

№ 637.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

II

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-доцента В. Ф. КАГАНА.

Второй серіи

IV-го семестра № 1.



ОДЕССА

Типографія „Техникъ“—Екатерининская, 59.

1915.

<http://voiem.ru>

1 р. 90 к.

Безъ доставки.

Восьмой годъ изданія.

— Н О В Ы Й —

2 р. 20 к.

Съ дост. и перес.

ЖУРНАЛЪ ДЛѢ ВСѢХЪ

ОТКРЫТА ПОДПИСКА на 1915 г.

ЖУРНАЛЪ ВЫХОДИТЪ ЕЖЕМѢСЯЧНО

въ объемѣ 4—5 печ. листовъ (въ 130—140 стр.).

Въ связи съ переживаемымъ временемъ въ журналѣ будетъ особое вниманіе обращено на: 1) **ВОЕННО-МОРСКОЙ ОТДѢЛЪ**, вести который будетъ проф. Никол. Морской Акад. Н. Л. Кладо, и 2) **ОТДѢЛЪ ХУДОЖЕСТВЕННЫЙ**, подъ руководствомъ пом. хран. музеевъ Императорской Акад. Худ. С. К. Исакова. Журналъ будетъ иллюстрироваться оригинальными рисунками, фотографіями, виньетками и карриатурами.

ДЛѢ КАЖДАГО НОМЕРА БУДЕТЪ ДАВАТЬСЯ НОВАЯ ИЛЛЮСТР. ОБЛОЖКА.

Журналъ будетъ освѣщать всѣ явленія общественной, экономической и политической жизни. Широко будутъ поставлены отдѣлы: **беллетристич., научно-популярн., критич. и художеств.**

Подписчики получаютъ по окончаніи войны, **Карту новыхъ границъ европейскихъ государствъ**, въ краскахъ.

Пробн. ном. (Ноябрь или Декабрь) высыл. за двѣ 10 к. марки.

Подписная цѣна: съ перес. **2 р. 20 к.** на 1/2 г.—1 р. 20 к. Безъ на годъ—**дост. на 1 г.—1 р. 90 к.**

ДлѢ сельскихъ учителей, священник., рабочихъ и крестьянъ допускается разсрочка: 80 к. при подпискѣ, 80 к. къ 1 марта и 60 к. къ 1 июля.

АДРЕСЪ ДЛѢ ПЕРЕВОДОВЪ:

Контора и Редакція: **ПЕТРОГРАДЪ, Эртелевъ пер. (близъ Жуковской ул.), д. 3**
Телефонъ 107-88

Редакторъ-издатель **А. Боане-Яворовская.**

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА НА 1915 ГОДЪ

„ЗАПИСКИ“

ИМПЕРАТОРСКАГО Русскаго Техническаго Общества“

Журналъ издается съ 1867 года ежемѣсячно.

Во главѣ «Записокъ **ИМПЕРАТОРСКАГО Русскаго Техническаго Общества**» стоитъ Редакціонный Комитетъ изъ представителей всѣхъ Отдѣловъ Общества: I-го—Химическаго, II-го—Механическаго, III-го—Строительнаго, IV-го—Военнаго и Морскаго, V-го—Фотографическаго, VI-го—Электротехническаго, VII-го—Воздухоплавательнаго, VIII-го—Жѣлѣзнодорожнаго, IX-го—по Техническому образованію, X-го—Сельско-Техническаго, XI-го—Промышленно-Экономическаго, XII-го—Сообществ. Труду, XIII-го—Горнаго и XIV-го—Техники Городскаго и Земскаго Хозяйствъ.

Основной своей задачей «Записки **ИМПЕРАТОРСКАГО Русскаго Техническаго Общества**» ставятъ разработку техническихъ и экономическихъ вопросовъ, а также отраженіе научной и практической дѣятельности И. Р. Т. Общества, съ его 14 Отдѣлами въ Петроградѣ и 32 иногородными Отдѣленіями.

Техническія статьи въ «Запискахъ» снабжаются **политипажамъ и чертежами.**

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА: На годъ съ доставкой и пересылкой **12 руб.** На полгода **7 руб.** . . . пересылкой за границу **16 „ „ 9 „**

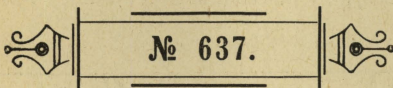
ДлѢ гг. Инженеровъ и Техниковъ, подписывающихся черезъ ученыхъ и Техническихъ Обществъ, подписная цѣна понижается до 6 руб. за годъ и до 4 руб. за полгода съ доставкой и пересылкой въ предѣлахъ Россіи.

Подписка принимается въ Редакціи: **Петроградъ, Пантелеймонская, № 2, и у книгопродавцевъ.** Г.г. иногородные благоволятъ обращаться преимущественно въ Редакцію.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

Элементарной Математики.



Содержаніе: Фото-электрическій эффектъ. *И. Габера.* — Къ ученію о площадяхъ. *Н. Шестерикова.* — Новый видъ электрической разрядной искры и зарница. *А. Минца* — Опыты и приборы: „Автоматическій сифонъ“. „Предохранительная трубка для промывалокъ“. *І. Блаженова.* — Задачи №№ 275—278 (6 сер.). — Рѣшенія задачъ. Отдѣлъ I. № № 231 и 234 (6 сер.). — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Объявленія.

Фото-электрическій эффектъ.

И. Габера.

Явленіе фото-электрическаго эффекта играетъ теперь настолько важную роль въ выработкѣ взглядовъ на основные вопросы физики, что мы считаемъ небезинтереснымъ предложить вниманію читателей обзоръ различныхъ сторонъ этого явленія, несмотря на то, что описаніе фотоэлектрическаго эффекта можно встрѣтить уже не только въ спеціальной, но и въ учебной литературѣ.

Терминъ „фото-электричество“ встрѣчается впервые у Ганкеля (Hankel), наблюдавшаго въ семидесятихъ годахъ прошлаго столѣтія электризацію нѣкоторыхъ кристалловъ подъ вліяніемъ ультрафіолетовыхъ лучей. Въ 1887 году Г. Герцъ (H. Hertz) показалъ, что ультрафіолетовые лучи облегчаютъ проскакиваніе искры между двумя шариками гальванической цѣпи, что Румкорфова спираль даетъ болѣе длинную искру, если на отрицательный шарикъ вторичной цѣпи падаютъ ультрафіолетовыя лучи. Въ 1888 году Гальваксъ (Galvaks) показалъ, что подъ вліяніемъ ультрафіолетовыхъ лучей проводникъ, заряженный отрицательнымъ электричествомъ, теряетъ свой зарядъ.

Въ 1889 году Эльстеръ и Гейтель (Elster, Geitel) показали, что чистый цинкъ теряетъ отрицательное электричество подъ

вліяніємъ солнечныхъ лучей, амальгамы же натрія и кація, помѣщенныя въ пустотѣ, теряютъ отрицательное электричество даже подѣ вліяніємъ дневного разсѣяннаго свѣта или свѣта лампы; то же относится къ наиболѣе электроположительнымъ металламъ рубидію и цезію. Эти же физики показали, что положительный зарядъ подѣ вліяніємъ лучей, даже наиболѣе преломляемыхъ, совершенно не разсѣивается.

Первыми, занявшимися систематическимъ изслѣдованіемъ явленія испусканія освѣщенными тѣлами отрицательнаго электричества, были московскій физикъ Столѣтовъ *) и итальянскій физикъ Риги (Righi)**). Столѣтовъ показалъ, что фото-электрическій эффектъ имѣетъ мѣсто не только тогда, когда свѣтъ короткой волны падаетъ на металлы, но и тогда, когда свѣтъ падаетъ на нѣкоторые жидкія тѣла, какъ, напримѣръ, растворы фуксина, анилина и др. Онъ

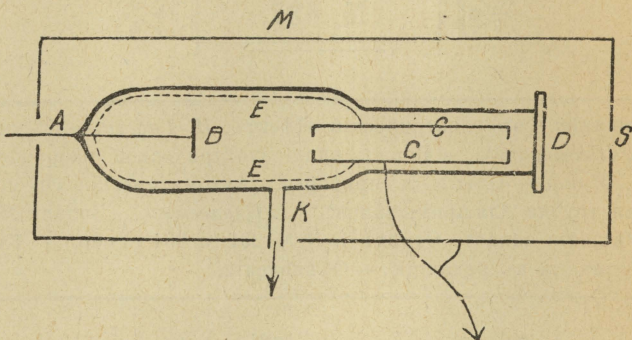


Рис. 1.

также показалъ, что необходимымъ условіемъ проявленія фото-электрическаго эффекта является поглощеніе ультрафіолетовыхъ лучей поверхностью освѣщенного тѣла. Для своихъ изслѣдованій Столѣтовъ пользовался слѣдующей установкой. Въ стеклянной цилиндръ А (рис. 1) вводились дискъ В изъ изслѣдуемаго матеріала и металлическая сѣтка Е. Дискъ В можно было перемѣщать вправо и влево посредствомъ микрометрическаго винта С, сѣтка же Е находилась на кварцевой пластинкѣ D, плотно закрывавшей цилиндръ А. Свѣтъ источника S, богатый ультрафіолетовыми лучами (свѣтъ вольтовой дуги или магнія), проникая въ цилиндръ А черезъ кварцевую пластинку и сѣтку, падалъ на дискъ В. Сѣтка Е соединялась съ положительнымъ полюсомъ, дискъ В черезъ весьма чувствительный гальванометръ G — съ отрицательнымъ полюсомъ батареи. Пока свѣтъ изъ S не падалъ на В, гальванометръ не обнаруживалъ ни малѣйшаго тока, но какъ только дискъ В освѣщался, стрѣлка гальванометра отклонялась, обнаруживая переходъ отрицательнаго электричества съ В на Е. Варируя силу источника S, Столѣтовъ нашель, что

*) А. Г. Столѣтовъ. „Актино-электрическія явленія“. СПб. 1899. Journ. de Physique 9. 1890.

**) Righi. „Beibl. zu den Ann. d. phys.“. 12 — 1888, 13 — 1889, 14 — 1890.

сила тока пропорціональна количеству свѣта, падающаго на пластинку B въ единицу времени. При постоянствѣ количества свѣта, падающаго на B , сила тока зависела отъ разности потенціаловъ на полюсахъ батареи и отъ разстоянія между B и E ; и хотя съ возрастаніемъ разности потенціаловъ сила тока возрастала, а съ возрастаніемъ разстоянія между B и E сила тока убывала, все же законъ Ома для указанной цѣпи не былъ справедливъ, такъ какъ сила тока не была прямо пропорціональна разности потенціаловъ. Увеличивая постепенно разность потенціаловъ на полюсахъ батареи, Столѣтовъ замѣтилъ, что сила тока возрастаетъ все медленнѣе и стремится къ нѣкоторой предѣльной величинѣ; токъ, достигшій предѣльной величины, называется токомъ насыщенія. Цилиндръ A понадобился для того, чтобы можно было измѣнять условія, въ коихъ находится освѣщенный дискъ B . Оказалось, что на величину силы тока вліяетъ среда, въ коей находится освѣщаемый предметъ, при чемъ Столѣтовъ полагалъ, что вліяніе среды сказывается благодаря различной контактной разности потенціаловъ, существующей между B и окружающей средой. Большое значеніе имѣетъ упругость газа, окружающаго B : при прочихъ равныхъ условіяхъ уменьшеніе упругости до 3—4 mm увеличивало силу тока въ 4—6 разъ, дальнѣйшее же уменьшеніе упругости уменьшало силу тока. Какъ показали Столѣтовъ, электрическій токъ между B и E можно получить и безъ помощи батареи; незаряженный дискъ B подъ вліяніемъ ультрафіолетовыхъ лучей теряетъ отрицательное электричество, электризуясь при этомъ положительно. Отрицательные заряды съ B переходятъ на E , обуславливая такимъ образомъ токъ. Можно даже соединить сѣтку E съ B посредствомъ проводника; если матеріалъ сѣтки выбранъ такъ, что изъ контакта ея черезъ проводникъ съ дискомъ B этотъ послѣдній электризуется отрицательно, то подъ вліяніемъ освѣщенія появится токъ, сила коего зависитъ отъ количества свѣта, падающаго на дискъ.

Какъ выше было указано, систематическимъ изслѣдованіемъ фото-электрическаго эффекта занялся и итальянскій проф. Риги. Риги измѣрялъ величину зарядовъ, перенесенныхъ съ B на сѣтку E , посредствомъ электрометра. Риги показалъ: 1) что освѣщаемая пластинка теряетъ отрицательные электрическіе заряды, движущіеся отъ отрицательнаго полюса къ положительному по линіямъ электрическихъ силъ, 2) что фото-электрическій эффектъ обнаруживается и въ томъ случаѣ, когда освѣщены діэлектрики и 3) что электрическіе заряды, оставляя освѣщенную пластинку, отталкиваются отъ нее.

Мы видимъ такимъ образомъ, что къ девяностымъ годамъ прошлаго столѣтія явленіе фото-электрическаго эффекта было твердо установлено. Въ это время изслѣдованіемъ фото-электрическаго эффекта занялись Дж. Дж. Томсонъ (J. J. Thomson) и Ленаръ (Lenard). Въ 1899 г. Дж. Дж. Томсонъ впервые показалъ, что испусканіе отрицательнаго электричества подъ дѣйствіемъ лучей происходитъ въ видѣ излученія электроновъ, т. е. что переносъ электричества не сопровождается переносомъ матеріи. Чтобы убѣдиться въ этомъ, онъ занялся опредѣленіемъ величины отношенія заряда отрывающейся эле-

ментарной частицы къ ея массѣ. При опытѣ Дж. Дж. Томсона дискъ B былъ соединенъ съ отрицательнымъ полюсомъ батареи, положительный полюсъ которой былъ соединенъ съ землей; сѣтка E была соединена съ одной парой чувствительнаго электрометра, воздухъ изъ цилиндра A по возможности эвакуировался. При освѣщеніи B ультрафіолетовымъ свѣтомъ потенциалъ сѣтки все возрасталъ, такъ какъ отрицательные заряды, отрывающіеся съ B , попадали на сѣтку. Чтобы воспрепятствовать этому, Томсонъ возбуждалъ между B и E магнитное поле, линіи силъ коего были параллельны плоскости B . Подъ вліяніемъ этого поля каждый зарядъ начиналъ двигаться по циклоидѣ, образованной точкой окружности, катящейся по прямой на плоскости B и имѣющей діаметръ, равный $\frac{2Xm}{eH^2}$, гдѣ X и H напряженія электрическаго и магнитнаго полей, m и e масса и зарядъ разсматриваемой частицы. Очевидно, если разстояніе d отъ B до E будетъ хотя бы на ничтожно малую величину больше чѣмъ $\frac{2Xm}{eH^2}$, то разсматриваемый зарядъ не попадетъ на сѣтку E и не увеличитъ ея потенциала. Но $X = \frac{V}{d}$, гдѣ V разность потенциаловъ B и E , слѣдовательно, чтобы проявился эффектъ, достаточно, чтобы

$$d^2 = \frac{2Vm}{eH^2}.$$

Для опредѣленія e/m нужно, слѣдовательно, знать d и H и опредѣлить то значеніе V , при которомъ уменьшается скорость возрастанія потенциала сѣтки *). Опредѣливъ искомое V , мы найдемъ значеніе e/m равное $\frac{2V}{d^2H^2}$. На основаніи этихъ опытовъ Дж. Дж. Томсонъ нашелъ, что

$$e/m = 0,73 \cdot 10^7 \text{ (въ абсол. электром. едін.)}.$$

полученная величина того же порядка, какъ и отношеніе e/m для частичекъ, составляющихъ потокъ катодныхъ лучей; очевидно, что такое отношеніе не можетъ соответствовать матеріальной частичкѣ.

Тѣмъ же вопросомъ занимался и Ленаръ и съ такимъ же успѣхомъ. Правда, первые опыты Ленара, основанные на конденсаціи пара, привели его къ заключенію, что носителями зарядовъ являются пылинки металла, что металлъ, слѣдовательно, распыляется; но неудача опытовъ объясняется тѣмъ, что въ то время не знали еще что іоны могутъ служить центрами сгущенія пара; опыты, произведенные имъ впослѣдствіи, показали, что переносъ отрицательнаго электричества не сопровождается одновременнымъ переносомъ части-

*) Почему сѣтка все же продолжаетъ получать заряды даже при $d^2 = \frac{2Vm}{eH^2}$, будетъ указано ниже.

чекъ металла. Ленаръ первый указалъ на то, что изслѣдованіе фото-электрическаго эффекта должно производиться въ пустотѣ и что только въ возможно совершенной пустотѣ фото-электрическій эффектъ протекаетъ въ полной чистотѣ. Газовая среда, окружающая освѣщаемый предметъ, во многихъ отношеніяхъ измѣняетъ правильный ходъ явленія: газъ поглощаетъ лучи свѣта и самъ поглощается освѣщаемымъ объектомъ; подъ вліяніемъ ударовъ, получаемыхъ молекулами газа со стороны быстро движущихся электроновъ газъ іонизируется, что несомнѣнно вліяетъ на силу наблюдаемаго тока; іонизація газа, какъ показали опыты Ленара и Рамсауэра (Ramsauer), происходитъ и непосредственно подъ вліяніемъ ультрафіолетовыхъ лучей очень короткой длины волны (0,09 мкр.); наконецъ, въ газѣ всегда носятся пылинки, которыя подъ дѣйствіемъ ультрафіолетовыхъ лучей испускаютъ фото-электроны, избавиться же отъ пыли очень трудно. Вылетъ фото-электроновъ изъ отдѣльныхъ пылинокъ наблюдалъ А. Гоффе. Черезъ отверстіе горизонтально расположеннаго плоскаго конденсатора внутрь конденсатора вводилась пылинка, которая вообще должна была бы падать, но оставалась подвѣшенной, благодаря достаточной разности потенциаловъ*). Будучи освѣщена не ультрафіолетовыми лучами, пылинка наблюдалась часами въ полѣ зрѣнія микроскопа, но при освѣщеніи ультрафіолетовыми лучами пылинка либо падала, либо поднималась. Всѣ указанныя причины сильно затрудняютъ наблюденіе фото-электрическаго эффекта въ газахъ. Ионизаціей газа объясняется, между прочимъ, то, что даже при выполненіи равенства

$$d^2 = \frac{2mV}{eH^2}$$

въ опытѣ Томсона, когда, слѣдовательно, сѣтка вовсе не должна была бы заряжаться, наблюдается только уменьшеніе скорости заряженія. Какъ бы хорошо ни эвакуировать сосудъ А, газъ тамъ все-таки остается и отрицательные іоны дѣйствіемъ электрическаго поля направляются къ сѣткѣ.

Ленаръ, также занимавшійся опредѣленіемъ величины e/m при фото-электрическомъ эффектѣ, нашелъ, что

$$e/m = 1,15 \cdot 10^7 \text{ (въ абсол. электром. едін.)}.$$

Этотъ результатъ подходитъ ближе, чѣмъ результатъ Дж. Дж. Томсона, къ тому значенію, которое получается для отношенія e/m при изслѣдованіи катодныхъ лучей. Болѣе точныя изслѣдованія даютъ основанія принять это отношеніе равнымъ $1,8 \cdot 10^7$ абс. электром. ед. или $5,4 \cdot 10^{17}$ абс. электростат. ед., т. е. тому же значенію, которое получается при опредѣленіи e/m при испусканіи отрицательнаго электричества въ катодныхъ лучахъ, β -лучахъ и накаливаемыми тѣлами. Абсолютную величину e при фото-электрическомъ эффектѣ измѣрилъ

*) Указанный способъ электрическаго взвѣшиванія частицы былъ впервые примѣненъ Уильсономъ (Wilson) и измѣненъ Миликаномъ (Milikan).

А. Гоффе въ 1913 г., наблюдая вышеуказаннымъ пріемомъ потерю металлической пылинкой отдѣльныхъ электроновъ. А. Гоффе нашелъ для e значеніе близкое къ $4,77 \cdot 10^{-10}$ (абс. электростат. ед.), показавъ такимъ образомъ, что зарядъ фото-электрона примѣрно таковъ же, какъ и зарядъ газоваго іона, зарядъ частички катоднаго потока и β -частицы.

Фото-электроны, какъ показали Галльваксъ (Hallwachs) а затѣмъ Рубенсъ (Rubens) и Ладенбургъ (Ladenburg) въ 1907 г., выдѣляются не только съ поверхности освѣщаемаго металла, но и изъ слоевъ ниже лежащихъ. Необходимо только, чтобы лучи, падающіе на тѣло, проникали до этихъ слоевъ. По изслѣдованіямъ Робинсона (Robinson) фото-электроны вылетаютъ изъ пластинки по всевозможнымъ направленіямъ, составляющимъ съ нормалью къ освѣщаемой поверхности углы до 75° ; наибольшее количество электроновъ заключается, однако, внутри угла въ 30° . Въ случаѣ весьма тонкихъ пластинокъ фото-электроны, какъ показалъ Штульманъ (Stuhlmann) въ 1910 г., выдѣляются не только съ той поверхности, на которую лучи падаютъ, но и съ противоположной стороны, черезъ которую свѣтъ какъ бы выходитъ; при чемъ въ послѣднемъ направленіи даже въ большемъ количествѣ (на 16—17% больше). Чтобы судить о количествѣ электроновъ, вылетающихъ изъ пластинки по одну и другую сторону, Штульманъ измѣрялъ іонизацію воздуха, вызванную этими электронами. Можно о количествѣ электроновъ, выдѣляемыхъ въ единицу времени, судить и по величинѣ тока насыщенія, полученнаго въ эвакуированной трубкѣ. Какъ уже было указано, Столѣтовъ открылъ, что съ возрастаніемъ приложенной разности потенціаловъ диска и сѣтки токъ стремится къ нѣкоторой предѣльной величинѣ. Токъ насыщенія въ пустотѣ получится, очевидно, тогда, когда всѣ электроны, вылетѣвшіе изъ пластинки, попадутъ на сѣтку; чѣмъ, слѣдовательно, больше токъ насыщенія, тѣмъ больше число фото-электроновъ, остающихся на поверхности въ единицу времени. Отсюда, на основаніи того, что было сказано о силѣ тока, вытекаетъ, что число фото-электроновъ, выдѣляемыхъ въ пустотѣ въ единицу времени единицей поверхности, пропорціонально количеству свѣта, которое эта поверхность въ единицу времени поглощаетъ. Справедливость этого закона была высказана Столѣтовымъ и доказана Ленаромъ, Эльстеромъ, Гейтелемъ и др.

На количество фото-электроновъ, выдѣляемыхъ въ единицу времени, вліяетъ въ весьма значительной степени вещество пластинки, на которую свѣтъ падаетъ, и характеръ ея поверхности (подготовка усиливаетъ эффектъ). Риги показалъ, что фото-электрическій эффектъ тѣмъ значительнѣй, чѣмъ интенсивнѣе электроположительность металла. По своей фото-электрической чувствительности, иначе говоря по той скорости, съ которой происходитъ потеря въ пустотѣ отрицательнаго заряда подъ дѣйствіемъ лучей одной и той же длины волны, металлы могутъ быть расположены въ слѣдующій рядъ, начиная съ металла наибольшей чувствительности:

Cu, Au, Ni, Латунь, Ag, Fe, Al, Mg, Sb, Zn, Pb.

Рядъ этотъ данъ Миликаномъ и Уинчестеромъ, (Winchester); ими же, на основаніи наблюденій „заряднаго потенціала“ металловъ данъ другой рядъ (начиная съ большого потенціала)

Ag, Fe, Au, Латунь, Cu, Ni, Mg, Al, Sb, Zn, Pl.

„Заряднымъ потенціаломъ“ даннаго металла называется наибольшая величина положительнаго потенціала, до котораго заряжается подъ вліяніемъ свѣта пластинка изъ испытываемаго металла, помѣщенная въ пустотѣ и окруженная проводникомъ, соединеннымъ съ землей. Подъ вліяніемъ ультрафіолетовыхъ лучей электроны, какъ извѣстно, оставляютъ пластинку, и она электризуется положительно. По мѣрѣ того, какъ положительный потенціалъ пластинки возрастаетъ, взаимодействие ея съ уходящими электронами все усиливается и наступаетъ моментъ, когда притягиваемые пластинкой электроны перестаютъ вылетать изъ пластинки. Потенціалъ пластинки перестаетъ тогда возрастать, и полученный потенціалъ называется заряднымъ потенціаломъ. Для опредѣленія заряднаго потенціала И. И. Боргманъ предлагаетъ пользоваться слѣдующимъ приборомъ (рис. 2).

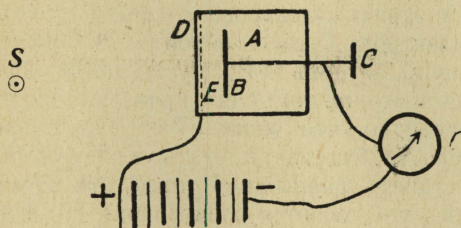


Рис. 2.

Внутри соединеннаго съ землей металлическаго ящика *M* находится эвакуированная трубка, выложенная съ внутренней стороны сѣткой *E*. Сѣтка *E* соединена съ металлическимъ цилиндромъ *CC*, соединеннымъ съ землей. Свѣтъ, пройдя черезъ отверстіе *S*, проникаетъ въ трубку черезъ кварцевое окно *D*, проходитъ черезъ отверстіе въ цилиндръ *CC* и падаетъ на испытываемое вещество *B*. При подобномъ расположеніи избѣгается фото-электрической эффектъ на всѣхъ поверхностяхъ, кромѣ *B*.

Мы видимъ, что ни одинъ изъ вышеуказанныхъ двухъ рядовъ не походитъ на рядъ Вольты; нужно, однако, замѣтить, что фото-электрическая чувствительность и зарядный потенціалъ зависятъ отъ поверхности пластинки, способа обработки ея, продолжительности освѣщенія и многихъ другихъ причинъ, и поэтому ясно, что трудно вообще говорить о расположеніи всѣхъ металловъ въ опредѣленный рядъ на основаніи того или другаго изъ этихъ признаковъ. Зарядные потенціалы металловъ вообще не велики и не превышаютъ небольшого числа вольтъ.

Очень важно, что на величину фото-электрического эффекта не влияет ни температура ни агрегатное состояние тѣла. Такъ опыты Лингопа и Ладенбурга показали, что величина фотоэлектрического эффекта не мѣнялась въ предѣлахъ отъ -190°C. до 800°C. Опыты Демберга (Demberg) показали, что величина эффекта не мѣнялась при переходѣ калия и натра изъ твердаго состоянія въ жидкое, это и понятно, такъ какъ здѣсь происходитъ не молекулярный распадъ а атомный.

Одинъ изъ существеннѣйшихъ вопросовъ, связанныхъ съ изслѣдованіемъ фото-электрическаго эффекта является вопросъ о начальной скорости фото-электроновъ, т. е. вопросъ о скорости фото-электроновъ въ тотъ моментъ, когда онѣ вылетаютъ изъ пластинки. Существуетъ два способа опредѣленія начальной скорости. Первый, основанный на изслѣдованіи заряднаго потенциала въ пустотѣ приводитъ къ опредѣленію наибольшей изъ начальныхъ скоростей. Дѣйствительно, тотъ фактъ, что положительный потенциалъ пластинки перестаетъ возрастать, не смотря на то, что на нее падаетъ свѣтъ, можетъ быть объясненъ только тѣмъ, что начальная кинетическая энергія электрона, обладающаго даже наибольшей скоростью, не достаточна для того, чтобы этотъ электронъ оставилъ пластинку. Пусть потенциалъ пластинки будетъ V и зарядъ электрона e , тогда работа, которую долженъ выполнить электронъ, чтобы перейти съ пластинки на поверхность потенциала нуль, будетъ eV ; пусть далѣе начальная скорость электрона v_0 и масса его m , тогда его начальная кинетическая энергія будетъ $\frac{1}{2}mv_0^2$. Очевидно, что пока $eV < \frac{1}{2}mv_0^2$, электроны указанной начальной скорости будутъ вылетать и V будетъ увеличиваться, когда же $\frac{1}{2}mv_0^2$ станетъ равнымъ eV , тогда эти электроны не смогутъ оставить пластинки; что касается электроновъ со скоростью большей, чѣмъ v_0 , то они вылетятъ и увеличатъ положительный потенциалъ пластинки. Пусть, наконецъ, потенциалъ достигъ наибольшей величины V_m , тогда, надо полагать, нѣтъ электроновъ, начальная скорость коихъ v_k удовлетворяла бы неравенству

$$\frac{1}{2}mv_k^2 > eV_m,$$

что наибольшая начальная скорость V_m такова, что

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eV_m \quad \text{или} \quad v_m^2 = 2V_m \cdot e/m.$$

Зная величину отношенія e/m и опредѣливъ V_m , мы найдемъ и v_m .

Второй способъ даетъ возможность опредѣлить помимо наибольшей начальной скорости v_m число электроновъ, начальная скорость коихъ $v_i < v_m$. Мы уже говорили, что, сообщая пластинкѣ B отрицательный потенциалъ, Столѣтовъ увеличивалъ силу тока; получивъ токъ насыщенія, можно опредѣлить общее число фото-электроновъ, оставляющихъ пластинку B . Если сообщить пластинкѣ B положительный потенциалъ, то сила тока будетъ меньше нормальной, такъ какъ часть электроновъ будетъ возвращаться къ пластинкѣ B . Очевидно, что вылетать будутъ только тѣ электроны, у коихъ $\frac{1}{2}mv_0^2 > eV$, гдѣ V разность потенциаловъ пластинки и сѣтки. Уве-

личивая постепенно величину V и наблюдая по электрометру постепенное уменьшение силы тока, зная, кроме того, абсолютную величину e , мы можем вычислить число электронов, обладавших начальной скоростью равной v_0 . Доведя, наконец, величину V до наименьшей положительной величины V_m , при которой токъ прекращается, мы достигаемъ того, что электроны даже наибольшей скорости v_m не оставляютъ пластинки B , у нихъ, следовательно, $\frac{1}{2}mv_m^2 = eV_m$. Отсюда опредѣлимъ V_m . Опыты показали, что

$$v_m = 6 \cdot 10^7 \text{ cm/sec.}$$

Величину v_m , на основаніи полученнаго равенства, часто выражаютъ въ вольтахъ, указывая, сколькимъ вольтамъ должно равняться V для того, чтобы фото-электронъ, обладающій скоростью v_m , не удался съ освѣщаемой пластинки. Скорости фото-электроновъ колеблются отъ 1 до 3 вольтъ. Многочисленные опыты показали, что: 1) начальные скорости электроновъ (въ отличіе отъ числа электроновъ) не зависятъ отъ количества и интенсивности падающаго свѣта, 2) начальные скорости не зависятъ отъ температуры и агрегатнаго состоянія тѣла, 3) начальные скорости не зависятъ отъ вещества, если при опредѣленіи V вычесть контактную разность потенциаловъ, существующую между освѣщаемой пластинкой и сѣткой, 4) начальные скорости зависятъ отъ длины волны падающаго монохроматическаго свѣта.

Длина волны играетъ весьма существенную роль въ теоріи фото-электрическаго эффекта. Мы уже видѣли, что вещества вообще начинаютъ терять отрицательное электричество только подъ вліяніемъ ультрафіолетоваго свѣта, но что наиболѣе электроположительные металлы: рубидій, цезій, калий, натрій теряютъ отрицательные заряды даже подъ вліяніемъ свѣта лампы. Изслѣдованія показали, что каждый металлъ начинаетъ испускать фото-электроны только подъ вліяніемъ свѣта опредѣленной длины волны и что на волны большей длины данный металлъ не реагируетъ.

Нужно, однако, замѣтить, что при фото-электрическомъ эффектѣ промежутки между вылетами отдѣльныхъ электроновъ бываютъ весьма различны, что электроны вылетаютъ безъ правильнаго порядка. Послѣ начала освѣщенія электронъ можетъ вылетѣть сейчасъ же или спустя нѣкоторое время. Вотъ почему А. Гюффе полагаетъ, что случаи, когда при длинѣ волны меньше опредѣленной эффектъ не наблюдается, объясняются, быть можетъ, тѣмъ обстоятельствомъ, что опытъ длился недостаточно долго. Правильенъ ли этотъ взглядъ или нѣтъ, пока не установлено.

Монохроматическому свѣту опредѣленной длины волны соответствуетъ колеблющаяся въ весьма небольшихъ размѣрахъ начальная скорость фотоэлектроновъ, возрастающая по мѣрѣ увеличенія частоты колебанія свѣта и если наблюдаются, какъ это указывалось въ предыдущемъ, различные начальные скорости, то это, надо полагать, потому, что трудно получить совершенно монохроматическій свѣтъ. Что касается зависимости начальной скорости отъ частоты колебаній n , то для ея выраженія предложены различныя формулы.

Ладенбургомъ и Хёлла $v_m = an$,

А. Ф. Иоффе

$$^{1/2}mv_m^2 = an + b,$$

Кунцомъ

$$v_m^2 = an^2 + b$$

гдѣ a и b постоянныя величины.

Вопросъ окончательно не рѣшенъ, при чемъ нѣкоторые опыты даже указываютъ, что при нѣкоторой частотѣ получается наибольшая начальная скорость. Еще болѣе сложенъ вопросъ о зависимости числа электроновъ, отъ n ; нахождение этой зависимости усложняется тѣмъ, что число электроновъ зависитъ еще и отъ интенсивности свѣта; во всякомъ случаѣ съ возрастаніемъ частоты n быстро возрастаетъ число электроновъ, испускаемыхъ пластинкой въ единицу времени, при условіи, конечно, что количество поглощенного въ единицу времени свѣта не измѣняется.

Отъ обычнаго или нормальнаго фото-электрическаго эффекта нужно отличать открытый Полемъ и Прингсгеймомъ селективный фото-электрическій эффектъ, вызываемый прямолинейно поляризованнымъ свѣтомъ. Селективный эффектъ вызывается свѣтомъ только опредѣленной для каждаго металла длины волны, причемъ только той составляющей электрическаго вектора, которая перпендикулярна къ освѣщаемой поверхности; вотъ почему селективный эффектъ особенно великъ, если электрическій векторъ перпендикуляренъ къ освѣщаемой поверхности. Въ этомъ случаѣ при опредѣленномъ участкѣ спектра токъ насыщенія въ сотни разъ превышаетъ обычный токъ насыщенія. Селективный эффектъ наблюдался у наиболѣе электроположительныхъ металловъ въ слѣдующихъ участкахъ спектра

Rb	K	Na	Li	Ba
490 μ	440 μ	340 μ	280 μ	288 μ .

Вопросъ о томъ, присущъ ли селективный эффектъ и прочимъ металламъ, а равно и вопросъ, сопровождается ли селективный эффектъ одновременнымъ значительнымъ увеличеніемъ начальной скорости фото-электроновъ пока не рѣшенъ.

Резюмируя такимъ образомъ всю вышеизложенное, мы видимъ, что подъ вліяніемъ поглощенного свѣта соотвѣтственной частоты твердыя, жидкія и газообразныя тѣла теряютъ по различнымъ направленіямъ отрицательные заряды въ видѣ электроновъ. Потеря электроновъ не сопровождается распыленіемъ освѣщаемыхъ предметовъ. Число электроновъ зависитъ отъ количества и длины волны поглощенного свѣта, разности потенциаловъ пластинки и сѣтки, вещества пластинки, поверхности ея и продолжительности освѣщенія, но не зависитъ ни отъ температуры, ни отъ агрегатнаго состоянія освѣщаемого объекта. Электроны, оставляя пластинку, имѣютъ очень большую начальную скорость, зависящую отъ длины волны и тѣмъ болѣе, чѣмъ длина волны меньше. Температура, агрегатное состояніе вещества, природа вещества и количество поглощенного свѣта на начальную скорость не вліяютъ.

Для объясненія фото-электрическаго эффекта существуютъ двѣ теоріи: первая теорія Ленара (теорія резонанса) видитъ причину эффекта въ механизмѣ атома, вторая теорія Эйнштейна видитъ причину въ особыхъ свойствахъ свѣта. Согласно первой теоріи, свѣтъ, по выраженію О. Д. Хвольсона, играетъ роль спускового механизма: каждый электронъ колеблется со свойственнымъ ему періодомъ, благодаря присущей ему внутриатомной энергіи; когда же наступаетъ резонансъ между его колебаніемъ и колебаніемъ свѣта, электронъ вылетаетъ. Такъ какъ при такой точкѣ зрѣнія пришлось бы допустить, что въ атомѣ существуетъ наборъ электроновъ съ безконечнымъ разнообразіемъ скоростей, соответствующихъ безконечному разнообразію періодовъ падающаго свѣта, то теорія эта измѣнена въ томъ смыслѣ, что свѣтъ разсматривается какъ причина, вызывающая колебаніе электрона, періодъ коего близокъ къ періоду колебанія свѣта. При нѣкоторой предѣльной скорости электрона, зависящей отъ скорости падающаго свѣта, электронъ оставляетъ пластинку. Полный резонансъ для даннаго электрона можетъ наступить только при опредѣленномъ періодѣ падающаго свѣта и эффектъ въ этомъ случаѣ долженъ быть наибольшимъ (селективный эффектъ).

Что касается второй теоріи, то она покоится на гипотезахъ Планка и Эйнштейна. Планкъ предполагаетъ, что испусканіе свѣта молекулой происходитъ всегда въ количествахъ, кратныхъ $h\nu$, гдѣ ν есть число колебаній молекулы и h универсальная постоянная равная $6,55 \cdot 10^{-27}$ erg. sec. Эйнштейнъ же полагаетъ, что свѣтъ не только испускается опредѣленными порціями, но и продолжаетъ существовать въ природѣ въ видѣ такихъ порцій такъ, что свѣтъ падаетъ на предметъ, такъ сказать, въ видѣ дробинокъ—атомовъ свѣта (квантъ). Не касаясь вопроса, какимъ образомъ падающій свѣтъ вызываетъ фото-электрическій эффектъ, можно объяснить очень многія стороны этого явленія, если принять, что 1) энергія фотоэлектроновъ получается на счетъ энергіи поглощеннаго свѣта и 2) свѣтъ поглощается порціями, кратными hn , гдѣ n число колебаній молекулы. Подъ влияніемъ полученныхъ порцій энергіи и при достаточномъ ея накопленіи электронъ вылетаетъ и накопленную энергію уноситъ съ собою.

Къ ученію о площадяхъ.

Н. Шестерикова.

Въ настоящей статьѣ подѣ фигуру будемъ разумѣть часть плоскости, ограниченную замкнутой кривой или ломанной линіей. Цѣль статьи—въ доступной формѣ обосновать точное опредѣленіе числа, выражающаго площадь данной фигуры при данной квадратной единицѣ.

Проведемъ въ плоскости фигуры рядъ параллельныхъ линій, отстоящихъ одна отъ другой на разстояніе, равное выбранной единицѣ длины, и такой же рядъ линій, перпендикулярныхъ къ первымъ. Тогда плоскость фигуры разобьется на квадратныя единицы. Полученную систему линій назовемъ „сѣтью 1-ой степени“. Квадраты этой сѣти будутъ 3 родовъ:

1) внутренніе (лежащіе внутри фигуры); пусть число такихъ квадратовъ будетъ a_1 ; это будетъ первое приближеніе числа, выражающаго площадь фигуры.

2) Квадраты, прорѣзываемые контуромъ фигуры (число ихъ обозначимъ b_1).

3) Наружные квадраты.

Раздѣливъ на 10 равныхъ частей разстояніе между сосѣдними параллельными линіями и проведя новыя параллели, получимъ сѣть 2-ой степени. Каждый квадратъ этой сѣти будетъ представлять $1/10^2$ квадратной единицы. Взявъ числителемъ число внутреннихъ квадратовъ, а знаменателемъ 10^2 , получимъ число a_2 ; это будетъ второе приближеніе числа, выражающаго площадь фигуры. Очевидно $a_1 \leq a_2$. Взявъ числителемъ число квадратовъ второго рода, а знаменателемъ 10^2 , получимъ число b_2 , при чемъ $b_1 \geq b_2$. Продолжая сгущеніе сѣти, получимъ сѣть 3-й степени; квадраты этой сѣти будутъ представлять $1/10^4$ квадратной единицы. Взявъ числителемъ число внутреннихъ квадратовъ, а знаменателемъ 10^4 , получимъ число a_3 ; взявъ числителемъ число квадратовъ второго рода, а знаменателемъ 10^4 , получимъ число b_3 . Указанный процессъ сгущенія сѣти можемъ продолжать до бесконечности.

Такимъ образомъ, положеніе на плоскости фигуры сѣти 1-й степени, опредѣляя положеніе сѣтей высшихъ степеней, опредѣляетъ также два перемѣнныхъ числа a и b , принимающихъ нумерованный рядъ значений:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \quad \text{и} \quad b_1, b_2, b_3, \dots, b_n,$$

при чемъ

$$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \quad \text{и} \quad b_1 \geq b_2 \geq b_3 \geq b_4.$$

Перемѣнная a , очевидно, имѣетъ предѣлъ; пред. a_n и будемъ считать числомъ, измѣряющимъ площадь данной фигуры. Дальнѣйшей нашей задачей будетъ доказать, что это число зависитъ только отъ выбора квадратной единицы и не зависитъ отъ положенія на плоскости фигуры сѣти 1-й степени.

Теорема I. Пред. $b_n = 0$.

При доказательствѣ теоремы подъ $[x]$ разумѣмъ наибольшее цѣлое число, не превосходящее x , напримѣръ, $[2\frac{3}{4}] = 2$, $[5] = 5$ и т. д. Обозначимъ число, выражающее длину периметра фигуры (за единицу длины примемъ сторону квадратной единицы), черезъ l .

Возьмемъ сѣть n -ой степени; сторона квадрата этой сѣти будетъ

$$\frac{1}{10^{n-1}}; \quad \text{въ длинѣ периметра эта сторона укладывается} \quad \left[l : \frac{1}{10^{n-1}} \right] =$$

$= [l \cdot 10^{n-1}]$ разъ съ возможнымъ остаткомъ. Раздѣлимъ периметръ фигуры на $[l \cdot 10^{n-1}] + 1$ равныхъ частей; каждая часть будетъ меньше стороны квадрата. Легко убѣдиться, что каждая изъ полученныхъ частей периметра не можетъ проходить внутри больше четырехъ квадратовъ. Въ самомъ дѣлѣ: проекція каждой части периметра на каждое изъ двухъ направлений линій сѣти меньше стороны квадрата; слѣдовательно, каждая часть периметра помѣстится въ предѣлахъ квадрата, состоящаго изъ четырехъ сосѣднихъ квадратовъ сѣти.

Обозначивъ черезъ N_n число квадратовъ сѣти n -ой степени, прорѣзываемыхъ контуромъ фигуры, имѣемъ:

$$N_n \leq 4 \{ [l \cdot 10^{n-1}] + 1 \},$$

слѣдовательно:

$$\begin{aligned} b_n = \frac{N_n}{10^{2(n-1)}} &\leq \frac{4 \{ [l \cdot 10^{n-1}] + 1 \}}{10^{2(n-1)}} \leq \frac{4l \cdot 10^{n-1}}{10^{2(n-1)}} + \frac{4}{10^{2(n-1)}} = \\ &= \frac{4l}{10^{n-1}} + \frac{4}{10^{2(n-1)}}. \end{aligned}$$

Каждое изъ двухъ послѣднихъ слагаемыхъ съ увеличеніемъ n безпредѣльно уменьшается, слѣдовательно, пред. $b_n = 0$, что и требовалось доказать.

Въ дальнѣйшемъ число, измѣряющее площадь какой нибудь фигуры, будемъ сокращенно называть „площадь“.

Пусть двѣ фигуры, лежащія въ одной плоскости, сливаясь частями своихъ периметровъ, образуютъ одну фигуру. Выбравъ опредѣленную квадратную единицу и опредѣленное положеніе сѣти, обозначимъ площади этихъ трехъ фигуръ A' , A'' и A ; докажемъ теорему.

Теорема II. $A = A' + A''$, т. е., площадь составной фигуры равна суммѣ площадей составляющихъ фигуръ при томъ же положеніи сѣти и той же квадратной единицѣ.

Доказательство. Каждой изъ трехъ площадей соотвѣтствуютъ (какъ выше условлено) два ряда чиселъ, а именно:

$$\text{площади } A \begin{cases} a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \\ b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \end{cases}$$

$$\text{площади } A' \begin{cases} a'_1, a'_2, a'_3, \dots, a'_n, \\ b'_1, b'_2, b'_3, \dots, b'_n, \end{cases}$$

$$\text{площади } A'' \begin{cases} a''_1, a''_2, a''_3, \dots, a''_n, \\ b''_1, b''_2, b''_3, \dots, b''_n, \end{cases}$$

при чемъ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0;$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a'_n = A'; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b'_n = 0;$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a''_n = A''; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b''_n = 0.$$

Легко видѣть, что при любомъ n

$$a'_n + a''_n + b'_n + b''_n \geq a_n \geq a'_n + a''_n;$$

слѣдовательно,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a'_n + a''_n + a'_n + b''_n) \geq \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \geq \lim_{n \rightarrow \infty} (a'_n + a''_n).$$

Замѣняя предѣлы суммы суммою предѣловъ, получимъ:

$$A' + A'' + 0 + 0 \geq A \geq A' + A'', \text{ т. е. } A = A' + A'',$$

что и требовалось доказать.

Изъ этой теоремы слѣдуетъ, что фигура, представляющая часть другой фигуры, имѣетъ и меньшую площадь при одной и той же сѣти.

Читатель безъ труда распространить эту теорему на какое угодно число составляющихъ фигуръ.

Теорема III. Площадь прямоугольника равна произведенію двухъ его измѣреній, если линіи сѣти параллельны сторонамъ прямоугольника.

Доказательство. Пусть имѣемъ прямоугольникъ, стороны котораго, измѣренныя какой нибудь опредѣленной единицей длины, выражаются числами p и q , и площадь котораго, при соотвѣтствующей квадратной единицѣ, выражается числомъ A , при чемъ линіи сѣти предполагаемъ параллельными сторонамъ прямоугольника. Докажемъ, что $A = pq$. Возьмемъ сѣть n -ой степени. Сторона квадрата этой сѣти равна $1/10^{n-1}$. На каждой изъ сторонъ прямоугольника сѣть отдѣлитъ нѣсколько отрѣзковъ, равныхъ сторонамъ квадрата ($1/10^{n-1}$); пусть числа такихъ отрѣзковъ, полученныхъ на сторонахъ p и q , будутъ r и s .

Очевидно:

$$\frac{r}{10^{n-1}} \leq p < \frac{r+2}{10^{n-1}}; \quad \frac{s}{10^{n-1}} \leq q < \frac{s+2}{10^{n-1}}.$$

Перемножая, получимъ:

$$\frac{rs}{10^{2n-2}} \leq pq < \frac{rs}{10^{2n-2}} + \frac{2r}{10^{2n-2}} + \frac{2s}{10^{2n-2}} + \frac{4}{10^{2n-2}}.$$

Подставляя во 2-ую и 3-ью дроби послѣдней части неравенства вмѣсто $r/10^{n-1}$ величину большую, именно p , а вмѣсто $s/10^{n-1} - q$,

получимъ:

$$\frac{rs}{10^{2n-2}} \leq pq < \frac{rs}{10^{2n-2}} + \frac{2(p+q)}{10^{n-1}} + \frac{4}{10^{2n-2}}.$$

Легко видѣть, что $rs/10^{2n-2} = a_n$ (см. выше опредѣленіе площади фигуры), слѣдовательно:

$$a_n \leq pq < a_n + \frac{2(p+q)}{10^{n-1}} + \frac{4}{10^{2n-2}}.$$

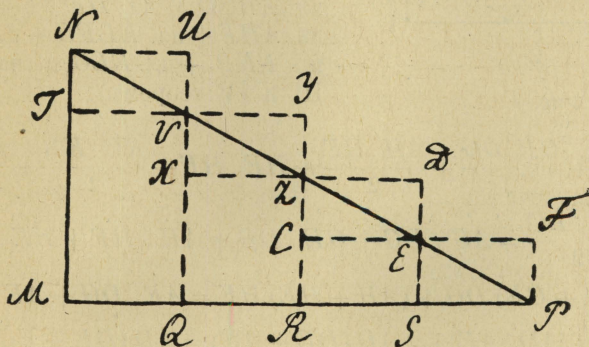
Переходя къ предѣламъ при $n = \infty$, получимъ:

$$A \leq pq \leq A, \text{ т. е. } A = pq,$$

что и требовалось доказать.

Теорема IV. Площадь прямоугольнаго треугольника равна половинѣ произведенія его катетовъ, если линіи сѣти соотвѣтственно параллельны катетамъ.

Доказательство. Раздѣлимъ катетъ MP на n равныхъ частей, въ точкахъ дѣленія возставимъ къ нему перпендикуляры до встрѣчи съ гипотенузой NP въ точкахъ V, Z, E и построимъ рядъ входящихъ прямоугольниковъ $MQVT, Q'RZX, RSEC$ и рядъ выходящихъ $QMNU, RQVY, SRZD, PSEF$.



Фиг. 1.

Площадь фигуры $MNUVYZDEFFPM$ обозначимъ черезъ A_1 , площадь треугольника MNP черезъ A , площадь фигуры $MTVXZCESM$ черезъ A_2 , катетъ MP черезъ c , катетъ MN черезъ d .

Примѣняя II и III теоремы, получимъ:

$$A_1 = \frac{c}{n} \cdot \frac{d}{n} + \frac{c}{n} \cdot \frac{d}{n} \cdot 2 + \frac{c}{n} \cdot \frac{d}{n} \cdot 3 + \dots + \frac{c}{n} \cdot \frac{d}{n} \cdot n = \frac{cd}{2} + \frac{cd}{2n},$$

$$A_2 = \frac{c}{n} \cdot \frac{d}{n} + \frac{c}{n} \cdot \frac{d}{n} \cdot 2 + \frac{c}{n} \cdot \frac{d}{n} \cdot 3 + \dots + \frac{c}{n} \cdot \frac{d}{n} \cdot (n-1) = \frac{cd}{2} - \frac{cd}{2n};$$

кромѣ того, на основаніи слѣдствія теоремы II, $A_1 > A > A_2$; итакъ,

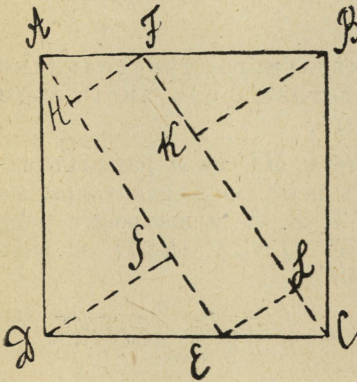
$$\frac{cd}{2} + \frac{cd}{2n} > A > \frac{cd}{2} - \frac{cd}{2n}.$$

Переходя къ предѣлу при $n = \infty$ получимъ:

$$\frac{cd}{2} \geq A \geq \frac{cd}{2}, \text{ т. е., } A = \frac{cd}{2},$$

что и требовалось доказать.

Теорема V. Площадь квадрата при всякомъ направленіи линій сѣти равна квадрату его стороны.



Фиг. 2.

Доказательство. Пусть имѣемъ квадратъ $ABCD$. Проведемъ внутри квадрата прямыя AE и CF параллельно одной системѣ линій сѣти, изъ D и F опустимъ на AE перпендикуляры DE и FH и изъ B и E опустимъ на CF перпендикуляры BK и EL ; тогда квадратъ разобьется на 6 прямоугольныхъ треугольниковъ и прямоугольникъ $ELFH$.

На основаніи II теоремы
пл. $ABCD$ = пл. DAG + пл. DGE +
пл. AHF + пл. $ELFH$ + пл. KBC +
пл. FKB + пл. ELC = (на основаніи
III и IV теоремъ):

$$\begin{aligned} & \frac{AG \cdot DG}{2} + \frac{GE \cdot DG}{2} + \frac{AH \cdot HF}{2} + HE \cdot HF + \frac{KC \cdot KB}{2} + \frac{FK \cdot KB}{2} + \\ & + \frac{EL \cdot LC}{2} = AG \cdot DG + GE \cdot DG + AH \cdot HF + HE \cdot HF = \\ & = (AG + GE) DG + (AH + HE) HF = AE \cdot DG + AE \cdot HF = \\ & = AD \cdot DE + AD \cdot AF^*) = AD (DE + AF) = AD (DE + EC) = AD \cdot DC, \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Теорема VI. Площадь всякой фигуры не зависитъ отъ направленія линій сѣти.

Употребимъ способъ доказательства отъ противнаго. Пусть площадь какой нибудь фигуры при данной квадратной единицѣ и опредѣленномъ направленіи линій сѣти будетъ A , при другомъ направленіи линій сѣти (и той же квадратной единицѣ) будетъ B , при чемъ $A > B$. Пусть

$$A - B = \delta.$$

(1)

*) На основаніи подобія $\triangle ADE$ и $\triangle AHF$ легко вывести

$$AE \cdot HF = AD \cdot AF$$

Первое положеніе сѣти даетъ перемѣнную величину, принимающую нумерованный рядъ значеній: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, при чемъ пред. $a_n = A$; возьмемъ сѣть такой степени n , чтобы $n \rightarrow \infty$

$$A - a_n < \delta. \quad (2)$$

Замѣтимъ тѣ квадраты сѣти n -ой степени, которые умѣщаются внутри фигуры. Очевидно, a_n есть сумма площадей всѣхъ этихъ квадратовъ; при другомъ положеніи сѣти сумма площадей этихъ квадратовъ будетъ тоже a_n , но ясно, что эта сумма не можетъ превышать B площадь всей фигуры, слѣдовательно:

$$B \geq a_n. \quad (3)$$

На основаніи (2) и (3) имѣемъ $A - B < \delta$, что противорѣчитъ нашему допущенію $A - B = \delta$.

Итакъ, площадь какой нибудь фигуры при данной квадратной единицѣ выражается вполне определеннымъ числомъ, независимымъ отъ положенія сѣти.

Новый видъ электрической разрядной искры и зарница.

А. Минца.

Недавно, производя разряды самоиндукціонной катушки, я имѣлъ случай наблюдать новый, насколько я могу сдѣлать, видъ электрической искры: она состояла изъ 8—12 отдѣльныхъ зигзагообразныхъ искорокъ, исходившихъ изъ одной точки, а потомъ расходившихся. Такіе результаты я получилъ, имѣя въ качествѣ разрядника катодомъ грубошероховатую желѣзную пластинку, а анодомъ мѣдное остріе.

По своему виду эта искра имѣла форму пучка молній, которыя мечетъ Зевсъ, изображенный древними греками.

Цвѣтъ искры былъ желтый, что показываетъ нѣкоторую продолжительность разряда (бѣлая искра получается при разрядѣ длительною въ $1/100000$ секунды, по свѣдѣніямъ проф. Г. Ми). Температура искры довольно высока, но измѣрить ее мнѣ пока не удалось. Подобный новый видъ разряда, полученный мною въ миніатюрѣ, по моимъ предположеніямъ, возможенъ и въ крупныхъ размѣрахъ въ природѣ въ видѣ „разсѣянной молніи“ (Eclaire diffus).

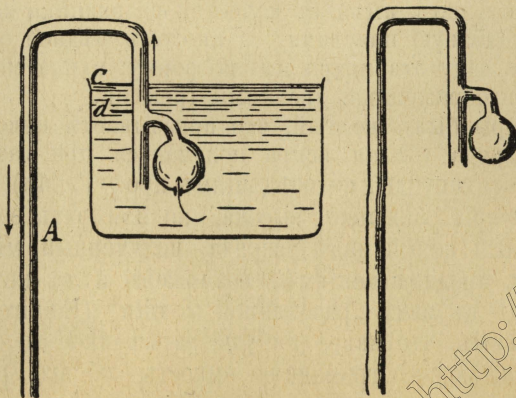
Предположимъ, что какое нибудь, заряженное до очень высокаго потенциала и имѣющее громадную емкость, облако разряжается въ направленіи нѣсколькихъ другихъ меньшихъ по размѣрамъ и по зарядамъ облаковъ, заряженныхъ электричествомъ противоположнаго знака. Тогда эти меньшія облака будутъ играть роль шереховатостей катода моего опыта и произойдетъ разрядъ той же формы, но во много

разъ большихъ размѣровъ. Меньшія облака, пропуская свѣтъ этихъ молній, скрываютъ отъ насъ ихъ форму, слѣдовательно, на землѣ мы будемъ получать впечатлѣніе какой то неопредѣленной вспышки. Такой, именно, безформенной вспышкой въ природѣ является зарница, которая представляетъ собой, какъ уже давно доказано, разряды между облаками (въ отличіе отъ молніи, которая представляетъ собой разрядъ между облакомъ и землею). Къ тому же свѣтъ зарницы не ярокъ, что тоже говоритъ за „разсѣянный“ характеръ этого электрическаго разряда.

Однако, повторяю еще разъ, что возможность объясненія зарницы такимъ путемъ мое личное предположеніе; но предположеніе это подтверждается, на мой взглядъ, многими основательными фактами, и потому представляется вполне возможнымъ. Причина этого новаго вида разряда, какъ мнѣ кажется, вполне ясна: нѣсколько выдающихся точекъ поверхности катода находятся ближе къ аноду, чѣмъ вся остальная катодная поверхность и поэтому каждая изъ нихъ (т. е. точекъ, въ данномъ случаѣ шероховатостей) притягиваетъ къ себѣ часть положительнаго заряда, образуя свою искру. Всѣ же искры въ совокупности и даютъ эту интересную новую форму электрическаго искрового разряда.

Опыты и приборы.

Автоматическій сифонъ. Изображенный приборъ состоитъ изъ колѣнчатой трубки, открытой съ обоихъ концовъ, при чемъ къ короткому концу трубки придѣлана полая колбочка, имѣющая на днѣ небольшое отверстіе, значительно меньшее, нежели сѣченіе трубки.



Автоматическій сифонъ.

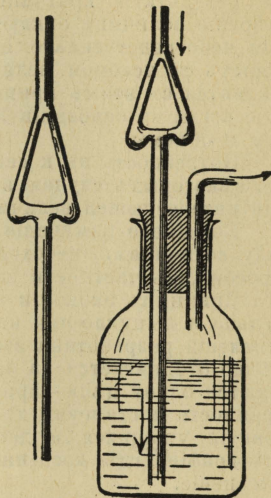
Дѣйствіе прибора заключается въ томъ, что при погруженіи прибора, какъ изображено на чертежѣ, въ сосудъ съ жидкостью, послѣдняя поднимается по

трубки *A* до уровня жидкости в сосудѣ; одновременно вода, поступающая въ колбу, будетъ вытѣснять изъ послѣдней воздухъ, который въ свою очередь будетъ подымать столбикъ жидкости *cd*, перегоняя его по трубкѣ *A*; на мѣсто вытѣсняемаго поступаетъ новое количество жидкости, также перегоняемое; такимъ образомъ, вся трубка *A* заполняется жидкостью и приобретаетъ свойства сифона.

Предохранительная трубка для промывалокъ. Трубка, какъ видно изъ чертежа, образуетъ посерединѣ расширение, внутри котораго находится полый конусъ, поддерживаемый на нѣсколькихъ выпуклостяхъ.

Благодаря тому, что конусъ покоится на выпуклостяхъ, онъ не закрываетъ отверстій нижней части трубки, и газъ свободно проходитъ въ сосудъ съ промывающей жидкостью.

Въ томъ случаѣ, когда въ сосудѣ, гдѣ образуется газъ, уменьшается давление, и жидкость изъ промывающаго сосуда устремляется по предохранительной трубкѣ, поднимаемый ею конусъ-поплавокъ закрываетъ верхнее отверстие трубки и препятствуетъ проникновению въ сосудъ съ газомъ какъ жидкости, такъ и воздуха, находящихся въ промывающемъ сосудѣ.



Г. Блаженковъ.

Предохранительная трубка
для промывалокъ.

БИБЛИОГРАФІЯ.

II. Собственные сообщения авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ.

Авторы, переводчики и редакторы новыхъ сочиненій приглашаются присылать для этого отдѣла, извѣстнаго въ германской литературѣ подъ названіемъ „Selbstanzeigen“, краткія сообщенія о выпущенныхъ ими сочиненіяхъ, объ ихъ характерѣ и объ ихъ назначеніи. Къ этимъ сообщеніямъ долженъ быть приложенъ экземпляръ сочиненія. Помѣщая эти сообщенія, редакція сохраняетъ, однако, за собою право помѣстить и независимую рецензію.

И. Граціанскій. Сборникъ ариометическихъ задачъ. Ариометика цѣлыхъ чиселъ. Первоначальныя понятія о простыхъ и десятичныхъ дробяхъ. Изд. книгоизд. Просвѣщеніе, Петроградъ, 1915 г. Ц. 70 коп.

Изъ предисловія.

Содержаніе сборника составляютъ задачи на цѣлыя числа, отвлеченныя и именованныя, и простѣйшія дроби (пропедевтика простыхъ и десятичныхъ

дробей). Десятичные дроби тѣсно связаны съ метрической системой мѣръ; числовой матеріалъ этого отдѣла ограниченъ тремя десятичными знаками, а умноженіе и дѣленіе случаевъ цѣлаго множителя и дѣлителя.

„Содержаніе вышеуказаннаго курса является развитіе двухъ принциповъ—принципа экономіи и принципа косвеннаго измѣренія. Принципъ экономіи проявляется въ строгой цѣлесообразности всѣхъ пріемовъ письменныхъ и устныхъ вычисленій и методовъ рѣшенія задачъ, дающихъ возможность получать результаты кратчайшими и удобнѣйшими способами. . . . Косвенное измѣреніе величинъ заключается въ опредѣленіи искомой величины при помощи непосредственнаго измѣренія другихъ величинъ, точное соотношеніе которыхъ съ искомой величиной извѣстно. Обыкновенно учащіеся впервые знакомятся съ этимъ принципомъ при изученіи квадратныхъ и кубическихъ мѣръ, когда на основаніи линейныхъ измѣреній приходится вычислять площади и объемы.

Потребность въ косвенномъ измѣреніи создается благодаря трудности, а въ нѣкоторыхъ случаяхъ и полной невозможности непосредственнаго измѣренія интересующей величины.

Косвенное измѣреніе воспитываетъ способность находить соотношенія между величинами, необходимую для примѣненія математики къ рѣшенію вопросовъ, въ частности для рѣшенія ариметическихъ задачъ.

Принципъ экономіи въ курсѣ ариметики обычно проводится послѣдовательно и выпукло при изученіи производства дѣйствій, такъ какъ методика вычисленій разработана весьма подробно; принципъ же косвеннаго измѣренія верѣдко отодвигается на задній планъ, такъ что всѣ занятія арифметикой подчиняются одной цѣли—пріобрѣтенію навыковъ въ вычисленіяхъ. Такая односторонность постановки дѣла отрицательно отражается на математическомъ развитіи учащихся и даетъ себя чувствовать на урокахъ естествознанія и географіи, гдѣ косвенное измѣреніе величинъ находитъ себѣ большое примѣненіе.

Составитель сдѣлалъ попытку въ настоящемъ изданіи подобрать матеріалъ для послѣдовательнаго проведенія принципа косвеннаго измѣренія и намѣтить моменты счета, съ которыми можно связать развитіе этого принципа (VI стр.)

Для этой цѣли въ Сборникъ даны вопросы и указанія какъ для изготовленія моделей мѣръ, такъ и для производства непосредственныхъ измѣреній являющихся основнымъ и исходнымъ пунктомъ для косвеннаго измѣренія. Для предварительнаго ознакомленія съ косвеннымъ измѣреніемъ даны случаи, когда искомая величина опредѣляется на основаніи измѣренія одной величины, пропорціональной ей: сюда относятся упражненія, связанные съ масштабомъ; измѣреніе времени и измѣреніе угла. Для лучшаго усвоенія идеи о косвенномъ измереніи, кромѣ задачъ на вычисленія прямоугольныхъ площадей и объемовъ, даны слѣдующія задачи и упражненія, направляющія вниманіе учащихся на соотношеніе между величинами: а) черченіе диаграммъ; б) измѣренія результатовъ дѣйствій разработано на конкретныхъ задачахъ; в) задачи на соотношенія между величинами пудо-верстнаго обката: разстояніемъ, вѣсомъ груза и оплатой за провозъ; объемомъ, вѣсомъ, удѣльнымъ вѣсомъ и емкостью; введено понятіе о мощности...

Кромѣ того, введены упражненія и задачи для ознакомленія дѣтей съ буквеннымъ обозначеніемъ, что вполне мотивируется въ глазахъ учащихся лаконичностью алгебраическаго языка, дающаго возможность охватить сразу всю картину соотношенія между величинами.

Составитель стремился дать задачи съ реальнымъ содержаніемъ, способныя заинтересовать учащихся; значительное число задачъ связано съ ручнымъ трудомъ. Общее число задачъ 1201.

Авторъ.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей прив.-доц. Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 275 (6 сер.). Упростить сумму

$$A_{m-1}^p + A_{m-2}^{p-1} \cdot A_p^1 + A_{m-3}^{p-2} \cdot A_p^2 + \cdots + A_{m-i-1}^{p-i} \cdot A_p^i + \cdots + A_p^p,$$

гдѣ m — цѣлое положительное число, не меньшее 2, p — цѣлое положительное число, не большее $m - 1$ и гдѣ A_r^s вообще обозначаетъ число размѣщений изъ r элементовъ по s .

Н. Михальскій (с. Попова Гребля).

№ 276 (6 сер.). Доказать, что треугольникъ ABC , въ которомъ отрѣзки CD и BE , отсѣкаемые соотвѣтственно отъ сторонъ AC и AB биссектрисами BD и CE равны, равнобедренный.

А. Кисловъ (Москва).

№ 277 (6 сер.). Найти общій видъ цѣлыхъ положительныхъ чиселъ x , удовлетворяющихъ равенству

$$\varphi(2x) = \varphi(3x),$$

гдѣ $\varphi(n)$ обозначаетъ вообще число цѣлыхъ чиселъ, не превосходящихъ даннаго числа n и взаимно простыхъ съ n .

R.

№ 278 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^{4n} - 4a^2 x^n - a^2(2a - 1) = 0.$$

(Заимств.)

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

О т д ѣ л ъ I.

№ 231 (6 сер.). Рѣшить систему уравнений

$$(x - y)(x^2 - y^2) = a, \quad (x + y)(x^2 + y^2) = b.$$

Пользуясь тождествами

$$\begin{aligned} (x - y)(x^2 - y^2) &= (x + y)(x - y)^2 = (x + y)(x^2 + y^2 + 2xy - 4xy) = \\ &= (x + y)^3 - 4xy(x + y) \end{aligned}$$

и

$$(x + y)(x^2 + y^2) = (x + y)(x^2 + y^2 + 2xy - 2xy) = (x + y)^3 - 2xy(x + y),$$

данную систему можно представить въ видѣ:

$$(1) \quad (x + y)^3 - 4xy(x + y) = a,$$

$$(2) \quad (x + y)^3 - 2xy(x + y) = b.$$

Помноживъ уравненіе (2) на 2 и вычитая изъ результата уравненіе (1), получимъ, что

$$(3) \quad (x + y)^3 = 2b - a,$$

а вычитая изъ уравненія (2) уравненіе (1), находимъ, что

$$(4) \quad 2xy(x + y) = b - a.$$

Изъ уравненія (3) вытекаетъ, что $x + y = \sqrt[3]{2b - a}$, или, полагая

$$(5) \quad \sqrt[3]{2b - a} = R, \quad (6) \quad x + y = R.$$

Предположимъ сперва, что $2b - a \neq 0$. Тогда изъ равенствъ (5) и (4) вытекаетъ, что

$$(7) \quad xy = \frac{b - a}{2R}.$$

Итакъ x и y суть [см. (6), (7)] корни квадратнаго уравненія $t^2 - Rt + \frac{b - a}{2R} = 0$, или $2Rt^2 - 2R^2t + b - a = 0$, рѣшая которое, получимъ

$$t = \frac{R^2 \pm \sqrt{R^4 - 2R(b - a)}}{2R},$$

или [см. (5)], такъ какъ

$$R^4 - 2R(b - a) = R(2b - a) - 2R(b - a) = aR, \quad (8) \quad t = \frac{R^2 \pm \sqrt{aR}}{2R}.$$

Такимъ образомъ мы приходимъ къ рѣшеніямъ

$$x = \frac{R^2 + \sqrt{aR}}{2R}, \quad y = \frac{R^2 - \sqrt{aR}}{2R}; \quad x = \frac{R^2 - \sqrt{aR}}{2R}, \quad y = \frac{R^2 + \sqrt{aR}}{2R}.$$

гдѣ радикаль R [см. (5)] можетъ имѣть любое изъ трехъ вообще возможныхъ значеній. Если же $2b - a = 0$, то [см. (5), (6)] (8) $x + y = 0$, что возможно лишь [см. (1), (2)] при $a = 0$ и $b = 0$. Итакъ, если $2b - a = 0$, то предложенная система разрѣшима лишь тогда, если $a = 0$ и $b = 0$. Если же $a = 0$ и $b = 0$, то [см. (8)] система оказывается неопредѣленной и общій видъ ея рѣшенія мы получимъ тогда, если x дадимъ произвольное значеніе и положимъ $y = -x$.

В. Ревзинъ (Сумы); *Д. С. (Харьковъ)*; *М. Бабинъ* (Петроградъ); *В. Шидловскій* (Рига); *Н. Н. (Тифлисъ)*; *Н. Кновъ* (Петроградъ); *Н. Ченгери* (Глуховъ); *К. Зрене* (Москва).

№ 234 (6 сер.). Пусть β и γ суть проекціи медианы, проведенной изъ вершины A треугольника ABC , на стороны b и c . Доказать, что

$$b\beta + c\gamma = 2m^2, \quad b\beta - c\gamma = \frac{b^2 - c^2}{2},$$

гдѣ m — длина вышеупомянутой медианы.

(Займств. изъ *Journal de Mathématiques élémentaires*).

Опустимъ перпендикуляры MP и MQ изъ середины M стороны BC на прямыя AC и AB . Тогда $AC = b$, $AB = c$, $BC = a$, $AM = m$, $MB = MC = \frac{a}{2}$.

Изъ треугольниковъ AMC и AMB , опредѣляя по извѣстной формулѣ соответственно квадраты сторонъ MC и MB , получимъ

$$(1) \quad \overline{MC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AM}^2 \mp 2AC \cdot AP, \quad \overline{MB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AM}^2 \mp 2AB \cdot AQ,$$

гдѣ въ правыхъ частяхъ надо взять, смотря по тому, будетъ ли уголъ MAC или MAV острымъ или тупымъ, соответственно верхній или нижній знакъ. Въ формулахъ (1) AP и AQ обозначаютъ соответственно длины проекцій медианы AM на прямыя AC и AB . Если мы условимся подъ проекціей медианы AM на AC подразумѣвать $(+AP)$, когда уголъ MAC острый, и $(-AP)$ когда уголъ MAC тупой, и подобнымъ же образомъ соответственно положить $a = \pm AQ$, смотря по тому, будетъ ли уголъ MAV острый или тупой, то формулы (1) можно записать въ видѣ

$$\overline{MC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AM}^2 - 2AC \cdot \beta, \quad \overline{MB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AM}^2 - 2AB \cdot \gamma,$$

или же, слѣдуя принятымъ обозначеніямъ,

$$(2) \quad \frac{a^2}{4} = b^2 + m^2 - 2b\beta, \quad (3) \quad \frac{a^2}{4} = c^2 + m^2 - 2c\gamma.$$

Вычитая изъ равенства (3) равенство (2) получимъ

$$2(b\beta - c\gamma) - (b^2 - c^2) = 0,$$

откуда

$$(4) \quad b\beta - c\gamma = \frac{b^2 - c^2}{2}.$$

Сложивъ равенства (2) и (3), получимъ

$$\frac{a^2}{2} = b^2 + c^2 + 2m^2 - 2(b\beta + c\gamma),$$

откуда

$$b\beta + c\gamma = m^2 + \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4},$$

или

$$(5) \quad b\beta + c\gamma = 2m^2,$$

такъ какъ по извѣстной формулѣ для длины медианы $\frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4} = m^2$.

Итакъ формула (4) и (5) доказаны.

Замѣчаніе. Можно показать, разбирая внимательно соотвѣтствующіе чертежи, что принятое правило знаковъ для проекцій β и γ равносильно условію считать β (или γ) положительнымъ или отрицательнымъ, смотря по тому, будетъ ли отрѣзокъ AP (AQ) направленъ по лучу AC (AB) или по его продолженію.

П. Волохинъ (Ялта); *М. Бабинъ* (Петроградъ); *В. Ревзинъ*; (Сумы) *В. Шидловскій* (Рига); *Н. Н. (Тифлисъ)*; *Н. К-новъ* (Петроградъ); *Н. Ченгери* (Глуховъ); *К. Зрене* (Москва); *Н. Гольдбургъ* (Вильна).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

Дж. В. А. Юнгъ. *Какъ преподавать математику?* Пер. съ англійскаго съ разр. автора и дополн. А. Р. Кулишеръ. Изд. II. вып. II. Петроградъ, 1915 г. Изд. «Обществ. польза». Стр. X + 224. Ц. 1 р. 50 к.

Н. Н. Діаника. *Опытъ нагляднаго ознакомленія съ основными понятіями теоріи предѣловъ.* Вильна. 1915. Стр. 35. Ц. 25 к.

И. Граціанскій. *Сборникъ ариѳметическихъ задачъ.* Книгоизд. «Просвѣщеніе». Петроградъ. 1915. Стр. XI + 164. Ц. 70 к.

В. Черкасовъ. *Принципы постоянства атмосфернаго кислорода.* Петроградъ. 1915. Стр. 8.

С. В. Зенченко. *Жизнь и знанія въ числахъ.* Деревня. Изд. Ворошилова. Москва, 1915. Вып. I. Стр. 98. Ц. 20 к.; вып. II. Стр. 31. Ц. 15.

Р. А. Френкель. *Клѣточная ариѳметика.* Вып. I. Красноярскъ, 1915. Стр. 50. Ц. 75 к.

Редакторъ прив.-доц. В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Дозволено военной цензурой.

Типографія „Техникъ“—Одесса, Екатерининская, 58.

„СЪВЕРНЫЯ ЗАПИСКИ“.

ПЕТРОГРАДЪ.

3-й годъ изданія.

Вышелъ № 7—8 (Юль и Августъ).

СОДЕРЖАНИЕ: I. Король темнаго покоя.—Рабиндраната Тагора. Пер. съ англ. Зинаиды Венгеровой. II. Orientalia Стихотворенія.—Маріэтты Шагинянъ. III. Изъ жизни Гл. Ив. Успенскаго. VI—X.—А. Иванчина-Писарева. IV. Русь. Стихотвореніе.—Сергѣя Есенина. V. Лоси. Разсказъ.—Ив. Касаткина. VI. Докторъ. Разсказъ.—А. Писаревой. VII. Стихотвореніе.—Вл. Волькенштейна. VIII. Въ желѣзномъ тупикѣ.—Я. Гугендхольда. IX. Печатные органы интеллигенціи изъ народа.—Л. Клейнборта. X. Путевыя замѣтки Александра Иванова. Съ предисловіемъ Н. Машковцева. XI. Уроки современной войны.—А. Заблудовскаго. XII. Англо-германскій конфликтъ въ изыщной литературѣ.—В. Керженцева. XIII. Роль кооперативовъ въ борьбѣ съ дороговизной.—Н. Чайковскаго. XIV. У евреевъ въ Литвѣ. (Поѣздка по Литвѣ).—Н. Огановскаго. XV. Одна изъ ближайшихъ задачъ.—Н. Брюлловой-Шаскольской. XVI. Культурныя зависимости.—Григорія Ландау. XVII. Дороговизна и недостатки.—І. Бикермана. XVIII. Иностранные капиталы и культурныя возможности Сибири.—Дм. Илимскаго. XIX. Во имя національной защиты.—Я. Сакера. XX. Библиографія. XXI. Книги, поступившія въ редакцію.

280 стр. текста; цѣна въ отдѣльной продажѣ 80 к.

Продолжается подписка на 1915 г.

съ достав. и пересыл. на годъ 4 р., 6 мѣс.—2 р. 50 к., 3 мѣс.—1 р. 25 к.

ПОДПСКА ПРИНИМАЕТСЯ: въ Главной конторѣ журнала: Петроградъ, Загородный пр., 21, въ крупн. книжн. магаз. и во всѣхъ почтовыхъ учрежденіяхъ.

Отдѣльные номера продаются во всѣхъ крупнѣхъ книжныхъ магазинахъ за 60 коп. и выекаются изъ главной конторы журнала наложеннымъ платежомъ за 80 коп.

Издательница С. И. Чацкина.

Продолжается подписка на 1915 г. на ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ ЖУРНАЛЪ

НАЧАЛЬНОЕ ОБУЧЕНІЕ,

издаваемый при Управленіи Казанскаго Учебнаго Округа.

12 вып. въ годъ. Цѣна—одинъ рубль,

ЗА ГРАНИЦУ 1 РУБ. 50 КОП.

Подписка принимается въ канцеляріи Попечителя Каз. Учебн. Округа.

„Начальное Обученіе“ будетъ выходить въ 1915 году ежемѣсячно, въ объемѣ отъ двухъ до трехъ печатныхъ листовъ, по программѣ, состоящей изъ двухъ отдѣловъ: *официальнаго* и *неофициальнаго*. Въ первомъ отдѣлѣ печатаются: а) Высочайшія повелѣнія, относящіяся къ начальнымъ народнымъ училищамъ, б) распоряженія Министерства народнаго просвѣщенія, окружнаго начальства, директоровъ и инспекторовъ народныхъ училищъ, а также училищныхъ совѣтовъ. Во второй отдѣлѣ входятъ: а) статьи по началному обученію и воспитанію, б) примѣрные уроки по предметамъ начальнаго обученія, в) статьи по вопросамъ о внѣшкольномъ образованіи, г) постоянные отдѣлы: изъ жизни начальной школы, изъ педагогическихъ газетъ и журналовъ, воспитаніе и начальное образованіе за границей и библиографія.

Гонораръ за статьи—въ размѣрѣ отъ 16 до 32 р. за печатный листъ.

Въ виду поступающихъ запросовъ на журналъ «Начальное Обученіе» за прежніе годы, редакція объявляетъ, что въ ея распоряженіи имѣется небольшое количество экземпляровъ „Начальнаго Обученія“ за 1902, 1904, 1905, 1906, 1908, 1910, 1912, 1913 и 1914 г.г. Цѣна экземпляра за каждый годъ—одинъ рубль.

Экземпляры за 1901, 1903, 1907 и 1909 г.г. всѣ разошлись.

Плата за объявленія (о книгахъ и учебныхъ пособіяхъ) позади текста:

За одну страницу объявленій мелкимъ шрифтомъ каждый разъ взимается 20 р., за полъ страницы—10 р. и за четверть страницы—5 р.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, въ 24 и 32 стр. каждый, подъ редакцiей прив.-доц. В. Ф. Кагана.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванiя математики и физики. Опытъ и приборы. Изъ записной книжки преподавателя. Научная хроника. Разныя извѣстiя. Математическiя мелочи. Библиографiя: I. Рецензиi. II. Собственныя сообщенiя авторовъ, переводниковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ. III. Новости иностранной литературы. Темы для сотрудниковъ. Задачи на премiю. Задачи для рѣшенiя. Рѣшенiя предложенныхъ задачъ съ фамилиями рѣшившихъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ушерба для научной стороны дѣла.

Предыдущiе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр.—для гимн. мужск. и женск., реальн. уч., прогимн., городск. уч., учит. инст. и семинарiй; Главн. Упр. Военно-Учебн. Зав.—для военно-уч. заведенiй; Учен. Ком. при Св. Синодѣ—для дух. семинарiй и училищъ.

Въ 1913 г. журналъ былъ признанъ Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. заслуживающимъ вниманiя при пополненiи библиотекъ среднихъ учебныхъ заведенiй.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку

Важнѣйшiя статьи, помѣщенныя въ 1913 году.

50-й и 51-й семестры.

Проф. Р. Вудъ. Новѣйшiе опыты съ невидимымъ свѣтомъ. *Г. Дресслеръ.* Учебныя пособия по математикѣ. *Проф. Д. Синцовъ.* XIII-ый Сѣздъ русскихъ естествоиспытателей и врачей въ Тифлисѣ. *Проф. В. Бьеркнесъ.* Метеорологiя, какъ точная наука. *Д-ръ Э. Ленкъ.* Введенiе въ коллоидную химiю. *Н. Извольскiй.* Цѣль обученiя ариметикѣ. *М. Рудзкiй.* Возрастъ земли. *М. Фихтенгольцъ.* Альфа-лучи и опредѣленiе элементарнаго заряда электричества. *Прив.-доц. В. Каганъ.* Къ предстоящему II-му Всероссийскому Сѣзду преподавателей математики. *Прив.-доц. Ю. Рабиновичъ.* О периодическихъ непрерывныхъ дробяхъ. *Т. В. Рихардсъ.* Основныя свойства элементовъ. *Прив.-доц. В. Каганъ.* Арифметическое и алгебраическое дѣленiе. *Проф. Эйнштейнъ.* Къ проблемѣ тяготѣнiя. *Проф. В. П. Ермаковъ.* Уравненiя движенiя планеты около солнца. *Проф. О. Д. Хвольсонъ.* Ноггор absoluti (Источникъ принципа относительности). *Проф. Н. Умовъ.* Возможный смыслъ теорiи квантъ. *Прив.-доц. И. Ю. Тимченко,* Демокритъ и Архимедъ. *Проф. Д. Синцовъ.* О конкурсныхъ экзаменахъ (Къ 25-лѣтiю ихъ существованiя). *Проф. В. А. Циммерманъ.* О перемѣстительномъ свойствѣ произведенiя нѣсколькихъ множителей. *Проф. А. Л. Корольковъ.* Графическiй приемъ при изученiи системы линзъ. *В. А. Гернетъ.* Капиллярный анализъ. *Прив.-доц. Е. Л. Буцицкiй.* Къ теорiи maximum'a и minimum'a функций одного переменнаго. *Прив.-доц. Ю. Г. Рабиновичъ.* О наибольшихъ величинахъ въ геометрiи. *Прив.-доц. С. О. Шатновскiй.* Къ ученiю о радикалахъ. *Ө. Морѣ.* Куда насъ увлечаетъ наше солнце. *Акад. А. А. Марковъ.* Двухсотлѣтiе закона большихъ чиселъ. *А. Риги.* Природа Х-лучей. *Акад. П. И. Вальденъ.* О влiянiи физики на развитiе химii. *Проф. В. П. Ермаковъ.* Полюномъ, сохраняющiй между данными предѣлами постоянный знакъ и наименѣе уклоняющiйся отъ нуля. *П. Флоровъ.* Результаты, проистекающiе изъ сравненiя чиселъ съ ихъ натуральными логарифмами. *Проф. Н. Умовъ.* Эволюцiя физическихъ наукъ и ея идейное значенiе. *Проф. I. К. Кантейнъ.* Строенiе вселенной. *Проф. М. Планкъ.* Новые пути физическаго познанiя. *И. Александровъ.* Рѣшенiе задачъ однимъ циркулемъ (геометрiя Маскерони).

УСЛОВIЯ ПОДПИСКИ: Подписная цѣна съ пересылкой; за годъ 6 руб., за полгода 3 руб. Учителя и учительницы нисшихъ училищъ и всѣ учащiеся, выписывающiе журналъ **непосредственно изъ конторы редакцiи,** платятъ за годъ 4 руб., за полугодiе 2 руб. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенiю съ конторой редакцiи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Тарифъ для объявленiй: за страницу 30 руб.; при печатанiи не менѣе 3 разъ—10% скидki, 6 разъ—20%, 12 разъ—30%.

Журналъ за прошлые годы по 2 руб. 50 коп., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 руб. за семестръ. Отдѣльные номера текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 к.

Адр. для корреспонденцiи: Одесса. Въ редакцiю „Вѣстника Опытной Физики“.