 цм., а другой 30 цм.; обручи располагаютъ концентрически въ одной плоскости, такъ что между ними является площадь въ 0.43 кв. метра. Когда катушка функціонируетъ, то вся площадь между обручами заливается настолько сильнымъ свѣтомъ, что его видно на далекомъ разстояніи. Если между обоими обручами вставить эбонитовую пластинку, то разрядъ не только не прекращается, но, напротивъ, какъ бы усиливается, и глазу представляется, что сильный потокъ пронизываетъ эбонитовую пластинку, хотя по окончаніи опыта въ ней не оказывается никакихъ слѣдовъ этого кажущагося прохожденія.

Описываемый опытъ можно воспроизвести и съ двумя параллельно протянутыми проволоками длиною въ 4 метра; все пространство между ними заливается свѣтомъ.

c). Тесла повторяетъ всѣмъ извѣстные опыты съ трубками Гейслера и Крукса, съ тою однако существенною разницею, что онъ получаетъ очень интенсивные свѣтовые эффекты и пользуется всего лишь однимъ электродомъ *A* или *B* катушки, а не обоими, какъ это дѣлается обыкновенно.

d). Короткая и широкая стеклянная трубка, изъ которой выкачанъ воздухъ, покрыта тонкимъ слоемъ металлической бронзы; посрединѣ насажено металлическое кольцо, которое соединяется съ однимъ полюсомъ *A* или *B* катушки. Согласно нашимъ воззрѣніямъ, внутри трубки не должно быть никакого электрическаго дѣйствія, а между тѣмъ она свѣтится подъ металломъ. Этотъ опытъ заставляетъ рѣзко отличать случаи медленныхъ электрическихъ колебаній отъ быстрыхъ.

e). Наконецъ, Тесла построилъ большую металлическую поверхность, родъ потолка, изолировалъ ее отъ остальныхъ частей комнаты и соединилъ ее съ однимъ изъ полюсовъ катушки. Подъ такимъ потолкомъ начинаютъ свѣтиться пустыя трубки и лампы, не находясь съ нимъ ни въ какомъ металлическомъ соединеніи.

7°. Изъ всего доклада Тесла ясно, что главная его задача не въ накопленіи фактовъ чисто кабинетнаго свойства, но, напротивъ того, — жизненная, въ рѣшеніи одного изъ очередныхъ вопросовъ техники электрическаго освѣщенія. Трудно теперь предрѣшить, въ какой мѣрѣ достигнутые имъ результаты могутъ на практикѣ оказаться полезными, но во всякомъ случаѣ они весьма интересны и проливаютъ новый свѣтъ на затронутый вопросъ. Новшество состоитъ не только въ широкой пропагандѣ перемѣнныхъ токовъ, но еще и въ томъ, что Тесла строитъ новыя лампочки съ однимъ полюсомъ, а не съ двумя, какъ это дѣлалось до него; онъ строитъ ихъ даже вовсе безъ полюсовъ и вводитъ въ лампочку конденсаторъ.

Что касается сущности свѣтового процесса, то онъ сводится къ накаливанію того вещества, которое въ формѣ шарика онъ помѣщаетъ въ центрѣ своей лампочки; этотъ процессъ, однако, гораздо сложнѣе обыкновеннаго и сопровождается распыленіемъ накаляемаго тѣла. Въ этомъ обстоятельствѣ Тесла встрѣтилъ значительное затрудненіе, потому-что внутренній накаливаемый шарикъ постоянно портился и своимъ осадкомъ на стѣнкахъ лампочкекъ дѣлалъ ихъ непрозрачными и грязноватыми. Въ качествѣ такого шаровиднаго электрода онъ употреблялъ различныя вещества: алюминій, цирконъ, рубинъ, алмазъ, пемзу, уголь и carborundum *). На это послѣднее вещество Тесла возлагаетъ большія надежды, такъ какъ по его мнѣнію вся задача будущаго освѣщенія связана съ открытіемъ вещества, которое было-бы способно противостоять чрезвычайно высокой температурѣ; пока carborundum лучше всего удовлетворяетъ этой цѣли.

Зачѣмъ, однако, такія свойства, и откуда берется столь высокая температура? На эти вопросы Тесла отвѣчаетъ слѣдующими словами: „Рѣзкое накаливаніе шарика есть неизбѣжное зло; на самомъ дѣлѣ необходимо лишь сильное накаливаніе газа, окружающаго шарикъ. Другими словами, задача состоитъ въ томъ, чтобы довести газъ до наивысшаго накаливанія. Чѣмъ будетъ больше перемѣнъ тока въ секунду, тѣмъ сильнѣе будетъ среднее колебаніе молекулъ газа и тѣмъ экономнѣе будетъ производство свѣта“.

„Подъ дѣйствіемъ рѣзкихъ толчковъ молекулъ газа, окружающихъ шарикъ, этотъ послѣдній безъ сомнѣнія сильно накаляется, а сильно накаленная масса окружающаго газа образуетъ пламя или фотосферу, объемъ которой въ сотни разъ больше объема шарика. Можно было-бы думать, что, увеличивая все больше и больше накаливаніе электрода, онъ могъ-бы мгновенно испариться; но разсужденіе показываетъ, что этого не должно быть, и опытъ подтверждаетъ такое заключеніе. Въ этомъ фактѣ и лежитъ главное значеніе лампъ этого рода“.

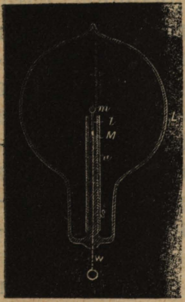
„Въ началѣ бомбардировки (такъ называетъ Тесла удары частицъ газа о шарикъ лампы) шарикъ становится очень горячимъ, но по мѣрѣ обогрѣванія газа, газъ становится проводникомъ и поглощаетъ большую часть энергіи. Поэтому шарикъ - электродъ поражается меньше, и чѣмъ больше энергіи поглощаетъ газъ, тѣмъ больше шарикъ защищенъ. Такимъ образомъ, истинное средство защитить электродъ заключается въ образованіи сильной фотосферы. Это средство, конечно,—относительное, и не слѣдуетъ заключать, что достигнувъ болѣе значительнаго накаливанія, электродъ пострадаетъ меньше. Эти соображенія безконечно отличаются отъ соображеній касательно обыкновенныхъ калильныхъ лампъ, въ которыхъ вся работа совершается въ уголькѣ, безъ какого-бы то ни было участія газа“. (стр. 107—108).

Эта идея бомбардировки частицами газа встрѣчается и развивается въ статьѣ Тесла очень часто, и онъ придаетъ ей огромное и главное значеніе въ объясненіи своихъ явленій.

8⁰. Таково содержаніе работы Тесла. Чтобы освѣтить разные вопросы, онъ иллюстрировалъ свою статью многочисленными рисунками, главнымъ образомъ различными типами лампочекъ. Мы считаемъ также необходимымъ представить читателю этой замѣтки нѣкоторыя изъ нихъ, наиболѣе типичныя и оригинальныя.

---

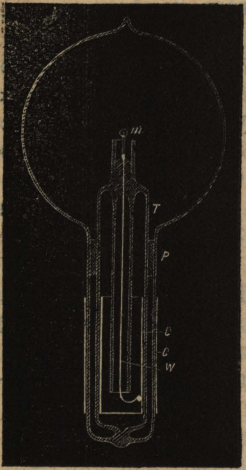
*) Былъ недавно изготовленъ Acheson'омъ въ Пенсильваніи; составъ его вполнѣ неизвѣстенъ, но въ основаніи лежитъ разновидность углерода съ нѣкоторыми примѣсями; онъ очень огнеупоренъ.



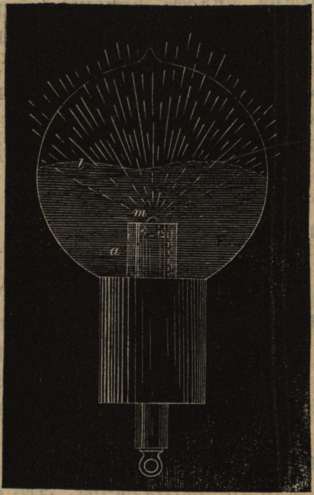
Фиг. 10.

a). На 10-ой фигурѣ представлена лампа объ одномъ электродѣ w; она состоитъ изъ обыкновенной стекляной груши L, внутрь которой по стекляному-же стержню s проникаетъ проволока w и доходитъ до уголька l, который оканчивается шарикомъ m. M есть тонкій слой слюды, навернутый нѣсколько разъ на стекляный стержень s, а a — алюминіевая трубка.

b). На фигурѣ 11-ой изображена лампа безъ электрода, проникающаго внутрь, но съ конденсаторами C, C. Внѣшняя обкладка конденсатора C соединяется съ полюсомъ катушки, колебанія которой передаются шарику m при посредствѣ внутренней обкладки C и внутренней проволоки w. P есть изолирующая прослойка; части, однообразно заштрихованныя, означаютъ стекло.

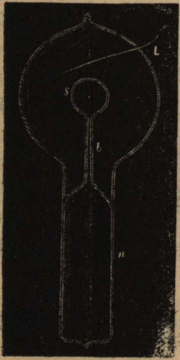


Фиг. 11.



Фиг. 12.

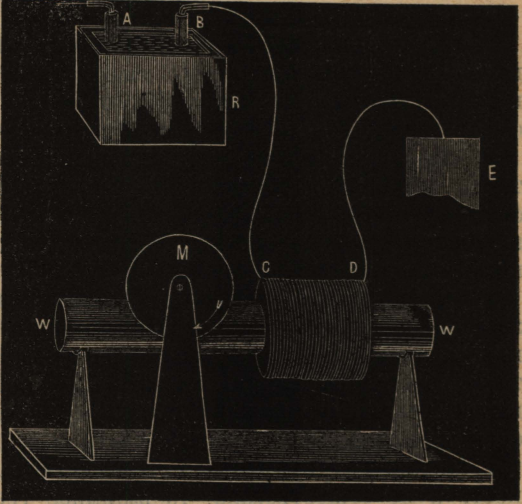
c). На фигурѣ 12-ой по существу то же расположеніе; a — алюминіевая трубка, надвинутая на обыкновенный уголь, употребляемый для дуговыхъ лампъ, m — рубинъ. Отъ дѣйствія тока начинается плавленіе рубина m, а вслѣдъ затѣмъ появляется интенсивная фосфоресценція, сначала только въ формѣ линій l, а потомъ она распространяется и наполняетъ весь стекляный шаръ. Когда рубинъ расплавленъ, то лампу можно опрокидывать, не опасаясь, что рубинъ выльется; онъ прочно держится на лампѣ, благодаря огромной своей вязкости.



Фиг. 13.

d). На фигурѣ 13-ой представлена лампа безъ какого-бы то ни было внутренняго электрода; она состоитъ изъ двухъ полыхъ пространствъ, наглухо отдѣленныхъ другъ отъ друга. Наружная часть лампы n оклеена оловяной бумагою, и она дѣйствуетъ индуктивно на внутренній разрѣженный и хорошо проводящій воздухъ, а этотъ послѣдній изъ сферы s въ свою очередь индуктивно-же дѣйствуетъ на заключенный газъ въ L. Трубку b Тесла совѣтуетъ брать потолще, а стѣнки сферы s — потоньше.

9⁰. Въ числѣ весьма любопытныхъ опытовъ Тесла слѣдуетъ еще отмѣтить построенный имъ моторъ (фиг. 14), хотя идея его всецѣло принадлежитъ профессору Э. Томсону *), впервые показавшему возможность такого снаряда.



Фиг. 14.

Одинъ полюсъ *B* катушки Румкорфа *R* соединенъ съ концомъ *C* проволоки, навитой вокругъ желѣзнаго стержня *W*, *W*; другой полюсъ *A* катушки *R* можно соединить со вторымъ концомъ проволоки *D*, но можно и не соединять ихъ, лишь-бы только конецъ проволоки *D* соединить съ подвѣшенной металлической пластинкою *E*. Вблизи стержня *W*, *W* и обмотки *CD* находится мѣдный дискъ *M* способный вращаться. Когда катушка функціонируетъ, то дискъ *M* приходитъ въ вращательное движеніе въ сторону стрѣлки, хотя онъ ничѣмъ не соединенъ съ остальными частями прибора. Его вращеніе вызвано лишь электромагнитнымъ полемъ, въ которомъ дѣйствуютъ перемѣнные токи. Пока Тесла не придаетъ практическаго значенія своему мотору, но онъ высказываетъ твердую увѣренность, что диспонибельная энергія всюду въ пространствѣ, и что человѣкъ найдетъ въ концѣ концовъ возможность непосредственно сцѣпить всѣ свои механизмы съ маховымъ колесомъ вселенной. „Изъ всѣхъ людей, говоритъ Тесла, наиболѣе приблизился къ этому результату Круксъ. Его родіометръ вертится день и ночь, при свѣтѣ и въ темнотѣ; вездѣ—гдѣ есть теплота, а теплота—повсюду". (стр. 94—95).

Таковы опыты Тесла; въ нихъ много новаго и интереснаго; они призываютъ чуткаго экспериментатора къ дальнѣйшимъ изслѣдованіямъ въ этой области; къ сожалѣнію, эти работы требуютъ дорогихъ машинъ и много механической силы, а потому онѣ доступны далеко не всякому. Во всякомъ случаѣ уже и теперь значеніе перемѣнныхъ токовъ показано до очевидности и для научныхъ изысканій открываются новые и широкіе горизонты. Намъ остается закончить эти строки пожеланіемъ успѣховъ всѣмъ тѣмъ, кто посвятитъ свои силы и средства изученію этого въ высшей степени интереснаго и важнаго вопроса.

Кіевъ, январь.
1893 г.

---

*) E. Thomson. Was ist Electricität. Uebersetzt von Discher. Leipzig und Wien, 1890.

ФОРМЫ РАВНОВѢСІЯ

жидкой массы во вращательномъ движеніи *).

По общепринятымъ воззрѣніямъ всѣ свѣтила находились первоначально въ жидкомъ или газообразномъ состояніи, а тѣ изъ нихъ, которыя не удержали этого состоянія, сохранили, затвердѣвая, ту форму, которую они приняли, будучи еще жидкими.

Такимъ образомъ для объясненія происхожденія формъ небесныхъ тѣлъ астрономія должна была отвѣтить на слѣдующій вопросъ: какія силы дѣйствовали на жидкія массы, превратившіяся въ нынѣшнія звѣзды, и какія формы равновѣсія должны были принять эти массы подъ вліяніемъ этихъ силъ?

Первой изъ этихъ силъ было ньютоновское притяженіе. Каждая жидкая частица притягивается остальными частями массы съ силой, прямо пропорціональной массамъ и обратно пропорціональной квадратамъ разстояній. Второй силой была центробѣжная сила, развивающаяся вслѣдствіе вращенія массы. Допускаютъ, что послѣднее было однообразнымъ, т. е. что всѣ части массы должны были совершать одновременно полный оборотъ. И дѣйствительно, если-бы эта однообразность и не существовала, то взаимное треніе различныхъ частей жидкости скоро-бы ее возстановило.

Задача гидростатики — опредѣлить форму равновѣсія жидкости, подверженной дѣйствію этихъ силъ. Задача весьма трудна и рѣшеніе ея, не смотря на всю его неполноту въ настоящее время, потребовало значительнаго труда, вполнѣ оправдываемаго, впрочемъ, важностью вопроса.

Нѣсколько геометровъ послѣдняго столѣтія, изъ которыхъ на первомъ мѣстѣ долженъ быть поставленъ Clairaut, рѣшили эту задачу, предполагая, что вращеніе происходитъ медленно и что форма равновѣсія мало разнится отъ шара. Это и имѣетъ мѣсто для всѣхъ планетъ въ ихъ настоящемъ состояніи, но однако этого недостаточно, такъ какъ можетъ явиться вопросъ, находятся-ли въ тѣхъ-же условіяхъ нѣкоторыя звѣзды, напр. перемѣнныя звѣзды. Можно также допустить, какъ это сдѣлалъ Laplace, что вещество, послужившее для образованія планетъ, имѣло сперва, отдѣляясь отъ солнца, форму кольца, т. е. форму, весьма отличную отъ шара.

Если-же не ограничиваться сфероидальными формами, то задача значительно усложняется и еще далеко до ея рѣшенія, даже если предположить, какъ мы и сдѣлаемъ, что разсматриваемая жидкая масса однородна, т. е. что плотность ея постоянна.

Mac-Lorin показалъ, что одной изъ формъ равновѣсія, которую

---

*) Настоящая статья представляетъ переводъ статьи H. Poincaré, помѣщенной въ № 23 „Revue générale des sciences pures et appliquées“ за прошлый годъ. Полагаемъ, что она съ интересомъ прочтется читателями „Вѣстника Оп. Физики“.

Ред.

можетъ принять вращающаяся однородная жидкость, является *плоскій эллипсоидъ вращенія.* Долго думали, что это единственно возможное рѣшеніе. Но Якоби въ началѣ нынѣшняго вѣка пришелъ къ совершенно неожиданному выводу: нѣкоторые эллипсоиды съ тремя неравными осями, называемые теперь эллипсоидами Якоби, являются точно также формами равновѣсія. Вращеніе происходитъ вокругъ малой оси.

Результатъ этотъ вызвалъ большое удивленіе. Привыкли принимать за очевидное, что всѣ формы равновѣсія при вращательномъ движеніи должны быть тѣлами вращенія. Для такого допущенія нѣтъ, однако, никакого основанія, и эта кажущаяся очевидность оказалась ложной. Примѣры, подобные этому, не рѣдки, впрочемъ, въ лѣтописяхъ науки и уже не одна химера была такимъ образомъ разрушена.

Была попытка объяснить этимъ измѣнчивость нѣкоторыхъ звѣздъ съ короткимъ періодомъ. Если онѣ имѣютъ форму эллипсоидовъ Якоби, то мы ихъ видимъ то со стороны ихъ большой оси, то со стороны средней, такъ что видимая ихъ поверхность должна періодически измѣняться. Въ настоящее время еще невозможно высказаться о значеніи этого объясненія.

Была высказана и другая гипотеза, приведенная въ нѣсколькихъ сочиненіяхъ, хотя она не выдерживаетъ никакой критики. Одно время геодезисты на основаніи своихъ наблюденій полагали, что уплощеніе земного шара для различныхъ меридіановъ различно и что земля имѣетъ форму трехоснаго эллипсоида. Говорили, что эта форма должна быть эллипсоидомъ Якоби. Это значило забыть, что эллипсоиды Якоби всѣ сильно отличаются отъ сферы и что тотъ изъ нихъ, который соотвѣтствуетъ скорости вращенія земли, имѣетъ форму весьма удлиненной иглы.

Послѣ открытія Якоби естественно явился вопросъ, не существуютъ-ли и другія, не эллипсоидальныя формы равновѣсія.

Вопросъ былъ ясно поставленъ въ прекрасномъ трактатѣ по естественной философіи Thomson'a и Tait'a, гдѣ есть нѣсколько страницъ, выдающихся по своей убѣдительности. Эти то страницы и побудили къ позднѣйшимъ изысканіямъ, изъ которыхъ наиболѣе важны, безъ сомнѣнія, изысканія Ляпунова. Его работы, труды Mathiessen'a, Ковалевской и мои сдѣлали несомнѣннымъ существованіе могочисленныхъ формъ равновѣсія, о которыхъ я и хочу сообщить нѣкоторыя подробности.

1. Новыя формы равновѣсія.

Равновѣсіе. — При непрерывномъ измѣненіи момента вращенія (т. е. произведенія момента инерціи на скорость вращенія) эллипсоиды Mac-Lorin'a и Якоби непрерывно деформируются.

Разсмотримъ сперва эллипсоиды вращенія Mac-Lorin'a. При возрастаніи момента вращенія уплощеніе, очень незначительное сначала, постоянно будетъ возрастать и станетъ наконецъ весьма замѣтнымъ; скорость вращенія будетъ увеличиваться до нѣкотораго maximum'a, а затѣмъ станетъ уменьшаться до нуля.

Она можетъ уменьшаться не смотря на увеличеніе момента вращенія, такъ какъ другой множитель — моментъ инерціи — возрастаетъ весьма быстро.

Аналогичные результаты получаются, какъ показалъ Liouville, и для эллипсоидовъ Якоби. Послѣдніе существуютъ лишь тогда, когда моментъ вращенія больше извѣстной величины. Если онъ, начиная отъ этой величины, увеличивается, то скорость вращенія уменьшается и обращается наконецъ въ нуль; большая ось безпрерывно увеличивается, а малая уменьшается; средняя ось уменьшается еше быстрѣе. Сперва она равна большой оси, такъ что имѣется эллипсоидъ вращенія вокругъ малой оси, т. е. оси вращенія; когда-же моментъ вращенія слишкомъ великъ, а скорость вращенія слишкомъ мала, средняя ось, напротивъ, почти равна малой оси, такъ что получившееся тѣло напоминаетъ очень удлиненный эллипсоидъ вращенія.

Очевидно, что обѣ эти категоріи эллипсоидовъ образуютъ два непрерывныхъ ряда формъ равновѣсія. Но существуетъ форма, общая обоимъ рядамъ, которая является, если такое сравненіе позволительно, точкой *развѣтвленія.* Я говорю объ эллипсоидѣ Якоби, отвѣчающемъ минимуму момента вращенія; онъ являетоя въ то-же время, какъ было сказано, плоскимъ эллипсоидомъ вращенія.

Я стану называть его эллипсоидомъ E_1.

Новыя формы равновѣсія, о которыхъ рѣчь впереди, также образуютъ непрерывные ряды; нѣкоторыя изъ нихъ, принадлежащія въ то же время къ ряду эллипсоидовъ Mac-Lorin'а или къ ряду эллипсоидовъ Якоби, суть истинныя формы развѣтвленія, аналогичныя E_1.

Постараюсь выяснить эти новыя формы равновѣсія. За исходный пунктъ возьмемъ сперва эллипсоидъ вращенія. Раздѣлимъ его поверхность на $n+1$ зону, начертивъ на ней n параллелей. Раздѣлимъ ее также на $2p$ равныхъ частей, проведя на ней p меридіановъ на равномъ разстояніи другъ отъ друга.

Пересѣкаясь подъ прямымъ угломъ, эти меридіаны и параллели дадутъ родъ шахматной доски; вообразимъ теперь, что поверхность эллипсоида углубляется и поднимается такъ, что черныя клѣтки нашей шахматной доски замѣстятся весьма небольшими возвышеніями, а бѣлыя — незначительными углубленіями; мы получимъ такимъ образомъ форму равновѣсія, весьма мало отличающуюся отъ эллипсоида.

Чтобы представить себѣ другія формы равновѣсія того-же ряда, остается лишь предположить, что эти рельефы увеличиваются и что границы, отдѣляющія углубленія отъ возвышеній, мало по малу деформируются.

Нѣтъ нужды прибавлять, что уплощеніе эллипсоида, служащаго исходнымъ пунктомъ, и широты нашихъ n параллелей, не могутъ быть выбраны произвольно и что они не одни и тѣ же для всѣхъ рядовъ.

Число n можетъ быть равно нулю, такъ что эллипсоидъ будетъ раздѣленъ только меридіанами; число p также можетъ быть равно нулю, такъ что эллипсоидъ будетъ раздѣленъ только на зоны.

Каждой комбинаціи чиселъ n и p отвѣчаетъ рядъ новыхъ формъ равновѣсія. Замѣтимъ, однако, что комбинаціи

$$(n=0, p=1),\quad (n=1, p=0),\quad (n=1, p=1)$$

даютъ лишь перемѣщенные, но не деформированные эллипсоиды Mac-Lorin'a, и что рядъ ($n = 0, p = 2$) есть ни что иное, какъ рядъ эллипсоидовъ Якоби.

Эти новыя формы равновѣсія имѣютъ p плоскостей симметріи, проходящихъ черезъ ось вращенія. Если $p = 0$, — онѣ суть тѣла вращенія вокругъ этой оси. Наконецъ, если n — четное число, то онѣ имѣютъ еще $p + 1$-ую плоскость симметріи, перпендикулярную къ оси вращенія.

Существуютъ и другіе ряды формъ равновѣсія, получающіеся, если за исходную точку взять эллипсоидъ Якоби.

Вотъ какъ они получаются:

Начертимъ на поверхности эллипсоида Якоби n линій, выбранныхъ такъ, чтобы раздѣлить ее на $n + 1$ зонъ, окружающихъ полюсы большой оси. (Линіи эти должны быть выбраны изъ числа тѣхъ, которыя геометры называютъ линіями кривизны).

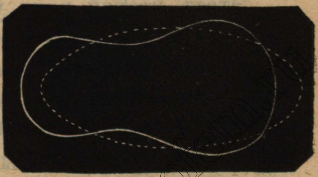
Вообразимъ теперь, что поверхность эллипсоида углубляется и возвышается такъ, что первая изъ этихъ зонъ замѣстится возвышеніемъ, слѣдующая — углубленіемъ, слѣдующая — возвышеніемъ и т. д. Мы получимъ такимъ образомъ форму равновѣсія, весьма мало отличающуюся отъ эллипсоида.

Чтобы представить себѣ слѣдующія формы равновѣсія, надо лишь предположить, что эти рельефы все усиливаются. Нашъ деформированный эллипсоидъ представитъ тогда рядъ попеременныхъ выпуклостей и съуженій, образующихъ какъ-бы поперечныя складки.

Каждому изъ значеній числа n, начиная отъ $n = 3$ включительно, соотвѣтствуетъ одинъ изъ этихъ рядовъ формъ равновѣсія.

Всѣ они имѣютъ двѣ взаимно-перпендикулярныя плоскости симметріи: перпендикулярную къ оси вращенія и проходящую черезъ эту ось. Формы равновѣсія, соотвѣтствующія n четному, имѣютъ еще третью плоскость симметріи, перпендикулярную къ двумъ первымъ.

Я обращаю въ частности вниманіе на рядъ, соотвѣтствующій $n = 3$. На фиг. 15 представлена одна изъ формъ равновѣсія этого ряда.


Фиг. 15.

Пунктирной чертой изображенъ контуръ эллипсоида Якоби, послужившаго исходой точкой, а сплошная линія представляетъ контуръ новой формы равновѣсія.

Изъ фигуръ этого ряда одна является въ то-же время эллипсоидомъ Якоби. Я назову ее эллипсоидомъ E_2.

Устойчивость. — Всѣ эти формы суть формы равновѣсія, но устойчиво-ли это равновѣсіе? Этотъ вопросъ намъ и осталось изслѣдовать.

Лордъ Kelvin (Sir W. Thomson) и Tait, въ упомянутомъ выше произведеніи первые замѣтили, что существуетъ два рода устойчивости.

Замѣтимъ сперва, что есть два рода равновѣсія. Существуетъ, во первыхъ, абсолютное равновѣсіе, при которомъ всѣ разсматриваемыя тѣла находятся въ абсолютномъ покоѣ; но это не то равновѣсіе, которымъ намъ предстоитъ заняться для рѣшенія интересующей насъ задачи, такъ какъ разсматриваемая жидкая масса не находится въ покоѣ, но во вращательномъ движеніи. Она лишь показалась-бы находящейся въ покоѣ наблюдателю, если-бы послѣдній былъ вовлеченъ во вращательное движеніе, тожественное съ вращательнымъ движеніемъ массы: она находится въ *относительномъ равновѣсіи* для этого наблюдателя.

Законы абсолютнаго равновѣсія не вполнѣ тожественны съ законами относительнаго равновѣсія. И то и другое равновѣсіе устойчиво, когда оно соотвѣтствуетъ минимуму общей энергіи разсматриваемой системы. И въ самомъ дѣлѣ: ясно, что надо сообщить системѣ извѣстное количество энергіи, чтобы вывести ее изъ положенія равновѣсія, и что она только тогда можетъ значительно уклониться отъ положенія своего равновѣсія, когда эта затрата энергіи весьма велика.

Всегда достаточное, это условіе необходимо въ случаѣ абсолютнаго равновѣсія; но оно не необходимо при относительномъ равновѣсіи: система, находящаяся въ весьма быстромъ вращательномъ движеніи, можетъ быть въ устойчивомъ равновѣсіи, хотя ея энергія и не будетъ минимальна.

Въ этомъ кроется объясненіе весьма многихъ динамическихъ парадоксовъ; изъ нихъ я приведу лишь одинъ, который часто наблюдается и поэтому пересталъ уже казаться намъ удивительнымъ: достаточно быстро вращающійся кубарь держится стоймя на остріѣ.

Такимъ образомъ, если даже количество энергіи и не будетъ минимальнымъ, система можетъ сохранить свое состояніе относительнаго равновѣсія впродолженіе неопредѣленно долгаго времени. Такъ было бы по крайней мѣрѣ, если бы треніе равнялось нулю.

Но лордъ Kelvin показалъ, что если треніе существуетъ, то *какъ бы мало оно ни было*, равновѣсіе въ концѣ концовъ нарушится, если энергія не будетъ минимальной. Поэтому — возвращаемся къ нашему примѣру — кубарь наконецъ замедляетъ свой ходъ и падаетъ.

Итакъ, существуютъ два рода устойчивости: устойчивость обыкновенная, которая въ концѣ концовъ уничтожается треніемъ, и устойчивость вѣчная, которую треніе не можетъ уничтожить.

Этотъ второй родъ устойчивости намъ особенно важенъ.

Съ точки зрѣнія вѣчной устойчивости эллипсоиды Mac-Lorin'а, менѣе плоскіе чѣмъ E_1 — устойчивы; остальные неустойчивы. Эллипсоиды Якоби, менѣе чѣмъ E_2 отличающіеся отъ эллипсоидовъ вращенія, устойчивы; остальные неустойчивы.

Наконецъ всѣ новыя формы, описанныя выше, неустойчивы, кромѣ ряда, о которомъ говорилось въ концѣ предыдущаго параграфа.

Рядъ этотъ происходитъ отъ эллипсоида Якоби и соотвѣтствуетъ $n = 3$. Къ этому ряду относится и форма равновѣсія, изображенная на фиг. 15.

H. Poincaré (de l'Académie des Sciences).

(Окончаніе слѣдуетъ).

ДВА РѢШЕНІЯ

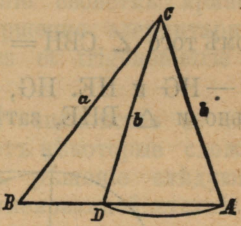
задачи г. Александрова *).

(Письмо въ редакцію).

Въ № 148 „Вѣстника Оп. Физики“ помѣщена очень интересная статья г. Александрова, въ которой между прочимъ сказано (§ 7), что автору неизвѣстно чисто геометрическое рѣшеніе задачи: построить $\triangle$ по даннымъ $a+b$, A — B и h_c. Позволю себѣ при посредствѣ Вашего уважаемаго журнала сообщить г. Александрову рѣшеніе этой задачи.

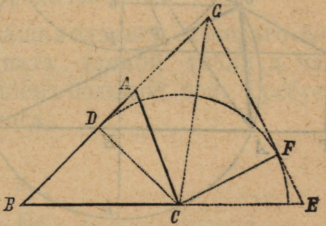
Мнѣ извѣстны два способа.

I. Если изъ вершины C (фиг. 16) треугольника ABC радіусомъ CA опишемъ дугу, которая пересѣчетъ AB въ D, тогда очевидно $\angle$ BCD = A — B и задача сводится къ слѣдующей: построить $\triangle$ по $a+b$, h_c и углу между сторонами a и b. Послѣдняя-же задача можетъ быть рѣшена двояко:



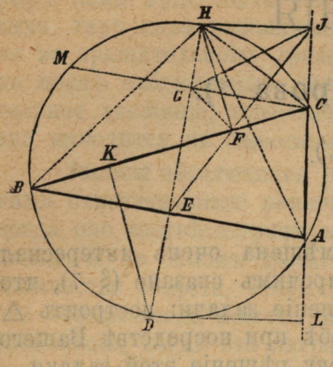
Фиг. 16.

1) Пусть $\triangle$ ABC (фиг. 17) искомый; даны $a+b$, h_c = CD и $\angle$C. Продолжаемъ BC такъ, чтобы CE = CA; тогда BE = $a+b$. Изъ C радіусомъ CD описываемъ дугу; изъ E проводимъ къ ней касательную EF, которая пересѣчетъ BA въ G. Треугольники ADC и CFE равны, слѣдовательно $\angle$DCA = $\angle$FCE = 90⁰— A и $\angle$BCD = 90⁰—B; поэтому $\angle$ DCF = 180⁰ — C и $\angle$ DGF = C, а $\angle$ BGC = $C/_2$. Задача свелась на построеніе $\triangle$ BGE по данной сторонѣ BE = $a+b$, противолежащему углу BGE = C и биссектору GC, который получается изъ прямоугольнаго $\triangle$ GDC, гдѣ DC = h_c и $\angle$ DGC = $C/_2$.



Фиг. 17.

*) Помѣщаемъ настоящую замѣтку въ виду того интереса, который повидимому возбудила статья г. Александрова, напечатанная въ № 148 „Вѣстника Оп. Физики“; оба рѣшенія г. Бобятинскаго отличаются отъ рѣшенія г. *Д. Н. З.*, помѣщеннаго въ № 153 „Вѣстника“. *Прим. ред.*



Фиг. 18.

2) Изъ середины D (фиг. 18) дуги AB опускаемъ перпендикуляръ DK на сторону BC. Проводимъ діаметръ DH и изъ H опускаемъ перпендикуляры HF и HJ на BC и AC. Легко доказать, что $BF=\frac{a+b}{2}$, а точки J, F и E лежатъ на одной прямой (Симпсона). Очевидно имѣемъ

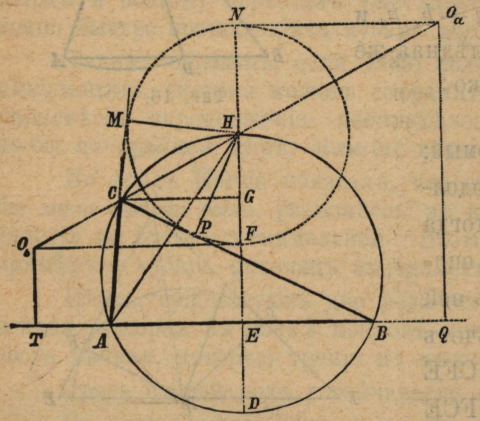
$$HE-HG=h_c\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (1)$$

Треугольники HFE и HGF подобны

$$(\angle HJG=\angle HCM=\angle HFG=\angle JAH=\angle JEH=\angle CBH),\text{ откуда}$$

$$\overline{HF}^2=HE.\ HG\ .\ .\ .\ .\ .\ (2)$$

Кромѣ того $\angle CBH=\frac{A-B}{2}\cdot$ Поэтому строимъ $\triangle$ FBH, затѣмъ, зная HE — HG и HE. HG, находимъ самыя линіи HE и HG, а слѣдовательно и $\triangle$ BHE, затѣмъ строимъ $\triangle$ BHA и наконецъ $\triangle$ ABC.



Фиг. 19.

II. Пусть $\triangle$ ABC искомый (фиг. 19). Проведемъ діаметръ HD въ описанной около $\triangle$ ABC окружности, перпендикулярный къ сторонѣ AB. Изъ H опустимъ перпендикуляръ HM на AC; тогда

$$AM=\frac{a+b}{2}\text{ и }\angle HAM=\frac{A-B}{2}\cdot$$

Пусть O_a и O_b — центры внѣвписанныхъ окружностей, а T и Q— точки ихъ касанія со стороною AB; легко убѣдиться, что TE=EQ. Положимъ, что проэкціи точекъ O_a, O_b и C на линію DH будутъ соотвѣтственно N, F и G; тогда точки N, G, F и E, какъ проэкціи гармоническихъ точекъ O_a, C, O_b и точки пересѣченія линій $O_a O_b$ съ AB, будутъ гармоническія. Опустивъ изъ H перпендикуляръ HP на BC, и замѣтивъ, что $\triangle$ MHA = $\triangle$ HO_bF, найдемъ, что NH = MH = PH = FH. Кромѣ того NF дѣлится гармонически точками G и E, причемъ $GE=h_c$. Отсюда вытекаетъ слѣдующее рѣшеніе задачи. Строимъ $\triangle$ MHA, затѣмъ дѣлимъ линію NF = 2MH гармонически такъ, чтобы разстояніе между сопряженными точками было равно h_c и находимъ величину линіи HE. Окончить построеніе легко, замѣтивъ, что BC касается круга радіуса MH, центръ котораго въ H.

А. Бобятинскій (Барнаулъ).

Нѣсколько словъ по поводу статьи г. Александрова: „Геометрическіе методы разысканія maximum и minimum“.

Вопросъ о разысканіи maximum и minimum функцій въ элементарной математикѣ разсматривается съ достаточною полнотою лишь въ границахъ разысканія его для трехчлена второй степени. Чтобы имѣть возможность рѣшать всѣ, представляющіеся даже при такомъ ограниченіи, вопросы геометрическимъ путемъ, естественно опереться не только на свойства фигуръ, связанныхъ тѣмъ или инымъ способомъ съ окружностью, но и на тѣ свойства этихъ фигуръ, которыя связываютъ ихъ съ извѣстными кривыми 2-го порядка.

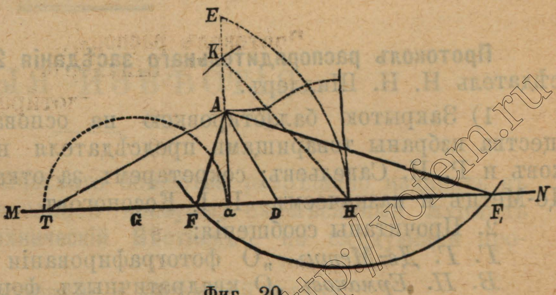
Во Франціи въ программы de l'Enseignement secondaire spécial введено изученіе свойствъ употребительнѣйшихъ кривыхъ, которымъ завершается курсъ геометріи и которое предшествуетъ непосредственно изученію элементовъ тригонометріи. Это изученіе свойствъ кривыхъ 2-го порядка (главнымъ образомъ) ведется совершенно элементарно и въ высшей степени изящно (См. Courbes usuelles et trigonometrie par A. Berodis. Paris. 1886).

Въ какой мѣрѣ такое первое элементарное знакомство со свойствами эллипса, гиперболы и параболы упрощаетъ нѣкоторые сложные и трудные вопросы, примѣромъ можетъ служить рѣшеніе слѣдующей задачи, предложенной Г. Александровымъ въ поименованной статьѣ его:

Построить треугольникъ по данной высотѣ, разности угловъ при основаніи и суммѣ двухъ другихъ сторонъ.

Измѣнивъ нѣсколько редакцію условія задачи, мы получимъ задачу слѣдующаго рода, тожественную съ предложенною:

Дана на плоскости точка, принадлежащая эллипсу, котораго большая ось извѣстна; извѣстны также ордината данной точки и часть нормали между данною точкою и направленіемъ большой оси. Требуется найти другую ось и фокусы искомаго эллипса.



Фиг. 20.

Пусть MN представляетъ направленіе б. оси. Возставивъ въ любой точкѣ линіи MN перпендикуляръ къ ней и отложивъ на немъ данную длину ординаты, получимъ точку A на плоскости чертежа. Линія AD, составляющая съ ординатою Aa уголъ DAa, равный полуразности угловъ, образуемыхъ радіусами векторами съ б. осью, есть данный отрѣзокъ нормали. Линія AT, перпендикуляръ къ AD въ точкѣ A, есть касательная къ искомому эллипсу въ точкѣ A.

Отложимъ на продолженіи линіи aA, отъ a до E, длину равную б. полуоси и, раздѣливъ подкасательную Ta пополамъ, изъ средины ея G, какъ изъ центра, радіусомъ GE опишемъ окружность, которая пересѣчетъ MN въ точкѣ H, центрѣ искомаго эллипса. Въ самомъ дѣлѣ изъ нашего построенія слѣдуетъ, что квадратъ б. полуоси равенъ произведенію $TH \times aH$. Точка K, лежащая на aE въ растояніи отъ H, равномъ б. полуоси, принадлежитъ той окружности, проэкцію которой на плоскость составляетъ данный эллипсъ. Въ виду этого, чтобы найти длину малой полуоси достаточно данную длину большой полуоси раздѣлить въ отношеніи $\frac{aA}{aK}$. Зная центръ, большую и малую полуоси, легко найдемъ фокусы общеизвѣстнымъ построеніемъ и слѣдовательно рѣшимъ предложенную задачу.

Простое геометрическое соображеніе приводитъ къ выводу, что если радіусъ вспомогательной окружности менѣе разстоянія средины подкасательной до точки встрѣчи нормали AD съ направленіемъ большой оси, то есть меньше GD, то задача невозможна. А отсюда прямо слѣдуетъ, что наименьшее значеніе суммы радіусовъ векторовъ точки A, разность угловъ наклоненія которыхъ къ б. оси заданная, будетъ въ томъ случаѣ, когда одинъ изъ радіусовъ векторовъ, именно въ нашемъ случаѣ A, совпадаетъ съ ординатою aA.

Возвращаясь къ заданію Г-на Александрова имѣемъ: Minimum суммы сторонъ треугольника, имѣющаго данную высоту (по отношенію къ третьей сторонѣ) и данную разность угловъ при основаніи, будетъ тогда, когда одинъ изъ угловъ при основаніи прямой.

С. Стемпневскій. (Пермь).

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Кіевское Физико-Математическое Общество.

Протоколъ распорядительнаго засѣданія 25 Января 1893 года. Предсѣдатель Н. Н. Шиллеръ.

1) Закрытою баллотировкою на основаніи §§ 7 и 8 устава Общества избраны товарищами предсѣдателя на 1893 годъ В. П. Ермаковъ и Р. Н. Савельевъ; секретаремъ, за отказомъ Г. К. Суслова,—Г. Г. Де-Метцъ и казначеемъ—І. І. Косоноговъ.

2. Прочитаны сообщенія:

Г. Г. Де-Метцъ „О фотографированіи полета пуль Boyes'омъ";

В. П. Ермаковъ „О квадратичныхъ формахъ".

1-ое очередное засѣданіе. Предсѣдатель Н. Н. Шиллеръ.

Сообщенія:

В. П. Ермаковъ „О квадратичныхъ формахъ" (продолженіе).

І. І. Косоноговъ „О діэлектрическихъ постоянныхъ".

І. Косоноговъ.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Изслѣдованіе высшихъ слоевъ атмосферы. Въ № 150 „Вѣстника Оп. Физики“ (стр. 132) мы сообщали объ удачной попыткѣ Гюстава Эрмита примѣнить для изученія высокихъ слоевъ атмосферы небольшія (4 метра въ діаметрѣ) свободные бумажные шары, снабженные минимумъ-барометрами. По поводу этихъ опытовъ проф. Пильчиковъ въ послѣдней книжкѣ „Метеорологическаго Вѣстника“ ставитъ вопросъ, единственный ли это путь для изученія высокихъ слоевъ атмосферы и нельзя ли обставить обыкновенныя поднятія такъ, чтобы дать возможность воздухоплавателямъ достигнуть высоты не въ 8, а въ 20 — 30 километровъ. Аэронавты не поднимаются выше 8-ми километровъ лишь потому, что слишкомъ низкое атмосферное давленіе опасно для ихъ жизни и нерѣдко бывали случаи обморока и смерти на высотѣ 7—8 кил. Если поэтому замѣнить корзину воздухоплавателя небольшимъ алюминіевымъ цилиндромъ съ герметически закрывающимися окнами въ различныхъ мѣстахъ, помѣстить всѣ приборы, а также якорь, и т. п. снаружи, въ особой сѣткѣ, устроить электрическую передачу для управленія газовымъ клапаномъ, позаботиться о смѣнѣ воздуха внутри такого цилиндра, или, какъ его называетъ проф. Пильчиковъ,—„портъ-аэронавта“,— хотя бы помѣстивъ въ немъ вещества, поглощающія углекислоту и выдѣляющія кислородъ, и одѣть, наконецъ, его снаружи и внутри пуховой оболочкой, чтобы не подвергать заключеннаго въ немъ воздухоплавателя дѣйствію низкихъ температуръ,—то поднятія на 20 — 30 килом. и болѣе станутъ весьма возможными. Въ техническомъ отношеніи постройка такого „портъ-аэронавта“ не представляетъ затрудненій, и если, какъ замѣчаетъ проф. Пильчиковъ, осуществленіе этого проэкта не подъ силу частному лицу, то онъ могъ бы быть выполненъ такимъ компетентнымъ учрежденіемъ, какъ отдѣленіе воздухоплаванія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.

В. Г.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Совѣту электротехническаго общества разрѣшено издавать въ С.-Петербургѣ безъ предварительной цензуры, ежемѣсячный журналъ подъ названіемъ: **„Электротехническій Вѣстникъ“**, по слѣдующей программѣ:

1) Протоколы общихъ собраній и засѣданій совѣта.

2) Отчеты о техническихъ бесѣдахъ и сообщенія, дѣлаемыя въ нихъ.

3) Оригинальныя и переводныя статьи техническаго содержанія и преимущественно практическаго значенія.

4) Свѣдѣнія объ успѣхахъ электротехники въ Россіи и за границей.

5) Свѣдѣнія о новыхъ книгахъ по электротехникѣ и краткіе отзывы объ ихъ содержаніи.

6) Техническія корреспонденціи.

7) Отдѣлъ техническихъ вопросовъ и отвѣтовъ.

8) Всякаго рода частныя и техническія объявленія.

Редакторомъ утвержденъ поручикъ запаса инженерныхъ войскъ баронъ Густавъ Васильевичъ Тизенгаузенъ. Подписная цѣна 4 р. 50 к. съ пересылкой.

Мнимая смерть отъ электричества. Французскіе ученые Биро и Лакассаньё, занявшись изученіемъ обстоятельствъ, сопровождающихъ смерть отъ электричества, пришли въ выводу, что электричество убиваетъ двоякимъ образомъ: либо производитъ механическіе разрывы тканей, сосудовъ и нервной системы, либо дѣйствуетъ на дыхательный аппаратъ и пріостанавливаетъ дѣйствіе сердца. Въ первомъ случаѣ является мгновенная смерть, какъ напр. при ударахъ молніи, во второмъ-же — обыкновенно мнимая и возбужденіемъ искусственнаго дыханія можно возвратить такого мнимо-умершаго къ жизни. Опыты надъ кроликами и морскими свинками производились и раньше: весьма сильные токи причиняютъ этимъ животнымъ лишь обмираніе и возбужденіе искусственнаго дыханія возвращаетъ ихъ къ жизни. Къ такимъ-же заключеніямъ пришелъ и д-ръ д'Арсонваль; онъ убѣждалъ американскихъ врачей испробовать на людяхъ дѣйствіе искусственнаго дыханіи, но тѣ предпочитали, по заявленію д'Арсонваля, производить вскрытія.

Интересное оптическое явленіе въ Альпахъ, удалось наблюдать директору брюссельской обсерваторіи Фоли. Идя въ 8-мъ часу утра со своимъ сыномъ къ горной деревушкѣ Церматтъ, онъ обратилъ вниманіе на густой сосновый лѣсъ, покрывавшій склоны горнаго хребта: вѣтви сосенъ и елей казались какъ-бы покрытыми инеемъ, не смотря на лѣтнюю жару. Надъ лѣсомъ въ воздухѣ искрилась серебристая пыль; кружившаяся надъ тѣмъ-же лѣсомъ стая птицъ также отливала серебромъ. Явленіе продолжалось нѣсколько минутъ. Подобное явленіе наблюдалось много лѣтъ тому назадъ проф. Неккеромъ въ окрестностяхъ Женевы. Если солнце восходитъ изъ за покрытаго растительностью холма, а наблюдатель находится въ предѣлахъ бросаемой холмомъ тѣни, то очертанія вѣтвей и листьевъ выступаютъ въ серебристомъ свѣтѣ, исчезающемъ при первыхъ лучахъ солнца, поднявшагося надъ холмомъ.

Вогнутость поверхности океана. Наблюденія надъ качаніями маятника на различныхъ точкахъ морской поверхности показали, что времена качаній уменьшаются по мѣрѣ удаленія отъ большихъ материковъ. Отсюда слѣдуетъ, что у береговъ большихъ материковъ уровень воды приподнятъ. Объясняется это, конечно, притягательнымъ дѣйствіемъ суши на частицы воды. Разница уровней воды у береговъ и вдали отъ нихъ настолько значительна, что многіе океанскіе острова покрылись-бы водой, еслибы материки перестали оказывать притягательное дѣйствіе на воду.

ЗАДАЧИ.

№ 452. Будемъ вращать прямоугольный треугольникъ ABC въ его плоскости, около вершины прямого угла B до тѣхъ поръ, пока гипотенуза не пройдетъ черезъ вершину большаго изъ острыхъ угловъ C. Пусть въ этомъ новомъ положенiи треугольника его большiй катетъ пересѣкаетъ прежнее положенiе гипотенузы, AC въ точкѣ D. Доказать, что $\angle$ BDC въ три раза больше угла A.

(Заимств.) *Ш.*

№ 453. Въ окружности проведены двѣ параллельныя хорды AB и CD, равныя каждая 2/3 радiуса. Дуга AC (точки A и C лежатъ по одну сторону дiаметра, перпендикулярнаго къ хордамъ) раздѣлена въ точкѣ E пополамъ и на хордахъ AB, AE, CE, CD описаны дуги, вмѣщающiя уголъ BED такъ, что образуются луночки. Построить прямолинейную фигуру, равновеликую суммѣ площадей всѣхъ луночекъ.

Е. Буницкiй (Одесса).

№ 454. Построить треугольникъ по основанiю, разности прилежащихъ угловъ и равнодѣлящей третьяго угла.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 455. *) Построить четыреугольникъ ABCD по основанiю AD, прилежащимъ угламъ A и D и по отношенiю AB: BC: CD $= m : n : p$.

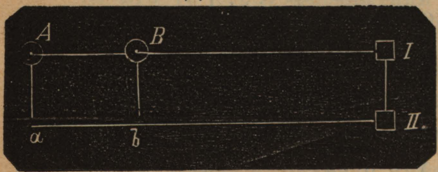
Д. Н. З. (Казань).

№ 456. На 5 рублей куплено 100 штукъ гусей, цыплятъ и воробьевъ. За каждаго гуся платили 50 коп., за цыпленка — 10 коп., а за воробья — 1 коп. Сколько штукъ каждой птицы было куплено?

NB. Рѣшенiе требуется ариѳметическое.

С. Адамовичъ (с. Спасское).

№ 457. Два *одинаковыхъ* электрическихъ звонка находятся въ швейцарской. Элементъ A (фиг. 21) поставленъ въ одной комнатѣ, а B—въ другой. Изъ швейцарской идутъ только двѣ проволоки. При замыканiи контактовъ a или b звонятъ, конечно, оба звонка. — Сдѣлать такое измѣненiе въ этой схемѣ, чтобы при замыканiи только контакта b звонилъ одинъ звонокъ, а при замыканiи только a—два вмѣстѣ. Слуга будетъ такимъ образомъ знать, звонятъ-ли въ A или въ B. Третьей проволоки проводить не позволяется, звонки остаются безъ измѣненiя и никакихъ коммутаторовъ въ цѣпь вводить нельзя.



Фиг. 21.

Бхм. (Софiя).

*) Просимъ тѣхъ изъ нашихъ читателей, которые пожелаютъ зааняться рѣшенiемъ этой задачи, обратить вниманiе также и на задачу № 160 первой серiи, на которую еще не было получено рѣшенiя. (См. № 24 „Вѣстника" или № 150 стр. 136).
Ред.

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 103. (2 сер.). Показать, что число α, опредѣленное рядомъ

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{q^{\frac{n(n+1)}{2}}},$$

гдѣ q цѣлое положительное число больше 1, есть число несоизмѣримое.

Разсмотримъ число α, опредѣленное рядомъ

$$\alpha = \frac{1}{q^{a_0}} + \frac{1}{q^{a_1}} + \frac{1}{q^{a_2}} + \ldots + \frac{1}{q^{a_n}}.$$

Положимъ, что q цѣлое положительное число, большее 1, а также и числа $a_0, a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots$ Положимъ еще, что числа эти, какъ и разности $(a_1 - a_0), (a_2 - a_1), \ldots (a_{n+1} - a_n), \ldots$ безпредѣльно увеличиваются по извѣстному закону, такъ что всякія три рядомъ стоящія числа a_{n-1} a_n, a_{n+1} удовлетворяютъ неравенству

$$a_{n+1} - a_n > a_n - a_{n-1} \ldots\ldots (1)$$

Докажемъ, что при этихъ условіяхъ α число несоизмѣримое. Допустимъ, что α выражается дробью $\frac{a}{b}$, гдѣ a и b суть цѣлыя числа, т. е.

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{q^{a_0}} + \frac{1}{q^{a_1}} + \frac{1}{q^{a_2}} + \ldots + \frac{1}{q^{a_n}} + r_n, \qquad (2)$$

гдѣ

$$r_n = \frac{1}{q^{a_n}} \left(\frac{1}{q^{a_{n+1} - a_n}} + \frac{1}{q^{a_{n+2} - a_n}} + \ldots \right)$$

Число n можно взять достаточно большимъ, чтобы $q^{a_{n+1} - a_n} - 1 > b$, потому что $a_{n+1} - a_n$ по условію можно сдѣлать сколь угодно большимъ. Такъ какъ

$$a_{n+2} - a_n = (a_{n+2} - a_{n+1}) + (a_{n+1} - a_n) > 2\,(a_{n+1} - a_n)$$

$$a_{n+3} - a_n = (a_{n+3} - a_{n+2}) + (a_{n+2} - a_{n+1}) + (a_{n+1} - a_n) > 3\,(a_{n+1} - a_n)$$

и т. д., то

$$r_n < \frac{1}{q^{a_n}} \left(\frac{1}{q^{a_{n+1} - a_n}} + \frac{1}{q^{2(a_{n+1} - a_n)}} + \frac{1}{q^{3(a_{n+1} - a_n)}} + \ldots \right.$$

или-же

$$r_n < \frac{1}{q^{a_n} \left(q^{a_{n+1} - a_n} - 1\right)},$$

можно положить

$$r_n = \frac{\Theta}{q^{a_n}\,(q^{a_{n+1}-a_n}-1)},$$

гдѣ Θ нѣкоторая правильная дробь. Умножая обѣ части (2) на $b q^{a_n}$, находимъ

$$a q^{a_n} = b q^{a_n-a_0} + b q^{a_n-a_1} + b q^{a_n-a_2} + \ldots + b + \frac{\Theta b}{q^{a_{n+1}-a_n}-1}$$

т. е. выходитъ, будто $\frac{\Theta b}{q^{a_{n+1}-a_n}-1}$ — цѣлое число;

но это противорѣчитъ тому, что

$\Theta < 1$ и $b < q^{a_{n+1}-a_n}-1$

Итакъ нельзя допустить, что α число соизмѣримое.

Числа 2, 3, 6, . . . $\frac{n(n+1)}{2}$

удовлетворяютъ нашимъ условіямъ и неравенству (1), потому что разность

$$\frac{(n+1)\,(n+2)}{2} - \frac{n(n+1)}{2} = n+1$$

безпредѣльно увеличивается вмѣстѣ съ n.

Итакъ, предложенная теорема есть частный случай доказанной нами общей теоремы.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 270 (2 сер.). Обозначивъ углы треугольника чререзъ A, B и C и радіусъ описаннаго около него круга черезъ r, доказать, что разстояніе между центромъ описаннаго и центромъ вписаннаго въ него круга равно $r\sqrt{3-2(Cos A + Cos B + Cos C)}$.

Обозначивъ искомое разстояніе черезъ d, радіусъ круга вписаннаго въ $\triangle$ чрезъ x, будемъ имѣть $d=\sqrt{r^2-2rx}$. Пусть стороны даннаго $\triangle$ будутъ a, b, c; тогда $2rx = \frac{abc}{a+b+c}$.

Стороны $\triangle$ по радіусу вписаннаго въ него круга могутъ быть выражены такъ:

$$a = \frac{x\,Cos\frac{A}{2}}{Sin\frac{B}{2}Sin\frac{C}{2}};\quad b = \frac{x\,Cos\frac{B}{2}}{Sin\frac{A}{2}Sin\frac{C}{2}};\quad c = \frac{x\,Cos\frac{C}{2}}{Sin\frac{A}{2}Sin\frac{B}{2}};$$

тогда

$$abc = \frac{x^3 Cos\frac{A}{2} Cos\frac{B}{2} Cos\frac{C}{2}}{Sin^2\frac{A}{2} Sin^2\frac{B}{2} Sin^2\frac{C}{2}};$$

$$a+b+c = \frac{x\left[Sin\frac{A}{2}Cos\frac{A}{2} + Sin\frac{B}{2}Cos\frac{B}{2} + Sin\frac{C}{2}Cos\frac{C}{2}\right]}{Sin\frac{A}{2}\ Sin\frac{B}{2}\ Sin\frac{C}{2}};$$

слѣдовательно

$$2rx = \frac{x^2 Cos\frac{A}{2}\ Cos\frac{B}{2}\ Cos\frac{C}{2}}{Sin\frac{A}{2}Sin\frac{B}{2}Sin\frac{C}{2}\left[Sin\frac{A}{2}Cos\frac{A}{2} + Sin\frac{B}{2}Cos\frac{B}{2} + Sin\frac{C}{2}Cos\frac{C}{2}\right]};$$

отсюда

$$x = \frac{r\ Sin\frac{A}{2}\ Sin\frac{B}{2}\ Sin\frac{C}{2}\left[Sin\ A + Sin\ B + Sin\ C\right]}{Cos\frac{A}{2}\ Cos\frac{B}{2}\ Cos\frac{C}{2}};$$

но если $A + B + C = 180^0$, то

$$Sin\ A + Sin\ B + Sin\ C = 4\ Cos\frac{A}{2} Cos\frac{B}{2}\ Cos\frac{C}{2};$$

слѣдовательно

$$x = 4\ r\ Sin\frac{A}{2}\ Sin\frac{B}{2} Sin\frac{C}{2};$$

но

$$4\ Sin\frac{A}{2} Sin\frac{B}{2}\ Sin\frac{C}{2} = Cos\ A + Cos\ B + Cos\ C - 1,$$

поэтому

$$d = \sqrt{r^2 - 2r^2\ (Cos\ A + Cos\ B + Cos\ C - 1)},$$

или

$$d = r\sqrt{3 - 2\ (Cos\ A + Cos\ B + Cos\ C)}.$$

А. П. (Пенза); *В. Костинъ* (Симбирскъ); *В. Россовская*, *К. Щиголевъ* (Курскъ).

№ 346 (2 сер.). Рѣшить систему

$$x+y=a$$

$$x^2+y^2+x^3+y^3+x^4+y^4+x^5+y^5=b.$$

Называя xy черезъ z, легко получимъ:

$$x^2+y^2=a^2-2z;\quad x^3+y^3=a(a^2-3z);\quad x^4+y^4=(a^2-2z)^2-2z^2;$$

$$x^5+y^5=a[(a^2-2z)^2-z^2-z(a^2-2z)]$$

Подставляя найденныя выраженія въ первую часть второго изъ данныхъ уравненій, получимъ квадратное относительно xy уравненіе. Дальнѣйшій ходъ рѣшенія очевиденъ.

В. Буханцевъ (Борисоглѣбскъ); *В. Перельцвейгъ, А. Гальперинъ* (Полтава); *Н. Николаевъ* (Пенза); *К. Щиголевъ* (Курскъ); *А. Охитовичъ* (Сарапуль); *А. Васильевъ* (Тифлисъ); *И. Вонсикъ* (Воронежъ); *Э. Вигандъ* (Ревель).

Задачи 2-й серіи, на которыя до сихъ поръ не получено ни одного удовлетворительнаго рѣшенія.

№ 21. Найти предѣлъ суммы

$$S=\frac{2x}{x^2-1}+\frac{2x^2}{x^4-1}+\frac{2x^4}{x^6-1}+\ldots+\frac{2(x^2)^n}{(x^2)^{n+1}-1}$$

при возростаніи n до безконечности.

Я. Тепляковъ.

№ 28. Двѣ окружности касаются извнѣ въ точкѣ K. На ихъ общей внутренней касательной взяты по обѣ стороны отъ K, двѣ точки A и B, изъ которыхъ проведены касательныя къ окружностямъ; двѣ изъ нихъ встрѣчаются въ точкѣ C, двѣ другія въ точкѣ D. Показать, что точки A, B, C, D лежатъ на одной окружности и выразить радіусъ этой окружности въ зависимости отъ радіусовъ данныхъ окружностей и отъ разстояній KA и KB.

А. Гольденбергъ (Спб.)

№ 49. Въ треугольникѣ ABC черезъ вершину A проведена медіана AM и симедіана AM′ (т. е. прямая, равнонаклонная съ медіаной); изъ ея основанія M′ возставленъ перпендикуляръ M′N къ сторонѣ BC. Требуется доказать, что на этомъ перпендикулярѣ всегда найдется такая точка A′, разстоянія которой отъ вершинъ B и C соотвѣтственно пропорціональны сторонамъ AB и AC. Найти такую точку построеніемъ.

Ш.

№ 52. Даны двѣ прямыя и на каждой изъ нихъ по точкѣ A и B.

Отъ точекъ A и B отложены въ обѣ стороны равные отрѣзки $AC = AD = BE = BF$. Найти геометрическое мѣсто точекъ пересѣченія прямыхъ DE и CF.

А. Бобятинскій (Барнаулъ).

№ 59. На шарѣ проведены три окружности малыхъ круговъ, полюсы которыхъ находятся въ точкахъ O_1, O_2, O_3. Къ каждой парѣ этихъ окружностей проведены общія внѣшнія и внутреннія касательныя дуги большихъ круговъ. Положимъ, что внѣшнія касательныя дуги къ окружностямъ O_1 и O_2, O_2 и O_3, O_3 и O_1 пересѣкаютъ дуги O_1O_2, O_2O_3, O_3O_1 соотвѣтственно въ точкахъ L, M, N, а внутреннія касательныя къ тѣмъ-же парамъ окружностей пересѣкаютъ тѣ-же дуги въ точкахъ L', M', N'. Доказать, что точки L, M, N находятся на одной дугѣ большого круга, а также точки L, M' N', или M, N', L' или N, L', M'.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 64. Доказать, что во всякомъ сферическомъ четыреугольникѣ, вписанномъ въ кругъ, суммы противоположныхъ угловъ равны (и обратно: если въ сферическомъ четыреугольникѣ суммы противоположныхъ угловъ равны, то около него можно описать окружность малаго круга).

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 65. Выразить длины внутреннихъ и внѣшнихъ симедіанъ треугольника черезъ его стороны.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 68. Въ треугольникѣ ABC сторона AC раздѣлена въ точкѣ D въ отношеніи $AD:DC = m:n$ и черезъ вершину B проведены равнонаклонныя BD и BD'. Доказать, что

$$AD':D'C = nc^2:ma^2,$$

гдѣ $a = BC$ и $c = AB$. Указать слѣдствія.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 96. Вѣсы устроены съ такимъ разсчетомъ, чтобы верхнее положеніе чашки было выше средняго на 2,83 дм. и чтобы среднее ариѳметическое разстояніе между осью коромысла и крайними положеніями вертикальной линіи, проходящей черезъ центръ чашки, была 5,3 дм. Опредѣлить длину коромысла и его наклонъ въ крайнемъ положеніи.

Кн. *А. Гагаринъ* (Спб.).

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 1 Апрѣля 1893 г.

Центральная типо-литографія, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.

Обложка
ищется

Обложка
ищется