№ 46.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕМЪ УЧЕН. КОМИТ. МИН. НАРОДН. ПРОСВ.

РЕКОМЕНДОВАНЪ

для пріобрѣтенія: а) въ фундаментальныя и ученическія библіотеки мужскихъ гимназій, прогимназій и реальныхъ училищъ; б) въ библіотеки учительскихъ институтовъ, семинарій, женскихъ гимназій и городскихъ училищъ.

IV Семестра № 10-й.

ЭКШ

КІЕВЪ.
Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.
1888.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 46.

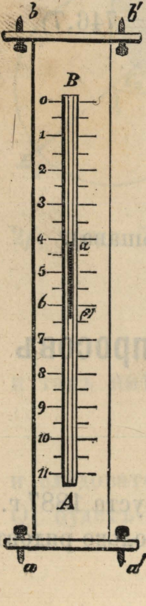
IV Сем. 15 Апрѣля 1888 г. № 10.

Замѣтки по практической физикѣ.

Подъ этимъ заглавіемъ я предполагаю сообщать время отъ времени читателямъ „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики" о нѣкоторыхъ опытахъ, которые я дѣлаю на своихъ лекціяхъ или предлагаю студентамъ въ физической лабораторіи Варшавскаго Университета. Отчасти эти опыты заимствованы, отчасти—новые.

I. Провѣрка закона Бойля или Маріотта.

Фиг. 41.



Andreae и Melde (Wied. An. 22 и 32) предлагаютъ очень простой снарядъ, позволяющій съ достаточною точностью провѣрить этотъ основный законъ газовъ. Снарядъ состоитъ изъ стекляной трубки AB, длиною около метра, внутренній діаметръ которой не болѣе 2 мм., одинъ конецъ этой трубки, напр. B, закрытъ желѣзною пробкою; трубка прикрѣплена къ доскѣ, которую можно ставить вертикально или на ножки a, a' или на ножки b, b'. Къ доскѣ вдоль трубки приклеена бумажная шкала, нуль которой приходится на одномъ уровнѣ съ дномъ трубки.

Внутрь трубки вводятъ нѣсколько капель ртути, которыя, собираясь въ нить $\alpha\beta$, образуютъ подвижную пробку, отдѣляющую воздухъ трубки отъ внѣшняго; при перемѣнѣ положенія снаряда ртутная нить не выливается, а только перемѣщается; при этомъ упругость воздуха внутри трубки измѣняется изъ p_1 въ p_2; дѣйствительно, назовемъ барометрическую высоту H и длину ртутной нити при одномъ положенiи снаряда h_1, а при другомъ—h_2; тогда, при первомъ положенiи прибора

$$p_1 = \mathrm{H} + h_1,$$

а при второмъ

$$p_2 + h_2 = \mathrm{H};$$

если соотвѣтствующiе объемы испытуемаго воздуха назовемъ v_1 и v_2, то по закону Бойля v_1p_1 должно равняться v_2p_2, т. е.

$$v_1(\mathrm{H} + h_1) = v_2(\mathrm{H} - h_2).$$

Понятно, что какъ объемъ испытуемаго воздуха, такъ и длина ртутной нити опредѣляются по дѣленiямъ шкалы. Съ каждою ртутною нитью можно сдѣлать два опыта; измѣняя длину нити, можно увеличить число наблюденiй.

Для приливанiя ртути въ узкую трубку прибора поступаютъ такъ: въ открытый конецъ трубки AB вставляютъ оттянутый кончикъ воронки: если въ нее влить нѣсколько капель ртути, то онѣ опустятся въ трубку лишь немного, и между прежнею ртутною нитью и новою помѣстится столбъ воздуха; чтобы выгнать этотъ воздухъ, стоитъ только въ трубку опустить конецъ тонкой желѣзной проволоки; новый столбикъ ртути слѣдуетъ за нижнимъ концомъ проволоки; если проволоку опускать только до верхняго конца прежняго столбика ртути, то съ нимъ соединится и новый столбикъ, послѣ чего мы получимъ прежнюю массу воздуха подъ ртутнымъ столбикомъ новой длины. Подобнымъ же образомъ и уменьшаютъ длину ртутной нити: въ трубку, открытый конецъ которой наклоненъ нѣсколько внизъ, вводятъ желѣзную проволоку; какъ скоро конецъ этой проволоки войдетъ въ столбикъ ртути, часть его выливается.

Если трубка AB не совсѣмъ цилиндрическая, то ее надо калибрировать и отсчитываемые объемы поправлять.

Въ заключенiе привожу результаты двухъ опытовъ (H=746,7)

v	h	p	ph.
425,6	+33,8	780,5	3328
466,5	−32,9	713,8	3343
410,0	+64,9	811,6	3328
489,5	−64,8	681,9	3337.

Пр. *П. Зиловъ* (Варшава).

Рѣшенiе нѣкоторыхъ геометрическихъ вопросовъ изъ теорiи затмѣнiй.

I.

Во время послѣдняго полнаго солнечнаго затмѣнiя, 7 Августа 1887 г., было сдѣлано въ различныхъ мѣстахъ Россiи и Сибири нѣсколько рядовъ фотометрическихъ измѣреній надъ убываніемъ свѣта солнца, по мѣрѣ того, какъ все большая часть его закрывалась луною. Такія же измѣренія были произведены надъ свѣтомъ и теплотою луны во время полнаго луннаго затмѣнія 16 Января 1888 года. Чтобы сравнить эти числа съ теоретическимъ ходомъ убыванія свѣта во время затмѣнія, нужно найти ходъ убыванія свободной, незаслоненной площади солнца (или луны) въ теченіе затмѣнія. Это простая геометрическая задача, рѣшеніемъ которой мы и займемся здѣсь.

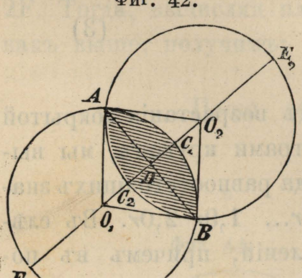
Выражая нашу задачу въ отвлеченной, геометрической формѣ, мы разобьемъ ее на нѣсколько частей и разсмотримъ сперва слѣдующій вопросъ.

Даны два пересѣкающіеся круга. Разстояніе между ихъ центрами извѣстно, найти величину площади, общей обоимъ кругамъ.

Для простоты мы возьмемъ сперва тотъ частный случай этой задачи, когда заданные круги одинаковой величины; а такъ какъ видимая величина солнца и луны весьма мало отличаются одна отъ другой, то выведенныя при такомъ предположеніи числа будутъ довольно близко выражать ходъ убыванія свѣта во время затмѣнія солнца, какъ мы это увидимъ ниже, когда прійдемъ и къ болѣе общему случаю.

II.

Фиг. 42.



Пусть (фиг. 42) AC_1BE_1 и AC_2BE_2 суть заданные круги, радіусъ которыхъ мы обозначимъ черезъ r. Разстояніе O_1O_2 между ихъ центрами мы назовемъ $2d$. Требуется найти величину площади AC_1BC_2A (затушеванной на чертежѣ) общей обоимъ кругамъ. Эта площадь состоитъ изъ двухъ равныхъ сегментовъ $ADBC_2$ и $ADBC_1$, а площадь одного изъ нихъ напр. $ADBC_1$ получается какъ разность между площадью сектора AC_1BO_1 и треугольника $ADBO_1$. Означимъ уголъ AO_1B черезъ $2f$; тогда будемъ имѣть

$$\text{площ. сектора } AO_1BCA = f.r^2$$

$$\text{площ. треугольника } AO_1B = \frac{1}{2}r^2 \mathrm{Sin}2f$$

и такъ имѣемъ

$$\text{площ. сегмента } ADBC_1 = \frac{r^2}{2}(2f - \mathrm{Sin}2f)$$

и слѣдовательно искомая площадь AC_2BC_1, которую мы означимъ черезъ Q, будетъ

$$Q = r^2(2f - \mathrm{Sin}2f). \tag{1}$$

Но мы должны выразить значеніе Q черезъ заданную величину $2d$, а здѣсь у насъ входитъ вспомогательная величина f, которую мы должны поэтому или исключить, или также выразить черезъ $2d$. Но изъ треугольника ADO_1 получаемъ

$$O_1D = O_1A \;\; \text{Cos} f,$$

O_1D есть половина разстоянія между центрами, O_1 и O_2, а O_1A есть радіусъ круга, и такъ

$$d = r \text{Cos} f. \qquad (2)$$

Система уравненій (1) и (2) представляетъ рѣшеніе нашей задачи. По данному $2d$ находимъ изъ (2) f, а затѣмъ изъ (1) искомое Q. Можно было бы свести эти два уравненія къ одному, исключивъ изъ нихъ f, но получающееся послѣ такого исключенія уравненіе имѣетъ гораздо болѣе сложный видъ, чѣмъ система уравненій (1) и (2), поэтому мы и сохранимъ ихъ въ этомъ видѣ.—Если мы желаемъ знать не абсолютную величину покрытой площади, а отношеніе ея къ площади одного изъ круговъ, т. е. если мы желаемъ знать, какая часть круга AC_1BE_1A закрыта другимъ кругомъ AC_2BE_2A, то мы должны раздѣлить найденное значеніе Q на величину площади всего круга, т. е. на πr^2. Означимъ это отношеніе черезъ q, тогда будемъ имѣть слѣдующую окончательную систему формулъ, представляющую рѣшеніе предложенной задачи

$$\left.\begin{aligned} \text{Cos} f &= \frac{d}{r} \\ \frac{1}{\pi}(2f - \text{Sin} 2f) &= q \end{aligned}\right\}. \qquad (3)$$

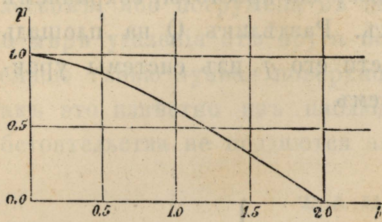
Чтобы представить въ наглядной формѣ ходъ возрастанія покрытой площади съ уменьшеніемъ разстоянія между центрами круговъ, мы вычислимъ табличку значеній этой площади для ряда равноотстоящихъ значеній $2d$, а именно для $2d = 0{,}0 \;\; 0{,}1r \;\; 0{,}2r \ldots \;\; 1{,}0r \ldots \;\; 1{,}9r \;\; 2{,}0r$. Въ слѣдующей табличкѣ приведены результаты вычисленій, причемъ въ послѣднемъ столбцѣ даны, вмѣсто значенія q, величины $p = 1 - q$, показывающія свободную, незакрытую поверхность круга. Эти числа показываютъ, слѣдовательно, въ вопросѣ о затмѣніи, ходъ убыванія свѣта солнца по мѣрѣ того какъ на него надвигается луна. На діаграммѣ (фиг. 43) ходъ этихъ чиселъ изображенъ кривою линіей, дающею наглядное представленіе о ходѣ уменьшенія свѣта во время затмѣнія.

ТАБЛИЦА I.

$2d$	$2i$	f	p	$2d$	$2i$	f	p	$2d$	$2i$	f	p
2.0	0.0	0° 0′	1.0000	1.7	0.3	31°47′	0.9319	1.4	0.6	45°34′	0.8120
1.9	0.1	18 12	0.9867	1.6	0.4	36 52	0.8960	1.3	0.7	49 28	0.7648
1.8	0.2	25 51	0.9626	1.5	0.5	41 24	0.8558	1.2	0.8	53 8	0.7152

$2d$	$2i$	f	p	$2d$	$2i$	f	p	$2d$	$2i$	f	p
1.1	0.9	56°38′	0.6632	0.7	1.3	69°31′	0.4404	0.3	1.7	81°22′	0.1960
1.0	1.0	60 0	0.6090	0.6	1.4	72 33	0.3805	0.2	1.8	84 16	0.1270
0.9	1.1	63 15	0.5531	0.5	1.5	75 31	0.3199	0.1	1.9	87 8	0.0636
0.8	1.2	66 25	0.4954	0.4	1.6	78 28	0.2580	0.0	2.0	90 0	0.0000

Фиг. 43.



Во второмъ столбцѣ приведены еще кромѣ того величины, названныя $2i$; черезъ $2i$ мы означили длину C_1C_2 общей части діаметровъ обоихъ круговъ. Величина i есть то, что обыкновенно называютъ въ теоріи затмѣній *величиною затмѣнія;* она показываетъ, какая часть діаметра солнца закрыта луною.

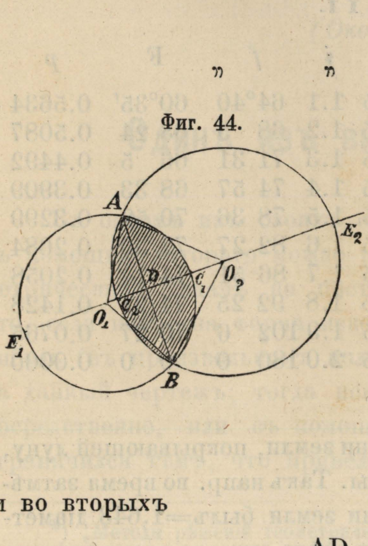
III.

Перейдемъ теперь къ разсмотрѣнію болѣе общей задачи, а именно къ тому случаю, когда радіусы заданныхъ круговъ не равны между собою; пусть радіусъ одного круга есть r, другого R. Величина общей площади AC_1BC_2A состоитъ теперь изъ двухъ неравныхъ сегментовъ: AC_1BDA и AC_2BDA (фиг. 44). Означимъ здѣсь уголъ AO_1B черезъ $2f$, а уголъ AO_2B черезъ $2F$. Тогда, вычисляя площади круговыхъ сегментовъ AC_1BDA и AC_2BDA, какъ выше, получимъ:

$$\text{Площ. сегмента } AC_1BDA = \frac{1}{2} r^2(2f - \mathrm{Sin}2f)$$

$$\text{„} \qquad \text{„} \qquad AC_2BDA = \frac{1}{2} R^2(2F - \mathrm{Sin}2F)$$

Фиг. 44.



и слѣдовательно

$$Q = \frac{1}{2}\left\{ r^2(2f - \mathrm{Sin}2f) + R^2(2f - \mathrm{Sin}2F) \right\} \quad (4)$$

Углы f и F найдутся изъ треугольниковъ ADO_1 и ADO_2, изъ которыхъ имѣемъ

$$O_1D = O_1A\mathrm{Cos}f = r\mathrm{Cos}f$$
$$O_2D = O_2A\mathrm{Cos}F = R\mathrm{Cos}F$$

$$O_1D + O_2D = O_1D_2 = 2d = r\mathrm{Cos}f + R\mathrm{Cos}F \quad (5)$$

и во вторыхъ

$$AD = O_1A\mathrm{Sin}f = O_2A\mathrm{Sin}F$$

т. е.

$$r\mathrm{Sin}f = \mathrm{R}\,\mathrm{Sin}\,\mathrm{F}. \qquad (6)$$

Система трехъ уравненій (4), (5) и (6) и представляетъ рѣшеніе нашей задачи. Изъ этихъ уравненій можно было бы исключить введенныя вспомогательныя величины f и F, и выразить Q черезъ однѣ извѣстныя количества, d, r и R, но мы и здѣсь, для простоты, сохраняемъ всѣ три уравненія въ найденномъ видѣ ихъ. Раздѣливъ Q на площадь круга r, найдемъ величину заслоненной части его q изъ системы уравненій, которыя мы здѣсь вновь сопоставляемъ

$$\left\{\begin{array}{l} r\mathrm{Sin}f = \mathrm{R}\,\mathrm{Sin}\,\mathrm{F} \\ r\mathrm{Cos}f + \mathrm{R}\,\mathrm{Cos}\,\mathrm{F} = 2d \\ q = \dfrac{1}{2\pi}\left\{(2f - \mathrm{Sin}2f) + \dfrac{\mathrm{R}^2}{r^2}(2\mathrm{F} - \mathrm{Sin}2\mathrm{F})\right\}. \end{array}\right.$$

Дадимъ численный примѣръ. Въ послѣднее солнечное затмѣніе видимый радіусъ солнца былъ $r = 950''6$, видимый радіусъ луны $986''3$. Для $2d$ возьмемъ рядъ равноотстоящихъ значеній черезъ $0{,}1r$, отъ величины $2d = \mathrm{R} + r$ (внѣшняго касанія круговъ) до $2d = \mathrm{R} - r$ (внутренняго касанія). Въ слѣдующей табличкѣ даны результаты вычисленія, при чемъ буквы i, p имѣютъ то-же значеніе, что и въ предыдущемъ §. Сопоставляя эти числа съ данными выше, мы видимъ, какъ уже было предуказано выше, что поправка на неполное равенство діаметровъ солнца и луны весьма незначительна. (Разстояніе d выражено въ частяхъ радіуса солнца).

ТАБЛИЦА II.

$2d$	i	f	F	p	$2d$	i	f	F	p
2.0375	0.0	0° 0	0° 0′	1.0000	0.9375	1.1	64°40	60°35′	0.5634
1.9375	0.1	18 22	17 41	0.9870	0.8375	1.2	68 5	63 24	0.5087
1.8375	0.2	26 6	25 5	0.9640	0.7375	1.3	71 31	66 5	0.4492
1.7375	0.3	32 9	30 52	0.9327	0.6375	1.4	74 57	68 33	0.3909
1.6375	0.4	37 18	35 44	0.8986	0.5375	1.5	78 36	70 52	0.3299
1.5375	0.5	41 56	40 6	0.8593	0.4375	1.6	82 27	72 50	0.2684
1.4375	0.6	46 10	44 3	0.8169	0.3375	1.7	86 51	74 14	0.2058
1.3375	0.7	50 12	47 46	0.7707	0.2375	1.8	92 25	74 21	0.1428
1.2375	0.8	54 0	51 14	0.7221	0.1375	1.9	102 6	70 27	0.0765
1.1375	0.9	57 39	54 31	0.6712	0.0375	2.0	180 0	0 0	0.0000
1.0375	1.0	61 11	57 37	0.6184					

Во время *лунныхъ* затмѣній, величина тѣни земли, покрывающей луну, весьма значительно превышаетъ величину луны. Такъ напр. во время затмѣнія 16 января тек. года, діаметръ круга тѣни земли былъ=1,643 діаметрамъ луны. Поэтому для вычисленія убыванія свѣта луны во время луннаго затмѣнія нельзя принимать $r=R$, какъ это можно дѣлать съ небольшою ошибкою при затмѣніяхъ солнца. Въ табличкѣ, приведенной ниже, мы даемъ величины p, вычисленныя для послѣдняго *луннаго* затмѣнія 16 января 1888 г., хотя должно замѣтить, что эти величины нельзя считать точно выражающими ходъ убыванія свѣта во время затмѣнія, такъ какъ незаслоненная земною тѣнью часть лунной поверхности не свѣтитъ полнымъ блескомъ, ибо погружена въ полутѣнь земли, густота которой убываетъ по мѣрѣ удаленія отъ круга полной тѣни, и въ тоже время заслоненная земною тѣнью лунная поверхность не перестаетъ совершенно свѣтиться, какъ это извѣстно изъ наблюденій надъ лунными затмѣніями. Но эти обстоятельства не поддаются апріорному вычисленію.

ТАБЛИЦА III.

$2d$	i	f	F	p.	$2d$	i	f	F	p.
2.643	0.0	0° 0′	0° 0′	1.0000	1.543	1.1	77°15′	36°25′	0.5891
2.543	0.1	20 23	12 14	0.9887	1 443	1.2	82 23	37 6	0.5312
2.443	0.2	29 7	17 14	0.9679	1.343	1.3	87 46	37 27	0.4704
2.343	0.3	36 1	20 58	0.9412	1.243	1.4	93 34	37 24	0.4063
2.243	0.4	42 2	24 3	0.9096	1.143	1.5	99 54	36 50	0.3393
2.143	0.5	47 51	26 49	0.8717	1.043	1.6	107 3	35 35	0.2690
2.043	0.6	52 42	28 57	0.8346	0.943	1.7	115 27	33 20	0.1960
1.943	0.7	57 43	30 58	0.7914	0.843	1.8	125 54	29 33	0.1217
1.843	0.8	62 35	32 42	0.7455	0.743	1.9	140 17	22 53	0.0511
1.743	0.9	67 25	34 12	0.6963	0.643	2.0	180 0	0 0	0.0000
1.643	1.0	72 17	35 26	0.6442					

I. А. Клейберъ. (Спб.)

(Окончаніе слѣдуетъ).

Одинъ изъ видовъ метода подобія.

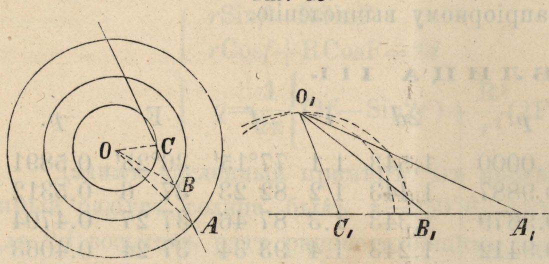
Въ одномъ изъ своихъ сочиненій*) я указалъ на особый пріемъ, съ помощью котораго можно примѣнять методъ подобія къ рѣшенію геометрическихъ задачъ на построеніе. Пріемъ этотъ состоитъ въ томъ, что, если извѣстна форма искомой фигуры, то ее можно построить гдѣ-нибудь (въ произвольномъ положеніи), а потомъ нанести или наложить на данный чертежъ; тогда искомая фигура опредѣлится или сейчасъ непосредственно, или съ помощью умноженія. Въ томъ же сочиненіи я ограничился тѣмъ, что привелъ примѣры на этотъ пріемъ, къ сожалѣнію

*) „Методы рѣшеній геометрическихъ задачъ на построеніе“, И. Александрова, изд. 3-тье. р. 81.

не передѣлавъ подробно ни одного примѣра. Въ настоящей запискѣ я намѣренъ пополнить этотъ пробѣлъ и думаю, что для читателей „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики“ это не будетъ безъинтереснымъ, такъ какъ характеризуемый здѣсь пріемъ еще не встрѣчался въ „Вѣстникѣ“, а равно и почти во всѣхъ извѣстныхъ мнѣ задачникахъ; Петерсенъ же предлагаетъ тотъ же способъ въ гораздо болѣе общей формѣ *).

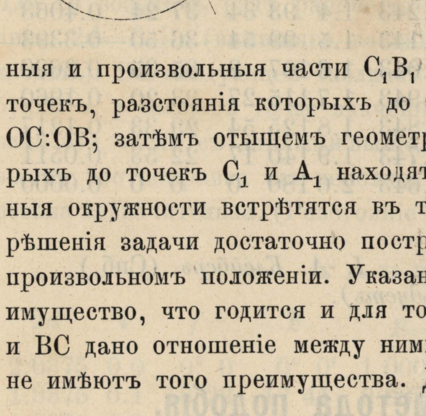
1) Даны три концентрическія окружности. Провести сѣкущую ABC (A,B и C—точки встрѣчи съ окружностью) *такъ, чтобы AB=BC***) (фиг. 45).

Фиг. 45.



Въ $\triangle AOC$ извѣстны двѣ стороны и медіана, лежащая между ними; такой треугольникъ можно построить нѣсколькими способами. Для нашей цѣли будетъ выгодно указать слѣдующій способъ. Отложимъ на произвольной прямой двѣ равныя и произвольныя части C_1B_1 и B_1A_1. Отыщемъ геометрическое мѣсто точекъ, разстоянія которыхъ до точекъ C_1 и B_1 находятся въ отношеніи $OC:OB$; затѣмъ отыщемъ геометрическое мѣсто точекъ, разстоянія которыхъ до точекъ C_1 и A_1 находятся въ отношеніи $OC:OA$. Обѣ построенныя окружности встрѣтятся въ точкѣ O_1. Тогда $\triangle C_1O_1A_1 \backsim \triangle COA$ и для рѣшенія задачи достаточно построить при O уголъ равный $\angle C_1O_1A_1$, въ произвольномъ положеніи. Указанный способъ рѣшенія имѣетъ то преимущество, что годится и для того случая, когда вмѣсто равенства AB и BC дано отношеніе между ними. Другіе способы построенія $\triangle AOC$ не имѣютъ того преимущества. Доказательство легко.

Фиг. 46.



2) Даны три прямыя, пересѣкающіяся въ одной точкѣ, и гдѣ-нибудь точка. Черезъ эту точку провести прямую, отрѣзки которой между данными прямыми находятся въ данномъ отношеніи (фиг. 46).

Положимъ, что E есть данная точка и сѣкущая BDCE будетъ искомая.

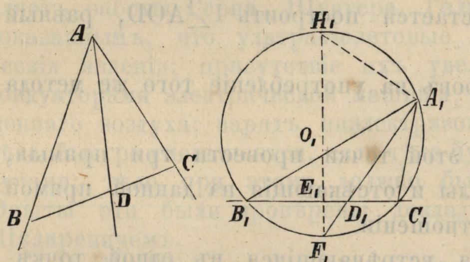
*) „Методы и теоріи геометрическихъ задачъ,“ Ю. Петерсена, p. 25.

**) Указанные примѣры помѣщены безъ рѣшеній или съ намеками на рѣшенія въ томъ же сочиненіи подъ №№ 309, 304, II, 7, 64, IV, 300, 465, 466, 312, 464 и 407, II.

Построимъ гдѣ-нибудь треугольникъ, подобный искомому $\triangle BAC$. Для этого на произвольной прямой отложимъ части B_1D_1 и D_1C_1 такъ, чтобъ отношеніе $B_1D_1:D_1C_1$ было данное; на B_1D_1 и D_1C_1 опишемъ дуги, вмѣщающія углы, соотвѣтственно равные даннымъ угламъ BAD и DAC. Пусть эти дуги встрѣтились въ точкѣ A_1. Тогда $\triangle B_1A_1C_1 \backsim \triangle ABC$. Для рѣшенія задачи достаточно на AB и AC отъ точки A отложить $AF = A_1B_1$, $AG = A_1C_1$ и провести $EB \parallel FG$ (другими словами: умножить $\triangle FAG$ на отношеніе $AE:AH$).

3) Задача Паппуса. На равнодѣлящей угла дана точка. Черезъ эту точку провести прямую, дающую въ углѣ отрѣзокъ опредѣленной длины (фиг. 47).

Фиг. 47.



Пусть отрѣзокъ BC будетъ искомый. Попробуемъ построить $\triangle ABC$ въ произвольномъ положеніи. Тогда нужно построить треугольникъ по основанію, противолежащему углу и равнодѣлящей этого угла. Описавъ на данномъ отрѣзкѣ B_1C_1 дугу, вмѣщающую уголъ BAC, и возставивъ изъ середины B_1C_1 перпендикуляръ E_1F_1, приводимъ задачу къ слѣдующей: „изъ середины дуги B_1C_1 провести сѣкущую такъ, чтобы часть ея за хордою B_1C_1 была опредѣленной длины." Послѣдняя задача рѣшается безъ труда, такъ какъ можно опредѣлить отрѣзокъ F_1D_1; въ самомъ дѣлѣ изъ подобія $\triangle\triangle E_1F_1D_1$ и $A_1F_1H_1$ находимъ $F_1D_1^2 + F_1D_1 . A_1D_1 = H_1F_1 . E_1F_1 = C_1F_1^2$, или, полагая $F_1D_1 = x$, $A_1D_1 = b$, $C_1F_1 = c$:

$$x^2 + bx - c^2 = 0,$$

откуда найдемъ и построимъ x *). Опредѣливъ и построивъ F_1D_1, легко построить $\triangle A_1B_1C_1$ Для рѣшенія задачи останется отложить $AB = A_1B_1$ и провести BD **).

4) Въ окружности данъ діаметръ AB. Провести въ извѣстномъ направленіи хорду CD, дѣлящуюся діаметромъ AB въ данномъ отношеніи (фиг. 48).

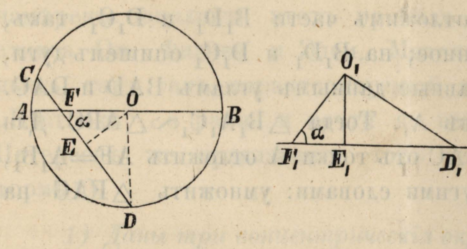
Пусть будетъ CD—искомая хорда такъ, что уголъ OFE равенъ α и $CF:FD = m:n$, гдѣ α, m и n данныя количества. Попробуемъ построить

---

*) Всего удобнѣе построить x слѣдующимъ образомъ. Въ произвольной окружности проведемъ хорду AB, равную b; затѣмъ въ точкѣ C проведемъ касательную и на ней отложимъ часть $CD = c$; черезъ точку D проведемъ концентрическую окружность, встрѣчающую продолженіе AB въ точкѣ E. Тогда $BE = x$; слѣдуетъ изъ равенства $x(b + x) = c^2$.

**) Интересно сравнить это рѣшеніе съ рѣшеніемъ, помѣщеннымъ у Пржевальскаго, № 300 третьяго отдѣла, стр. 76. Превосходство предлагаемаго метода очевидно.

Фиг. 48.



гдѣ-нибудь $\triangle OFD$ или треугольникъ, ему подобный. Для этого сначала опредѣлимъ отношенiе $EF:FD$, гдѣ E есть середина CD. Имѣемъ: $2FE = FD - CF$, или $2\frac{EF}{FD} = 1 - \frac{CF}{FD} = 1 - \frac{m}{n}$ откуда $FE:FD = \frac{n-m}{2n}$. Зная это отношенiе, легко рѣшить задачу. На произвольной прямой отложимъ отрѣзки E_1F_1 и F_1D_1, находящiеся въ найденномъ отношенiи; въ E_1 возставимъ перпендикуляръ, при точкѣ F_1 построимъ уголъ α, соединимъ O_1 и D_1. Остается построить $\angle AOD$, равный $\angle F_1O_1D_1$.

Предлагаемъ нѣсколько примѣровъ на употребленiе того же метода въ видѣ задачъ для рѣшенiя.

5) Дана прямая и точка. Изъ этой точки провести три прямыя, образующiя между собой данные углы и отсѣкающiя на данной прямой отрѣзки, находящiеся въ данномъ отношенiи.

6) Даны точка и три прямыя, встрѣчающiяся въ одной точкѣ. Построить треугольникъ съ данными углами (извѣстной формы) такъ, чтобы вершины лежали на данныхъ прямыхъ, а одна сторона проходила черезъ данную точку (послѣднее условiе надо на время оставить).

7) Даны три концентрическiя окружности и точка. Построить треугольникъ съ данными углами (извѣстной формы) такъ, чтобъ его вершины лежали на данныхъ окружностяхъ и одна сторона проходила черезъ данную точку. (Послѣднее условiе на время надо оставить).

8) Данъ секторъ. Провести къ его дугѣ касательную такъ, чтобы отрѣзокъ касательной между продолженiями радiусовъ дѣлился въ точкѣ касанiя въ данномъ отношенiи (Петерсенъ).

9) Въ данный сегментъ вписать треугольникъ съ данными отношенiями сторонъ такъ, чтобъ одна изъ вершинъ лежала въ данной точкѣ на дугѣ или хордѣ сегмента.

10) Даны 4 концентрическiя окружности. Провести сѣкущую $ABCD$ (A, B, C и D суть точки встрѣчи окружностей и сѣкущей, начиная съ большой окружности) такъ, чтобъ $AB = CD$.

Надо сначала опредѣлить $AD:BC$; тогда можно найти и $AB:BC$. Для этого изъ точекъ A и B проведемъ касательныя къ четвертой и третьей окружности.

И. Александровъ (Тамбовъ).

Научная хроника.

Физика.

Засѣданіе Физическаго Отдѣленія Русскаго Физико-Химическаго Общества 12-го Апрѣля.

Предсѣдатель общества проф. Θ. Θ. Петрушевскій предлагаетъ членамъ общества почтить вставаніемъ память двухъ недавно скончавшихся ученыхъ: путешественника Миклухи-Маклая и проф. физики Вроблевскаго.—С. И. Ламанскій сообщаетъ краткій біографическій очеркъ Вроблевскаго и о печальной смерти этого ученаго.—И. И. Боргманъ сообщаетъ о вліяніи свѣта на электрическій разрядъ; докладчикъ сопоставляетъ работы Герца, Шустера, Гальфакса и Аренiуса. Можно считать доказаннымъ, что ультрафіолетовые лучи сильно вліяютъ на электрическія явленія; присутствіе ихъ увеличиваетъ величину искры между кондукторами электрической машины, увеличиваетъ проводимость разрѣженнаго воздуха; зарядъ наэлектризованнаго и хорошо изолированнаго тѣла быстро уменьшается, если тѣло будетъ освѣщено ультра-фіолетовыми лучами; тѣло при этомъ должно быть наэлектризовано отрицательно. Опыты эти были провѣрены докладчикомъ и студентами Вульфомъ и Шклаcревичемъ.

И. И. Боргманъ сообщаетъ также объ особомъ способѣ сравнивать конденсаторы. Измѣренія производились при помощи индукціонной катушки и мостика Витстона, при чемъ гальваноскопъ былъ замѣненъ телефономъ.

Н. А. Гезехусъ показываетъ опытъ интерференціи звука. Передъ двойной трубкой Квинке (см. Физ. Петруш. I, стр. 291; Mousson. I. 406) ставится чувствительное пламя Тиндаля (Mousson I стр. 368); при разности хода въ двухъ трубахъ на четное число полуволнъ пламя приходитъ въ сильное движеніе, при нечетномъ числѣ полуволнъ—пламя горитъ спокойно.

В. В. Лермантовъ показываетъ нѣкоторые вновь пріобрѣтенные приборы. *О. Стр.* (Спб.)

♦ **Электропроводность пустоты. Фёпль.** (*A. Föppl.* Wied. Ann. 33 p. 492. 1888).

Конечно, пустоту въ строгомъ смыслѣ этого слова мы получить никогда не въ состояніи, такъ какъ въ томъ случаѣ, когда изъ даннаго пространства выкачанъ весь газъ, въ немъ все таки находится такъ называемый *эфиръ;* но мы можемъ приблизиться къ *эфирной матеріи* какъ угодно близко.

Съ различныхъ сторонъ, особенно же *Эдлундомъ* и *Гольдштейномъ* было высказано, что пустота представляетъ собою хорошій проводникъ, но что этотъ фактъ потому не наблюдается, что происходитъ поляризація электродовъ или же что разрѣженные газы въ Гейслеровскихъ трубкахъ представляютъ сопротивленіе прохожденію тока.

Самое вѣрное средство изучить электропроводность какой нибудь среды, независимо отъ побочныхъ обстоятельствъ, состоитъ въ томъ, чтобы приготовить изъ даннаго вещества равномѣрную и замкнутую цѣпь и затѣмъ наблюдаютъ въ ней токъ, который тогда возбуждается вслѣдствіе индукціи. Эта метода до сихъ поръ не только не была примѣнена, но и не предложена. Авторъ увѣренъ, что примѣняя ее въ различныхъ случаяхъ, мы получили бы многіе важные результаты.

Для полученія замкнутой и равномѣрной цѣпи изъ пустоты были употреблены двѣ спирали изъ стекляныхъ трубокъ, изъ которыхъ воздухъ былъ настолько выкачанъ ртутнымъ насосомъ, что въ нихъ находились только пары ртути. Полученіе индуктированнаго тока въ цѣпи изъ пустоты можетъ быть доказано либо при помощи магнитныхъ, либо же термическихъ или же свѣтовыхъ дѣйствій. Авторъ въ своемъ изслѣдованіи воспользовался первымъ и третьимъ способомъ слѣдующимъ образомъ.

Спираль изъ мѣдной проволоки (A), 7,1 цм. внутренняго діаметра соединялась съ электродами гальванической баттареи изъ 6—8 элементовъ Бунзена. Въ эту спираль входила вторая (B) изъ стекляной трубки, содержавшая два оборота; внутренній діаметръ этой спирали былъ 3,3 цм., въ нѣкоторыхъ опытахъ она была наполняема мягкими желѣзными проволоками. Общая ось обѣихъ спиралей стояла вертикально. Если нужно было наблюдать индуктированный токъ съ помощію магнитной стрѣлки, то отъ того конца спирали B, гдѣ находилась шейка, шла соединительная трубка къ шейкѣ третьей, нѣсколько меньшей, спирали C, сдѣланной такъ же, какъ и B; ея ось была горизонтальна и совпадала съ направленіемъ отъ востока къ западу; кромѣ того внутри ея находилось магнитное зеркало, колебанія котораго и могли быть наблюдаемы. Соединительныя трубки между обѣими спиралями обладали отвѣтвленіями къ воздушному насосу, имѣвшему кранъ. Главный токъ спирали A не долженъ былъ оказывать никакого дѣйствія на магнитъ, что вполнѣ и наблюдалось при опытахъ.

Всѣ опыты, сдѣланные съ цѣпью изъ пустоты, дали *отрицательные* результаты; ни разу не удалось доказать индуктированнаго тока, который долженъ бы былъ появиться при прерываніи главнаго тока, если бы пустота была хорошимъ проводникомъ. Отрицательные результаты получились даже и тогда, когда для опыта были взяты 35 аккумуляторовъ.

Такимъ образомъ авторъ на основаніи своихъ опытовъ думаетъ, что воззрѣнія Гольдштейна и Эдлунда на пустоту, какъ на хорошій проводникъ электричества, несостоятельны. *Бхм.* (Цюрихъ).

Фотографія атмосфернаго кольца вокругъ солнца въ Сентябрѣ 1887 года. Таккини. (*Tacchini*. Atti della R. Acad. dei Lincei. p. 315. 1887).

Краснобурое кольцо вокругъ солнца, возбудившее вниманіе ученыхъ въ 1883 году вмѣстѣ съ тогдашними явленіями зари, показывается иногда, послѣ того какъ это явленіе уже давно исчезло, еще тамъ и сямъ и можетъ быть, какъ это показалъ авторъ, сфотографировано. Въ Римѣ наступила 20 и 21 Сентября пасмурная и бурная погода, а затѣмъ сильный сѣверный вѣтеръ, вызвавшій охлажденіе, сухость и необыкновенную ясность неба. Послѣ захода солнца и до его восхода авторъ могъ видѣть красивое, рѣзкое кольцо вокругъ солнца, которое напоминало явленіе 1883 года. Ему пришла мысль сфотографировать это явленіе, и это на столько хорошо ему удалось, что онъ могъ предъявить Римской Академіи Наукъ очень красивые снимки. *Бхм.* (Цюрихъ).

♦ Вліяніе свѣта на теплопроводность кристаллическаго селена. Беллати и Лузанна. (*Bellati* e *Lusanna.* Beibl. z. Wied. Ann. 11, p. 818. 1887).

Авторы задались цѣлью изслѣдовать, существуетъ ли вліяніе свѣта на теплопроводность селена и въ самомъ дѣлѣ нашли таковое. Для этой цѣли изъ кристализованнаго селена были приготовлены круглые листочки, 0,3 до 0,4 мм. толщиною и 25 мм. въ діаметрѣ и покрывались тонкимъ слоемъ двойной соли Cu_2J_2, HgJ_2. При обыкновенной температурѣ это двойное соединеніе имѣетъ ярко-красный цвѣтъ; но если его нагрѣть до 70°, то оно принимаетъ темношеколадный цвѣтъ. Одна точка селеновой пластинки сильно была нагрѣта посредствомъ дугообразно согнутой платиновой проволоки, раскаленной электрическимъ токомъ. Какъ только наступало тепловое равновѣсіе, то темношеколадное окрашиваніе распространялось въ видѣ круга опредѣленнаго радіуса. Опытъ былъ произведенъ какъ въ темнотѣ, такъ и при освѣщеніи. Источникомъ свѣта служилъ солнечный свѣтъ, проходившій черезъ растворъ окиси мѣди въ амміакѣ. Во всѣхъ этихъ случаяхъ точно опредѣлялся радіусъ круга, до котораго распространялось темное окрашиваніе вышесказаннаго соединенія. Какъ примѣръ служитъ слѣдующая табличка, въ которой данъ радіусъ, выраженный въ нѣкоторыхъ единицахъ:

	безъ свѣта:	въ синемъ свѣтѣ:
	116	126
	116	126
	115	126
среднее	115,7	126

Отсюда слѣдуетъ, что отношеніе теплопроводности при освѣщеніи и безъ онаго равно въ среднемъ 1.13. Такимъ образомъ свѣтъ облегчаетъ очень замѣтнымъ образомъ теплопроводность селена.

Бхм. (Цюрихъ).

♦ Нѣкоторыя новыя электрическія явленія, вызываемыя лучеиспусканіемъ. Риги. (*A. Righi.* Rend. R. Acc. dei Lincei. 6, p. 185. 1888).

Вертикально расположенный металлическій кружокъ A устанавливается около проволочной сѣтки B и параллельно ей. Какъ кружокъ, такъ и сѣтка соединены отдѣльно съ парой квадрантовъ электрометра, а B соединена еще кромѣ того съ землей. Стрѣлка электрометра заряжается при помощи 100 элементовъ мѣдь—вода—цинкъ. Если теперь соединить A на одно мгновеніе съ землей и сильно его освѣтить, то стрѣлка электрометра тотчасъ же отклонится и тѣмъ сильнѣе, чѣмъ ближе находится источникъ свѣта и чѣмъ больше поверхность кружка. Тоже самое отклоненіе получится и въ томъ случаѣ, если A сначала былъ заряженъ, т. е. если первоначальное отклоненіе стрѣлки было больше. Если A находится очень близко къ B, то вызванное отклоненіе стрѣлки при удаленіи A и B другъ отъ друга не измѣняется; откуда авторъ заключаетъ, что оба металла получили при помощи свѣта одинаковый потенціалъ. Такимъ образомъ упомянутымъ отклоненіемъ измѣряется разность потенціаловъ прикасающихся металловъ A и B въ абсолютныхъ единицахъ. Если соединить B вмѣсто A съ электрометромъ, то получится приблизительно то же отклоненіе, но въ обратную сторону.

Прямой солнечный свѣтъ не обладаетъ этимъ свойствомъ, магніевый же свѣтъ дѣйствуетъ сильно, а свѣтъ вольтовой дуги еще сильнѣе. Авторъ высказываетъ мнѣніе, что дѣйствіе принадлежитъ главнымъ образомъ фіолетовымъ лучамъ. *Бхм.* (Цюрихъ).

♦ **Проводимость фосфоресцирующаго воздуха. Аргеніусъ.** (*Arrhenius*. Wied. Ann. 32. p. 545. 1887).

Авторъ нашелъ, что фосфоресцирующій воздухъ, полученный при помощи электрическихъ разряженій, дѣлается проводникомъ даже для самыхъ малыхъ напряженій (0,05 Вольтъ). При этомъ онъ сходенъ въ предѣлахъ значительныхъ границъ съ металлическими проводниками, т. е. что сила тока въ немъ пропорціональна электровозбудительной силѣ; только для очень большихъ электровозбудительныхъ силъ этого не наблюдается.

Авторъ открылъ это явленіе, пришедши къ заключенію о его существованіи чисто теоретическимъ путемъ. Это явленіе онъ объясняетъ тѣмъ, что ультрафіолетовый свѣтъ приводитъ молекулы воздуха въ сильное колебаніе, которое дѣлаетъ возможнымъ отдѣленіе іоновъ, проводящихъ электролитически. Что не смотря на электролитическій характеръ проводника, все таки не замѣчается поляризаціи, онъ объясняетъ тѣмъ, что работа диссоціаціи, вызванная фосфоресценціей, уже произведена разрѣженіемъ.

Бхм. (Цюрихъ).

♦ **Вліяніе сжатія и растяженія на физическія свойства матеріи. Томлинзонъ.** (*H. Tomlinson*. Proc. Roy. Soc. 42. p. 224. 1887).

Авторъ сообщаетъ въ видѣ извлеченія свои опыты надъ вліяніемъ сжатія и растяженія на магнитность желѣзныхъ, никкелевыхъ и кобальтовыхъ стержней. Онъ приводитъ 50 полученныхъ результатовъ; вотъ главнѣйшіе изъ нихъ:

Если намагничивать желѣзную проволоку малыми силами, то при слабомъ растяженіи временный магнитизмъ увеличивается. Съ увеличеніемъ растягивающаго груза увеличеніе временнаго магнитизма достигаетъ сначала maximum'а, а затѣмъ minimum'а. Растягивающій грузъ, при которомъ наступаетъ maximum магнитизма, для желѣза (никкеля) тѣмъ меньше (больше), чѣмъ сильнѣе намагничивающая сила. Что касается до груза, при которомъ наступаетъ minimum, то онъ у желѣза (никкеля) тѣмъ больше (меньше), чѣмъ болѣе намагничивающая сила.

Разность между этими двумя грузами постоянно увеличивается, если температуру повышать отъ 0° до 100°. При дальнѣйшемъ увеличеніи температуры разность становится меньше и совершенно исчезаетъ при 250°—300°.

Подъ вліяніемъ сжатія временный магнитизмъ у всѣхъ трехъ металловъ измѣняется обратно, чѣмъ отъ растяженія, если только механическія и магнитныя силы не превышаютъ извѣстной величины.

Дальнѣйшіе результаты касаются главнымъ образомъ остаточнаго магнитизма *). *Бхм.* (Цюрихъ).

♦ **Опредѣленіе точки кипѣнія озона и точки затвердѣванія этилена. Ольшевскій.** (*K. Olszewski.* Monatsh. d. Chem. 8. p. 69. 1887).

Автору удалось, примѣняя жидкій кислородъ (въ моментъ его испаренія), какъ охлаждающее средство, сгустить озонъ въ видѣ красивой темносиней капли. Озонъ получался изъ озонированнаго кислорода, приготовленнаго при помощи аппарата Сименса. Его точка кипѣнія лежитъ при —106°. Опыты съ жидкимъ озономъ должны производиться осторожно, такъ какъ онъ, приходя въ соприкосновеніе съ горючими газами, очень сильно взрываетъ. Этиленъ затвердѣваетъ въ испаряющемся жидкомъ кислородѣ при —169°. *Бхм.* (Цюрихъ).

Библіографическіе отчеты, рецензіи и пр.

„Матеріалы къ изученію метеорологіи, составлено В. Голицынымъ по лекціямъ, читаннымъ М. А. Рыкачевымъ въ Николаевской Морской Академіи въ 1885 году.“

Книга, заглавіе которой мы только что выписали, предназначается „для лицъ интересующихся метеорологіей, какъ пособіе для болѣе подробнаго изученія нѣкоторыхъ отдѣловъ этой науки“ и именно вопросовъ о составѣ воздуха, о распредѣленіи на земной поверхности лучистой теплоты, получаемой отъ солнца и, наконецъ, о температурѣ воздуха, такъ какъ только эти 3 отдѣла и вошли въ составъ настоящаго выпуска.

Разсматривая эту книгу какъ *учебникъ*, мы можемъ только пожелать ей полнѣйшаго успѣха, такъ какъ для учащихся она можетъ быть весьма полезна, содержа, въ общемъ, довольно полное и весьма ясное изложеніе современнаго состоянія ученія о трехъ вышеназванныхъ весьма важныхъ вопросахъ метеорологіи; но если взглянуть на нее какъ на „*пособіе для изученія метеорологіи,*“ то мы позволимъ себѣ замѣтить, что она принесла бы гораздо болѣе пользы, если бы была дополнена болѣе обширными указаніями на литературу предмета (какъ это сдѣлано напр. въ классическомъ произведеніи проф. А. В. Клоссовскаго „Новѣйшіе успѣхи Метеорологіи“), основываясь на коихъ учащемуся, заинтересовавшемуся тѣмъ или инымъ вопросомъ, было бы уже не трудно расширить свои знанія за предѣлы даннаго учебника; что въ подобномъ расширеніи зачастую встрѣтится надобность—признается даже въ самомъ предисловіи В. Голи-

*) См. также изслѣдованіе этихъ вліяній референта: Жур. Физ.-Хим. Общ. 16. p. 427. 1884.

цына, гдѣ указывается на „сжатость и въ нѣкоторыхъ мѣстахъ отрывочность изложенія“; добавимъ отъ себя—что, мѣстами, мы нашли даже прямо нѣкоторую неполноту изложенія, такъ напримѣръ: въ отдѣлѣ о лучистой теплотѣ говорится лишь нѣсколько словъ о многочисленныхъ и весьма важныхъ работахъ по этому вопросу проф. Крова, и даже ни слова не упоминается ни про его актинометры (обыкновенный и регистрирующій), ни про формулу, предложенную имъ въ замѣнъ формулы Бугера; актинометръ Віоля рекомендуется какъ инструментъ абсолютный и наилучшій, и ничего не говорится о цѣломъ рядѣ поправокъ, которыя Ланглей считаетъ нужнымъ придавать къ показаніямъ этого инструмента; въ главѣ о температурѣ воздуха сказано лишь нѣсколько словъ по вопросу о вліяніи топографическихъ условій на суточную амплитуду температуры и ничего—о вліяніи на годовой ходъ температуры, тогда какъ проф. Воейковъ именно на основаніи этого обстоятельства заподозрѣваетъ, и весьма основательно, даже вообще правильность проведенія изотермъ въ восточной Сибири (Климаты земного шара, главы 18 и 39) и т. д.

Добавимъ, что, по нашему мнѣнію, отдѣлъ „о термометрахъ“ принадлежитъ къ наиболѣе слабымъ мѣстамъ книги, такъ какъ изложенъ мѣстами не достаточно полно, (такъ напр. описывается, какъ наилучшій, такой приборъ международнаго Бюро мѣръ и вѣсовъ для опредѣленія точки 100° въ термометрахъ, который уже замѣненъ именно въ этомъ Бюро болѣе совершеннымъ приборомъ) а мѣстами даже просто не точно (какъ напр. увѣреніе о томъ, что „въ предѣлахъ достаточныхъ для метеорологическихъ цѣлей изслѣдованія нормальнаго ртутнаго термометра могутъ быть сдѣланы совершенно независимо отъ воздушнаго термометра,“ такъ какъ ртутные термометры изъ твердаго зеленаго стекла имѣютъ поправку относительно газоваго менѣе $\pm 0°,1$C только въ предѣлахъ отъ $+11°$ до $-8°$C, а хрустальные термометры—и еще въ болѣе тѣсныхъ предѣлахъ, и даже въ разсматриваемой книгѣ на стр. 241—242 указывается случай, когда для приведенія къ показаніямъ воздушнаго термометра приходится вводить поправку до 8°C).

Въ типографскомъ отношеніи книга издана весьма удовлетворительно, если не считать огромнаго количества указанныхъ опечатокъ, да есть и не указанные (напр. на страницѣ 90 въ строкѣ 12 св. невѣренъ знаменатель); желательно бы также обратить большее вниманіе на чертежи, а то на стр. 150 описывается, какъ „черезъ концы ординатъ проводятъ согласную кривую“, а на соотвѣтствующемъ чертежѣ 9—проведены не согласныя кривыя, а просто—ломанныя линіи.

Повторимъ, что мы первые желаемъ какъ полнаго успѣха настоящей книгѣ, такъ равно и скорѣйшаго изданія остальныхъ выпусковъ лекцій М. А. Рыкачева, имя коего отлично извѣстно въ метеорологической литературѣ, какъ изслѣдователя многихъ вопросовъ по метеорологіи Россіи; если мы рѣшились сдѣлать вышеприведенныя замѣчанія, то единственно съ тою цѣлью, чтобы они могли быть приняты во вниманіе при составленіи послѣдующихъ выпусковъ или при новомъ изданіи настоящаго выпуска. *Р. Савельевъ* (Кіевъ).

Смѣсь.

О космическомъ происхожденіи нѣкоторыхъ родовъ пыли въ нашей атмосферѣ. (Comptes Rendus, t. CVI, p. 964).

Давно уже ученые пришли къ убѣжденію, что въ носящейся въ земной атмосферѣ пыли существуютъ такіе виды ея, которые попали къ намъ изъ небеснаго пространства. Подобную пыль отыскивали въ падающемъ на поверхность земли снѣгѣ и дождѣ, на снѣжномъ покровѣ альпійскихъ вершинъ; наконецъ Норденшильдъ находилъ ее въ снѣгу сѣверо-полярныхъ странъ, на который, быть можетъ, до этого ученаго не ступала нога человѣка. Существованіе космической пыли въ нашей атмосферѣ понятно и a priori: къ намъ постоянно залетаютъ метеоры; самые крупные изъ нихъ достигаютъ земной поверхности; большинство же превращается въ атмосферѣ въ пыль, которая впослѣдствіи падаетъ на землю сама или увлекается атмосферными осадками. Образчикъ пыли, попавшей на землю послѣднимъ способомъ, былъ подвергнутъ изученію Démoulin'омъ, который въ теченіе Іюля и Августа 1887 г. собиралъ (на Золотомъ Берегу) дождь, заключавшій эту пыль Дождевая вода содержала два рода пыли: магнитную и такую, на которую магнитъ не дѣйствуетъ; изслѣдованію подверглась только первая, такъ какъ вторая представляетъ большія трудности при ея изученіи. Микроскопическое наблюденіе пыли перваго рода показало, что она состоитъ изъ микро-аэролитовъ, которые по цвѣту, формѣ и магнитной чувствительности авторъ раздѣляетъ на три группы, отождествляя послѣднія съ тремя группами классификаціи Daubrée: holosidères, sissidères и sporadosidères.

Первый типъ (holosidères) представляетъ весьма часто встрѣчаемыя подъ микроскопомъ шарообразныя тѣльца, шероховатыя, либо гладкія, всегда черныя, обладающія сильною магнитностью; иногда они бываютъ съ выемками. Они вполнѣ соотвѣтствуютъ желѣзистымъ шарикамъ, получаемымъ черезъ накаливаніе. Къ этой же группѣ авторъ относитъ и другія магнитныя тѣльца, отличающіяся отъ предыдущихъ своею формою, а иногда и цвѣтомъ: одни изъ нихъ представляютъ собою черныя песчинки съ угловатыми или округленными контурами; другія—угловатыя пластинки съ большою магнитностью и зеленовато-желтою окраскою; послѣднія обыкновенно окаймлены черной полоской, не всегда полной.

Микро-аэролиты, образующіе вторую группу (sissidères), легко узнаются по ихъ губчатому строенію. При первоначальномъ наблюденіи они казались весьма похожими на дендриты, но затѣмъ было замѣчено, что по формѣ они тождестственны съ кораллами. Весьма интереснымъ является то обстоятельство, что развѣтвленія ихъ всегда оканчиваются шариками. Эти тѣльца обладаютъ черной окраской и сильной магнитностью.

Третью группу (sporadosidères) составляютъ желѣзистыя частицы въ смѣси съ каменистыми различныхъ цвѣтовъ: краснаго, бураго, желтовато-краснаго, сѣраго и проч. Эти тѣльца въ большинствѣ случаевъ мало магнитны.

Ив. Г—скій (Кіевъ).

Задачи.

№ 314. Вообразимъ прямоугольный треугольникъ ABC, въ которомъ: AB есть неизвѣстная высота горы, AC—горизонтальная линія и BC—разстояніе вершины горы B отъ наблюдателя, находящагося у подошвы горы въ C. Пусть $\angle ACB=60°$. Наблюдатель изъ C переходитъ въ точку D, лежащую на склонѣ горы; предположимъ, что пройденный имъ въ гору путь CD представляетъ прямую линію, наклоненную къ горизонту подъ $\angle 30°$, и что длина CD=1 верстѣ, а уголъ BDC=135°. По этимъ даннымъ требуется вычислить высоту горы AB.

(Заимств.) *Ш.*

№ 315. Построить треугольникъ, когда извѣстно положеніе *изображеній* въ его сторонахъ нѣкоторыхъ двухъ точекъ M и N. Всегда ли задача возможна?

(Заимств.) *Ш.*

NB. Для краткости терминъ *изображеніе* (геометрическое) употребленъ здѣсь въ смыслѣ *точки симметричной относительно прямой*, на основаніи аналогіи съ изображеніемъ свѣтящейся точки въ плоскомъ зеркалѣ.

№ 316. Рѣшить систему уравненій:

$$x^3-xyz=a\sqrt{xyz},$$

$$y^3-xyz=b\sqrt{xyz},$$

$$z^3-xyz=c\sqrt{xyz}.$$

А. Гольденбергъ (Спб.)

№ 317. Показать справедливость равенства:

$$arctg\frac{1}{n}=arctg\frac{2}{(n+1)^2}+arctg\frac{2}{(n+3)^2}+arctg\frac{2}{(n+5)^2}+\ldots.$$

А. Войновъ (Харьковъ).

№ 318. Даны двѣ окружности O и O_1 и точка A. Пусть A′ есть пересѣченіе поляръ точки A въ отношеніи данныхъ окружностей. Требуется доказать, что радикальная ось круговъ O и O_1 дѣлитъ пополамъ линію AA′.

А. Бобятинскій (Ег зол. пр.)

№ 319. (Обобщеніе задачи № 307, помѣщенной въ № 44 „Вѣстника“). Пусть $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$ нѣкоторыя положительныя числа; означимъ черезъ P_2 сумму всѣхъ произведеній изъ этихъ чиселъ по два, и черезъ P_3—сумму всѣхъ произведеній по три. Требуется найти наибольшую величину отношенія $\frac{P_3}{P_2}$, если сумма всѣхъ n чиселъ не превосходитъ даннаго предѣла.

Пр. *В. Ермаковъ* (Кіевъ).

Параллелограмъ, описанный около окружности.

Отвѣтъ на тему № 1-й, предложенную въ № 25 „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“ III сем. стр. 21.

I. Описанный около круга параллелограмъ есть ромбъ.

Это слѣдуетъ изъ того, что суммы двухъ противоположныхъ сторонъ описаннаго четыреугольника равны между собой и—противоположныя стороны параллелограма равны.

Отсюда можно вывести, какъ слѣдствія, что: діагонали ромба пересѣкаются въ центрѣ вписаннаго въ него круга; точка касанія стороны ромба, описаннаго, дѣлитъ эту сторону на отрѣзки, произведеніе которыхъ постоянно и равно радіусу въ квадратѣ. Наконецъ прямая, соединяющая двѣ противоположныя точки касанія сторонъ ромба равна діаметру круга и проходитъ черезъ центръ.

II. *Minimum* периметра и площади ромба бываетъ въ томъ случаѣ, когда онъ обращается къ квадратъ.

Это можно вывести изъ теоремы, что если площадь прямоугольника, построеннаго на двухъ отрѣзкахъ остается постоянною, то сумма отрѣзковъ достигаетъ наименьшей величины въ томъ случаѣ, когда они равны между собою *).

III. Четыреугольникъ, составленный точками касанія ромба со вписаннымъ въ него кругомъ, есть прямоугольникъ.

Въ самомъ дѣлѣ, прямая, соединяющая двѣ противоположныя точки касанія, какъ было сказано выше, есть діаметръ круга. Углы, имѣющіе вершинами двѣ другія точки касанія, опираются на этотъ діаметръ, слѣдовательно эти углы прямые. Точно такъ же и другіе два угла будутъ прямые, а потому четыреугольникъ, вершинами которому служатъ точки касанія сторонъ ромба, есть прямоугольникъ.

IV. *Maximum* периметра и площади этого прямоугольника будетъ тогда, когда прямоугольникъ обращается въ квадратъ.

Это легко вывести изъ теоремы, что если сумма квадратовъ, построенныхъ на двухъ отрѣзкахъ x и y, остается постоянной, то самая большая сумма этихъ отрѣзковъ $x+y$ и самая большая площадь прямоугольника, на нихъ построеннаго, xy—будутъ въ томъ случаѣ, когда отрѣзки x и y равны между собою **).

V. Произведеніе площадей описаннаго около круга ромба и прямоугольника, имѣщаго вершинами точки касанія ромба, есть величина постоянная.

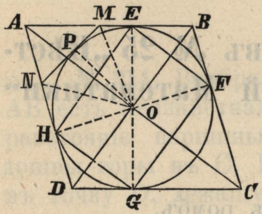
---

*) См. Вѣст. Оп. Физики и Элем. Математики I сем. стр 152, теорема V.

**) См. „Вѣстн. Оп. Физики и Элем. Математики“ I сем. стр. 199, теорема VI.

Пусть ABCD есть описанный ромбъ; E, F, G и H точки касанія его, служащія вершинами прямоугольнику EFGH; AC и BD діагонали, пересѣкающіяся въ O. Требуется доказать, что:

Фиг. 49.



$$\text{площ.}\,ABCD \times \text{площ.}\,EFGH = \text{пост.}$$

Такъ какъ площ. ABCD есть 2R.AB, а площадь EFGH=EH.EF,

то площ. ABCD×площ. EFGH=2R.AB.EH.EF.

Углы при H, E и F прямые, слѣд. четыреугольники AHOE и BFOE вписуемые.

Тогда

$$EH.AO = R.AE + R.AH = 2R.AE$$

и

$$EF.OB = R.BE + R.BF = 2R.BE.$$

Перемножая эти равенства, и помня, что

$$AE.BE = R^2$$

(какъ слѣдствіе теоремы I), а также

$$AO.OB = R.AB,$$

мы получимъ:

$$\text{площ.}\,ABCD \times \text{площ.}\,EFGH = 8R^4 = \text{пост.}$$

VI. Всякая касательная MN даетъ на двухъ смежныхъ сторонахъ ромба AB и AD такіе два отрѣзка BM и DN, произведеніе которыхъ постоянно.

Пусть MN касательная, M и N суть точки пересѣченія со сторонами AB и AD, и P точка касанія. Соединивъ M и N съ O, мы замѣчаемъ, что

$$\angle MON = \frac{1}{2}\angle EOH,$$

ибо

$$\angle POM = \frac{1}{2} POE \text{ и } \angle PON = \frac{1}{2}\angle POH.$$

Потомъ

$$\angle EOH = 180° - \angle EAH,$$

слѣд.

$$\angle MON = 90° - \frac{1}{2}\angle EAH = \frac{1}{2}\angle ABC = \angle ABO.$$

Изъ равенства угловъ NMO и BMO заключаемъ, что треугольники BMO и NMO подобны. Кромѣ того

$$\angle ABO = \angle ADO$$

и

$$\angle DNO = \angle MNO,$$

поэтому треугольники DNO и MNO подобны. Два треугольника DNO, BMO подобные третьему MNO, подобны между собою. Отсюда слѣдуетъ, что

$$MB:OB = OD:DN.$$

Тогда, помня, что $OB = OD$, мы имѣемъ,

$$MB.DN = OB^2 = \text{постоян.}$$

такъ какъ для даннаго ромба BO постоянно.

Н. Шимковичъ (Харьковъ) Ученикъ (7) кл. Тульск гимн *Н. И.*

Рѣшенія задачъ.

№ 129. Показать, что всякое число, дѣлящееся на 2^n, есть сумма 2^{n-1} послѣдовательныхъ чиселъ.

Пусть $N = 2^n \cdot k$. Возьмемъ прогрессію

$$2x+1,\ 2x+3,\ .\ .\ .\ .\ .\ ,2x+1+2(2^{n-1}-1)$$

разность которой 2, а число членовъ 2^{n-1}. Сумма всѣхъ членовъ этой прогрессіи будетъ

$$(2x+1+2^{n-1}-1)2^{n-1}.$$

Положивъ, что

$$(2x+1+2^{n-1}-1)2^{n-1} = 2^n \cdot k,$$

найдемъ, что первый членъ нашей прогрессіи и послѣднiй равны по порядку

$$2k-2^{n-1}+1,$$
$$2k+2^{n-1}-1,$$

и

$$N = (2k-2^{n-1}+1)+(2k-2^{n-1}+3)+\ .\ .\ .\ .\ .\ +(2k+2^{n-1}-1)$$

Примѣч. 1) Всякая степень числа n есть сумма n послѣдовательныхъ нечетныхъ чиселъ.

Пусть $N = n^\alpha$. Возьмемъ прогрессію

$$2x+1,\ 2x+3,\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ ,2x+1+2(n-1)$$

разность которой 2, число членовъ n. Сумма всѣхъ членовъ этой прогрессіи будетъ

$$(2x+n)n.$$

Полагая теперь, что

$$(2x+n)n=n^{\alpha},$$

найдемъ, что первый и послѣдній члены прогрессіи будутъ:

$$n^{\alpha-1}-n+1,$$

$$n^{\alpha-1}+n-1,$$

и что

$$n^{\alpha}=(n^{\alpha-1}-n+1)+(n^{\alpha-1}-n+3)+\ldots\ldots+(n^{\alpha-1}+n-1).$$

2) Всякая степень числа n есть сумма n послѣдовательныхъ членовъ ариѳметической прогрессіи, разность которой произвольное четное число.

Пусть

$$N=n^{\alpha}.$$

Возьмемъ прогрессію

$$x,\ x+2r,\ \ldots\ldots\ldots\ x+2r(n-1),$$

число членовъ которой n. Сумма членовъ этой прогрессіи равна

$$\left[x+r(n-1)\right].n.$$

Положивъ, что

$$\left[x+r(n-1)\right].n=n^{\alpha},$$

найдемъ, что первый и послѣдній члены этой прогрессіи будутъ

$$n^{\alpha-1}-rn+r,$$

$$n^{\alpha-1}+rn-r,$$

и

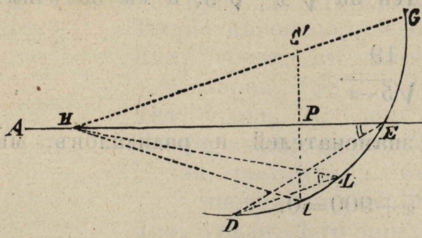
$$n^{\alpha}=(n^{\alpha-1}-rn+r)+(n^{\alpha-1}-rn+3r)+\ldots\ldots+(n^{\alpha-1}+rn-r).$$

А. Гольденбергъ (Спб), *А. Крашенинниковъ* (Орелъ), *Н. Шимковичъ* (Харьк.). Учен. Астр. г. (8) *И. К.*

№ 185. Дана часть дуги окружности, пересѣкающая данную прямую въ одной точкѣ; найти другую точку встрѣчи, не дочерчивая дуги до пересѣченія съ прямой, т. е. не находя центра дуги.

Положимъ, что линія не проходитъ черезъ конецъ дуги. Пусть данная прямая AB и дуга GD. Отложимъ дугу EL′ равную дугѣ GE; изъ L′ опустимъ перпендикуляръ L′C′ на AB и отложимъ на немъ C′P=PL′. Чрезъ G и C′ проведемъ C′G до встрѣчи съ AB въ точкѣ H, которая и

Фиг. 50.



будетъ искомою. Въ самомъ дѣлѣ, соединивъ L' и H имѣемъ $\angle C'HP = \angle PHL'$, а также дуга $L'E =$ дугѣ EG, слѣд. точка H лежитъ на дугѣ и на прямой AB.

Теперь предположимъ, что данная линія AB проходитъ чрезъ E, конецъ дуги ED. Чтобы найти другую точку встрѣчи, соединяемъ точки E и D; потомъ, взявъ гдѣ-нибудь на дугѣ точку L, проводимъ LD и строимъ $\angle HLD = \angle HED$. Если теперь продолжимъ HL до встрѣчи съ AB въ точкѣ H, то эта послѣдняя и будетъ искомою точкою. Доказательство аналогичное предыдущему.

З. Колтовскій (X.), *М. Кузьменко* (сл. Бѣлая). Ученики: Тул. г. (7) *Н. И.* Курск. г. (5) *Е. Х.*, (6) *Т. Ш.*, (8) *І. Ч.*, Нов.-Сѣв. г. (?) *П. Х.*, Никол. г. (8) *А. В.*, Уфим. г. (6) *А. Э.*, Тифл. р. уч. (6) *Н. П.* и (7) *М. К.*, Симб. к. к. (7) *С Б.*, Астр г. (8) *И. К.*, Ворон к. к. (?) *А П.*

№ 193. На окружности даны двѣ точки A и B. Найти на ней третью точку C такъ, чтобы произведеніе хордъ AC.BC было *maximum*.

Соединимъ данныя двѣ точки прямою AB. Въ какомъ бы мѣстѣ окружности, по одну сторону прямой AB, ни была взята точка C, уголъ ACB будетъ имѣть нѣкоторое постоянное значеніе, которое назовемъ чрезъ φ. При всякомъ положеніи точки C, выраженіе $\frac{1}{2}AC.BC.\mathrm{Sin}\varphi$ будетъ представлять площадь треугольника ACB, которое, отличаясь отъ AC.BC постояннымъ положительнымъ множителемъ $\frac{1}{2}\mathrm{Sin}\varphi$, будетъ имѣть *maximum* въ одно время съ AC.BC. Но *maximum* площади треугольника ACB, имѣющаго постоянное основаніе AB будетъ при наибольшемъ значеніи высоты его, что очевидно можетъ быть только тогда, когда вершина C будетъ находиться на пересѣченіи окружности съ перпендикуляромъ, возставленнымъ изъ средины прямой AB и, очевидно, въ той изъ двухъ точекъ пересѣченія, которая будетъ отстоять дальше отъ AB.

Н. Артемьевъ (Спб.), *Н. Шимковичъ* (X.), *А. Бобятинскій* (Ег. зол. пр.), *Новицкій* (Ворон.). Ученики: Курск. г. (5) *В. Х.* и (8) *П. А.*, Тифл. р. уч. (6) *Н. П.*, Астр. г. (8) *И. К.*, Смол г. (?) *С. Б.*

№ 195. Рѣшить уравненіе:

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{x}}{5-x}=\frac{19}{\sqrt{5-x}}$$

и повѣрить рѣшеніе.

Первая часть уравненія сокращается на $\sqrt{x}+\sqrt{5}$, и мы получимъ по сокращеніи

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{x}}=\frac{19}{\sqrt{5-x}}.$$

Освобождая это выраженіе отъ знаменателей и радикаловъ, мы найдемъ:

$$181x-361\sqrt{5}.\sqrt{x}+900=0.$$

Отсюда

$$\sqrt{x}=\frac{361\sqrt{5}\pm\sqrt{5}}{362}$$

и

$$x_1=5,\ x_2=5\left(\frac{180}{181}\right)^2.$$

Подставивъ въ данное уравненіе первый корень, имѣемъ

$$\infty=\infty.$$

Подстановка же x_2 даетъ

$$\frac{181}{\sqrt{5}}=\frac{181}{\sqrt{5}}.$$

С. Блажко (См.), *Я. Тепляковъ* (Кіевъ), *Н. Артемьевъ* (Спб.), *Веприцкій* (Карсъ), *Е. Предтечинскій* (Самара). Ученики: Пермск. г. (5) *В. А.* и *А. М.*, Курск. г (6) *А. П.* Кіев. р. уч. (5) *А. К.*, Тифл. р. уч. (6) *Н. П.* и (7) *М. К.*, Симб. к. к. (?) *П. Ю.*

№ 224. Опредѣлить сумму n членовъ ряда

$$2.1^2+3.2^2+4.3^2+\ .\ .\ .\ .\ +n(n-1)^2+(n+1)n^2.$$

Данное выраженіе можетъ быть разложено на двѣ суммы: сумму квадратовъ натуральныхъ чиселъ отъ 1 до n включительно, и сумму кубовъ ихъ. Слѣдовательно

$$S=\frac{n(n+1)(2n+1)}{1.2.3.}+\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

или

$$S=\frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{1.3.4.}$$

С. Блажко (См.), *Веприцкій* (Карсъ), *Н. Артемьевъ* (Спб.), *Я. Тепляковъ* (К.), *Новицкій* и *Ивановскій* (Ворон.), *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ). Ученики: Ворон. к. к (7) *А. П.* и (?) *И. К.* Рост. на Д. р. уч. (7) *И. Д.*, Тифл. р. уч. (6) *Н. П.*, Астр. г. (8) *И. К.*, Плоцкой г. (6) *И. В.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 17 Мая 1888 года.
Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.

Въ книжномъ складѣ редакціи продаются:

	цѣна съ перес.
1. Сочиненія проф. **В. П. Ермакова:**	
Теорія вѣроятностей 1879 г.	1 р. 65 к.
Диф. уравн. съ частн. произв. 1-го пор. съ 3-мя перем. 1880.	— „ 30 „
Диф. уравн. 2-го пор. 1880.	— „ 30 „
Теорія двойно-періодическихъ функцій. 1881	— „ 30 „
Нелин. диф. уравн. съ частн. произв. 1-го пор. со многими перем. и канническія уравненія. 1884.	1 „ 40 „
Диф. уравн. 1-го пор. съ двумя перем. 1887. . . .	1 „ 40 „
Способъ наименьшихъ квадратовъ. 1887.	— „ 25 „
Теорія векторовъ на плоскости. 1887.	— „ 90 „
2. Сочиненія проф. **М. Хандрикова:**	
Описательная астрон., общедоступно изложенная. 1886.	3 „ 30 „
Курсъ Анализа: 1. Дифференціальное исчисленіе, 2. Интегральное исчисленіе, 3. Интегрированіе диф. уравненій. 1887	6 „ 60 „
3. Сочиненія проф. **О. Хвольсона:**	
Попул. лекціи объ основныхъ гипотезахъ физики. 1887.	— „ 70 „
Объ абсолютныхъ единицахъ, въ особенности магнитныхъ и электрическихъ. 1887.	1 „ 40 „
4. Основной курсъ Аналитической Геометріи. Часть I. Геометрія на плоскости. Проф. **К. А. Андреева.** 1887 г.	2 „ 20 „
5. Краткій курсъ высшей алгебры. Проф. **М. Тихомандрицкаго** 1887 года	2 „ 75 „
6. Электричество въ элементарной обработкѣ К. Максуэля. Перев. подъ ред. проф. **М. Авенаріуса.** 1886	1 „ 65 „
7. Физическія изслѣдованія **А. Надеждина.** (посмер. изд.) 1887.	1 „ 65 „
8. Химикъ Ш. А. Вюрцъ. Перев. проф. **П. Алексѣева.** 1887.	— „ 55 „
9. Двухсотлѣтіе памяти Ньютона. 1888.	— „ 55 „
10. Начала начертательной геометріи съ приложеніемъ черченія кривыхъ. **А. Н. Пальшау** 2-ое изд. 1886.	1 „ 50 „
11. Сочиненія **Э. К. Шпачинскаго:**	
Электрическіе аккумуляторы. 1886.	— „ 55 „
О землетрясеніяхъ. 1887.	— „ 50 „
12. Сочиненія **И. Александрова:**	
Методы рѣш. геом. зад. на постр. 3-е изд. 1887. .	1 „ 20 „
Методы рѣш. ариѳм. задачъ. 2-ое изд. 1887. . . .	— „ 35 „
13. Сочиненія **Н. А. Конопацкаго:**	
Рѣчь Споттисвуда „О связи математики съ другими науками. 1885.	— „ 35 „
Систематическій курсъ ариѳметики. 1888.	— „ 45 „
14. Переводы **И. Н. Красовскаго:**	
Основы ариѳметики. Е. Коссака. 1885	— „ 55 „
Рѣчь Клаузіуса „Связь между великими дѣятелями природы". 1885.	— „ 25 „
Вопросы о наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ, рѣшаемые посредствомъ уравн. 2-ой ст. Бріо. 1885.	— „ 45 „
15. Курсъ ариѳметики. **П. К. Алтунджи.** 1887.	— „ 75 „

и пр. и пр.

Адресъ редакціи: КІЕВЪ, Нижне-Владимірская, № 19.

Dodatek do № 20 Wszechświata.—Rok 1888.

LEON CIENKOWSKI.

WSPOMNIENIE POŚMIERTNE

przez

Augusta Wrześniowskiego.

WARSZAWA. 1888 r.
