

Обложка
щется

<http://vofem.ru>

Обложка
щется

<http://vofem.ru>

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 85.

VIII Сем.

15 Января 1890 г.

№ 1.

ОТЪ РЕДАКЦИИ.

„Вѣстникъ Оп. Физики и Эл. Математики“ въ текущемъ 1890 году (VIII-ой и IX-ый семестры) будетъ издаваться на прежнихъ условіяхъ подписки, по 12-и номеровъ въ полугодіе.

Послѣ окончанія статьи: „О жидкомъ и газообразномъ состояніи тѣлъ“, въ журналѣ впредь не будутъ помѣщаемы излишне длинныя статьи спеціальнаго характера*). Просимъ нашихъ сотрудниковъ принять это къ свѣдѣнію.

Въ журналѣ будутъ помѣщаемы въ возможно полномъ видѣ протоколы засѣданій слѣдующихъ обществъ: С.-Петербургскаго при Педагогическомъ Музеѣ Собранія преподавателей физики и космографіи и—отдѣльно—такого же Собранія преподавателей математики, Одесской секціи Общ. Естеств. по вопросамъ элем. математики и физики, Казанской физико-математической секціи и вновь основаннаго Кіевскаго Физико-Математическаго Общества. Въ номерахъ текущаго семестра будетъ отведено также достаточно мѣста для ознакомленія читателей съ результатами только что закрывшагося VIII-го съѣзда русскихъ естествоиспытателей и врачей.

Отдѣлъ рецензій и библіографическихъ указаній редакція постарается постепенно расширить. Въ виду этого, компетентные сотрудники еще разъ приглашаются войти съ редакціей въ соглашеніе относительно гонорара**). Въ случаѣ возникновенія полемики редакція оставляетъ за собою право прекращать таковую на страницахъ журнала по своему усмотрѣнію.

Въ отдѣлѣ задачъ будетъ отдано предпочтеніе задачамъ интереснымъ (хотя бы и заимствованнымъ) и доступнымъ для учениковъ, при чемъ

*) Статьи, превышающія по размѣрамъ 3 печ. листа, отнынѣ могутъ быть издаваемы редакціей только въ видѣ отдѣльныхъ платныхъ приложений. Въ видѣ такого приложения будетъ, напримѣръ, выпущенъ въ непродолжительномъ времени „Краткій историческій очеркъ развитія ученія объ электричествѣ“, составленный по Нетоличку и другимъ источникамъ.

**) При присылкѣ въ редакцію рецензій необходимо прилагать и рецензируемую книгу, которая потомъ можетъ быть отослана обратно. Анонимныя рецензій не принимаются.

рубрика „упражнений“ (безъ рѣшеній) будетъ, по возможности, расширена въ №№, выпускаемыхъ зимою и осенью. „Рѣшенія“ (по прежнему съ подписями ихъ авторовъ) новыхъ задачъ будутъ помѣщаемы не позже, какъ по истеченіи трехъ мѣсяцевъ со дня разсылки №, въ которомъ онѣ предложены. Задачи мало доступныя ученикамъ будутъ отмѣчены звѣздочкой. Задачи изъ области физики, механики и пр.—не исключаются. Нумерація задачъ съ настоящаго № 85 начинается новая. Прежнія 560 задачъ, предложенныя со дня существованія „Вѣстника“ и около 150 задачъ изъ бывшаго „Журн. Эл. Мат.“ будутъ изданы въ видѣ отдѣльнаго сборника.

Просимъ еще нашихъ сотрудниковъ принять къ свѣдѣнію, что отнынѣ на страницахъ „Вѣстника“ будетъ допущена къ употребленію только одна метрическая система мѣръ и вѣсовъ.

За исключеніемъ послѣдняго, всѣ вышеприведенные пункты преобразования „Вѣстника“ примѣнительно къ большинству его читателей, являются результатомъ отвѣтовъ, поступившихъ въ редакцію какъ изъ провинціи, такъ и во время VIII-го съѣзда въ столицѣ, на предложенныя нами въ № 81 открытые вопросы. Вѣря въ цѣлесообразность такихъ преобразованій, приносимъ живѣйшую благодарность лицамъ, откликнувшимся на наше предложеніе, и просимъ всѣхъ читателей и впредь помнить, что девизомъ редакціи нашего „Вѣстника“ всегда остается—*концентрація дружныхъ усилій*, направленныхъ къ поднятію въ подрастающемъ поколѣніи любви къ знанію и благородному труду.

Э. К. Шпачинскій.

ВЗАИМНЫЯ ТОЧКИ ТРЕУГОЛЬНИКА.

„Отвѣтъ на тему, предложенную въ Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“
№ 52, стр. 86 *).

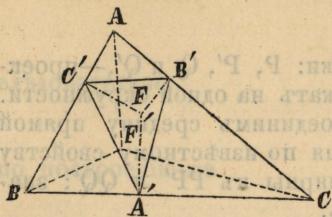
Въ элементарной геометріи разсматриваются нѣкоторыя точки въ плоскости треугольника, обладающія извѣстными свойствами, напр. центры вписанныхъ и описанныхъ круговъ, центръ тяжести треугольника (т. е. точка пересѣченія его медіанъ) и т. п. Кромѣ этихъ, характеризующихъ тѣ или другія свойства треугольника, можно представить себѣ рядъ другихъ точекъ, связанныхъ съ треугольникомъ какими-нибудь опредѣленными геометрическими соотношеніями; нѣкоторыя изъ такихъ точекъ обладаютъ весьма любопытными свойствами, къ числу ихъ принадлежатъ и, такъ называемыя, *взаимныя точки* треугольника. Происхожденіе ихъ слѣдующее **): возьмемъ въ плоскости какого-угодно треугольника ABC

*) На ту-же тему получены еще вполне удовлетворительные отвѣты отъ гг.: *Ефремова, Соллертинскаго, Шатуновскаго, Свѣтлинкова, Кричевскаго* и ученика Могил. гимн. *Эйлера*. Не имѣя возможности печатать всѣхъ, мы помѣстимъ одну-кожъ нѣсколько позднѣе отвѣтъ г. *Ефремова*, независимо отъ нынѣ помѣщаемаго отвѣта г. *Грузинцева*.

Прим. ред.

**) Ниже будетъ данъ другой способъ ихъ полученія.

Фиг. 1.

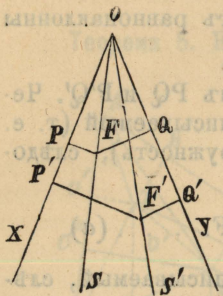


(фиг. 1) из некоторую точку F и опустимъ изъ нея на стороны треугольника перпендикуляры FA' , FB' и FC' ; соединяя точки A' , B' , C' прямыми, получимъ новый треугольникъ $A'B'C'$; затѣмъ изъ вершинъ даннаго треугольника опустимъ перпендикуляры на стороны полученнаго; эти перпендикуляры, какъ докажемъ ниже, пересекаются въ одной точкѣ F' . Точки F и F' называются *взаимными точками* треугольника ABC и обладаютъ многими интересными свойствами. Для вывода этихъ свойствъ докажемъ нѣкоторые предварительныя теоремы.

Для вывода этихъ свойствъ докажемъ нѣкоторые предварительныя теоремы.

Теорема 1. Если прямая OS и OS' (фиг. 2) равнонаклонны *) къ сторонамъ угла XOY и если изъ произвольныхъ на нихъ точекъ F и F' опустимъ перпендикуляры на стороны угла, то

Фиг. 2.



$$FP \cdot F'P' = FQ \cdot F'Q'.$$

Доказательство. Треугольники OPF и $OQ'F'$ подобны, слѣдовательно:

$$\frac{FP}{OF} = \frac{F'Q'}{OF'};$$

треугольники OQF и $OP'F'$ тоже подобны, слѣдовательно:

$$\frac{F'P'}{OF'} = \frac{FQ}{OF}.$$

Помноживъ эту пропорцію на предыдущую, получимъ по сокращеніи:

$$FP \cdot F'P' = FQ \cdot F'Q', \text{ ч. и т. д.}$$

Теорема 2. Проекціи точекъ F и F' , взятыхъ на равнонаклонныхъ OS и OS' , на стороны (фиг. 2) угла XOY лежатъ на одной окружности, центръ которой — середина прямой FF' .

Доказательство. Дѣйствительно, изъ подобія треугольниковъ OPF и $OQ'F'$ имѣемъ:

$$\frac{OP}{OF} = \frac{OQ'}{OF'};$$

изъ подобія треугольниковъ $OP'F'$ и OQF имѣемъ:

$$\frac{OP'}{OF'} = \frac{OQ}{OF};$$

*) Эти равнонаклонныя должны быть симметричны относительно бисектора угла XOY .

перемноживъ эти пропорціи и сокративъ, получимъ:

$$OP \cdot OP' = OQ \cdot OQ',$$

а это равенство показываетъ, что четыре точки: P , P' , Q и Q' , — проекціи точекъ F и F' на стороны угла XOY , — лежатъ на одной окружности.

Чтобы найти центръ этой окружности, соединимъ средину прямой FF' съ серединами PP' и QQ' ; тогда эти прямые по известному свойству трапецій $PFF'P'$ и $QFF'Q'$ будутъ перпендикулярны къ PP' и QQ' ; значитъ, середина FF' будетъ искомымъ центромъ.

Теорема 3 (обратная 1-ой). Если внутри угла проведены двѣ прямые

Фиг. 3.

OS и OS' (Фиг. 3) и изъ произвольныхъ на нихъ точекъ F и F' опущены на стороны перпендикуляры такого свойства, что

$$FP \cdot F'P' = FQ \cdot F'Q',$$

то эти прямые OS и OS' будутъ равнонаклонны къ сторонамъ угла.

Доказательство. Проведемъ PQ и $P'Q'$. Четыреугольникъ $OPFQ$ будетъ вписываемый (т. е. около него можно описать окружность), слѣдовательно:

$$\angle POF = \angle PQF. \dots (a)$$

Точно также четырехугольникъ $OP'F'Q'$ будетъ вписываемый, слѣдовательно:

$$\angle Q'OF' = \angle Q'P'F' \dots (b)$$

Далѣе, въ треугольникахъ PFQ и $P'F'Q'$ имѣемъ:

$$\angle PFQ = \angle P'F'Q' \text{ по построению,}$$

$$\frac{FP}{FQ} = \frac{F'Q'}{F'P'} \text{ по положенію,}$$

слѣдовательно, эти треугольники подобны и поэтому:

$$\angle PQF = \angle Q'P'F',$$

а отсюда при помощи равенствъ (a) и (b) заключаемъ, что

$$\angle POF = \angle Q'OF',$$

т. е., что прямые OS и OS' равнонаклонны, ч. и т. д.

Теорема 4. Если прямые OS и OS' (Фиг. 3) равнонаклонны, то $PQ \perp OS'$, $P'Q' \perp OS$.

Доказательство. Четыреугольникъ $OPFQ$ вписываемый, слѣдовательно

$$\angle PQF = \angle POF,$$

но по положенію

$$\angle POF = \angle QOF',$$

слѣдовательно:

$$\angle PQF = \angle QOF';$$

по построенію-же

$$FQ \perp OQ,$$

поэтому и

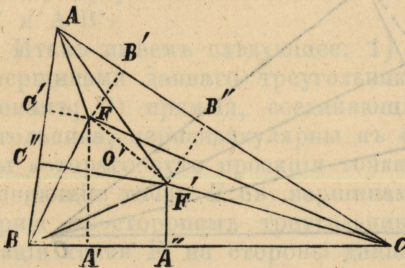
$$PQ \perp OS'.$$

Подобнымъ образомъ убѣдимся, что

$$P'Q' \perp OS, \text{ ч. и т. д.}$$

Теорема 5. Если изъ произвольной точки F (фиг. 4), взятой внутри треугольника, проведемъ три прямыя AF , BF и CF , то прямыя имъ равнонаклонныя относительно сторонъ треугольника пересекутся въ одной точкѣ.

Фиг. 4.



Доказательство. Пусть $F'A$ и $F'B$ соответственно равнонаклонны съ FA и FB . Надо, слѣдовательно, доказать, что и $F'C$ будетъ равнонаклонна съ FC . Для доказательства опустимъ перпендикуляры FA' , $F'A''$ и пр. на стороны треугольника. По положенію и теор. 1-ой имѣемъ:

$FB' \cdot F'B'' = FC' \cdot F'C''$,

$$FA' \cdot F'A'' = FC' \cdot F'C'';$$

слѣдовательно

$$FA' \cdot F'A'' = FB' \cdot F'B'',$$

т. е. (теор. 3-ья) прямыя FC и $F'C$ равнонаклонны, ч. и т. д.

Теорема 6. Проекціи точекъ F и F' (фиг. 4) на стороны треугольника ABC лежатъ на одной окружности, центръ которой—средина прямой FF' .

Доказательство. По теоремѣ 2-ой точки A' , A'' , B' и B'' лежатъ на одной окружности, центръ которой есть точка O середина прямой FF' , слѣдовательно:

$$A'O = A''O = B'O = B''O.$$

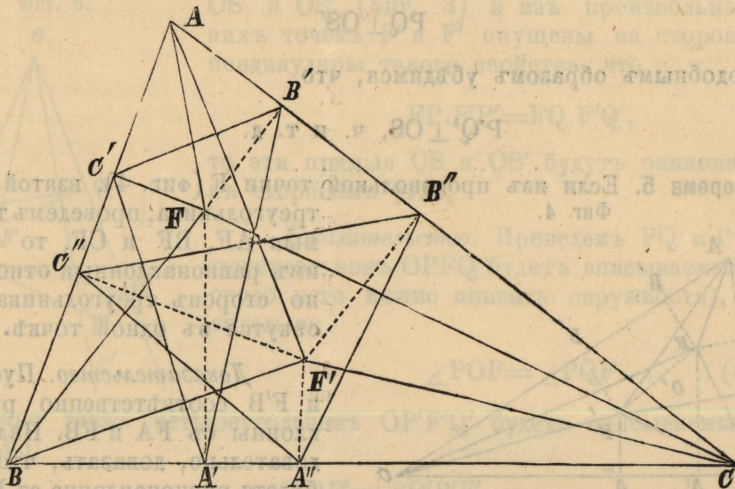
Точно также точки B' , B'' , C' и C'' по той же теореме лежат на одной окружности центра O , следовательно:

$$B'O = B''O = C'O = C''O.$$

Отсюда и заключаемъ, что всѣ шесть точекъ: A' , A'' , B' , B'' , C' и C'' лежатъ на окружности центра O .

Примѣнимъ теперь эти теоремы къ изученію взаимныхъ точекъ. Возьмемъ внутри *) треугольника произвольную точку F (фиг. 5) и опу-

Фиг. 5.



стимъ изъ нея на стороны перпендикуляры: FA' , FB' и FC' . Соединяя точки A' , B' и C' прямыми, получимъ треугольникъ $A'B'C'$; если затѣмъ изъ вершинъ данного треугольника опустимъ перпендикуляры на стороны треугольника $A'B'C'$, то эти перпендикуляры пересѣкутся въ одной точкѣ F' .

Для доказательства опустимъ сначала перпендикуляры AF' и BF' на стороны $B'C'$ и $A'C'$; пусть точка ихъ пересѣченія будетъ F' . Соединивъ F съ A и B , можемъ убѣдиться, что прямыя AF и AF' , BF и BF' равнонаклонны относительно сторонъ треугольника ABC . Дѣйствительно, четырехугольникъ $AC'FB'$ вписываемый по построению, следовательно:

$$\angle C'AF = \angle C'BF,$$

но по построению-же

$$AF' \perp B'C', \quad AC \perp FB';$$

следовательно:

$$\angle CAF' = \angle C'BF;$$

*) Точку можно брать и внѣ треугольника.

сравнивая это равенство съ предыдущимъ, заключаемъ, что

$$\angle C'AF = \angle CAF,$$

т. е., что прямая AF и AF' равнонаклонны къ сторонамъ угла BAC .

Точно также убѣдимся, что

$$\angle C'BF = \angle F'BC,$$

т. е., что прямая BF и BF' равнонаклонны къ сторонамъ угла ABC .

Доказавъ равнонаклонность прямыхъ AF и AF' , BF и BF' , заключаемъ по теор. 5-ой, что и прямые CF и CF' будутъ равнонаклонны къ сторонамъ угла ACB , т. е., что

$$\angle BCF' = \angle ACF.$$

Далѣе, по теор. 4-ой имѣемъ, что

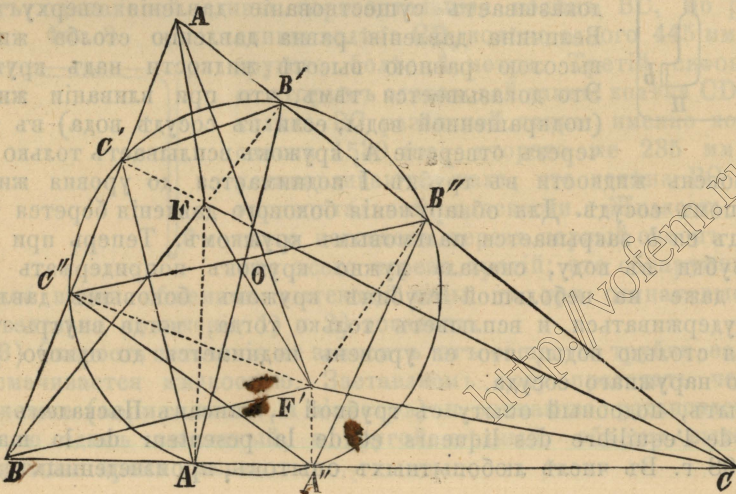
$$CF' \perp A'B'.$$

Если теперь опустимъ изъ F' перпендикуляры $F'A''$, $F'B''$ и $F'C''$ на стороны треугольника ABC и соединимъ точки A'' , B'' , C'' между собой, то получимъ треугольникъ $A''B''C''$; по теоремѣ 4-ой прямые AF , BF и CF будутъ соответственно перпендикулярны къ сторонамъ $B''C''$, $A''C''$ и $A''B''$.

Итакъ имѣемъ слѣдующее: 1) прямая, соединяющая точки F и F' съ вершинами даннаго треугольника, попарно равнонаклонны къ его сторонамъ; 2) прямая, соединяющая точку F' съ вершинами даннаго треугольника, перпендикулярны къ сторонамъ треугольника $A'B'C'$, вершины котораго суть проекціи точки F на стороны даннаго; 3) прямая, соединяющая точку F съ вершинами даннаго треугольника, перпендикулярны къ сторонамъ треугольника $A''B''C''$, вершины котораго суть проекціи точки F' на стороны даннаго.

Затѣмъ по теор. 6-ой имѣемъ слѣдующее свойство вершинъ обоихъ треугольниковъ $A'B'C'$ и $A''B''C''$: *все эти вершины лежатъ на одной окружности, центръ которой—середина прямой FF' (фиг. 6).*

Фиг. 6.



Вотъ главѣйшія свойства взаимныхъ точекъ F и F' какъ относительно даннаго треугольника, такъ и относительно треугольниковъ $A'B'C'$ и $A''B''C''$.

Замѣтимъ, что на основаніи теор. 4-ой и 5-ой, точку F' взаимную данной F можно построить еще такъ: соединимъ F съ двумя вершинами даннаго треугольника, напр. съ A и B и проведемъ прямыя равнонаклонныя съ FA и FB ; точка F' пересѣченія построенныхъ равнонаклонныхъ и будетъ искомою взаимною F .

(Окончаніе слѣдуетъ).

А. П. Грузинцевъ (Харьковъ).

НѢСКОЛЬКО ЛЕКЦІОННЫХЪ ОПЫТОВЪ

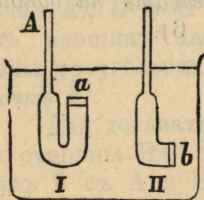
изъ гидростатики и гидродинамики.

I.

Опыты, доказывающіе существованіе давленія внутри жидкости.

Обыкновенно въ курсахъ физики описывается опытъ, доказывающій существованіе внутри жидкости давленія, направленнаго снизу вверхъ (стеклянная трубка со стекляннымъ кружкомъ). Для доказательства существованія давленія, направленнаго сверху внизъ, и бокового давленія, а также для опредѣленія величины этого давленія, я произвожу слѣдующіе опыты. Для обнаруженія давленія сверху внизъ берется стеклянная трубка, къ которой припаяна широкая стеклянная трубка въ видѣ опрокинутаго сифона (см. фиг. 7), отверстие a съ хорошо шлифованными краями закрывается пальмовымъ кружкомъ.

Фиг. 7.



Диаметръ основанія пальмоваго кружка (23,5 мм.) равенъ внѣшнему диаметру трубки. При опусканіи трубки въ жидкость кружокъ не всплываетъ, что и доказываетъ существованіе давленія сверху внизъ. Величина давленія равна давленію столба жидкости высотой равною высотѣ жидкости надъ кружкомъ. Это доказывается тѣмъ, что при вливаніи жидкости (подкрашенной воды, если въ сосудѣ вода) въ трубку черезъ отверстие A , кружокъ всплываетъ только тогда,

когда уровень жидкости въ трубкѣ I поднимается до уровня жидкости въ большомъ сосудѣ. Для обнаруженія бокового давленія берется трубка II; конецъ ея b закрывается пальмовымъ кружкомъ. Теперь при погруженіи трубки въ воду, сначала нужно кружокъ попридержать рукой, потомъ даже на небольшой глубинѣ кружокъ боковымъ давленіемъ будетъ удерживаться и всплыветъ только тогда, когда внутри трубки заберется столько воды, что ея уровень поднимется до одного уровня съ водою наружнаго сосуда.

Опытъ, подобный опыту съ трубкой I, описанъ Паскалемъ въ его „Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air“ 1698 г. Въ числѣ любопытныхъ опытовъ, произведенныхъ Паска-

лемъ и приведенныхъ въ названномъ сочиненіи, интересенъ такой: я его опишу въ томъ видѣ въ какомъ производилъ самъ. Берется стеклянная трубка и толстая проволока, приблизительно одинаковой длины съ трубкой; одинъ конецъ проволоки изогнуть и на отогнутую часть насажена пробка. При помощи этой пробки закрывается одинъ конецъ стеклянной трубки и въ трубку наливается нѣкоторое количество ртути. Трубка съ ртутью погружается въ воду въ вертикальномъ положеніи, потомъ пробка снимается; вслѣдъ за симъ замѣтимъ, что хотя часть ртути упадетъ изъ трубки въ воду, но замѣтная часть поднимается въ трубкѣ и, при дальнѣйшемъ погруженіи трубки, будетъ все выше и выше подниматься.

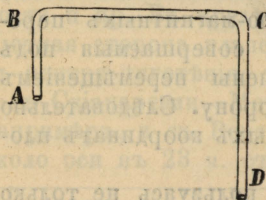
II.

Нѣсколько опытовъ надъ скоростью теченія жидкостей по трубкамъ.

Скорость истеченія жидкости изъ отверстія достаточной ширины, сдѣланнаго въ тонкой стѣнкѣ большого сосуда, подчиняется закону Торричелли. Если же жидкость истекаетъ черезъ вставленную близъ дна сосуда цилиндрическую трубку, напр. стеклянную, тогда скорость истеченія меньше, чѣмъ при свободномъ истеченіи. При помощи сифонныхъ трубокъ можно весьма просто обнаружить приблизительную зависимость скорости истеченія отъ давленія, длины трубки, ея природы и природы жидкости. Мы возьмемъ стеклянныя трубки одинаковаго діаметра (4,7 мм.), тогда скорость истеченія черезъ различныя трубки прямо пропорціональна объемамъ, вытекшимъ въ одно и то же время. Обнаружимъ что:

- 1) Скорость истеченія тѣмъ больше, чѣмъ больше давленіе, подъ которымъ происходитъ истеченіе;
- 2) Скорость истеченія уменьшается съ увеличеніемъ длины трубки, безъ измѣненія давленія.

Изъ большого сосуда наполненнаго водой выпускаемъ воду по тремъ различнымъ сифонамъ, изогнутымъ, какъ показано на фиг. 8. У всѣхъ трехъ сифоновъ колѣно АВ одинаковой длины (160 мм.), два сифона имѣютъ одинаковой длины горизонтальныя колѣна ВС, но различной



Фиг. 8.

длины колѣна CD, колѣно одного 445 мм., колѣно другого болѣе 1 метра. Третій сифонъ, имѣя со вторымъ одинаковой длины колѣна CD, имѣютъ колѣна ВС различной длины, именно колѣно 3-го сифона 1530 мм., второго же 235 мм. Сифоны устанавливаются такъ, что колѣна ВС въ одной горизонтальной плоскости. Жидкость быстрѣе всего истекаетъ черезъ первый сифонъ и медленнѣе всего черезъ третій; это обнаруживается въ короткое время объемами вытекшей воды въ три одинаковые сосуда. Слѣдовательно положенія 1) и 2) доказаны.

3) Скорость истеченія не зависитъ отъ вещества трубки, если только она смачивается жидкостью. Заставляемъ воду протекать черезъ два одинаковые (форма, длина и діаметръ) и одинаково установленные сифона, но одинъ стеклянный, а другой мѣдный, объемы вытекшіе въ одно и тоже время равны.

4) Скорость истечения при прочих равных условиях зависит от природы жидкости. Через два одинаковые и одинаково установленные сифона заставляем протекать из одного сосуда воду, из другого смеси спирта с водой; заметим, что объем вытекшей воды больше, чем объем вытекшей в то же время смеси спирта с водой*). Следовательно внутреннее трение смеси спирта с водой больше, чем внутреннее трение воды.

Из положений 2), 3) и 4) заключаем, что сопротивление истечению увеличивается с длиной трубки, что оно не зависит или мало зависит от вещества трубки (при смачивании) и зависит от природы жидкости.

Опыты начинаются так: в сифоны при помощи резиновой трубки вытягивается жидкость и свободные концы закрываются пробками; потом пробки одновременно вынимаются.

Пр. Н. Слугиновъ (Казань).

ОБЩЕЕ ЭЛЕКТРО-МАГНИТНОЙ СИГНАЛИЗАЦИИ

(по системѣ Э. К. Шпачинскаго).

Когда пользуются электрическим токомъ для передачи на расстояние некоторых условныхъ сигналовъ, то обыкновенно довольствуются замыканіемъ тока, независимо отъ его направленія. Такимъ образомъ измѣненіе направленія тока, пробѣгающаго между станціями отправленія и полученія сигналовъ, т. е. одинъ изъ элементовъ сигнализаци, которымъ можно было бы пользоваться съ удобствомъ, вообще говоря, не утилизируется. Было время когда этимъ элементомъ не пренебрегали, какъ видно, напримѣръ, изъ исторіи телеграфовъ, но впоследствии взявъ окончательно перевѣсъ тотъ принципъ электро-магнитной сигнализаци, который основанъ на простомъ притяженіи желѣзнаго якоря, не зависящемъ отъ направленія тока, пробѣгающаго по катушкѣ электромагнита.

Другой упрекъ существующимъ системамъ сигнализаци можно сдѣлать въ отношеніи крайняго ограниченія электро-магнитныхъ перемѣщеній. Дѣйствительно, всѣ такія перемѣщенія, совершаемыя подъ вліяніемъ замыканій и размыканій тока, ограничены перемѣщеніемъ якоря по некоторой линіи въ ту либо въ другую сторону. Следовательно въ различныхъ электро-графахъ изъ двухъ возможныхъ координатъ плоскости мы, поневолѣ, пользуемся только одной.

Въ виду этого я задался цѣлью показать, что, пользуясь не только замыканіемъ, но и перемѣною направленія тока, легко получить электро-магнитныя перемѣщенія по двумъ, напримѣръ, взаимно перпендикулярнымъ направленіямъ, что при такомъ обобщеніи системы электро-сигна-

*) Въ произведенномъ опытѣ происходило одновременно еще истеченіе дреснаго спирта; скорость его истеченія оказалась приблизительно одинакова со скоростью истеченія воды при одинаковыхъ условіяхъ.

лизаціи всякіе условные знаки (азбуки и пр.) могутъ быть значительно упрощены и потребуютъ для передачи менѣ времени, а стало быть и труда, и пр.

По изготовленіи необходимыхъ чертежей, въ одномъ изъ ближайшихъ номеровъ „Вѣстника“ я начну съ описанія устроеннаго мною *реле*, предназначеннаго для замыканія двухъ мѣстныхъ батарей, той либо другой по желанію, смотря по направленію замыкаемаго на станціи от-
 правленія тока. Ш.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Періодъ вращенія Меркурія около оси до послѣдняго времени принимался равнымъ почти нашимъ земнымъ суткамъ (приблизительно въ 24 ч. 5 м.) Трудность наблюденій этой ближайшей къ солнцу планеты была причиною, что лишь въ началѣ текущаго столѣтія Шрётеръ попытался опредѣлить періодъ ея суточного вращенія, основываясь на недоказанномъ предположеніи существованія на ея поверхности горы (высотой въ 19 км.), и хотя болѣе новыми наблюденіями съ лучшими инструментами предположеніе Шрётера не подтвердилось, тѣмъ не менѣе время обращенія Меркурія около своей оси, равно какъ и положеніе этой оси въ пространствѣ до послѣднихъ дней оставалось неизвѣстнымъ. Только въ декабрѣ мѣсяцѣ прошлаго года, одинъ изъ наиболѣе выдающихся астрономовъ нашего столѣтія, директоръ Миланской Обсерваторіи *Скиапарелли*, опубликовалъ результаты своихъ семилѣтнихъ наблюденій надъ Меркуріемъ, изъ которыхъ слѣдуетъ прійти къ весьма интересному заключенію, что *Меркурій точно такъ-же всегда обращенъ къ солнцу одной своей стороной, какъ наша луна къ землѣ* *). Такимъ образомъ ближайшая къ солнцу и, кстати сказать, самая плотная **) изъ планетъ нашей системы достигла уже въ наше время своего *предѣльнаго періода вращенія*, т. е. вращается около своей оси только одинъ разъ въ теченіе своего оборота вокругъ солнца. По мнѣнію Скиапарелли такова участь всѣхъ планетъ, не имѣющихъ спутниковъ: какова бы ни была въ данный моментъ ихъ скорость суточного вращенія, она постепенно замедляется, благодаря всякимъ приливамъ и отливамъ какъ вѣшнихъ, такъ и внутреннихъ подвижныхъ частей планетъ, неправильностямъ въ распредѣленіи плотности и пр. Въ предѣлѣ это замедленіе приводитъ къ тому, что болѣе плотная сторона планеты (или спутника) остается на всегда обращенною къ центру тяготѣнія; такого предѣла достигла наша луна и — какъ показъ Скиапарелли — Меркурій, а въ будущемъ — то же должно произойти, напримѣръ, и съ Венерой, которая нынѣ совершаетъ еще свой оборотъ около оси въ 23 ч. съ минутами ***).

*) Объ открытіи этомъ заговорили и наши газеты. Тѣмъ читателямъ, которые прочли „Письмо въ редакцію“ В. А. Панаева (см. Новости № 26), совѣтуемъ прочесть и отвѣтъ на него І. А. Клейбера (см. Новости № 31).

**) Плотность Меркурія принимается = 8 (т. е. плотности стали, латуни и пр.)

***) Въ точности періодъ этотъ нельзя считать опредѣленнымъ, ибо, вслѣдствіе присутствія на Венерѣ атмосферы, не удастся наблюдать на ея поверхности никакихъ опредѣленныхъ пятенъ, по перемѣщенію которыхъ только и можно судить о скорости вращенія.

Прибавляемъ нѣкоторыя данныя, относящіяся къ Меркурію. Эксцентриситетъ орбиты Меркурія—наибольшій (0,2056); наклоненіе орбиты къ плоскости эклиптики—тоже наибольшее (7°). Благодаря этому послѣднему обстоятельству прохожденія Меркурія по солнцу случаются не такъ часто, какъ это было бы въ случаѣ меньшаго наклоненія*). Ближайшія два прохожденія будутъ имѣть мѣсто въ 1891 г. (9-го мая) и въ 1894 г. (10-го ноября). Простымъ глазомъ ихъ наблюдать невозможно, ибо Меркурій видимъ для насъ подъ угломъ около 13", а на дискѣ солнца мы можемъ видѣть такія только пятна, которыхъ діаметръ не менѣе 1'. Вслѣдствіе этого является сомнительнымъ увѣреніе нѣкоторыхъ астрономовъ, будто во время прохожденія Меркурія въ 1868 г. (5-го ноября) они видѣли на его поверхности свѣтящуюся точку, для объясненія которой прибѣгли къ допущенію дѣйствующаго на Меркуріѣ вулкана.—Среднее разстояніе Меркурія отъ солнца=0,3871 ср. разст. земли; въ перигелии оно равно прибл. 6 милл. г. м., въ афелии=9 милл. Діаметръ Меркурія=649 г. м. (около 0,377 земн. діам.). Масса= $\frac{1}{4866000}$ массы солнца.—Солнечный свѣтъ на поверхности Меркурія почти въ 7 разъ интенсивнѣе, чѣмъ на землѣ.—Для объясненія нѣкоторыхъ возмущеній, наблюдаемыхъ при движеніи Меркурія, было высказано предположеніе о существованіи нѣкоторой еще болѣе близкой къ солнцу планеты, которой дано даже названіе Вулкана, но это допущеніе до сихъ поръ не подтвердилось вовсе.

III.

ОТЧЕТЫ О ЗАСѢДАНІЯХЪ ФИЗИЧЕСКОЙ СЕКЦІИ

VIII-го сѣзда русскихъ естествоиспытателей и врачей.

Завѣдующимъ секціею физики и физической географіи былъ проф. **Θ. Θ. Петрушевскій**, постоянными секретарями состояли: **Г. А. Любославскій**, **О. Э. Страусъ** и **А. Н. Барановскій**.

1-ое засѣданіе (29-го декабря). **Θ. Θ. Петрушевскій** привѣтствовалъ членовъ секціи отъ лица членовъ Физическаго Отд. Р. Ф.-Х. Общества, изложилъ порядокъ предстоящихъ занятій во время сѣзда и указалъ на составъ выставки приборовъ при физическомъ кабинетѣ университета.—Предсѣдательствовалъ **А. Г. Столѣтовъ**. Были сдѣланы сообщенія:

1) **П. В. Преображенскій**: „Гипотеза цвѣтового зрѣнія“. По гипотезѣ Юнга, разработанной Гельмгольцомъ, нормальный глазъ имѣетъ какъ бы три впечатлительности, позволяющія отличать цвѣта: одну для лучей красныхъ, другую—для зеленыхъ и третью—для фіолетовыхъ. Позднѣе Герингъ далъ нѣсколько другую гипотезу, по которой троякаго рода впечатлительность дѣлится такъ: одна для краснаго и зеленого цвѣта, другая для синяго и желтаго, третья для бѣлаго и чернаго. По мнѣнію автора достаточно ограничиться допущеніемъ существованія только двухъ нормальныхъ впечатлительностей, одной для лучей, число колебаній которыхъ въ секунду лежитъ въ предѣлахъ отъ 400 до 600 билліоновъ, и другой—для колебаній отъ 520

*) Т. е. не черезъ каждые 116 дней (періодъ синодическаго обращенія Меркурія=115,8775 дн.). Періодъ сидерическаго оборота=87,97 дн.

до 790 билл. въ сек. По этой гипотезѣ особенно просто объясняются различные случаи дальтонизма. Въ заключение своего интереснаго сообщенія авторъ показалъ на опытѣ, что цвѣта, кажущіеся одинаковыми одному изъ изслѣдованныхъ имъ дальтониковъ, но въ сущности рѣзко различные для нормальнаго глаза, при исключеніи нѣкоторыхъ лучей изъ падающаго на нихъ свѣта, кажутся весьма сходными для всѣхъ присутствующихъ въ аудитории *).

2) Р. А. Коулл: „О приборѣ для наблюденія медленныхъ электрическихъ колебаній“. Для изученія тѣхъ сравнительно медленныхъ перемѣнъ направленія индуктированнаго тока, который появляется въ незамкнутой катушкѣ, авторъ устроилъ особый приборъ, рисунокъ котораго былъ демонстрированъ собранію. Принципъ прибора заключается въ томъ, что отклоненіе весьма легкаго магнитнаго зеркальца подѣ влияніемъ альтернативнаго тока въ катушкѣ, комбинируется съ прямолинейнымъ движеніемъ свѣтящейся точки; вслѣдствіе этого глазъ наблюдателя видитъ въ подзорной трубкѣ, направленной на зеркальце, свѣтлый зигзагъ, нѣчто въ родѣ синусоиды, амплитуда которой послѣдовательно убываетъ.

3) Р. А. Коулл: „Къ теоріи снаряда Румкорфа“. Теоретическія изысканія показываютъ, что индукціонный токъ въ спирали Румкорфа состоитъ изъ неперіодической и періодической части. Авторъ указалъ методъ и привелъ результаты провѣрки этого заключенія путемъ опыта.

4) Д. А. Гольдшаммеръ: „Объ измѣненіи электропроводности металловъ при намагниченіи“. Прежнія изслѣдованія автора обнаружили измѣненіе сопротивленія діаманитныхъ металловъ при намагничиваніи, пропорціональное квадрату намагниченія. Для магнитныхъ металловъ это еще не доказано. Прежніе изслѣдователи не обращали достаточнаго вниманія на то обстоятельство, что при намагниченіи проволоки при помощи катушекъ, испытываемая проволока нагрѣвается намагничивающимъ токомъ. Устранивъ въ своихъ опытахъ возможность такого нагрѣванія при помощи циркулирующей воды около трубки, содержащей испытуемую и контрольную проволоку, авторъ имѣлъ возможность констатировать такое-же измѣненіе сопротивленія, пропорціональное квадрату намагниченія, и для магнитныхъ металловъ.

5) Н. Д. Пильчиковъ: „О новомъ рефрактометрѣ для жидкостей“. Для возможности примѣненія оптическаго метода анализа жидкости къ цѣлямъ техническимъ съ тою же легкостью, съ какою прилагается ареометрический методъ анализа по плотностямъ, необходимо простейшій и удобный рефрактометръ. Автору удалось устроить такой приборъ, основанный на зависимости фокуснаго разстоянія полой линзы отъ показателя преломленія наполняющей ее жидкости. Приборъ состоитъ существенно изъ трехъ частей: полой линзы, наполняемой нѣсколькими каплями испытуемой жидкости, свѣтящагося предмета (освѣщенныя лампою щели) и подвижнаго экрана (изъ матоваго стекла), на которомъ получается дѣйствительное изображеніе предмета; перемѣщеніе экрана отсчитывается на шкалѣ, раздѣленной на миллиметры; въ особо составленной таблицѣ приведены показатели преломленія, соотвѣтствующіе показаніямъ шкалы **).

*) Волѣе подробно „Гипотеза цвѣтоваго зрѣнія“ П. В. Преображенскаго изложено въ его статьѣ, помѣщенной въ 9-мъ вып. Журн. Р. Ф. X. Общества за 1889 г. стр. 249 т. XXI, куда и отсылаемъ интересующихся этимъ вопросомъ читателей. Статья эта вышла и отдѣльнымъ оттискомъ.

**) Болѣе подробное описаніе и рисунокъ рефрактометра г. Пильчикова помѣщены въ сентябрьской книжкѣ „Journal de physique théor. et appl.“ за прошлый 1889 годъ, (р. 416, t. VIII).

II-ое засѣданіе (30-го декабря). Предсѣдательствовалъ Н. Н. Шиллеръ. Научныя сообщенія сдѣлали:

6) А. Г. Столѣтовъ: „Актинно-электрическія явленія“ *). Были демонстрированы слѣдующіе основныя опыты съ воздушнымъ конденсаторомъ, составленнымъ изъ цинковой сѣтки и сплошного мѣднаго посеребрянаго диска: 1) при сообщеніи сѣтки съ положительнымъ и диска съ отрицательнымъ полюсами небольшой батареи, гальванометръ (зеркальный), введенный въ цѣпь, показывалъ отсутствіе тока (ибо цѣпь была разомкнута слоемъ воздуха въ конденсаторѣ) до того момента, пока не была устранена ширма, закрывающая электрическій фонарь (съ вольтовой дугою, въ которой горѣлъ алюминій); при освѣщеніи (съвязъ сѣтку) воздушнаго слоя конденсатора свѣтомъ, богатымъ въ ультра-фіолетовые лучи, гальванометръ показывалъ теченіе электричества, какъ будто цѣпь была замкнута. 2) Батарея была устранена и обкладки конденсатора непосредственно соединены съ гальванометромъ; по удаленіи ширмы, заслоняющей фонарь, гальванометръ отклонился; слѣдовательно комбинація: цинкъ, освѣщенный воздухъ и серебро образуетъ особаго рода актино-электрическій элементъ, дающій токъ до тѣхъ поръ, пока слой воздуха освѣщенъ ультра-фіол. лучами. 3) Между фонаремъ и конденсаторомъ вставлялась пластинка (почти въ 8—9 мм. толщиною) кварца; актино-электр. эффектъ нѣсколько ослаблялся, но оставался весьма замѣтнымъ. Напротивъ, онъ исчезалъ совсѣмъ, когда вмѣсто кварца вставлялась тонкая, вполне прозрачная стеклянная пластинка (толщиною около 1 мм.). Въ заключеніе авторъ коснулся различныхъ попытокъ объяснить эти явленія, изъ коихъ ни одна, по его мнѣнію, не можетъ быть пока признана удовлетворительною.

7) А. П. Шимковъ: „Общая теорія происхожденія и поддержанія электрическихъ теченій“. Авторъ имѣлъ въ виду разъяснить присутствіе двухъ процессовъ во всѣхъ случаяхъ образованія токовъ: электровозбудительнаго и электро-освобождающаго. Первый состоитъ въ раздѣленіи противоположныхъ электричествъ, второй—въ освобожденіи ихъ. Подробнѣе разсмотрѣно образованіе тока отъ электрофорной машины, такое-же раздѣленіе указано въ токахъ отъ гальв. батарей, термо-, актино-электрическихъ и пр.

8) С. Н. Святovidовъ: „Эскизъ кинетической гипотезы электричества и магнетизма“. Авторъ отождествляетъ линіи магнитныхъ силъ съ линіями непрерывнаго теченія эвира, и линіи электр. силъ—съ вихревыми линіями.

9) Э. К. Шпачинскій: „О симметричныхъ магнитныхъ стрѣлкахъ, магнитныхъ звѣздахъ и дискахъ и основанныхъ на ихъ примѣненіи физическихъ приборахъ“. Указавъ на свойства магнитной симметричной стрѣлки**), авторъ показалъ во 1-хъ возможность устроить такой „ротационный“ гальванометръ, въ которомъ отклоненія симм. стрѣлки прямо пропорціональны силѣ тока и могутъ быть отсчитываемы не въ тѣсныхъ предѣлахъ одного квадранта, а отъ 0° до 360° и далѣе***). Во 2-хъ

*) Не останавливаясь на изложеніи сущности этихъ явленій въ виду того, что имъ не разъ уже удѣлялось мѣсто въ „Вѣстникѣ“. (См. № 56, стр. 178 сем. V, № 63, стр. 61 сем. VI и пр.) См. также „Актинно-электрическія изслѣдованія“ А. Г. Столѣтова въ 7 и 8 вып. Журн. Р. Ф.-Х. Общ. за 1889 г. (стр. 159 т. XXI), выпущенныя и отдѣльной брошюрой.

**) См. статью: „Симметричная магнитная стрѣлка“ въ предыдущемъ № 84 „Вѣстника“ (стр. 227 сем. VII).

***). Первый экземпляръ такого гальванометра за недостаткомъ времени не могъ быть оконченъ до съѣзда. Въ одномъ изъ ближайшихъ №№ „Вѣстника“ будетъ помѣщено подробное его описаніе съ рисунками.

демонстрировалъ модель звѣздообразной спм. системы магнитовъ, которая можетъ быть приводима въ непрерывное вращеніе дѣйствіемъ прерывнаго тока. Въ 3-хъ показалъ возможность приводить такую звѣзду въ непрерывное вращеніе дѣйствіемъ постоянного тока и — наоборотъ — приводя ее во вращеніе внѣшнюю силою, получать индуктивный токъ постоянного направленія и устроить динамо-машины безъ коллектора и щетокъ. Въ 4-хъ демонстрировалъ модель трансформатора постоянного тока, основаннаго на вращеніи такой-же звѣздообразной магнитной системы *).

10) А. И. Поleshko: „О дисковой динамо-машинѣ“. Авторъ демонстрировалъ рисунокъ вновь устроенной пм. динамо-машины съ уплотненнымъ магнитнымъ полемъ; индукціонный органъ ея состоитъ изъ цѣльнаго металлическаго диска, разрезаннаго по радіусамъ до извѣстной глубины на большое число узкихъ секторовъ, изолированныхъ другъ отъ друга фибровыми прокладками. Периферія диска имѣетъ коллекторныя расширения, по которымъ скользятъ щетки **).

(Прод. слѣд.)

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Предварительное собраніе Кіевского Физ.-Мат. Общества состоялось 3-го февраля въ одной изъ аудиторій университета. Проф. Н. Н. Шиллеръ отъ имени членовъ-учредителей Общества познакомилъ присутствующихъ съ уставомъ, комментируя нѣкоторые изъ его параграфовъ болѣе подробными разъясненіями. Послѣ этого изъ числа присутствующихъ записались въ дѣйствительные члены Общества нижеслѣдующіе ***): 11) Проф. (химіи) П. П. Алексѣевъ, 12) А. Г. Борухинъ, 13) П. И. Бѣльченко, 14) О. В. Гвоздикъ, 15) Л. П. Геркенъ, 16) П. И. Гиберманъ, 17) С. С. Григорьевъ, 18) К. Н. Жукъ, 19) Я. Н. Жукъ, 20) В. В. Игнатовичъ-Завилейскій, 21) А. Л. Корольковъ, 22) В. Н. Корсунскій, 23) І. І. Косоноговъ, 24) И. Н. Кравовскій, 25) П. Т. Маткошенко, 26) М. И. Петранди, 27) Н. Н. Печковскій, 28) Е. Т. Тарасовъ, 29) Н. Ф. Хруцкий, 30) И. И. Чирьевъ, 31) К. М. Щербина, 32) В. И. Юскевичъ-Красковский и 33) Проф. (геологін) К. М. Теофилактъ ****).

Второе предварительное собраніе для избранія членовъ Распорядительнаго Комитета (предсѣдателя, двухъ его товарищей, казначея и секретаря) назначено на 17-ое февраля (въ субботу, въ 6½ часовъ вечера).

◆ „Вѣстникъ Естествознанія“ издается съ начала тек. года при С.-Петербургскомъ Обществѣ Естествоиспытателей подъ редакцію Ф. В. Овсянникова. Новый

*) Не останавливаясь на болѣе подробномъ изложеніи принципа электродвигателей, динамо-машинъ и трансформаторовъ, основанныхъ на симметричныхъ магнитныхъ системахъ, ибо современемъ это будетъ помѣщено въ журналѣ въ послѣдовательномъ порядкѣ.

**) Такая динамо-машина установлена въ С.-Петербургскомъ Мариинскомъ театрѣ, гдѣ авторъ любезно объяснялъ ея устройство нѣкоторымъ изъ гг. членовъ съѣзда. Она предназначена для электрическаго освѣщенія, но — сколько намъ извѣстно — во время съѣзда не была въ дѣйствіи. — Въ сущности, машина г. Поleshko есть обращеніе такъ называемаго „колеса Барлова“, т. е. устроена по типу „диска Фарадея“.

***) Имянной списокъ десяти членовъ-учредителей былъ помѣщенъ въ предыдущемъ № 84 „Вѣстника“ (стр. 233, сем. VII).

****) Лица, не бывшія на первомъ предварительномъ собраніи и желающія записаться въ кандидаты дѣйств. членовъ Общества, благоволятъ обращаться къ кому нибудь изъ членовъ-учредителей, или заявить о своемъ желаніи лично на второмъ предварительномъ собраніи (17 февраля).

журналъ посвященъ: зоологiи, эмбриологiи, гистологiи, физиологiи, анатомiи, ботаникѣ, геологiи, палеонтологiи, минералогiи, микроскопической техникѣ.

Журналъ имѣетъ цѣлю: 1) содѣйствовать самостоятельному развитiю русской научной литературы и выработкѣ научной терминологiи по естествознанiю, 2) дать органъ для обнародованiя русскихъ оригинальныхъ сообщенiй, статей общаго содержанiя, рефератовъ о выдающихся произведенiяхъ русской и иностранной естественно-исторической литературы, статей критическаго и библиографическаго характера, отчетовъ о сѣздахъ, засѣданiяхъ ученыхъ обществъ, научныхъ выставкахъ.

„Вѣстникъ Естествознанiя“ будетъ выходить не менѣе 9-и разъ въ годъ, отъ двухъ печатныхъ листовъ въ каждомъ номерѣ. (№ 1 уже вышелъ во время бывшаго VIII-го сѣзда).

Подписная цѣна—3 р. 50 к. въ годъ съ пересылкой (для жителей С.-Петербурга—3 р.)

Мы слышали, что изданiе журнала обезпечено матеріальными средствами, почему при столь низкой подписной платѣ можно надѣяться, что новый „Вѣстникъ“ будетъ имѣть успѣхъ и, пополняя столь существенный пробѣлъ въ нашей научной литературѣ, принесетъ большую пользу въ дѣлѣ развитiя естествознанiя въ Россiи.

◆ Новый метеорологическiй журналъ, точное заглавіе котораго еще намъ неизвѣстно, начнетъ издаваться въ текущемъ году въ С.-Петербургѣ. Мысль объ основанiи этого необходимаго при современномъ развитiи метеорологiи въ Россiи періодическаго органа возникла во время бывшаго VIII-го сѣзда, и—не откладывая дѣла въ долгiй ящикъ—была тогда-же осуществлена въ спеціальнономъ собранiи 7-го января въ помѣщенiи Имп. Русскаго Географическаго Общества, куда были приглашены лица, желавшія быть учредителями журнала, для предварительнаго обсужденiя нѣкоторыхъ основныхъ вопросовъ и для выбора изъ своей среды редакціоннаго комитета. Для покрытiя первоначальныхъ расходовъ по изданiю каждый изъ членовъ учредителей внесъ (или обязался внести) по 25 р. Число всѣхъ членовъ учредителей возросло до 45*). Въ составъ редакціоннаго комитета кромѣ 7-ми лицъ, живущихъ въ С.-Петербургѣ (А. И. Воейкова, Ф. Ф. Врангеля, М. А. Рыкачева, І. Б. Шпидлера и др.) вошли изъ иногороднихъ: А. В. Клоссовскiй (Одесса), Р. А. Колли (Москва), К. Н. Жуковъ и Р. Н. Савельевъ (Кіевъ).

◆ Подписка на капиталъ для учрежденiя премiи и медали имени Н. М. Пржевальскаго достигла во всей Россiи до 8000 р. По подписному листу (№ 327) при редакціи „Вѣстника Оп. Физики и Эл. Математики“ поступили пожертвованiя отъ: 6) Н. П. Соколова—2 р, 7) Ф. Ю. Макона—1 р., 8) А. Плетнева (въ Спб.)—1 р. 60 к.; всего вмѣстѣ съ прежними**)—25 р. 60 коп.—Пріемъ пожертвованiй продолжается

◆ Умерли: 1) Густавъ Адольфъ Гирнъ, извѣстный французскiй ученый, теоретическiй и опытный изслѣдованiе котораго въ области механической теорiи тепла пріобрѣлъ всемірную извѣстность.

2) Людвигъ Пачинотти (род. 1808 г.) проф. физики въ Пизѣ, изобрѣтатель колеобразнаго индуктора, послужившаго прототипомъ индукторовъ большинства динамо-машинъ.

III.

*) Быть можетъ число это увеличилось новыми членами послѣ засѣданiя 7-го янв.; достовѣрныхъ свѣдѣнiй на этотъ счетъ не имѣемъ.

**) См. № 76 „Вѣстника“, стр. 62, сем. VII.

ЗАДАЧИ.

(Вторая серия).

№ 1. Путешественник 4 часа взбирался на вершину горы, идя ровным шагом и не останавливаясь. Наклонъ его пути былъ въ среднемъ $=30^\circ$, а средняя скорость ходьбы 17 м. въ минуту. Спрашивается сколько въсѣтъ путешественникъ, если извѣстно, что совершаемая имъ въ каждую секунду, при этомъ восхожденіи, средняя работа составляетъ 9,35 килограмметра, и если его платье и провизія, которую онъ несъ съ собою, въсѣтъ 6 кгр.?

III.

№ 2. Число текушаго 1890 года имѣтъ между прочимъ такое свойство, что какъ въ немъ, такъ и въ его половинѣ (945) число сотенъ въ 5 разъ меньше десятковъ съ единицами. Показать, что при нашемъ счетѣ лѣтъ такое свойство уже болѣе не повторится, и найти періодъ, черезъ который оно повторялось прежде, считая отъ Рождества Христова.

III.

№ 3. Показать, что если

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{b-c}{b+c} = \frac{c-a}{c+a},$$

то

$$16a + 11b + 15c = 0.$$

(Займств.) Я. Тепляковъ.

№ 4. Определить a изъ уравненія

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x.$$

Я. Тепляковъ.

№ 5. Требуется построить четырехугольникъ такъ, чтобы его вершины лежали на четырехъ данныхъ прямыхъ (при чемъ противоположныя вершины должны находиться на противоположныхъ прямыхъ), и чтобы его діагонали пересѣкались въ данной точкѣ и дѣлились въ ней въ отношеніяхъ $\frac{m}{n}$ и $\frac{p}{q}$.

Исследовать задачу по отношенію къ положенію данной точки и взаимному расположенію данныхъ прямыхъ.

С. Кричевскій (Ромны).

№ 6. На прямой $AB=d$, какъ на діаметрѣ, описана полуокружность. Въ произвольной точкѣ діаметра C возставленъ къ нему перпендикуляръ CD до пересѣченія съ полуокружностью въ точкѣ D . На прямой CD , какъ на діаметрѣ, описана окружность, къ которой проведены изъ точекъ A и B двѣ касательныя, касающіяся окружности соответственно въ точкахъ E и F , и пересѣкающіяся при продолженіи въ точкѣ H . Определить длину отрезка $HE=HF$.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 7. Показать, что во всякомъ правильномъ $3m$ -угольникѣ разность между m -ой и $(m-2)$ -ой діагоналями равняется сторонѣ, разность между $(m+1)$ -ой и $(m-3)$ -ей діагоналями равняется 1-ой діагонали, разность между $(m+2)$ -ой и $(m-4)$ -ой діагоналями равняется 2-ой діаг. и т. д., а $(m-1)$ -ая діагональ равна сторонѣ правильного треугольника, вписаннаго въ тотъ же кругъ, въ который можетъ быть вписанъ и данный $3m$ -угольникъ. *П. Свѣицковъ* (Троицкъ).

NB. Эта задача представляетъ обобщеніе задачи № 470 (см. „Вѣстникъ“ № 70, стр. 214, сем. VI).

Упражненія для учениковъ.

1. Катеты BA , CA прямоугольнаго треугольника ABC продолжены по порядку, такъ, что $AC_1=AC$ и $AB_1=AB$; точки B_1 и C_1 соединены прямой. Пусть AM медиана и AN высота треугольника ABC ; усмотрѣть слѣдующія свойства составленной фигуры:

а) Продолженіе AN_1 медианы MA служить высотой треугольнику AB_1C_1 , и продолженіе AM_1 высоты NA_1 служить медианой треугольнику AB_1C_1 ; другими словами: каждая изъ группъ точекъ: M , A , N_1 ; N , A , M_1 —лежитъ на прямой.

б) Точки: M , N , N_1 , M_1 лежатъ на окружности; центръ K этой окружности есть середина отрезка MM_1 .

2. Пусть прямая, параллельная B_1C_1 , встрѣчаетъ, по порядку, въ точкахъ B_2 , C_2 продолженные катеты CA , BA . Сохранятся ли относительно подобныхъ треугольниковъ AB_2C_2 , ABC , свойства, указанные относительно равныхъ треугольниковъ AB_1C_1 , ABC ?

3. Въ окружность O (т. е. въ окружность, центръ которой точка O) вписанъ четырехугольникъ $BCDE$, діагонали BD и CE пересѣкаются подъ прямымъ угломъ въ точкѣ A ; точка A соединена съ серединами M_1 , M_2 , M_3 , M_4 сторонъ четырехугольника, точка A проектирована на стороны четырехугольника: H_1 , H_2 , H_3 , H_4 ,—эти проекціи. Доказать, что: 1) всѣ восемь точекъ: M_1 , M_2 , M_3 , M_4 , H_1 , H_2 , H_3 , H_4 лежатъ на одной окружности; 2) центръ K этой окружности совпадаетъ съ серединою отрезка OA .

4. Если соединить послѣдовательно точки H_1 , H_2 , H_3 , H_4 предыдущей фигуры, то получится четырехугольникъ $H_1H_2H_3H_4$. Доказать, что прямые: AN_1 , AN_2 , AN_3 , AN_4 дѣлятъ пополамъ углы этого четырехугольника, или, другими словами, что въ четырехугольникъ $H_1H_2H_3H_4$ можетъ быть вписана окружность, центръ которой совпадаетъ съ точкой A .

5. На сторонахъ прямоугольнаго треугольника ABC , гипотенуза котораго BC , построены квадраты: $BCDE$, $CAFG$, $ABHN$; точки: K_1 , K_2 , K_3 —центры этихъ квадратовъ; усмотрѣть слѣдующее:

а) Точки: G , K_2 , A , K_3 , N лежатъ на одной прямой;

- б) точки: A, B, K_1, C лежать на одной окружности;
 в) прямая AK_1 перпендикулярна къ прямой K_2K_3 ;
 г) прямая AK_1 равна прямой K_2K_3 ;
 е) продолженіе прямой AK_1 проходить чрезъ точку L пересѣченія прямыхъ: DL, EL , изъ которыхъ первая параллельна катету AB , вторая—катету AC .

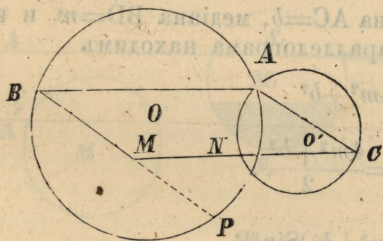
6. Если соединить прямой точки F и N предыдущей фигуры, то можно усмотрѣть на ней четыре совмѣстимыхъ четырехугольника; требуется указать ихъ и спрашивается, нельзя ли непосредственно воспользоваться составленной фигурой для доказательства того извѣстнаго предложенія, что квадратъ, построенный на гипотенузѣ прямоугольнаго треугольника, равномѣренъ суммѣ квадратовъ, построенныхъ на его катетахъ?

А. Гольденбергъ (Спб.) *).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 411. Въ точкѣ пересѣченія A двухъ данныхъ окружностей помѣщена вершина даннаго угла, стороны котораго пересѣкаютъ окружности соотвѣтственно въ точкахъ B и C . На AB и AC построены параллелограмъ, четвертая вершина котораго есть M . Найти геометрическое мѣсто точки M при вращеніи параллелограмма съ постояннымъ угломъ A около вершины A .

Разсмотримъ параллелограмъ въ положеніи $ABCM$ (фиг. 9). Стороны BM и CM будутъ пересѣкать окружности въ постоянныхъ точкахъ P и N , потому что дуги AP и AN



постоянныя, такъ какъ на нихъ опираются вписанные углы ABM и ACN , изъ которыхъ каждый равенъ $180^\circ - \angle A$. Уголъ при вершинѣ $M = \angle A$ и стороны его, при вращеніи параллелограмма около A должны проходить черезъ двѣ постоянныя точки N и P . Слѣдовательно геометрическимъ мѣстомъ вершины M будетъ окружность, проходящая черезъ точки N и P , дуга которой, расположенная по другую сторону прямой NP относительно точки A , должна вмѣщать уголъ $= \angle A$.

Н. Николаевъ (Пенза), П. Свѣшниковъ (Троицкъ). Ученикъ Саратов. р. уч. (5) С. III.

№ 438. Выраженіе

$$A = \frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \dots + \sin(2n+1)x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \dots + \cos(2n+1)x}$$

*) Перепечатано изъ „Педаг. Сборн.“ (за 1888 г.) съ разрѣшенія автора.

гдѣ n есть какое нибудь цѣлое число, представить въ видѣ удобномъ для логарифмированія.

Разсмотримъ отдѣльно числитель и знаменатель даннаго выраженія. Извѣстно, что

$$2\sin x \cdot \sin(2k+1)x = \cos 2kx - \cos 2(k+1)x;$$

полагая здѣсь k послѣдовательно равнымъ 0, 1, 2,, n и складывая полученные равенства, найдемъ:

$$2\sin x [\sin x + \sin 3x + \dots + \sin(2n+1)x] = 1 - \cos 2(n+1)x,$$

отсюда

$$\sin x + \sin 3x + \dots + \sin(2n+1)x = \frac{2\sin^2(n+1)x}{2\sin x}.$$

Примѣняя подобный же приемъ къ формулѣ

$$2\sin x \cdot \cos(2k+1)x = \sin 2(k+1)x - \sin 2kx,$$

получимъ

$$\cos x + \cos 3x + \dots + \cos(2n+1)x = \frac{\sin 2(n+1)x}{2\sin x}.$$

Слѣдовательно

$$A = \frac{\frac{2\sin^2(n+1)x}{2\sin x}}{\frac{\sin 2(n+1)x}{2\sin x}} = \operatorname{tg}(n+1)x.$$

С. Блажко (Москва). Ученики: 1-й Спб. г. (8) А. К., Могил. г. (8) Л. Э.

№ 474. Рѣшить треугольникъ, зная основаніе, медиану его и противолежащій уголъ.

Пусть въ треугольникѣ ABC сторона $AC=b$, медиана $BD=m$ и извѣстенъ уголъ B. Дополняя \triangle -къ до параллелограмма находимъ

$$2AB^2 + 2BC^2 = 4m^2 + b^2$$

или

$$\frac{b^2 \sin^2 A}{\sin^2 B} + \frac{b^2 \sin^2 C}{\sin^2 B} = \frac{4m^2 + b^2}{2}.$$

Отсюда

$$\sin^2 A + \sin^2 C = \frac{(4m^2 + b^2) \sin^2 B}{2b^2}.$$

Присоединяя къ этому уравненію еще уравненіе

$$A + C = 180^\circ - B,$$

опредѣлимъ углы. Дальнѣйшее рѣшеніе очевидно.

Н. Николаевъ (Пенза), П. Сѣмикиновъ (Троицкѣ), Н. Пастуховъ (Пермь).
Ученикъ Мог.-Под. р. уч. (5) Н. Т.

Обложка
щется

<http://vofem.ru>

Обложка
щется

<http://vofem.ru>