№ 14.

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

2-го семестра № 2-й.

Адресъ Редакціи: Кіевъ, Нижне-Владимірская, д. № 19.

КІЕВЪ.
Типографія Е. Т. Керерь, аренд. Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.
1887.

http://vofem.ru

ГОС. НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА им. К. Д. Ушинского
536

СОДЕРЖАНІЕ

№ 14.

РЕДАКЦІЯ

ВѢСТНИКА ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

приглашаетъ всѣхъ преподавателей и любителей физико-математическихъ наукъ, равно какъ и учащихся принимать участіе въ журналѣ въ качествѣ сотрудниковъ-корреспондентовъ.

Авторамъ статей, помѣщенныхъ въ журналѣ, редакція высылаетъ безплатно не болѣе 5 экземпляровъ тѣхъ номеровъ журнала, въ которыхъ эти статьи напечатаны. Авторы, желающіе имѣть отдѣльные оттиски своихъ статей, помѣщаемыхъ въ журналѣ, принимаютъ на себя всѣ расходы изданія и пересылки.

---

http://vofem.ru

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 14.

II Сем. 25 Января 1887 г. № 2.

О звукопроводности тѣлъ.

Лекціонные опыты [1]).

Проф. Н. А. Гезехуса.

1. Относительно проводимости звука различными тѣлами въ учебникахъ физики приводится очень мало данныхъ. Между тѣмъ пренебрегать этимъ вопросомъ нѣтъ никакихъ основаній; вопросу о звукопроводности слѣдовало бы, очевидно, отводить въ акустикѣ соотвѣтственно такое же мѣсто, какъ и вопросамъ о теплопроводности и электропроводности въ ученіяхъ о теплотѣ и электричествѣ. Весьма важно, разумѣется, во всѣхъ отношеніяхъ сопоставлять между собою сходныя явленія, относящіяся къ различнымъ областямъ физики. Поэтому и вопросъ о звукопроводности слѣдуетъ выдѣлять въ особую главу, разсматривая его по возможности со всѣхъ сторонъ и въ такой формѣ, чтобы аналогія его съ тепло-и электропроводностью выступала наиболѣе рѣзкимъ образомъ.

2. *Звукопроводность твердыхъ тѣлъ.* Въ учебникахъ обыкновенно въ примѣръ хорошей проводимости звука твердыми тѣлами приводятся тѣ факты, что стукъ карманныхъ часовъ, приложенныхъ къ одному концу длиннаго бревна, будетъ хорошо слышенъ у другого его конца; что лошадиный топотъ можетъ быть слышенъ на далекомъ разстояніи, если приложить ухо къ землѣ; что звукъ передается черезъ натянутый шнурокъ, и

---

[1]) Статья эта, присланная намъ авторомъ для помѣщенія въ журналѣ, была помѣщена также въ № 8 Ж. Р. Ф.-Х. Общ. за 1885 г.

http://vofem.ru

т. п. Но кромѣ сообщенія такихъ фактовъ, можно прямо на опытѣ не только показать самымъ простымъ образомъ, что твердыя тѣла проводятъ звукъ, но и сравнить между собою звукопроводности различныхъ тѣлъ.

Для этой цѣли достаточно приготовить нѣсколько одинаковаго размѣра стерженьковъ изъ различныхъ веществъ, поставить ихъ, придерживая рукою, на столъ или лучше на резонаторный ящикъ и попеременно прикасаться къ нимъ сверху звучащимъ камертономъ; тогда замѣтна будетъ разница въ силѣ звука при переходѣ отъ одного стерженька къ другому. Лучше, разумѣется, разставить заранѣе стержни въ порядкѣ возрастающей ихъ звукопроводимости, чтобы при послѣдовательномъ прикосновеніи къ нимъ камертона, звукъ постепенно усиливался; при обратномъ передвиженіи камертона звукъ станетъ ослабѣвать; можно раза два или три переставлять камертонъ взадъ и впередъ. Для удобства слѣдуетъ соединить между собою по нѣсколько стерженьковъ посредствомъ каучуковыхъ трубокъ, такъ чтобы ихъ можно было, поставивъ на резонаторный ящикъ, держать всѣ заразъ двумя пальцами. У меня устроено это было слѣдующимъ образомъ: были взяты шесть палочекъ, размѣромъ немного меньше обыкновеннаго карандаша, и соединены между собою въ двѣ отдѣльныя группы, по три палочки въ каждой, посредствомъ резиновыхъ трубокъ; именно взяты были палочки

1. Каучуковая	4. Деревянная
2. Пробковая	5. Стекляная
3. Гутаперчевая	6. Стальная.

Первыя три палочки — представители сравнительно худыхъ проводниковъ звука, а послѣднія три — представители хорошихъ проводниковъ. Каждыя три палочки, какъ сказано, скрѣплены между собою поперегъ четырьмя тонкими резиновыми трубками, сжатыми попарно резиновыми кольцами (которыя составляютъ просто отрѣзки отъ трубки). Кромѣ того, каучуковая палочка, для того, чтобы она не сгибалась, зажата между двумя небольшими и тонкими деревянными пластинками.

Приставляя камертонъ сперва къ каучуковой палочкѣ, мы звука вовсе не услышимъ, откуда заключаемъ, что мягкій каучукъ очень худой проводникъ звука; прикасаясь же затѣмъ камертономъ поочередно къ другимъ палочкамъ, поставленнымъ на резонаторный ящикъ, мы замѣтимъ постепенное усиленіе звука, причемъ лучшими проводниками окажутся стекло и сталь.

Подобнымъ же образомъ можно было показать, что алюминій также

http://vofem.ru

хорошо проводитъ звукъ, какъ и сталь; свинецъ хуже проводитъ, чѣмъ мѣдь; и т. п.

Можно было испытать также сравнительную проводимость различныхъ сортовъ деревьевъ. Оказалось, напр., что сандальное и черное дерево одинаково хорошо проводятъ звукъ; яблоня же и въ особенности корельская береза—замѣтно хуже.

3. *Весьма рѣзко обнаруживается различіе звукопроводности дерева по разнымъ направленіямъ—вдоль и поперегъ волоконъ.* Изъ тонкой еловой доски выпилены были два столбика: одинъ вдоль, другой — поперегъ волоконъ. Звукопроводность перваго столбика годаздо лучше, чѣмъ второго. Пришлось уменьшить длину второго столбика по крайней мѣрѣ разъ въ пять, для того чтобы онъ проводилъ звукъ такъ-же, какъ и первый. Отсюда можно заключить, что въ ели по направленію волоконъ звукопроводность примѣрно разъ въ пять больше, чѣмъ въ направленіи перпендикулярномъ.

4. *Связь между звукопроводностью и скоростью звука въ тѣлахъ прямо видна изъ предыдущаго.* Лучшіе проводники звука обладаютъ вмѣстѣ съ тѣмъ и большею скоростью звука; именно алюминій—15,4, сталь—15, стекло—15 (принимая скорость звука въ воздухѣ за 1). Скорость звука въ мѣди—11, а въ свинцѣ 3,7. Каучукъ, какъ очень плохой проводникъ звука, имѣетъ и скорость звука очень малую, всего около 0,1. Скорость звука въ соснѣ вдоль фибръ 13,8, а перпендикулярно къ нимъ—4.

5. Звукопроводность зависитъ, очевидно, главнымъ образомъ отъ того, какая часть звуковой энергіи поглощается тѣломъ на *внутреннее треніе.* Такъ какъ *упругое послѣдѣйствіе* въ твердыхъ тѣлахъ обусловливается между прочимъ внутреннимъ треніемъ, то, понятно, *должна существовать связь между упругимъ послѣдѣйствіемъ и звукопроводностью,* а слѣдовательно и скоростью звука. И дѣйствительно давно уже замѣчено, что наибольшимъ упругимъ послѣдѣйствіемъ обладаютъ тѣ тѣла, скорость звука въ которыхъ мала, какъ напримѣръ каучукъ; и обратно—въ стеклѣ, стали и вообще въ металлахъ, исключая свинецъ, скорость звука въ которыхъ значительна, упругое послѣдѣйствіе невелико.

6. *Вліяніе размѣровъ тѣла на звукопроводность.* Чтобы показать вліяніе на звукопроводность размѣровъ тѣла, лучше всего приготовить нѣсколько столбиковъ различныхъ размѣровъ и формъ изъ пробки, во первыхъ потому, что пробка легко разрѣзается, а во вторыхъ потому, что она представляетъ довольно плохой проводникъ звука, вслѣдствіе чего измѣненія силы звука легче замѣтить.

http://vofem.ru

Если взять два пробковыхъ столбика одинаковой высоты и толщины, но различной ширины, то испытывая ихъ на резонаторномъ ящикѣ, мы замѣтимъ, что болѣе широкій столбикъ проводитъ звукъ лучше. И такъ какъ мы можемъ представить себѣ широкій столбикъ какъ бы состоящимъ изъ нѣсколькихъ равныхъ между собою тонкихъ столбиковъ, то заключаемъ, что *звукопроводность должна быть прямо пропорціональна поперечному сѣченію тѣла*.

Такимъ же образомъ мы замѣтимъ, что *длинный столбикъ болѣе задерживаетъ звукъ, чѣмъ короткій одинаковаго съ первымъ поперечнаго сѣченія*.

Если же мы возьмемъ нѣсколько столбиковъ, напр. четыре такихъ, чтобы и длины и ширины второго, третьяго и четвертаго столбиковъ были соотвѣтственно въ два, три и четыре раза больше длины и ширины перваго столбика (толщина во всѣхъ случаяхъ остается одна и таже), то окажется, что звукопроводность ихъ совершенно одинакова; мы не замѣтимъ никакого измѣненія въ силѣ звука при перестанавливаніи камертона съ одного столбика на другой.

Отсюда мы выводимъ, что *звукопроводность прямо пропорціональна площади поперечнаго сѣченія и обратно пропорціональна длинѣ тѣла*.

Это правило даетъ намъ возможность сравнивать между собою звукопроводности различныхъ тѣлъ, а слѣдовательно и судить вмѣстѣ съ тѣмъ о сравнительной скорости звука въ нихъ.

7. Аналогія въ этомъ случаѣ между проводимостями звука, теплоты и электричества можетъ быть распространена и дальше. Такъ напр. камертонъ, свободно звучащій въ воздухѣ или въ пустотѣ, можетъ быть сравненъ съ изолированнымъ нагрѣтымъ или наэлектризованнымъ тѣломъ; камертонъ же, поставленный на столъ или на резонаторный ящикъ, будетъ подобенъ такому тѣлу, сообщенному съ большимъ проводникомъ или съ землею; затѣмъ аналогія можетъ быть проведена между внутренними и внѣшними дѣйствіями звука и электрическаго тѣла; кромѣ того вообще проводимость какъ звука такъ и теплоты и электричества больше въ твердыхъ тѣлахъ, чѣмъ въ жидкостяхъ и въ особенности въ газахъ.

8. *Звукопроводность жидкостей.* Для доказательства передачи звука через жидкость обыкновенно производятъ такой опытъ: на резонаторный ящикъ ставятъ стаканъ съ водою и опускаютъ въ нее ножку камертона, на которую надѣтъ деревянный или пробковый кружокъ. Опытъ въ такой формѣ, по моему мнѣнію, не вполнѣ убѣдителенъ. Можно возразить, въ самомъ дѣлѣ, что звуковыя колебанія въ этомъ случаѣ передаются только

поверхности жидкости, а не распространяются въ глубь. Для устраненія всякаго сомнѣнія, такой опытъ надо производить слѣдующимъ образомъ: нужно взять два стакана съ водою; одинъ изъ нихъ поставить на резиновыя трубки, а другой на резонаторный ящикъ; ударивъ камертонъ и опустивъ его сперва въ первый стаканъ, а затѣмъ уже во второй, мы услышимъ сильный звукъ только во второмъ случаѣ. При такихъ условіяхъ опытъ будетъ убѣдителенъ.

Кромѣ воды можно испытывать такимъ же образомъ ртуть, спиртъ и др. жидкости. Можно убѣдиться при этомъ, что ртуть немного лучше проводитъ звукъ нежели вода, спиртъ и сѣрный эфиръ.

9. Опыты надъ звукопроводностью жидкостей представляютъ удобный случай показать во-первыхъ *интерференцію звука*, а во-вторыхъ *пониженіе тона при погруженіи звучащаго тѣла въ жидкость*.

Интерференцію звука весьма просто можно показать, опуская въ воду сперва концы обѣихъ вѣтвей камертона заразъ, а затѣмъ конецъ одной только вѣтви. Во второмъ случаѣ звукъ будетъ гораздо слышнѣе, чѣмъ въ первомъ.

При значительномъ погруженіи камертона въ воду звукъ очень замѣтно понижается.

Солнце.

Составилъ по Секки и др. источникамъ

Н. А. Конопацкій.

(*Продолженіе*) [1].

3. Атмосфера солнца.

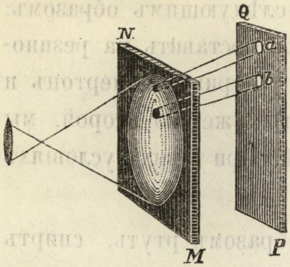
Достаточно съ помощью хорошаго телескопа проектировать на бѣлый экранъ въ темной комнатѣ изображеніе солнца, чтобы убѣдиться, что край солнечнаго диска далеко не такъ свѣтелъ какъ средина, чтобы сдѣлать болѣе точное сравненіе, ослабляютъ свѣтъ, заставляя его отражаться отъ грани прямоугольной призмы и затѣмъ бросаютъ его на черный экранъ

---

[1]) См. „Вѣстникъ" за I Сем. №№ 2, 5 и 8.

http://fizen.ru

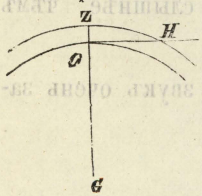
фиг. 12.



MN съ двумя круглыми отверстіями, черезъ которыя свѣтъ отъ различныхъ частей диска падаетъ на бѣлый экранъ PQ, на которомъ и сравниваютъ полученныя изображенія *a* и *b* фотометрическимъ способомъ. Тогда оказывается, что свѣтъ края диска не только гораздо слабѣе, но и отличается особымъ бурокраснымъ цвѣтомъ. Силы свѣта трехъ точекъ, изъ коихъ одна въ разстояніи одной минуты, другая — 5 минутъ отъ края, третья посрединѣ диска, по Секки, относятся какъ $1:3:4^1/_2$.

Причина такого поглощенія свѣта на краяхъ солнечнаго диска заключается въ окружающей солнце атмосферѣ, дѣйствіе которой подобно дѣйствію земной атмосферы на свѣтъ солнца, находящагося близъ горизонта. Не будь на солнцѣ атмосферы, край его диска казался бы свѣтлѣе и во всякомъ случаѣ не темнѣе средины.

фиг. 13.



Если OZ высота атмосферы, CZ — радіусъ солнца, то не трудно вычислить OH, толщину слоя солнечной атмосферы, который должны пройти крайніе лучи солнечнаго диска. Для земной атмосферы подобный отрѣзокъ = =1597 килом., если высота атмосферы 200 килом.; для солнца же, атмосфера котораго имѣетъ по крайней мѣрѣ 3′, отрѣзокъ OH составляетъ 433890 килом., слѣдовательно въ 272 раза болѣе пути, который должны пройти солнечные лучи черезъ земную атмосферу, когда солнце находится на горизонтѣ мѣста наблюденія. Хотя плотность солнечной атмосферы при ея основаніи должна быть не болѣе половины плотности нашей атмосферы на уровнѣ моря, слѣдовательно имѣетъ давленіе не свыше 380 мм.; тѣмъ не менѣе лучи должны пройти по крайней мѣрѣ въ 136 разъ большую массу абсорбирующей матеріи. Этимъ объясняется громадная поглощающая сила, которую производитъ атмосфера солнца на его лучи.

Химическіе лучи различныхъ частей солнечнаго диска имѣютъ также различную напряженность, какъ объ этомъ ясно свидѣтельствуетъ фотографія. На фотографическихъ снимкахъ солнца во время затмѣнія внутренній край свѣтлаго кольца ясно ограниченъ, между тѣмъ какъ внѣшній очеркъ едва можно различить.

Чтобы опредѣлить различіе въ температурѣ различныхъ частей солнечнаго диска, въ срединѣ экрана, на который принимается изображеніе

http://vofem.ru

солнца, дѣлается отверстіе, сзади котораго помѣщается термоэлектрическій столбикъ; соединенный съ нимъ гальванометръ устанавливается на прочномъ фундаментѣ для предупрежденія возможности случайныхъ сотрясеній. Позади термоэлектрическаго столбика помѣщается обтянутый чернымъ бархатомъ экранъ для задержанія всѣхъ постороннихъ тепловыхъ лучей; съ той же цѣлью полъ и куполъ обсерваторіи обтягиваются чернымъ сукномъ.

Изъ произведенныхъ съ такими предосторожностями изслѣдованій оказывается, что 1) температура солнца, какъ и свѣтъ, убываетъ отъ центра къ краю диска; 2) температура на экваторѣ солнца выше чѣмъ въ другихъ параллеляхъ и убываетъ по направленію къ полюсамъ независимо отъ первой причины; 3) температура въ сѣверномъ полушаріи кажется нѣсколько выше чѣмъ въ южномъ.

Такимъ образомъ мы видимъ, что всѣ лучи солнца, свѣтовые, тепловые и химическіе поглощаются солнечною атмосферою. Вычисленія показали, что въ центрѣ солнечнаго диска, слѣдовательно по нормали къ поверхности солнца, поглощеніе задерживаетъ $^2/_3$ всѣхъ солнечныхъ лучей. Полное дѣйствіе абсорбирующей солнечной атмосферы такъ велико, что пропускаетъ только $12^0/_0$ всѣхъ лучей; остальные $88^0/_0$ задерживаются и поглощаются атмосферой солнца. Иными словами, еслибъ на солнцѣ не было лучепоглощающей атмосферы, то оно давало бы въ 8 разъ болѣе свѣта и тепла чѣмъ теперь.

Атмосфера солнца, слѣдовательно, значительно замедляетъ громадную потерю имъ теплоты. Живая сила солнечныхъ лучей поглощается собственною его атмосферою и существенно служитъ къ поддержанію высокой степени его энергіи.

Опытъ учитъ, что и теперь подъ чистымъ небомъ не безопасно подвергнуться удвоенному дѣйствію солнечныхъ лучей, отраженныхъ плоскимъ зеркаломъ; человѣкъ не могъ бы существовать на землѣ, еслибъ это дѣйствіе солнечныхъ лучей увеличилось въ 8 разъ.

Ясно, что опредѣляя температуру солнца, мы должны принять въ расчетъ поглощеніе тепла солнечною атмосферою; не обративъ на это вниманія, мы получили бы результатъ въ 8 разъ менѣе истиннаго. Атмосфера земная, которая кажется намъ столь прозрачною, въ вертикальномъ направленіи поглощаетъ $^1/_4$ всѣхъ лучей, вступающихъ въ нее на внѣшней поверхности.

Намѣтимъ теперь общій ходъ разсужденій, который изъ поглощенія свѣтовыхъ лучей солнечною атмосферою позволилъ сдѣлать важные выводы

http://vtoraya-literatura...

относительно ея химическаго состава, т. е. изложимъ въ краткихъ словахъ сущность такъ называемаго спектральнаго анализа.

Если передъ щелью въ ставнѣ темной комнаты помѣстить стеклянную призму, тогда падающій на призму пучокъ бѣлыхъ солнечныхъ лучей разлагается на составные цвѣта: получается *спектръ*, который затѣмъ принимаютъ на бѣлый экранъ, достаточно удаленный (сажени на двѣ) отъ призмы, чтобы спектръ былъ возможно болѣе растянутъ безъ значительной потери въ напряженіи свѣта. Разсматривая внимательно полученный такимъ образомъ на экранѣ спектръ, замѣтили, что онъ мѣстами прерывается темными полосками, которыя въ честь перваго изучавшаго ихъ оптика названы *фраунгоферовыми линіями*. Фраунгоферъ насчитывалъ ихъ въ спектрѣ до 600 и десять болѣе темныхъ и широкихъ изъ нихъ назвалъ буквами A *a* B C D E *b* F G H. Теперь ихъ насчитываютъ нѣсколько тысячъ.

Если свѣтъ горящаго натрія пропустить чрезъ призму, такъ чтобы спектръ его расположился рядомъ со спектромъ солнца, то въ спектрѣ натрія получается яркая желтая линія, которая точно совпадаетъ съ темною фраунгоферовою линіей D. Когда-же сгоряетъ большое количество натрія, напримѣръ въ вольтовой дугѣ, то спектръ его растягивается далеко въ обѣ стороны отъ желтаго и дѣлается почти сплошнымъ, но на мѣстѣ яркой желтой линіи оказывается теперь *темная* линія. Тоже самое наблюдается со спектрами другихъ раскаленныхъ *твердыхъ* тѣлъ: сами по себѣ они даютъ сплошной спектръ, но если ихъ свѣтъ проходитъ черезъ окружающіе ихъ пары, то спектръ прерывается темными линіями.

Если раскалить *газъ* при незначительномъ давленіи, напримѣръ пропуская индуктивный токъ черезъ разрѣженный газъ въ гейслеровыхъ трубкахъ, то свѣтъ испускаемый раскаленнымъ газомъ даетъ *прерывистый* спектръ, т. е. отдѣльныя свѣтлыя или цвѣтныя полоски, раздѣленныя, темными промежутками. Свѣтлыя полоски такого спектра также совпадаютъ обыкновенно съ фраунгоферовыми линіями.

Если измѣняется температура раскаленнаго вещества, то измѣняется и спектръ его. Относительно газовъ большое вліяніе на спектръ оказываетъ также давленіе. Газы, дающіе при незначительномъ давленіи спектръ, состоящій изъ отдѣльныхъ цвѣтныхъ линій, производятъ при большомъ давленіи сплошной спектръ.

Эти факты долго оставались изолированными и необъяснимыми, пока Кирхгофу не удалось открыть общій законъ и доказать, что *темныя* линіи происходятъ здѣсь отъ *поглощенія* лучей раскаленнаго вещества окружаю-

http://vivovoco.ru

щими его болѣе холодными парами того-же вещества. Кирхгофъ, назвавшій это явленіе *обращеніемъ спектра*, выражаетъ его слѣдующимъ образомъ: *всякій газъ или паръ при низшей температурѣ поглощаетъ именно тѣ самые лучи, которые онъ производитъ самъ въ раскаленномъ состояніи, оставаясь совершенно прозрачнымъ для всѣхъ прочихъ цвѣтныхъ лучей.*

Вотъ какъ объясняется это явленіе.

Молекулы твердаго до-бѣла раскаленнаго тѣла не свободны, связаны взаимно и потому сообщаютъ окружающему ихъ эѳиру колебанія весьма различной длины волнъ; преломляясь въ призмѣ эти свѣтовыя волны отклоняются на различные углы, соотвѣтственно различной длинѣ волнъ и, такимъ образомъ, отдѣляются другъ отъ друга и даютъ сплошной спектръ.

Иначе происходитъ съ газами. Изъ частицы совершенно свободны, не связаны другъ съ другомъ, и потому, приходя въ колебанія при высокой температурѣ, даютъ правильныя волны одинаковой длины, зависящей исключительно отъ массы и энергіи молекулъ. Такимъ образомъ получаются отъ даннаго газа только извѣстныя, главныя свѣтовыя волны, сопровождаемыя, подобно основнымъ музыкальнымъ тонамъ, гармоническими волнами, длина которыхъ находится въ простомъ отношеніи къ длинѣ основныхъ волнъ. Такъ напримѣръ линіи $H\alpha$ и $H\beta$ въ спектрѣ водорода соотвѣтствуютъ длинамъ волнъ, относящимся какъ $4:3$, т. е. соотвѣтствуютъ интервалу кварты между музыкальными тонами.

Подобно тому какъ колебанія одной струны могутъ привести въ колебаніе другую настроенную на тотъ же тонъ струну, такъ и волны эѳира, возбужденныя колебаніями свѣтящагося тѣла, могутъ привести въ колебаніе частицы какого либо газа, если длина волнъ эѳира одинакова съ длиною волнъ, какія даетъ этотъ газъ, соотвѣтственно массѣ своихъ молекулъ. Въ этомъ случаѣ работа частицъ эѳира передается газу, подобно тому какъ движеніе шара при ударѣ о другой передается вполнѣ или частію этому послѣднему.

Отсюда ясно, что газъ можетъ поглощать колебательныя движенія свѣтовыхъ лучей, именно тѣ, какія онъ самъ даетъ въ раскаленномъ состояніи.

Темныя такъ называемыя фраунгоферовы линіи солнечнаго спектра происходятъ поэтому вслѣдствіе поглощенія лучей опредѣленной длины волнъ металлическими парами солнечной атмосферы. Впослѣдствіи мы увидимъ, что температура солнца достигаетъ нѣсколькихъ милліоновъ градусовъ; при такой температурѣ всѣ металлы должны быть въ парообразномъ состояніи, но вмѣстѣ съ тѣмъ фотосфера солнца должна быть въ состояніи

http://vofem.ru

такого сгущенія, что испускаетъ лучи всѣхъ цвѣтовъ; нѣкоторые изъ этихъ лучей поглощаются соотвѣтствующими болѣе охлажденными и разрѣженными металлическими парами солнечной атмосферы и даютъ въ спектрѣ темныя линіи. Сравнивая эти темныя фраунгоферовы линіи съ свѣтлыми линіями спектровъ, даваемыхъ различными раскаленными веществами, доказали ихъ совпаденіе для слѣдующихъ элементовъ:

водородъ	4	линіи.	хромъ	18	линій
натрій	9	„	кобальтъ	19	„
барій	11	„	никкель	33	„
магній	4	„	цинкъ	2	„
кальцій	75	„	мѣдь	7	„
желѣзо	460	„	титанъ	200	„
марганецъ	57	„			

Такое совпаденіе сомнительно для спектровъ алюминія и золота; никакого совпаденія не замѣчено въ спектрахъ серебра, ртути, сюрьмы, мышьяка, олова, свинца, кадмія, стронція и литія, а также металлоидовъ кремнія и кислорода.

Нужно при этомъ помнить, что во первыхъ спектральному анализу доступна только внѣшняя оболочка солнца, а во вторыхъ, что условія необыкновенно высокой температуры солнца могутъ нѣсколько измѣнить самые спектры составляющихъ его веществъ.

Кромѣ того несомнѣнно, что нѣкоторыя изъ темныхъ линій спектра происходятъ отъ газовъ, составляющихъ земную атмосферу; такъ группа линій въ зеленой части спектра принадлежитъ азоту; другія въ желтой и красной частяхъ спектра происходятъ исключительно отъ водяныхъ паровъ. Послѣ сирокко, при влажномъ насыщенномъ парами воздухѣ эти атмосферныя линіи, по наблюденію Секки, появлялись въ спектрѣ за $1-1^1/_2$ часа до заката солнца; въ сухое время, при сѣверномъ вѣтрѣ, онѣ дѣлались видными едва за $^1/_2$ часа до заката. Поэтому вліяніе водяныхъ паровъ на ихъ появленіе неоспоримо и доказывается прямыми опытами. Секки разсматривалъ ночью въ спектроскопъ пламя свѣтильнаго газа на разстояніи 2 килом. и при влажной погодѣ весьма ясно различалъ атмосферныя линіи.

Такимъ образомъ легко эти линіи исключить, и тогда остальныя несомнѣнно должны происходить отъ поглощенія лучей солнечною атмосферою и свидѣтельствуютъ о присутствіи въ ней соотвѣтствующихъ металлическихъ паровъ и газовъ.

Итакъ солнце представляетъ собою раскаленную массу металлическихъ

http://vofem.ru

паровъ и газовъ весьма высокой температуры. *Видимая* граница солнца находится тамъ, гдѣ вслѣдствіе сгущенія паровъ они дѣлаются непрозрачными для свѣта лежащихъ подъ ними слоевъ газа: этотъ внѣшній слой называется *фотосферой*. Надъ этимъ слоемъ вокругъ солнца лежитъ *атмосфера*, состоящая изъ низшихъ слоевъ металлическихъ паровъ, производящихъ своимъ поглощеніемъ фраунгоферовы линіи спектра, и изъ слоя водорода и можетъ быть другого неизвѣстнаго намъ газа.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Присланныя статьи.

2. Замѣтка о треугольникѣ.

Студента Харьковскаго университета Вл. Шимковича.

Въ области Элементарной Геометріи довольно часто встрѣчаются задачи на построеніе треугольниковъ, при чемъ въ условіе задачи входитъ разность двухъ угловъ $(B-C)$. Для рѣшенія подобныхъ задачъ необходимо бываетъ пользоваться нѣкоторыми теоремами, которыя, однако, въ большинствѣ Руководствъ Геометріи не помѣщены. Въ предлагаемой замѣткѣ мы намѣрены указать эти теоремы, а также показать тѣ пріемы, которыми необходимо руководиться при построеніи треугольниковъ по двумъ даннымъ прямымъ и по данной разности угловъ.

Для краткости, въ послѣдующемъ мы придерживаемся слѣдующаго обозначенія: ABC—для треугольника; A, B, C—для его угловъ; a, b, c—для его сторонъ; h_a—для высоты, соотвѣтствующей сторонѣ a; l_a—для биссектора угла A; r и ρ—для радіусовъ описаннаго и вписаннаго круговъ и m_a—для прямой, соединяющей вершину A съ срединой стороны a (медіана).

Итакъ, пусть имѣемъ треугольникъ ABC (фиг. 14), въ которомъ

$$AH=h_a,\ AD=l_a \text{ и } B>C.$$

Теорема I. Уголъ, образуемый биссекторомъ угла при вершинѣ и высотою, опущенною изъ вершины того-же угла на основаніе, равенъ полуразности угловъ при основаніи.

Дѣйствительно:

$$\angle HAD=\angle BAD-\angle BAH,$$

но

$$\angle BAD=\frac{1}{2}A,$$

а

$$\angle BAH=90°-B.$$

Слѣдовательно:

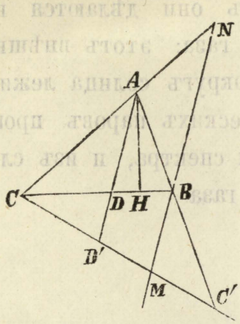
$$\angle HAD=\frac{1}{2}A-90°+B=\frac{B-C}{2}.$$

Слѣдствіе 1. Внѣшній биссекторъ угла при вершинѣ образуетъ съ основаніемъ уголъ, равный полуразности угловъ при основаніи.

Слѣдствіе 2. Биссекторъ угла при вершинѣ образуетъ съ основаніемъ уголъ, равный прямому, сложенному съ полуразностью угловъ при основаніи.

http://vofem.ru

Фиг. 14.



Слѣдствіе 3. Если при точкѣ C стороны CB построить $\angle BCC'$, равный разности угловъ B и C, то продолженный биссекторъ AD отсѣчетъ отъ угла BCC' равнобедренный треугольникъ DCD' (фиг. 14). Точно также прямая MN, параллельная AD и проходящая чрезъ вершину B, отсѣкаетъ отъ того-же угла треугольникъ BCM, въ которомъ $CM=CB=a$. Эта же прямая, пересѣкая продолженіе CA въ точкѣ N, образуетъ съ прямыми AN и AB треугольникъ, въ которомъ $AN=AB=c$.

Задача 1. Построить треугольникъ по $B-C$, l_a (или h_a, ибо, коль скоро дано $B-C$ и l_a, то h_a опредѣляется сама собой и наоборотъ) и по одному изъ слѣдующихъ данныхъ: b, c, CD, BD, CH, BH, $b+CH$, $b+CD$, $c+BH$, $c+BD$.

Треугольникъ HAD всегда извѣстенъ. Поэтому построеніе искомаго треугольника зависитъ отъ построенія одного изъ треугольниковъ ACD, ABD, ACH и ABH.

Задача 2. Построить треугольникъ по a, $b+c$ и $B-C$.

На прямой $CB=a$ при точкѣ C строимъ уголъ $BCC'=B-C$ и на сторонѣ CC' откладываемъ длину $CM=a$. Точки M и B соединяемъ прямой и продолжаемъ ее по направленію отъ M къ B. Изъ вершины C радіусомъ $b+c$ описываемъ дугу, которая пересѣчетъ продолженіе прямой MB въ точкѣ N. Пересѣченіе перпендикуляра, возставленнаго изъ средины BN, съ прямой CN дастъ вершину A.

Теорема II. Геометрическое мѣсто точекъ, коихъ разстоянія отъ концовъ данной прямой находятся въ данномъ отношеніи, есть окружность круга, имѣющаго діаметромъ отрѣзокъ данной прямой, ограниченный точками, дѣлящими ее внутренне и внѣшне въ данномъ отношеніи.

Эта теорема становится очевидною, если замѣтить, что внутренній и внѣшній биссекторы образуютъ прямоугольный треугольникъ, гипотенузой котораго служитъ тотъ-же отрѣзокъ.

Теорема III. Два треугольника подобны между собой, если имѣютъ одинаковую разность угловъ при основаніи и если отношеніе боковыхъ сторонъ для обоихъ треугольниковъ одно и то-же.

Пусть имѣемъ два треугольника ABC и $A'B'C'$, въ которыхъ $B-C=B'-C'$ и

$$\frac{b}{c}=\frac{b'}{c'}=\frac{m}{n}.$$

Проведемъ въ нихъ биссекторы угловъ при вершинѣ: $AD=l_a$ и $A'D'=l'_a$. Углы CDA и $C'D'A'$ должны быть равны между собой (см. слѣд. 2). Такъ какъ

$$\frac{b}{c}=\frac{b'}{c'}=\frac{m}{n}\text{, то и }\frac{CD}{BD}=\frac{m}{n}.$$

Наложимъ теперь треуг. $A'B'C'$ на треуг. ABC такъ, чтобы точка D' совпала съ точкой D и основаніе $C'B'$ лежало на основаніи CB. Очевидно, что биссекторъ l'_a пойдетъ вдоль биссектора l_a. А такъ какъ

$$\frac{b}{c}=\frac{b'}{c'}\text{ и }\frac{CD}{BD}=\frac{C'D'}{B'D'},$$

то, очевидно, что

$$\frac{b}{CD}=\frac{c}{BD}\text{ и }\frac{b'}{C'D'}=\frac{c'}{B'D'},$$

http://vofem.ru

т. е. углы BAD и B'A'D' равны между собой, а слѣд. и углы A и A' равны между собой.

Задача 3. Построить треугольникъ по B—C, $\frac{b}{c}$ и одному изъ слѣдующихъ данныхъ:

$$l_a,\ h_a,\ m_a,\ a,\ b,\ c,\ a+b,\ a+c,\ b+c,\ a+b+c,\ l_a+\mathrm{CD},\ h_a+\mathrm{CH} \text{ и т. п.}$$

Строимъ треугольникъ, подобный данному по первымъ двумъ условіямъ: B—C и $b:c$. Для этого беремъ произвольную прямую B'C', дѣлимъ ее внутренне и внѣшне въ точкахъ D' и D'' въ отношеніи $\frac{b}{c}$ и на D'D'', какъ на діаметрѣ, описываемъ окружность. Изъ точки D' проводимъ прямую D' A', подъ угломъ $\mathrm{C'D'A'}=90°+\frac{\mathrm{B}-\mathrm{C}}{2}$ (см. слѣд. 2) къ прямой B'C', которая пересѣчетъ окружность въ точкѣ A'. Треугольникъ A'B'C' подобенъ искомому. Для окончательнаго построенія принимаемъ во вниманіе третье условіе.

Задача 4. Построитъ треугольникъ по B—C, b, c.

Эта задача представляетъ частный случай задачи 3-ьей: построитъ треуг. по B—C, $\frac{b}{c}$, b или c или $b+c$. Но она можетъ быть рѣшена самостоятельно. Если при точкѣ C стороны CB (см. черт. 14) построить $\angle \mathrm{BCC'}=\mathrm{B}-\mathrm{C}$ такъ, чтобы $\angle \mathrm{ACC'}=\mathrm{B}$, то прямая CC' пересѣчетъ продолженную AB въ точкѣ C' подъ угломъ C, такъ что треуг. ABC и ACC' будутъ подобны.

Поэтому:
$$\frac{b}{c+\mathrm{BC'}}=\frac{c}{b},$$

т. е. сторона b есть средняя пропорціональная между стороною $c+\mathrm{BC'}$ и стороною c. Зная b и c, легко построить прямую BC'. Задача рѣшается слѣд. образомъ: строимъ прямую ABC' такъ, чтобы $\mathrm{AB}=c$ и $\mathrm{BC'}=\mathrm{BC'}$. На BC' описываемъ дугу, вмѣщающую уголъ B—C и изъ точки A радіусомъ b проводимъ окружность, пересѣченіе которой съ дугой дастъ вершину C.

Задача 5. Построить треугольникъ по B—C, h_b и h_c.

Извѣстно, что $h_b.b=h_c.c$,

т. е.
$$\frac{b}{c}=\frac{h_c}{h_b}.$$

Строимъ треуг., подобный искомому по B—C и $\frac{b}{c}$ и вводимъ въ построеніе h_b или h_c.

Слѣдствіе 4. Два треугольника ABC и A'B'C' подобны, если $\mathrm{B}-\mathrm{C}=\mathrm{B'}-\mathrm{C'}$ и

$$\frac{b}{\mathrm{CD}}=\frac{b'}{\mathrm{C'D'}}=\frac{m}{n} \text{ или } \frac{b}{\mathrm{CH}}=\frac{b'}{\mathrm{C'H'}}=\frac{m}{n}.$$

Слѣдствіе 5. Два треугольника подобны, если разность угловъ при основаніи для обоихъ треугольниковъ одна и та-же и если отношенія биссектрическихъ отрѣзковъ основанія въ обоихъ треугольникахъ одинаковы

$$\left(\frac{\mathrm{CD}}{\mathrm{BD}}=\frac{\mathrm{C'D'}}{\mathrm{B'D'}}=\frac{m}{n}\right).$$

Слѣдствіе 6. Два треугольника ABC и A'B'C' подобны, если $\mathrm{B}-\mathrm{C}=\mathrm{B'}-\mathrm{C'}$ и

$$\frac{l_a}{\mathrm{CD}}=\frac{l'_a}{\mathrm{C'D'}}.$$

http://vofem.ru

Задача 6. Построить треуг. по B—C, $\frac{b}{CD}$ $\left(\text{или } \frac{l_a}{CD}\right)$

и по одному изъ слѣдующихъ данныхъ:

$$l_a,\ h_a,\ m_a,\ a,\ b,\ c,\ a+b,\ a+c,\ b+c,\ a+b+c,\ l_a+CD \text{ и т. п.}$$

Построеніе то-же, что и въ зад. 3.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Хроника.

«Физическія изслѣдованія» А. И. Надеждина.

Подъ такимъ заглавіемъ вышла на дняхъ въ Кіевѣ изъ печати вторымъ (посмертнымъ) изданіемъ магистерская диссертація недавно умершаго молодого физика А. И. Надеждина [1]). Предисловіе къ этой книгѣ, написанное проф. Кіевскаго университета М. П. Авенаріусомъ, мы позволяемъ себѣ (съ разрѣшенія автора) привесть здѣсь цѣликомъ вмѣсто рецензіи.

„Изъ исторіи физики мы знаемъ, что научныя истины открываются „въ ней двумя путями: путемъ умозрѣній и опытовъ; что значеніе того или „другого пріема опредѣляется состояніемъ науки въ данный моментъ; что „опытныя изслѣдованія почти никогда не пропадаютъ въ наукѣ безслѣдно, „между тѣмъ какъ теоретическія часто оказывались совсѣмъ безплодными, „когда основывались на предположеніяхъ, опровергнутыхъ позднѣйшими „опытными данными.

„И въ настоящемъ столѣтіи уже чередовались оба направленія, пока „не установилось въ послѣднее десятилѣтіе направленіе умозрительное. „Пользуясь началами механической теоріи тепла и данными по критиче„скому состоянію тѣлъ, физики занялись въ послѣднее время съ особен„нымъ интересомъ вопросомъ объ измѣненіяхъ, производимыхъ въ тѣлахъ „теплотою.

„Но недостатокъ опытныхъ данныхъ, въ особенности касательно кри„тическаго состоянія тѣлъ, ставилъ—съ одной стороны—преграды дальнѣй„шимъ теоретическимъ изысканіямъ, съ другой—не давалъ возможности „рѣшить, которымъ изъ предлагаемыхъ теорій отдать предпочтеніе.

„Изслѣдованіе А. И. Надеждина: „Этюды по сравнительной физикѣ“ „можетъ, какъ мы надѣемся, значительно способствовать разрѣшенію на„званнаго вопроса. Предлагаемыя имъ опытныя данныя по критическому „состоянію тѣлъ и по упругости паровъ жидкостей при высокихъ темпе„ратурахъ превосходятъ, по своему значенію, всѣ до сихъ поръ обнародо„ванныя—вмѣстѣ взятыя. А какъ матеріалъ этотъ здѣсь же имъ и обрабо„танъ, то настоящее изслѣдованіе представляетъ капитальный трудъ, кото„рому равнаго едва ли можно найти въ русской физической литературѣ.

---

[1] Некрологъ былъ помѣщенъ въ № 1 „Вѣстника“.

„Понятно потому, что изслѣдованіе это, напечатанное въ очень ограниченномъ числѣ экземпляровъ (какъ магистерская диссертація), быстро „разошлось и потребовалось новое изданіе, почему нѣсколько близкихъ къ „покойному автору лицъ пожелали почтить его выпускомъ новаго изданія „этого главнаго его труда.

„Хотя весь интересъ изслѣдованія сосредоточенъ во 2-мъ и 3-мъ „отдѣлахъ его, въ которыхъ помѣщены опытныя данныя, добытыя самимъ „авторомъ, однако было найдено неудобнымъ дѣлать въ новомъ изданіи „какія нибудь сокращенія, такъ какъ весь трудъ представляетъ нѣчто „цѣльное. Но нашли умѣстнымъ: а) приложить къ тексту „Этюдовъ" два „листа рисунковъ кривыхъ (табл. III и IV), выражающихъ зависимость „упругости насыщенныхъ паровъ отъ температуры, способъ черченія которыхъ указанъ на страницахъ: 145—149; в) издать въ одной книжкѣ съ „«Этюдами» статью А. И. Надеждина: „Опредѣленіе критической темпе„ратуры азотноватой кислоты, брома, іода и воды", въ которой авторъ „далъ совсѣмъ оригинальный, въ высшей степени остроумный пріемъ опре„дѣленія критическихъ температуръ [2]), не вошедшій въ главный его трудъ: „«Этюды»; наконецъ с) присоединить къ изданію біографическій очеркъ [3]).

„Хотя Россія не можетъ пожаловаться на отсутствіе въ ея сынахъ „дарованій, но рѣдко эти дарованія приносятъ желанные плоды. Тѣ или „другія невзгоды останавливаютъ выполненіе часто очень широко поставлен„ныхъ научныхъ задачъ, и приходится только жалѣть о потерѣ для науки „молодыхъ силъ, подававшихъ большія надежды. Со смертію А. И. мы „потеряли гораздо большее; не смотря на свои молодые годы, онъ не только „подавалъ надежды, но уже успѣлъ блистательно оправдать самыя смѣлыя „ожиданія своихъ наставниковъ и товарищей и въ 28 лѣтъ составить себѣ „почетное имя среди европейскихъ ученыхъ.

„Желаніе по возможности ослабить понесенную наукою потерю, при„чиненную смертію А. И и въ тоже время почтить память его побудило „нѣсколькихъ близкихъ А. И. лицъ выпустить главную его работу новымъ „изданіемъ, на средства, предложенныя родителями покойнаго".

(*М. Авенаріусъ*).

Прибавимъ къ этому, что та часть „Физическихъ изслѣдованій" А. И. Надеждина, въ которой содержатся изложеніе и результаты его собственныхъ экспериментальныхъ работъ, уже переведена на нѣмецкій языкъ для помѣщенія въ журналѣ: Annalen der Physik und Chemie Видеманна.

Bibliotheca Mathematica.

Издававшійся подъ этимъ заглавіемъ въ Стокгольмѣ подъ редакціею *Г. Энештрёма* (G. Eneström) библіографическій указатель по чистой математикѣ, къ сожалѣнію, прекращается и съ 1887 года преобразовывается въ журналъ, посвященный исключительно *исторіи математики*. До настоящаго времени Bibliotheca Mathematica давала отчетъ и подробныя указанія о всѣхъ сочиненіяхъ, брошюрахъ и даже мелкихъ журнальныхъ

[2]) Описаніе этого пріема было дано нами въ № 13 Журн. Эл. Мат. за 188⁴/₅ г.

[3]) Не приводимъ содержанія этого очерка, такъ какъ краткая біографія А. И. Надеждина знакома уже нашимъ читателямъ изъ вышеуказаннаго некролога.

статьяхъ по математикѣ, вышедшихъ въ Германіи, Франціи, Англіи, Швеціи, Италіи, Голландіи и пр. и даже Россіи [1]) и потому представляла очень цѣнный справочный сборникъ. Расходы по изданію сначала покрывались редакціею другого шведскаго математическаго журнала Acta Mathematica (подъ ред. М. Г. Миттагъ-Лефлера), а въ послѣдствіи—княземъ Б. Бонкомпани (въ Римѣ); теперь, именно по недостатку средствъ, какъ заявляетъ Г. Энештрёмъ въ послѣднемъ № за 1886 г. на-дняхъ полученномъ, библіографическій отдѣлъ журнала прекращается. Съ 1887 г. Bibliotheca Mathematica будетъ выходить 4 раза въ годъ, тетрадями въ 2 листа in 8°. Подписная цѣна—5 франковъ (4 марки) въ годъ.

Новое примѣненіе микро-телефона.

Микро-телефонъ нашелъ еще примѣненіе къ опредѣленію мѣста порчи водопроводныхъ трубъ. Если микрофонъ, составленный для большей чувствительности изъ нѣсколькихъ вертикально расположенныхъ угольныхъ палочекъ, помѣстить непосредственно на землѣ надъ водопроводною трубою, въ которой протекаетъ вода, то шумъ, производимый теченіемъ воды, будетъ слышенъ въ телефонъ, сообщенный обыкновеннымъ образомъ, или, еще лучше, черезъ посредство индуктивной катушки Румкорфа, съ микрофонною цѣпью. Поэтому, подобный шумъ въ случаѣ установки микрофона надъ *закрытою* водопроводною трубою служитъ признакомъ ея порчи. Чтобы отыскать то мѣсто, въ которомъ труба даетъ течь, слѣдуютъ вдоль трубы по направленію теченія воды и въ различныхъ мѣстахъ производятъ испытанія микрофономъ до тѣхъ поръ, пока, наконецъ, шумъ текущей воды не будетъ болѣе слышенъ въ телефонѣ. Сближая затѣмъ крайнія точки, въ одной изъ которыхъ шумъ еще слышится, а въ другой нѣтъ, можно съ точностью до нѣсколькихъ аршинъ опредѣлить мѣсто порчи въ подземной трубѣ.—Это полезное примѣненіе микро-телефона, въ городахъ вѣроятно окажется возможнымъ лишь въ ночное время, когда утихаетъ городской шумъ и прекращается ѣзда по улицамъ. Быть можетъ, этимъ-же способомъ можно было бы испытывать подпочвенныя естественныя теченія воды и руководствоваться микрофономъ при выборѣ мѣстъ для рытья возможно мелкихъ колодцевъ.

Кометы.

Въ январѣ мѣсяцѣ текущаго года замѣчены три кометы. Одна изъ нихъ, очень яркая, похожая по внѣшнему виду на комету 1880 г., была впервые замѣчена въ Южной Америкѣ и одновременно въ Австраліи. Двѣ другія, очень слабыя, найдены въ сѣверномъ полушаріи. Болѣе подробныя свѣдѣнія сообщимъ въ свое время.

---

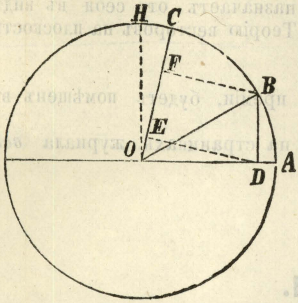
[1]) Русскій отдѣлъ въ библіографическомъ указателѣ, впрочемъ, далеко не отличался полнотою; притомъ въ переводѣ заглавій не разъ попадались курьезы, вслѣдствіе очевиднаго незнакомства редакціи съ нашимъ языкомъ. Такъ, напр., статья Г. Флоринскаго: *Выводъ формулы, служащей для разложенія въ рядъ логариѳмовъ*, помѣщенная въ двухъ номерахъ Вѣстника Оп. Физ. и Эл. Мат. за I сем., переведена такъ: *Conséquence de la formule*, etc., *Математическое образованіе и его значеніе* (В. Тенишева) переведено: *La terminologie mathématique* etc., или, по небрежности: *Треугольникъ Бинга* (см. „Вѣстн.“ № 4) названъ *Quadrilatère de Bing*.

Смѣсь.

Выводъ формулы для $\operatorname{Cos}(a \pm b)$.

(Невенгловскаго).

Фиг. 15.



Пусть $AC=a$, $AB=b$, $OB=r=1$. Извѣстно, что проекція стороны треугольника на произвольную прямую равна суммѣ проекцій остальныхъ его двухъ сторонъ на ту-же прямую. Поэтому, принимая OC за ось проекцій, имѣемъ:

$$Пр.(OB)=Пр.(OD)+Пр.(BD). \qquad (1)$$

Но $Пр.(OB)=OF=OB.\operatorname{Cos}(BOC)=\operatorname{Cos}(a-b)$,

$$Пр\,(OD)=OE=OD.\operatorname{Cos}(AOC)=\operatorname{Cos}b.\operatorname{Cos}a,$$

$$Пр.(BD)=EF=BD.\operatorname{Cos}(COH)=$$

$$=\operatorname{Sin}b.\operatorname{Cos}\left(\frac{\pi}{2}-a\right)=\operatorname{Sin}b.\operatorname{Sin}a;$$

подставляя въ (1), находимъ

$$\operatorname{Cos}(a-b)=\operatorname{Cos}a.\operatorname{Cos}b+\operatorname{Sin}a.\operatorname{Sin}b.$$

Замѣнивъ b на $-b$, получимъ

$$\operatorname{Cos}(a+b)=\operatorname{Cos}a\,\operatorname{Cos}b-\operatorname{Sin}a.\operatorname{Sin}b.$$

Выводъ этотъ, какъ легко видѣть, примѣнимъ и въ томъ случаѣ, когда $a>90^\circ$.

Испытаніе стѣнъ въ отношеніи сырости.

Гигроскопичность желатина навела на мысль примѣнить его къ обнаруженію сырости въ жилыхъ помѣщеніяхъ. По возможности тонкая желатинная пластинка въ 50 прибл. кв. центим. поверхности, ровная и предварительно высушенная, представляетъ крайне чувствительный реактивъ на сырость: приложенная къ сырой стѣнѣ, или другому испытуемому предмету, она тотчасъ-же коробится, дѣлаясь выпуклою съ той стороны, гдѣ произошло поглощеніе воды или ея паровъ.—Можно для той-же цѣли употреблять тоже фотографическую желатиновую бумагу.

Задача на премію.

№ 97. Даны два равные непересѣкающіеся круга; на двухъ общихъ внутреннихъ касательныхъ къ нимъ беремъ двѣ произвольныя точки F и F′. Изъ каждой изъ этихъ точекъ къ каждому кругу можно провести еще по одной касательной; пусть касательныя, проведенныя изъ точекъ F и F′ къ одному кругу, встрѣчаются въ точкѣ A, къ другому кругу въ B. Требуется доказать, что

1) прямая AB параллельна прямой, соединяющей центры круговъ,

ilib.mccme.ru / kvant-etc

2) прямая, соединяющая средины прямыхъ FF' и AB, проходитъ черезъ средину прямой, соединяющей центры.

Показать, что въ случаѣ неравныхъ круговъ прямая AB проходитъ черезъ внѣшній центръ подобія круговъ.

Рѣшеніе должно быть чисто элементарное и не должно быть основано на свойствахъ коническихъ сѣченій.

В. Ермаковъ.

NB. За пять наилучшихъ рѣшеній проф. Ермаковъ назначаетъ отъ себя въ видѣ преміи два изъ своихъ сочиненій: 1) Теорію вѣроятностей и 2) Теорію векторовъ на плоскости (которая теперь печатается).

Срокъ подачи рѣшеній до 1-го Августа сего 1887 г.

Краткій отчетъ съ фамиліями лицъ [1]), получившихъ преміи, будетъ помѣщенъ въ Вѣстникѣ.

Редакція не беретъ на себя обязательства помѣщать на страницахъ журнала *всѣ* премированныя рѣшенія.

Вопросы и задачи.

№ 98. Данъ шаръ радіуса R изъ вещества A. Шаръ находится въ слѣдующемъ тепловомъ состояніи: 1) всѣ точки, равноудаленныя отъ центра, имѣютъ равныя температуры, 2) температура наружной поверхности есть t°, 3) съ приближеніемъ къ центру температура возрастаетъ равномѣрно: съ углубленіемъ на каждые a метровъ температура возрастаетъ на 1°. Вещество A обладаетъ слѣдующими свойствами: 1) температура плавленія при нормальномъ давленіи h на поверхности шара есть τ°, 2) при увеличеніи давленія температура плавленія вообще измѣняется; въ данномъ случаѣ предполагается, что температура плавленія измѣняется пропорціонально увеличенію давленія, а именно: съ увеличеніемъ давленія на каждые H мм. температура плавленія повышается на τ°; 3) плотность вещества при нормальномъ давленіи h и температурѣ t° есть d; коэффиціентъ расширенія отъ теплоты и коэффиціентъ объемнаго сжатія отъ давленія таковы, что плотность шара во всѣхъ точкахъ одинакова.

Требуется опредѣлить толщину x твердой коры этого шара. Изслѣдовать различные могущіе имѣть здѣсь мѣсто случаи, имѣя въ виду что: 1) τ можетъ быть и >0, и <0, т. е. что температура плавленія вещества можетъ и повышаться, и понижаться при увеличеніи давленія и 2) T можетъ быть и больше, и меньше t, т. е. что вещество можетъ находиться на поверхности шара и въ твердомъ, и въ расплавленномъ видѣ.

А. Корольковъ.

№ 99. Доказать равенство:

$$\frac{\operatorname{Sin}\alpha}{\alpha} = \operatorname{Cos}\frac{\alpha}{2}\,.\,\operatorname{Cos}\frac{\alpha}{4}\,.\,\operatorname{Cos}\frac{\alpha}{8}\ldots$$

Н. Хруцкій.

---

[1]) Желающіе скрыть свою фамилію благоволятъ о томъ заявить.

http://vofem.ru

№ 100. Въ одномъ изъ сборниковъ ариѳметическихъ задачъ [1]) помѣщена слѣдующая задача:

„Три заграничные торговца, одинъ изъ Парижа, другой изъ Берлина, „третій изъ Вѣны, согласились вмѣстѣ купить пшеницы въ Одессѣ. Пер- „вый далъ для этой покупки 75000 фр., второй 112500 марокъ и третій „45000 гульденовъ. На всѣ эти деньги они купили въ Одессѣ пшеницы и „за каждые 1000 четв. съ доставкою въ Лондонъ заплатили 15000 рублей; „въ Лондонѣ всю купленную пшеницу продали и за каждыя 400 четв. „получили 750 ф. ст. Выразить прибыль каждаго изъ купцовъ въ моне- „тахъ его страны, если по курсу

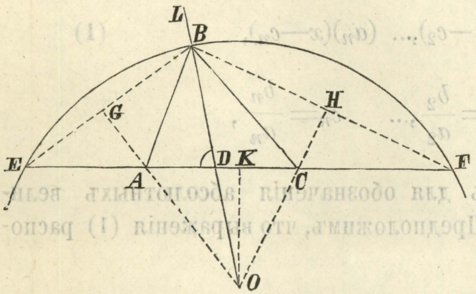
$$1 \text{ р.} = 2^1/_2 \text{ фр.} = 1^1/_4 \text{ гульд.} = 2{,}08(3) \text{ марки} = {}^5/_{48} \text{ ф. ст.}“$$

Опредѣлить, какія условія въ этой задачѣ излишнія, т. е. могутъ быть опущены безъ всякаго вліянія на отвѣтъ задачи.

П. Никульцевъ.

Рѣшенія задачъ.

Фиг. 16.



№ 37. Назовемъ черезъ D (фиг. 16) пересѣченіе биссектора угла B треугольника ABC со стороною AC; требуется построить этотъ треугольникъ по даннымъ суммамъ BA+AD, BC+CD и по углу ADB. Беремъ ED=BA+AD, DF=BC+CD, проводимъ подъ даннымъ угломъ LO черезъ точку D до пересѣченія съ перпенд. KO, возставленнымъ изъ средины EF. Описавъ изъ O окружность радіусомъ=OE=OF, получимъ точку B; пересѣченіе съ EF перпендикуляровъ OG и OH къ хордамъ BE и BF даетъ остальныя вершины A и C искомаго треугольника.

Центръ O окружности, описанной около треуг. EBF, есть вмѣстѣ съ тѣмъ и центръ внѣшней вписанной въ треуг. ABC окружности, лежащей въ углѣ B, (такъ какъ перпендикуляры GO и HO суть биссекторы внѣшнихъ угловъ BAE и BCF).

Изъ построенія видно, что задача невозможна лишь въ томъ случаѣ, когда данный $\angle D=90°$ при неравныхъ суммахъ BA+AD и BC+CD. Если-же эти суммы равны и $\angle D=90°$, то задача становится неопредѣленною, ибо тогда всякая точка, взятая на продолженной прямой LD, можетъ быть принята за центръ описанной окружности.

---

[1]) Сб. ар. зад. Евтушевскаго, ч. II, зад. № 1447.

Окружность O пересѣкаетъ продолженную прямую LD еще и въ другой точкѣ, напр., B′, но не трудно убѣдиться, что она представляетъ вершину B′ такого треугольника A′B′C′, въ которомъ даны кромѣ угла D еще разности B′A′—A′D и B′C′—C′D.

(С. Зеликинъ, В. Долгинцевъ. Учен.: 6 кл.: Киш. р. уч. Д. Л. и М. Н., Тульск. г. Н. И., 7 кл. Астрах. г. И. К., Кам.-Под. г. Я. Р., 8 кл. I Харьк. г. Н. Ш.).

NB. Задача эта можетъ быть, конечно, рѣшена и различными другими способами: такъ, напр., въ нѣкоторыхъ изъ присланныхъ рѣшеній проводится вспомогательная окружность не изъ центра O, а черезъ три точки E, F и O; пересѣченіе этой окружности съ LD даетъ нѣкоторую точку M и получается треуг. EMF подобный искомому, въ которомъ EB и FB будетъ биссекторами.

№ 38. Если вмѣсто x будемъ подставлять различныя числа, то выраженіе $ax-b$ можетъ быть какъ положительнымъ, такъ и отрицательнымъ. Дано нѣсколько подобныхъ выраженій

$$a_1x-b_1,\ a_2x-b_2, \ldots a_nx-b_n;$$

требуется опредѣлить x такъ, чтобы сумма абсолютныхъ величинъ этихъ выраженій была наименьшею.

Представимъ данные биномы въ формѣ

$$(a_1)(x-c_1),\ (a_2)(x-c_2), \ldots\ (a_n)(x-c_n), \qquad (1)$$

гдѣ

$$c_1=\frac{b_1}{a_1},\quad c_2=\frac{b_2}{a_2}, \ldots \quad c_n=\frac{b_n}{a_n},$$

а символы (a_1), (a_2),... (a_n) служатъ для обозначенія абсолютныхъ величинъ коэффиціентовъ a_1, a_2,... a_n. Предположимъ, что выраженія (1) расположены въ такомъ порядкѣ, что

$$c_1 < c_2 < c_3 < \ldots < c_n.$$

Сумму абсолютныхъ значеній выраженій (1) при нѣкоторомъ значеніи x, напр., k, условимся обозначать символомъ $[k]$.

Лемма 1. Если $k < c_1$, то $[k] > [c_1]$, если $k > c_n$, то $[k] > [c_n]$. Дѣйствительно, если $k < c_1$, то можно положить

$$k = c_1 - h,$$

гдѣ $h > o$, и тогда

$$[k]=[c_1-h]=[c_1]+h\Big((a_1)+(a_2)+\ldots+(a_n)\Big);$$

отсюда и слѣдуетъ, что въ этомъ случаѣ $[k] > [c_1]$.

http://vofem.ru

Если-же $k>c_n$, то можно положить

$$k=c_n+h,$$

гдѣ $h>o$, и тогда

$$[k]=[c_n+h]=[c_n]+h\Big((a_1)+(a_2)+\ldots+(a_n)\Big).$$

Послѣднее равенство доказываетъ вторую часть леммы.

Лемма 2. Если $c_p<k<c_{p+1}$ и если при этомъ имѣетъ мѣсто неравенство

$$(a_1)+(a_2)+\ldots+(a_p)-(a_{p+1})-(a_{p+2})-\ldots-(a_n)>0,$$

то $$[c_p]<[k]<[c_{p+1}];$$

если-же имѣетъ мѣсто неравенство

$$(a_1)+(a_2)+\ldots+(a_p)-(a_{p+1})-\ldots-(a_n)<0,$$

то $$[c_p]>[k]>[c_{p+1}],$$

если-же имѣетъ мѣсто равенство

$$(a_1)+(a_2)+\ldots+(a_p)-(a_{p+1})-\ldots-(a_n)=0,$$

то въ этомъ случаѣ

$$[c_p]=[k]=[c_{p+1}].$$

Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ по условію $k>c_p$, то можно положить $k=c_p+h$, гдѣ $h>0$; изъ условія-же $k<c_{p+1}$ слѣдуетъ, что также возможно принять $k=c_{p+1}-h_1$, гдѣ $h_1>0$. Слѣдовательно

$$[k]=[c_p+h]=[c_p]+h\Big((a_1)+(a_2)+\ldots+(a_p)-(a_{p+1})-\ldots-(a_n)\Big)$$

и $$[k]=[c_{p+1}-h_1]=[c_{p+1}]-h_1\Big((a_1)+(a_2)+\ldots+(a_p)-(a_{p+1})-\ldots-(a_n)\Big).$$

Эти два равенства, какъ не трудно видѣть, вполнѣ доказываютъ вторую лемму

Этихъ двухъ леммъ достаточно для рѣшенія предложенной задачи. Дѣйствительно, на основаніи первой леммы заключаемъ, что искомый minimum не можетъ быть ни при $x<c_1$, ни при $x>c_n$. Далѣе составляемъ выраженія вида

$$(a_1)+(a_2)+\ldots+(a_p)-(a_{p+1})-\ldots-(a_n),$$

http://vofem.ru

при чемъ значку p даемъ послѣдовательно всѣ значенія $1, 2, 3, \ldots\ n-1$. Останавливаемся на такомъ значеніи p, при которомъ впервые имѣетъ мѣсто неравенство

$$(a_1)+(a_2)+\ldots+(a_p)-(a_{p+1})-\ldots-(a_n)>0; \qquad (2)$$

на основаніи вышедоказанныхъ леммъ легко убѣдиться, что при всѣхъ значеніяхъ x, отличныхъ отъ c_p, будетъ имѣть мѣсто неравенство

$$[x]>[c_p],$$

слѣдовательно искомый minimum будетъ при $x=c_p$.

Если-же прежде чѣмъ встрѣтить неравенство (2), мы получимъ равенство

$$(a_1)+(a_2)+\ldots+(a_m)-(a_{m+1})-\ldots-(a_n)=0,$$

то рѣшеніе принимаетъ неопредѣленный характеръ: на основаніи нашихъ леммъ искомый minimum будетъ не только при $x=c_m$ и при $x=c_{m+1}$, но и при всѣхъ значеніяхъ x, удовлетворяющихъ условію

$$c_m<x<c_{m+1},$$

такъ какъ на основаніи 2-й леммы при этомъ имѣемъ

$$[c_m]=[x]=[c_{m+1}].$$

Для всѣхъ-же другихъ значеній x будемъ имѣть

$$[x]>[c_m].$$

(И. Ивановъ, П. Никульцевъ).

NB. Было прислано еще одно рѣшеніе этой задачи однимъ изъ учениковъ, но его нельзя назвать удовлетворительнымъ.

№ 42. Рѣшить уравненіе $x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$ при условіи, что сумма двухъ его корней равна суммѣ двухъ остальныхъ и найти въ этомъ случаѣ зависимость между a, b, c и d.

Пусть искомые корни уравненія будутъ x_1, x_2, x_3, x_4. По условію имѣемъ $x_1+x_2=x_3+x_4$. Обозначимъ:

$$x_1+x_2=x_3+x_4=\alpha; \quad x_1x_2=\beta; \quad x_3x_4=\gamma.$$

Отсюда заключаемъ, что x_1 и x_2 будутъ корнями уравненія

$$x^2-\alpha x+\beta=0, \qquad (m)$$

а x_3 и x_4—корнями уравненія

$$x_2-\alpha x+\gamma=0. \qquad (n)$$

http://vofem.ru

Перемноживъ (m) и (n) мы получимъ данное уравненіе 4-й степени, т. е. будемъ имѣть тождество:

$$x^4-2ax^3+(a^2+\beta+\gamma)x^2-a(\beta+\gamma)x+\beta\gamma=x^4+ax^3+bx^2+cx+d,$$

которое влечетъ за собою равенство коэффиціентовъ:

$$-2a=a;\ \ a^2+\beta+\gamma=b;\ \ -a(\beta+\gamma)=c;\ \ \beta\gamma=d, \qquad (p)$$

откуда находимъ:

$$a=-\frac{a}{2};\ \ \beta+\gamma=\frac{2c}{a}=b-\frac{a^2}{4}. \qquad (q)$$

Послѣднее равенство даетъ намъ зависимость между коэффиціентами уравненія, которую можно представить въ видѣ

$$a^3-4ab+8c=0, \qquad (s)$$

Такъ какъ изъ (p) и (q) сумма и произведеніе β и γ намъ извѣстны, то величины эти опредѣлятся какъ корни квадратнаго уравненія

$$y^2-\frac{2c}{a}y+d=0,$$

Зная-же a, β и γ, можемъ рѣшить уравненія (m) и (n) и получить всѣ 4 корня даннаго уравненія.

Замѣтимъ, что условію (s) всегда удовлетворяютъ коэффиціенты всякаго биквадратнаго уравненія, такъ какъ въ нихъ $a=c=0$, слѣдовательно биквадратныя уравненія представляютъ частный случай вышеразсмотрѣнныхъ уравненій, когда $a=0$, и $\beta+\gamma=b$.

(П. Никульѣвъ. Ученики: 7 кл. Кіевск. к. к. Е. М. и 8 кл. Екатериносл. г. В. К.)

NB. Было прислано еще одно рѣшеніе (изъ Новозыбкова), неправильное потому, что авторъ принялъ *каждую* сумму двухъ корней равною суммѣ другихъ двухъ, т. е. ввелъ условія $x_1+x_2=x_3+x_4$, $x_1+x_3=x_2+x_4$; $x_1+x_4=x_2+x_3$; тогда, очевидно, всѣ корни равны, и уравненіе представляетъ полную четвертую степень бинома $\left(x+\frac{a}{4}\right)$.

№ 47. Опредѣлить при $x=4$ истинное значеніе дроби

$$\frac{5x^3+10x^2-395x+1100}{x^3-14x^2+61x-84}.$$

Разложивъ числителя и знаменателя на множителей первой степени и сокративъ на $(x-4)$, получимъ

$$\frac{5(x-5)(x+11)}{(x-7)(x-3)};$$

Подставляя теперь $x=4$, находимъ истинное значеніе равнымъ 25.

(Я. Тепляковъ. Ученики: 4 кл. Курской г. В. Х., 5 кл. Кишин. р. уч. Н. М. 7 кл.: Немир. г. И. Г—чъ, І. Г—бъ, Кіевск. к. к. А. Н., Е. М. и А. Ш., 8 кл.: І Харьк. г. Н. Ш., ІІІ Кіевск. г. В. Я., IV Кіевск. г. А. П.).

NB. Рѣшенія учениковъ: Н. О., А. С. и В. Э.—ошибочны.

http://vofem.ru

Примѣчаніе 1. Нерѣшенныя до сихъ поръ задачи (*продолженіе* [1]).

№ **31**. Нѣсколько игроковъ n затѣяли игру на слѣдующихъ условіяхъ: кладутъ въ урну n билетиковъ, въ числѣ которыхъ только одинъ выигрышный, и потомъ вынимаютъ каждый по одному билету, всегда въ одномъ и томъ-же порядкѣ, т. е. сначала первый игрокъ, потомъ второй и т. д. до тѣхъ поръ, пока одинъ изъ нихъ не вытянетъ выигрышнаго билета. Въ его пользу идетъ общая ставка. Какъ велики должны быть ставки игроковъ, считая отъ перваго до послѣдняго, для того чтобы такая игра была безобидною?

NB. Предупреждаемъ, что для рѣшенія этой задачи достаточно имѣть лишь самыя элементарныя свѣдѣнія изъ теоріи вѣроятностей.

№ **33**. На Атвудовой машинѣ одна гирька P вѣситъ 200 гр., другая P'—160 гр. Расположивъ P выше P', предоставимъ въ извѣстный моментъ всю систему дѣйствію силы тяжести; тогда P начнетъ падать. По прошествіи $1\frac{1}{2}$ секунды гирька P', подымаясь вертикально вверхъ, проходитъ черезъ кольцо и увлекаетъ съ собою пластинку p, вѣсящую 60 гр. Спрашивается что произойдетъ дальше? Опредѣлить также въ какомъ разстояніи отъ начальнаго положенія гирьки P' должно быть расположено кольцо съ пластинкой p.

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

Примѣчаніе 2. Запоздалое рѣшеніе: № 46 *учен. 8 кл. Сѣдлецкой г. К. У.*

Открытые вопросы [2]).

№ **1**. Подписчикъ *А. П.* проситъ сообщить (черезъ посредство нашего журнала) заглавія сочиненій, гдѣ изложены элементарно тѣ свойства кривыхъ 2-го порядка и другихъ, вычерчиваніе которыхъ въ 5 кл. реальныхъ училищъ требуется по программѣ. (См. Учебный планъ черченія и рисованія, приложеніе Б. стр. 50).

---

[1]) См. Вѣстникъ № 13, стр. 24.

[2]) Мы открываемъ этотъ отдѣлъ въ виду того, что нѣкоторые подписчики обращаются въ редакцію съ такими вопросами, которые, быть можетъ, заинтересуютъ и вызовутъ отвѣты со стороны лицъ, близко знакомыхъ съ даннымъ предметомъ. Съ своей стороны мы отвѣчаемъ письменно на подобные вопросы, какъ умѣемъ, но при системѣ *открытыхъ вопросовъ* отвѣты, конечно, будутъ гораздо полнѣе, если только сотрудники наши и читатели не откажутся принимать участіе въ ихъ составленіи.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 31 Января 1887 года.
Тип. Е. Т. Кереръ, арендуемая Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.

http://vofem.ru

ОТЪ РЕДАКЦІИ.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики,

издаваемый въ г. Кіевѣ съ 20 августа 1886 года при участіи иногородныхъ и мѣстныхъ сотрудниковъ, выходитъ брошюрами въ $1^1/_2$ печ. листа

по двѣнадцать номеровъ въ каждый учебный семестръ (полугодіе).

Учебные семестры считаются: съ 15-го января по 15-е мая и съ 20-го августа по 20-е декабря.

Журналъ не выходитъ въ теченіе каникулярнаго времени, т. е. съ 15-го мая по 20-е августа и съ 20-го декабря по 15-е января.

Подписка принимается: на гражданскій годъ (съ 15 января по 20 декабря), на учебный годъ (съ 20 августа по 15 мая) и на каждый семестръ отдѣльно.

Подписка не принимается менѣе чѣмъ на одинъ семестръ. Отдѣльными номерами журналъ не продается.

Лица, подписавшіяся въ теченіе семестра, получаютъ всѣ номера, вышедшіе съ начала семестра.

Учебныя заведенія и служащіе въ таковыхъ при своевременномъ заявленіи о высылкѣ журнала въ кредитъ могутъ вносить деньги когда угодно въ продолженіе означеннаго ими срока подписки.

Подписная цѣна съ доставкою и пересылкою:

3 рубля за каждый семестръ, или 6 рублей въ годъ (за два семестра).

Подписка принимается въ редакціи (Кіевъ, Нижне-Владимірская, № 19) и въ книжныхъ магазинахъ, которые удерживаютъ въ свою пользу 5% подписной суммы.

Редакція „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики" принимаетъ на себя по соглашенію изданіе на русскомъ языкѣ сочиненій, учебниковъ и брошюръ по физикѣ и математикѣ, а также посредничество въ пріобрѣтеніи какъ русскихъ, такъ и иностранныхъ спеціальныхъ физико-математическихъ журналовъ и книгъ.

Плата за объявленія, помѣщаемыя на оберткѣ журнала:

1-й разъ: за страницу — 4 рубля.

„ $^1/_2$ стр. — 2 „

„ $^1/_4$ „ — 1 „

При повтореніи взымается всякій разъ половина вышеозначенной платы.

http://vofem.ru

ВЪ СКЛАДѢ РЕДАКЦІИ
ВѢСТНИКА ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

имѣются для продажи:

1.	Первый томъ „Журнала Элементарной Математики“ за $188^4/_5$ уч. годъ—всего 18 №№ .	цѣна	4 р.	— к.	
2.	Второй томъ „Журнала Элементарной Математики“ за $188^5/_6$ уч. годъ—всего 18 №№ .	„	4 „	— „	
3.	Первый томъ „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики за 1-й семестръ $188^6/_7$ уч. года—всего 12 №№	„	3 „	— „	
4.	Электричество въ элементарной обработкѣ К. Максуэлля, пер. подъ ред. проф. М. П. Авенаріуса. 1886 г.	„	1 „	50 „	
5.	Физическія изслѣдованія А. И. Надеждина съ предисловіемъ проф. М. П. Авенаріуса (посмертное изданіе) 1887 г.	„	1 „	50 „	
6.	Рѣчь Споттисвуда „О связи математики съ другими науками“, пер. Н. А. Конопацкаго. 1885 г.	„	— „	35 „	
7.	Электрическіе аккумуляторы. Сост. Эр. Шпачинскій. 1886 г.	„	— „	50 „	
8.	Основы Ариѳметики Е. Коссака, пер. И. Н. Красовскаго. 1885 г.	„	— „	50 „	
9.	Рѣчь Клаузіуса: „Связь между великими дѣятелями природы“, пер. И. Н. Красовскаго. 1885.	„	— „	20 „	
10.	Вопросы о наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ, рѣшаемые посредствомъ уравненій 2-й степени, Бріо, пер. И. Н. Красовскаго. 1886.	„	— „	40 „	
11.	Ортоцентрическій треугольникъ. Н. Шимковича. 1886 г.	„	— „	10 „	
12.	Выводъ формулъ, служащихъ для разложенія въ рядъ логариѳмовъ. Г. Флоринскаго. 1886.	„	— „	15 „	
13.	Ученіе о логариѳмахъ въ новомъ изложеніи В. Морозова. 1886 г.	„	— „	15 „	

За пересылку прилагается 10% означенной цѣны.

ТЕОРІЯ ТЕПЛОТЫ

въ элементарной обработкѣ

КЛЕРКЪ МАКСУЭЛЛЯ

Переводъ А. Л. Королькова

Изданіе Редакціи „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики.

ПЕЧАТАЕТСЯ

и въ непродолжительномъ времени поступитъ въ продажу. Цѣна 2 рубля. Книгопродавцамъ обычная уступка.

http://vofem.ru