№ 47.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕМЪ УЧЕН. КОМИТ. МИН. НАРОДН. ПРОСВ.

РЕКОМЕНДОВАНЪ

для пріобрѣтенія: а) въ фундаментальныя и ученическія библіотеки мужскихъ гимназій, прогимназій и реальныхъ училищъ; б) въ библіотеки учительскихъ институтовъ, семинарій, женскихъ гимназій и городскихъ училищъ.

IV Семестра № 11-й.

КІЕВЪ.
Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.
1888.

СОДЕРЖАНІЕ № 47.

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ

„ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ“

(съ 20-го августа 1886 года)

выходитъ книжками настоящаго формата, не менѣе 24 стр. каждая, съ рисунками и чертежами въ текстѣ, **три раза въ мѣсяцъ,** исключая каникулярнаго времени, по 12 №№ въ полугодіе, считая таковыя съ 15-го января по 15-ое мая и съ 20-го августа по 20-ое декабря.

Подписная цѣна съ пересылкою:

на годъ—всего 24 №№ . . . . . **6 рублей** | **на одно полугодіе**—всего 12 №№—**3 рубля**

Книжнымъ магазинамъ 5% уступки.

Журналъ издается по полугодіямъ (семестрамъ), и на болѣе короткій срокъ подписка не принимается.

Текущіе №№ журнала отдѣльно не продаются. Нѣкоторые изъ разрозненныхъ №№ за истекшія полугодія, оставшіеся въ складѣ редакціи, продаются отдѣльно по 30 коп. съ пересылкою.

Комплекты №№ за истекшія полугодія, сброшюрованные въ отдѣльные тома, по 12-ти №№ въ каждомъ, продаются по 2 р. 50 к. за каждый томъ (съ пересылкою).

Книжнымъ магазинамъ 20% уступки.

За перемѣну адреса приплачивается всякій разъ 10 коп. марками.

Въ книжномъ складѣ редакціи, кромѣ собственныхъ изданій (всегда помѣченныхъ монограмой издателя) и изданій бывшей редакціи „Журнала Элементарной Математики“ (Проф. В. П Ермакова), имѣются для продажи сочиненія многихъ русскихъ авторовъ, относящіяся къ области математическихъ и физическихъ наукъ. Каталоги печатаются на оберткѣ журнала.

На собственныхъ изданіяхъ книгъ и брошюръ редакція дѣлаетъ 30% уступки книжнымъ магазинамъ и лицамъ, покупающимъ не менѣе 10-ти экземпляровъ.

На оберткѣ журнала печатаются

ЧАСТНЫЯ ОБЪЯВЛЕНІЯ

о книгахъ, физическихъ, химическихъ и др. приборахъ, инструментахъ, учебныхъ пособіяхъ и пр.

на слѣдующихъ условіяхъ:

За всю страницу . . . . 6 руб.	За 1/3 страницы . . . . 2 руб
„ 1/2 страницы . . . . 3 руб.	„ 1/4 страницы . . . . 1 р. 50 к.

При повтореніи объявленій взымается всякій разъ половина этой платы. Семестровыя объявленія—печатаются съ уступкою по особому соглашенію.

Объявленія о новыхъ сочиненіяхъ или зданіяхъ, присылаемыхъ въ редакцію для рецензіи или библіографическихъ отчетовъ, печатаются одинъ разъ безплатно.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 47.

IV Сем. 5 Мая 1888 г. № 11.

Абсолютные размѣры молекулъ.

По современнымъ воззрѣніямъ на строеніе матеріи, каждое тѣло представляетъ изъ себя совокупность огромнаго числа мельчайшихъ, физически недѣлимыхъ частицъ, которымъ присвоено названіе физическихъ молекулъ. Частицы эти на столько малы, что онѣ не поддаются пока никакимъ непосредственнымъ измѣреніямъ и не были до сихъ поръ никѣмъ усмотрѣны, даже при посредствѣ самыхъ сильныхъ микроскоповъ. Молекулы тѣмъ не менѣе не суть безконечно малыя величины, а имѣя реальное существованіе, должны поэтому обладать и нѣкоторыми вполнѣ *опредѣленными* размѣрами. Измѣрить непосредственно величину молекулъ нѣтъ пока никакой возможности, но, не смотря на это, многими учеными были сдѣланы разныя попытки получить, хотя косвеннымъ путемъ, нѣкоторыя указанія объ абсолютныхъ размѣрахъ этихъ мельчайшихъ частицъ; и, не взирая на различіе употребленныхъ пріемовъ и всѣхъ, вообще говоря, трудностей подобнаго рода изысканій, результаты этихъ попытокъ опредѣленія абсолютнаго діаметра молекулъ въ общихъ чертахъ хорошо согласуются между собою. Правда, числа, данныя различными наблюдателями, часто значительно отличаются другъ отъ друга, что впрочемъ совершенно и естественно, но всѣ эти результаты согласуются однако въ томъ, что даютъ для діаметра молекулъ величины болѣе или менѣе того-же самаго порядка малости. Общій выводъ, который изъ всѣхъ этихъ наблюденій можно сдѣлать, тотъ, что діаметръ молекулъ разныхъ тѣлъ равенъ, вообще говоря, *нѣсколькимъ стомилліоннымъ долямъ сантиметра*.

Я не намѣренъ въ этой замѣткѣ разбирать достоинства всѣхъ этихъ опредѣленій, но хочу только обратить вниманіе на одинъ способъ, основанный на кинетической теоріи газовъ, которымъ въ послѣднее время весьма удачнымъ образомъ воспользовался проф. Franz Exner*) для опредѣленія абсолютнаго діаметра молекулъ разныхъ газообразныхъ тѣлъ. Работа проф. Exner'а заслуживаетъ по моему мнѣнію особеннаго вниманія.

Чтобы лучше уяснить себѣ въ чемъ именно заключается этотъ способъ, обратимся къ основаніямъ кинетической теоріи газовъ и возьмемъ для этого нѣкоторую массу какого-нибудь газа, занимающаго при данныхъ условіяхъ давленія и температуры нѣкоторый объемъ V. Хотя взятый объемъ газа и кажется намъ въ равновѣсіи, но тѣмъ не менѣе надо по вышеупомянутой теоріи разсматривать всѣ молекулы газа, какъ находящіяся не въ покоѣ, а напротивъ, въ постоянномъ движеніи по всѣмъ возможнымъ направленіямъ, при очень значительныхъ, вообще говоря, поступательныхъ скоростяхъ. Молекулы газа, имѣя такимъ образомъ самыя разнообразныя движенія, постоянно сталкиваются между собою, вслѣдствіе упругости отскакиваютъ затѣмъ другъ отъ друга, ударяются, напримѣръ, о стѣнки сосуда (въ который газъ заключенъ), производя то дѣйствіе, которое мы называемъ давленіемъ газа, отскакиваютъ отъ стѣнокъ назадъ, снова сталкиваются между собою и т. д. Тотъ путь, который каждая молекула описываетъ между двумя послѣдующими ударами о смежныя молекулы, вообще говоря очень малъ, не смотря на то, что поступательная скорость движенія частицъ очень значительная. Если взять среднюю величину пути, описываемаго разными молекулами между двумя послѣдующими ударами о сосѣднія молекулы, то получимъ то, что называется среднимъ путемъ молекулы разсматриваемаго газа при данныхъ опредѣленныхъ условіяхъ. Обозначимъ этотъ средній путь черезъ l. Эта величина l можетъ быть опредѣлена, пользуясь выводами той-же кинетической теоріи газовъ, изъ наблюденій надъ диффузіей, или треніемъ, или теплопроводностью газовъ. Болѣе надежными въ этомъ отношеніи надо признать наблюденія надъ диффузіей.

Вслѣдствіе того, что молекулы газа находятся въ постоянномъ движеніи, для котораго очевидно требуется нѣкоторое свободное мѣсто, тотъ объемъ, который онѣ въ дѣйствительности занимаютъ или, выражаясь точнѣе, объемъ, заполненный самимъ веществомъ даннаго тѣла, долженъ очевидно быть меньше чѣмъ V. Назовемъ этотъ дѣйствительный объемъ молекулъ газа черезъ V' и обозначимъ отношеніе $\frac{V'}{V}$ черезъ q. Тогда,

*) Exner's Repertorium. Bd. XXI. 1885.

взявъ въ основанiе гипотезу Maxwell'я, по которой, не только поступательныя движенiя молекулъ газа могутъ имѣть всѣ возможныя направленiя въ пространствѣ, но и самыя скорости этихъ поступательныхъ движенiй могутъ имѣть всѣ возможныя значенiя отъ 0 до ∞, кинетическая теорiя газовъ даетъ слѣдующую чрезвычайно простую зависимость между величинами l и q и искомымъ дiаметромъ молекулы s.

$$s = 6.\sqrt{2}.l.q.$$

Длина l, какъ мы видѣли, можетъ быть опредѣлена изъ наблюденiй надъ диффузiей газовъ; все-же затрудненiе заключается въ опредѣленiи величины q.

Уже Stefan*) въ 1873 году воспользовался этой формулой для опредѣленiя дiаметра молекулы эфира и сѣроуглерода**). Чтобы опредѣлить неизвѣстную величину q, онъ сдѣлалъ допущенiе, что молекулы тѣла, когда оно находится въ жидкомъ состоянiи, такъ плотно прилегаютъ другъ къ другу, что вполнѣ заполняютъ весь видимый объемъ, занимаемый жидкостью. При этомъ допущенiи легко видѣть, что величина q равна просто отношенiю плотностей даннаго тѣла въ газообразномъ и жидкомъ состоянiяхъ.

Stefan такимъ образомъ получилъ:

для эфира	$s = 0{,}000000089$ центим.
для сѣроуглерода	$s = 0{,}000000073$ „

Однако предположенiе, сдѣланное Stefan'омъ и положенное въ основанiе этихъ вычисленiй, очевидно можно допустить въ первомъ лишь приближенiи; величина q на самомъ дѣлѣ должна быть меньше, поэтому и вычисленные дiаметры молекулъ эфира и сѣроуглерода на самомъ дѣлѣ слишкомъ велики.

Но, не смотря на эту неточность, такiя вычисленiя имѣютъ не маловажное значенiе, такъ какъ они опредѣляютъ по крайней мѣрѣ высшiй предѣлъ для величины дiаметра молекулъ разныхъ тѣлъ. Руководствуясь этими соображенiями, O. E. Meyer вычислилъ***) по указанному способу дiаметры молекулъ разныхъ тѣлъ и получилъ слѣдующiе результаты:

---

*) I. Stefan. Versuche über Verdampfung. Wiener Berichte. Bd. LXVIII. II Ab. 1873.

**) Еще раньше Stefan'a Lodschmidt (Wiener Berichte Bd. LII 1865) пользовался этой формулой для опредѣленiя дiаметра молекулъ.

***) O. E. Meyer. Die Kinetische Theorie der Gaze: s. 226. Breslau 1877.

ВЕЩЕСТВО.	Діам. молекулы s.
Вода (H_2O)	44.10^{-9} цент.
Амміакъ (NH_3)	45.10^{-9} „
Сѣроводородъ (SH_2)	89.10^{-9} „
Угольный ангидридъ (CO_2)	114.10^{-9} „
Закись азота (N_2O)	118.10^{-9} „
Ціанъ (C_2N_2)	96.10^{-9} „
Сѣрнистый ангидридъ (SO_2)	80.10^{-9} „
Хлоръ (Cl_2).	96.10^{-9} „

Теперь обратимся къ работѣ Exner'а.

Этому ученому пришла счастливая мысль воспользоваться для опредѣленія величины q формулой, выведенной Clausius'омъ для діэлектрической постоянной (k) какого-нибудь изолятора. По Clausius'у:

$$k=\frac{1+2q}{1-q}.$$

Замѣтимъ однако, что эта формула справедлива только для шарообразной формы молекулъ даннаго діэлектрика.

Опредѣленіе величины k для разныхъ газовъ не представляетъ въ сущности особенныхъ затрудненій, но оказывается, что на самомъ дѣлѣ этого совсѣмъ и не требуется, а можно просто замѣнить діэлектрическую постоянную k показателемъ преломленія среды n, такъ какъ по электромагнитной теоріи свѣта Maxwell'я k просто равно n^2. Правда, что эта теорія далеко не оправдывается на всѣхъ тѣлахъ, но для газовъ, какъ доказали опыты Boltzmann'а, ее можно признать совершенно справедливой. Показатель преломленія разныхъ веществъ представляетъ-же вообще говоря очень подробно и обстоятельно изслѣдованный физическій элементъ, а потому является полное преимущество ввести эту величину въ формулу Clausius'а вмѣсто менѣе изслѣдованной діэлектрической постоянной k.

Мы получаемъ такимъ образомъ слѣдующее простое выраженіе для извѣстной величины q:

$$q=\frac{n^2-1}{n^2+2}.$$

Пользуясь именно этимъ остроумнымъ способомъ вычисленій, Exner и опредѣлилъ, (пользуясь для опредѣленія средняго пути молекулъ l главнымъ образомъ наблюденіями надъ диффузіей газовъ), діаметры молекулъ разныхъ тѣлъ и получимъ слѣдующіе результаты:

ВЕЩЕСТВО.	Діам. молекулы s.
Воздухъ *)	$10.10^{\ 9}$ цент.
Вода (H_2O)	9.10^{-9} „
Амміакъ (NH_3)	$16\ 10^{-9}$ „
Сѣроводородъ (SH_2)	22.10^{-9} „
Угольный ангидридъ (CO_2)	$13.10^{\ 9}$ „
Закись азота (N_2O)	12.10^{-9} „
Ціанъ (C_2N_2)	19.10^{-9} „
Сѣрнистый ангидридъ (SO_2)	$17.10^{\ 9}$ „
Хлоръ (Cl_2)	19.10^{-9} „
Азотъ (N_2)	17.10^{-9} „
Водородъ (H_2)	10.10^{-9} „

Всѣ эти числа значительно меньше чиселъ, вычисленныхъ O. E. Meyer'омъ, какъ это по вышеуказанной причинѣ и слѣдовало ожидать. Кромѣ того поражаетъ здѣсь замѣчательное постоянство всѣхъ этихъ данныхъ, что должно указывать на то, что молекулы разныхъ газообразныхъ тѣлъ имѣютъ всѣ почти тѣ-же самые размѣры.

Зная величину q для разныхъ тѣлъ, а также и ихъ удѣльный вѣсъ d (относительно воды), можно легко получить и *истинный* удѣльный вѣсъ d' разсматриваемаго вещества, т. е. удѣльный вѣсъ самого вещества молекулы.

Очевидно $d' = \frac{d}{q}$.

Любопытные результаты подобныхъ вычисленій, произведенныхъ также Exner'омъ, приведены въ слѣдующей таблицѣ:

ВЕЩЕСТВО.	d.	q.	Истинный уд. вѣсъ $d'(H_2O=1)$.
Водородъ (H_2)	$8{,}9.10^{-5}$	$8{,}7.10^{-5}$	1,02
Метанъ (CH_4).	72.10^{-5}	31.10^{-5}	2,32
Этиленъ (C_2H_4)	126.10^{-5}	$44\ 10^{\ 5}$	2,86
Амміакъ (NH_3).	76.10^{-5}	26.10^{-5}	2,92
Сѣроводородъ (SH_2)	152.10^{-5}	43.10^{-5}	3,54
Вода (H_2O)	80.10^{-5}	17.10^{-5}	4,71
Хлористоводород кис. ($Cl.H.$)	162.10^{-5}	30.10^{-5}	5,40

*) Молекулу воздуха надо разсматривать, какъ нѣчто среднее между молекулой кислорода и азота.

ВЕЩЕСТВО.	*d.*	*q.*	Истинный уд. вѣсъ d'.(H_2O).
Воздухъ.	129.10^{-5}	17.10^{-5}	7,58
Окись углерода (CO)	125.10^{-5}	23.10^{-5}	5,44
Угольный ангидридъ (CO_2) .	197.10^{-5}	31.10^{-5}	6,36
Окись азота (NO)	134.10^{-5}	20.10^{-5}	6,70
Закись азота (N_2O).	196.10^{-5}	33.10^{-5}	6,00
Хлоръ (Cl_2)	319.10^{-5}	51.10^{-5}	6,26
Сѣра (S_4)	575.10^{-5}	108.10^{-5}	5,32
Фосфоръ (P_4)	561.10^{-5}	91.10 ^{5}	6,16
Азотъ (N_2)	126.10^{-5}	20.10^{-5}	6,30
Кислородъ (O_2)	142.10^{-5}	18.10^{-5}	7,89
Ціанъ (C_2N_2)	233.10^{-5}	56.10^{-5}	4,16
Сѣрнистый ангидридъ (SO_2) .	290.10^{-5}	44.10^{-5}	6,59
Ртуть (Hg)	900.10^{-5}	37.10^{-5}	24,32

Эта таблица показываетъ, напримѣръ, что истинный удѣльный вѣсъ водорода почти равенъ наблюдаемому удѣльному вѣсу воды, а истинный удѣльный вѣсъ кислорода—наблюдаемому удѣльному вѣсу желѣза.

Знаніе истинныхъ удѣльныхъ вѣсовъ разныхъ тѣлъ можетъ со временемъ оказаться очень важнымъ, такъ какъ оно даетъ возможность сдѣлать совершенно новую группировку тѣлъ, располагая ихъ въ ряды по возрастающимъ или убывающимъ плотностямъ составляющихъ ихъ молекулъ. Кромѣ того особенность характера полученныхъ въ этомъ отношеніи результатовъ можно считать весьма важнымъ и вѣскимъ аргументомъ въ пользу величественной и заманчивой гипотезы о единствѣ матеріи. Дѣйствительно теорія единства матеріи всегда затруднялась объяснить громадную разницу между удѣльными вѣсами разныхъ тѣлъ, чему примѣромъ можетъ служить, напримѣръ, водородъ и ртуть. Обыкновенный удѣльный вѣсъ водорода 0,000088, а ртути 13,6, т. е. въ 150000 разъ больше, теперь-же стоитъ только взглянуть на приведенную табличку, чтобы видѣть, что *истинный* удѣльный вѣсъ ртути всего только въ 24 раза больше *истиннаго-же* удѣльнаго вѣса водорода, что уже представляетъ значительно меньшую разницу. Но, если еще обратить вниманіе на то, что формула Clausius'а, которая и послужила основаніемъ для всѣхъ этихъ вычисленій, справедлива только для шарообразной формы молекулъ, для другой-же формы частицъ должна получиться и другая величина для q, то является довольно правдоподобнымъ предположеніе, что и остающіяся разницы между истинными удѣльными вѣсами разныхъ тѣлъ можно на самомъ дѣлѣ объяснить не различной плотностью матеріи, а скорѣе различной группировкой самихъ составляющихъ атомовъ въ физической молекулѣ даннаго вещества *).

Въ заключеніе упомяну еще объ одномъ совершенно новомъ опредѣленіи діаметра молекулы серебра. Основаніе способа, послужившаго для этого опредѣленія, не имѣетъ ничего общаго съ кинетической теоріей газовъ, а относится всецѣло къ области оптики. Авторъ этого изслѣдованія, докторъ O. Wiener **), бывшій ассистентъ проф. Кундта, опредѣляетъ высшій предѣлъ величины діаметра молекулы серебра въ 2 стомилліонныя доли центиметра.

Б. Голицынъ (Страсбургъ).

Рѣшеніе нѣкоторыхъ геометрическихъ вопросовъ изъ теоріи затмѣній.

*(Окончаніе ***)*.

IV.

Приведенныя выше формулы и таблички показываютъ ходъ уменьшенія свѣта солнца или луны въ зависимости отъ разстоянія между центрами свѣтящагося круга и заслоняющаго его темнаго круга. Не слѣдуетъ однако думать, что эти числа прямо показываютъ ходъ уменьшенія свѣта съ теченіемъ *времени*. Послѣднее имѣетъ мѣсто только въ томъ случаѣ, когда во время затмѣнія центръ круга заслоняющаго движется по прямой, соединяющей центры обоихъ круговъ. Для солнечныхъ затмѣній это имѣетъ мѣсто для центральной линіи затмѣнія, а въ лунныхъ затмѣніяхъ бываетъ только тогда, когда центръ круга тѣни земли проходитъ въ теченіе затмѣнія черезъ центръ луны, что, собственно говоря, въ строгости никогда не исполняется.

Мы выведемъ ниже ходъ убыванія свободной площади солнца или луны съ теченіемъ времени, для нецентральнаго затмѣнія, но сперва рѣшимъ другую задачу теоріи затмѣній,—найдемъ для затмѣнія солнца зависимость между разстояніемъ даннаго пункта земной поверхности отъ

*) Физическая молекула разныхъ газовъ можетъ быть на самомъ дѣлѣ содержитъ гораздо больше атомовъ, чѣмъ мы обыкновенно считаемъ. Отдѣляющійся при химическихъ процессахъ *атомъ* представляетъ можетъ быть на самомъ дѣлѣ цѣлую группу атомовъ.

**) Annalen der Physik und Chemie. Bd. XXXI. 1887.

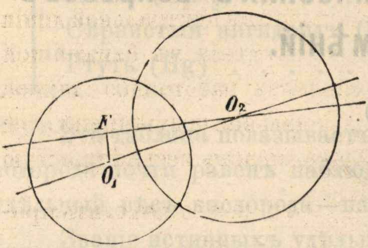
***) См. „Вѣстникъ“ № 45, IV сем. стр. 218.

центральной линіи затмѣнія и продолжительностью полной формы затмѣнія для этого пункта.

Такъ какъ продолжительность затмѣній солнца весьма невелика, то можно принять съ достаточною точностью, что относительное перемѣщеніе центровъ луны и солнца во время затмѣнія совершается по прямой линіи съ равномѣрною скоростью.

Пусть относительное перемѣщеніе центра O_2 одного круга совершается по прямой линіи O_2F, не проходящей черезъ центръ O_1 второго круга (фиг. 51); пространство, проходимое по прямой O_2F точкою O_2 въ единицу времени, мы означимъ черезъ k; въ теченіе t единицъ времени эта точка пройдетъ длину kt. Пусть t_0 есть моментъ середины затмѣнія, т. е. тотъ моментъ, когда O_2 совпадаетъ съ F. Разсмотримъ какое нибудь положеніе точки O_2 въ моментъ времени t, тогда имѣемъ

Фиг. 51.



$$O_1O_2=2d,\ O_2F=k(t-t_0)$$

а длину O_1F мы назовемъ черезъ c.

Изъ треугольника O_1O_2F имѣемъ

$$O_2F^2=O_1O_2{}^2-O_1F^2$$

т. е.

$$k^2(t-t_0)^2=(2d)^2-c^2,$$

а отсюда
$$t=t_0\pm\frac{1}{k}\sqrt{(2d)^2-c^2},$$

при чемъ верхній знакъ соотвѣтствуетъ какому нибудь моменту послѣ средины затмѣнія, нижній—до средины затмѣнія. Для второго и третьяго контактовъ получаемъ отсюда, принимая во вниманіе, что при внутреннемъ касаніи круговъ $2d$ обращается въ $R-r$,

$$t_2=t_0-\frac{1}{k}\sqrt{(R-r)^2-c^2},$$

$$t_3=t_0+\frac{1}{k}\sqrt{(R-r)^2-c^2}.$$

Продолжительность полнаго затмѣнія 2T, т. е. промежутокъ времени t_3-t_2 между вторымъ и третьимъ контактомъ, будетъ слѣдовательно

$$2T=2\frac{1}{k}\sqrt{(R-r)^2-c^2},$$

откуда
$$k^2T^2=(R-r)^2-c^2. \qquad (7)$$

Наибольшая продолжительность затмѣнія бываетъ для тѣхъ мѣстъ или въ тѣхъ случаяхъ, когда оно центральное, т. е. когда c обращается въ 0. Эта наибольшая продолжительность T_0 будетъ тогда

$$T_0=\frac{1}{k}(R-r). \qquad (8)$$

Продолжительность затмѣнія обращаемая въ 0, если c достигаетъ величины $R-r$, какъ непосредственно видно изъ равенства (7) и легко замѣтить и на геометрическомъ построеніи. Называя это наибольшее значеніе c черезъ c_0, имѣемъ

$$c_0 = R - r; \qquad (9)$$

изъ равенствъ (7), (8) и (9) получимъ, исключая изъ нихъ k и $(R-r)$ слѣдующее:

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 + \left(\frac{c}{c_0}\right)^2 = 1. \qquad (10)$$

Въ этомъ уравненіи T есть полупродолжительность затмѣнія для какого нибудь пункта, въ которомъ это затмѣніе усматривается какъ нецентральное т. е. (когда рѣчь идетъ о затмѣніи солнца) для какого нибудь пункта земной поверхности, лежащаго на полосѣ полнаго затмѣнія, но внѣ центральной линіи затмѣнія. T_0 есть полупродолжительность полнаго затмѣнія въ ближайшей точкѣ центральной линіи; c—длина, пропорціональная разстоянію данной точки отъ центральной линіи, а c_0—длина, пропорціональная полуширинѣ всей полосы полнаго затмѣнія. Уравненіе (10) устанавливаетъ весьма простую зависимость между отношеніями $\frac{T}{T_0}$ и $\frac{c}{c_0}$, по которой можно находить продолжительность полнаго затмѣнія для какой угодно точки полосы затмѣнія, зная продолжительность полной фазы на центральной линіи. Эта зависимость такая-же, какъ между синусомъ и косинусомъ одного и того-же угла, а именно *сумма квадратовъ отношеній* $\frac{T}{T_0}$ и $\frac{c}{c_0}$ *есть единица.*

На основаніи выведенной формулы (10) можно вычислить табличку, дающую величины $\frac{T}{T_0}$ въ зависимости отъ величинъ $\frac{c}{c_0}$. Такая табличка была приложена къ моимъ картамъ затмѣнія 7 августа (во второмъ изданіи ихъ). Воспроизвожу ее здѣсь въ нѣсколько иномъ видѣ.

ТАБЛИЦА IV.

Разстояніе отъ центральной линіи.	Продолжительн. полнаго затмѣнія.				
0.00	1.0000	0.30	0.9540	0.75	0.6615
0.05	0.9987	0.35	0.9368	0.80	0.6000
0.10	0.9950	0.40	0.9165	0.85	0.5268
0.15	0.9887	0.45	0.8930	0.90	0.4359
0.20	0.9798	0.50	0.8660	0.95	0.3122
0.25	0.9683	0.55	0.8352	1.00	0.0000
		0.60	0.8000		
		0.65	0.7599		
		0.70	0.7141		
				Продолжительн. полнаго затмѣнія.	Разстояніе отъ центральной линіи.

Пояснимъ употребленіе этой таблички или соотвѣтствующей ей формулы численнымъ примѣромъ. Городъ Вятка находится въ 63 верстахъ отъ центральной линіи солнечнаго затмѣнія 7 августа 1887 г., а ширина полуполосы полнаго затмѣнія въ этомъ мѣстѣ$=$90 верстамъ. Отсюда находимъ $\frac{c}{c_0}=\frac{63}{90}=0,7$ и изъ таблички, или, что все равно, изъ формулы (10), получаемъ $\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_0}=0,7141$, а такъ какъ продолжительность полной фазы затмѣнія въ ближайшей къ Вяткѣ точкѣ центральной линіи есть 166 секундъ (см. мою карту 2-ое изд.) то въ Вяткѣ продолжительность полнаго затмѣнія есть $2\mathrm{T}=166.0,7141=119$ секундъ. Изъ хода убыванія чиселъ таблички и изъ этого численнаго примѣра видно, что при небольшихъ разстояніяхъ отъ центральной линіи продолжительность полнаго затмѣнія измѣняется весьма мало; за то у предѣльныхъ линій, напротивъ, достаточно весьма небольшаго перемѣщенія, чтобы продолжительность полной фазы значительно измѣнилась.

V.

Разсужденія предыдущаго параграфа послужатъ намъ теперь къ рѣшенію вопроса, разсмотрѣніе котораго мы отложили выше,—а именно къ отысканію измѣненія свободной площади заслоняемаго свѣтила въ зависимости отъ времени. Въ § III мы вывели измѣненіе этой площади въ зависимости отъ разстоянія между центрами обоихъ круговъ, а въ § IV была выведена зависимость между величиною этого разстоянія и временемъ. Комбинируя оба результата, мы, очевидно, можемъ получать искомую зависимость между величиною q и временемъ t.

Въ томъ случаѣ когда затмѣніе центральное, величина $2d$ измѣняется пропорціонально времени, такъ что если бы мы въ табличкахъ I, или II, или III желали отмѣтить время, когда разстоянія между центрами обоихъ круговъ принимаютъ значенія, написанныя въ первомъ столбцѣ этихъ табличекъ, мы должны были бы написать рядъ равноотстоящихъ значеній отъ времени начала затмѣнія (когда $2d=r$ или $2d=\mathrm{R}+r$) до времени средины затмѣнія (когда $2d=0$). Если принять длину этого промежутка времени за 1, то написанныя значенія q будутъ соотвѣтствовать ряду значеній t, соотвѣтствующихъ промежуткамъ времени черезъ $\frac{1}{20}$ попродолжительности затмѣнія.

Но въ случаѣ нецентральнаго затмѣнія между t и $2d$ существуетъ зависимость

$$k^2t^2=(2d)^2-c^2$$

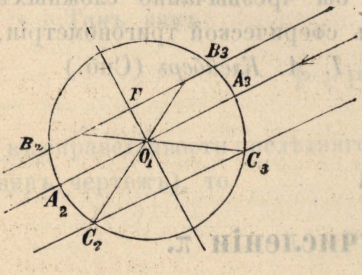
и мы приняли за 1 время t, соотвѣтствующее $2d = R + r$. Отсюда, при данномъ c, легко найти значенія t, соотвѣтствующія ряду значеній $2d$. Въ слѣдующей табличкѣ это вычисленіе сдѣлано для затмѣнія луны 16 Января 1888 г. Во время этого затмѣнія наименьшее разстояніе центровъ луны и земной тѣни было $=0{,}41$ радіуса луны. Отсюда находимъ, что заданныя въ табл. III величины q соотвѣтствуютъ слѣдующимъ значеніямъ t (при чемъ слѣдуетъ имѣть въ виду, что $t=0$ означаетъ середину затмѣнія, а $t=\pm 1$ начало или конецъ его)

$2d$	t	$2d$	t	$2d$	t
2.643	1.0000	1.943	0.6635	1.243	0.3225
2.543	0.9527	1.843	0.6152	1.143	0.2697
2.443	0.9049	1.743	0.5665	1.043	0.2186
2.343	0.8566	1.643	0.5178	0.943	0.1671
2.243	0.8083	1.543	0.4685	0.843	0.1160
2.143	0.7601	1.443	0.4193	0.743	0 0580
2.043	0.7118	1.343	0.3701	0.643	0.0000

VI.

Наконецъ разсмотримъ еще одинъ вопросъ, представляющійся въ теоріи затмѣній, а именно опредѣлимъ положеніе точекъ второго и третьяго контакта солнца и луны для какого нибудь пункта земной поверхности, не лежащаго на центральной линіи затмѣнія, изъ положенія этихъ точекъ на ближайшемъ пунктѣ центральной линіи.

Фиг 52.



Пусть A_2A_3 есть путь центра луны для центральной линіи, B_2B_3—для даннаго мѣста (фиг. 52). Тогда второй и третій контактъ будутъ лежать для центральной линіи на пути луны т. е. на діаметрѣ A_2A_3, а въ нѣкоторомъ разстояніи отъ центральной линіи контакты будутъ усматриваться въ точкахъ C_2 и C_3, положеніе которыхъ мы сейчасъ изслѣдуемъ.

Въ моментъ второго контакта центръ луны лежитъ на прямой B_2B_3 въ точкѣ O_2, разстояніе которой отъ точки контакта C_2 должно быть равно R, а радіусъ соединяющій O_2 съ C_2 долженъ проходить черезъ O_1; точно также въ моментъ третьяго контакта, положеніе O_2' центра луны будетъ на прямой B_2B_3, въ разстояніи $O_2'C_3$ равномъ R отъ точки C_3 третьяго контакта, при чемъ прямая $O_2'C_3$ проходитъ черезъ O_1. Положеніе *хорды контактовъ* C_2C_3 можно опредѣлять дугою $C_2B_2 = C_3B_3$ или угломъ $C_3O_1A_3 = C_2O_1A_2 = \alpha$. Найдемъ же величину этого угла. Изъ треугольника O_1O_2F имѣемъ

$$O_1F=O_1O_2\operatorname{Cos}O_2O_1F$$

или, такъ какъ O_1F есть c, а $O_1O_2=O_1C_2-O_1C_2=R-r$

$$c=(R-r)\operatorname{Cos}O_2O_1F=c_0\operatorname{Cos}O_2O_1F.$$

Но съ другой стороны

$$\angle O_2O_1F=90°-O_2O_1A_3=90°-A_2O_1C_2=90°-\alpha,$$

итакъ

$$c=c_0\operatorname{Sin}\alpha$$

т. е. синусъ дуги, выражающей разстояніе хорды контактовъ отъ параллельнаго ей діаметра, равенъ отношенію разстоянія даннаго пункта отъ центральной линіи къ полуширинѣ всей полосы затмѣнія.

Напр. въ Твери, отстоящей на 30 в. отъ центральной линіи,

$$\operatorname{Sin}\alpha=\frac{c}{c_0}=\frac{30}{180}=\frac{1}{6}$$

$$\alpha=9°,6.$$

Мы разсмотрѣли выше только тѣ вопросы, которые съ достаточною точностью рѣшаются посредствомъ элементарной геометріи, при чемъ въ приблизительномъ рѣшеніи нѣкоторыхъ вопросовъ мы пренебрегли вліяніемъ на результатъ кривизны земной поверхности и другими мелочными обстоятельствами, которыя въ приведенныхъ примѣрахъ не играютъ существенной роли. Вполнѣ строгій выводъ рѣшенія нѣкоторыхъ изъ разсмотрѣнныхъ нами задачъ потребовалъ бы чрезвычайно сложныхъ выкладокъ и широкаго употребленія формулъ сферической тригонометріи.

І. А. Клейберъ (Спб.)

Замѣтка

по поводу задачи о вычисленіи π.

Въ наиболѣе распространенныхъ учебникахъ геометріи для вычисленія π примѣняется способъ периметровъ, т. е. приближенная величина π вычисляется какъ периметръ правильнаго вписаннаго или описаннаго многоугольника, съ достаточно большимъ числомъ сторонъ, при радіусѣ окружности $=\frac{1}{2}$; при этомъ точность результата опредѣляется уже послѣ того какъ вычисленіе сдѣлано, такъ что заранѣе ученикъ не можетъ отвѣтить на вопросы:

1) Сколько сторонъ долженъ имѣть правильный многоугольникъ, чтобы периметръ его, при радіусѣ$=\frac{1}{2}$, давалъ число π съ точностью до $\frac{1}{10^m}$? и наоборотъ:

2) Съ какою точностью периметръ правильнаго многоугольника о n сторонахъ, при радіусѣ$=\frac{1}{2}$, равняется числу π?

Въ настоящей замѣткѣ мы дадимъ отвѣтъ на оба эти вопроса.

Обозначимъ черезъ r радіусъ окружности,

„ P и p периметры описан. и вписан. правильныхъ многуг. о n сторонахъ,

„ a апоѳему вписан. многоугольника; P', p', a' пусть имѣютъ тѣже значенія для многоугольника о $2n$ сторонахъ. Тогда

$$\frac{p}{P}=\frac{a}{r};$$

отсюда, по свойству пропорцій, получаемъ:

$$P-p=\frac{r-a}{r}P;$$

точно также

$$P'-p'=\frac{r-a'}{r}P'.$$

Такъ какъ

$$P'<P \text{ и } r-a'<\frac{1}{4}(r-a),$$

(въ справедливости послѣдняго неравенства читатель легко убѣдится, составивъ чертежъ), то

$$P'-p'<\frac{1}{4}(P-p). \tag{1}$$

Если P и p суть периметры правильныхъ описанныхъ и вписанныхъ 6-тиугольн. при радіусѣ окружности$=\frac{1}{2}$, а $P_1, p_1, P_2, p_2, \ldots P_n, p_n$ имѣютъ тѣ же значенія для многоугольниковъ, получаемыхъ изъ 6-ти угольниковъ чрезъ послѣдовательное удвоеніе числа сторонъ, такъ что P_n и p_n суть периметры многоугольника о $2^n.6$ сторонахъ, то

$$P-p<1,$$

и вслѣдствіе неравенства (1):

$$P_1 - p_1 < \frac{1}{4},$$

$$P_2 - p_2 < \frac{1}{4^2},$$

$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

$$P_n - p_n < \frac{1}{4^n}.$$

Слѣдовательно, чтобы вычислить π съ точностью $\frac{1}{10^m}$, достаточно для n взять такое цѣлое число, которое удовлетворяетъ условію:

$$\frac{1}{4^n} \leq \frac{1}{10^m};$$

отсюда, пользуясь логариѳмами съ основаніемъ 10, находимъ:

$$n \geq \frac{m}{\log 4};$$

такъ какъ $\log 4 > 0,6$, то получимъ въ окончательномъ выводѣ:

$$n \geq \frac{m}{0,6}.$$

На основаніи этого условія легко дать отвѣтъ на оба вопроса, поставленные въ началѣ замѣтки. Напр. полагая $m=5$, найдемъ $n=9$; т. е. чтобы получить π съ точностію $\frac{1}{10^5}$, нужно вычислить периметръ многоугольника о $2^9.6=3072$ сторонахъ. Принимия $n=7$, найдемъ $m=4$; т. е. периметръ правильнаго многоугольника о $2^7.6=768$ сторонахъ даетъ число π съ точностью до $\frac{1}{10^4}$.

Дм. Ефремовъ (Иваново-Вознесенскъ).

Научная хроника.

Астрономія.

Объ измѣняемости колецъ Сатурна. (Comptes Rendus, t. CVI, p. 464).

Въ 1884 г. Trouvelot своими наблюденіями Сатурна былъ приведенъ къ заключенію, „что кольца этой планеты далеко не постоянны и подвержены существеннымъ и постояннымъ измѣненіямъ.“ Астрономы обратили серьезное вниманіе на это явленіе, и теперь мы имѣемъ уже значительное число наблюденій, подтверждающихъ заключеніе Американскаго астронома. Въ настоящей замѣткѣ мы коснемся характера измѣненій колецъ Сатурна, какимъ онъ представляется по послѣднимъ наблюденіямъ Trouvelot за 1885, 1886 и 1887 годы.

Кольцо А. 20 Ноября 1885 г. узкая и блестящая зона этого кольца, граничащая съ раздѣломъ Кассини, была болѣе блестяща на западной дугѣ (anse). 18 Февраля 1886 г. эта же зона была болѣе широка на восточной дугѣ (anse).

Раздѣлъ Энке. Этотъ раздѣлъ, обыкновенно скорѣе похожій на легкое вдавленіе, на поверхностный желобокъ, чѣмъ на раздѣлъ въ полномъ смыслѣ, 20 Ноября 1885 г. былъ невидимъ на западной дугѣ (anse); на противоположной дугѣ (anse) онъ былъ видимъ только мѣстами и имѣлъ видъ неправильной пунктированной линіи. 1-го и 6-го Февраля 1886 г. онъ, хотя очень слабо, но былъ виденъ на обѣихъ дугахъ (anses); между тѣмъ какъ 9 и 18 числа того же мѣсяца онъ былъ видимъ только на восточной дугѣ и представлялся тонкой сѣроватой чертой, оттѣненной на краяхъ. 30 Декабря 1886 г. и 26 Января 1887 г. онъ былъ, хотя весьма слабо, но замѣтенъ на обѣихъ дугахъ, при чемъ помѣщался ближе къ раздѣлу Кассини, чѣмъ къ внѣшнему краю кольца А.

Кольцо В. Измѣненія, замѣченныя на этомъ кольцѣ, относятся преимущественно къ внутренней зонѣ его, сосѣдней съ кольцомъ С. Наблюденіе показываетъ, что эта зона темнѣе и рѣзче обозначена на внѣшнемъ своемъ краѣ, по мѣрѣ же приближенія къ темному кольцу (С) напряженность ея уменьшается. 20 Ноября 1885 г., равно какъ 1-го и 6-го Апрѣля 1886 г. эта зона, весьма хорошо замѣтная на обѣихъ дугахъ, была болѣе оттѣнена на западной, чѣмъ на противоположной части. 18 Февраля она была одинаково видима на обѣихъ дугахъ. 11 Марта и 30 Декабря того же года кольцо В имѣло тотъ же видъ, какъ въ 1884 г.; его видимая зона была узка и блестяща, а внутренняя, ясно различаемая, представлялась одинакой напряженности на обѣихъ дугахъ. 26 Января 1887 г. видъ послѣдней зоны измѣнился, и она казалась болѣе темной на восточной дугѣ, чѣмъ на западной.

Кольцо С. Измѣненія этого кольца не менѣе характерны. 20 Ноября 1885 г. оно было яснѣе видимо на восточной дугѣ, гдѣ оно имѣло сѣро-аспидную окраску, между тѣмъ какъ на западной дугѣ, оно представлялось темно-краснымъ. 21-го Ноября было почти тоже самое. Равнымъ образомъ 1-го и 30-го Декабря туманное кольцо яснѣе различалось на востокѣ, гдѣ цвѣтъ его былъ голубоватый, чѣмъ на западѣ, гдѣ оно имѣло красноватую окраску. Напротивъ 1, 6 и 9 Февраля 1886 г. оно яснѣе было видимо на западной дугѣ, чѣмъ на восточной. 30-го Ноября кольцо С представлялось отдѣленнымъ отъ кольца В темной полосой, которую можно было принять за раздѣлъ Струве.

Ив. Г—скій (Кіевъ).

Примѣчаніе. Извѣстно, что кольцо Сатурна, наблюдаемое посредствомъ сильныхъ инструментовъ представляется состоящимъ изъ трехъ колецъ: *наружнаго*, подобнаго ему *внутренняго*, лежащаго ближе къ планетѣ, и, наконецъ, самаго близкаго къ планетѣ *туманнаго*, которое кажется болѣе темнымъ, чѣмъ остальныя. На кольцахъ замѣтны круговыя полосы, какъ бы раздѣляющія ихъ на болѣе тонкія; эти полосы носятъ особыя названія—раздѣлъ Энке, Кассини и пр. Въ текстѣ буквою А обозначено наружное кольцо, В—внутреннее и С—туманное. Наиболѣе вѣроятную гипотезу строенія Сатурнова кольца представляетъ взглядъ, высказанный на этотъ предметъ въ прошломъ столѣтіи Кассини, а въ настоящее время развитый Максуэллемъ,—по которому кольцо состоитъ не изъ сплошной твердой или жидкой массы, а изъ роя спутниковъ планеты; эти спутники и промежутки между ними такъ малы, что не могутъ быть видимы въ астрономическія трубы; въ наружномъ и внутреннемъ кольцахъ они скучены, въ туманномъ же значительно разсѣяны, чѣмъ и обусловливается сравнительно темный цвѣтъ послѣдняго. Въ этой гипотезѣ и вращеніи колецъ вѣроятно, слѣдуетъ искать и объясненія изложенныхъ нами наблюденій Трувело. *Ив. Г—скій* (Кіевъ).

Физика.

Сжимаемость жидкостей при высокихъ давленіяхъ. (C. R. T. CV. p. 1120).

Амага изслѣдовалъ между 0° и 50° сжимаемость и расширеніе нѣкоторыхъ жидкостей въ предѣлахъ давленія отъ одной до 3000 атмосферъ. Изъ изслѣдованныхъ жидкостей вода представила ту особенность, что ея коэффиціентъ сжатія растетъ вначалѣ быстро съ повышеніемъ давленія; это увеличеніе коэффиціента уменьшается и наконецъ прекращается къ 2500 атмосферамъ. Можно думать, что при болѣе значительныхъ давленіяхъ коэффиціентъ сжатія будетъ убывать, какъ для другихъ жидкостей.

Приводимая таблица содержитъ средніе коэффиціенты сжатія сѣрнистаго углерода и сѣрнаго эфира между 0° и 50°, этиловаго спирта между 0° и 40°, и воды между указанными ниже предѣлами температуры.

Атмосферы:	1	500	1000	1500	2000	2500	3000
Эфиръ . .	0,001700	0,001118	0,000909	0,000772	0,000700	0,000631	0.000558
Сѣрнистый углеродъ .	1212	940	828	735	666	630	581
Спиртъ . .	1109	866	730	637	613	556	524
Вода.							
Между 0° до 10°	0,000012	0,000156	0,000250	0,000315	0,000352	0,000338	0,000383
„ 0° „ 30°	138	229	302	340	382	420	415
„ 0° „ 50°	236	295	347	383	408	428	413

В. З. (Кіевъ).

♦ **Вліяніе магнитизма на кристаллизацію. Дешармъ.** (*C. Decharme.* Lum. électr. 26 p. 69. 1887).

Первые опыты въ этомъ направленіи были сдѣланы *Jra Remsen;* послѣ него *Jüptner* замѣтилъ также съ растворомъ мѣднаго купороса, что отложеніе мѣди на тонкой желѣзной чашкѣ, находившейся на полюсѣ магнита, происходило очень незначительно и притомъ кругообразно толстыми и тонкими слоями.

Авторъ смѣшалъ растворъ свинцоваго сахара съ $^1/_5$ частью гуммиарабики и смѣсь, налитую на стеклянную пластинку, помѣстилъ на полюсъ сильнаго магнита. На полюсѣ образовывались маленькіе кристаллы, а дальше крупные. Южный полюсъ дѣйствовалъ нѣсколько слабѣе. Опыты съ двухромокаліевой солью показали слабыя скопленія около полюсовъ, и т. д. *Бхм.* (Цюрихъ).

Физическая геогр., метеорологія и пр.

Отъ метеорологической обсерваторіи Новороссійскаго Университета.

Въ № 86 „Правит. Вѣст." (отъ 19 апрѣля 1888 г.) помѣщено сообщеніе Главной Физической обсерваторіи, въ которомъ излагается эмпирическое правило для предсказанія ночныхъ охлажденій. Но это правило, какъ сказано въ сообщеніи, найдено для окрестностей Петербурга. Для сельскихъ хозяевъ и садоводовъ юга Россіи приводимъ здѣсь болѣе общій пріемъ. Ночныя охлажденія происходятъ, какъ извѣстно, вслѣдствіе того, что поверхность почвы, при ясномъ и безоблачномъ небѣ, теряетъ тепло путемъ лучеиспусканія къ холодному междупланетному пространству; пары воды, находящіеся въ слоѣ воздуха, прилегающемъ къ охлажденной поверхности почвы, постепенно приближаются къ состоянію насыщенія и, наконецъ, осаждаются въ формѣ росы или инея. Выдѣляющееся при образованіи росы скрытое тепло замедляетъ дальнѣйшее охлажденіе и предохраняетъ растительность отъ значительныхъ пониженій температуры. Все дѣло въ томъ, чтобы опредѣлить точку росы, т. е. температуру, при которой начнется сгущеніе находящихся въ воздухѣ паровъ. Для опредѣленія точки росы, наблюдатель долженъ быть снабженъ двумя термометрами; шарикъ одного изъ нихъ обтянутъ батистомъ такъ, чтобы матерія со всѣхъ сторонъ плотно покрывала шарикъ. Термометры подвѣшиваются на чистомъ воздухѣ, напримѣръ, на стѣнѣ домѣ, совершенно открытой къ сѣверу, въ разстояніи около 1 фута отъ стѣны и не ниже 2 аршинъ надъ поверхностью почвы. Между 8 и 9 часами вечера, шарикъ, покрытый батистомъ, погружаютъ на 1 или 2 минуты въ стаканчикъ, наполненный чистой водой (дистиллированной, дождевой или прокипяченной). Термометръ со смоченнымъ шарикомъ начнетъ понижаться; когда ртуть въ обоихъ термометрахъ установится, дѣлаютъ отсчетъ и вычисляютъ точку росы, при помощи ниже напечатанной таблички. Пусть сухой термометръ показалъ 4,5°C, а смоченный 2,0°C; разность 2,5°. Въ ниже напечатанной табличкѣ находимъ множитель, соотвѣтствующій показанію сухого термометра; въ данномъ случаѣ этотъ множитель равенъ 2,3; умножая разность между показаніями термометровъ (2,5°C) на найденный множитель, т. е. $2{,}5 \times 2{,}3$, получимъ число 5,75°C, показывающее, на сколько градусовъ точка росы лежитъ ниже температуры сухого термометра; въ данномъ случаѣ сгущеніе паровъ начнется при $4{,}5° - 5{,}75° = -0{,}75°$. Если при вечернемъ наблюденіи точка росы окажется *ниже нуля* и при этомъ небо ясное и безоблачное, то слѣдуетъ принять предохранительныя мѣры, т. е. прибѣгнуть къ закрытіямъ или разведенію съ подвѣтренной стороны костровъ, дающихъ много дыма и т. п.

Таблица множителей:

Сухой терм.		Множит.	Сухой терм.		Множит.	Сухой терм.		Множит.
0,0	Цельзія	3,3	5,5	Цельзія	2,3	11,0	Цельзія	2,0
0,5	"	3,0	6,0	"	2,2	11,5	"	2,0
1,0	"	2,8	6,5	"	2,2	12,0	"	2,0
1,5	"	2,6	7,0	"	2,2	12,5	"	2,0
2,0	"	2,6	7,5	"	2,2	13,0	"	2,0
2,5	"	2,5	8,0	"	2,1	13,5	"	2,0
3,0	"	2,4	8,5	"	2,1	14,0	"	2,0
3,5	"	2,4	9,0	"	2,1	14,5	"	2,0
4,0	"	2,4	9,5	"	2,1	15,0	"	2,0
4,5	"	2,3	10,0	"	2,1	15,5	"	1,9
5,0	"	2,3	10,5	"	2,1	16,0	"	1,9

♦ **Пониженіе Кордильеровъ.** Измѣреніе высоты нѣкоторыхъ точекъ Кордильеровъ обнаружило, по словамъ *Gazette géographique*, чрезвычайно интересное явленіе—постепенное пониженіе этихъ точекъ.

Квито, находившееся въ 1745 г. на высотѣ 9596 футовъ надъ уровнемъ океана, въ 1803 г. возвышалось только на 9570 ф., въ 1831—на 9567 ф., а въ 1867 на 9520.—Такимъ образомъ высота Квито уменьшилась на 76 ф. въ теченіе 122 лѣтъ.—Вершина Пичинчи понизилась на 218 ф. въ теченіе того же времени, а ея кратеръ опустился на 425 ф. въ теченіе послѣднихъ 25 лѣтъ У Антизаны онъ понизился на 165 ф. въ 64 года.

Заимствовано изъ Revue Scientifique.

В. З. (Кіевъ).

♦ **Наиболѣе глубокая буровая скважина.** Наиболѣе значительная глубина 1748,4 метра достигнута въ іюлѣ 1886 года при буреніи скважины въ Schladebach'ѣ близъ Dürrenberg'а къ югу отъ Галле.

Zeitschr. f. das. Berg-Hütten-und Salinenwesen сообщаетъ, что на глубинѣ 1596 м. наблюдалась температура 54°,5, а на глубинѣ 1716 м. 56°,6.

(Dingl. Polyt. J. Bd. 263., S. 158).

В. З. (Кіевъ)

Библіографическіе отчеты, рецензіи и пр.

Замѣтка о нѣкоторыхъ физическихъ терминахъ.

Въ своей рецензіи *) о нашемъ переводѣ книги Everett'а „Единицы и Физическія постоянныя" Г. А. Л. К. указываетъ нѣсколько, по его мнѣнію, не совсѣмъ удачныхъ и даже совершенно неправильныхъ тер-

*) См. „Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики" № 42.

миновъ, употребленныхъ нами для нѣкоторыхъ физическихъ понятій. Именно, онъ возражаетъ противъ перевода англійскихъ терминовъ, „poundal", „resilience of volume", „simple rigidity" и „tenacity" соотвѣтственно выраженіями: „паундалъ", „объемное сопротивленіе", „простая твердость" и „вязкость".

Въ виду важности вопроса о терминологіи, считаемъ съ своей стороны необходимымъ высказать тѣ соображенія, которыми мы руководились при принятіи вышеупомянутыхъ терминовъ.

Г. рецензентъ полагаетъ, что единицу силы „poundal" можно было бы назвать „фунтовикомъ." По нашему же мнѣнію этого нельзя сдѣлать и вотъ почему. Нашъ фунтъ не тождественъ съ англійскимъ фунтомъ avoirdupois (рус. фунтъ приблизительно рав. 0,9 фунта avoir); такъ что русскій терминъ „фунтовикъ" относился бы только къ англійской единицѣ, совершенно у насъ неупотребляемой; если же ввести „фунтовикъ" для обозначенія единицы силы, основанной на русскомъ фунтѣ, футѣ и секундѣ, то для отличія его отъ poundal'a пришлось бы прибѣгнуть къ сложнымъ выраженіямъ: „русскій фунтовикъ" и „англійскій фунтовикъ". Кромѣ того, слово „фунтовикъ" уже употребляется у насъ для обозначенія гирь (фунтовикъ, пудовикъ) и употребленіе его еще въ другомъ смыслѣ могло бы повести къ „игрѣ словами при объясненіи явленій." Въ виду вышесказаннаго мы и ограничились простою передачей слова „poundal" русскими буквами.

Что же касается употребляемыхъ нами терминовъ: „объемное сопротивленіе" и „простая твердость", то мы не беремъ на себя отвѣтственности за нихъ, такъ какъ они заимствованы нами у профессора Бобылева (см. его сочин. „Гидростатика и теорія упругости," вып. I, Спб. 1886).

Наконецъ, выраженіе „вязкость" также не предлагается нами вновь: оно употребляется въ этомъ смыслѣ нѣкоторыми изъ нашихъ ученыхъ, напр. профессоромъ Менделѣевымъ; не считая, однако, его окончательно установившимся, мы привели въ скобкахъ какъ англійскій терминъ, такъ и выраженіе „сопротивленіе разрыву"; можно было бы передать его еще словомъ „крѣпость." Предлагаемый же Г. А. Л. К. терминъ „прочность" намъ кажется неподходящимъ къ этому случаю, такъ какъ „прочное сопротивленіе матеріала" составляетъ только нѣкоторую часть его „сопротивленія разрыву"; по нашему мнѣнію, „прочность" соотвѣтствуетъ скорѣе англійскому „safety", въ томъ смыслѣ какъ это послѣднее употребляется въ прикладной механикѣ.

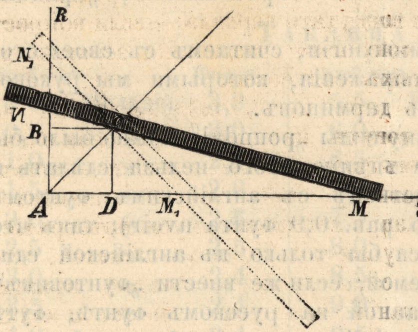
П. Н. Вербицкій и *И. Ѳ. Жеребятьевъ* (Спб.)

Смѣсь.

Графическій способъ опредѣленія разстояній сопряженныхъ фокусовъ въ оптическихъ линзахъ.

Извѣстный строитель телескоповъ и фотографическихъ объективовъ Говардъ Греббъ (H. Grubb) въ Дублинѣ предложилъ недавно интересный графическій способъ опредѣленія разстояній сопряженныхъ фокусовъ въ оптическихъ линзахъ, основанія котораго мы здѣсь изложимъ въ самой упрощенной формѣ.

Фиг. 53.



Построивъ квадратъ ABCD, сторона котораго равна главному фокусному разстоянію данной линзы, продолжимъ смежныя стороны AB и AD этого квадрата и вообразимъ себѣ линейку, проходящую чрезъ вершину C квадрата и могущую вращаться около C, (гдѣ для этой цѣли можно укрѣпить какой-нибудь штифтъ). Докажемъ, что при всякомъ положеніи вращающейся около C линейки она отсѣкаетъ отъ сторонъ прямого угла RAS отрѣзки, длины коихъ (наприм. AN и AM или AN' и AM_1 и т. п.) суть разстоянія сопряженныхъ фокусовъ взятой нами линзы (такъ что, если линза, главное фокусное разстояніе которой равно AB, отстоитъ отъ нѣкотораго предмета на разстояіе=AN, то изображеніе этото предмета находится отъ линзы на разстояніи=AM).

Для доказательства обратимся къ подобію треугольниковъ ANM и DCM. Изъ нихъ мы имѣемъ:

$$\frac{1}{AN}+\frac{1}{AM}=\frac{1}{AB}.$$

Замѣтивъ, что AB равно главному фокусному разстоянію взятой линзы и сравнивъ полученное равенство съ извѣстной формулой

$$\frac{1}{f}+\frac{1}{d}=\frac{1}{F},$$

гдѣ F—главное фокусное разстояніе линзы, d и f—сопряженныя фокусныя разстоянія (формула эта, какъ извѣстно, относится и къ случаю вогнутаго зеркала), заключаемъ, что отрѣзки AN и AM суть разстоянія сопряженныхъ фокусовъ. Такъ какъ взятое нами положеніе NM линейки совершенно произвольно, то отрѣзки, отсѣкаемые ею на сторонахъ прямого угла RAS и при всякомъ другомъ положеніи ея (напр. AN' и AM_1) также даютъ намъ разстоянія сопряженныхъ фокусовъ, такъ что всякимъ поворотомъ линейки около точки C мы сразу опредѣляемъ пару сопряженныхъ фокусныхъ разстояній.

Вышеизложенное построеніе указываетъ намъ также, какимъ образомъ можно опредѣлить главное фокусное разстояніе линзы. Дѣйствительно, такъ какъ діагональ AC квадрата дѣлитъ прямой уголъ RAS пополамъ, то очевидно, что если извѣстны изъ опыта разстоянія сопряженныхъ фокусовъ, а главное фокусное разстояніе линзы неизвѣстно,—мы можемъ опредѣлить это послѣднее такимъ образомъ:

Отложивъ по сторонамъ прямого угла RAS отрѣзки AN и AM, равные даннымъ разстояніямъ сопряженныхъ фокусовъ, помѣщаемъ линейку такъ, чтобы край ея проходилъ черезъ точки N и M; положимъ, что линія AC, дѣлящая пополамъ уголъ RAM, встрѣчаетъ край линейки въ точкѣ C; тогда длиною перпендикуляра, опущеннаго изъ точки C на какую-либо изъ сторонъ угла RAM (напр. CD или BC) опредѣляется главное фокусное разстояніе линзы (или вогнутаго зеркала,—если вопросъ заключается въ опредѣленіи главнаго фокуснаго разстоянія зеркала по даннымъ разстояніемъ пары сопряженныхъ фокусовъ).

Изъ вышеизложеннаго видно, что даже и тѣ лица, которыя не обладаютъ математическими свѣдѣніями, могутъ, изготовивъ для себя очень простой приборъ, крайне удобно - однимъ поворотомъ линейки—рѣшать вопросы, нерѣдко представляющіеся всякому, кому только приходится имѣть дѣло съ оптическими стеклами, напр. занимающемуся фотографіей (при увеличеніи съ негатива и въ др. случаяхъ). Но намъ кажется, что вышеизложенный графическій методъ и самъ по себѣ, помимо практическихъ приложеній, заслуживаетъ вниманія какъ очень простое и изящное геометрическое истолкованіе одной изъ основныхъ формулъ оптики.

В. Мининъ (Москва) и *Бхм.* (Цюрихъ).

Задачи.

№ 320. Выразить произведеніе параллельныхъ сторонъ трапеціи черезъ ея діагонали и непараллельныя стороны. (Заимств.) *Ш.*

№ 321. Найти истинное значеніе выраженія

$$\frac{a\,\mathrm{tg}\,a\sqrt{1+\mathrm{tg}^2 a}}{(1+a^2)(1+\mathrm{tg}^2 a)\sqrt{1+\mathrm{tg}^2 a}-1}$$

при $a=0$. (Заимств.) *Ш.*

№ 322. Доказать, что при $b=\sqrt{ac}$ имѣемъ для всякаго N

$$\frac{\log_a N}{\log_c N}=\frac{\log_a N-\log_b N}{\log_b N-\log_c N}.$$

(Заимств.) *Ш.*

№ 323. Въ треугольникѣ ABC точки D, E, F суть соотвѣтственно средины сторонъ BC, CA, AB. Изъ вершины B проведена сѣкущая BK, которая пересѣкаетъ прямыя DE и EF (или ихъ продолженія) соотвѣтственно въ точкахъ M и N. Доказать, что прямая CM параллельна AN.

А. Гольденбергъ (Спб.)

№ 324. Построить треугольникъ такъ, чтобы стороны его были параллельны тремъ даннымъ прямымъ и чтобы вершины его находились на данной окружности. *З. Колтовскій* (Харьковъ).

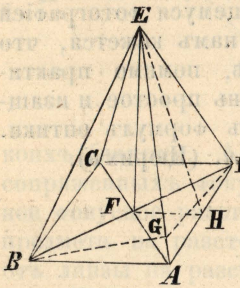
№ 325. Къ веревкѣ, концы которой неподвижны, подвѣшены неподвижно на шнуркахъ два груза. Какъ найти вѣсъ одного изъ нихъ, если вѣсъ другого извѣстенъ? *А. Войновъ* (Харьковъ).

Рѣшенія задачъ.

№ 197. Дана прямая квадратная пирамида, высота которой $=h$ и сторона основанія $=a$. Выразить черезъ h и a синусъ двуграннаго угла, образуемаго двумя смежными боковыми гранями.

Изъ одной изъ вершинъ основанія, напримѣръ B, опустимъ перпендикуляръ BG на боковое ребро EA, находящееся въ той же боковой грани, что и вершина B. Соединивъ G и D прямою, получимъ $\angle BGD=\varphi$,

Фиг. 54.



который будетъ линейнымъ угломъ двуграннаго, образуемаго двумя смежными боковыми гранями. Величину синуса этого линейнаго угла мы опредѣлимъ изъ треугольника BGD Опредѣлимъ $GB=GD$ и BD. Соединивъ E съ H, срединою стороны AD, будемъ имѣть

$$GB.AE=AD.EH,$$

но

$$AE=\sqrt{h^2+\frac{a^2}{2}}$$

и

$$EH=\sqrt{h^2+\frac{a^2}{4}},$$

слѣд.

$$GB=\frac{AD.EH}{AE}=a\sqrt{\frac{h^2+\frac{a^2}{4}}{h^2+\frac{a^2}{2}}}.$$

Потомъ

$$BD^2=2BG^2-2BG^2\operatorname{Cos}\varphi,$$

или, замѣнивъ BD и BG ихъ величинами, найдемъ:

$$\operatorname{Cos}\varphi=\frac{-\frac{a^2}{4}}{h^2+\frac{a^2}{4}},$$

что показываетъ, что уголъ BGD тупой.

Наконецъ

$$\operatorname{Sin}\varphi=\sqrt{1-\operatorname{Cos}^2\varphi}=\frac{2h}{4h^2+a^2}\sqrt{4h^2+2a^2}.$$

С. Блажко (См.), *Я. Тепляковъ* (К.), *Н. Артемьевъ* (Спб.) Ученики: Тифл. р. уч. (6) *Н. П.*, Екатериносл. г. (8) *А. В.*, Астр. г. (8) *И. К.*, Курск. г. (8) *П. А.*

№ 212. Пусть a, b, c суть стороны сферическаго треугольника (плоскіе углы трегранного угла, вершина коего находится въ центрѣ шара) и A, B, C соотвѣтственно противолежащіе имъ углы (двугранные). Пользуясь основной формулой сферической тригонометріи, данной въ № 27 „Вѣстника" на стр. 54—56, доказать равенства

$$\frac{\mathrm{Sin}\,a}{\mathrm{Sin}\,A}=\frac{\mathrm{Sin}\,b}{\mathrm{Sin}\,B}=\frac{\mathrm{Sin}\,c}{\mathrm{Sin}\,C}.$$

Для каждой изъ сторонъ сферическаго треугольника мы имѣемъ соотвѣтственно

$$\mathrm{Cos}\,a=\mathrm{Cos}\,b.\mathrm{Cos}\,c+\mathrm{Sin}\,b.\mathrm{Sin}\,c.\mathrm{Cos}\,A \quad \ldots\ldots (1)$$

$$\mathrm{Cos}\,b=\mathrm{Cos}\,a.\mathrm{Cos}\,c+\mathrm{Sin}\,a.\mathrm{Sin}\,c.\mathrm{Cos}\,B \quad \ldots\ldots (2)$$

$$\mathrm{Cos}\,c=\mathrm{Cos}\,a.\mathrm{Cos}\,b+\mathrm{Sin}\,a.\mathrm{Sin}\,b.\mathrm{Cos}\,C \quad \ldots\ldots (3)$$

Складывая (1) и (2), получимъ:

$$(1-\mathrm{Cos}\,c)(\mathrm{Cos}\,a+\mathrm{Cos}\,b)=\mathrm{Sin}\,c(\mathrm{Sin}\,b.\mathrm{Cos}\,A+\mathrm{Sin}\,a.\mathrm{Cos}\,B) \quad \ldots (4)$$

Теперь вычтемъ (2) изъ (1), тогда

$$(1+\mathrm{Cos}\,c)(\mathrm{Cos}\,a-\mathrm{Cos}\,b)=\mathrm{Sin}\,c(\mathrm{Sin}\,b.\mathrm{Cos}\,A-\mathrm{Sin}\,a.\mathrm{Cos}\,B). \quad \ldots (5)$$

Перемноживъ (4) и (5) почленно, получимъ, по сокращеніи на $\mathrm{Sin}^2 c=1-\mathrm{Cos}^2 c$,

$$\mathrm{Cos}^2 a-\mathrm{Cos}^2 b=\mathrm{Sin}^2 b.\mathrm{Cos}^2 A-\mathrm{Sin}^2 a.\mathrm{Cos}^2 B.$$

Замѣняя $\mathrm{Cos}^2 A$ чрезъ $1-\mathrm{Sin}^2 A$ и $\mathrm{Cos}^2 B$ чрезъ $1-\mathrm{Sin}^2 B$, находимъ

$$\mathrm{Sin}^2 a.\mathrm{Sin}^2 B=\mathrm{Sin}^2 b.\mathrm{Sin}^2 A.$$

Отсюда

$$\frac{\mathrm{Sin}\,a}{\mathrm{Sin}\,A}=\frac{\mathrm{Sin}\,b}{\mathrm{Sin}\,B}.$$

Поступая точно также со (2) и (3), найдемъ

$$\frac{\mathrm{Sin}\,b}{\mathrm{Sin}\,B}=\frac{\mathrm{Sin}\,c}{\mathrm{Sin}\,C}.$$

Слѣдовательно, для всякаго сферическаго треугольника имѣемъ:

$$\frac{\mathrm{Sin}\,a}{\mathrm{Sin}\,A}=\frac{\mathrm{Sin}\,b}{\mathrm{Sin}\,B}=\frac{\mathrm{Sin}\,c}{\mathrm{Sin}\,C}.$$

С. Блажко (См.), *Я. Тепляковъ* (К.). Ученикъ Вор. кад. к. (6) *А. П.*

№ 231. Рѣшить уравненіе

$$\frac{a^2}{x-b}+\frac{b^2}{x-a}=x.$$

Приведя данное выраженіе къ одному знаменателю и перенеся всѣ члены въ одну сторону, находимъ, сдѣлавъ $x^2-(a^2-ab+b^2)$ общимъ множителемъ:

$$\left[x-(a+b)\right]\left[x^2-(a^2-ab+b^2)\right]=0.$$

Отсюда

$$x=a+b;\ x=\pm\sqrt{a^2-ab+b^2}.$$

Я. Тепляковъ (К.), *С. Блажко* (См.), *Н. Артемьевъ* (Спб.), *Ивановскій* (Ворон.), Ученики: Кіев. I г. (7) *В Б.*, Никол. г. (8) *А. В.*, Астр. г. (8) *И. К.*, Тул. г. (8) *А. Р.* Мог.-Под. р. уч. (6) *Я. И.*, Курск. г. (5) *В. Х.* и (6) *А. П.*, Тифл. р. уч. (6) *Н. П.*, Ворон. к. к (5) *Н. В.*, (6) *А. П.* и (?) *И К.*

Отъ конторы редакціи.

Симъ извѣщаемъ нашихъ заказчиковъ, что получаемыя требованія высылки по почтѣ книгъ *съ наложеніемъ платежа* исполняются конторою немедленно. При этомъ, во избѣжаніе недоразумѣній объясняемъ:

1) Указанная нами цѣна книгъ и журналовъ съ пересылкою остается неизмѣнною *для всѣхъ разстояній* внутри Имперіи; точно также при выпискѣ книгъ и учебниковъ, не находящихся еще въ нашемъ складѣ, покупатели платятъ за пересылку *всегда* 10% стоимости книгъ, независимо отъ разстояній.

2) Такъ какъ согласно новымъ почтовымъ правиламъ съ наложеніемъ платежа можно посылать лишь *заказныя* бандерольныя отправленія, которыя обходятся дороже простыхъ на 7 коп., то лица, получающія отъ насъ заказныя бандерольныя отправленія съ наложеніемъ платежа, приплачиваютъ за пересылку, кромѣ вышеуказанныхъ 10% стоимости, еще 7 коп. на каждый пакетъ.

3) Коммисіонный почтовый сборъ за наложеніе платежа (т. е. за взиманіе и пересылку денегъ), составляющій 10 коп. со всякаго налож. платежа отъ 1 коп. до 5 рублей включительно и возрастающій затѣмъ на 2 коп. за каждый рубль (или его часть) сверхъ 5-ти рублей и до 100 рублей (возм. maximum налож. платежа), переносится всецѣло на заказчика.

Такимъ образомъ налагаемый нами платежъ на получателя (заказчика) состоитъ изъ: *a*) объявленной цѣны книгъ или журналовъ съ 10% ихъ стоимости за пересылку, *b*) приплаты 7 коп. если книги высылаются не цѣнною посылкою, а подъ заказною бандеролью, и *c*) коммисіоннаго почтоваго сбора за наложеніе платежа (minimum—10 коп., maximum—2 р.)

Вмѣстѣ съ тѣмъ считаемъ нужнымъ предупредить, что теперь, когда Почтовое Вѣдомство введеніемъ этого удобнаго способа наложенія платежа облегчаетъ въ значительной мѣрѣ сношенія между продавцами и покупателями, избавляя послѣднихъ отъ непріятнаго процесса пересылки денегъ по почтѣ,—мы *не будемъ высылать въ кредитъ безъ наложенія платежа* (какъ дѣлали это прежде) никакихъ книгъ и журналовъ *частнымъ лицамъ*, неизвѣстнымъ конторѣ, и тѣмъ *книжнымъ магазинамъ*, съ которыми не имѣемъ постоянныхъ сношеній.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 27 Мая 1888 года.
Типографія И. П. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.

КАТАЛОГЪ ИЗДАНІЙ РЕДАКЦІИ

„ВѢСТНИКА ОП. ФИЗИКИ и ЭЛЕМ. МАТЕМАТИКИ"

№ кат.		ЦѢНА СЪ ПЕР.
1)	Ортоцентрическій треугольникъ. *Н. Шимковича*. 1886 г.	— 15 коп.
2)	Ученіе о логариѳмахъ въ нов. излож. *В. Морозова*. 1886 г.	— 15 „
3)	Выводъ формулы для разложенія въ рядъ логариѳмовъ. *Г. Флоринскаго*. 1886 г.	— 15 „
4)	Комплектъ 12-и №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат." (сброшюр. въ книгу) за 1-ое полугодіе $188^6/_7$ уч. г. (I-й семестръ).	2 р. 50 „
5)	Одинадцатая аксіома Эвклида. Пр. *В. Ермакова*. 1887 г.	РАСПРОДАНО.
6)	Солнце. Составилъ по Секки и др. источникамъ. *Н. Конопацкій*. 1887 г.	РАСПРОДАНО.
7)	Методы рѣшеній ариѳмет. задачъ съ приложеніемъ 50 тип. задачъ. *И. Александрова*. 1887 г.	РАСПРОДАНО.
8)	Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат." (сброшюр. въ книгу) за 2-ое полугодіе $188^6/_7$ уч. г. (II-й семестръ).	2 „ 50 „
9)	О землетрясеніяхъ. *Э. Шпачинскаго*. (въ пользу жителей города Вѣрнаго) 1887 г.	— 50 „
10)	Опредѣленіе теплоемкости тѣла по способу смѣшенія при постоянной температурѣ. Пр. *Н. Гезехуса*. 1887 г. .	— 5 „
11)	Простой способъ опредѣленія высоты плотныхъ кучевыхъ облаковъ. *Г. Вульфа*. 1887 г.	— 5 „
12)	Формула простого маятника. Элем. геометрическій и точный выводъ ея. Пр. *Н. Слугинова*. 1887 г.	— 5 „
13)	Методы рѣшеній ариѳм. задачъ съ приложеніемъ 65 тип. задачъ. *И. Александрова*. Изданіе 2-ое пересм. и дополенное. 1887 г.	— 35 „
14)	Изъ исторіи ариѳметики. Умноженіе и дѣленіе. *І. Клейбера*. 1888 г.	— 20 „
15)	Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат." (сброшюр. въ книгу) за 1-ое полугодіе $188^7/_8$ уч. г. (III-й семестръ)	2 „ 50 „
16)	О формулѣ P=MG, съ приложеніемъ 26 задачъ. Пр. *О. Хвольсона*. 1888 г.	— 20 „
17)	Объ обратныхъ изображеніяхъ на сѣтчатой оболочкѣ глаза. *О. Страуса*. 1888 г.	— 5 „
18)	Элементарная теорія гироскоповъ. Пр. *Н. Е. Жуковскаго*. 1888 г.	— 20 „
19)	Измѣреніе угла встрѣчи свободной поверхности ртути съ поверхностью стекла. *Г. Вульфа*. 1888 г. . . .	— 5 „
20)	Одинъ изъ видовъ метода подобія. *И. Александрова*. 1888 г.	— 5 „
21)	Рѣшеніе нѣкоторыхъ геометрическихъ вопросовъ изъ теоріи затмѣній. *І. Клейбера*. 1888 г.	— 20 „
22)	Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат. (сброш. въ книгу) за 2-ое полугодіе $188^7/_8$ уч. г. (IV-й сем.)	2 „ 50 „
23)	Теорія теплоты *К. Максуэлля*. Переводъ *А. Л. Королькова*. 1888 г.	2 „ 40 „

Адресъ редакціи: Кіевъ, Нижне-Владимірская № 19.