Обложка
пщется

Обложка
ищется

Второй серіи I-го семестра № 5-6.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

Элементарной Математики.

№ 605—606.

Содержаніе:

Полиномъ, сохраняющій между данными предѣлами постоянный знакъ и наименѣе уклоняющійся отъ нуля.

Проф. В. П. Ермакова.

Будемъ разсматривать полиномъ

$$F(x)=x^m+A_1x^{m-1}+A_2x^{m-2}+\cdots+A_{m-1}x+A_m$$

въ интервалѣ отъ $x=a$ до $x=b$ $(a<b)$. Если L есть наибольшее по абсолютной величинѣ значеніе, которое функція въ этомъ интервалѣ принимаетъ, то говорятъ, что L представляетъ собой отклоненіе функціи отъ нуля въ этомъ интервалѣ. Различные полиномы въ данномъ интервалѣ различно отклоняются отъ нуля; отсюда поставленная П. Л. Чебышевымъ задача о разысканіи полинома, который въ данномъ интервалѣ наименѣе уклоняется отъ нуля.

Чебышевъ въ своемъ извѣстномъ мемуарѣ — „Sur les questions de minima qui se rattachent à la représentation approximative des fonctions" (1859) показываетъ, какъ найти такой полиномъ, который въ данныхъ предѣлахъ наименѣе уклоняется отъ нуля. Полиномъ Чебышева въ данныхъ предѣлахъ можетъ принимать и положительныя и отрицательныя значенія. Поставимъ здѣсь нѣсколько иную задачу: разыщемъ такой полиномъ, наименѣе уклоняющійся отъ нуля, который въ данныхъ предѣлахъ сохраняетъ постоянный знакъ.

1. Задача. Требуется опредѣлить коэффиціенты полинома

$$F(x) = x^m + A_1 x^{m-1} + \cdots + A_{m-1} x + A_m$$

такъ, чтобы въ данныхъ предѣлахъ $a < x < b$ онъ сохранялъ постоянный знакъ и наименѣе уклонялся отъ нуля.

2. Итакъ, пусть полиномъ $F(x)$ между данными предѣлами принимаетъ либо постоянно положительныя значенія, либо постоянно отрицательныя значенія.

Будемъ принимать во вниманіе только такой полиномъ $F(x)$, въ которомъ коэффиціентъ при высшей степени равенъ единицѣ.

Теорема. Если полиномъ $F(x)$ между данными предѣлами сохраняетъ постоянный знакъ и наименѣе уклоняется отъ нуля, то онъ долженъ обращаться въ нуль (имѣть корень) либо между предѣлами либо при предѣлахъ.

Доказательство. Положимъ, что полиномъ $F(x)$, сохраняя постоянный знакъ, не обращается въ нуль ни между предѣлами ни при предѣлахъ. Въ такомъ случаѣ свободный членъ полинома $F(x)$ можно измѣнить такъ, чтобы численное значеніе полинома уменьшилось для каждаго значенія x между предѣлами. Обозначимъ черезъ h наименьшую абсолютную величину полинома $F(x)$ между данными предѣлами. Положимъ, что h отлично отъ нуля. Если полиномъ $F(x)$ между предѣлами положителенъ, то положимъ $F_1(x) = F(x) - h$. Если полиномъ $F(x)$ между предѣлами отрицателенъ, то положимъ $F_1(x) = F(x) + h$. Въ обоихъ случаяхъ полиномъ $F_1(x)$ сохраняетъ тотъ же знакъ между предѣлами, что и $F(x)$; кромѣ того, полиномъ $F_1(x)$ по абсолютной величинѣ меньше полинома $F(x)$.

Итакъ, искомый полиномъ $F(x)$ долженъ имѣть корни либо между предѣлами либо при предѣлахъ.

3. Такъ какъ полиномъ $F(x)$ имѣетъ корень между предѣлами и не мѣняетъ знака, то этотъ корень долженъ быть двойной либо вообще четнаго порядка, ибо въ противномъ случаѣ функція мѣняла бы знакъ при переходѣ черезъ корневую точку.

Условимся считать корень четвертаго порядка за два двойныхъ корня, корень шестого порядка за три двойныхъ и т. д.

Пусть полиномъ $F(x)$ имѣетъ между предѣлами двойные корни $x_1, x_2, \ldots, x_k$. Пусть, кромѣ того, полиномъ $F(x)$ имѣетъ корни при предѣлахъ $x = a$ и $x = b$; степени кратности этихъ корней обозначимъ черезъ α и β. Числа α и β могутъ обращаться въ нули, когда полиномъ $F(x)$ не имѣетъ корней при предѣлахъ.

Допустимъ, что $\alpha + \beta + 2k < m$. Въ такомъ случаѣ имѣемъ:

$$F(x) = (x - x_1)^2 (x - x_2)^2 \ldots (x - x_k)^2 (x - a)^\alpha (x - b)^\beta \varphi(x),$$

гдѣ $\varphi(x)$ есть нѣкоторый полиномъ, у котораго коэффиціентъ при высшей степени равенъ единицѣ и который не имѣетъ корней ни между предѣлами ни при предѣлахъ. Покажемъ, что въ такомъ случаѣ свободный членъ полинома $\varphi(x)$ можно измѣнить такимъ образомъ, чтобы абсолютная величина полинома $F(x)$ уменьшилась для каждаго значенія x между предѣлами.

Обозначимъ черезъ h наименьшую абсолютную величину полинома $\varphi(x)$ между данными предѣлами. Мы полагаемъ, что h отлично отъ нуля. Если полиномъ $\varphi(x)$ между предѣлами положителенъ, то положимъ $\varphi_1(x)=\varphi(x)-h$. Если полиномъ $\varphi(x)$ между предѣлами отрицателенъ, то положимъ $\varphi_1(x)=\varphi(x)+h$. Въ обоихъ случаяхъ полиномъ $\varphi_1(x)$ имѣетъ тотъ же знакъ, что и $\varphi(x)$; кромѣ того, полиномъ $\varphi_1(x)$ по абсолютной величинѣ меньше полинома $\varphi(x)$. Положимъ теперь

$$F_1(x)=(x-x_1)^2(x-x_2)^2\ldots(x-x_k)^2(x-a)^\alpha(x-b)^\beta\varphi_1(x).$$

Составленный полиномъ $F_1(x)$ имѣетъ тотъ же знакъ, что и $F(x)$; кромѣ того, полиномъ $F_1(x)$ по абсолютной величинѣ меньше полинома $F(x)$. Сдѣланное допущеніе, такимъ образомъ, неправильно, т. е. $\alpha+\beta+2k$ не можетъ быть менѣе m. Изъ всего сказаннаго заключаемъ, что искомый полиномъ $F(x)$ долженъ имѣть такую форму:

$$F(x)=(x-x_1)^2(x-x_2)^2\ldots(x-x_k)^2(x-a)^\alpha(x-b)^\beta. \qquad (1)$$

4. Далѣе придется разсмотрѣть четыре отдѣльныхъ случая.

Первый случай. Полиномъ $F(x)$ четной степени и сохраняетъ между предѣлами положительный знакъ.

Такъ какъ полиномъ (1) четной степени, то $\alpha+\beta$ есть число четное. Такъ какъ полиномъ (1) между предѣлами сохраняетъ положительный знакъ, то β есть число четное; слѣдовательно, и α есть число четное. Въ этомъ случаѣ полиномъ (1) превращается въ полный квадратъ:

$$F(x)=[f(x)]^2. \qquad (2)$$

Второй случай. Полиномъ (1) четной степени и имѣетъ отрицательное значеніе между предѣлами.

Такъ какъ полиномъ (1) четной степени, то $\alpha+\beta$ есть число четное. Такъ какъ полиномъ (1) имѣетъ отрицательное значеніе между предѣлами, то β есть число нечетное; слѣдовательно, и α есть число нечетное. Въ этомъ случаѣ многочленъ (1) по раздѣленіи на $(x-a)(x-b)$ превращается въ полный квадратъ, т. е.

$$F(x)=(x-a)(x-b)[f(x)]^2. \qquad (3)$$

Третій случай. Полиномъ (1) нечетной степени и сохраняетъ между предѣлами положительное значеніе.

Такъ какъ полиномъ (1) нечетной степени, то $\alpha+\beta$ есть число нечетное. Такъ какъ полиномъ (1) имѣетъ между предѣлами положительное значеніе, то β есть число четное; слѣдовательно, α есть число нечетное.

Въ этомъ случаѣ полиномъ (1) по раздѣленіи на $x-a$ превращается въ полный квадратъ:

$$F(x)=(x-a)[f(x)]^2.$$

Четвертый случай. Полиномъ (1) нечетной степени и сохраняетъ между предѣлами отрицательное значенiе.

Такъ какъ полиномъ (1) нечетной степени, то $\alpha+\beta$ есть число нечетное. Такъ какъ полиномъ (1) сохраняетъ между предѣлами отрицательное значенiе, то β есть число нечетное; слѣдовательно, α есть число четное.

Въ этомъ случаѣ по раздѣленiи на $x-b$ полиномъ превращается въ полный квадратъ:

$$F(x)=(x-b)\,[f(x)]^2. \tag{5}$$

5. Разсмотримъ теперь два полинома $F_1(x)$ и $F_2(x)$ одной и той же четной степени $m=2n$. Пусть полиномъ $F_1(x)$ между предѣлами имѣетъ положительное значенiе, полиномъ $F_2(x)$ отрицательное значенiе. Положимъ, что и тотъ и другой полиномъ наименѣе уклоняется отъ нуля. Тогда, согласно формуламъ (2) и (3), имѣемъ:

$$F_1(x)=U^2(x),\quad F_2(x)=(x-a)(x-b)\,V^2(x). \tag{6}$$

Пусть M есть отклоненiе отъ нуля положительнаго полинома $F_1(x)$. Въ такомъ случаѣ число M есть наибольшее значенiе полинома $F_1(x)$ между данными предѣлами. Такъ какъ $F_1(x)$ наименѣе уклоняется отъ нуля, то число M болѣе не можетъ быть уменьшено. Примемъ во вниманiе, что полиномъ $F_1(x)$ между предѣлами обращается въ нуль. Отсюда слѣдуетъ, что полиномъ $F_1(x)-M$ между предѣлами имѣетъ отрицательное значенiе; его отклоненiе отъ нуля также равно M. А такъ какъ M болѣе уменьшено быть не можетъ, то отрицательный полиномъ $F_1(x)-M$ долженъ имѣть форму полинома $F_2(x)$, т. е.

$$F_1(x)-M=F_2(x).$$

Подставляя сюда вмѣсто $F_1(x)$ и $F_2(x)$ ихъ выраженiя (6), получимъ:

$$U^2(x)-(x-a)(x-b)\,V^2(x)=M. \tag{7}$$

Остается опредѣлить полиномы $U(x)$ и $V(x)$ такъ, чтобы имѣло мѣсто тождество (7). Эта задача рѣшается довольно просто слѣдующимъ образомъ.

6. Прежде всего замѣтимъ, что имѣетъ мѣсто такое тождество:

$$(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})=b-a. \tag{8}$$

На основанiи этого тождества находимъ такое тождество:

$$\{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n}+(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n}\}^2-$$
$$-\{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n}-(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n}\}^2=4\,(b-a)^{2n}.$$

Это тождество можетъ быть написано въ такой формѣ:

$$\{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n}+(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n}\}^2-$$
$$-(x-a)(x-b)\left\{\frac{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n}-(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n}}{\sqrt{(x-a)(x-b)}}\right\}^2=4(b-a)^{2n}. \tag{9}$$

Замѣтимъ теперь, что два выраженія

$$\begin{gathered}(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n}+(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n},\\ \frac{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n}-(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n}}{\sqrt{(x-a)(x-b)}}\end{gathered} \tag{10}$$

суть полиномы, содержащіе только цѣлыя степени перемѣннаго x. Чтобы найти коэффиціенты при высшихъ степеняхъ этихъ полиномовъ, положимъ въ нихъ $b=a$; тогда полиномы превратятся въ

$$2^{2n}(x-a)^n, \quad 2^{2n}(x-a)^{n-1}.$$

Отсюда заключаемъ, что коэффиціенты при высшихъ степеняхъ полиномовъ (10) равны 2^{2n}. Такъ какъ коэффиціенты при высшихъ степеняхъ полиномовъ $U(x)$ и $V(x)$ равны единицѣ, то положимъ:

$$U(x)=\frac{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n}+(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n}}{2^{2n}},$$

$$V(x)=\frac{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n}-(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n}}{2^{2n}\sqrt{(x-a)(x-b)}}.$$

Тогда тождество (9) приметъ форму:

$$U^2(x)-(x-a)(x-b)\,V^2(x)=\frac{(b-a)^{2n}}{2^{4n-2}}.$$

Сравнивъ это тождество съ тождествомъ (7) и принявъ во вниманіе, что $m=2n$, получимъ:

$$M=\frac{(b-a)^m}{2^{2m-2}}.$$

Таково отклоненіе отъ нуля, когда полиномъ четной степени сохраняетъ постоянный знакъ и наименѣе отклоняется отъ нуля въ данныхъ предѣлахъ.

7. Возникаетъ, однако, вопросъ, однозначно ли рѣшеніе уравненія (7), т. е. не можетъ ли оказаться другой пары полиномовъ U_1 и V_1 тѣхъ же степеней n и $n-1$, связанныхъ соотношеніемъ

$$U_1^2(x)-(x-a)(x-b)\,V_1^2(x)=M_1, \tag{7'}$$

гдѣ M_1 есть постоянное число. Если бы это было возможно, то, помноживъ уравненіе (7) на V_1^2, а уравненіе (7') на V^2, мы получили бы

$$U^2V_1^2-U_1^2V^2=MV_1^2-M_1V^2, \quad \text{или} \quad (UV_1+U_1V)(UV_1-U_1V)=MV_1^2-M_1V^2,$$

но послѣднее равенство невозможно, потому что высшая степень полинома, стоящаго во второй части, равна $2n-2$, а въ первой части уже одинъ множитель имѣетъ степень $2n-1$.

8. Разсмотримъ теперь два полинома $F_3(x)$ и $F_4(x)$ нечетной степени $m=2n+1$. Положимъ, что эти полиномы наименѣе уклоняются отъ нуля въ данныхъ предѣлахъ и что первый изъ нихъ принимаетъ положительныя значенія, а второй отрицательныя значенія. Сообразно формуламъ (4) и (5), имѣемъ:

$$F_3(x)=(x-a)P^2(x), \quad F_4(x)=(x-b)Q^2(x), \tag{11}$$

гдѣ коэффиціенты при высшихъ степеняхъ полиномовъ $P(x)$ и $Q(x)$ равны единицѣ.

Пусть N есть отклоненіе отъ нуля положительнаго многочлена $F_3(x)$, наименѣе уклоняющагося отъ нуля въ данныхъ предѣлахъ. Въ такомъ случаѣ число N есть наибольшая величина полинома $F_3(x)$ въ данныхъ предѣлахъ и число N уже нельзя уменьшить. Такъ какъ полиномъ $P(x)$ между предѣлами обращается въ нуль, то полиномъ $F_3(x)-N$ сохраняетъ между предѣлами отрицательное значеніе и наименѣе уклоняется отъ нуля; поэтому онъ долженъ быть тождественно равенъ полиному $F_4(x)$:

$$F_3(x)-N=F_4(x).$$

Подставивъ сюда вмѣсто $F_3(x)$ и $F_4(x)$ ихъ выраженія (11), получимъ:

$$(x-a)P^2(x)-(x-b)Q^2(x)=N. \tag{12}$$

Это равенство должно быть простымъ тождествомъ.

Остается подобрать многочлены $P(x)$ и $Q(x)$ такъ, чтобы имѣло мѣсто тождество (12). Эта задача опять рѣшается на основаніи тождества (8). Имѣемъ такое тождество:

$$\left\{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n+1}+(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n+1}\right\}^2-$$
$$-\left\{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n+1}-(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n+1}\right\}^2=4(b-a)^{2n+1}.$$

Это тождество можетъ быть приведено къ такой формѣ:

$$(x-a)\left\{\frac{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n+1}+(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n+1}}{\sqrt{x-a}}\right\}^2-$$
$$-(x-b)\left\{\frac{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n+1}-(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n+1}}{\sqrt{x-b}}\right\}^2=4(b-a)^{2n+1}. \tag{13}$$

Замѣтимъ, что два выраженія:

$$\frac{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n+1}+(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n+1}}{\sqrt{x-a}},$$
$$\frac{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n+1}-(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n+1}}{\sqrt{x-b}} \tag{14}$$

суть полиномы, содержащіе перемѣнное x въ цѣлыхъ степеняхъ. Чтобы найти коэффиціенты при высшихъ степеняхъ полиномовъ (14), положимъ въ нихъ $b=a$; тогда полиномы превратятся въ

$$2^{2n+1}(x-a)^n, \quad 2^{2n+1}(x-a)^n.$$

Отсюда заключаемъ, что коэффиціенты при высшихъ степеняхъ полиномовъ (14) равны 2^{2n+1}.

Такъ какъ коэффиціенты при высшихъ степеняхъ полиномовъ $P(x)$ и $Q(x)$ равны единицѣ, то положимъ

$$P(x)=\frac{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n+1}+(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n+1}}{2^{2n+1}\sqrt{x-a},},$$

$$Q(x)=\frac{(\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b})^{2n+1}-(\sqrt{x-a}-\sqrt{x-b})^{2n+1}}{2^{2n+1}\sqrt{x-b}}.$$

Тождество (13) принимаетъ такую форму:

$$(x-a)\,P^2(x)-(x-b)\,Q^2(x)=\frac{(b-a)^{2n+1}}{2^{4n}}.$$

Сравнивъ это тождество съ тождествомъ (11) и принявъ во вниманіе, что $m=2n+1$, получимъ:

$$N=\frac{(b-a)^m}{2^{2m-2}}.$$

Таково отклоненіе отъ нуля, когда полиномъ нечетной степени сохраняетъ постоянный знакъ и наименѣе уклоняется отъ нуля въ данныхъ предѣлахъ.

9. И здѣсь возникаетъ, однако, вопросъ объ однозначности рѣшенія уравненія (12). Иными словами, возникаетъ вопросъ, не можетъ ли быть два другихъ полинома $P_1(x)$ и $Q_1(x)$, связанныхъ соотношеніемъ

$$(x-a)\,P_1{}^2(x)-(x-b)\,Q_1{}^2(x)=N_1, \tag{12'}$$

гдѣ N_1 есть постоянная, отличная отъ нуля. Если бы это было возможно, то изъ равенствъ (12) и (12′) мы получили бы:

$$(x-a)(PQ_1+P_1Q)(PQ_1-P_1Q)=NQ_1{}^2-N_1Q^2.$$

Но это равенство не можетъ имѣть мѣста, такъ какъ справа стоитъ полиномъ $2n$-ой степени, а слѣва полиномъ не ниже $(2n+1)$-ой степени.

10. Изъ всего сказаннаго вытекаетъ такая теорема.

Если полиномъ

$$F(x)=x^m+A_1x^{m-1}+\cdots+A_m$$

въ данныхъ предѣлахъ $a<x<b$ сохраняетъ постоянный знакъ, то абсолютная величина этого полинома для всѣхъ значеній перемѣннаго x въ указанныхъ предѣлахъ не можетъ оставаться менѣе числа

$$\frac{(b-a)^m}{2^{2m-2}}.$$

О вліяніи физики на развитіе химіи.

Академика П. И. Вальдена.

Рѣчь, произнесенная 27-го декабря 1913 г. при открытіи I-го Съѣзда преподавателей физики, химіи и космографіи.

(*Окончаніе* *).

Христіанскій періодъ средневѣковой физики и химіи.

Въ началѣ XIII вѣка восторжествовалъ христіанскій міръ надъ магометанскимъ. Мавры были оттиснуты въ Испаніи до Гренады, ихъ политическая власть была уничтожена, и вмѣстѣ съ тѣмъ пришла въ упадокъ арабская наука.

Правда, господство арабовъ прекратилось; сошелъ съ арены этотъ народъ воиновъ и усердныхъ распространителей физическихъ наукъ. Но мѣсто арабовъ благодаря ихъ трудамъ вскорѣ занялъ другой деспотъ, державшій до XVII-го вѣка въ рабствѣ всѣ умы: это былъ Аристотель, труды и натурфилософія котораго, благодаря переводамъ и комментаріямъ арабовъ, проникли въ европейскій духовный міръ и покорили его окончательно. Уже въ 1254 г. Парижскій университетъ публично допускаетъ истолкованіе трудовъ Аристотеля, и нѣсколько столѣтій подрядъ ни одна академическая степень не можетъ быть присуждаема безъ достаточнаго знакомства съ трудами Аристотеля. Вскорѣ католическая церковь, признавъ ученіе Аристотеля, удостаиваетъ его необыкновеннаго названія **) „praecursor Christi in naturalibus". И еще въ началѣ XVII-го вѣка начальникъ іезуитовъ отвѣтилъ Шейнеру, желавшему ему показать въ зрительной трубѣ новооткрытыя пятна солнца: „Почему это, сынъ мой, я прочелъ два раза труды Аристотеля и не нашелъ ничего подобнаго! Поэтому пятна не существуютъ, они суть ошибки твоихъ стеколъ или глазъ" ***).

И наступаетъ новый періодъ натурфилософіи (физики и химіи) — христіанскій. Христіанская церковь становится ея покровительницей и распространительницей. И постепенно арабо-греческая натурфилософія проникается ученіями католической церкви, рождая схоластику и мистицизмъ. Вмѣсто опытовъ, вмѣсто экспериментальной физики и химіи арабовъ появляется діалектика; вмѣсто объясненія и изслѣдованія природы господствуетъ объясненіе и изслѣдованіе Аристотеля. Вмѣсто раскрытія законовъ природы водворяется символистическое затемненіе явленій природы. Культъ авторитета и культъ софизмовъ являются характерными призна-

*) См. „Вѣстникъ", № 604.

**) Lasswitz, Atomistik, I, 85 (1890).

***) Rosenberger, Geschichte der Physik, I, 92 (1880).

ками этого періода, приведшаго физическія науки въ XIV вѣкѣ къ полному застою.

Схоластика лишила естествоиспытаніе всѣхъ реальныхъ основъ; пренебрегая наблюденіями, отвергая опыты, она выдвинула на ихъ мѣсто фантазію и отрѣшилась отъ природы. Наибольшее число вопросовъ смѣшивается съ религіозными идеями и догматами церкви. Дѣло дошло до того, что о физической природѣ человѣка было меньше извѣстно, нежели о природѣ ангеловъ: для современнаго религіознаго человѣка непонятно, какъ схоластика могла дойти до такихъ тривіальностей, какъ, напримѣръ, подробныя изслѣдованія о природѣ ангеловъ, о платьѣ, языкѣ и даже о пищевареніи ангеловъ*).

Главные представители физическихъ наукъ этого періода принадлежатъ къ представителямъ католической церкви. Туманность изложенія, господство авторитетовъ древняго міра, символизмъ и мистицизмъ характеризуютъ одинаково какъ изслѣдованія физическія, такъ и труды химическіе.

Albertus Magnus, т. е. Альбертъ Великій (1193—1280, впослѣдствіи епископъ Регенбургскій), прославился одновременно какъ физикъ и какъ химикъ, но слылъ также великимъ магомъ и чародѣемъ!

Roger Bacon (1214—1294), монахъ-францисканецъ, съ полнымъ правомъ считается однимъ изъ величайшихъ представителей физики (оптики) и химіи этого періода, являясь приверженцемъ не схоластической философіи, а экспериментальной и математической натурфилософіи. „Математика — дверь и ключъ къ физическимъ наукамъ“, пишетъ Р. Бэконъ. „Опытная наука — царица всѣхъ спекулятивныхъ наукъ“. Но и этотъ великій предшественникъ и проповѣдникъ индуктивнаго и математическаго метода оказывается сыномъ своего времени, занимаясь астрологіей, алхиміей, магіей, — стоитъ лишь привести нѣсколько заглавій его книгъ: De lapide philosophorum, Secretum secretorum, Alchimia major, Speculum alchimiae и т. д.

Albertus Villanovus (въ XIII вѣкѣ), врачъ, одинъ изъ извѣстнѣйшихъ алхимиковъ, и его ученикъ Raymundus Lullus (1234—1315), впослѣдствіи миссіонеръ-проповѣдникъ среди магометанскихъ народовъ, не менѣе авторитетный учитель алхиміи, находились подъ гипнотическимъ вліяніемъ своего времени, хотя послѣдній ученый отличался своими положительными знаніями въ экспериментальной химіи.

Монахами также были извѣстный Vitello (въ XIII вѣкѣ) и Theodorich (въ началѣ XIV вѣка), авторы цѣнныхъ трудовъ по оптикѣ, а монаху-алхимику Бертольду Шварцу приписывается (хотя ошибочно) открытіе пороха.

Наступаетъ XV вѣкъ. И опять сказывается иронія во всемірной исторіи. Снова магометане выступаютъ реформаторами западно-европейской культуры. Подъ натискомъ мусульманъ палъ въ 1453 г. славный Царьградъ. А это паденіе твердыни восточнаго христіанства вызываетъ косвеннымъ путемъ и паденіе схо-

*) Rosenberger, Geschichte der Physik, I, 92 (1880).

ластики въ западной христіанской Европѣ. Сотрясеніе политическое, вызванное первымъ фактомъ, волнобразно распространяется и на умственный міръ, вызывая и сотрясеніе духовное. Ученые, бѣжавшіе изъ Царьграда, поселяются въ Италіи, Франціи, Германіи, распространяя знаніе греческаго языка и греческой философіи въ ея первоначальномъ видѣ. Появляются гуманисты, и гуманизмъ обусловливаетъ не только низверженіе схоластики, но производитъ и положительную работу, освобождая умы человѣчества отъ узъ средневѣковой лжефилософіи, способствуя болѣе свободному развитію мысли вообще и болѣе глубокому ознакомленію съ первоисточниками греческой натурфилософіи и греческаго природоистолкованія.

Первой точной наукой, возникшей при новыхъ условіяхъ, является астрономія. А ея успѣхи вліяютъ на методы физики, которая, съ своей стороны, вызываетъ измѣненіе цѣлей и методовъ химіи. Открытія (съ помощью зрительной трубы) на небесахъ обусловливаютъ открытія на землѣ.

Назовемъ здѣсь славнаго возобновителя ученія Пиѳагора о движеніи земли Николая Кребса (прозваннаго De-Cusa или Cusanus, 1401—1464), извѣстнаго и въ физикѣ и въ химіи; укажемъ и на астрономовъ Георгія Пейрбаха (1423—1461) и его ученика Іоанна Миллера (прозваннаго Regiomontanus, 1436—1476), построившихъ первую обсерваторію въ христіанской Европѣ.

Нельзя не упомянуть о двухъ дальнѣйшихъ событіяхъ, сразу измѣнившихъ весь духовный строй Европы,—объ изобрѣтеніи книгопечатанія (1440) и объ открытіи Америки (1492). Послѣднее событіе не только открываетъ новые политическіе и географическіе горизонты на нашей планетѣ, но создаетъ новые научные горизонты и во вселенной. Съ именемъ Николая Коперника (1473—1543) связана эта революція вселенной (въ 1543 г. появился его трудъ: „De revolutionibus orbium coelestium").

XVI вѣкъ—это вѣкъ возрожденія, гуманизма, реформаціи. Гуманисты—напримѣръ, знаменитый Эразмъ Роттердамскій—и философы открыто высмѣиваютъ схоластику. А естествоиспытатели все настойчивѣе указываютъ на наблюденія, какъ на дѣйствительный источникъ и путь нашихъ познаній о природѣ: всѣ они ведутъ открытую борьбу съ системой Аристотеля и съ его физикой.

Укажемъ на самыхъ выдающихся изъ этой арміи анти-схоластиковъ: ихъ родина—Италія. Во главѣ стоитъ Leonardo da Vinci (1452—1519), извѣстный, какъ математикъ, физикъ, инженеръ, анатомъ, астрономъ и художникъ; за нимъ—другой итальянецъ Niccola Tartaglia (1501—1559), авторъ книги „Nuova Scienza", въ которой онъ положилъ основаніе изученію динамическихъ вопросовъ; Hieronymus Cardano (1501—1576), авторъ труда „De subtilitate" и др., одинаково извѣстенъ, какъ математикъ, физикъ (движеніе по наклонной плоскости), философъ, врачъ и естествоиспытатель; Bernhardinus Telesius (1508—1588), философъ и физикъ (объясненіе цвѣтовъ); Guido Ubaldi (1545—1607), основатель механики новѣйшаго времени и возобновитель механики Архимеда; наконецъ, Galileo Galilei (1564—1642), который открылъ законы маятника, свободнаго паденія и паденія по наклонной плоскости, трабанты Юпитера, фазы Венеры и т. д. и изобрѣлъ термометръ (воздушный) и астрономическую зрительную трубу.

Этотъ длинный рядъ безсмертныхъ италіанскихъ физиковъ можетъ быть еще увеличенъ; назовемъ еще имя J. Baptista Benedetti (1530—1590, механика-динамика); Gambattista della Porta (1538—1615), извѣстнаго изслѣдователя оптики (camera obscura, строеніе глаза); Giordano Bruno (1550—1600), натурфилософа и приверженца теоріи Коперника. Не забудемъ также голландца Simon'a Stevin'a (1548—1620), автора принциповъ равновѣсія (параллелограммъ силъ, наклонная плоскость, гидростатика), англійскаго лордканцлера Bacon'a of Verulam (1561—1626), преемника Роджера Бэкона и автора книги „Novum Organon“ (въ противоположность старому — Аристотеля); француза Bernard'a Palissy (1499—1583), выдающагося химика-техника и экспериментатора.

Ошибочно оказываютъ Бэкону Веруламскому честь введенія въ физическія науки индуктивнаго метода изслѣдованія природы. Этотъ методъ, исходящій изъ сознательныхъ опытовъ и установленія отдѣльныхъ фактовъ, съ цѣлью обобщенія ихъ, примѣнялся уже Bernard'омъ Palissy; когда Бэконъ былъ ребенкомъ, индуктивный методъ самостоятельно былъ созданъ уже Leonardo da Vinci еще за 100 лѣтъ до рожденія Бэкона.

Поистинѣ достоинъ удивленія вѣкъ, создавшій такія вѣчныя цѣнности человѣческой мысли. Онъ примиряетъ насъ съ предшествовавшимъ длиннымъ періодомъ схоластики; онъ показываетъ намъ, что школа схоластики и діалектики, черезъ которую прошло человѣчество, какъ бы воспитывала умы въ утонченномъ способѣ мышленія, какъ бы способствовала накопленію въ человѣчествѣ психической энергіи. Освобожденная изъ прежняго узкаго русла, эта энергія направила сразу всю свою интенсивность на мѣсто наименьшаго сопротивленія, т. е. на реальный міръ — эту quantité négligeable у схоластиковъ, и произвела небывалые перевороты.

Если искать аналогичнаго явленія въ исторіи физическихъ наукъ, то таковое встрѣчается въ Греціи, гдѣ 2000 лѣтъ передъ тѣмъ мыслители, въ родѣ Пиѳагора, Анаксагора, Эмпедокла, Демокрита, Лейкиппа, Платона, Аристотеля, въ продолженіе одного-двухъ столѣтій также создали вѣчныя истины.

Какой получился общій результатъ этой великой духовной борьбы? Установленіе новыхъ научныхъ идеаловъ и учрежденіе господства человѣка во вселенной. — Взамѣнъ прежняго мистицизма въ наукахъ (естественныхъ) возникаетъ новый культъ — культъ дѣйствительности. На мѣсто софизмовъ и чудесъ выступаютъ опыты и наблюденія. Поэтому физика, эта наука о дѣйствительности, сразу занимаетъ центральную роль въ естествоиспытаніи, а результаты, достигнутые этой новой физикой въ продолженіе короткаго срока, выдвинули, какъ особо плодородную часть, механику (частью также оптику), воплотившую въ совершенство новый идеалъ новой физики, т. е. соединеніе фактовъ (добытыхъ методическими опытами) съ математикою и философіею.

Какъ отразились эти успѣхи астрономіи и физики на методахъ и цѣляхъ химіи? Астрономія и физика открыли человѣческому уму новыя области изслѣдованія, а именно вселенную. Но вѣдь уже со временъ Платона установилась параллельность между макрокосмомъ и микрокосмомъ. Если человѣкъ могъ опытнымъ путемъ приступать къ изученію тайнъ отдаленныхъ міровъ, онъ долженъ былъ обладать правомъ вникать въ тайны неизмѣримо малыхъ міровъ — атомовъ. Изслѣдованіе послѣднихъ, ихъ природы и взаимодѣйствій, изученіе продуктовъ этого взаимодѣйствія — вотъ новые идеалы химіи. Астрономія вытѣснила астрологію, экспериментальная химія должна была занять мѣсто алхиміи.

„Цѣль химіи состоитъ не въ изготовленіи золота и серебра", пишетъ врачъ и химикъ Парацельзъ (1493 — 1541), „а въ изготовленіи лѣкарствъ". Всѣ болѣзни обусловливаются химическими процессами и, слѣдовательно, могутъ быть устранены соотвѣтственными химическими соединеніями.

Врачъ и химикъ J. Baptist van Helmont (1577 — 1644) оспариваетъ вѣрность элементовъ алхимиковъ, такъ какъ ни одно тѣло не можетъ быть выдѣлено изъ его соединеній, если оно раньше не находилось въ послѣднемъ. Огонь есть не вещество, а сила. Воздухъ есть вещество, но не элементъ, такъ какъ существуетъ нѣсколько родовъ воздуха. Онъ вводитъ въ науку названіе „газъ" и открываетъ новый газъ (углекислый, Gas sylvestre). При всѣхъ химическихъ превращеніяхъ вѣсъ взятаго вещества не пропадаетъ и не измѣняется.

Andreas Libavius (умеръ въ 1616 г.) энергично выступаетъ въ защиту учрежденія химическихъ лабораторій для научныхъ изслѣдованій, имѣя въ виду химическій анализъ; онъ же является авторомъ одного изъ первыхъ учебниковъ аналитической химіи „Ars probandi minerali" (1597) и перваго химическаго руководства „Alchymia" (1595). Къ числу врачей принадлежатъ и другіе извѣстные химики этого періода Glauber, Crollius, Adrian van Mynsicht, Angelus Sala, François de la Boë Sylvius и т. д., которые своими экспериментальными трудами обогатили химію и фармацевтику. Всѣ они установили связь между химіей и медициной, создавъ іатрохимію или медицинскую химію. Не монахи, а естествоиспытатели-медики составляютъ теперь сословіе химиковъ. Не въ темныхъ лабораторіяхъ изучается теперь химія, не въ книгахъ на темномъ языкѣ излагается она, а на медицинскихъ факультетахъ — съ каѳедры, въ лабораторіяхъ аптекъ — искусными врачами и аптекарями.

Съ ростомъ фактическаго матеріала, съ возрастаніемъ числа извѣстныхъ химическихъ соединеній и реакцій возрастаетъ, однако, интересъ къ матеріи вообще. Снова подымается вѣчный вопросъ: что такое матерія? Какъ она построена? Какая причина вызываетъ химическія превращенія?

Съ именемъ Галилея связано понятіе о массѣ вещества (обоснованное далѣе Ньютономъ). Вѣсы и взвѣшиванія уже встрѣчаютъ (хотя только въ отдѣльныхъ случаяхъ) свое примѣненіе при изслѣдованіи химическихъ реакцій, — напримѣръ, у Cardano (1551), van Helmont'a (1620), Jean Rey'a (1630).

Іатрохимики, эмансипировавшись отъ алхиміи, не могли еще эмансипироваться отъ четырехъ элементовъ Аристотеля. Но рядомъ съ послѣдними, съ этими философскими элементами, они принимаютъ три вещественныхъ элемента: ртуть, сѣру и соль. Это — первая дань ученію объ элементахъ, какъ веществахъ, а не качествахъ.

Какъ кристаллъ, выдѣленный изъ маточнаго раствора, естественно содержитъ примѣсь тѣхъ тѣлъ, съ которыми онъ вмѣстѣ находился въ растворѣ, такъ и въ духовной средѣ новая идея, появившаяся, какъ кристаллъ, т. е. путемъ уплотненія, всегда включаетъ въ себѣ и остатки существующихъ въ данный періодъ времени мнѣній: приспособляясь къ окружающей средѣ, какъ бы считаясь съ законами изоморфизма, эта новая идея и ея носитель не могутъ освободиться отъ прежнихъ ошибочныхъ или менѣе совершенныхъ представленій.

Такъ и Парацельзъ еще невольно вращается въ кругу алхимическихъ представленій, такъ и Libavius еще вѣритъ въ трансмутацію, такъ и геніальный van Helmont твердо убѣжденъ, что собственными глазами видѣлъ философскій камень и установилъ съ его помощью превращеніе ртути въ золото; этотъ хорошій наблюдатель даже утверждаетъ, что въ сосудѣ, содержащемъ черную рубаху и пшеничную муку, самопроизвольно возникаетъ жизнь, такъ какъ эта смѣсь рождаетъ мышей!

Крупнѣйшими результатами воздѣйствія физики на развитіе химіи въ XVII-мъ и XVIII вѣкахъ являются слѣдующіе:

1) Возобновленіе вопроса о строеніи матеріи; 2) введеніе въ химію понятія о силѣ, какъ дѣйствующей причинѣ; 3) постепенное примѣненіе открытыхъ въ физикѣ новыхъ измѣрительныхъ приборовъ при изслѣдованіи химическихъ тѣлъ и химическихъ превращеній; 4) въ связи съ этимъ постепенный переходъ отъ качественнаго способа изслѣдованія къ количественному изученію химическихъ явленій и соединеній; число, мѣра и вѣсъ проникаютъ постепенно въ химическую область: химія-искусство постепенно преобразуется въ химію-науку. Знаменитый философъ-физикъ Л. Гассенди возобновляетъ въ 1624 г. древнюю атомистическую теорію; атомы-корпускулы имѣютъ форму и вѣсъ (какъ у Демокрита и Платона) и обладаютъ движеніемъ.

Не менѣе выдающійся философъ-механикъ и математикъ Ренэ Декартъ (Cartesius) создаетъ свою механическую систему міра: матерія характеризуется лишь притяженіемъ и движеніемъ, а послѣднія составныя части матеріи суть корпускулы, отличающіяся своей формой и величиною; механическіе законы и силы движенія объясняютъ всѣ явленія природы. „Дайте мнѣ движеніе, и я создамъ міръ!“, восклицаетъ Декартъ. Великій физико-химикъ Робертъ Бойль тотчасъ же примѣняетъ корпускулярную теорію къ химіи (около 1661 г.); онъ же впервые и притомъ въ обширномъ видѣ примѣняетъ физическіе методы при изученіи химическихъ тѣлъ и явленій (законъ Бойля о газахъ; химическій элементъ, какъ неразлагаемое вещество; химическій анализъ). Французскій врачъ-химикъ Николай Лемери (Lemery) составляетъ первый систематическій курсъ химіи, основанный на корпускулярной теоріи и объясняющій химическія взаимодѣйствія формою (сцѣпленіемъ) атомовъ (1675).

Великія открытія Ньютона въ физикѣ, его законы всемірнаго притяженія (1683—1687), его изслѣдованія разложенія свѣта (1667 г.) и его теорія свѣтоиспусканія (1669 г.), его знаменитый трудъ „Philosophiae naturalis principia mathematica“ (London, 1687 г.) и книга „Optice“ (London, 1704 г.)—все это отражается и на образѣ мышленія и на способахъ работы въ химіи. Вѣдь господствующія въ физикѣ понятія о невѣсомыхъ веществахъ (напримѣръ, свѣтовая, тепловая матерія) могли быть приложимы и въ химіи; и дѣйствительно, мы видимъ, что въ 1697 г. появляется теорія врача-химика Шталя о флогистонѣ, этой невѣсомой матеріи, находящейся во всѣхъ горючихъ веществахъ и выдѣляющейся при горѣніи. Мы видимъ, какъ принципы и законы Ньютона о притяженіи небесныхъ свѣтилъ постепенно переносятся и на микрокосмъ—на взаимодѣйствіе химическихъ корпускулъ. Самъ Ньютонъ осторожно высказываетъ эту мысль, спрашивая: „Не дѣйствуетъ ли между частицами тѣлъ также нѣкая сила притяженія? (1704 г.)“. И уже въ 1732 г. извѣстный химикъ-врачъ H. Boerhaave открыто прибѣгаетъ къ силѣ взаимнаго притяженія частицъ, чтобы объяснить химическія реакціи, явленія растворенія и т. д., а эта сила называется vis attractrix, amicitia, amor, affinitas! Снова мы видимъ, какъ древнее представленіе грековъ о дружбѣ и враждѣ тѣлъ, о любви, т. е. антропоморфная картина, возрождается или сочетается съ новымъ принципомъ о взаимномъ притяженіи, подлежащимъ, однако, математической формулировкѣ! Постепенно возрастаетъ въ химіи число изслѣдованій и измѣреній этого „сродства“, affinitas; постепенно появляются уже „таблицы сродства“ различныхъ тѣлъ, основаній и кислотъ другъ къ другу (напримѣръ, 1750 г.—Геллерта, 1775 г.—T. Bergman'a), которыя вскорѣ легли въ основаніе знаменательнаго труда Wenzel'я „Ученіе о химическомъ сродствѣ“ (1777 г.) и труда Richter'a „Стехіометрія“ (1792—1794 г.), имѣющаго уже характерный девизъ: „вѣсъ, число и мѣра“.

Послѣ того какъ физики установили постоянство точки кипѣнія и замерзанія воды, были установлены фундаментальныя точки термометровъ: появились новые физическіе измѣрительные инструменты—термометры Fahrenheit'a (1714 г.), Réaumur'a (1734 г.) и Celsius'a (1742 г.). Тотчасъ же химики оцѣнили значеніе этого новаго прибора; онъ вошелъ въ составъ химическихъ лабораторій и со временъ Boerhaave (съ 1730 г.) мы уже замѣчаемъ примѣненіе термометра при химическихъ работахъ. Уже встрѣчаются въ химической литературѣ данныя о точкѣ (температурѣ) плавленія тѣлъ, а, главное, начинаются изслѣдованія растворимости солей въ зависимости отъ температуры. Какъ обширно отдѣльные выдающіеся химики этого періода воспользовались методами изслѣдованія физиковъ, видно лучше всего на примѣрѣ М. В. Ломоносова, перваго русскаго химика. Составленная этимъ гигантомъ въ 1751 г. программа его лабораторныхъ изслѣдованій представляетъ собою программу и современной физико-химіи; она касается газообразнаго, жидкаго и твердаго аггрегатныхъ состояній; она намѣчаетъ изслѣдованіе всѣхъ физическихъ свойствъ однородныхъ тѣлъ и отношеніе послѣднихъ къ теплотѣ, свѣту, электричеству, магнетизму, давленію и т. д.; она обнимаетъ и притомъ всесторонне физическое изученіе растворовъ.

Среди этихъ физическихъ методовъ изслѣдованія особое значеніе пріобрѣтаетъ въ химіи взвѣшиваніе. При помощи вѣсовъ удается впервые рѣшеніе фундаментальныхъ вопросовъ горѣнія и дыханія. Послѣ Ломоносова (1756 г.) великій Lavoisier, начиная съ 1770 г., систематически измѣряетъ явленіе „кальцинаціи" (обжиганія или окисленія на воздухѣ) металловъ: оказывается, что вѣсъ реагирующихъ веществъ остается постояннымъ, т. е. вѣсъ вещества до реакціи равняется вѣсу тѣлъ послѣ реакціи. Лавуазье впервые даетъ правильное объясненіе явленія горѣнія, установивъ при этомъ роль воздуха (и имѣющагося въ немъ кислорода) и доказавъ несостоятельность ученія о флогистонѣ. Создается законъ сохраненія или вѣчности матеріи, законъ постоянства вѣса (массы), какъ новый практическій регуляторъ количественныхъ измѣреній въ химіи: создается новая, антифлогистическая эпоха, начинается количественная химія. Далѣе совершается замѣчательный шагъ введенія алгебраическихъ уравненій въ химію: Лавуазье впервые даетъ математическую формулировку химическихъ реакцій, изображая вѣсъ и природу тѣлъ до и послѣ реакцій.

Рядомъ съ взвѣшиваніемъ появляется измѣреніе по объему; падаютъ древніе кумиры — элементы воздухъ, вода и земля. Работами Priestley, Scheele и Cavendish'a (1772 — 1781 г.) количественно устанавливается составъ воздуха и воды; разрушается ученіе о взаимномъ переходѣ четырехъ древнихъ элементовъ другъ въ друга. Новое ученіе объ элементахъ-веществахъ устраняетъ вѣру въ трансмутацію металловъ.

Параллельно начинается опредѣленіе физическихъ константъ чистыхъ тѣлъ и растворовъ, — напримѣръ, удѣльнаго вѣса, температуры замерзанія и плавленія, растворимости и т. д. На этихъ новыхъ физическихъ основаніяхъ создается научная химія XIX-го вѣка.

Но прежде чѣмъ приступить къ обзору послѣдней и ея зависимости отъ физики, выяснимъ себѣ еще одинъ вопросъ, важный для біологіи физическихъ наукъ, а именно: какъ опредѣлилась во второй половинѣ XVIII вѣка главная цѣль физики и химіи? Понимались ли онѣ, какъ двѣ различныя науки, или онѣ имѣли общую научную задачу?

Пусть дадутъ намъ отвѣтъ одинъ великій химикъ-мыслитель и одинъ выдающійся физикъ этой эпохи (около 1750 г.).

М. В. Ломоносовъ опредѣляетъ задачу химіи въ изученіи „первоначальныхъ частицъ", изслѣдованіи свойствъ тѣлъ и „изысканіи причинъ взаимнаго союза частицъ".

Знаменитый физикъ P. van Musschenbroek разсматриваетъ (въ главѣ I своего труда „Essai de Physique", стр. 1, 1751 г.) физику, какъ часть философіи: „философія или любовь мудрости — понятіе греческое, изобрѣтенное Пиѳагоромъ" — пишетъ онъ. „Философія обнимаетъ всѣ вещи божественныя и человѣческія...; она предназначена снабжать человѣка счастьемъ... и дѣлится на нѣсколько частей“. Первая часть: „Пневматика (la Pneumatique) трактуетъ о всѣхъ духахъ, о Богѣ, ангелахъ, о душѣ человѣка и животныхъ“. „Вторая часть — это физика, въ которой изучаются всѣ созданныя тѣла, какъ небесныя, такъ и земныя, и пространство, въ которомъ они помѣщаются. Эта часть трактуетъ о свойствахъ всѣхъ тѣлъ, о ихъ силахъ, когда они находятся въ движенiи, о дѣйствiяхъ, производимыхъ ими на другiя тѣла, и о всѣхъ причинахъ, вызывающихъ эти силы. Она также излагаетъ порядокъ, по которому расположены всѣ великiя тѣла во вселенной. Она, наконецъ, трактуетъ о всѣхъ тѣлахъ въ частности, давая описанiе ихъ фигуры, величины, вѣса и всѣхъ остальныхъ свойствъ, присущихъ каждому изъ нихъ“.

Если мы сличаемъ широкую задачу физики, какъ она излагается Мушенбрукомъ, съ широкой задачей химiи, начертанной Ломоносовымъ, мы невольно поражаемся, если не одинаковостью, то, по крайней мѣрѣ, чрезвычайной близостью задачъ обѣихъ наукъ.

Наступаетъ XIX вѣкъ. Физика и химiя съ увлеченiемъ приступаютъ къ рѣшенiю своихъ широкихъ задачъ.

А основныя цѣли обѣихъ наукъ? Lagrange формулируетъ (1801 г.) задачу химiи слѣдующимъ образомъ: „La chimie, considerée, comme science, apprend à connaître toutes les propriétés des corps“. Но это, вѣдь, задача и физики, какъ науки. И дѣйствительно, мы видимъ, какъ въ эту эпоху возрожденiя химiи обѣ науки, физика и химiя, вступаютъ въ идейный симбiозъ. Можно пойти еще дальше, утверждая, что въ это время часто наблюдается объединенiе обѣихъ наукъ въ одномъ и томъ же представителѣ физическихъ наукъ. Стоитъ лишь назвать нѣсколько великихъ ученыхъ, чтобы доказать сказанное: Gay-Lussac, Clément и Désormes, Dulong и Petit, Regnault — во Францiи; Dalton, Wollaston, Henry, Davy, Faraday, Daniell, Graham — въ Англiи; Ritter, Bunsen — въ Германiи; В. Петровъ, Ѳ. ф. Гротгусъ, Гессъ, Якоби — въ Россiи! Вѣдь всѣ они одинаково прославились, какъ физики и какъ химики. Но, къ сожалѣнiю, для обѣихъ наукъ этотъ симбiозъ былъ прерванъ на нѣсколько десятилѣтiй, продолжая существовать лишь въ немногихъ отдѣльныхъ случаяхъ. Причиною этому является органическая химiя, создавшая новые самостоятельные пути и цѣли и привлекшая вниманiе химиковъ своимъ богатствомъ вопросовъ и удивительнымъ успѣхомъ (имѣющимъ практическое значенiе и дававшимъ матерiальные результаты). Вслѣдствiе этого начавшаяся было амальгамацiя обѣихъ наукъ была задержана на нѣкоторое время, т. е. духовный процессъ соединенiя физики съ химiей въ физико-химiю былъ значительно замедленъ. Но хотя скорость этой реакцiи взаимодѣйствiя была мала, она, однако, черезъ нѣсколько десятилѣтiй привела къ видимому результату. Въ 1887 г. совершается закладка зданiя современной физико-химiи, какъ самостоятельной науки; она сразу выступаетъ съ новыми смѣлыми теорiями; она быстро завоевываетъ себѣ самостоятельныя каѳедры и лабораторiи; она создаетъ новую научную литературу и проявляетъ особенно успѣшную дѣятельность, привлекая къ себѣ длинные ряды молодыхъ талантливыхъ физиковъ и химиковъ и видоизмѣняя наши взгляды на прочность соединеній, ихъ молекулярную величину, ихъ состояніе въ растворенномъ состояніи и т. д. Этотъ переворотъ связанъ съ именемъ J. H. van't-Hoff'а, S. Arrhenius'а и В. Оствальда.

Обѣ науки, физика и химія, въ родѣ двухъ широкихъ рѣкъ, общіе истоки которыхъ лежатъ гдѣ-то въ заросшей дали, въ своемъ теченіи черезъ тысячелѣтія то имѣли общее русло, то отдѣлялись другъ отъ друга. Упомянутое образованіе новаго русла — физической химіи — явилось результатомъ научной работы, произведенной по преимуществу въ области электричества, газовъ, атомистической и молекулярной теорій и термодинамики. Не имѣя возможности вдаваться въ подробности, позволю себѣ иллюстрировать это положеніе слѣдующими краткими указаніями.

Въ 1799 году физикъ Volta открываетъ свой „столбикъ" — первый гальваническій элементъ, предназначенный въ дальнѣйшемъ своемъ развитіи преобразовать культуру человѣчества. Начиная съ 1800 г., химики Ritter, Carlisle и Nicholson, Cruikshank (1800 г.), Davy и Berzelius (1803 г.), Гротгусъ (1805 г.) открываютъ первые примѣры химическаго воздѣйствія гальваническаго тока на сложныя тѣла. Гротгусъ даетъ первую теорію электролитическаго разложенія (1805 г.) и высказываетъ предположеніе, что силы химическаго сродства тождественны съ электрической силою. Davy (1807/8 г.) открываетъ посредствомъ электролиза щелочные металлы — калій, натрій и литій. Berzelius (1820 г.) формулируетъ свою электрохимическую теорію (объ электрической биполярности атомовъ и соединеній). Создается электрохимія и электрометаллургія. Химикъ Faraday (1833 г.) даетъ свою номенклатуру электролиза и два фундаментальныхъ закона. Физикъ Clausius (1857 г.) выдвигаетъ новую теорію электролитической диссоціаціи. Физикъ Hittorf (1853 г.) изучаетъ впервые числа переноса іоновъ, а физики Р. Ленцъ и F. Kohlrausch (начиная съ 1873 г.) даютъ классическія изслѣдованія электропроводности водныхъ растворовъ. Наконецъ, химикъ В. Оствальдъ (начиная съ 1884 г.) и независимо отъ него физико-химикъ S. Arrhenius дополняютъ эти изслѣдованія и устанавливаютъ связь между величиною электропроводности, напримѣръ, кислотъ, основаній и силою послѣднихъ. Въ 1887 г. Arrhenius завершаетъ этотъ циклъ изслѣдованій, формулируя свою теорію электролитической диссоціаціи въ водныхъ растворахъ, и эта теорія становится краеугольнымъ камнемъ современной электрохиміи.

Ученіе о газахъ тѣсно связано съ ученіемъ объ атомахъ и молекулахъ. Благодаря открытіямъ химиковъ Priestley, Scheele и Cavendish'а создается въ концѣ XVIII вѣка пневматическая химія, или химія о газахъ. Уже химикъ Priestley открылъ диффузію газовъ (1777 г.) и ихъ поглощеніе жидкостями, а химикъ Gay-Lussac открываетъ (1802 г.) второй основной законъ газовъ [связь между температурой и объемомъ; напомнимъ, что первый законъ, устанавливающій связь между давленіемъ и объемомъ, былъ открытъ химикомъ Бойлемъ (1661 г.)]. Dalton, преемникъ Priestley'a, и другой англійскій химикъ Henry открываютъ (1803 г.) законъ поглощенія газовъ въ зависимости отъ давленія, а Gay-Lussac совмѣстно съ A. v. Humboldt'омъ устанавливаютъ (1805) законъ кратныхъ объемовъ при химическомъ взаимодѣйствіи газовъ. Тотъ же Dalton и параллельно съ нимъ химикъ Wollaston создаютъ новую атомистическую теорію (1808), а въ 1811 г. физикъ Avogadro и въ 1814 г. физикъ Ampère даютъ основанія молекулярной теоріи. Въ 1823 г. химикъ Faraday впервые превращаетъ въ жидкость одинъ изъ „постоянныхъ“ газовъ — хлоръ.

Химикъ Graham (1833), Bunsen и Roscoe (1858) изучаютъ внутреннее треніе и скорость истеченія газовъ. Химикъ Regnault (начиная съ 1846 г.) производитъ классическія изслѣдованія плотности газовъ, теплового расширенія таковыхъ, а равно отступленія ихъ отъ закона Бойля. Химикъ Williamson (1851) и Krönig (1856) даютъ общія основанія кинетической теоріи газовъ; физики Clausius (1857—1858) и Maxwell (1860) обосновываютъ ее и придаютъ ей математическую форму. Тотъ же физикъ Maxwell (1868), а равно Loschmidt (1870), Stefan (1871) и Boltzmann (начиная съ 1872 г.) создаютъ новыя теоріи диффузіи разовъ и развиваютъ дальше кинетическую теорію газовъ. Наконецъ, физикъ van der Waals (начиная съ 1873 г.) даетъ новое уравненіе для состоянія настоящихъ газовъ, развивая теорію соотвѣтствующихъ состояній и непрерывности жидкаго и газообразнаго состояній. Въ 1877 г. физикъ Cailletet и, независимо отъ него, химикъ R. Pictet производятъ сжиженіе постоянныхъ газовъ — кислорода, азота и т. д., послѣ того какъ впервые Д. И. Менделѣевъ (1861), а затѣмъ физикъ Andrews (1869) установили существованіе критической температуры и критическаго давленія для газовъ. Наконецъ, J. H. van't Hoff совершаетъ (1886-7) актъ приложенія газовыхъ законовъ къ растворенньмъ веществамъ: его осмотическая теорія растворовъ обнимаетъ всѣ три газовыхъ закона (Бойля, Гэ-Люссака и Авогадро), содержащихся въ уравненіи $P. V = i. RT$, и выводится имъ на основаніи законовъ термодинамики.

Къ этому краткому перечню главнѣйшихъ событій въ ученіи о газахъ присовокупимъ нѣсколько замѣчаній. Роль физики рѣзко отличается при этомъ отъ роли химіи, а именно: химики по преимуществу дали экспериментальный матеріалъ, а физикамъ принадлежитъ заслуга разработки теоретической стороны.

Эта работа, протекавшая въ двухъ направленіяхъ, оказала чрезвычайно полезное вліяніе на развитіе теоретическихъ взглядовъ на строеніе матеріи вообще и на атомическое и молекулярное ученіе, а равно на ученіе о химическомъ строеніи частицъ въ частности.

Вѣдь физика изучаетъ, такъ сказать, матерію, какъ нѣчто цѣлое, какъ вещь въ себѣ. Для физика не играетъ роли распространеніе въ природѣ, значеніе въ жизни, или способъ полученія и химическое отношеніе, напримѣръ, кислорода или алюминія; они составляютъ лишь готовый образецъ вещества, опредѣленный родъ матеріи, предназначенный для измѣренія расширенія, удѣльнаго вѣса, тепло- и электропроводности, удѣльной теплоты, температуры плавленія и т. д. Каждое изъ этихъ физическихъ измѣненій представляетъ собою легко обратимыя измѣненія, происходящія при этомъ непрерывно, безъ скачковъ. Химическое измѣненіе, напротивъ, сопровождается измѣненіемъ цѣлаго комплекса свойствъ; химическое измѣненіе не показываетъ непрерывности, а даетъ скачки, протекая въ рѣзко отличающихся другъ отъ друга степеняхъ (степени окисленія, хлорированія и т. д.). Нагрѣвая, напримѣръ, свинецъ, мы проходимъ отъ твердаго свинца до жидкаго непрерывно черезъ всѣ физическія измѣненія этого объекта, а послѣ охлажденія легко возвращаемся къ первоначальному состоянію. Нагрѣвая тотъ же свинецъ въ кислородѣ, мы производимъ химическое измѣненіе, лишенное непрерывности и простой обратимости, такъ какъ въ скачкахъ образуются PbO, Pb_3O_4, Pb_2O_3, PbO_2 безъ прочныхъ промежуточныхъ состояній.

Химическіе процессы, слѣдовательно, „захватываютъ матерію гораздо глубже, нежели физическіе“, говоритъ физикъ E. Mach. Химія представляется болѣе обширнымъ полемъ опытныхъ изслѣдованій, и старая мысль, что химія превратится въ часть прикладной физики, въ частности — прикладной механики, мало вѣроятна. „Скорѣе можно думать (говоритъ E. Mach), что химія будущаго будетъ охватывать также физику, но не наоборотъ“.

Изучая матерію въ себѣ, а не сотни тысячъ разнородныхъ соединеній, физики были призваны выяснить вопросы о строеніи матеріи вообще. А химики, съ своей стороны, выяснили составъ веществъ.

Интересно то обстоятельство, что современное атомистическое ученіе возникаетъ на почвѣ натурфилософіи. Dalton, основатель этого ученія, по профессіи натурфилософъ (и, какъ таковой, и физикъ и химикъ), развиваетъ свою теорію въ трудѣ, носящемъ характерное заглавіе „A New System of Chemical Philosophy (Manchester, 1808), т. е. „Новая система химической философіи“. Онъ приходитъ къ своимъ результатамъ, разсмотрѣвъ нѣкоторыя (опредѣленныя лишь съ малой точностью) физическія свойства газовъ и газовыхъ смѣсей. При этомъ возрожденіи ученія Демокрита на новой почвѣ возрождается также представленіе древнихъ философовъ о формѣ атомовъ: Wollaston (1808) говоритъ, что, по его мнѣнію, въ будущемъ необходимо будетъ считаться еще „съ геометрическимъ представленіемъ относительной группировки атомовъ во всѣхъ трехъ измѣреніяхъ пространства“, и что, напримѣръ, углероду можно приписать форму тетраэдра.

Припомнимъ, что уже Демокритъ и Платонъ считались съ формою элементовъ и частицъ, но что лишь въ 1874 г. J. H. van't Hoff и Le Bel одновременно создали стереохимію, или „химію въ пространствѣ“!

Молекулярное ученіе получило дальнѣйшее блестящее развитіе въ кинетической теоріи газовъ, начиная съ 1851 г., когда химики Williamson, а въ 1856 г. Krönig высказали въ новой формѣ кинетическіе взгляды на состояніе растворенныхъ и газообразныхъ тѣлъ, а также благодаря строго математическимъ работамъ Clausius'a (съ 1857 г.), впослѣдствіи Maxwell'a, Loschmidt'a, Stefan'a, O. E. Meyer'a, Bolzmann'a. Физическія свойства невидимыхъ молекулъ были, вслѣдствіе этого, изучены почти съ такою же точностью, съ какою мы изучаемъ размѣры какихъ-либо кирпичей.

Увлеченный успѣхами ученія объ энергіи, нашъ выдающійся физико-химикъ и натурфилософъ В. Оствальдъ около 1900 г. предпринялъ походъ противъ ученія о молекулахъ и атомахъ, отрицая не только ихъ пользу для химической и физической науки вообще, но и оспаривая существованіе молекулъ и атомовъ.

Законъ о равенствѣ дѣйствія и противодѣйствія сказался въ данномъ случаѣ и въ мірѣ идей. Благодаря возникшей въ наше время „химіи коллоидовъ" и изобрѣтенію ультрамикроскопа, наглядно показывающаго намъ молекулы растворенныхъ коллоидныхъ тѣлъ, благодаря установленному непрерывному переходу отъ частицъ коллоидныхъ къ частицамъ однороднаго раствора, содержащаго частицы „кристаллоида", благодаря изслѣдованію такъ называемаго Броуновскаго движенія, въ послѣдніе годы Svedberg и Perrin подтвердили молекулярное ученіе чисто опытнымъ путемъ, а теоретически-математическую сторону молекулярной теоріи разработали Sutherland, Einstein и v. Smoluchowski.

Передъ этими новыми успѣхами недавно и Оствальдъ откровенно отказался отъ своего похода, признавъ молекулярную теорію одной изъ наилучше изслѣдованныхъ и экспериментально провѣренныхъ теорій точной физической науки.

Параллельно съ молекулярной теоріей и другая физическая отрасль, разработанная почти исключительно выдающимися физиками, оказала глубокое вліяніе на химію; это — механическая теорія тепла, или термодинамика.

Подобно молекулярной теоріи, и термодинамика лишь поздно, въ семидесятыхъ годахъ, стала входить въ химію, когда уже появились труды R. Mayer'a (1842), Helmholtz'a (1847 г.), Joule'a (съ 1843 г.) и Kelvin'a (съ 1851 г.), когда уже Zeuner (1855 г.) перенесъ термодинамическія изслѣдованія на техническіе процессы, когда уже Clausius (1850) далъ два закона термодинамики (1865) и установилъ понятіе энтропіи и общій законъ объ энтропіи. Въ 1869 г. Horstmann (физико-химикъ) впервые далъ основное термодинамическое уравненіе диссоціаціи химическихъ тѣлъ, за нимъ слѣдуютъ Guldberg (1870), Gibbs (1876), Le Chatelier, J. H. van't Hoff, выступившій съ „принципомъ подвижнаго равновѣсія", а позже (1885—1887) еще особенно съ своимъ замѣчательнымъ новымъ ученіемъ, — „осмотическою теоріей".

Съ 1887 г. мы, химики, имѣемъ нашу современную физическую химію, которая, объединяя химическіе вопросы съ физическимъ методомъ рѣшенія, въ усиленной мѣрѣ прибѣгаетъ къ термодинамическимъ способамъ изслѣдованія и изложенія. Не только теоретическая, но и техническая химія при крупныхъ производствахъ и при отопленіи и т. д. пользуется термодинамикою.

Насколько велика роль молекулярной химіи и термодинамики въ современной теоретической физической химіи, ярче всего видно изъ одного факта: извѣстный физико-химикъ W. Nernst даетъ своему капитальному руководству по теоретической химіи подзаголовокъ — „основанная на правилѣ Авогадро и на термодинамикѣ“. А эта книга одинаково цѣнна и понятна для химика и для физика.

Закончимъ этотъ отдѣлъ еще одной справкою: тотъ же физико-химикъ Nernst прибавилъ къ двумъ извѣстнымъ принципамъ термодинамики еще третій (о возможной внѣшней работѣ свободной энергіи въ изотермическомъ процессѣ).

Вмѣсто прежнихъ отдѣльныхъ точекъ соприкосновенія современная физика, слѣдовательно, совмѣстно съ современной химіею владѣютъ цѣлыми научными областями, — одна дополняетъ работу другой, одна нуждается въ содѣйствіи другой. Насколько новѣйшая физика проникнута результатами работъ химиковъ, видно, напримѣръ, изъ классическаго „Курса физики“ О. Д. Хвольсона.

Черезъ физику число, мѣра и вѣсъ проникли въ химію: удѣльный вѣсъ представлялъ въ продолженіе многихъ столѣтій единственную точку соприкосновенія физики съ химіей; затѣмъ появилась количественная химія, стехіометрія, законъ кратныхъ отношеній и, наконецъ, физическая химія съ химическою статикою, динамикою и термодинамикою.

Вообще, числовая передача свойствъ тѣлъ и математическое выраженіе химическихъ измѣненій — короче говоря, математика — проникли въ химію лишь благодаря примѣру и воздѣйствію физики и посредствомъ приборовъ физическихъ.

Введеніе математики въ химію составляетъ весьма крупную заслугу физики: первоначальная описательная химія превратилась въ точную науку; введеніе чиселъ требуетъ ясности, краткости и точности изложенія и содержанія. Уже надъ дверью Академіи Платона стояла надпись: „Пусть никто, не знающій математики, не вступитъ въ этотъ домъ!“

О математикѣ, какъ необходимой составной части химіи, мечталъ уже 2000 лѣтъ спустя М. В. Ломоносовъ, написавъ еще въ 1741 г. свои „Elementa Chymiae Mathematicae“, а о связи химіи съ физикой онъ говоритъ (1764); „Химикъ безъ знанія физики подобенъ человѣку, который всего искать долженъ ощупомъ. И сіи двѣ науки такъ соединены между собою, что одна безъ другой въ совершенствѣ быть не могутъ“.

И еще Kant (1786) осуждаетъ химію, говоря, что каждая наука лишь постольку есть наука, поскольку она пользуется математикой, вслѣдствіе чего химія не можетъ считаться наукою.

И еще въ 90-ыхъ годахъ прошлаго вѣка, при возникновеніи современной физико-химіи, одинъ изъ ея организаторовъ (Оствальдъ) призывалъ химиковъ изучать высшую математику, какъ средство для достиженія болѣе высокихъ цѣлей въ химіи.

Для изученія физическихъ свойствъ химическихъ соединеній химики получили необходимые методы и приборы отъ физиковъ. Въ свою очередь, химія способствовала развитію этихъ же приборовъ и инструментовъ открытіемъ и фабрикаціей новыхъ металловъ и металлическихъ сплавовъ, изобрѣтеніемъ и изготовленіемъ особыхъ стеколъ для оптическихъ приборовъ, доставкою для изслѣдованій физиковъ чистыхъ и разнообразныхъ тѣлъ и т. д. Вообще можно сказать, что химія, обладая большимъ запасомъ опытнаго матеріала и большимъ числомъ изслѣдователей, открыла не только удивительное по множеству и разнообразію множество химическихъ тѣлъ, реакцій и наблюденій, но и цѣлый рядъ эмпирическихъ правилъ, связывающихъ физическія свойства тѣлъ съ ихъ строеніемъ. Физики, съ своей стороны, воспользовались этими наблюденіями и правилами химиковъ, чтобы построить теоретическія основанія, изъ которыхъ въ видѣ общаго математическаго закона получились тѣ же правила (какъ частные случаи) и новыя закономѣрныя отношенія.

Упомянемъ еще, что параллельно съ математикою проникли изъ физики въ химію и графическіе методы изображенія химическихъ результатовъ.

Нашъ бѣглый обзоръ „о вліяніи физики на развитіе химіи" практически законченъ. Передъ нами возстало совмѣстное начало обѣихъ наукъ; мы видѣли дальнѣйшее развитіе ихъ, частью шедшее независимо другъ отъ друга; мы присутствовали, наконецъ, при объединеніи ихъ въ новую научную отрасль—современную физико-химію. Что дастъ намъ будущее развитіе обѣихъ наукъ? Какія ближайшія цѣли и задачи имѣютъ онѣ?

Своеобразное стеченіе факторовъ развитія физическихъ наукъ выдвинуло въ настоящее время задачи и теоріи, которыя невольно вызываютъ въ насъ сравненіе съ давнимъ прошлымъ обѣихъ наукъ. И наше время ищетъ освобожденія отъ множества фактовъ, созидая новыя и смѣлыя гипотезы, возрождая натурфилософію, ища объединенія отдѣльныхъ областей человѣческихъ знаній. Подъ тяжестью множества отдѣльныхъ познаній мы стремились къ единству —единству силъ и веществъ, или еще дальше—къ единой міровой „субстанціи", какъ праматери всего реальнаго, всего существующаго.

Но эта духовная потребность и, вмѣстѣ съ ней, эта теорія уже существовала у древнѣйшихъ натурфилософовъ. И дѣйствительно, достойно отмѣтить, какъ много общаго имѣетъ наша современная наука съ этой древней натурфилософіей. Вѣдь какъ измѣнилась наука и культура человѣческая за эти тысячелѣтія! Не странно ли, что, несмотря на весь прогрессъ, основныя представленія нашихъ физическихъ наукъ въ существенныхъ частяхъ совпадаютъ съ представленіями этой глубокой старины? Господствуетъ ли здѣсь атавизмъ, относящійся къ идеямъ и представленіямъ о реальномъ мірѣ вообще? Или существуетъ для основныхъ представленій человѣчества о реальномъ мірѣ нѣкоторой законъ, опредѣляющій ихъ неразрушимость или вѣчность? Или запасъ этихъ идей ограниченъ, вслѣдствіе ограниченности человѣческаго ума? Нельзя ли назвать такими неразрушимыми, постоянными или общечеловѣческими идеями наши представленія о строеніи матеріи, объ атомахъ, объ элементахъ, о постоянствѣ вещества и силы, о первичной матеріи, о превращаемости матеріи и т. д.?

Этотъ круговоротъ физическихъ представленій, эта замѣчательная жизнеспособность нѣкоторыхъ представленій, то считающихся откровеніями генія, то опытами и новыми теоріями опровергнутыхъ и признанныхъ лжеученіемъ, то черезъ нѣкоторое время возрождающихся въ новой формѣ, — оказывается, напримѣръ, въ исторіи развитія идеи о „первичной“ матеріи или единствѣ вещества, а вмѣстѣ съ нею въ представленіи о силѣ и „невѣсомыхъ“ веществахъ. Обѣ серіи идей одинаково относятся къ физикѣ и къ химіи. Позвольте мнѣ привести нѣкоторыя хронологическія данныя, относящіяся къ этому вопросу.

Единство вещества (первичная матерія).

По Θалесу (624 — 548) вода — начало и основная причина всей дѣйствительности, у Анаксимена (588 — 524) воздухъ замѣняетъ роль воды.

Когда вода и воздухъ были переименованы въ элементы, Платонъ (427 — 347) вводитъ понятіе о первичной матеріи, materia prima, какъ общемъ основаніи четырехъ элементовъ и вмѣстѣ съ тѣмъ всѣхъ вещей.

Аристотель (384 — 322) — также приверженецъ первичной матеріи. Благодаря авторитету Аристотеля, въ продолженіе времени съ IV-го столѣтія до Р. Хр. до XVI-го столѣтія, идея о первичной матеріи прочно установилась въ химіи; она выразилась въ господствовавшихъ тогда алхимическихъ взглядахъ и повторяется во всѣхъ теоріяхъ этого періода, а погоня за превращеніемъ неблагородныхъ металловъ въ благородные является практическимъ результатомъ этого теоретическаго настроенія умовъ.

1661. Boyle: матерія состоитъ изъ отдѣльныхъ элементовъ, т. е. веществъ, не разлагаемыхъ на болѣе простыя тѣла и не превращаемыхъ одно въ другое. Возможность трансмутаціи металловъ, слѣдовательно, отпадаетъ, и вѣра въ трансмутацію постепенно исчезаетъ съ распространеніемъ вѣсовъ и количественныхъ методовъ.

1815. Prout возобновляетъ (вслѣдъ за появленіемъ атомной теоріи Дальтона) гипотезу о первичной матеріи: таковой онъ считаетъ водородъ, какъ самый легкій газъ, изъ котораго уплотненіемъ образованы остальные элементы; слѣдовательно, если атомный вѣсъ водорода = 1, то атомные вѣса другихъ элементовъ должны быть кратными числами.

1860 — 1865. Классическія изслѣдованія Stas'а даютъ слѣдующій результатъ: гипотеза Prout'а должна быть признана „comme une pure illusion“.

1869. Періодическая система элементовъ Менделѣева и L. Meyer'а.

Начиная съ 1878 г., N. Lockyer, основываясь на своихъ спектральныхъ наблюденіяхъ, высказываетъ и отстаиваетъ идею о диссоціаціи элементовъ и распаденіи ихъ на „первичную матерію“.

1882. Zaengerle принимаетъ, какъ первичную матерію, свѣтовой эѳиръ съ атомнымъ вѣсомъ $= 0{\cdot}0001$.

1885. Berthelot считаетъ существованіе первичной матеріи возможнымъ и видитъ въ періодической системѣ элементовъ подтвержденіе таковой.

1886. Crookes произноситъ рѣчь о генезисѣ элементовъ, въ которой развиваетъ идею о протилѣ, какъ первичной субстанціи, и съ помощью которой даетъ интересную спиралеобразную систему элементовъ.

1889 и 1895. Менделѣевъ энергично протестуетъ противъ злоупотребленій понятіемъ о первичной матеріи и противъ привлеченія періодической системы элементовъ, какъ свидѣтельницы въ пользу идеи о первичной матеріи — этого остатка классическихъ мукъ мысли.

Въ концѣ XIX вѣка, однако, физика и, въ частности, ученіе объ электричествѣ переживаетъ переворотъ, который вмѣстѣ съ открытіемъ элемента радія придаетъ вопросу о первичной матеріи совершенно новыя основанія.

1897. Wiechert устанавливаетъ опытнымъ путемъ, что катодные лучи суть скоро движущіяся и электрически отрицательныя частички, обладающія массою, а эта масса представляетъ малую дробную часть массы химической частицы.

1898. Чета Curie открываетъ элементъ радій, испускающій α-лучи, β-лучи и γ-лучи.

1900. β-лучи радія суть не что иное, какъ катодные лучи (Becquerel), α-лучи радія суть атомы гелія, соединенные съ положительнымъ электричествомъ (Ramsay).

Изслѣдованіями Kaufmann'а, J. J. Thomson'а и др. опредѣляется зарядъ іонизированныхъ газовъ, а равно масса этого заряда. Stoney предложилъ для электрическаго заряда названіе „электронъ", а J. J. Thomson — „корпускула". Электричество получаетъ атомистическую структуру.

Масса одного электрона (отрицательнаго заряда) = приблизительно $^1/_{2000}$ одного атома водорода. J. J. Thomson въ смѣломъ обобщеніи создаетъ „корпускулярную теорію матеріи": электронъ (корпускула) принимается за первичный атомъ, а аггрегаціей электроновъ постепенно создаются атомы нашихъ элементовъ-веществъ. Посредствомъ электроновъ J. J. Thomson предпринялъ попытку созданія періодической системы элементовъ Менделѣева. (J. J. Thomson, „Корпускулярная теорія вещества", 1908).

Матерія = электричество = энергія. Но этотъ результатъ можетъ быть обобщенъ. Еще недавно О. Д. Хвольсонъ показалъ, что термодинамика теоретически приводитъ къ результату, что всякая форма энергіи обладаетъ массою, и такъ какъ всѣ формы энергіи другъ другу эквивалентны (другъ въ друга превращаемы), то отсюда слѣдуетъ, что масса и энергія другъ другу эквивалентны (одна превращаема въ другую), что энергію можно превратить въ массу вѣсомую [одна масса (одно опредѣленное тѣло) можетъ быть превращена въ другую (въ другое тѣло)].

Но тогда законъ постоянства массъ при химическихъ реакціяхъ оказывается не точнымъ, а равно масса мѣняется съ температурою.

Невѣсомыя вещества (импондерабиліи).

Теплота или огонь разсматривается Эмпедокломъ и Аристотелемъ, какъ активный элементъ, т. е. активныя качества (или, съ современной точки зрѣнія, какъ энергія).

По Эмпедоклу свѣтъ, какъ и всѣ воспринимаемыя нашими органами чувствъ явленія, вызывается особыми истеченіями, идущими отъ источника свѣта къ нашему глазу. Аналогичными истеченіями порождаются также звукъ, вкусъ и запахъ.

Подобно Эмпедоклу и Платонъ придерживается взгляда объ истеченіяхъ свѣтовыхъ; то же предположеніе встрѣчается у Евклида (300 л. до Р. Хр.). Въ I столѣтіи до Р. Хр. знаменитый Лукрецій (въ своемъ источникѣ древнѣйшихъ ученій — въ поэмѣ „De rerum natura") объясняетъ дѣйствіе магнита истеченіями, исходящими изъ магнитнаго тѣла.

Черезъ 1500 лѣтъ это ученіе объ истеченіяхъ (fluida) повторяется у Картезія (1596 — 1650), объясняющаго магнитныя дѣйствія особыми истеченіями, а равно всѣ вообще явленія притяженія — истеченіями матеріальными (Картезій возобновляетъ также древнее ученіе о вихревыхъ токахъ для объясненія движенія планетъ вокругъ солнца). И у другого великаго приверженца атомной теоріи, у Gassendi (1592 — 1665), встрѣчаются тѣ же взгляды на истеченія матеріи изъ тѣлъ: нѣкоторая тонкая жидкость обусловливаетъ ощущенія свѣта, особая эманація своимъ прямымъ дѣйствіемъ вызываетъ притяженіе электрическое, а равно магнетическое; всемірное притяженіе похоже на магнитное и, слѣдовательно, также основано на эманаціи какой-то тонкой матеріи. Теплота и холодъ — это двѣ разныхъ матеріи: атомы матеріи холода имѣютъ форму тетраэдра, они вникаютъ въ поры жидкихъ тѣлъ и всклочиваютъ атомы послѣдней такъ, что жидкость становится твердою (замерзаетъ); отъ уколовъ атомовъ холода и получается чувство боли въ нашей кожѣ при сильномъ морозѣ.

Gilbert (1600), основатель ученія о магнетизмѣ, разсматриваетъ послѣдній, какъ особую силу, свойственную тѣлу, но хотя онъ впервые вводитъ въ науку названіе „электрическая сила", онъ объясняетъ электрическое притяженіе особыми истеченіями, „выдавливаемыми изъ тѣла треніемъ".

Упомянемъ еще, что великій Isaac Newton (1643 — 1727), развивая свою теорію свѣта, основывается на эманаціи, т. е. что свѣтящее тѣло испускаетъ маленькія частицы, которыя, доходя до глаза, своими ударами вызываютъ ощущеніе свѣта. Эти атомы свѣта обладаютъ различною величиной, а именно: они имѣютъ наибольшіе размѣры для краснаго, наименьшіе для фіолетоваго свѣта.

А его болѣе счастливый противникъ Huyghens? И онъ прибѣгаетъ къ невѣсомой матеріи, только его теорія волнообразныхъ колебаній замѣняетъ свѣтовую матерію Ньютона свѣтовымъ эѳиромъ!

Мы нарочно остановились на этихъ невѣсомыхъ веществахъ (эманаціяхъ) физиковъ, чтобы очертить ту среду, тотъ періодъ развитія физическихъ наукъ, въ которомъ — несомнѣнно, подъ вліяніемъ ученій физиковъ — могла создаться въ химіи теорія флогистона. Шталь (1660 — 1743) — основатель первой научной системы въ химіи; его теорія флогистона впервые объединяетъ всѣ явленія горѣнія и кальцинаціи и разсматриваетъ эти важные химическіе процессы съ общей точки зрѣнія, а именно: всѣ горючія тѣла — уголь, сѣра, фосфоръ, органическія соединенія (спиртъ, сѣрный эѳиръ), дерево, свинецъ, мѣдь, ртуть и т. д. — содержатъ общій принципъ — флогистонъ, составляющій причину горючести. При горѣніи онъ испускается изъ тѣлъ, истекаетъ, а остается продуктъ горѣнія — металлическая известь (calx), землистое вещество и т. д. Чтобы превратить, напримѣръ, эту известь обратно въ металлъ, необходимо снова прибавить къ ней нѣкоторое количество флогистона:

$$\text{металлъ} \rightleftarrows \text{известь} + \text{флогистонъ}\ *).$$

Далѣе, всѣ легко воспламеняющіяся тѣла богаты флогистономъ, —напримѣръ, уголь; слѣдовательно, реакція обратима и прибавленіемъ угля къ извести металла можно возстановить металлъ.

Теорія флогистона была безусловна остроумна и полезна. Она и была вполнѣ правильна для своего времени, считаясь съ качественной стороной явленій горѣнія и объясняя таковыя. Когда мало-по-малу стала пробуждаться потребность въ изученіи количественной стороны, стали раздаваться возраженія противъ этой теоріи: вѣдь остатокъ — металлическая известь — вѣсилъ больше взятаго металла, несмотря на то, что флогистонъ уходилъ при горѣніи. Но всѣ были удовлетворены, когда флогистонъ снабдили отрицательнымъ вѣсомъ.

Но и теорія Ньютона объ испусканія свѣтовыхъ атомовъ просуществовала около столѣтія, объясняя многое, до того времени необъясненное. Она уступила свое мѣсто лишь тогда, когда новое время и новые факты болѣе не могли быть согласованы съ этой свѣтовой матеріей.

Остановимся немного на этомъ мѣстѣ. Мы стоимъ здѣсь передъ своеобразнымъ фактомъ: химики, изучающіе строеніе матеріи въ продолженіе многихъ тысячелѣтій, во времена Ньютона еще считаются съ четырьмя элементами — качествами Аристотеля; теорія химіи еще не знаетъ ни одного вещественнаго элемента; напримѣръ, образцовый въ свое время химикъ Lemery въ своемъ „Cours de Chymie" (1716) пишетъ, что первый принципъ всѣхъ

---

*) Если замѣнить слово „флогистонъ" словомъ „энергія" (или „теплота"), то, по современному выраженію, та же реакція окисленія металла писалась бы такъ:

$$\text{металлъ} \rightarrow \text{окись металла} + \text{теплота (энергія)};$$

$$\text{напримѣръ,}\ Hg \rightarrow HgO \qquad + a\ \text{калорій}.$$

составныхъ тѣлъ „c'est un esprit universel", „mais comme ce principe est un peu metaphysique, il est bon d'en établir de sensibles" (стр. 2): таковыми являются: „l'eau, l'esprit (mercure), l'huile (ou soufre), le sel et la terre". Но это не обыкновенныя или извѣстныя вещества: вода, ртуть, сѣра, соль и земля, т. е. мы ихъ не знаемъ, — значитъ, и они метафизическаго характера.

Однако, физики, изучающіе одновременно съ химиками матерію, въ частности ея качества, постепенно приходятъ къ десятку матерій — элементовъ, а именно: къ матеріи тепла, холода, магнетизма, электричества, свѣта (а свѣтовыхъ атомовъ должно быть 7 родовъ, въ связи съ 7 цвѣтами), всеміpнаго тяготѣнія (а также вкусовыхъ, звуковыхъ и др. ощущеній).

Иными словами: химія дематеріализовала матерію, превративъ ее въ качества, а физика пришла къ матеріализаціи качествъ и силъ, превративъ таковыя во множество особыхъ субстанцій. Впрочемъ, химія имѣла одну такую субстанцію — флогистонъ, обладавшій отрицательнымъ вѣсомъ.

Но вернемся къ нашему хронологическому обзору невѣсомыхъ субстанцій.

Упомянутая матеріализація силъ и энергій въ физикѣ продолжалась и въ XVIII вѣкѣ, т. е. и въ періодъ опытной и математической физики. Слѣдовательно, подобныя невѣсомыя матеріи устояли передъ опытами, они вошли въ составъ физическихъ теорій, а эти теоріи были полезны и цѣлесообразны.

Вслѣдъ за тѣмъ какъ Dufay (1734) установилъ различіе между положительнымъ и отрицательнымъ электричествомъ, — Desaguilliers ввелъ понятіе о „проводникахъ электричества", Symmer (1759) развилъ теорію двухъ электрическихъ жидкостей, а въ противоположность тому B. Franklin (1765) предложилъ унитарную теорію, принявъ лишь одну электрическую субстанцію во вселенной.

Идея о субстанціальности теплоты оказалась въ высшей степени плодотворной. Представленіе о теплотѣ, какъ матеріи, играетъ, роль въ работахъ Рихмана (друга и товарища Ломоносова въ нашей Академіи Наукъ), давшаго первые опытные матеріалы для возникновенія научной калориметріи: онъ впервые установилъ правило для измѣренія теплоты двухъ неодинаково теплыхъ и смѣшанныхъ жидкостей (1750). Работу физика Рихмана продолжалъ знаменитый Black (англійскій химикъ), который (1763 — 1774) подъ вліяніемъ идеи о вещественности тепла создалъ калориметрію и установилъ опытнымъ путемъ: теплоемкость, удѣльную теплоту, теплоту плавленія и теплоту испаренія.

Тѣмъ же представленіемъ о теплотѣ руководствовались Lavoisier и Laplace при своихъ опытныхъ изслѣдованіяхъ (1780), а знаменитый изслѣдователь лучистой теплоты Leslie (1813) опредѣлилъ даже упругость и массу этой тепловой матеріи „съ той же точностью и убѣдительностью, съ какой въ наше время исчисляются массы, скорости и средняя длина газовыхъ молекулъ" (E. Mach).

Теорія о вещественности тепла вошла и въ составъ химіи. Тотъ же противникъ флогистона, Lavoisier, считаетъ *) химическіе элементы — напримѣръ, кислородъ, водородъ — какъ бы бинарными, сложными тѣлами, состоящими изъ кислорода + теплородъ (oxygène + calorique), изъ водорода + теплородъ и т. д. И еще въ классическомъ руководствѣ химіи Гмелина („Handbuch der anorganischen Chemie", I, 49, 1852) въ 1852 г. проводится дѣленіе элементовъ и тѣлъ: 1° на химію невѣсомыхъ веществъ, а именно: теплоты, свѣта, электричества и магнетизма, и 2° на химію вѣсомыхъ веществъ.

Лишь медленно совершался переворотъ въ этихъ представленіяхъ. Ученіе о теплотѣ вступило въ новый фазисъ развитія. Появилась механическая теорія теплоты, и тепловая энергія была опредѣлена, какъ энергія неправильнаго, безпорядочнаго движенія молекулъ веществъ.

Магнетизмъ былъ (по теоріи Ампера) сведенъ на электричество; Clausius и Maxwell объединили свѣтъ съ электричествомъ, и электромагнитная теорія свѣта опредѣлила электрическую природу свѣта. Такимъ образомъ, прежнее множество было сведено на одно лишь „вещество" — на электричество. Важнѣйшій успѣхъ новѣйшей физики состоитъ, по Clausius'у (1885), именно въ томъ, что число принимаемыхъ веществъ постепенно было уменьшено.

А нынѣ? Еще лѣтъ 10 тому назадъ, наряду съ веществомъ невѣсомымъ — электричествомъ, существовало вещество вѣсомое — матерія химиковъ, дифференцирующаяся на 70 - 80 самостоятельныхъ простыхъ матерій — элементовъ. Успѣхи физиковъ въ вопросѣ объ уменьшеніи четырехъ веществъ-силъ до одного (до электричества) должны были подѣйствовать и на химиковъ, обладающихъ многими десятками индивидуальныхъ простыхъ веществъ. Неужели эти химическіе элементы не разрушимы, не превращаемы другъ въ друга? Нѣтъ ли также единства матеріи, какъ есть единство силъ? Съ этой точки зрѣнія намъ станетъ понятнѣе, почему еще въ концѣ прошлаго вѣка такъ часто раздавались голоса химиковъ, физиковъ и натурфилософовъ въ пользу разрушенія и распаденія элементовъ, уменьшенія ихъ числа, существованія „первичной матеріи" и синтеза изъ нея всѣхъ нынѣ извѣстныхъ элементовъ. Тогда и химики владѣли бы лишь однимъ веществомъ. Но и это положеніе дѣла врядъ ли могло бы на долгое время вполнѣ удовлетворить умъ человѣческій. Почему намъ нужны два вещества: одно — особенное — для физиковъ, другое — отдѣльное — для химиковъ? Такой дуализмъ съ философской и психологической точки зрѣнія не можетъ быть признанъ окончательнымъ. Наше міросозерцаніе ищетъ объединенія, стремится къ монизму. Не существуетъ ли переходъ отъ одного вещества (отъ энергіи) къ другому (къ матеріи), и vice versa?

И вотъ мы подошли съ психологической точки зрѣнія къ послѣдней стадіи развитія физико-химическихъ наукъ — къ единству вещества

*) Въ своемъ «Traité élémentaire de Chimie» (Paris, 1793, стр. 200) онъ помѣстилъ особую главу подъ заглавіемъ: „Sur les combinaisons de la Lumière et du Calorique avec les différentes substances".

съ энергіей, къ которому насъ уже привела современная электроника и термодинамика (см. стр. 144).

А между тѣмъ чутье древнихъ натурфилософовъ подсказывало имъ за 2400 лѣтъ до нашей эры первичную матерію, надъ которой, однако, издѣвались еще не такъ давно!

Птоломеева система міровъ, основанная на ученіи Аристотеля о неразрушимости и вѣчной неизмѣняемости небесъ, была приведена въ колебаніе, когда Галилей (въ 1604 г.) указалъ на появленіе новой звѣзды, исчезнувшей, однако, черезъ 18 мѣсяцевъ. Это было 300 лѣтъ назадъ въ макрокосмѣ.

А нынѣ не присутствуемъ ли мы при такомъ же переворотѣ въ микрокосмѣ? Не предвѣщаетъ ли и въ немъ появленіе новыхъ звѣздъ — кометъ предстоящей катастрофы? Дѣйствительно, наши понятія о вѣчности матеріи, о постоянствѣ элементовъ и недѣлимости атомовъ — не переживаютъ ли они въ настоящее время тѣхъ же сотрясеній. Міръ идей Аристотеля о четырехъ элементахъ палъ при появленіи новаго міра химическихъ элементовъ — веществъ Бойля. Восторжествовалъ этотъ міръ совмѣстно съ міромъ атомовъ Демокрита, открывъ человѣческому уму новые пути въ тайны природы и обогативъ культуру человѣческаго рода цѣнностями. Но уже имѣются вѣрныя примѣты начинающагося распаденія.

Когда стало очевиднымъ, что атомы, эти недѣлимыя единицы, выбрасываютъ электроны (электрическіе атомы) и даже добровольно дезаггрегируются, распадаются, появилось ученіе о сложной природѣ атома: онъ превратился у физиковъ въ аггрегацію электроновъ.

Проложившее себѣ столь трудно дорогу ученіе Бойля объ элементахъ, какъ неразлагаемыхъ химическихъ индивидахъ, оказалось обобщеніемъ, нуждающимся въ оговоркахъ и ограниченіяхъ; напримѣръ, элементъ радій самопроизвольно разлагается на рядъ новыхъ элементовъ — на газы гелій и нитонъ и т. д.; элементъ уранъ самопроизвольно распадается на радій и его гомологи, элементъ торій подлежитъ такому же процессу распаденія. Слѣдовательно, химическій элементъ, въ общемъ, долженъ быть разсматриваемъ, не какъ вещество неразложимое, а какъ вещество, до сихъ поръ еще не разложенное, или при извѣстныхъ и въ настоящее время употребленныхъ способахъ воздѣйствія не разлагающееся.

При обращеніи реакціи, — напримѣръ,

$$\text{радій } Ra \begin{cases} \nearrow \alpha\text{-лучи } (He = 4) \\ \rightarrow \text{эманація (нитонъ)} \end{cases}$$

атомн. вѣсъ 226 — 222

элементы нитонъ (222) + гелій (4) (+ электроны) должны перейти съ увеличеніемъ вѣса въ элементъ радій; иначе говоря, элементы подлежатъ не только анализу, но и синтезу и могутъ создаться съ увеличеніемъ массы.

Но электроны обладаютъ массою (около 1/2000 массы водороднаго атома); разъ вещественные атомы постепенно распадаются на электроны (электронную энергію), развѣ тогда не мыслимо обращеніе той же реакціи, именно: синтезъ атомовъ изъ электроновъ? И вотъ появилась смѣлая корпускулярная теорія J. J. Thomson'a; этотъ ученый за послѣднее десятилѣтіе неустанно развиваетъ теорію, состоящую въ томъ, что всѣ химическіе элементы произошли отъ аггрегаціи электроновъ. Искомое единство природы такимъ образомъ, наконецъ, было бы достигнуто. Но не забудемъ, что все это мыслимо, но пока не реализовано опытомъ. „Невѣсомое" вещество — электричество, электрическая жидкость — матеріализовалось. Вѣсомыя вещества, наши элементы, въ теоріи сведены на это „невѣсомое" вещество. Но на опытѣ мы не имѣемъ ни одного факта, подтверждающаго обратный переходъ, а именно: дѣйствительную матеріализацію свѣта (лучистой энергіи) или электричества въ какой-либо вѣсомый химическій элементъ или вѣсомое тѣло.

Безъ сомнѣнія, громадные успѣхи атомнаго ученія въ химіи повліяли на это новѣйшее развитіе физики, вызвавъ атомизацію энергіи. Упомянемъ, что (по ученію Weiss'a) дѣйствительно существуютъ магнитные атомы (магнетоны). Невольно возникаетъ мысль, что при дальнѣйшей обработкѣ и при болѣе интенсивномъ изученіи различныхъ формъ энергіи появятся еще новые роды атомовъ. Что сегодняшнее единство скоро уступитъ мѣсто завтрашнему множеству, наравнѣ съ тѣмъ фактомъ, что химики, преслѣдуя идею о первичной матеріи и руководствуясь четырьмя элементами Аристотеля, постепенно, непрестанной экспериментальной работою дошли до 80 и большаго числа элементовъ и первичныхъ матерій. Вмѣсто интеграціи результатомъ оказалась дифференціація вещества. Представляютъ ли вѣсъ электрона ($\varepsilon = {}^1/_{2000}$ водорода) и его размѣры (радіусъ $\varrho = 2 \times 10^{-13}$ *см.*) мыслимые минимумы дѣленія „субстанцій"? Конечно, нѣтъ; это лишь предѣлъ временный. Уже теперь принимается для положительнаго электричества (электрона) бóльшая масса, нежели для отрицательнаго электрона. И для теоретическаго синтеза химическихъ элементовъ Nicholson (1911) уже прибѣгаетъ къ четыремъ первичнымъ элементамъ (а именно: къ коронію $= 0{\cdot}513$, водороду $= 1{\cdot}008$, небулію $= 1{\cdot}6277$ и протофтору $= 2{\cdot}3607$).

Въ свое время, сто лѣтъ тому назадъ, въ химіи считалось непостижимымъ узнать строеніе (структуру) частицы или молекулы, — а съ пятидесятыхъ годовъ прошлаго вѣка начинается блестящее развитіе именно структурной химіи. Семьдесятъ пять лѣтъ назадъ считали научной ересью мысль о синтетическомъ полученіи тѣлъ, изготовляемыхъ природою въ организмѣ растеній и животныхъ, а черезъ полвѣка уже стали фабриковать таковыя на заводахъ. Тридцать лѣтъ назадъ высмѣивали van't Hoff'a, задумавшаго разгадать пространственную группировку атомовъ въ химической частицѣ: прошло нѣсколько лѣтъ, и стереохимія или химія въ пространствѣ (la chimie dans l'espace) оказалась новымъ плодороднымъ отдѣломъ химіи, давшимъ неожиданную научную жатву вплоть до нашихъ дней (напримѣръ, изслѣдованія A. Werner'a).

И нынѣ же мы являемся свидѣтелями новаго, еще болѣе отважнаго похода въ это царство химиковъ: послѣ того, какъ химики изучили самыя разнообразныя реакціи этихъ атомовъ, осуществивъ синтезы продуктовъ живого организма, установивъ внутреннюю связь атомовъ въ частицахъ и опредѣливъ родъ и вліяніе пространственной группировки ихъ,—физики, благодаря трудамъ которыхъ мы узнали о настоящей величинѣ (напримѣръ, о радіусѣ, объемѣ, о длинѣ пути и т. д.) атомовъ и частицъ, собираются приступить къ изученію реакцій анализа и синтеза элементовъ, структуры и стереохиміи атомовъ. Удастся ли это? Появятся ли скоро такія структурныя формулы атомовъ и сложныхъ химическихъ тѣлъ? Какую роль будутъ играть въ этой новой атомной наукѣ физики и химики? Если физики дадутъ экспериментальные способы синтеза атомовъ и элементовъ, сумѣютъ ли химики воспользоваться этими указаніями для практическаго ихъ примѣненія, для технической фабрикаціи этихъ элементовъ, для искусственнаго приготовленія металловъ,—напримѣръ, столь необходимаго желѣза и столь желаннаго золота?

Трудно быть пророкомъ въ этомъ случаѣ. Но одно ясно: въ симбіозѣ физики и химіи вновь ощущается настоятельная необходимость. Обѣ науки въ дружномъ, совмѣстномъ развитіи снова призваны къ производству новыхъ открытій, предназначенныхъ не только видоизмѣнять взгляды наши на природу, но, можетъ быть, и осуществить древнія мечты человѣчества и создать новыя формы и условія для человѣческой культуры.

Укажу еще на своеобразное стеченіе обстоятельствъ. Три столѣтія назадъ новое экспериментальное направленіе физики и блестящіе успѣхи механики способствовали химіи эмансипироваться отъ прежняго ига Аристотеля. Если химія въ эту знаменательную эпоху стала опытною наукой, трезво относящейся къ природѣ и мало-помалу освобождающейся отъ идеи трансмутаціи металловъ и отъ мистицизма, то это произошло не въ меньшей мѣрѣ вслѣдствіе примѣра трезвой и опытной физики. А нынѣ? Современные успѣхи физики въ новой формѣ возрождаютъ идеи о трансмутаціи, вынуждая и химію XX вѣка заниматься этимъ вопросомъ, исходя изъ первичной матеріи!

Подойдя къ этимъ широкимъ перспективамъ, я кончаю мой обзоръ вліянія физики на развитіе химіи. Это вліяніе есть взаимное. Я позволилъ себѣ назвать это взаимное отношеніе обѣихъ наукъ симбіозомъ. И эти двѣ науки, какъ бы двухъ различныхъ направленій, жили и живутъ совмѣстно, оказывая другъ на друга полезное вліяніе и способствуя другъ другу въ развитіи.

Обѣ науки создали новые идеалы культуры; обѣ науки измѣнили прежнія тяжелыя условія жизни, создали новый строй вещественнаго міра.

Нашъ обзоръ намъ показалъ, что обѣ науки, хотя исчисляютъ свое существованіе тысячелѣтіями, являются вѣчно молодыми какъ по запасу великихъ практическихъ задачъ, такъ и по запасу волнующихъ физическую науку неразрѣшенныхъ вопросовъ и характеризующихъ нашъ культурный періодъ смѣлыхъ идей. Зная прошлое равномѣрное развитіе обѣихъ наукъ, мы не станемъ впадать въ ошибку, предполагая, что современное состояніе представляетъ предѣлъ развитія, что наши современныя научныя цѣнности, удивительныя по своимъ размѣрамъ, не подлежатъ дальнѣйшимъ измѣненіямъ, что ихъ курсъ на биржахъ всемірной исторіи и культуры твердъ. Нѣтъ, блестящее современное состояніе обѣихъ наукъ, взятое вмѣстѣ съ равномѣрнымъ ростомъ физики и химіи за тысячелѣтія, широкіе размѣры новыхъ научныхъ горизонтовъ и избытокъ открытыхъ вопросовъ создастъ для насъ рядъ новыхъ идеаловъ, призывающихъ насъ всѣхъ къ усиленной работѣ!

Съ этой точки зрѣнія я считаю свою рѣчь привѣтственной: я счастливъ привѣтствовать Васъ, Милостивыя Государыни и Милостивые Государи, съ совмѣстной дружной и плодотворной работой,— работой, проникнутой свѣтлыми идеалами, вытекающими изъ развитія наукъ физической и химической.

Результаты, проистекающіе изъ сравненія чиселъ съ ихъ натуральными логариѳмами.

П. Флорова.

Докладъ, прочитанный на Харьковской Педагогической выставкѣ 3 іюля 1913 г.

§ 1. Цѣль реферата.

Цѣль настоящаго реферата заключается въ объединеніи пріемовъ отысканія предѣловъ перемѣнныхъ величинъ

$$c^h \quad \text{и} \quad \frac{c^h - 1}{h},$$

при неограниченномъ убываніи абсолютнаго значенія h и перемѣнныхъ величинъ

$$\log a, \quad a^m \quad \text{и} \quad \frac{a^m - 1}{a - 1},$$

гдѣ a стремится къ 1, какъ къ предѣлу. Извѣстно, что въ школьныхъ учебникахъ по алгебрѣ и анализу безконечно-малыхъ перечисленныя пять задачъ рѣшаются посредствомъ такихъ пріемовъ, которые не имѣютъ между собою никакой связи и которые вслѣдствіе этого представляются ученикамъ искусственными и трудно запоминаемыми. Разрозненность этихъ пріемовъ усиливается необходимостью порознь разсматривать случаи

$$0 < c < 1 \quad \text{и} \quad c > 1,$$

а также случаи, когда m есть цѣлое положительное число, цѣлое отрицательное и, наконецъ, дробное положительное или отрицательное.

Между тѣмъ упомянутыя задачи вполнѣ заслуживаютъ быть объединенными одной общей идеей въ виду того, что онѣ представляютъ собою базисъ, на которомъ построено отысканіе предѣловъ обширнаго класса перемѣнныхъ величинъ и дифференцированіе степени аргумента, логариѳма и показательной функціи.

Такой идеей является зависимость между числомъ и его натуральнымъ логариѳмомъ, при чемъ относительно постоянной величины c дѣлается лишь одно предположеніе $c > 0$, а постоянная величина m оставляется вполнѣ произвольной.

Зависимость между числомъ и его натуральнымъ логариѳмомъ представляется въ формѣ двухъ неравенствъ, выводъ которыхъ можетъ быть построенъ на слѣдующихъ соображеніяхъ. Допустимъ, что ученикамъ уже сообщено обобщенное понятіе о степени, и что они не затрудняются считать показателя степени цѣлымъ, дробнымъ, положительнымъ или отрицательнымъ числомъ. Допустимъ еще, что ученики усвоили характеръ измѣненія перемѣнной величины

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x,$$

и что они знаютъ, что, если абсолютная величина перемѣнной x будетъ неограниченно возрастать, то перемѣнная величина

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$$

всегда будетъ стремиться къ одному и тому же предѣлу e, по какому бы закону ни происходили измѣненія перемѣнной x. Наконецъ, пусть ученикамъ сообщено, что система логариѳмовъ, въ которой за основаніе принято число e, называется натуральною системою.

При осуществленіи изложенныхъ условій ученикамъ будутъ понятны вычисленія, излагаемыя въ послѣдующихъ параграфахъ.

§ 2. Сравненіе числа съ его натуральнымъ логариѳмомъ.

Возвышая въ степень $-x$ обѣ части легко провѣряемаго неравенства

$$1-\frac{1}{x} < \left(1-\frac{1}{2x}\right)^2,$$

найдемъ, что при $x > 1$ имѣетъ мѣсто неравенство

$$\left(1-\frac{1}{x}\right)^{-x} > \left(1-\frac{1}{2x}\right)^{-2x}.$$

Отсюда видно, что перемѣнная величина $\left(1-\frac{1}{x}\right)^{-x}$ съ удвоеніемъ x убываетъ. А такъ какъ она имѣетъ своимъ предѣломъ e, то

$$\left(1-\frac{1}{x}\right)^{-x} > e \text{ (при } x > 1).$$

Съ другой стороны, возвышая въ степень x обѣ части неравенства

$$\left(1+\frac{1}{x}\right) < \left(1+\frac{1}{2x}\right)^2,$$

получимъ при $x>0$:

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x < \left(1+\frac{1}{2x}\right)^{2x}.$$

Отсюда видно, что перемѣнная величина $\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$ съ удвоеніемъ x возрастаетъ. А такъ какъ она имѣетъ своимъ предѣломъ e, то

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x < e.$$

Полученныя два неравенства можно соединить въ одно:

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x < e < \left(1-\frac{1}{x}\right)^{-x},$$

гдѣ x есть совершенно произвольное число, большее единицы.

Возвысивъ каждую часть этого неравенства сначала въ степень $\dfrac{1}{x}$, а затѣмъ въ степень $-\dfrac{1}{x}$, соотвѣтственно получимъ:

$$1+\frac{1}{x} < e^{\frac{1}{x}} < \frac{1}{1-\frac{1}{x}} \quad \text{и} \quad 1-\frac{1}{x} < e^{-\frac{1}{x}} < \frac{1}{1+\frac{1}{x}}.$$

Отсюда видно, что неравенства

$$1+\frac{1}{z} < e^{\frac{1}{z}} < \frac{1}{1-\frac{1}{z}}$$

имѣютъ мѣсто для всѣхъ значеній z, большихъ 1, и для всѣхъ значеній z, меньшихъ -1; слѣдовательно, оно имѣетъ мѣсто при условіи

$$-1 < \frac{1}{z} < 1,$$

которому можно дать видъ

$$e^{-1} < e^{\frac{1}{z}} < e.$$

Если положимъ

$$e^{\frac{1}{z}} = N \quad \text{или} \quad \frac{1}{z} = \log N,$$

то получимъ формулу:

$$1+\log N < N < \frac{1}{1-\log N},$$

условіе существованія которой выразится неравенствомъ

$$-1 < \log N < 1$$

или равносильнымъ ему неравенствомъ

$$e^{-1} < N < e.$$

Такъ какъ $\log N$ заключается между -1 и $+1$, то, слѣдовательно,

$$\log^2 N < 1.$$

Итакъ, мы приходимъ къ такому выводу: если квадратъ натуральнаго логариѳма числа N меньше единицы, то это число связано со своимъ натуральнымъ логариѳмомъ неравенствами:

$$1 + \log N < N < \frac{1}{1 - \log N}. \qquad \text{(A)}$$

Примѣнимъ формулу (A) къ тремъ частнымъ случаямъ:

$$N = a, \quad N = c^h, \quad N = a^m,$$

гдѣ a и h — перемѣнныя величины, а c и m — постоянныя.

§ 3. Предѣлъ $\log a$ при $a = 1$.

Пусть a будетъ перемѣнная величина, подчиненная условію:

$$e^{-1} < a < e,$$

или, что то же, условію

$$\log^2 a < 1,$$

и пусть предѣлъ a будетъ 1; это послѣднее допущеніе возможно, такъ какъ

$$e^{-1} < 1 < e.$$

Полагая въ формулѣ (A) $N = a$, найдемъ:

$$1 + \log a < a < \frac{1}{1 - \log a},$$

что можно представить въ такомъ видѣ:

$$1 - \frac{1}{a} < \log a < a - 1.$$

Такъ какъ, по условію, a имѣетъ своимъ предѣломъ 1, то абсолютныя значенія величинъ

$$1 - \frac{1}{a} \quad \text{и} \quad a - 1$$

могутъ сдѣлаться и оставаться меньше всякаго напередъ заданнаго положительнаго числа, какъ бы мало оно ни было. Отсюда видно, что по мѣрѣ приближенія числа a къ 1, какъ къ предѣлу, натуральный его логариѳмъ становится и остается меньше всякаго напередъ заданнаго положительнаго числа и потому есть величина безконечно малая, т. е.

$$\lim_{a=1} \log a = 0.$$

§ 4. Предѣлъ c^h при $h=0$.

Пусть c будетъ постоянное положительное число, а h перемѣнная величина, и пусть квадратъ натуральнаго логариѳма числа c^h будетъ меньше единицы, т. е. пусть

$$(\log c^h)^2 < 1, \text{ или } h^2 < \frac{1}{\log^2 c}.$$

Написанному условію не будетъ противорѣчить допущеніе, что перемѣнная величина h стремится къ нулю, какъ къ предѣлу, и, слѣдовательно, есть величина безконечно малая. Это именно допущеніе мы и удержимъ.

Полагая въ формулѣ (A) $N=c^h$, получимъ:

$$1+h\log c < c^h < \frac{1}{1-h\log c}, \text{ или, что то же, } h\log c < c^h - 1 < \frac{h\log c}{1-h\log c}.$$

Такъ какъ h есть величина безконечно малая, то абсолютное значеніе разности между перемѣнною величиною c^h и постояннымъ числомъ 1 также есть величина безконечно малая.

Отсюда на основаніи понятія о предѣлѣ заключаемъ, что при приближеніи h къ нулю, какъ къ предѣлу, перемѣнная величина c^h стремится къ предѣлу 1, т. е.

$$\lim_{h=0} c^h = 1.$$

§ 5. Предѣлъ $\frac{c^h-1}{h}$ при $h=0$.

Удержимъ всѣ обозначенія и предположенія предыдущаго параграфа и различимъ два случая $h>0$ и $h<0$. Раздѣливъ неравенство

$$h\log c < c^h - 1 < \frac{h\log c}{1-h\log c}$$

на $h>0$, будемъ имѣть:

$$\log c < \frac{c^h-1}{h} < \frac{\log c}{1-h\log c}.$$

Раздѣливъ его на $h<0$, найдемъ:

$$\log c > \frac{c^h-1}{h} > \frac{\log c}{1-h\log c}.$$

Если отъ каждой части полученныхъ неравенствъ отнимемъ по $\log c$, то будемъ имѣть:

$$0<\frac{c^h-1}{h}-\log c<\frac{h\log^2 c}{1-h\log c} \quad \text{и} \quad 0>\frac{c^h-1}{h}-\log c>\frac{h\log^2 c}{1-h\log c}\,.$$

Отсюда видно, что при h безконечно маломъ абсолютное значенiе разности между перемѣнною величиною $\dfrac{c^h-1}{h}$ и постоянною $\log c$ въ обоихъ случаяхъ есть величина безконечно малая. Поэтому, на основанiи понятiя о предѣлѣ заключаемъ, что при приближенiи h къ нулю, какъ къ предѣлу, перемѣнная $\dfrac{c^h-1}{h}$ стремится къ предѣлу $\log c$, т. е.

$$\lim_{h=0}\frac{c^h-1}{h}=\log c.$$

§ 6. Предѣлъ a^m при $a=1$.

Пусть m будетъ постоянное положительное или отрицательное число, а a — перемѣнная величина, и пусть квадратъ натуральнаго логариѳма числа a^m будетъ меньше 1, т. е. пусть

$$(\log a^m)^2<1, \text{ или } \log^2 a<\frac{1}{m^2}\,.$$

Написанному условiю не будетъ противорѣчить допущенiе, что перемѣнная величина a стремится къ 1, какъ къ предѣлу, потому что предѣлъ $\log a$ при $a=1$ есть нуль. Но если предѣлъ a есть 1, а предѣлъ $\log a$ при $a=1$ есть нуль, то величины $a-1$ и $\log a$ будутъ одновременно безконечно малыми. Это допущенiе мы и удержимъ.

Полагая въ формулѣ (A) $N=a^m$, получимъ:

$$1+m\log a<a^m<\frac{1}{1-m\log a}\,, \quad \text{или} \quad m\log a<a^m-1<\frac{m\log a}{1-m\log a}\,.$$

Такъ какъ по мѣрѣ приближенiя a къ 1, какъ къ предѣлу, $\log a$ дѣлается и остается меньше всякаго напередъ заданнаго положительнаго числа, то абсолютное значенiе разности между перемѣнною величиною a^m и постоянною 1 есть величина безконечно малая.

Отсюда на основанiи понятiя о предѣлѣ заключаемъ, что при приближенiи a къ 1, какъ къ предѣлу, перемѣнная a^m стремится къ предѣлу 1, т. е.

$$\lim_{a=1} a^m=1.$$

§ 7. Предѣлъ $\dfrac{a^m-1}{\log a}$ при $a=1$.

Удержимъ всѣ обозначенія и допущенія предыдущаго параграфа и раздѣлимъ каждую часть неравенства

$$m\log a < a^m - 1 < \frac{m\log a}{1-m\log a}$$

на $\log a$. Въ результатѣ будемъ имѣть:

$$m \lesseqgtr \frac{a^m-1}{\log a} \lesseqgtr \frac{m}{1-m\log a},$$

гдѣ верхніе знаки неравенствъ должны быть взяты при $a>1$ а нижніе при $a<1$. Вычтя изъ каждой части по m, получимъ:

$$0 \lesseqgtr \frac{a^m-1}{\log a} - m \lesseqgtr \frac{m^2\log a}{1-m\log a}.$$

По мѣрѣ того, какъ a приближается къ единицѣ, какъ къ своему предѣлу, $\log a$ становится и остается меньше всякаго напередъ заданнаго положительнаго числа.

На этомъ основаніи приходимъ къ заключенію, что, по какому бы закону ни измѣнялась перемѣнная величина a, стремясь къ своему предѣлу, и какое бы значеніе ни имѣло данное число m, абсолютное значеніе разности между перемѣнною величиною $\dfrac{a^m-1}{\log a}$ и постоянною m при приближеніи a къ 1 стремится къ предѣлу 0. Это значитъ, что предѣлъ этой перемѣнной равняется m, т. е.

$$\lim_{a=1}\frac{a^m-1}{\log a}=m.$$

§ 8. Предѣлъ $\dfrac{a^m-1}{a-1}$ при $a=1$.

Положивъ въ предыдущей формулѣ $m=1$, получимъ:

$$\lim_{a=1}\frac{a-1}{\log a}=1,\quad \text{или, что то же,}\quad \lim_{a=1}\frac{\log a}{a-1}=1.$$

Посредствомъ тождества

$$\frac{a^m-1}{a-1}=\frac{a^m-1}{\log a}\cdot\frac{\log a}{a-1}$$

и теоремы, по которой предѣлъ произведенія равенъ произведенію предѣловъ, найдемъ:

$$\lim_{a=1} \frac{a^m - 1}{a - 1} = \lim_{a=1} \frac{a^m - 1}{\log a} \cdot \lim_{a=1} \frac{\log a}{a - 1}$$

Отсюда

$$\lim_{a=1} \frac{a^m - 1}{a - 1} = m.$$

Первый Всероссійскій Съѣздъ преподавателей физики, химіи и космографіи.

И. Габера.

(*Продолженіе* *).

V. Практическія занятія учениковъ.

Какъ уже извѣстно читателямъ, главнымъ вопросомъ, занимавшимъ Съѣздъ, былъ вопросъ о практическихъ занятіяхъ учениковъ; имъ интересовались всѣ секціи и, главнымъ образомъ, секція физики. О томъ громадномъ значеніи, которое имѣютъ практическія занятія учениковъ при прохожденіи ими курса экспериментальныхъ наукъ, говорить теперь не приходится. Въ настоящее время эта истина признается всѣми, и, если Съѣздъ удѣлилъ этому вопросу столько вниманія, то это объясняется именно тѣмъ, что практическія занятія учениковъ уже признаны необходимыми, и нужно поэтому выработать методы веденія этихъ занятій.

Методы преподаванія опытныхъ наукъ въ средней школѣ претерпѣли сложную эволюцію, на протяженіи которой можно отмѣтить четыре періода. Въ первомъ періодѣ физическая наука была достояніемъ лишь немногихъ ученыхъ, ей недоставало популяризаціи, и потому она была мало доступна ученикамъ. Еще въ 90-хъ годахъ прошлаго столѣтія процвѣтала мѣловая физика, приборы большей частью рисовались, и, если въ рѣдкихъ случаяхъ въ кабинетъ и попадалъ приборъ, то это былъ приборъ того же типа, какимъ пользовался ученый, устанавливавшій физическіе законы и константы. Приборы этого времени были недоступны вслѣдствіе дороговизны и недостаточно демонстративны. Во второмъ періодѣ усиленно развивается классный экспериментъ: ученики не только представляютъ себѣ нарисованные на доскѣ приборы, но и видятъ ихъ — видятъ, правда, пассивно, оставаясь на своихъ мѣстахъ. Этотъ методъ преподаванія обнаружилъ полную непригодность научныхъ приборовъ для цѣлей демонстрированія, и вниманіе конструкторовъ и педагоговъ было обращено на выработку приборовъ дешевыхъ и демонстративныхъ, т. е. такихъ, въ которыхъ руководящая идея выступала бы ясно, не затемняясь конструктивными деталями.

*) См. „Вѣстникъ", № 102.

Несмотря на то, что этотъ методъ стоялъ значительно выше предыдущаго, онъ все же не избавился отъ одного крупнаго дефекта: ученики оставались пассивными зрителями того, что дѣлалъ преподаватель. Теперь на смѣну этому методу пришелъ методъ практическихъ занятій. Лекціонный экспериментъ отступаетъ нѣсколько на задній планъ, а въ подспорье ему, отчасти даже въ замѣну, вводится экспериментированіе самихъ учениковъ на приборахъ весьма удешевленнаго типа. Что касается четвертаго метода, то это, скорѣе, методъ будущаго; при немъ совершенно устраняется экспериментъ преподавателя и вводятся лабораторные эксперименты учениковъ; мы имѣемъ въ виду такъ называемые „лабораторные уроки", которые усиленно рекомендуются теперь въ Германіи Ганомъ и Гримзелемъ. Выясненію сравнительныхъ преимуществъ послѣднихъ двухъ методовъ былъ посвященъ весьма обстоятельный докладъ Б. А. Герна (Смоленскъ) — „Два главныхъ типа лабораторныхъ работъ по физикѣ, ихъ цѣли, организація и области примѣненія", прочитанный 28 декабря.

Лабораторными уроками называются лабораторныя работы, введенныя въ самый курсъ; подъ практическими занятіями подразумѣваются лабораторныя работы, отдѣленныя отъ курса. И тѣ и другія имѣютъ въ виду сдѣлать представленія учениковъ болѣе полными, присоединяя къ зрительнымъ и слуховымъ ощущеніямъ ощущенія осязательныя и мускульно-двигательныя; но есть между этими двумя методами и глубокая разница. При второмъ методѣ прохожденіе курса физики остается обычнымъ, преподаватель попрежнему производитъ передъ учениками опыты и выясняетъ имъ основныя понятія и законы физики. Практическія занятія происходятъ послѣ того, какъ ученики уже уяснили себѣ курсъ, и имѣютъ цѣлью оживить и углубить знанія учениковъ. Опытъ, произведенный ученикомъ, хотя бы и послѣ преподавателя, приноситъ большую пользу, такъ какъ ученикъ вполнѣ ознакомляется съ условіями опыта, ничего не пропуститъ и всякую важную деталь оцѣнитъ.

Сторонники лабораторныхъ уроковъ ставятъ послѣднимъ гораздо болѣе широкія задачи. Они считаютъ необходимымъ замѣнить, гдѣ это только возможно, экспериментъ преподавателя экспериментомъ ученика; учитель на лабораторныхъ урокахъ лишь руководитъ обсужденіемъ поставленныхъ задачъ и направляетъ эти разсужденія такъ, чтобы они не только приводили учениковъ къ правильному усвоенію основныхъ понятій физики, но и къ самостоятельному выводу этихъ понятій.

На первый взглядъ, не можетъ быть сомнѣнія въ преимуществѣ лабораторныхъ уроковъ надъ вторымъ методомъ; однако, болѣе глубокій анализъ приводитъ докладчика къ заключенію, что это не всегда такъ. Самъ Гримзель — ярый сторонникъ лабораторныхъ уроковъ — находитъ, что есть отдѣлы, которые поддаются изложенію только преподавателя, докладчикъ же приходитъ къ заключенію, что установленіе основныхъ понятій вообще не поддается методу лабораторныхъ уроковъ. Къ недостаткамъ метода лабораторныхъ уроковъ слѣдуетъ отнести потребность въ большомъ количествѣ времени, такъ какъ ученики продѣлываютъ опыты гораздо медленнѣе преподавателя, а также необходимость имѣть, по крайней мѣрѣ, 15-20 экземпляровъ каждаго прибора, такъ какъ всѣ ученики одновременно производятъ одинъ и тотъ же опытъ. Съ другой стороны, практическія занятія имѣютъ нѣкоторыя весьма крупныя достоинства: ученикъ относится къ опыту болѣе сознательно, у преподавателя есть возможность расположить матеріалъ для слабыхъ учениковъ въ порядкѣ возрастающей трудности. Всѣ эти соображенія приводятъ докладчика къ заключенію, что каждый изъ указанныхъ методовъ долженъ примѣняться на соотвѣтственной ступени: лабораторные уроки болѣе пригодны на начальной ступени изученія физики, практическія занятія — на второй. Вотъ почему докладчикъ приходитъ къ слѣдующимъ положеніямъ: 1° изученіе физики должно начинаться съ пропедевтическаго курса, въ которомъ долженъ быть проведенъ методъ лабораторныхъ уроковъ; 2° за нимъ долженъ слѣдовать систематическій курсъ. Онъ долженъ быть основанъ на классныхъ демонстраціяхъ и теоретическихъ выводахъ и сопровождаться обязательными для всѣхъ практическими занятіями, введенными въ число учебныхъ часовъ.

Обратимся теперь къ организаціи лабораторныхъ работъ. Что касается лабораторныхъ уроковъ, то по существу своему они связаны съ курсомъ; поэтому всѣ ученики выполняютъ одну и ту же работу именно въ тотъ часъ, на который назначенъ урокъ. Методъ и планъ задачи выясняются общими усиліями класса при посредствѣ наведенія преподавателя. Практическія занятія могутъ назначаться и въ часы, не отведенныя для уроковъ, при чемъ организація ихъ можетъ быть двоякая: либо всѣ работаютъ на одинъ фронтъ (фронтальная система), либо вразсыпную (индивидуальная система). Въ первомъ случаѣ нужно имѣть столько экземпляровъ каждаго прибора, сколько группъ учениковъ (въ каждой группѣ не больше 2-хъ учениковъ), всѣ ученики выполняютъ одновременно одну задачу и практическія занятія идутъ параллельно курсу; во второмъ случаѣ преподаватель выставляетъ столько задачъ, сколько группъ, и каждая группа продѣлываетъ всѣ эти задачи постепенно; въ этомъ случаѣ практическія занятія идутъ отдѣльно отъ курса. Останавливаясь на томъ и другомъ способѣ веденія практическихъ занятій, Б. Гернъ указалъ на невозможность пріобрѣтенія такого большого количества приборовъ, которое дало бы возможность сразу перейти къ фронтальной системѣ. Вотъ почему докладчикъ рекомендовалъ второй способъ, какъ дающій также весьма хорошіе результаты. Съ теченіемъ времени можно, конечно, подготовлять все большее количество одинаковыхъ приборовъ и въ свое время поставить работу на одинъ фронтъ. Для успѣшности практическихъ занятій докладчикъ считаетъ необходимымъ физическій кабинетъ, который долженъ состоять, по крайней мѣрѣ, изъ двухъ расположенныхъ рядомъ и сообщающихся между собою комнатъ.

Какъ и слѣдовало ожидать, вопросъ, затронутый докладчикомъ, вызвалъ горячія пренія, нашлись сторонники и того и другого мнѣнія. Раздѣлились по этому вопросу на двѣ группы и послѣдующіе докладчики. Н. И. Лорченко (Кіевъ) въ докладѣ „О раціональной постановкѣ преподаванія физики“ познакомилъ членовъ Съѣзда со всѣми тѣми невзгодами, которыя ему пришлось претерпѣть, когда онъ велъ практическія занятія вразсыпную. Пока было мало задачъ, могло работать лишь небольшое число учениковъ; когда же докладчикъ увеличилъ число задачъ, то онъ не въ состояніи былъ вести работу, такъ какъ приходилось буквально разрываться на части. Большимъ неудобствомъ являлось также и то, что практическія занятія расходились съ курсомъ; въ силу этой отчужденности ученику приходилось, напримѣръ, опредѣлять удѣльную теплоемкость, когда онъ не умѣлъ еще взвѣшивать. Совершенно другой результатъ получился у докладчика, когда онъ, побывавъ въ Германіи у Гримзеля и Гана, убѣдился, что для практическихъ занятій вовсе не нужны дорого стоющіе приборы, и что самодѣльные приборы вполнѣ пригодны для практическихъ занятій. Возвратившись изъ Германіи, докладчикъ организовалъ въ одной гимназіи работы по фронтальной системѣ; число отдѣльныхъ задачъ постепенно уменьшалось по мѣрѣ увеличенія количества экземпляровъ однихъ и тѣхъ же приборовъ. Теперь занятія идутъ совершенно правильно. Классъ въ 40 человѣкъ дѣлится на двѣ группы: одна работаетъ на первомъ урокѣ и уходитъ послѣ пятаго, другая работаетъ на шестомъ урокѣ и приходитъ ко второму (докладчикъ категорически высказывается противъ послѣобѣденныхъ занятій, такъ какъ они отнимаютъ у учениковъ до $3^1/_2$ часовъ). Передъ началомъ практическихъ занятій всѣмъ классомъ разрабатывается методъ рѣшенія задачи, даются указанія относительно техники работы, вычерчивается табличка, въ которую вносятся данныя, а впослѣдствіи и полученныя величины; по окончаніи работы ученики выводятъ въ $^0/_0{}^0/_0$ отклоненіе отъ средней величины, полученной классомъ.

Другой докладчикъ М. П. Чижевскій (Тверь) горячо отстаивалъ лабораторные уроки. Не накопленіе свѣдѣній, добытыхъ рабскимъ трудомъ (говорилъ докладчикъ), является цѣлью преподаванія; цѣлью является самостоятельное нахожденіе истины и испытаніе радостнаго чувства при ея нахожденіи. Достиженію указанной цѣли способствуютъ лабораторные уроки. Нужно, однако, замѣтить, что и тѣ докладчики, которые высказывались за методъ практическихъ занятій, самымъ категорическимъ образомъ высказывались за необходимость полной самостоятельности учениковъ, но находили, что это возможно и безъ лабораторныхъ уроковъ. Послѣднихъ, впрочемъ, никто категорически не отвергалъ, но многіе указывали непригодность ихъ на старшей ступени обученія. Въ результатѣ продолжительныхъ преній было принято (см. резолюціи), что выборъ метода веденія практическихъ занятій долженъ быть предоставленъ самому преподавателю.

Остановившись на методѣ веденія лабораторныхъ работъ, мы по необходимости забѣжали нѣсколько впередъ, такъ какъ резолюція по этому вопросу была вынесена только 30-го декабря. Помимо доклада Б. А. Герна, 28-го декабря вечеромъ были заслушаны еще доклады А. П. Пинкевича (Вольскъ), Н. Н. Володкевича старшаго (Кіевъ) и Н. А. Томилина (С.-Петербургъ). Докладъ А. П. Пинкевича „О постановкѣ преподаванія физики и химіи въ учительскихъ институтахъ и семинаріяхъ“ прямого отношенія къ вопросу о практическихъ занятіяхъ не имѣлъ, но, затронувъ очень важный вопросъ, вызвалъ обмѣнъ мнѣній, результаты котораго читатель найдетъ ниже въ резолюціяхъ Съѣзда. Вторымъ былъ заслушанъ докладъ Н. А. Томилина — „Взаимоотношеніе практическаго и теоретическаго курса физики“. Педагогическое значеніе практическихъ занятій докладчикъ видитъ въ томъ, что они способствуютъ усвоенію важныхъ главъ теоретическаго курса, съ которымъ практическія занятія должны быть въ тѣсной связи. Познакомившись на урокѣ съ какимъ-нибудь теоретическимъ вопросомъ, учащіеся, по возможности немедленно, должны приступить къ лабораторнымъ работамъ. Иногда необходимъ обратный порядокъ, если преподаватель желаетъ использовать результаты лабораторныхъ работъ для своихъ объясненій. Осуществленіе этого возможно только при фронтальной системѣ. При постановкѣ практическихъ занятій необходимо имѣть въ виду два педагогическихъ принципа: раздѣленіе трудностей и интересъ къ дѣлу. Послѣдняго можно легко добиться, если ввести въ курсъ практическихъ занятій вопросы частью прикладного свойства. Зная, какъ трудно подыскать такого рода задачи, докладчикъ привелъ цѣлый рядъ задачъ для различныхъ ступеней по различнымъ отдѣламъ, изъ которыхъ многія очень интересны. Важно предостерегать учащихся отъ утомительныхъ и часто безплодныхъ вычисленій съ большимъ числомъ десятичныхъ знаковъ. Слѣдуетъ также, по мнѣнію докладчика, предложить ученикамъ въ классѣ ручного труда приготовить нѣкоторые физическіе приборы, перечень которыхъ приведенъ въ докладѣ. Докладчикъ, какъ мы видимъ, главнымъ образомъ, интересуется матеріаломъ для практическихъ занятій.

Нѣсколько иначе подошелъ къ вопросу о практическихъ занятіяхъ Н. Н. Володкевичъ. Въ своемъ докладѣ — „При какихъ условіяхъ и въ какой мѣрѣ практическія занятія въ средней школѣ могутъ принести наибольшую пользу“ докладчикъ, главнымъ образомъ, останавливается на способахъ веденія практическихъ занятій. Приведемъ нѣкоторые тезисы его доклада: 1) практическія занятія должны являться подготовительной школой для практической жизни; 2) это будетъ лишь въ томъ случаѣ, если они будутъ возбуждать и воспитывать самодѣятельность духа, а не ограничиваться механическимъ выполненіемъ предписанныхъ дѣйствій; 3) практическія занятія должны быть поставлены такъ, чтобы имѣлось въ виду не столько накопленіе учащимися знаній, сколько освоеніе ихъ съ методами научнаго изслѣдованія и духомъ научнаго мышленія. Въ связи съ этимъ является настоятельной необходимостью разрѣшеніе вопроса о сокращеніи фактическаго матеріала въ теоретическомъ курсѣ.

Вечернее засѣданіе 29 декабря было открыто докладомъ Н. В. Кашина (Москва) — „Обзоръ мнѣній московскихъ преподавателей по вопросу о практическихъ занятіяхъ въ средней школѣ“. Нужно замѣтить, что ко времени Съѣзда въ Физическую секцію поступило шесть такихъ обзоровъ или коллективныхъ мнѣній: отъ Московскаго Общества изученія и распространенія физическихъ наукъ, отъ Физико-Математической Комиссіи Казанскаго Педагогическаго общества, Кіевскаго отдѣленія Распорядительнаго Комитета, Одесскаго отдѣленія Распорядительнаго Комитета, Отдѣленія естествознанія Рижскаго Педагогическаго общества и Физико-Химической секціи Крымскаго Общества естествоиспытателей. Всѣ эти мнѣнія были отпечатаны и розданы членамъ Съѣзда, такъ что имѣлась полная возможность ознакомиться со всѣми этими мнѣніями заблаговременно. Докладъ Н. В. Кашина охватилъ многіе вопросы, связанные съ введеніемъ практическихъ занятій, — главнымъ же образомъ, вопросъ о необходимости практическихъ занятій и объ обязательности ихъ, а также вопросъ о системѣ веденія практическихъ занятій и времени, которое слѣдуетъ имъ отвести. Къ сожалѣнію, рамки отчета не даютъ намъ возможности останавливаться на всѣхъ коллективныхъ мнѣніяхъ, которыя уже тѣмъ интересны, что представляютъ мнѣнія большихъ группъ преподавателей; замѣтимъ только, что большинство сходится на необходимости и обязательности практическихъ занятій и полагаетъ, что практическія занятія должны вестись параллельно курсу, на одинъ фронтъ, въ урочное время. Къ такимъ же приблизительно выводамъ пришелъ и А. А. Трусевичъ (Варшава) въ своемъ докладѣ — „Постановка практическихъ занятій — рѣшеніе физическихъ задачъ — въ средней школѣ“. Докладчикъ полагаетъ, что практическія занятія должны вестись въ урочное время, на одинъ или на два фронта, параллельно курсу и обнимать важнѣйшія части курса. По содержанію каждая работа должна представлять изъ себя задачу, а не провѣрку закона; ученикъ долженъ быть поставленъ въ положеніе самостоятельнаго наблюдателя.

Мы далеко не перечислили еще всѣхъ докладовъ, посвященныхъ вопросу о практическихъ занятіяхъ, но изъ приведенныхъ читатель можетъ уже ясно видѣть, что не мало вопросовъ предстояло рѣшить Съѣзду въ связи съ прочитанными докладами, и немудрено, что разгорѣвшіяся пренія затянулись 29-го декабря за полночь и все-таки не закончились. Какъ это, однако, ни странно, пренія начались съ вопроса, котораго вообще докладчики мало касались.

А. А. Трусевичъ, говоря о практическихъ занятіяхъ, затронулъ вопросъ о самодѣльныхъ приборахъ и, считая, что они отнимаютъ у учениковъ много времени и не даютъ правильныхъ результатовъ, высказался противъ изготовленія приборовъ учениками. Этотъ-то вопросъ и подвергся обсужденію прежде всего, при чемъ большинство высказалось противъ превращенія практическихъ занятій въ ремесло. Высказываясь, однако, противъ выдѣлки приборовъ учениками, многіе считали полезнымъ собирать приборы на мѣстѣ, заказывая у мастера отдѣльныя части, годныя для нѣсколькихъ приборовъ.

Очень мало преній вызвалъ вопросъ о необходимости практическихъ занятій; необходимость ихъ ясна каждому, но оживленные дебаты вызвалъ вопросъ объ обязательности практическихъ занятій. Нужно замѣтить, что практическія занятія могутъ быть обязательными для учебнаго заведенія и необязательными для преподавателя и для учениковъ; при этомъ условіи преподаватель воленъ въ выборѣ метода веденія преподаванія физики, а ученики вольны посѣщать практическія занятія или нѣтъ. Такая постановка вопроса нашла сторонниковъ среди членовъ Съѣзда, и между ними А. В. Цингеръ настаивалъ на томъ, что для учебнаго заведенія практическія занятія должны быть обязательными для того, чтобы преподаватель могъ, если онъ найдетъ нужнымъ, требовать введенія практическихъ занятій; обязывать же преподавателей излишне, такъ какъ имъ должна быть представлена полная свобода выбора того или иного способа преподаванія; обязывать учениковъ также нельзя въ силу возможной уже въ средней школѣ дифференціаціи ихъ способностей. Противоположную точку зрѣнія отстаивали П. А. Знаменскій, Н. Н. Володкевичъ и многіе другіе. П. А. Знаменскій находилъ, что практическія занятія не составляютъ отдѣльной части курса физики—такъ сказать, пристройки къ теоретическому курсу; практическія занятія и теорія составляютъ одно нераздѣльное цѣлое, и, если существуетъ принужденіе въ дѣлѣ обученія теоріи, то должно существовать принужденіе и при практическихъ занятіяхъ,—тѣмъ болѣе, что обѣ эти части другъ друга дополняютъ. Послѣ продолжительныхъ преній громаднымъ большинствомъ было принято, что практическія занятія по физикѣ въ средней школѣ обязательны для школы, преподавателей и учениковъ. Конецъ преній былъ перенесенъ на 30-ое декабря.

Уже раньше, когда мы говорили о методахъ веденія практическихъ занятій, мы указали, что вопросъ этотъ обсуждался 30-го декабря, и привели соотвѣтственную резолюцію; но, помимо этого, тогда же подвергся обсужденію вопросъ, какъ смотрѣть на практическія занятія: представляютъ ли они только нѣкоторое дополненіе къ курсу физики или преподаваніе физики вмѣстѣ съ практическими занятіями есть новый методъ преподаванія прежняго курса. Послѣ продолжительныхъ преній и здѣсь взяло верхъ мнѣніе крайнихъ приверженцевъ практическихъ занятій: секція признала, что практическія занятія по физикѣ являются только особымъ методомъ преподаванія и совершаются въ часы, предназначенные для уроковъ физики. Нужно отдать полную справедливость крайнимъ приверженцамъ практическихъ занятій. Отстаивая необходимость практическихъ занятій, они сумѣли познакомить членовъ Съѣзда и съ тѣми результатами, которыхъ они сами добились. П. А. Знаменскій во время одной изъ экскурсій познакомилъ членовъ Съѣзда съ результатами, которыхъ онъ добился въ Тенишевскомъ коммерческомъ училищѣ. Н. Н. Володкевичъ (Кіевъ) прочиталъ докладъ—„Постановка практическихъ занятій по физикѣ въ средней школѣ на основаніи двѣнадцатилѣтняго опыта веденія ихъ“.

Кромѣ того, М. И. фонъ-Радецкій (Биркенру) въ докладѣ — „Постановка практическихъ занятій въ Германіи“ познакомилъ слушателей съ весьма интересными и поучительными результатами, которыхъ добились въ Германіи посредствомъ практическихъ занятій.

Итакъ, мы видимъ, что веденіе преподаванія физики совмѣстно съ практическими занятіями Съѣздъ призналъ только методомъ преподаванія физики; къ сожалѣнію, остался мало разработаннымъ вопросъ о методѣ преподаванія теоретическаго курса или хотя бы вопросъ о распредѣленіи матеріала. Правда, коечто и объ этомъ было сказано.

Такъ, по вопросу о методѣ преподаванія физики Физико-Химическая секція Крымскаго Общества естествоиспытателей высказала слѣдующее мнѣніе. Курсъ физики слѣдуетъ раздѣлять на концентры, такъ какъ 1) радіальная система построенія курса физики въ средней школѣ не считается вовсе съ развитіемъ и возрастомъ учащихся; 2) при радіальномъ планѣ преподаванія физики не всѣ одинаково важные вопросы могутъ быть съ достаточной полнотою разсмотрѣны, это зависитъ отъ ихъ мѣста въ курсѣ; 3) концентрическое расположеніе курса способствуетъ прочному усвоенію пройденнаго повтореніемъ того же матеріала, но при другомъ освѣщеніи и въ иныхъ комбинаціяхъ; 4) согласованіе курса физики въ школѣ съ другими естественно-научными предметами невозможно при радіальномъ планѣ и, напротивъ, достижимо при концентрическомъ. Этому же вопросу былъ посвященъ докладъ А. І. Дмитріева (Кіевъ) — „Необходимость концентрическаго метода въ связи съ вопросомъ о практическихъ занятіяхъ“. Докладчикъ указалъ, что всюду, гдѣ вводятся практическія занятія приходится перейти къ концентрическому плану, какъ это слѣдуетъ и изъ данныхъ анкеты. Объясняется это тѣмъ, что только при концентрическомъ планѣ возможна связь между практическими занятіями и теоретическимъ курсомъ. Концентрическій планъ вызываетъ гораздо большій интересъ у учениковъ и даетъ возможность вести практическія занятія сразу на одинъ фронтъ при меньшихъ затратахъ. Все это заставило докладчика предложить секціи избрать комиссію, которая выработала бы новую программу и новый порядокъ распредѣленія матеріала (см. резолюціи). Что касается содержанія программы по физикѣ, то, помимо уже приведеннаго нами доклада Н. А. Томилина, этому вопросу былъ посвященъ докладъ Б. С. Швецова (Москва) — „Какіе вопросы изъ техники должны войти въ программу средней общеобразовательной школы“ (см. резолюціи), а также докладъ Ф. Е. Волошина (Москва) — „Преподаваніе метеорологіи въ народной и средней школѣ Германіи“, горячо призывавшаго членовъ секціи ввести и въ программу русской средней школы необходимыя каждому элементарныя свѣдѣнія по метеорологіи.

Къ вопросу о практическихъ занятіяхъ учениковъ тѣсно примыкаютъ вопросы о рефератахъ учениковъ, кружкахъ для самообразованія и экскурсіяхъ. Всѣхъ этихъ вопросовъ секція, конечно, разсмотрѣть и освѣтить соотвѣтственно ихъ важности не могла; однако, кое-что было сдѣлано и въ этомъ направленіи. По всѣмъ этимъ вопросамъ докладывали Н. А. Пажитновъ (Варшава), А. А. Преображенскій (Варшава) и И. А. Челюсткинъ (Рига).

(Окончаніе слѣдуетъ).

ПОЛЕМИКА.

По поводу статьи прив.-доц. С. О. Шатуновскаго „Къ ученію о радикалахъ“ въ №№ 601 и 602 „Вѣстника“ *).

А. Киселева.

Въ моей „Элементарной Алгебрѣ“ въ § 236, озаглавленномъ: „Приведеніе знаменателя дроби къ раціональному виду“, указывается, какъ мнѣ кажется, весьма простой способъ освобожденія знаменателя дроби отъ радикаловъ. Насколько этотъ способъ простъ, можно видѣть изъ его примѣненія хотя бы къ тому примѣру, который приведенъ въ концѣ статьи г. Шатуновскаго, именно къ дроби: $\frac{1}{1+\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{9}}$.

Положивъ $\sqrt[3]{3}=x$, мы можемъ представить знаменателя такъ: $1+x-x^2$. Умножимъ его на многочленъ x^2+Ax+B, въ которомъ коэффиціенты A и B оставимъ пока неопредѣленными:

$$(-x^2+x+1)(x^2+Ax+B)=-x^4+(1-A)x^3+(1+A-B)x^2+(B+A)x+B=$$

$$=-3x+(1-A)3+(1+A-B)x^2+(B+A)x+B=$$

$$=(1+A-B)x^2+(B+A-3)x+B+(1-A)3.$$

Выберемъ теперь для A и B такія числа, при которыхъ

$$1+A-B=0,\qquad B+A-3=0.$$

Отсюда $A=1$, $B=2$. Тогда знаменатель обратится въ $B+(1-A).3=2$, и, слѣдовательно,

$$\frac{1}{1+\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{9}}=\frac{1(x^2+Ax+B)}{2}=\frac{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+2}{2}.$$

---

*) Возраженіе прив.-доц. С. О. Шатуновскаго будетъ помѣщено въ слѣдующемъ номерѣ.

Ред.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Элементарный фото-электрическiй эффектъ. Явленiе, извѣстное подъ именемъ фото-электрическаго эффекта, заключается въ разсѣянiи электрическаго заряда подъ дѣйствiемъ освѣщенiя. Многочисленныя изслѣдованiя различныхъ ученыхъ установили съ полною несомнѣнностью, что при этомъ разсѣивается лишь отрицательный зарядъ. Поэтому, съ точки зрѣнiя электронной теорiи, фото-электрическiй эффектъ заключается въ отдѣленiи электроновъ заряженнымъ тѣломъ при его освѣщенiи. Обычно наблюдаемый эффектъ является, такимъ образомъ, суммарнымъ эффектомъ, составленнымъ изъ элементарныхъ фото-электрическихъ эффектовъ, если послѣднимъ терминомъ обозначать потерю заряженнымъ тѣломъ подъ влiянiемъ освѣщенiя одного электрона. Освѣщающiе тѣло лучи предполагаются ультрафiолетовыми.

А. Ф. Іоффе удалось поставить прекрасные опыты, въ которыхъ наблюдался именно элементарный фото-электрическiй эффектъ. Установка этихъ опытовъ въ существѣ заключалась въ слѣдующемъ. Въ пространство между горизонтальными пластинками конденсатора вводились мелкiя металлическiя частицы. Онѣ освѣщались пучкомъ свѣта вольтовой дуги и наблюдались при помощи микроскопа, установленнаго перпендикулярно къ пучку свѣта. Эти частицы при своемъ образованiи (путемъ распыленiя) электризовались и потому въ пространствѣ между пластинками конденсатора подвергались дѣйствiю силы тяжести и электрической силы. Дѣйствiе послѣдней измѣняло дѣйствiе силы тяжести, т. е. скорость паденiя частицы. Для опредѣленной частицы электрическое поле конденсатора подбиралось такъ, чтобы электрическая сила, дѣйствующая на эту частицу, была равна по величинѣ и противоположна по направленiю вѣсу частицы. Такимъ образомъ, можно было удерживать частицу въ полѣ зрѣнiя въ теченiе нѣсколькихъ часовъ; за это время остальныя частицы, имѣющiя иные заряды и иныя массы, нежели частица, выбранная для наблюденiя, уходили изъ поля зрѣнiя.

Наблюдаемая въ микроскопѣ неподвижно висящая частица освѣщалась затѣмъ пучкомъ ультрафiолетовыхъ лучей. Этимъ вызывался фото-электрическiй эффектъ, зарядъ частицы измѣнялся, и она начинала двигаться въ виду измѣненiя величины электрической силы, дѣйствующей на нее. Прекративъ освѣщенiе и измѣнивъ разность потенцiаловъ пластинокъ конденсатора, можно было вновь задержать частицу на мѣстѣ. Послѣ этого она вновь освѣщалась и начинала двигаться; вновь освѣщенiе прекращалось и подбиралась новая разность потенцiаловъ, останавливающая частицу, и т. д.

Такъ какъ массу частицы при этихъ опытахъ можно считать постоянной, то измѣненiе поля опредѣляетъ измѣненiе заряда частицы подъ влiянiемъ освѣщенiя. Если послѣдовательные заряды, которыми обладаетъ частица, суть $e_1, e_2, e_3, \ldots$, а соотвѣтствующiя разности потенцiаловъ равны $v_1, v_2, v_3, \ldots$, то условiя компенсацiи силы тяжести электрической силой имѣютъ видъ:

$$\frac{v_1}{d} e_1 = mg, \quad \frac{v_2}{d} e_2 = mg, \quad \frac{v_3}{d} e_3 = mg, \ldots .$$

гдѣ m — масса частицы, а d — разстояніе между пластинками конденсатора. Слѣдовательно,

$$v_1 e_1 = v_2 e_2 = v_3 e_3 = \cdots, \quad \text{или} \quad e_1 : e_2 : e_3 : \cdots = \frac{1}{v_1} : \frac{1}{v_2} : \frac{1}{v_3} : \cdots.$$

Если предположить, что наблюдаемые при этомъ фото-электрическіе эффекты суть элементарные, т. е. если каждое измѣненіе заряда представляетъ собою потерю одного электрона, то заряды e_1, e_2, $e_3, \ldots$ должны находиться въ отношеніи послѣдовательнаго ряда цѣлыхъ чиселъ i, $i+1$, $i+2, \ldots$, гдѣ i — число электроновъ на частицѣ въ начальный моментъ. Слѣдовательно, наблюденныя разности потенціаловъ должны находиться въ такомъ отношеніи:

$$v_1 : v_2 : v_3 : \cdots = \frac{1}{i} : \frac{1}{i+1} : \frac{1}{i+2} : \cdots.$$

Первый же опытъ далъ А. Ф. Іоффе слѣдующій рядъ значеній v:

40; 30; 25; 21; 18; 15,3; 13,5; 12,0; 10,8; 10,0; 9,4; —; 8,0; —; 7,0;

—; 6,4; ... ; 5,0.

Пропуски въ этомъ ряду соотвѣтствуютъ отмѣченнымъ, но не скомпенсированнымъ измѣненіямъ заряда. Но рядъ дробей $120/n$ при $n = 3$, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 24 даетъ слѣдующія величины:

40; 30; 24; 20; 17,2; 15,0; 13,35; 12,0; 10,9; 10,0; 9,25; 8,6;

8,0; 7,5; 7,06; 6,7; 6,32; 5,0.

Согласіе этихъ чиселъ съ наблюденными значеніями v вполнѣ отвѣчаетъ точности измѣреній.

Дальнѣйшіе многочисленные, болѣе продолжительные и болѣе точные опыты приводили опять всегда къ ряду цѣлыхъ чиселъ для заряда частицы. Всегда заряды частицы являлись цѣлыми кратными нѣкотораго элементарнаго заряда. Для случаевъ, когда форма и плотность частицы позволяли опредѣлить ея размѣры по скорости паденія, А. Ф. Іоффе могъ опредѣлить абсолютную величину этого элементарнаго заряда; она оказалась равной $4{,}59 - 4{,}78 \cdot 10^{-10}$ абсолютныхъ электро-статическихъ единицъ, т. е. равной заряду электрона.

Изученіе элементарнаго фото-электрическаго эффекта само-по-себѣ представляетъ высокій интересъ и имѣетъ большую научную цѣнность. А. Ф. Іоффе указываетъ, кромѣ того, что примѣненный имъ методъ, связанный съ фото-электрическимъ эффектомъ, можетъ имѣть еще другія важныя приложенія, — напримѣръ, для изученія Брауновскаго движенія и его зависимости отъ заряда частицы и для измѣренія свѣтового давленія на частицы размѣра длины свѣтовой волны.

Ѳ. С.

БИБЛІОГРАФІЯ.

I. Рецензіи.

М. Попруженко. *Начала анализа.* Изданіе Главнаго Управленія военно-учебныхъ заведеній. С.-Петербургъ, 1913. Стр. IV + 95 + I. 8°. Ц. 1 р.

Настоящая книжка является изданіемъ не частнаго предпринимателя, а военно-педагогическаго вѣдомства; она является, такимъ образомъ новымъ звеномъ той цѣпи, въ которую входили въ свое время „Ариѳметика“ акад. Буняковскаго, „Алгебра“ и „Аналитическая геометрія“ Сомова и т. д. Написана она извѣстнымъ педагогомъ, перу котораго принадлежатъ, напримѣръ, „Начала космографіи“, выдержавшія уже 7 изданій, и который до составленія своего руководства выпустилъ брошюру: „Матеріалы по методикѣ анализа безконечно-малыхъ въ средней школѣ“ *), посвященную изложенію различныхъ взглядовъ, высказываемыхъ западно-европейской литературой по поводу тѣхъ или иныхъ вопросовъ изъ области преподаванія началъ высшей математики въ средней школѣ. Все это вмѣстѣ выгодно выдѣляетъ книжку М. Г. Попруженко изъ ряда обычныхъ явленій математическо-педагогической литературы.

Но именно считая это руководство выходящимъ изъ ряда — въ хорошую сторону, я полагалъ необходимымъ остановиться на нѣкоторыхъ недостаткахъ, недомолвкахъ и недосмотрахъ, а, частью, на нѣкоторыхъ пунктахъ, въ которыхъ я лично расхожусь съ почтеннымъ авторомъ. При этомъ, конечно, я отнюдь не намѣренъ умалчивать о тѣхъ особенностяхъ изложенія, которыя мнѣ представляются правильными и подъ которыми я вполнѣ подписываюсь.

Начну съ внѣшности. Печать книги крупная и четкая, но слишкомъ много жирнаго шрифта, и притомъ онъ рѣзко отличается по размѣрамъ отъ остального текста; отъ этого при чтеніи сильно рябитъ въ глазахъ, а книжка теряетъ въ изяществѣ. Чертежи слишкомъ черны — всѣ линіи слишкомъ толсты. Врядъ ли это зависѣло отъ техническихъ условій, — на всѣхъ чертежахъ пунктиры и на чертежѣ 20-омъ прямыя проведены тонко, но ясно. Такимъ образомъ, приходится думать, что это было сдѣлано сознательно. Одинъ чертежъ (26-й) неправиленъ: кривая $y = x^3$ въ точкѣ перегиба (0, 0) должна имѣть касательною ось y-овъ, а на чертежѣ она явственно имѣетъ касательною прямую, образующую съ осью x-овъ уголъ, примѣрно, въ 75°.

Переходя къ изложенію, укажу прежде всего, что мнѣ кажется не совсѣмъ правильной терминологія: авторъ говоритъ: „безконечно-малое число“, „безконечно-большое число“, „перемѣнное число“. Правда, въ послѣднемъ случаѣ онъ имѣетъ за себя то, что онъ не первый въ такомъ словосочетаніи: тотъ же терминъ встрѣчается и у другихъ, — напримѣръ, въ извѣстномъ курсѣ проф. К. А. Поссе. Но я никакъ не могу съ этимъ согласиться. „Число“ есть нѣчто совершенно опредѣленное, опредѣленная особь, и это особенно ярко сказывается въ принадлежащемъ Дедекинду опредѣленіи ирраціональнаго числа, какъ сѣченія области раціональныхъ чиселъ. Поэтому для меня сочетаніе словъ „перемѣнное“ и „число“ представляетъ собою contradictio in objecto. И если мы обратимся къ французскимъ руководствамъ, — напримѣръ, къ курсу Ed. Goursat, то найдемъ въ соотвѣтствующихъ случаяхъ выраженіе quantité variable — „перемѣнная величина“. Еще ярче это противорѣчіе выступаетъ въ сочетаніи „безконечно-большое число“ и „безконечно-малое число“. Безконечность не есть нѣчто опредѣленное, и потому такое словосочетаніе способно лишь родить недоразумѣнія, напоминая, хотя бы и отдаленно, понятіе объ актуальной безконечности. Равнымъ образомъ, и безконечно-малою мы называемъ ту величину, которую мы можемъ мыслить сколь угодно

---

*) Я собирался остановить на этой брошюрѣ вниманіе русскихъ педагоговъ-математиковъ, но не успѣлъ это сдѣлать. Надѣюсь, однако, еще вернуться къ ней.

малою, меньше произвольно заданной величины, какъ бы мала она ни была. Поэтому говорить о числѣ безконечно-маломъ — значитъ какъ будто налагать на безконечно-малую величину нѣкоторыя путы и ковы опредѣленности.

Переходимъ теперь къ самому содержанію. Сначала дается „Обзоръ прежде усвоеннаго матеріала". Здѣсь говорится о „безконечно-малыхъ и безконечно-большихъ числахъ", о „стремленіи къ предѣлу", о „натуральныхъ логариѳмахъ и модулѣ", объ „эквивалентныхъ безконечно-малыхъ числахъ и о функціи". „Обоснованія анализа,"—говоритъ авторъ въ предисловіи,— „хотя и извѣстныя ученикамъ, повторены и разработаны съ возможною тщательностью, при чемъ на первый планъ выдвинуты основныя руководящія идеи, а подробностямъ и мелочамъ отведено второстепенное мѣсто. Отъ нахожденія $\lim\limits_{n=\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$, въ виду громоздкости его, авторъ „отказался и привелъ только общую схему сужденій, сюда относящихся". Я не берусь категорически возражать противъ такого пропуска. Въ свое время, въ томъ краткомъ курсѣ дифференціальнаго исчисленія, который я читалъ въ Екатеринославскомъ Высшемъ горномъ училищѣ, я этотъ выводъ давалъ, хотя и чувствовалъ его громоздкость. Можетъ быть, можно было бы все же дать немного больше, чѣмъ даетъ авторъ, а именно, разложивъ $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$, при n цѣломъ и положительномъ, по формулѣ бинома, отмѣтить, что въ каждый членъ дѣлитель n входитъ въ знаменателя столько же разъ, сколько множителей n, $(n-1)$, $(n-2)$ и т. д. имѣется въ числителѣ. Тогда изъ равенства:

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=1+\frac{1}{1}+\frac{1-\frac{1}{n}}{1.2}+\frac{\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)}{1.2.3}+\ldots+\frac{\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-1}{n}\right)}{1.2\ldots n},$$

получаемаго дѣленіемъ числителя на соотвѣтствующую степень n, легко сдѣлать слѣдующія заключенія: 1) $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ больше 2 (всѣ члены суть числа положительныя); 2) съ возрастаніемъ n это выраженіе численно возрастаетъ, ибо при замѣнѣ n на $n+1$ добавляется одинъ лишній членъ, а въ остальныхъ, начиная съ 3-го, числители увеличиваются; 3) оно остается меньше 3, что легко выводится такъ: a) замѣною всѣхъ числителей единицами увеличимъ правую часть; b) еще болѣе увеличимъ ее, замѣнивъ знаменатель $1.2\ldots k$ черезъ 2^k. Въ дальнѣйшемъ можно, вмѣстѣ съ авторомъ, дать только точное значеніе предѣла, и можно было бы даже для сокращенія опустить табличку стр. 15, хотя она, конечно, сама по себѣ представляетъ извѣстный интересъ.

Зато, можетъ быть, было бы лучше опустить примѣръ (c) (стр. 21) функціи Dirichlet: едва ли полезно давать подобные примѣры на первыхъ шагахъ.

За отдѣломъ о функціи идутъ параграфы, посвященные „непрерывности", гдѣ особо говорится объ „устраненіи разрыва непрерывности" *) и объ „основномъ свойствѣ непрерывной функціи", состоящемъ въ томъ, что она переходитъ отъ одного значенія a къ другому b, проходя всѣ промежуточныя между a и b значенія (приводится безъ доказательства). Послѣ этого начинаются (со стр. 29) собственно „Основанія анализа безконечно-малыхъ". Предметъ курса, по опредѣленію автора, состоитъ въ изслѣдованіи измѣненій функцій. Дается понятіе о производной, о касательной, общее выраженіе производной **), способы разысканія производныхъ простѣйшихъ функцій, производныхъ слож-

*) Т. е., собственно, о нахожденіи истиннаго значенія неопредѣленности.

**) Авторъ дѣлаетъ при этомъ и нѣкоторыя существенныя замѣчанія о производной. Здѣсь мнѣ не совсѣмъ понятно, почему онъ находитъ, что функція $x\sin\frac{1}{x}$ не опредѣлена при $x=0$ и что нужно добавлять условіе $F(0)=0$[1].

[1]) Редакторъ присоединяется къ формулировкѣ автора книги.

ныхъ функцій (т. е. функцій отъ функцій). Изслѣдованіе измѣненій функцій начинается (на стр. 47) теоремою Лагранжа, которая доказывается въ геометрической формѣ. Далѣе идетъ изслѣдованіе возрастанія и убыванія функцій, ихъ maximum'а и minimum'а. Затѣмъ слѣдуетъ вопросъ о вогнутости кривой (относительно даннаго направленія). Здѣсь же находитъ себѣ мѣсто понятіе объ асимптотахъ кривой линіи. Въ видѣ резюме является „изслѣдованіе функцій, иллюстрируемое нѣсколькими примѣрами". Послѣднія 20 страницъ посвящены опредѣленію функціи по ея производной. Здѣсь вводится понятіе о первообразной функціи, связи ея съ площадью кривой, дается понятіе о дифференціалѣ (какъ главной части полнаго приращенія функціи) и вводится дифференціальное обозначеніе. Затѣмъ дается понятіе о неопредѣленномъ интегралѣ, излагаются основныя его свойства и указываются простѣйшіе пріемы разысканія неопредѣленнаго интеграла. Дается понятіе и объ опредѣленномъ интегралѣ и даже о приближенныхъ квадратурахъ. Можетъ быть, нѣкоторою роскошью является приведеніе (безъ доказательства) формулы Чебышева. Не опущены и геометрическія приложенія интеграловъ къ вычисленію площадей кривыхъ и объемовъ тѣлъ вращенія. — Такимъ образомъ, при маломъ объемѣ книжка содержитъ сравнительно очень много.

Въ „Предисловіи" авторъ указываетъ, въ чемъ онъ видитъ особенность своего изложенія. Отчасти я уже ссылался на „Предисловіе". Отмѣчу только два пункта, въ предыдущемъ не затронутые. Во-первыхъ, въ пунктѣ 18 авторъ отмѣчаетъ, что въ его учебникѣ совсѣмъ нѣтъ примѣненія анализа къ механикѣ, — и объясняетъ это тѣмъ, что это должно найти себѣ широкое мѣсто въ курсахъ физики и механики. Можетъ быть, все же иллюстрація понятія о производной сопоставленіемъ со скоростью была бы не лишнею и въ краткомъ учебникѣ. Наконецъ, я не совсѣмъ согласенъ съ тѣмъ, что „и преподаватели, вѣроятно, не затруднятся дать своимъ ученикамъ, хотя бы въ нѣсколькихъ широкихъ штрихахъ, картину расцвѣта математической мысли въ 17-омъ и 18-омъ столѣтіяхъ и образы великихъ математиковъ — творцовъ анализа и современной культуры". Врядъ ли это будетъ такъ уже доступно преподавателю даже при помощи указываемыхъ авторомъ пособій („Предисловіе" къ курсу дифференціальнаго исчисленія Бертрана и статья проф. А. В. Васильева, приложенная къ казанскому изданію перевода курса Папелье).

Я въ предыдущемъ останавливался на сравнительно мелкихъ недочетахъ и несогласіяхъ. Моимъ побужденіемъ было дать возможно подробную оцѣнку книжки М. Г. Попруженко и содѣйствовать ея распространенію, чего она вполнѣ заслуживаетъ, какъ лучшее въ настоящее время руководство по анализу для средней школы на русскомъ языкѣ.

Проф. Д. Синцовъ.

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника", подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

И. И. Боргманъ, засл. проф. Императорскаго С.-Петербургскаго университета. *Основанія ученія объ электрическихъ и магнитныхъ явленіяхъ.* Ч. I. „Электростатика и электрическій токъ". 3-е изд., измѣненное и дополненное, К. Л. Риккера. С.-Петербургъ, 1914. Стр. XVI + 748.

Эрнестъ Лехеръ, профессоръ Вѣнскаго университета. *Физика для медиковъ и біологовъ.* Авторизованный переводъ съ нѣмецкаго ассистентовъ физіологическаго института Императорскаго Московскаго Университета И. В. Головинскаго и В. С. Кана. Подъ редакціей П. Г. Статкевича, проф.

Императорскаго Московскаго Университета. Изданіе Н. К. **Статкевича.** Москва, 1914. Стр. 406 съ 499 рис. въ текстѣ.

В. В. Стратоновъ, б. астрофизикъ Ташкентской астрономической и физической обсерваторіи. *Космографія.* (Начала астрономіи). Учебникъ для среднихъ учебныхъ заведеній и руководство для самообразованія. Москва, 1914. Стр. V + 196. Съ 230 рис. и чертежами въ текстѣ, 10 многокрасочными и цвѣтными иллюстраціями 4, стереоскопическими таблицами и звѣздной картой. Ц. 1 р. 25 к.

А. Д. Агура, прив.-доц. Императорскаго Новороссійскаго Университета. *Курсъ алгебры для среднихъ учебныхъ заведеній.* Часть I. Складъ изданія въ книжномъ магазинѣ „Нов. Вр." А. С. Суворина. Одесса, 1914. Стр. 120. Ц. 75 к.

А. Р. Кулишеръ *Учебникъ геометріи.* Часть I. Курсъ подготовительный. 1914. Стр. XII + 130. Съ 130 рис., 5 табл. въ краскахъ и тремя приложеніями.

С. И. Шохоръ-Троцкій. *Методика ариѳметики для учителей среднихъ учебныхъ заеведеній.* Изд. 3-е, пересмотрѣнное, т-ва „И. Д. Сытина". Москва-С.-Петербургъ, 1914. Стр. XVI + 524. Ц. 2 р.

С. Костинскій. *О распредѣленіи въ міровомъ пространствѣ ближайшихъ къ намъ звѣздъ.* (Посвящается Нижегородскому Кружку любителей физики и астрономіи къ его 25-лѣтнему юбилею). Отдѣльный оттискъ изъ Русскаго Астрономическаго календаря-ежегодника на 1914 г. Нижній-Новгородъ, 1914. Стр. 16.

А. П. Павловъ. *Методика нагляднаго обученія счисленію простыхъ дробей.* Съ приложеніемъ таблицы, примѣровъ для вычисленій и задачъ-игрушекъ съ чертежами. Изд. 2-е, исправленное и дополненное. Тифлисъ, 1914. Стр. 48. Ц. 50 к.

А. Н. Динникъ, проф. Екатеринославскаго Горнаго института. *О колебаніи струны перемѣнной плотности.* Екатеринославъ, 1914. Стр. 24.

А. В. Коровинъ. *Что слѣдуетъ знать объ электрическомъ освѣщеніи всѣмъ, желающимъ его установить и абонентамъ электрическихъ станцій.* Отдѣльный оттискъ изъ «Уральскаго Техника", №№ 7—8 и 9 за 1913 г. Изд. о-ва Уральскихъ горныхъ техниковъ. Екатеринбургъ. 1913. Стр. 34. Ц. 40 к.

К. Л. Бабаевъ и А. Н. Высотскій. *Атласъ картинъ по астрономіи.* Съ объяснительнымъ текстомъ. Изданіе т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1914. Стр. 20, 36 таблицъ. Цѣна въ коленкоровомъ переплетѣ 2 р. 50 к.

М. Васнецовъ. *Солнечное затменіе 8 августа 1914 года.* Съ картой затменія въ Европейской Россіи. Изданіе т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1914. Стр. 44. Ц. 45 к.

Exercices de Géométrie Analytique a l'usage des éléves de Mathématiques spéciales par R. Aubert et G. Papelier (prof. au lycée Henri IV et prof. au lycée d' Orléans. Tome premier. Paris. Librairie Vuibert. Стр. 360.

Русское общество любителей міровѣдѣнія. *Руководство къ любительскимъ наблюденіямъ во время полнаго солнечнаго затменія 8 (21) августа 1914 г., видимаго въ Европейской Россіи.* Составили: Н. Н. Калитинъ, Г. А. Тиховъ, I. I. Сикора, С. С. Гальперсонъ, С. М. Селивановъ, Д. О. Святскій и Н. М. Субботина. С.-Петербургъ, 1914 г. Стр. 56.

А. Волковъ. *Таблица приближенныхъ значеній числа π.* Размѣръ таблицы 17×20 кв. вершковъ. Цѣна таблицы, наклеенной на холстѣ, 1 р., не наклеенной — 50 к. Изд. т-ва И. Д. Сытина. Москва.

Магницкій. *Ариѳметика.* Точное воспроизведеніе подлинника. Съ приложеніемъ статьи П. Баранова. Изданіе П. Баранова. Москва, 1914. Стр. XII + 72. Ц. 80 к.

Педагогическая Академія въ С.-Петербургѣ въ 19¹⁰/11 — 19¹¹/12 учебныхъ гг. Вып. II. Скл. изд. С.-Петербургъ, Владимірская, 7, Педагогическая Академія, Стр. 54. Ц. 20 к.

Г. У. З. и З. *Ежегодникъ Метеорологическаго Бюро Амурскаго района.* 1909—1912 г.г. Выпускъ I, часть I. Благовѣщенскъ, 1913. Стр. 137.

Г. У. З. и З. *Ежегодникъ Метеорологическаго Бюро Амурскаго района.* Выпускъ I, часть III. Наблюденія надъ солнечнымъ сіяніемъ на 7 станціяхъ Амурской области за 1909—1912 г.г. по геліографу Кемпбеля.

Отчетъ Русскаго О-ва любителей міровѣдѣнія за 1913 г. С.-Петербургъ, 1914. Стр. 44.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей прив.-доц. Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ", и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ", либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 170 (6 сер.). Построить пятиугольникъ $ABCDE$, зная діагонали AC и EB, уголъ между ними, уголъ B, діагонали AD и EC, а также уголъ между ними *).

И. Александровъ (Москва).

№ 171 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$17x^2 - 12x\sqrt{(2x-1)(x+1)} + 4x - 4 = 0.$$

В. Тюнинъ (Самара).

№ 172 (6 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$\frac{x}{y} = \frac{y^5 - 665}{x^5 - 665}.$$

В. Яницкій (Острогъ).

№ 173 (6 сер.). Въ настоящемъ номерѣ „Вѣстника" рѣшена помѣщенная подъ № 127 въ № 591 „Вѣстника" задача на построеніе А. Григорьева: „въ данный прямоугольникъ вписать два круга одинаковаго радіуса такъ, чтобы они были вписаны въ противоположные углы прямоугольника и чтобы они касались другъ друга". Какому условію долженъ удовлетворять прямоугольникъ для того, чтобы существовало такое рѣшеніе задачи, при которомъ пара искомыхъ круговъ въ обычномъ геометрическомъ смыслѣ слова вписана въ прямоугольникъ, т. е. при которомъ оба круга лежатъ внутри прямоугольника?

*) См. „О построеніи параллелограммовъ" въ №.2 „Математическаго Образованія".

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

Отдѣлъ I.

№ 119 (6 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$x^2 - 7x - 4\sqrt{x+2} + 3 = 0.$$

Полагая (1) $\sqrt{x+2} = y$, имѣемъ: $x + 2 = y^2$, (2) $x = y^2 - 2$. Такимъ образомъ, данное уравненіе можно записать въ видѣ $(y^2-2)^2 - 7(y^2-2) - 4y + 3 = 0$, откуда послѣ обычныхъ преобразованій находимъ:

$$(3)\quad y^4 - 11y^2 - 4y + 21 = 0.$$

Уравненіе (3) можно представить въ видѣ:

$$(y^4 - 10y^2 + 25) - (y^2 + 4y + 4) = (y^2 - 5)^2 - (y+2)^2 = (y^2 + y - 3)(y^2 - y - 7) = 0,$$

а потому оно распадается на два квадратныхъ уравненія: $y^2 + y - 3 = 0$ и $y^2 - y - 7 = 0$, рѣшая которыя находимъ: $y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$, $y_{3,4} = \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2}$. Подставивъ эти значенія y въ равенство (2), получимъ послѣ обычныхъ преобразованій четыре дѣйствительныхъ корня: $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$, $x_{3,4} = \frac{11 \pm \sqrt{29}}{2}$. Провѣряя эти корни при помощи подстановки въ первоначальное уравненіе, убѣждаемся, что при обычномъ условіи — придавать радикалу $\sqrt{x+2}$ лишь ариѳметическое значеніе оказываются годными лишь корни $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ и $\frac{11+\sqrt{29}}{2}$.

И. Беневичъ (Одесса); *В. Кованько* (ст. Струнино); *Флавіанъ Д.* (Петербургъ); *Н. Андреевскій* (ст. Лосиноостровская); *Н. Мѣдяковъ*; *П. Гольманъ* (ст. Кобеляки); *И. Зюзинъ* (с. Архангельское); *N.*; *А. С. Гудима* (Казань).

V **№ 127** (6 сер.). *Въ данный прямоугольникъ вписать два круга одинаковаго радіуса такъ, чтобы они были вписаны въ противоположные углы прямоугольника и чтобы они касались другъ друга.*

Пусть $ABCD$ есть данный прямоугольникъ. Предположивъ, что задача рѣшена, обозначимъ черезъ O и O' центры искомыхъ круговъ, касающихся соотвѣтственно сторонъ угловъ A и C, а черезъ T — точку ихъ касанія. Если бы касаніе круговъ было внутреннимъ, то мы имѣли бы, что $OO' = R - R = 0$, гдѣ R — длина радіуса каждаго изъ искомыхъ круговъ, т. е. искомые круги совпадали бы, а не только касались. Въ этомъ предѣльномъ случаѣ искомые круги сливаются въ одинъ искомый кругъ, вписанный въ данный прямоугольникъ, что возможно лишь тогда, если данный прямоугольникъ есть квадратъ. Устраняя этотъ предѣльный случай, мы должны предположить, что касаніе искомыхъ круговъ равныхъ радіусовъ внѣшнее, а потому $OT = O'T = R$ и $OT + O'T = 2OT = OO'$, откуда $OT = \frac{OO'}{2}$, т. е. T есть средина отрѣзка OO'. Такъ какъ круги O и O' равныхъ радіусовъ вписаны въ углы A и C прямоугольника, то концы отрѣзка OO' одинаково отстоятъ отъ противоположныхъ сторонъ прямоугольника; поэтому и средина T отрѣзка OO' равно удалена отъ противоположныхъ сторонъ прямоугольника, т. е. T есть центръ даннаго прямоугольника. Построивъ центръ T даннаго прямоугольника, какъ точку пересѣченія его діагоналей, мы видимъ, что задача приводится къ построенію двухъ круговъ, проходящихъ черезъ точку T и вписанныхъ соотвѣтственно въ данные углы BAD и BCD. Опустивъ изъ точки O перпендикуляръ OE на AB, находимъ, что $OE = OT$. Кромѣ того, центры O и O' искомыхъ круговъ, вписанныхъ въ углы A и C, должны лежать соотвѣтственно на биссектрисахъ AN и CM угловъ A и C. Отсюда выводится обычнымъ путемъ анализъ и синтезъ задачи при помощи метода подобія, если принять за центръ подобія вершину A. Такимъ образомъ мы приходимъ къ слѣдующему построенію. — Изъ произвольной точки ω биссектрисы AN опускаемъ перпендикуляръ $\omega\varepsilon$ на прямую AB и изъ точки ω дѣлаемъ на AT радіусомъ $\omega\varepsilon$ засѣчки $\omega\tau_1$ и $\omega\tau_2$; затѣмъ изъ середины T діагонали AC проводимъ прямыя, параллельныя прямымъ $\tau_1\varepsilon$ и $\tau_2\varepsilon$, до встрѣчи съ AB въ точкахъ E и E_1. Возставивъ изъ точки E (или E_1) перпендикуляръ до встрѣчи съ AN въ O (или въ O_1), получимъ центръ искомой окружности, вписанный въ уголъ A. Продолживъ отрѣзокъ OT (или O_1T) отъ точки T на разстояніе $OT = TO'$, получимъ центръ второй окружности. Это вытекаетъ изъ того, что точка O' лежитъ на биссектрисѣ угла C, въ чемъ можно убѣдиться изъ равенства треугольниковъ ATO и CTO' по двумъ сторонамъ и заключенному между ними углу при вершинѣ T; дѣйствительно, изъ равенства указанныхъ треугольниковъ имѣемъ, что $\angle OAT = \angle O'CT$, а потому, вслѣдствіе равенства угловъ TAD и TCB, $\angle O'CD = \angle OAB = \frac{\pi}{4}$. Изъ двухъ полученныхъ нами рѣшеній лишь одно можетъ при соблюденіи извѣстныхъ условій дать два круга, лежащихъ внутри прямоугольника. Вопросъ этотъ нуждается въ особомъ изслѣдованіи, которое удобнѣе всего можно произвести съ помощью приложенія алгебры къ геометріи *) Анализъ и синтезъ задачи производится обычнымъ путемъ на основаніи подобія фигуръ $A\omega\tau\varepsilon$ и $AOTE$.

В. কованько (ст. Струнино); *Флавіанъ Д.* (Петербургъ); *Л. Крееръ* (Гомель); *N.*; *С. Конюховъ* (Томскъ).

№ 128 (6 сер.). *Опредѣлить два двузначныхъ числа, обладающихъ слѣдующимъ свойствомъ: если къ квадрату перваго числа приписать справа* 4, *то получится квадратъ второго числа.*

Называя первое двузначное число черезъ x а второе черезъ y, получимъ, согласно съ условіемъ, что (1) $10x^2 + 4 = y^2$, при чемъ x и y должны быть цѣлыми положительными двузначными числами. Такъ какъ лѣвая часть равенства (1) кратна простого числа 2, то (2) $y = 2z$, гдѣ z — число цѣлое. Подставивъ значеніе y изъ равенства (2) въ равенство (1) и сокращая на 2, получимъ: $5x^2 + 2 = 2z^2$, или (3) $2z^2 - 2 = 5x^2$. Такъ какъ лѣвая часть равенства (3) дѣлится на 2, то $5x^2$ кратно 2, а потому и x кратно 2, т. е. (4) $x = 2u$, гдѣ u есть число цѣлое. Слѣдовательно, [см. (3), (4)] $2z^2 - 2 = 5 \cdot 4u^2$, откуда (5) $z^2 - 1 = 10u^2$. Такъ какъ [см. (5)] разность $z^2 - 1$ дѣлится на 10, то z есть число, оканчивающееся цифрой 1 или 9, т. е. (6) $z = 10v \pm 1$, гдѣ v — число цѣлое положительное. Поэтому [см. (5), (6)] $(10v \pm 1)^2 - 1 = 10u^2$, или $100v^2 \pm 20v = 10u^2$, или (7) $10v^2 \pm 2v = u^2$. Изъ равенствъ (2) и (6) находимъ, что (8) $y = 20v \pm 2$, а потому для рѣшенія задачи необходимо и достаточно найти такое цѣлое положительное число v, чтобы число (9) $10v^2 \pm 2v$ было точнымъ квадратомъ и чтобы соотвѣтственно число (10) $20v \pm 2$ было двузначнымъ. Подставляя вмѣсто v въ выраженіе (10) числа 1, 2, 3, 4, 5 (а именно числа 1, 2, 3, 4 въ выраженіе $20v + 2$ и 1, 2, 3, 4, 5 — въ выраженіе $20v - 2$, такъ какъ $20v + 2$ болѣе 100 при v цѣломъ и большемъ 4, а $20v - 2$ — при v цѣломъ и большемъ 5) и тѣ же значенія въ выраженіе (9), мы видимъ, что лишь при $v = 2$ выраженіе $10v^2 - 2v$ обращается въ точный квадратъ 36. Такимъ образомъ, [см. (10)] искомое число равно $20 \cdot 2 - 2 = 38$.

N. (Тифлисъ); *Флавіанъ Д.* (Петербургъ); *А. Сердобинскій* (Чита); *В. Павловъ* (с. Ворсма); *Л. Крееръ* (Гомель); *И. Зюзинъ* (с. Архангельское); *N. N.*; *С. Конюховъ* (Томскъ).

---

*) Это изслѣдованіе предлагается читателямъ „Вѣстника" въ видѣ задачи подъ № 137.

№ 131 (6 сер.). *Построить треугольникъ, зная положенiе одной изъ его вершинъ* A, *центра описаннаго круга* O *и ортоцентра* H.

Предполагая, что задача рѣшена, опустимъ изъ центра O перпендикуляры $O\alpha$ и $O\gamma$ на стороны BC и AB искомаго треугольника ABC. Такъ какъ треугольники $O\alpha\gamma$ и HCA съ соотвѣтственно параллельными сторонами подобны и такъ какъ $\alpha\gamma = \frac{AC}{2}$, то и (1) $O\alpha = \frac{AH}{2}$. Кромѣ того, такъ какъ ортоцентръ H и центръ O круга описаннго лежатъ одновременно либо внутри либо внѣ треугольника ABC, то отрѣзки $O\alpha$ и AH не только параллельны, но и одинаково направлены.—Изъ сказаннаго вытекаетъ слѣдующее построенiе. Изъ точки O проводимъ въ направленiи AH отрѣзокъ $O\alpha$, параллельный отрѣзку AH и равный его половинѣ; затѣмъ проводимъ через α прямую xy, перпендикулярную къ прямой AH, и изъ точки O радiусомъ OA дѣлаемъ на прямой xy засѣчки B и C. Треугольникъ ABC есть искомый. Задача, если она возможна, имѣетъ одно рѣшенiе, и для возможности задачи необходимо и достаточно соблюденiе условiя $OA > O\alpha$, или [см. (1)] $OA > \frac{AH}{2}$.

В. Коваңько (ст. Струнино); *Анна М.* (Харьковъ); *N.*

№ 132 (6 сер.). *Найти двузначное число, наименьшiй дѣлитель котораго, отличный отъ единицы, равенъ суммѣ цифръ искомаго числа.*

Если искомое число оканчивается нулемъ, то оно дѣлится на 2, а потому сумма цифръ его должна быть равна 2, такъ что само число равно 20. Итакъ, изъ чиселъ, оканчивающихся нулемъ, лишь 20 удовлетворяетъ условiю задачи. Пусть теперь обѣ цифры числа отличны отъ нуля. Обозначивъ цифру десятковъ черезъ x и сумму цифръ черезъ z, можно изобразить искомое число черезъ $10x + z - x$, или $9x + z$. По условiю искомое число дѣлится на z; слѣдовательно, частное $\frac{9x+z}{z} = \frac{9x}{z} + 1$ должно быть числомъ цѣлымъ, а потому $9x$ дѣлится на z. Каждое изъ чиселъ x и z отлично отъ нуля, и x меньше z, такъ какъ цифра единицъ $z - x$ искомаго числа отлична отъ нуля. Поэтому, если бы x и z имѣли большаго единицы общаго дѣлителя d, то d было бы не больше x и, слѣдовательно, меньше z; но тогда искомое число $9x + z$ также дѣлилось бы на большее единицы и меньшее z число d, что противно условiю. Слѣдовательно, x и z числа взаимно простыя, а потому, такъ какъ $9x$ дѣлится на z, то и 9 дѣлится на z. По условiю z больше единицы, а потому z равно 3 или 9 Но если бы z равнялось 9, то искомое число, дѣлясь на 9, дѣлилось бы и на 3, и z не было бы наименьшимъ дѣлителемъ искомаго числа, отличнымъ отъ единицы. Итакъ, остается допустить, что сумма цифръ z искомаго числа равна 3. Есть лишь два двузначныхъ числа съ обѣими значащими цифрами, сумма цифръ которыхъ равна 3, а именно 12 и 21. Но 12 дѣлится на число 2, меньшее 3-хъ, и лишь 21 имѣетъ наименьшаго и отличнаго отъ единицы дѣлителя 3, равнаго суммѣ цифръ числа 21. Итакъ, числа 20 и 21 даютъ всѣ рѣшенiя предложенной задачи.

Л. Крееръ (Гомель); *N.*; *И Зюзинъ* (с. Архангельское); *N. N.*; *П. Гольманъ* (с. Кобеляки); *В. Ревзинъ* (Сумы).

Редакторъ прив.-доц. **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографiя „Техникъ" — Одесса, Екатерининская, 58.

Обложка
ищется

Обложка
пщется