

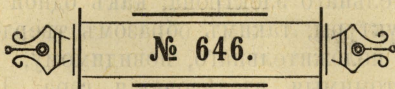
Обложка  
щется

Обложка  
щется

# Вѣстникъ Опытной Физики

и

## Элементарной Математики.



**Содержаніе:** Структура атома. *Е. Рётгерфорда*. — Первая глава изъ элементарной теоріи чиселъ. *А. Обри*. (Продолженіе). — Влажность въ элементарныхъ курсахъ физики. *И. Точидловскаго*. — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Задачи №№ 299 — 302 (6 сер.). — Поправки. — Рѣшенія здаачъ. Отдѣлъ I. №№ 251 и 257 (6 сер.). — Объявленія.

### Структура атома.

*Е. Ретгерфорда.*

Открытіе рѣнтгеновскихъ лучей въ 1895 году начинается собою великую эпоху въ исторіи физики. Открытіе это интересно и важно не только само по себѣ, но также и тѣмъ, что послужило толчкомъ къ цѣлому ряду изслѣдованій въ разныхъ направленіяхъ. Уже спустя нѣсколько мѣсяцевъ, какъ прямое слѣдствіе ученія о новыхъ лучахъ, появилось изслѣдованіе Беккереля (Becquerel) касательно новаго и неожиданнаго свойства матеріи, „радіоактивности“. Понятіе о радіоактивности открыло обширное поле для плодотворныхъ изслѣдованій и привело къ настоящей революціи въ нашихъ представленіяхъ о возможностяхъ, талящихся въ нѣдрахъ матеріи. Изслѣдованіе о происхожденіи рѣнтгеновскихъ лучей въ безвоздушной трубкѣ вскорѣ привело къ открытію корпускулярной природы катодныхъ лучей и къ доказательству того, что частицы, изъ которыхъ составленъ катодный потокъ, заряжены отрицательнымъ электричествомъ, и что масса каждой изъ этихъ частицъ чрезвычайно мала, будучи равной  $\frac{1}{1800}$  массы водороднаго атома — самаго легкаго изъ извѣстныхъ наукѣ атомовъ. Вскорѣ затѣмъ была обрѣтена полная достовѣрность того, что эти „корпускулы“ или „электроны“, какъ ихъ назвали, могутъ быть высвобождены изъ матеріи посредствомъ цѣлаго ряда агентовъ, и что ихъ слѣдуетъ считать вполне опредѣленными составными частями всѣхъ



матеріальнихъ атомовъ. Было найдено, что радій и другія радиоактивныя вещества испускають изъ себя подобные электроны, составляющіе  $\beta$ -лучи; послѣдніе обладаютъ огромной скоростью, значительно приближающейся къ скорости свѣта. При такой скорости движенія масса электрона есть функція его скорости. Кауфманъ (Kaufmann) доказалъ, что измѣненіе этой массы въ зависимости отъ скорости можетъ быть объяснено только при томъ предположеніи, что самая масса электрона происхожденія вполнѣ, такъ сказать, электрическаго. Другими словами, электронъ слѣдуетъ разсматривать, какъ сгущенный зарядъ отрицательнаго электричества, существующій независимо отъ матеріи въ ея обычномъ пониманіи.

Роль отрицательнаго электрона, какъ одной изъ основныхъ единицъ атомной структуры, такимъ образомъ твердо установлена; роль же электричества положительнаго, повидимому, совершенно другая. Несмотря на неутомимыя изслѣдованія сэра Дж. Дж. Томсона (J. J. Thomson) и другихъ, не получено доказательство того, что существуетъ соотвѣтствующій отрицательному положительный электронъ, масса котораго была бы мала въ сравненіи съ массой самаго легкаго атома. Положительное электричество оказывается всегда связаннымъ съ матеріальнымъ атомомъ; ни разу не было доказано существованіе такой заряженной положительно частицы, масса которой была бы меньше атома водорода. Это различіе между положительнымъ и отрицательнымъ электричествомъ, повидимому, имѣетъ основное значеніе и должно быть принято во вниманіе во всѣхъ теоріяхъ строенія атома.

Много лѣтъ тому назадъ Фарадей (Faraday), изслѣдуя прохожденіе электрическаго тока черезъ растворы, показалъ, что существуетъ опредѣленная связь между атомами вещества и тѣми зарядами, которые они носятъ въ себѣ при электролизѣ. Въ 1887 г. Гельмгольцъ (Helmholtz) опредѣленно сформулировалъ взглядъ, что электричество атомистично по самому своему существу, т. е. другими словами, что существуетъ естественная недѣлимая единица электричества, и что всѣ электрическіе заряды представляютъ изъ себя кратное производное этой единицы. Работа ученыхъ за послѣднія нѣсколько лѣтъ дала неопровержимое доказательство этого основного представленія. Единицей положительнаго электричества считается зарядъ атома водорода при электролизѣ воды. Онъ равенъ по величинѣ заряду отрицательнаго электрона, но противоположенъ ему по знаку. Истинная величина этой основной единицы была опредѣлена при помощи многихъ методовъ, приведшихъ къ весьма согласнымъ между собою результатамъ. Въ особенности изслѣдованія Милликана (Millikan) не только установили точную величину этой единицы, но дали также неопровержимое доказательство вѣрности атомистической теоріи электричества. Теорія эта представляетъ собою одинъ изъ основныхъ фактовъ, на которыхъ строятся всѣ новѣйшія теоріи о структурѣ атома.

Въ то же время были достигнуты большіе успѣхи въ нашихъ знаніяхъ о радиоактивности. Выдѣленіе сильно радиоактивныхъ веществъ — какъ радій и другія — дало возможность слѣдить за радиоактивными процессами посредствомъ химическихъ, а также и физическихъ методовъ. Рётгерфордомъ и Содди (Soddy) было до-



казано, что явления радиоактивности получают полное объяснение при томъ предположеніи, что атомы радиоактивныхъ веществъ подвергаются самопроизвольнымъ трансформациямъ. Въ каждый данный моментъ извѣстная небольшая часть всего количества атомовъ становится нестойкой и распадается съ силой, подобной взрыву. Въ большинствѣ случаевъ выбрасывается съ весьма большой скоростью обломокъ атома,  $\alpha$ -частица; въ нѣкоторыхъ же другихъ случаяхъ взрывъ атома сопровождается выбрасываніемъ очень быстро двигающагося электрона ( $\beta$ -лучи) и появленіемъ лучей Рѣнтгена весьма проникающаго типа, извѣстныхъ подъ названіемъ  $\gamma$ -лучей. Радиация сопровождаетъ распадѣніе атомовъ и служитъ непосредственно для измѣренія величинъ этого распадѣнія. Было установлено, что трансформация атома ведетъ къ появленію совершенно новаго типа вещества, вполне отличающагося по своимъ химическимъ и физическимъ свойствамъ отъ вещества первоначальнаго. Эта новая субстанція въ свою очередь нестойка и также подвергается преобразованіямъ, испуская при этомъ характерныя радиации. Процессъ, разъ начавшись, проходитъ черезъ цѣлый рядъ опредѣленныхъ фазъ, описанныхъ и анализированныхъ съ большой подробностью. Какъ примѣръ подобныхъ подвергавшихся превращеніямъ веществъ, мы можемъ взять радій. Это сравнительно стойкое вещество, такъ какъ половина его массы трансформируется въ теченіе приблизительно 2000 лѣтъ. Превращеніе атома радія сопровождается выбрасываніемъ  $\alpha$ -частицы, которая, какъ теперь извѣстно, есть не что иное, какъ несущій электрическій зарядъ атомъ гелія. Продуктъ трансформации, — эманация, — представляетъ собою тяжелый газъ, половина котораго подвергается превращенію въ 3,85 дня. Эманация послѣ выбрасыванія  $\alpha$ -частицы превращается въ радій А, представляющей собою твердое тѣло. Въ дальнѣйшемъ процессъ трансформации проходитъ черезъ рядъ послѣдовательныхъ стадій. Съ чисто химической точки зрѣнія каждое изъ этихъ веществъ должно разсматриваться какъ новый элементъ. Во всякомъ случаѣ, эти элементы отличаются отъ обыкновенныхъ элементовъ нестойкостью своихъ атомовъ.

Такимъ образомъ было твердо установлено, что атомы нѣкоторыхъ веществъ подвергаются самопроизвольной дезинтеграціи, сопровождающейся выдѣленіемъ энергіи въ несравненно большемъ количествѣ, чѣмъ при обыкновенныхъ молекулярныхъ измѣненіяхъ. Было найдено, что физическіе и химическіе агенты совершенно не вліяютъ на процессы превращенія въ радиоактивныхъ веществахъ. Мы можемъ, слѣдовательно, сдѣлать выводъ, что радиоактивный атомъ содержитъ большой запасъ энергіи, — все равно, въ формѣ ли энергіи кинетической или потенціальной, — а также что стойкость этого атома не можетъ быть измѣнена при примѣненіи самыхъ могущественныхъ средствъ, которыми мы располагаемъ въ нашихъ лабораторіяхъ. При очень многихъ радиоактивныхъ процессахъ происходитъ радиация въ видѣ  $\alpha$ -лучей, которые, какъ извѣстно, состоятъ изъ положительно заряженныхъ атомовъ гелія, выбрасываемыхъ съ очень большой скоростью. Слѣдовательно, всѣ радиоактивныя вещества, испускающія  $\alpha$ -лучи, въ качествѣ продукта своей трансформации даютъ гелій. Такимъ образомъ, само собою напрашивается заключеніе, что атомы ра-



діоактивнихъ элементвъ представляютъ изъ себя сложныя образованія, состоящія, по крайней мѣрѣ отчасти, изъ атомовъ гелія, и что при взрывѣ радиоактивнаго атома отдѣляется отъ него атомъ гелія. Напримѣръ, элементъ уранъ при превращеніяхъ въ іонъ и радій выдѣляетъ восемь атомовъ гелія. Отсюда естественнымъ является выводъ, что атомъ урана есть сложное образованіе, заключающее по меньшей мѣрѣ восемь атомовъ гелія. Изученіе радиоактивныхъ явленій такимъ образомъ, ясно показало, что атомы тяжелыхъ элементвъ, будучи очень сложными по структурѣ, въ высшей степени непостоянны и подвержены разрушенію. Самопроизвольная трансформація ихъ ведетъ къ появленію цѣлага ряда новыхъ элементвъ. Слѣдуетъ имѣть въ виду, что столь далеко идущая трансформація атомовъ наблюдалась только у урана, торія, актинія и ихъ продуктовъ, а всѣ эти элементы и ихъ продукты отличаются большимъ вѣсомъ своихъ атомовъ. Ни одинъ изъ легкихъ элементвъ до сихъ поръ еще не оказался обладающимъ внутренней радиоактивностью. Исключеніе составляютъ рубидій и калий. Активность этихъ двухъ элементвъ слаба въ сравненіи съ радиоактивными элементами въ собственномъ смыслѣ этого слова, и радіація, свойственная имъ, исключительно состоитъ изъ  $\beta$ -лучей, т. е. принадлежитъ къ электронному типу. Во всякомъ случаѣ, до сихъ поръ еще не доказано, что атомы рубидія и калия, подвергаются ясно выраженной трансформаціи съ появленіемъ новыхъ типовъ матеріи, какъ это наблюдается у радиоактивныхъ элементвъ въ собственномъ смыслѣ.

Изученіе радиоактивности глубоко измѣнило наши прежнія представленія объ атомѣ и открыло существованіе приблизительно тридцати типовъ матеріи, атомы которыхъ существуютъ ограниченное время и носятъ въ себѣ зародышъ своего окончательнаго разрушенія. Но этого мало, — изученіе это доставило намъ могущественные методы для доказательства индивидуальнаго существованія атома, какъ определенной физической и химической единицы въ структурѣ матеріи.

Еще нѣсколько лѣтъ тому назадъ считали невозможнымъ, чтобы мы когда-либо были въ состояніи найти методы для обнаруженія отдѣльнаго матеріальнаго атома. Мы видѣли, что  $\alpha$ -частица есть не что иное, какъ заряженный электричествомъ атомъ гелія, выбрасываемый съ большой быстротой. При помощи соотвѣствующихъ методовъ Рѣтгерфордъ и Гейгеръ (Geiger) показали, что можно добиться того, чтобы каждая  $\alpha$ -частица, проникающая въ сосудъ, произвела электрическій эффектъ, который легко измѣрить; число  $\alpha$ -частицъ, проникающихъ въ извѣстное данное время, можетъ быть точно сочитано. Было установлено, что каждое сверканіе, наблюдаемое въ кристаллическомъ сѣрниокисломъ цинкѣ, когда на него падаетъ  $\alpha$ -лучъ, вызывается ударомъ одной  $\alpha$ -частицы. Въ этомъ случаѣ часть энергіи летящаго атома превращается въ свѣтъ такой интенсивности, что онъ легко можетъ быть замѣченъ въ темной комнатѣ. Примѣненіе этихъ результатовъ даетъ чрезвычайно простой методъ для опредѣленія количества атомовъ въ кубическомъ сантиметрѣ гелія: дѣло въ томъ, что съ одной стороны было установлено количество  $\alpha$ -частицъ, выбрасываемыхъ изъ извѣстнаго количества радія, а съ другой былъ не-



посредственно измѣренъ объемъ гелія, получающагося изъ  $\alpha$ -частицы. Такимъ путемъ было найдено, что въ 1 *кб. см.* при обычному принимаемыхъ температурѣ и давленіи заключается  $2.75 \times 10^{19}$  атомовъ гелія. На основаніи другихъ данныхъ мы знаемъ, что количество это представляетъ собою число молекулъ любого газа въ 1 *кб. см.* при тѣхъ же условіяхъ.

Мы въ состояніи обнаружить присутствіе не только отдѣльнаго атома, но и отдѣльнаго электрона, находящагося въ быстромъ движеніи, хотя масса и энергія электрона незначительны въ сравненіи съ массой и энергіей  $\alpha$ -частицы. Это было достигнуто благодаря простому электрическому методу, предложенному недавно д-ромъ Гейгеромъ.

Дальнѣйшій шагъ впередъ былъ сдѣланъ К. Т. Р. Вильсономъ (C. T. R. Wilson), который придумалъ красивый способъ обнаруженія слѣда  $\alpha$ -частицы или электрона въ газѣ. Способъ этотъ основанъ на слѣдующемъ фактѣ, открытомъ тѣмъ же авторомъ: іоны, получающіеся отъ столкновенія летящихъ  $\alpha$ -частицъ или электроновъ съ молекулами газа, становятся центрами для сгущенія воды при внезапномъ охлажденіи насыщеннаго влагой газа при быстромъ расширеніи послѣдняго. Каждый іонъ становится тогда центромъ капельки воды. Фотографія этихъ мелкихъ капелекъ, снятая непосредственно послѣ расширенія газа, показываетъ намъ удивительно точнымъ образомъ положеніе іоновъ въ газѣ, и, слѣдовательно, отмѣчаетъ слѣды движенія частицы. Эксперименты подобнаго рода демонстрируютъ очень наглядно индивидуальное существованіе этихъ летящихъ частицъ, а также и процессы, происходящіе при ихъ прохожденіи черезъ матерію.

Имѣется еще обширная область изслѣдованій, которая значительно освѣтила вопросъ о структурѣ атома. Частицы  $\alpha$  и  $\beta$  выбрасываются изъ радиоактивныхъ веществъ съ такой значительной энергіей движенія, что онѣ на своемъ пути въ состояніи пройти насквозь черезъ самые атомы. Многія изъ этихъ частицъ отклоняются отъ своихъ прямолинейныхъ путей при прохожденіи черезъ мощное электрическое поле внутри атома. Изучая степень этого отклоненія, мы можемъ составить себѣ представленіе о силѣ и распредѣленіи электрическаго поля въ атомѣ.

Краткій обзоръ, данный въ настоящей статьѣ, достаточно показываетъ, что развитіе новѣйшей физики тѣсно связано съ проблемой о строеніи химическаго атома. Съ одной стороны изслѣдованіе радиоактивныхъ явленій значительно освѣтило процессы трансформации тяжелыхъ атомовъ и продуктовъ ихъ распада; съ другой — изученіе явленій происходящихъ благодаря прониканію сквозь матерію этихъ новыхъ типовъ радіаціи, доставило намъ очень важныя свѣдѣнія относительно строенія самихъ атомовъ. Въ результатъ этихъ важныхъ успѣховъ нашего знанія, физики пришли къ единодушному заключенію, что атомъ тяжелаго элемента, напримѣръ, золота, слѣдуетъ разсматривать, какъ сложную структуру, состоящую изъ положительно и отрицательно заряженныхъ частицъ, которыя поддерживаются въ равновѣсіи электрическими силами. Полагаютъ, что отрицательное электричество распредѣлено въ видѣ отдѣльныхъ отрицательныхъ электроновъ; но точное число такихъ электроновъ въ каждомъ атомѣ все еще не



установлено. Что же касается природы и распределения положительнаго электричества и положительно заряженных частицъ внутри атома, то въ этомъ отношеніи существуетъ большое разногласіе. Проще всего различія въ точкахъ зрѣнія могутъ быть иллюстрированы разсмотрѣніемъ двухъ типовъ моделей атома, которые выставлялись за послѣдніе годы. Первый хорошо извѣстный типъ атома, впервые предложенный лордомъ Кельвинымъ (Kelvin), а впоследствии видоизмѣненный и изслѣдованный очень подробно сэромъ Дж. Дж. Томсономъ. Въ этомъ типѣ атома положительное электричество предполагается распределеннымъ равномерно въ видѣ сферы, объемъ которой совпадаетъ съ объемомъ самаго атома, какъ его себѣ обыкновенно представляютъ. Считаютъ, что отрицательные электроны распределены въ этой сферѣ на одной плоскости по concentрическимъ окружностямъ или же на шаровыхъ поверхностяхъ, расположенныхъ, какъ чешуи лукавицы. Для того, чтобы атомъ былъ электрически нейтральнымъ, нужно, конечно, чтобы зарядъ, заключающійся въ отрицательныхъ электронахъ, былъ равенъ по величинѣ заряду положительному. Сэръ Дж. Дж. Томсонъ изслѣдовалъ математическія въ подробностяхъ всѣ возможные способы устойчиваго распределения электроновъ въ одной плоскости и вывелъ возможные размѣщенія электроновъ для ряда различныхъ величинъ положительнаго заряда.

Томсоновскій атомъ безъ сомнѣнія сослужилъ очень полезную службу, давши простое и понятное представленіе объ атомной структурѣ. Большое его преимущество состоитъ въ томъ, что закономерность, выраженная въ его схемѣ, легко подчиняется математическому вычисленію, и что положеніе и число электроновъ въ различныхъ кольцахъ можетъ быть непосредственно выведено. Однако, главнымъ критеріемъ вѣрности атомной модели нужно считать возможность объяснить при ея помощи экспериментальные факты, Принявши это во вниманіе, мы увидимъ, что имѣются основанія думать, что вышеприведенный типъ атома долженъ быть значительно измѣненъ для того, чтобы объяснить нѣкоторые непредвидѣнные явленія, ставшія извѣстными за послѣдніе годы.

Въ настоящее время хорошо извѣстно, что быстро двигающіяся  $\alpha$  и  $\beta$ -частицы при прохожденіи черезъ вещество, будь оно твердымъ, жидкимъ или газообразнымъ, часто уклоняются отъ своего прямолинейнаго направленія. Узкій пучекъ  $\alpha$  и  $\beta$ -лучей при прохожденіи черезъ слой вещества всегда „разсѣивается“. Такого результата и слѣдовало ожидать, разъ мы согласимся, что существуютъ сильныя электрическія поля внутри атомовъ, сквозь которые частицамъ приходится проникать. Въ дополненіи къ этому Гейгеръ и Марсденъ (Marsden) обратили наше вниманіе на тотъ замѣчательный фактъ, что, кромѣ разсѣиванія пучка  $\alpha$ -лучей, небольшая часть  $\alpha$ -частицъ диффузно отражается отъ тонкой металлической пластинки. Если принять во вниманіи огромную энергію, которой обладаетъ  $\alpha$ -частица радія, невозможно себѣ объяснить такой результатъ, если не предположить, что нѣкоторымъ  $\alpha$ -частицамъ приходится проходить черезъ такое мощное электрическое поле внутри атома, что онѣ отклоняются отъ своего пути подъ угломъ больше прямого. Простое вычисленіе



показываетъ, что электрическія поля внутри Томсоновскаго атома слишкомъ слабы для такого результата, развѣ только предположить, что положительное электричество гораздо болѣе сконцентрировано, чѣмъ это предполагали раньше. Для объясненія этого разсѣиванія  $\alpha$ -частицъ „подъ большимъ угломъ“, пишущій эти строки и былъ принужденъ принять, что положительное электричество внутри атома сконцентрировано на очень маломъ пространствѣ. Съ цѣлью объяснить электрическую нейтральность атома было предположено, что положительный зарядъ окруженъ на извѣстномъ разстояніи соответствующимъ образомъ расположенными электронами. Такимъ образомъ, нужно было принять, что положительное ядро является мѣстопоименованіемъ наибольшей части массы атома. Считаютъ, что отклоненія  $\alpha$ -частицы происходятъ только тогда, когда  $\alpha$ -частица проходитъ черезъ сильное поле вблизи ядра, гдѣ на величину отклоненій очень мало вліяютъ находящіеся снаружи электроны. Принимая, что положительная  $\alpha$ -частица и положительное ядро отталкиваются другъ отъ друга согласно закону обратной пропорціональности квадрату разстояній, легко можетъ быть показано, что  $\alpha$ -частица описываетъ гиперболическую орбиту вокругъ ядра и въ то же время приводитъ ядро въ движеніе. Отношеніе между числомъ  $\alpha$ -частицъ и угломъ, подъ которымъ онѣ отклоняются при одномъ столкновеніи, легко можетъ быть вычислено, равно какъ зависимость этого угла отъ скорости  $\alpha$ -частицы. На основаніи этихъ данныхъ становится яснымъ, что шансъ отклоненія подъ большимъ угломъ, которое бываетъ при очень большомъ приближеніи къ ядру, гораздо меньше, чѣмъ шансъ отклоненія подъ малымъ угломъ. Разсѣиваніе подъ большимъ угломъ  $\alpha$ -частицъ въ случаѣ тонкихъ металлическихъ пластинокъ было детально изслѣдовано Гейгеромъ и Марсденомъ (Marsden), и ихъ результаты оказались во всѣхъ пунктахъ въ весьма удовлетворительномъ согласіи съ теоріей. Дарвинъ (Darwin) показалъ, что никакой другой законъ, кромѣ закона обратной пропорціональности квадрату разстояній, не согласуется съ экспериментальными данными. Представленіе, что атомъ содержитъ положительно заряженное ядро малыхъ размѣровъ имѣетъ такимъ образомъ солидное обоснованіе въ экспериментѣ.

На основаніи полного согласія между экспериментомъ и теоріей было вычислено, что радіусъ ядра тяжелаго атома въ родѣ атома золота не больше  $3 \times 10^{-12}$  см. Это число очень мало въ сравненіи съ обычнымъ нашимъ представленіемъ о радіусѣ сферы дѣйствія атома, равной приблизительно  $10^{-8}$  см. Такимъ образомъ становится очевиднымъ, что размѣры ядра атома очень малы въ сравненіи съ размѣрами электроннаго кольца, окружающаго ядро.

Особенный интересъ представляетъ эффектъ столкновенія быстро движущейся  $\alpha$ -частицы съ легкимъ атомомъ, на примѣръ, атомомъ водорода. Согласно даннымъ, о которыхъ рѣчь впереди,  $\alpha$ -частица, которую слѣдуетъ разсматривать, какъ ядро гелія, носить въ себѣ двѣ единицы заряда, а ядро водорода только одну. Легко можно вычислить, что при близкой встрѣчѣ между  $\alpha$ -частицей и атомомъ водорода, послѣдній въ нѣкоторыхъ, хотя и рѣдкихъ случаяхъ будетъ приведенъ въ движеніе,



въ 1,6 разъ болѣе быстрое, чѣмъ движеніе  $\alpha$ -частицъ, и пройдетъ въ газѣ траекторію, въ четыре раза болѣе длинную, чѣмъ траекторія  $\alpha$ -частицы. При этихъ условіяхъ эти быстро двигающіеся водородные атомы будутъ имѣть достаточно энергіи, чтобы заставить замѣтно сцинтиллировать сѣрнистый цинкъ. Въ нѣкоторыхъ своихъ новѣйшихъ изслѣдованіяхъ Марсденъ этимъ путемъ до очевидности сдѣлалъ яснымъ существованіе такихъ быстро двигающихся водородныхъ атомовъ при прохожденіи интенсивнаго пучка  $\alpha$ -лучей черезъ водородъ. Небольшое число сцинтилляцій можетъ быть обнаружено на разстояніи въ четыре раза больше, чѣмъ максимальная длина полета  $\alpha$ -частицы, вызвавшей столкновеніе. Данныя о числѣ и дальности полета этихъ особенно быстро движущихся частицъ находятся въ согласіи съ той точкой зрѣнія, что онѣ состоятъ изъ атомовъ водорода или, скорѣе, изъ ядеръ атомовъ водорода, приведенныхъ въ быстрое движеніе благодаря столкновенію съ  $\alpha$ -частицами. Изъ этихъ экспериментовъ явствуетъ, что объемамъ ядеръ водорода и гелія должна быть приписана еще меньшая величина, чѣмъ ядрамъ атомовъ тяжелыхъ элементовъ. Для того, чтобы сообщить указанную скорость водородному ядру,  $\alpha$ -частица должна приблизиться къ водородному ядру на разстояніи  $1,7 \times 10^{-13}$  см. Это очень малое разстояніе, — еще меньшее, чѣмъ діаметръ электрона, равный  $3,8 \times 10^{-13}$  см. Согласно электромагнитной теоріи масса движущагося заряда зависитъ отъ степени конденсаціи этого заряда. Предполагая, что діаметръ ядра водорода представляетъ собою  $\frac{1}{1800}$  діаметра ядра электрона, мы получимъ, что масса его въ 1800 разъ больше массы электрона.

Такимъ образомъ не исключается возможность того, что водородное ядро съ единицей заряда есть не что иное, какъ положительный электронъ, и что значительная величина его массы (съ сравненіи съ массой отрицательнаго электрона) объясняется незначительностью объема, по которому распределенъ зарядъ. Понятно, очень трудно дать окончательное доказательство такой гипотезы, но въ настоящее время нѣтъ экспериментальныхъ фактовъ, которые бы этому противорѣчили. Если принять эту гипотезу, было бы естественно предположить, что положительный и отрицательный электроны являются двумя основными единицами, изъ которыхъ построены всѣ элементы.

Согласно теоріи о ядрѣ атома слѣдуетъ предположить, что  $\alpha$ -частица беретъ свое начало въ ядрѣ и пріобрѣтаетъ часть своей энергіи движенія, отрываясь отъ него. Извѣстно, что большинство радиоактивныхъ трансформаций сопровождается выбрасываніемъ  $\alpha$ -частицъ. Но во всякомъ случаѣ существуетъ небольшое число трансформаций, при которыхъ выбрасываются только  $\beta$ -частицы, т. е. быстро движущіеся электроны. Всѣ данныя указываютъ на то, что эти трансформации происходятъ тогда, когда отъ ядра отрывается быстро движущійся электронъ. Происхожденіе  $\gamma$ -лучей объясняется прохожденіемъ электроновъ черезъ наружный электронный слой, который приводится этимъ въ сильное колебаніе. Если это такъ, ядро, хотя размѣры его и очень малы, само по себѣ представляетъ изъ себя очень сложную систему, состоящую изъ комплекса положительно и отрицательно заряженныхъ тѣлъ, связанныхъ вмѣстѣ мощными электрическими силами. Тотъ



фактъ, что ядра гелія такъ часто выбрасываются при радиоактивныхъ процессахъ, указываетъ на то, что ядро гелія есть одна изъ единицъ, можетъ быть, вторичныхъ, изъ которыхъ построены ядра тяжелыхъ металловъ. То, что ядро гелія переживаетъ взрывъ атома, оставаясь неизмѣннымъ, указываетъ на стойкость структуры этого ядра.

Мы еще не рассмотрѣли величины положительнаго заряда, имѣющагося въ атомномъ ядрѣ. Изъ опытовъ надъ разлѣзніемъ было выведено, что положительный зарядъ ядра равенъ приблизительно  $\frac{1}{2} Ae$ , гдѣ  $A$  есть атомный вѣсъ, а  $e$  единица заряда. Это означаетъ, что число наружныхъ электроновъ въ атомѣ равно половинѣ его атомнаго вѣса. Этотъ результатъ твердо основанъ на цѣломъ рядѣ доказательствъ. Хорошо извѣстно, что при прохожденіи X-лучей черезъ вещество они разсѣиваются по всѣмъ направленіямъ. Принимая, что эта дисперсія обязана своимъ происхожденіемъ наружнымъ электронамъ, Баркла (Barkla) вывелъ изъ теоріи сэра Дж. Дж. Томсона, что число электроновъ въ атомѣ равно приблизительно половинѣ его атомнаго вѣса. Вслѣдствіе теоретическихъ и экспериментальныхъ трудностей, связанныхъ съ этимъ выводомъ, нельзя слишкомъ настаивать на томъ, что онъ вполне точенъ.

Очевидно, что это правило о числѣ наружныхъ электроновъ не можетъ быть въ точности примѣнено къ легкимъ элементамъ. Данные радиоактивности указываютъ, что ядро гелія заключаетъ два заряда. Если это такъ, то ядро водорода съ массой, равной единицѣ, заключаетъ въ себѣ единицу заряда. Ванъ денъ Брокъ (Van den Broek) выставилъ интересное правило, что зарядъ ядра равенъ порядковому числу элемента, если мы расположимъ атомы въ порядкѣ увеличенія атомнаго вѣса. Предполагая, что всѣ атомы водорода равенъ 1, гелія — 2, литія — 3, углерода — 6, азота — 7, кислорода — 8 и т. д. Такой взглядъ вполне совпадаетъ съ экспериментальными данными, добытыми на основаніи дисперсіи, а простота этого правила сильно говоритъ въ его пользу. Оно послужило основаніемъ для новѣйшихъ теорій Бора (Bohr) для объясненія структуры и спектра элементовъ.

Согласно ядерной теоріи свойства атомовъ опредѣляются главнымъ образомъ, величиной ядернаго заряда, который выражается только цѣлыми числами. Такъ оно и должно быть, ибо число, распределеніе и видъ колебанія наружныхъ электроновъ въ нейтральномъ атомѣ обуславливается силами, исходящими изъ заряда въ центрѣ атома. Согласно этой точкѣ зрѣнія могутъ существовать элементы съ почти одинаковыми, если не совершенно одинаковыми свойствами, но съ значительной разницей въ атомныхъ вѣсахъ. Слѣдуетъ указать, что масса ядра, равно какъ его зарядъ, могутъ имѣть небольшое вліяніе на равновѣсіе наружныхъ электроновъ и такимъ образомъ, незначительно модифицировать родъ vibraціи системы наружныхъ электроновъ. Въ теченіе прошлаго года были найдены поразительныя доказательства въ пользу этихъ взглядовъ, благодаря изслѣдованіямъ въ различныхъ областяхъ. Прежде всего слѣдуетъ упомянуть о широко и важномъ обобщеніи Фааянса (Eajans), Содди (Soddy), Рёсселя (Russel) для объясненія измѣненія свойствъ радиоактивныхъ



элементовъ, получающихся въ результатъ послѣдовательной трансформации первоначальныхъ элементовъ \*). Было найдено, что выбрасываніе  $\alpha$ -частицы изъ радиоактивнаго атома даетъ начало новому элементу, занимающему въ періодической таблицѣ положеніе двумя мѣстами ниже въ направленіи уменьшенія атомнаго вѣса; выбрасываніе  $\beta$ -частицы даетъ въ результатъ элементъ, занимающій одно мѣсто выше. Это простое правило оказалось примѣнимымъ къ всѣмъ радиоактивнымъ элементамъ и привело къ предсказанію положенія и свойствъ не открытаго еще радиоактивнаго элемента. Этотъ недостающій элементъ нѣсколько недѣль спустя былъ изолированъ Фаянсомъ и Горингомъ (Gohring), при чемъ его физическія и химическія свойства были найдены въ полномъ соотвѣтствіи съ предсказаніями теоріи.

Это обобщеніе можетъ быть выражено очень простымъ путемъ на основаніи теоріи ядеръ. Выбрасываніе  $\alpha$ -частицы уменьшаетъ зарядъ ядра атома на двѣ единицы, а выбрасываніе  $\beta$ -частицы, отнимая отрицательный зарядъ отъ ядра, повышаетъ положительный зарядъ послѣдняго на одну единицу. Изъ этого вмѣстѣ съ тѣмъ слѣдуетъ, что цѣлый рядъ радиоактивныхъ элементовъ имѣютъ ядерные заряды, отличающіеся другъ отъ друга на единицу. Такъ, напримѣръ, уранъ 1 съ ядернымъ зарядомъ въ 92 единицы выбрасываетъ  $\alpha$ -частицу и даетъ уранъ  $X_1$  съ зарядомъ въ 90. Послѣдній въ свою очередь выбрасываетъ  $\beta$ -частицу и даетъ уранъ  $X_2$  съ зарядомъ въ 91. Этотъ же тоже выбрасываетъ  $\beta$ -частицу и даетъ уранъ 2 съ зарядомъ въ 92. Теряя  $\alpha$ -частицу, уранъ 2 превращается въ іоній съ зарядомъ въ 90, а послѣдній въ радій съ зарядомъ въ 88 и т. д.

Мослей (Moseley), пользуясь новымъ методомъ, получилъ въ этомъ отношеніи важныя данныя для не-радиоактивныхъ элементовъ. Слѣдуя за открытіемъ Лауе (Laue), что  $X$ -лучи при прохожденіи черезъ кристаллы даютъ явные явленія интерференціи, профессоръ Браггъ (Bragg) и В. Л. Браггъ, а также Мослей съ Дарвиномъ разработали методы для опредѣленія частоты колебанія  $x$ -лучей изслѣдуя отраженіе или, скорѣе, диффракцію  $x$ -лучей при паденіи ихъ на поверхность кристалловъ. Слѣдуетъ указать, что  $x$ -лучи соотвѣтствуютъ колебаніямъ электроновъ вблизи самаго ядра, гдѣ подъ вліяніемъ значительныхъ электрическихъ силъ колебанія очень быстры. Весьма интересно изслѣдовать, чѣмъ отличаются между собою спектры  $x$ -лучей различныхъ элементовъ. Мослей недавно изслѣдовалъ спектры  $x$ -лучей большого числа элементовъ атомнаго вѣса которыхъ находятся между алюминіемъ и золотомъ. Онъ нашелъ, что болѣе легкіе элементы всѣ даютъ сходные между собою спектры, извѣстные подъ названіемъ серіи  $K$ . Спектры эти состоятъ изъ двухъ рѣзкихъ линій, а частота колебаній, соотвѣтствующая каждой изъ этихъ линій, замѣтно измѣняется при переходѣ отъ одного элемента къ другому, ближайшему. Были изслѣдованы также спектры  $x$ -лучей серіи  $L$ , т. е. спектры, получаемые отъ элементовъ съ атомнымъ вѣсомъ выше серебра. Здѣсь опять-таки спектры оказываются сходными

\*) К. Фаянсъ. „Радиоэлементы и періодическая система“. „Вѣстникъ“ № № 625, 626 и 627.



по типу, а частота колебаній, соотвѣтствующая каждой изъ линій спектра, измѣняется ступенеобразно при переходѣ отъ одного элемента къ другому. Мослей нашель, что частота колебаній, соотвѣтствующая спектрамъ  $x$ -лучей серіи „K“, т. е. отъ алюминія до серебра, пропорціональна  $(N-a)^2$ ; для спектровъ серіи „L“ частота колебаній пропорціональна  $(N-b)^2$ . Здѣсь  $a$  и  $b$  — постоянныя величины, при чемъ  $a$  = приблизительно 1, а  $b = 7,4$ .  $N$  есть цѣлое число, которое считается равнымъ порядковому числу атома, т. е. выражаетъ число единицъ заряда ядра.  $N$  увеличивается, начинаясь съ 13 для алюминія и доходя до 79 для золота. Совершенно не касаясь теоріи о происхожденіи спектровъ  $x$ -лучей, мы видимъ, что имѣется очень простое отношеніе между соотвѣтствующими спектрами цѣлаго ряда элементовъ и порядковыми числами ихъ атомовъ. Дѣйствительно, частота колебаній, соотвѣтствующая линіямъ спектровъ пропорціональна квадрату числа, измѣняющагося на единицу при переходѣ отъ одного элемента къ другому, ближайшему. Эти выводы имѣютъ большое практическое, равно какъ и теоретическое значеніе.

Если предположить, что существуютъ элементы, соотвѣтствующіе всѣмъ порядковымъ числамъ, начиная отъ 1 для водорода и кончая 92 для уранія, то опредѣленіе спектровъ  $x$ -лучей представляютъ собою простой методъ для опредѣленія недостающихъ элементовъ. Мослей изслѣдовалъ этотъ вопросъ и показалъ, что недостаетъ только трехъ элементовъ между алюминіемъ съ порядковымъ числомъ 17 и золотомъ съ числомъ 79. Такимъ образомъ, мы обогатились новымъ могущественнымъ методомъ химическаго анализа. Дѣло въ томъ, что мы имѣемъ возможность предсказывать съ увѣренностью спектры  $x$ -лучей этихъ недостающихъ элементовъ, а спектры эти могутъ намъ служить важной подмогой для ихъ открытія. Этотъ методъ особенно примѣнимъ для опредѣленія числа и положенія элементовъ въ группѣ рѣдкихъ земель.

Результаты, полученные Мослейемъ, показываютъ убѣдительно, что имѣется число, которое болѣе основательно характеризуетъ атомъ и болѣе правильно измѣняется, чѣмъ атомные вѣса. Число это представляетъ собою число зарядовъ ядра. Химическія и физическія свойства элемента опредѣляются цѣлымъ числомъ, выражающимъ зарядъ ядра и измѣняющимся на единицу при переходѣ отъ одного атома къ другому. Хорошо извѣстно, что измѣненія атомныхъ вѣсовъ для послѣдовательныхъ элементовъ совершенно неправильны. Такимъ образомъ атомный вѣсъ является, повидимому, сложной функціей структуры ядра атома, въ то время какъ физическія и химическія свойства въ большой мѣрѣ независимы отъ структуры ядра, но главнымъ образомъ, зависятъ отъ его заряда.

Мы уже упомянули, что могутъ существовать атомы съ тождественными на практикѣ физическими и химическими свойствами, но съ различными атомными вѣсами. Возможность эта впервые была подсказана данными изъ области радіоактивности. Дѣло въ томъ, что нѣкоторые радіоактивные элементы оказались тождественными по своимъ обыкновеннымъ физическимъ и химическимъ особенностямъ и неотдѣлимыми другъ отъ друга, но вмѣстѣ съ тѣмъ ихъ надо было считать



различными по их радиоактивным свойствам. Примѣрами могутъ служить элементы іоній и торій, а также радій и мезоторій. Нельзя было доказать, что іоній даетъ другой свѣтовой спектръ, чѣмъ торій. Въ недавнее время указанная идея получила также подтвержденіе благодаря экспериментамъ въ другой области. При своихъ изслѣдованіяхъ относительно положительныхъ лучей сэръ Дж. Дж. Томсонъ нашелъ, что рѣдкій газъ неонъ состоитъ, повидимому, изъ двухъ элементовъ съ атомными вѣсами около 20 и 22. Астонъ (Aston) дѣлалъ неудачныя попытки изолировать эти два компонента посредствомъ фракціонной дестилляціи газа въ уголь, охлажденный жидкимъ воздухомъ. Но онъ нашелъ, что возможно произвести частичное раздѣленіе неона на два газа неодинаковой плотности посредствомъ метода диффузіи. Подобный результатъ указываетъ, что неонъ состоитъ изъ смѣси двухъ газовъ съ однимъ и тѣмъ же ядернымъ зарядомъ, но съ различными атомными вѣсами.

Мы уже указали на тотъ фактъ, что существуетъ рядъ радиоактивныхъ элементовъ различнаго атомнаго вѣса, повидимому, химически идентичныхъ. Такіе изотопы, какъ они были названы Содди, довольно многочисленны. Напримѣръ, элементы радій *B*, торій *B* и актиній *B*, повидимому, химически идентичны между собою и съ элементомъ свинцомъ. Это указываетъ на то, что эти элементы имѣютъ тотъ же ядерный зарядъ, и что они должны, слѣдовательно, давать идентичные спектры  $\alpha$ -лучей. Недавно пишущій эти строки вмѣстѣ съ д-ромъ Андраде (Andrade) произвелъ экспериментъ для опредѣленія спектра  $\gamma$ -лучей радія *B*. И вотъ найдено было, что спектръ мягкихъ  $\gamma$ -лучей въ общемъ идентиченъ со спектромъ серіи *L* тяжелыхъ элементовъ, а спеціальныя изслѣдованія показали, что двѣ рѣзкія линіи въ спектрѣ совпадаютъ съ соотвѣтствующими линіями спектра  $\alpha$ -лучей, получаемыхъ отъ свинца. Здѣсь мы имѣемъ случай двухъ элементовъ съ однимъ и тѣмъ же ядернымъ зарядомъ, которые даютъ идентичные спектры  $\alpha$ -лучей, но атомные вѣса которыхъ значительно разнятся между собою. Напримѣръ, атомный вѣсъ радія *B* считается равнымъ 214, въ то же время какъ атомный вѣсъ свинца равенъ 207. Факты подобнаго рода быстро накаплиются. Содди и Фаянсъ высказали мысль, что свинецъ представляетъ собою конечный неактивный продуктъ какъ радія, такъ и торія, и что эти два типа свинца отличаются по своему атомному вѣсу на двѣ единицы. Вопросъ о томъ, имѣетъ ли свинецъ, получающійся отъ трансформации радиоактивныхъ элементовъ, другой атомный вѣсъ, чѣмъ обыкновенный свинецъ, подвергается теперь изслѣдованію цѣлымъ рядомъ ученыхъ въ различныхъ странахъ. Были уже слѣданы предварительныя сообщенія о томъ, что найдена значительная разниа въ атомномъ вѣсѣ. Вѣроятно, въ скоромъ времени мы будемъ имѣть много данныхъ для того, чтобы окончательно выяснитъ этотъ вопросъ. Была высказана мысль, что многіе изъ обыкновенныхъ элементовъ, быть можетъ, состоятъ изъ смѣси изотоповъ, имѣющихъ одинъ и тотъ же ядерный зарядъ, но различные атомные вѣса. Эти составныя части элементовъ неотдѣлимы другъ отъ друга при помощи обыкновенныхъ химическихъ методовъ, но возможно, что ихъ можно будетъ разъединить помощью диффузіи.



Атомный вѣсъ такихъ элементовъ долженъ былъ бы зависѣть отъ относительнаго содержанія составныхъ частей; послѣднее же можетъ быть неодинаковымъ, въ зависимости отъ источника полученія материаловъ. На основаніи вышеуказаннаго мы видимъ, что изученіе атомныхъ вѣсовъ вступаетъ въ новую фазу, и весьма вѣроятно, что близкое будущее принесетъ намъ важные выводы.

До сихъ поръ мы не разбирали вопроса о распредѣленіи наружныхъ электроновъ, дающихъ атомъ, электрически нейтральный. Это очень запутанная проблема, и всякая попытка къ ея разрѣшенію сразу наталкивается на множество трудностей. Если мы примемъ обыкновенную теорію, что быстро движущійся электронъ излучаетъ энергію, то можно предположить, что наружные электроны, окружающіе ядро, въ концѣ концовъ потеряютъ свою энергію и упадутъ на ядро. Для того, чтобы обойти эту трудность, Боръ (Bohr) принимаетъ, что излученіе энергіи изъ атома можетъ происходить только извѣстнымъ, точно опредѣленнымъ образомъ. Посредствомъ введенія понятія, связаннаго съ понятіемъ о квантахъ Планка (Planck), Боръ высказалъ мысль о строеніи простыхъ атомовъ. Можно получить представленіе о трудностяхъ, связанныхъ съ такой попыткой, если вспомнить, что сложный спектръ водорода долженъ получиться отъ движенія одного электрона вокругъ ядра съ единицей заряда. Выводы, сдѣланные Боромъ изъ его теоріи, очень интересны и важны, какъ первая попытка опредѣлить структуру реальнаго атома. Мнѣнія относительно того, насколько дѣйствительны утвержденія Бора въ его теоріи о строеніи атомовъ и молекулъ, конечно, будутъ сильно расходиться; но попытка разрѣшить эту важнѣйшую проблему, лежащую въ основаніи физики и химіи, представляетъ изъ себя весьма общающее начинаніе.

## Первая глава изъ элементарной теоріи чиселъ.

А. Обри.

(Переводъ съ французскаго).

(Продолженіе \*).

23. 1) Пусть намъ дано уравненіе  $a^2x^2 + bx + c = y^2$ . Полагаемъ  $y = ax + z$  и получаемъ уравненіе между  $x$  и  $z$ . Положительнымъ значеніямъ  $x$  соотвѣтствуютъ значенія  $z$ , лежація между  $b/2a$  и  $\sqrt{c}$ . Они и подлежатъ испытанію.

2) Пусть дано уравненіе  $ax^2 + bx + c = y^2$ . Полагаемъ  $y = c + \frac{z}{u} \cdot x$  и получаемъ уравненіе между  $x$ ,  $z$  и  $u$ . Испытанію подлежатъ лишь значенія  $z/u$ , лежація между  $b/2c$  и  $\sqrt{a}$ .

\*) См. № 644 — 645 „Вѣстника“.



3) Въ общемъ случаѣ уравненіе вида  $ax^2 + bx + c = y^2$  не такъ легко поддается рѣшенію. Въ этомъ случаѣ надо раньше всего пытаться выяснить, не является ли данное уравненіе невозможнымъ. Напримѣръ, уравненіе  $13x^2 + 54x + 69 = y^2$  невозможно, такъ какъ лѣвая часть его можетъ быть представлена въ видѣ  $7(x+3)^2 + 6(x+1)^2$ .

4) Въ томъ случаѣ, когда  $b^2 - 4ac$  представляетъ собою точный квадратъ, трехчленъ  $ax^2 + bx + c$  разлагается на двухъ линейныхъ сомножителей. Въ этомъ случаѣ полагаемъ трехчленъ равнымъ  $(ax + f)(x + g)$  или  $\frac{u^2}{v^2}(x + g)^2$  и получаемъ уравненіе между  $x$ ,  $u$  и  $v$ , которое даетъ намъ цѣлыя значенія для  $x$ , когда  $v^2a - u^2 = \pm 1$  (Эйлеръ).

5) Въ томъ случаѣ, когда можно представить  $ax^2 + bx + c$  въ видѣ  $(fx + g)^2 + (hx + j)(kx + l)$ , полагаемъ квадратный корень изъ трехчлена равнымъ  $(fx + g) + \frac{u}{v}(hx + j)$  и получаемъ уравненіе между  $x$ ,  $u$ ,  $v$ , которое даетъ намъ цѣлыя значенія для  $x$ , когда  $v^2k - 2uvf - u^2h = \pm 1$  (Эйлеръ).

6) Наконецъ, въ общемъ случаѣ уравненія  $ax^2 + bx + c = y^2$  полагаемъ  $X = 2y$ ,  $Y = (2ax + b)^2$ ,  $B = b^2 - 4ac$  и получаемъ уравненіе  $aX^2 + B = Y^2$ , которое рѣшаемъ, подбирая подходящія значенія для  $Y$ , т. е. прежде всего такія, при которыхъ  $Y^2 - B$  дѣлится на  $a$ . Одновременно съ  $Y^2 - B$  дѣлится на  $a$  также  $(Y + ka)^2 - B$ , гдѣ  $k$  обозначаетъ любое цѣлое число (положительное, отрицательное или нуль). Между числами  $Y + ka$  имѣется всегда одно и только одно, для котораго  $-\frac{a}{2} < Y + ka \leq \frac{a}{2}$ . Если, подбирая для  $Y$  цѣлыя и положительные значенія, мы до  $Y = \frac{a}{2}$  не нашли такого значенія, при которомъ  $Y^2 - B$  дѣлится на  $a$ , то наше уравненіе не имѣетъ рѣшеній (Лагранжъ).

**24.** Можно получить любую цѣлую степень путемъ сложения членовъ арифметической прогрессіи (Rallier des Ourmes).

Это можно показать слѣдующимъ образомъ. Сумма первыхъ  $n$  нечетныхъ чиселъ равна  $n^2$ . Чтобы получить  $a$ -тую степень  $n$ , достаточно помножить первыя  $n$  нечетныхъ чиселъ на  $n^{a-2}$  и затѣмъ сложить ихъ.

Разсмотримъ еще слѣдующіе ряды:

1) Первый членъ ряда равенъ первому цѣлому числу, 1; второй — суммѣ двухъ слѣдующихъ,  $2 + 3$ ; третій — суммѣ трехъ слѣдующихъ,  $4 + 5 + 6$ ; и т. д.  $n$ -й членъ равенъ  $\frac{n^2(n+1)}{2}$ .

2) Первый членъ ряда равенъ первому цѣлому числу, 1; второй — суммѣ трехъ слѣдующихъ,  $2 + 3 + 4$ ; третій — суммѣ пяти слѣдующихъ, и т. д.;  $n$ -й членъ равенъ  $(n^2 - n + 1)(2n - 1)$ .



3) Первый членъ ряда равенъ первому нечетному числу; второй — суммѣ двухъ слѣдующихъ; и т. д.  $n$ -й членъ равенъ  $n^3$ .

4) Первый членъ равенъ суммѣ двухъ первыхъ нечетныхъ чиселъ; второй — суммѣ четырехъ слѣдующихъ; и т. д.  $n$ -й членъ равенъ  $4n^3$ .

5) Первый членъ ряда равенъ первому нечетному числу; второй — суммѣ четырехъ первыхъ нечетныхъ чиселъ; третій — суммѣ девяти первыхъ нечетныхъ чиселъ; и т. д.  $n$ -й членъ равенъ  $n^4$ .

6) Первый членъ ряда равенъ первому нечетному числу; второй — суммѣ  $(1+4)$  слѣдующихъ; третій — суммѣ  $(1+4+9)$  слѣдующихъ; и т. д.  $n$ -й членъ равенъ 
$$\frac{n^2(n+1)^2(2n+1)(n^2+n+1)}{36}.$$

7) Первый членъ ряда равенъ первому нечетному числу; второй — суммѣ  $(1+8)$  слѣдующихъ; третій — суммѣ  $(1+8+27)$  слѣдующихъ; и т. д. (de Rosquigny).  $n$ -й членъ равенъ 
$$\frac{n^3(n+1)^3(6n^2+9n^2+11n+4)}{240}.$$

25. Сколько разъ встрѣчается цифра 0 среди первыхъ  $n$  цѣлыхъ чиселъ? (Ed. Lucas).

Обозначимъ черезъ  $E(\omega)$  наибольшее цѣлое число, заключающееся въ  $\omega$ . Среди первыхъ  $n$  чиселъ будетъ  $E\left(\frac{n}{10}\right)$  чиселъ, оканчивающихся цифрой 0,  $E\left(\frac{n-1}{100}\right)$  чиселъ, оканчивающихся цифрами 01, и т. д. Среди первыхъ  $n$  чиселъ цифра 0 встрѣчается:

$$E\left(\frac{n}{10}\right) + E\left(\frac{n-1}{100}\right) + \dots + E\left(\frac{n-9}{100}\right) + E\left(\frac{n}{100}\right) + E\left(\frac{n-1}{1000}\right) + \dots + E\left(\frac{n-99}{1000}\right) + \dots \text{ разъ.}$$

26. Число  $1000!$  оканчивается 249 нулями (de Rosquigny). Сомножитель 2 входитъ въ составъ числа  $1000!$  въ степени:

$$\frac{1000}{2} + \frac{1000}{4} + \frac{1000}{8} + E\left(\frac{1000}{16}\right) + E\left(\frac{1000}{32}\right) + E\left(\frac{1000}{64}\right) + \dots = 994,$$

сомножитель 5 въ степени:

$$\frac{1000}{5} + \frac{1000}{25} + \frac{1000}{125} + E\left(\frac{1000}{625}\right) = 249.$$

27. Каковы послѣднія двѣ цифры справа въ числѣ  $2^{1000}$ ; въ числѣ  $3^{1000}$ ? (Idem.).



Числа  $2^5$  и  $2^{5^2}$ , а слѣдовательно, и числа  $2^{5^3}$ ,  $2^{5^4}$  оканчиваются цифрами 32. Число

$$2^{1000} = 2^{5^4} \cdot 2^{5^3} \cdot 2^{5^2} \cdot 2^{5^1}$$

оканчивается цифрами 76.

Числа  $3^5$  и  $3^{5^2}$ , а слѣдовательно, и числа  $3^{5^3}$ ,  $3^{5^4}$  оканчиваются цифрами 43. Число

$$3^{1000} = 3^{5^4} \cdot 3^{5^3} \cdot 3^{5^2} \cdot 3^{5^1}$$

оканчивается цифрами 01.

28. Среди первыхъ  $1000^{1000}$  цѣлыхъ чиселъ находится пятнадцать такихъ, которыя являются одновременно квадратами, кубами, четвертыми степенями, ...десятыми степенями (de Laplanche\*).

Такое число должно представлять собою степень, показатель которой дѣлится одновременно на 2, на 3, на 4, ... на 10 и, слѣдовательно, на общаго наибольшаго дѣлителя этихъ чиселъ, 2520. Такихъ чиселъ будетъ столько, сколько имѣетъ цѣлыхъ рѣшеній неравенство

$$x^{2520} \leq 1000^{1000}.$$

29. Сколько разъ случается на протяжении четырехсотъ лѣтъ, что мѣсяцъ февраль содержитъ пять воскресеній? Сколько разъ пятница приходится на 13-е число? (Bugaу). Такихъ пятницъ бываетъ ежегодно не больше трехъ и не меньше одной (G. Tarry).

По грегорианскому календарю случается 14 разъ на протяжении четырехсотъ лѣтъ, что мѣсяцъ февраль содержитъ пять воскресеній. Пятница приходится на 13-е число 689 разъ.

30. Въ ряду Fibonaccі 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...  $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$ , можетъ заключаться только либо четыре, либо пять членовъ съ даннымъ числомъ цифръ (Lamé).

Это слѣдуетъ изъ того, что неравенства

$$u_k < 10u_{k-4} < u_{k+1}, \quad u_{k+1} < 10u_{k-3} < u_{k+2}$$

влекутъ за собою неравенства  $u_{k+2} < 10u_{k-2} < u_{k+3}$ .

31. Расположить первыя двѣнадцать цѣлыхъ чиселъ на трехъ строкахъ и четырехъ столбцахъ такъ, чтобы сумма чиселъ въ каждой строкѣ давала одно и тоже число, и чтобы въ каждомъ столбцѣ наибольшее изъ трехъ чиселъ равнялось суммѣ двухъ остальныхъ.

\*) Здѣсь уместно будетъ напомнить о знаменитой нѣкогда задачѣ Comiers'a: Найти произведеніе числа, состоящаго изъ 666 цифръ 9, на число, состоящее изъ 666 цифръ 6.



Сумма четырехъ чиселъ, каждое изъ которыхъ является наибольшимъ въ своемъ столбцѣ, равно половинѣ суммы всѣхъ чиселъ, а именно 39. Это даетъ намъ три возможности выбрать эти наибольшія числа и соотвѣтственно этому три рѣшенія.

32. Расположить первыя девять цѣлыхъ чиселъ на вершинахъ и сторонахъ треугольника такъ, чтобы сумма чиселъ на каждой сторонѣ треугольника равнялась постоянному числу, равно какъ и сумма квадратовъ этихъ чиселъ (Proth).

Обозначимъ черезъ  $x, y, z$  числа, расположенныя на вершинахъ. Сумма чиселъ на каждой сторонѣ равна трети суммы всѣхъ чиселъ плюсъ  $\frac{x+y+z}{3}$ . Слѣдовательно,  $x+y+z$  и точно также  $x^2+y^2+z^2$  числа, кратныя 3, почему  $x, y$  и  $z$  должны, всѣ три одновременно, быть либо вида 3, либо вида  $3+1$ , либо вида  $3-1$ . Получаемъ три возможности выбрать числа на вершинахъ. Изъ нихъ только послѣдняя: 2, 5, 8 даетъ намъ рѣшеніе.

33. Квадратъ многочлена, содержащаго  $2^k$  членовъ и имѣющаго столько же членовъ, взятыхъ со знакомъ плюсъ, сколько и взятыхъ со знакомъ минусъ, содержитъ  $2^{2k-2}$  удвоенныхъ произведеній, взятыхъ со знакомъ минусъ, и  $2^{k-1}(2^{2k-1}-1)$  удвоенныхъ произведеній, взятыхъ со знакомъ плюсъ (Barbette).

Для того, чтобы квадратъ многочлена, содержащаго  $n$  членовъ, имѣлъ столько же удвоенныхъ произведеній, взятыхъ со знакомъ плюсъ, сколько и взятыхъ со знакомъ минусъ, нужно, чтобы  $n$  было точнымъ квадратомъ. Въ такомъ случаѣ многочленъ содержитъ  $\frac{n \pm \sqrt{n}}{2}$  членовъ, взятыхъ со знакомъ плюсъ (Idem \*).

Послѣднее предложеніе слѣдуетъ изъ того, что квадратъ многочлена, содержащаго  $m$  членовъ, взятыхъ со знакомъ плюсъ, и  $n-m$  членовъ, взятыхъ со знакомъ минусъ, содержитъ  $m(n-m)$  удвоенныхъ произведеній, взятыхъ со знакомъ минусъ, и  $\frac{m(m-1)}{2} + \frac{(n-m)(n-m-1)}{2}$  удвоенныхъ произведеній, взятыхъ со знакомъ плюсъ.

\*) Сопоставить это съ слѣдующей задачей: найти произведение двухъ выраженій вида  $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \dots$ , отличающихся другъ отъ друга только тѣмъ, что во второмъ некоторые корни взяты со знакомъ минусъ. См. Fitz-Patrick, „Exercices d'Arithmétique“, стр. 575.



34. Какого знака  $n$ -й членъ разложенія произведенія

$$(1-a)(1-b)(1-c)\dots? \text{ (Catalan).}$$

Доказать тождественность этой задачи со слѣдующей: Напишемъ буквы  $ab$  и припишемъ къ нимъ тѣ же буквы въ обратномъ порядкѣ,  $ba$ . Къ полученной группѣ,  $abba$ , припишемъ обратную группу; къ получающейся группѣ  $abbabaab$ , припишемъ опять обратную группу, и т. д. Какая буква стоитъ на  $n$ -мъ мѣстѣ? (Laisant).

Обѣ задачи дѣйствительно тождественны, такъ какъ

$$\begin{aligned} (1-a)(1-b)(1-c) &= \dots = (1-a-b+ab)(1-c) = \dots \\ &= 1-a-b+ab-c+ac+bc-abc-\dots \end{aligned}$$

Для опредѣленія знака  $n$ -го члена вычтемъ изъ  $n$  наибольшую возможную степень 2-хъ изъ получившейся разности снова вычтемъ наибольшую возможную степени 2-хъ, и т. д. Получаемъ изображеніе  $n$  въ видѣ суммы. При четномъ числѣ слагаемыхъ въ этой суммѣ  $n$ -й членъ долженъ быть взятъ со знакомъ плюсъ, если послѣднее слагаемое равно нечетной степени двухъ, со знакомъ минусъ — если послѣднее слагаемое равно четной степени двухъ либо единицъ. При нечетномъ числѣ слагаемыхъ  $n$ -й членъ долженъ быть взятъ со знакомъ плюсъ, если послѣднее слагаемое равно четной степени двухъ либо единицъ, со знакомъ минусъ, если послѣднее слагаемое равно нечетной степени двухъ.

35. Пусть основаніемъ счисления будетъ  $a$ . Изъ того, что  $a^n - 1$  дѣлится на  $a - 1$ , слѣдуетъ, что всякое число  $N = Aa^n + Ba^{n-1} + \dots$  удовлетворяетъ отношенію  $N \equiv A + B + \dots \pmod{a-1}$ .

Изъ того, что  $a^n - 1$ , при четномъ  $n$ , и  $a^n + 1$ , при нечетномъ  $n$ , дѣлятся на  $a + 1$ , слѣдуетъ, что при четномъ  $n$ , число  $N$  удовлетворяетъ отношенію  $N \equiv A - B + C - \dots \pmod{a+1}$ . (Гауссъ).

(Окончаніе слѣдуетъ).

## Влажность въ элементарныхъ курсахъ физики.

И. Точидловскаго.

Глава о влажности изложена въ большинствѣ нашихъ учебниковъ по физикѣ не вполне удачно. Такъ у Краевича (изд. XXII, 1908 г.) эта глава начинается словами: „Воздухъ, находясь въ соприкосновеніи съ водою морей, озеръ и рѣкъ, содержитъ, кромѣ кислорода и азота, еще и пары воды, хотя почти никогда не бываетъ ими насыщенъ“.



Читая эту фразу можно подумать, что моря, озера и рѣки являются единственнымъ источникомъ, доставляющимъ влагу атмосферы; роль растительнаго и животнаго міра не указана, хотя она и не второстепенна. Въ данномъ случаѣ недосмотръ; но слѣдующая фраза является прямо неправильною: „Влажностью или сыростью называютъ обыкновенно такое состояніе воздуха, когда онъ легко уступаетъ часть содержащейся въ немъ воды разнымъ предметамъ“. По точному смыслу этого опредѣленія влажности воздуха въ нетуманные дни нѣтъ. Съ другой стороны понятія влажность и сырость не синонимы: лѣтомъ воздухъ считается сухимъ, хотя его влажность велика и, наоборотъ, осенью, хотя влажность мала, на дворѣ сыро. Далѣе, Краевичъ опредѣляетъ абсолютную влажность, какъ количество (въ граммахъ) водяныхъ паровъ, содержащихся въ 1 *кб. м.* воздуха. Такое опредѣленіе абсолютной влажности не соответствуетъ общепринятому, на международныхъ метеорологическихъ сѣздахъ установленному, рѣшенію подъ абсолютною влажностью разумѣть упругость водяныхъ паровъ, находящихся въ атмосферѣ, выраженную въ миллиметрахъ ртутнаго столба. Правда, въ томъ же параграфѣ авторъ указываетъ, что вмѣсто опредѣленія вѣса водяныхъ паровъ можно опредѣлять ихъ упругость, такъ какъ числа, выражающія вѣсъ (въ граммахъ) водяного пара въ 1 *кб. м.* воздуха и упругость его (въ миллиметрахъ) „удовлетворительно согласуются“, чему данъ численный примѣръ. Дѣйствительно, указанные числа близки другъ къ другу, однако не настолько, чтобы можно было одно замѣнять другимъ: вѣсъ  $q$  и упругость  $e$  водяного пара при давленіи атмосферы въ 760 *мм.* связаны формулою:

$$q = \frac{1,06}{1 + at} e,$$

гдѣ  $a$  — коэффициентъ термическаго расширенія воздуха,  $t$  — температура воздуха.

Въ слѣдующей таблицы даны значенія  $q$  и  $e$  при различныхъ температурахъ ( $t$ ).

$t$	$e$	$q$	$t$	$e$	$q$
— 30°	0,38 <i>мм.</i>	0,457 <i>гр.</i>	10°	9,14 <i>мм.</i>	9,329 <i>гр.</i>
— 20°	0,94 „	1,078 „	20°	17,36 „	17,117 „
— 10°	2,15 „	2,363 „	30°	31,51 „	30,036 „
0°	4,57 „	4,835 „			

Разъ разница между числовыми значеніями  $e$  и  $q$  достигаетъ 10 — 15%, то едва ли такое совпаденіе можно признавать удовлетворительнымъ. Однако, если оставить въ сторонѣ даже это различіе чиселъ, то все таки, едва ли умѣстно давать такое опредѣленіе абсолютной влажности, которое противорѣчитъ общепринятому.



Само собою разумѣется, что опредѣленіе и относительной влажности необходимо также измѣнить: относительною влажностью называть выраженное въ процентахъ отношеніе упругости паровъ, находящихся въ атмосферѣ, къ упругости, какая была бы, если бы воздухъ, при температурѣ измѣренія, былъ насыщенъ водяными парами. Фраза, что относительная влажность не можетъ быть болѣе 100% не правильна, ибо нерѣдко воздухъ бываетъ пересыщенъ водяными парами, а тогда влажность больше 100%.

Такія же опредѣленія абсолютной и относительной влажности приведены у А. Малинина и К. Буренина (изд. XIII, 1906 г.). При чемъ авторы указываютъ, что подъ относительной влажностью можно разумѣть и отношеніе соответственныхъ упругостей водяного пара.

А. Киселевъ (изд. VII, 1909 г.) далъ правильное опредѣленіе относительной влажности и приведенное выше абсолютной.

У Г. Григорьева (изд. I, 1910 г.) опредѣленія тѣ же, что у Краевича.

Б. А. Гернъ (изд. I, 1910 г.) даетъ совершенно неправильное опредѣленіе абсолютной влажности; онъ пишетъ: „Количество водяныхъ паровъ, заключающихся въ единицѣ объема воздуха, называютъ абсолютной влажностью воздуха“. При такомъ опредѣленіи абсолютная влажность остается какою-то переменною величиною, ибо не указаны ни выборъ единицы объема, ни выборъ единицы массы.

Аналогичная неточность вкралась въ опредѣленіе влажности и въ учебникѣ И. И. Косоногова (изд. II, 1909 г.), гдѣ абсолютная влажность опредѣлена числомъ килограммовъ водяного пара въ 1 м<sup>3</sup> воздуха.

Такія же опредѣленія влажности какъ у Краевича встрѣчаемъ и у С. Ковалевскаго (изд. III, 1893 г.), Ф. Н. Индриксона (Изд. I, 1914 г.), А. П. Постникова (изд. I, 1913 г.) и др.

Изъ всѣхъ извѣстныхъ мнѣ учебниковъ даны правильныя опредѣленія понятій: абсолютная и относительная влажность лишь у Э. Варбурга (изд. II, 1912 г.) и у А. И. Бачинскаго (изд. I, 1915 г.).

Далѣе, давая методы опредѣленія абсолютной и относительной влажности, почти всѣ, перечисленные выше, авторы въ своихъ учебникахъ даютъ описанія приборовъ, имѣющихъ только историческое значеніе.

Гигрометры Даниеля и Реньо очень давно уже не употребляются при опредѣленіи влажности въ обсерваторіяхъ. Исключеніемъ въ этомъ отношеніи являются учебники: И. И. Косоногова, А. И. Бачинскаго, Г. Григорьева и С. Ковалевскаго — въ первыхъ трехъ дано описаніе гигрометра Аллюара, въ послѣднемъ — Крова, т. е. гигрометровъ, какими пользуются въ настоящее время при наблюденіяхъ.

Мнѣ кажется, что, при прохожденіи этой главы въ курсѣ элементарной физики, слѣдуетъ: 1) опредѣлять абсолютную и относительную влажность такъ, какъ это принято въ той дисциплинѣ, которая пользуется этими величинами преимущественно, т. е. въ метеорологіи;



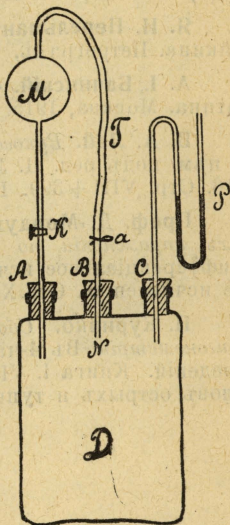
2) давать описание конденсационныхъ гигрометровъ не архаическихъ, а такихъ, какіе употребительны въ настоящее время, напримѣръ, Аллюара или Ламбрехта; эти гигрометры очень удобны тѣмъ, что ихъ въ дѣйствиіи легко демонстрировать сразу большому классу, спроектировавъ поверхность, на которой должна образоваться роса, на экранъ; 3) въсовой гигрометръ замѣнить абсолютнымъ, который легко, для классныхъ надобностей, можно соорудить и самому изъ обыкновенной трехгорлой стеклянки.

Приведу для примѣра описание абсолютнаго гигрометра, какимъ пользуюсь на урокахъ.

Сквозь резиновые пробки *A*, *B* и *C* вульфової стеклянки емкостью около 1—2 литровъ продѣты: воронка *M* съ краномъ *K*, стеклянная трубка *N* и ртутный манометръ *P*. Верхній конецъ воронки соединенъ резиною трубкою *T* съ *N*.

Передъ опытомъ снимаютъ трубку *T*, закрываютъ кранъ *K* и въ воронку наливаютъ 20—30  $\text{см}^3$  крѣпкой сѣрной кислоты. Набравъ въ сосудъ *D* комнатнаго воздуха вставляютъ *M* и *P* въ соответственные пробки и соединяютъ *M* съ *N* трубкою *T*. Замѣтивъ положеніе ртутныхъ менисковъ въ манометрѣ, открываютъ кранъ *K*, снимаютъ зажимъ *a* и даютъ возможность сѣрной кислотѣ вылиться въ *D*; общая емкость всего прибора при этомъ не измѣнится, такъ какъ воздухъ, вытѣсняемый сѣрною кислотою изъ сосуда *D*, по трубкѣ *T*, перейдетъ на мѣсто сѣрной кислоты въ сосудъ *M*. Сѣрная кислота поглотитъ очень быстро всѣ, находящіяся во взятой порціи воздуха, водяные пары и ртуть подымется въ лѣвомъ и опустится въ правомъ колѣнѣ манометра *P*. Прикрѣпивъ къ манометру кусокъ миллиметровой бумаги, мы опредѣляемъ въ миллиметрахъ разность уровней, ртутныхъ менисковъ, т. е. находимъ насколько уменьшилась упругость газа въ сосудѣ *D*. Очевидно, что этотъ отчетъ манометра и дастъ намъ, непосредственно абсолютную влажность.

Чтобы повторить опытъ, придется вынуть всѣ пробки, вылить изъ сосуда *D* сѣрную кислоту, промыть его водою и высушить спиртомъ либо эфиромъ. Во время опыта необходимо слѣдить за тѣмъ, чтобы температура прибора оставалась, по возможности, постоянною.





## Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

**Я. И. Перельманъ.** *Тѣнь тяготѣнія и ея свойства.* Изд. автора. Петроградъ, 1915. Стр. 15. Ц. 30 к.

**Я. И. Перельманъ.** *Занимательная физика.* Кн. 2-ая съ 120 рис. Изданіе Сойкина. Петроградъ, 1915. Стр. VII+225. Ц. 1 р. 25 к.

**А. И. Бачинскій.** *Физика для среднихъ учебныхъ заведеній.* Книгоизд. т-ва Сытина. Москва, 1915. Стр. 379. Ц. 1 р. 50 к.

**В. А. Лай.** *Руководство къ первоначальному обученію ариметикъ.* Перев. съ нѣм. подъ ред. Д. Л. Волковскаго. Изд. 5-е т-ва Думцова. Петроградъ, 1916. Стр. VIII+399. Ц. 1 р.

**Проф. Д. Мордухай-Болтовской.** *Систематическій сборникъ элементарныхъ упражненій по дифференціальному и интегральному исчисленію.* Т. I. «Дифференціальное исчисленіе». Стр. VI+356. Ц. 3 р. 60 к. Т. II. «Интегральное исчисленіе». Стр. XV+512. Ц. 4 р. 80 к. Изд. К. Л. Риккера. Петроградъ, 1915.

**П. Курилко.** *Сборникъ задачъ къ элементарному курсу гониометріи и тригонометріи.* Въ 4-частяхъ. Руководство и пособіе для среднихъ учебныхъ заведеній. Книга I. Часть I и II. «Тригонометрія и начальная гониометрія угловъ острыхъ и тупыхъ». Одесса, 1912. Стр. IV+63. Ц. 60 к.

## ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей профессора Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникъ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

**№ 299 (6 сер.).** Даны двѣ параллельныя прямыя, и на нихъ по точкѣ  $A$  и  $B$ . Провести между параллелями отрѣзокъ  $xy$  такъ, чтобы выполнялось равенство  $\angle AxB = 2\angle AyB$  и чтобы отношеніе  $Ax:By$  имѣло данное значеніе, при чемъ по условію  $A$  и  $x$  должны лежать на одной, а  $B$  и  $y$  на другой параллели.

*И. Александровъ (Москва).*

**№ 300 (6 сер.).** Черезъ точку  $A$ , лежащую внутри даннаго круга, провести хорду такъ, чтобы она раздѣлилась въ точкѣ  $A$  въ данномъ отношеніи  $m:n$ . Рѣшить задачу путемъ геометрическаго построенія.

*А. Полозовъ*



№ 301 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$(x^2 + ax + b + (cx + d) \sqrt{ex + f} = 0$$

при условіи, что

$$8d + c^3e - 4ac = 0.$$

N.

№ 302 (6 сер.). Данъ равнобедренный треугольникъ, въ которомъ  $AB = AC$ . Найти въ плоскости треугольника геометрическое мѣсто точекъ  $M$ , удовлетворяющихъ условію

$$\overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 - n\overline{MA}^2 = k^2,$$

гдѣ  $n$  и  $k$  — данныя постоянныя.

(Займств.).

## ПОПРАВКИ.

1) Въ условіи задачи № 236, напечатанной въ № 625 „Вѣстника“, вмѣсто « $x=0, y=0$ » слѣдуетъ читать « $x=0, y=0; x=1, y=-1; x=-1, y=1$ ». Еще лучше читать текстъ задачи такъ: „рѣшить уравненіе

$$x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$$

въ числахъ цѣлыхъ\*)

2) Въ условіи задачи № 241, напечатанной въ № 626 „Вѣстника“, вмѣсто « $\varphi(ab) = \varphi(M) \varphi(d)$ » слѣдуетъ читать « $\varphi(a) \varphi(b) = \varphi(M) \varphi(d)$ ».

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

### Отдѣлъ I.

№ 251 (6 сер.). *Всѣ простыя числа, не превосходящія даннаго числа  $r$ , разбиты на двѣ группы  $\alpha, \beta, \dots, \gamma$  и  $\delta, \epsilon, \dots, \nu$  такъ, что число  $r$ , опредѣляемое равенствомъ*

$$r = \alpha \cdot \beta \dots \gamma - \delta \cdot \epsilon \dots \nu$$

*заключается между 1 и  $r^2$ . Доказать, что  $r$  — простое число.*

Допустимъ, что  $r$  составное число, и назовемъ черезъ  $p_1, p_2, \dots, p_n$  всѣ простые множители, на которые разлагается  $r$ . Тогда  $r = p_1 p_2 \dots p_n$ , при чемъ  $n \geq 2$ . Среди простыхъ чиселъ  $p_1, p_2, \dots, p_n$  есть хоть одно, меньшее  $r$ . Въ самомъ дѣлѣ, если бы каждое изъ нихъ было не менѣе  $r$ , то произведеніе двухъ изъ нихъ было бы не меньше  $r^2$ , и мы имѣли бы, что  $r \geq r^2$ , а намъ

\*) Исправляя погрѣшность сотрудника, предложившаго задачу и допустившаго нѣкоторую неточность въ ея редакціи, мы имѣли въ виду лишь рѣшенія предложеннаго уравненія въ цѣлыхъ и не отрицательныхъ числахъ, но, забывъ это оговорить, также впали въ ошибку. Лица же, рѣшившія задачу и указавшія на ошибку въ условіи, нашли всѣ цѣлыя рѣшенія.



дано, что  $r < p^2$ . Итакъ, одинъ изъ простыхъ множителей  $p_1, p_2, \dots, p_n$  меньше  $p$ ; обозначимъ его черезъ  $q$ . Такъ какъ рядъ чиселъ  $\alpha, \beta, \dots, \gamma, \delta, \epsilon, \dots, \nu$  представляетъ собою все простыя числа, не превосходящія  $p$ , то одно изъ нихъ равно  $q$ , а потому  $q$  является сомножителемъ одного изъ произведений  $\alpha \cdot \beta \dots \gamma$  или  $\delta \cdot \epsilon \dots \nu$  и только одного изъ нихъ. Если  $q$  встрѣчается въ произведеніи  $\alpha \cdot \beta \dots \gamma$ , то изъ равенства  $r = \alpha \cdot \beta \dots \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon \dots \nu$  слѣдуетъ, что произведение  $\delta \cdot \epsilon \dots \nu$  дѣлится на  $q$ , такъ какъ  $r$  дѣлится на  $q$  и  $\alpha \beta \dots \gamma$  дѣлится на  $q$ ; но это невозможно, такъ какъ каждый изъ сомножителей произведенія  $\delta \cdot \epsilon \dots \nu$  есть простое число, неравное простому числу  $q$ , а потому произведение  $\delta \cdot \epsilon \dots \nu$ , будучи числомъ взаимно простымъ съ  $q$ , не дѣлится на  $q$ . Подобнымъ же образомъ нельзя допустить, что  $q$  встрѣчается въ произведеніи  $\delta \cdot \epsilon \dots \nu$ , такъ какъ тогда произведение  $\alpha \cdot \beta \dots \gamma$  оказалось бы взаимно простымъ съ  $q$  и въ то же время дѣлилось бы на  $q$ . Такимъ образомъ мы приходимъ въ обоихъ случаяхъ къ противорѣчію, а потому  $r$  не есть составное число. Будучи не составнымъ числомъ и, по условію, большимъ единицы,  $r$  есть простое число.

*Н. К-новъ (Петроградъ); А. Каменскій (Озерки, Финл. ж. д.).*

**№ 257** (6 сер.). *Опредѣлить предѣлъ выраженія*

$$\cos x \sin^2 [f(x)] + a^x \cos^2 [f(x)],$$

гдѣ  $a$  — данное положительное число, а  $f(x)$  — произвольная (т. е. любая данная функція) при неограниченномъ приближеніи  $x$  къ нулю.

Замѣняя  $\cos^2 [f(x)]$  черезъ  $1 - \sin^2 [f(x)]$ , данное выраженіе можно представить въ видѣ

$$a^x + (\cos x - a^x) \sin^2 [f(x)].$$

При неограниченномъ приближеніи  $x$  къ нулю

$$\lim_{x \rightarrow 0} a^x = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - a^x) = \lim_{x \rightarrow 0} \cos x - \lim_{x \rightarrow 0} a^x = \cos 0 - a^0 = 1 - 1 = 0,$$

а потому и  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - a^x) \sin^2 [f(x)] = 0$ , такъ какъ  $\sin^2 [f(x)]$  при любомъ  $x$  содержится между нулемъ и единицей. Поэтому искомый предѣлъ равенъ предѣлу функціи  $a^x$  при неограниченномъ приближеніи  $x$  къ нулю, т. е. 1.

*В. Поповъ (Валки, Харьковск. губ.); Н. Михальскій (с. Попова Грабли).*



Обложка  
щется



Обложка  
щется