Обложка
ищется

Обложка
пщется

XLIX Сем. № 3.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 579.

О природѣ тепла.

Проф. Г. Л. Каллендара.

(Окончаніе).*

Въ послѣднее время была признана уже необходимость ввести нѣкоторую самостоятельную мѣру для количества тепла въ противоположность тепловой энергіи, но относительно принятія именно энтропіи, какъ количественной характеристики тепла, мнѣнія сильно разошлись. Многія изъ возраженій скорѣе чувствовались, чѣмъ ясно высказывались, и поэтому чрезвычайно трудно дать на нихъ удовлетворительный отвѣтъ. Другія коренятся въ затруднительности соединить конкретное представленіе о количествѣ „чего-то" съ такой смутной и призрачной математической функціей, какъ энтропія. Отвѣтъ на вопросъ „что такое теплородъ?" неизбѣжно долженъ носить до извѣстной степени умозрительный характеръ. Но и для экспериментатора умозаключеніе по аналогіи отъ видимаго къ невидимому является настолько необходимымъ, что какой угодно, хотя бы и очень неточный, отвѣтъ все-таки лучше, чѣмъ ничего. Трудности, съ которыми сталкивается взглядъ на энтропію, какъ на мѣру количества тепла, носятъ въ общемъ академическій характеръ, но все-таки полезно будетъ разсмотрѣть ихъ, чтобы подготовить почву для отвѣта на основной вопросъ.

*) См. „Вѣстникъ", № 578.

Первая трудность, съ которой мы встрѣчаемся, разсматривая теплородъ, какъ мѣру количества тепла, такова: если смѣшиваются двѣ порціи какого-нибудь вещества,—напримѣръ, воды,—имѣющія различную температуру, то количество теплорода въ смѣси оказывается больше, чѣмъ сумма количествъ его во взятыхъ порціяхъ. Съ той же трудностью столкнулся и Карно, но съ противоположной точки зрѣнія. Двѣ порціи вещества при различной температурѣ представляютъ возможный источникъ движущей силы. Вопросъ, который онъ поставилъ себѣ, можно выразить такъ: „Если полное количество теплорода остается то же самое при смѣшеніи двухъ порцій вещества при различныхъ температурахъ, то что же происходитъ съ потерянной движущей силой?“ Отвѣтъ Карно состоитъ въ томъ, что порождается теплородъ, и порождается въ такомъ количествѣ, что энергія его представляетъ точный эквивалентъ той движущей силы, которая могла бы быть получена, если бы переносъ тепла былъ произведенъ при помощи совершенной машины, работающей безъ образованія теплорода. Теплородъ, образовавшійся при потерѣ разности температуръ, есть необходимая и удобная мѣра количества тепла, полученнаго при превращеніи цѣнной движущей силы въ менѣе цѣнный или менѣе способный къ превращеніямъ видъ тепловой энергіи.

Процессы, въ которыхъ теплородъ образуется при смѣшеніи веществъ, имѣющихъ различную температуру, или при потерѣ цѣнной движущей силы, носятъ вообще настолько бурный характеръ, что прослѣдить отдѣльныя стадіи процесса не удается, хотя окончательный результатъ и можетъ быть предсказанъ для данныхъ условій на основаніи принципа сохраненія энергіи. A priori нельзя ожидать, чтобы такіе процессы пролили много свѣта на природу теплорода. Обыкновенный процессъ проведенія тепла по тѣлу, части котораго имѣютъ различныя температуры, также ведетъ къ образованію количества теплорода, эквивалентнаго потерянной движущей силѣ; но благодаря своей сравнительной простотѣ и правильности, допускающей болѣе точное экспериментальное изслѣдованіе, онъ можетъ оказаться болѣе подходящимъ для выясненія природы теплорода. Старыя измѣренія теплопроводности и электропроводности металловъ привели къ тому результату, что отношеніе теплопроводности къ электропроводности почти одинаково для всѣхъ чистыхъ металловъ, и наводили на мысль, что въ данномъ случаѣ носители тепла и электричества — одни и тѣ же. Позднѣйшіе, болѣе точные опыты показали, что упомянутое отношеніе не остается постояннымъ, но измѣняется приблизительно пропорціонально абсолютной температурѣ. На первый взглядъ это какъ будто бы указываетъ на коренное различіе этихъ двухъ проводимостей; но въ дѣйствительности это получилось только отъ того, что при измѣреніи теплопроводности теплота измѣрялась, какъ энергія, между тѣмъ какъ электричество — какъ количество жидкости. Если бы теплопроводность была опредѣлена въ терминахъ теплорода или термической жидкости, то съ измѣненіемъ температуры отношеніе двухъ проводимостей оказалось бы почти, если не вполнѣ, постояннымъ въ предѣлахъ ошибокъ наблюденія. Если принять гипотезу, что носители теплоты и электричества одни и тѣ же, и что кинетическая энергія каждаго носителя та же самая, что у молекулы газа при той же температурѣ, то становится возможнымъ, по аналогіи съ кинетической теоріей газовъ, вычислить дѣйствительное значеніе отношенія двухъ проводимостей. Найденное такимъ образомъ значеніе по своей величинѣ очень близко совпадаетъ съ полученнымъ изъ опыта, и въ этомъ можно видѣть подтвержденіе того взгляда, что носители въ обоихъ случаяхъ дѣйствительно одни и тѣ же, хотя гипотезы и аналогіи, на которыхъ онъ основанъ, и являются нѣсколько умозрительными.

Когда были открыты электроны, или корпускулы отрицательнаго электричества, то было вполнѣ естественно отождествить ихъ съ носителями энергіи и представить себѣ, что металлъ содержитъ въ себѣ большое число этихъ частицъ, движущихся во всѣхъ направленіяхъ и сталкивающихся какъ другъ съ другомъ, такъ и съ атомами металла подобно молекуламъ газа по кинетической теоріи. Если массу каждаго носителя принять равной 1/1700 массы атома водорода, то скорость при 0^0 Ц. будетъ около 60 миль въ секунду; это величина такого порядка, которая даетъ возможность объяснить найденныя на опытѣ значенія проводимости хорошихъ проводниковъ, если предполагать, что число отрицательныхъ корпускулъ равно числу положительныхъ атомовъ металла, и что средняя длина свободнаго пути каждой корпускулы — того же порядка, что и разстояніе между атомами. Та же гипотеза позволила, хотя и менѣе удовлетворительнымъ образомъ, дать количественное объясненіе такихъ термо-электрическихъ явленій, какъ явленія Пельтье (Peltier) и Томсона (Thomson), а также испусканія и поглощенія тепла. Эту гипотезу можно настолько расширить, чтобы она дала удовлетворительное объясненіе всѣхъ упомянутыхъ явленій; но тогда понадобится, повидимому, слишкомъ большое число свободныхъ корпускулъ для того, чтобы согласовать ее, напримѣръ, съ наблюденными значеніями удѣльныхъ теплоемкостей, въ предположеніи, что каждая корпускула обладаетъ такой же энергіей движенія, какъ и молекула газа при той же температурѣ.

Дж. Дж. Томсонъ предложилъ и подвергъ изслѣдованію другую возможную теорію проводимости металловъ, согласно которой предполагается, что въ металлѣ существуютъ нейтральныя электрическія пары (doublets), которыя непрерывно и чрезвычайно часто взаимно обмѣниваются частицами. При обычныхъ условіяхъ этотъ обмѣнъ происходитъ одинаково во всѣхъ направленіяхъ; но при дѣйствіи электрическаго поля оси паръ становятся болѣе или менѣе оріентированными — это напоминаетъ гипотезу электролитической проводимости Гротгуса (Grotthus), — благодаря чему и получается общее теченіе или токъ, пропорціональный силѣ поля. Хотя эта гипотеза коренным образомъ отличается отъ предыдущей и отъ другихъ, болѣе распространенныхъ взглядовъ, она, повидимому, ведетъ на практикѣ къ тѣмъ же результатамъ, а въ нѣкоторыхъ отношеніяхъ является даже предпочтительной, такъ какъ даетъ возможность объяснить тѣ трудности, на которыя наталкивается первая теорія, требующая большого числа свободныхъ отрицательныхъ корпускулъ. Съ другой стороны, вторая теорія требуетъ, чтобы каждая нейтральная пара непрерывно испускала корпускулы въ количествѣ около 10^{15} въ секунду. По всей вѣроятности, въ каждой изъ этихъ теорій содержится доля истины; но во всякомъ случаѣ, оставляя въ сторонѣ точныя детали процесса, мы можемъ съ нѣкоторой увѣренностью утверждать, что частицы теплорода, образующія тепловой токъ въ металлѣ, находятся въ очень близкомъ отношеніи къ частицамъ электричества, и мы съ равнымъ правомъ можемъ предположить, что онѣ образуютъ матеріальную жидкость, обладающую объективной физической реальностью.

Если бы мнѣ было позволено — на свой собственный страхъ — сдѣлать нѣсколько чисто умозрительныхъ догадокъ, то я предпочелъ бы смотрѣть на частицы теплорода не какъ на тѣ же частицы отрицательнаго электричества, а какъ на нейтральныя пары, образованныя соединеніемъ положительной и отрицательной корпускулъ въ томъ же родѣ, какъ молекула водорода образуется соединеніемъ двухъ атомовъ. Насколько мнѣ извѣстно, до сихъ поръ не удалось открыть положительно заряженной частицы, меньшей, чѣмъ атомъ водорода. Быть можетъ это только результатъ ограниченности нашихъ экспериментальныхъ методовъ, которые вынуждаютъ насъ такъ широко пользоваться металлами въ качествѣ электродовъ. При той симметріи, которую мы наблюдаемъ въ природѣ, представляется почти непостижимымъ, чтобы положительныя корпускулы не существовали хотя бы въ видѣ другого конца фарадеевской силовой линіи или вихревой линіи, образующей химическую связь. Профессоръ Браггъ (Bragg) отождествилъ X-лучи или γ-лучи съ нейтральными корпускулами, движущимися съ большой скоростью, и съ блестящимъ успѣхомъ защищалъ эту гипотезу противъ болѣе стараго взгляда, что эти лучи не состоятъ изъ отдѣльныхъ реальныхъ частицъ, а суть лишь тончайшія пульсаціи, распространяющіяся въ эѳирѣ и возникающія при столкновеніи корпускулъ съ матеріальными тѣлами. Предоставимъ ему доказывать справедливость этого взгляда; но, если нейтральныя корпускулы существуютъ или могутъ возникать какимъ-нибудь образомъ, то, несомнѣнно, гораздо легче оторвать отъ матеріальнаго атома или молекулы нейтральную корпускулу, чѣмъ оторвать корпускулу съ отрицательнымъ зарядомъ отъ положительнаго атома, съ которымъ она соединена. Мы должны были бы ожидать поэтому, что нейтральныя корпускулы представляютъ настолько обычное и распространенное явленіе, что самое существованіе ихъ могло легко остаться незамѣченнымъ, кромѣ развѣ тѣхъ случаевъ, когда онѣ движутся съ такими исключительно большими скоростями, какія мы наблюдаемъ въ γ-лучахъ. Въ теоріи пульсацій принимается, что всѣ γ-лучи распространяются со скоростью свѣта, и что громадныя колебанія, наблюдаемыя въ ихъ способности проникновенія, зависятъ просто отъ размѣровъ распространяющейся пульсаціи. По корпускулярной теоріи способность проникновенія γ-лучей, такъ же, какъ α-лучей и β-лучей, зависитъ отъ размѣра, скорости и электрическаго заряда. Частицы, несущія электрическіе заряды, подобно α-лучамъ и β-лучамъ, теряютъ энергію, образуя іоны своимъ электрическимъ полемъ, быть можетъ, и безъ дѣйствительнаго столкновенія. Нейтральные же γ-лучи не образуютъ іоновъ непосредственно, но при прямыхъ столкновеніяхъ, происходящихъ сравнительно рѣдко, заставляютъ атомы испускать α-лучи или β-лучи. Какъ показываютъ фотографіи Вильсона (Wilson), одни только β-лучи производятъ іонизацію. Я лично давно уже былъ сторонникомъ взглядовъ профессора Брагга на природу X-лучей; но, если даже и не считать существованіе нейтральныхъ корпускулъ вполнѣ доказаннымъ, я думаю, что все-таки позволительно для цѣлей доказательства допустить ихъ существованіе, чтобы посмотрѣть, не окажется ли представленіе о нихъ полезнымъ для истолкованія физическихъ явленій.

Если мы примемъ, напримѣръ, что эти нейтральныя корпускулы или частицы теплорода существуютъ въ проводникахъ и металлическихъ тѣлахъ въ сравнительно свободномъ состояніи, какъ бы въ растворѣ, и что благодаря высокой индуктивной способности среды онѣ уже диссоціированы на положительные и отрицательные электроны, то вся теорія проводимости въ металлахъ прямо вытекаетъ отсюда по аналогіи съ проводимостью въ электролитическихъ растворахъ. Но въ то время какъ въ электролитахъ іоны суть матеріальные атомы, движущіеся въ вязкой средѣ съ сравнительно небольшими скоростями, іоны въ металлическихъ проводникахъ суть электрическія корпускулы, движущіяся съ большими скоростями, напоминая этимъ скорѣе то, что постулируется кинетической теоріей газовъ. Конечно, эта теорія ведетъ къ тѣмъ же числовымъ результатамъ, что и электронная теорія, если при развитіи ея исходить изъ тѣхъ же предпосылокъ. Но у ней есть то преимущество, что она гораздо шире объясняетъ измѣненія знака въ явленіи Голла (Hall) и многія другія особенности въ измѣненіи сопротивленія и термо-электрической силы съ температурой. Для хорошихъ проводниковъ въ родѣ чистыхъ металловъ, мы можемъ предположить, по аналогіи съ электролизомъ, что диссоціація является практически полной, такъ что отношеніе проводимостей будетъ приближаться къ значенію, вычисленному въ предположеніи, что всѣ носители тепла являются также и носителями электричества. Но въ дурныхъ проводникахъ диссоціація должна быть далеко не полной, и отсюда можно понять, почему, напримѣръ, электрическое сопротивленіе чугуна почти въ десять разъ больше, чѣмъ чистаго желѣза, несмотря на сравнительно небольшую разницу въ ихъ теплопроводности. Численная величина термо-электрическаго эффекта, который обычно привлекается для объясненія отклоненія сплавовъ отъ электронной теоріи, слишкомъ мала для того, чтобы произвести требуемый результатъ; и, кромѣ того, нѣтъ или почти нѣтъ соотвѣтствія между термо-электрическими свойствами составныхъ частей сплавовъ и колебаніями ихъ электропроводностей.

Одно изъ самыхъ старыхъ затрудненій для вещественной теоріи тепла состоитъ въ объясненіи образованія тепла при треніи. Примѣненіе общаго принципа сохраненія энергіи приводитъ насъ къ несомнѣнному заключенію, что возникающая термическая энергія является эквивалентомъ механической работы, затраченной при треніи, но почти или даже совершенно не выясняетъ ступеней этого процесса и не даетъ никакихъ указаній относительно дѣйствительной природы той энергіи, которая появляется здѣсь въ видѣ тепла. Изъ принципа сохраненія энергіи вытекаетъ, что количество теплорода, порожденнаго при треніи, таково, что его полная энергія при окончательной температурѣ равна затраченной работѣ. Если опредѣленное количество теплорода есть опредѣленное количество нейтральныхъ частицъ электричества, то вполнѣ естественнымъ является вопросъ, откуда онѣ появились и какъ онѣ образовались. Несомнѣнно, что въ большинствѣ случаевъ тренія, гдѣ бы скольженіе ни происходило, отрываются отдѣльныя молекулы, и что затраченная работа проявляется прежде всего въ отдѣленіи электрическихъ іоновъ. Нѣкоторые изъ этихъ іоновъ раздѣляются окончательно въ видѣ электричества тренія, и ихъ можно заставить произвести полезную работу; но большинство изъ нихъ снова соединяется, прежде чѣмъ они успѣютъ окончательно раздѣлиться, и оставляютъ только свой эквивалентъ въ видѣ термической энергіи. На вторичное соединеніе двухъ іоновъ смотрятъ обыкновенно просто, какъ на возстановленіе первоначальной молекулы при высокой температурѣ, но благодаря новымъ открытіямъ мы можемъ, пожалуй, попытаться сдѣлать еще шагъ дальше. Обычно принимается, что X-лучи или γ-лучи образуются при внезапной остановкѣ заряженной корпускулы, и Лоренцъ (Lorentz) въ своей электронной теоріи лучеиспусканія предположилъ, что это происходитъ всегда, какъ бы ни была мала скорость электрона. Подобный же эффектъ должна произвести внезапная остановка двухъ іоновъ, устремляющихся другъ къ другу подъ вліяніемъ взаимнаго притяженія. Лучи, возникшіе такимъ образомъ, должны быть чрезвычайно легко поглощаемы, но они не отличались бы существенно отъ лучей, производимыхъ электронами; только энергія ихъ, не превосходящая энергіи пары іоновъ, была слишкомъ мала для того, чтобы произвести іонизацію, такъ что ихъ нельзя было бы открыть обычнымъ путемъ. Если X-лучи корпускулярны по своей природѣ, то мы логически не можемъ отрицать корпускулярнаго характера даже наиболѣе медленно распространяющихся лучей. Мы знаемъ, что X-лучами непрерывно производятся другіе X-лучи, обладающіе меньшей скоростью. Конечная стадія достигается, вѣроятно, тогда, когда средняя энергія X-корпускулы или частицы теплорода будетъ та же, что и у молекулы газа при той же температурѣ, и когда число частицъ образовавшагося теплорода будетъ таково, что ихъ полная энергія будетъ равна работѣ, первоначально затраченной на треніе.

Въ связи съ этимъ интересно отмѣтить, что Дж. Дж. Томсонъ въ своей недавней работѣ объ „Іонизаціи посредствомъ движущихся частицъ“, исходя изъ другихъ соображеній, пришелъ къ тому заключенію, что излученіе, испускаемое при возстановленіи іоновъ, состоитъ въ рядѣ пульсацій, при чемъ каждая пульсація содержитъ то же количество энергіи и принадлежитъ къ тому же типу, что и очень легко проникающіе X-лучи. Если X-лучи дѣйствительно состоятъ изъ корпускулъ, то эти опредѣленныя единицы, или кванты, энергіи, порождаемыя при возстановленіи іоновъ, являются очень сходными съ гипотетическими частицами теплорода.

Можно возразить, что во многихъ случаяхъ тренія — напримѣръ, при внутреннемъ или вязкомъ треніи — въ жидкости не наблюдается никакой электризаціи или іонизаціи, и что образованіе теплорода въ этомъ случаѣ не можетъ быть приписано возстановленію іоновъ. Нужно замѣтить, что образованіе частицы теплорода требуетъ меньшей энергіи, чѣмъ раздѣленіе двухъ іоновъ; что совершенно такъ же, какъ раздѣленіе двухъ іоновъ соотвѣтствуетъ разрыву химической связи, и образованіе одной или болѣе частицъ теплорода можетъ соотвѣтствовать разрыву нѣкоторой физической связи, въ родѣ того, какъ это имѣетъ мѣсто при отдѣленіи молекулы пара отъ жидкости или твердаго тѣла. Предположеніе о молекулярномъ строеніи теплорода почти необходимо вытекаетъ изъ молекулярныхъ теорій вещества и электричества и не противорѣчитъ ни одному твердо установленному экспериментальному факту. Напротивъ, многія отношенія, существующія между удѣльными теплотами сходныхъ веществъ, а также между скрытыми теплотами, естественно приводятъ къ молекулярной теоріи теплорода. Такъ, напримѣръ, часто отмѣчаютъ, что молекулярная скрытая теплота испаренія сходныхъ сложныхъ тѣлъ при ихъ температурахъ кипѣнія пропорціональна абсолютной температурѣ. Отсюда слѣдуетъ, что молекулярный скрытый теплородъ испаренія имѣетъ одно и то же значеніе для всѣхъ такихъ сложныхъ тѣлъ, или что они требуютъ одинаковаго числа частицъ теплорода для одинаковаго измѣненія состоянія, независимо отъ абсолютныхъ температуръ ихъ точекъ кипѣнія. Съ этой точки зрѣнія вполнѣ естественно разсматривать жидкое и газообразное состоянія, какъ сопряженные растворы теплорода въ веществѣ и соотвѣтствующаго вещества въ теплородѣ. Отношеніе количествъ теплорода и вещества закономѣрно измѣняется съ давленіемъ и температурой, и для каждой температуры существуетъ опредѣленный предѣлъ насыщенія.

Случай образованія теплорода, съ наибольшимъ трудомъ поддающійся детальному объясненію, представляетъ обмѣнъ тепла путемъ лучеиспусканія между тѣлами различной температуры. Если лучеиспусканіе есть электромагнитное волнообразное движеніе, то мы должны предположить, что въ конституціи матеріальной молекулы заключается нѣчто въ родѣ электрическаго осциллятора или резонатора, способнаго откликаться на электрическія колебанія. Если естественный періодъ резонаторовъ достаточно близко соотвѣтствуетъ періоду падающихъ лучей, то амплитуда возбужденнаго колебанія можетъ оказаться достаточной для того, чтобы обусловить выбрасываніе частицы теплорода. Вообще допускается, что выбрасываніе одного электрона такимъ образомъ можетъ произойти; но очевидно, что для выбрасыванія нейтральной частицы потребуется гораздо меньше энергіи, такъ что это послѣднее должно быть гораздо болѣе распространеннымъ явленіемъ. Съ этой точки зрѣнія превращеніе энергіи лучеиспусканія въ энергію теплорода есть прерывный процессъ, состоящій изъ ряда опредѣленныхъ молекулярныхъ приращеній, поглощеніе же или испусканіе самихъ лучей есть непрерывный процессъ. Профессоръ Планкъ (Planck) путемъ очень остроумнаго ряда разсужденій, основанныхъ на вѣроятности распредѣленія энергіи между большимъ числомъ сходныхъ электрическихъ осцилляторовъ (при чемъ на энтропію онъ смотритъ, какъ на логариѳмъ вѣроятности, а на температуру, какъ на возрастаніе энергіи, соотвѣтствующее единицѣ энтропіи), вывелъ свою хорошо извѣстную формулу распредѣленія энергіи въ полномъ лучеиспусканіи при любой температурѣ; и недавно, развивая свои соображенія дальше въ томъ же направленіи, онъ пришелъ къ замѣчательному выводу, что въ то время, какъ поглощеніе лучеиспусканія непрерывно, излученіе прерывно и совершается въ дискретныхъ элементахъ, или квантахъ. Если аргументація зависитъ отъ столь многихъ сложныхъ гипотезъ и аналогій, то возможныя толкованія математическихъ формулъ становятся въ значительной мѣрѣ неопредѣленными; но, повидимому, уравненія профессора Планка не находятся въ противорѣчіи съ изложеннымъ выше взглядомъ, что и лучеиспусканіе и лучепоглощеніе одинаково непрерывны, и что его „elementa quanta", энергія которыхъ измѣняется съ ихъ частотой, должны быть отождествлены скорѣе съ частицами теплорода, представляющими превращеніе электромагнитной энергіи лучеиспусканія въ теплоту и обладающими энергіей, пропорціональной ихъ температурѣ.

Среди трудностей, съ которыми сталкивается взглядъ на энтропію или теплородъ, какъ на мѣру количества тепла, и которыя скорѣе чувствуются, чѣмъ ясно выражаются, заключается очень непріятная въ данномъ случаѣ особенность энтропіи, а именно то обстоятельство, что она, согласно обычнымъ приближеннымъ формуламъ, при крайнихъ температурахъ и давленіяхъ становится безконечной. Если смотрѣть на теплородъ, какъ на мѣру количества тепла, то количество его, находящееся въ конечномъ тѣлѣ, должно быть конечно и должно исчезать при абсолютномъ нулѣ температуры. Въ дѣйствительности у насъ нѣтъ экспериментальныхъ основаній для какого-нибудь другого заключенія. Согласно обычнымъ формуламъ для газовъ можно было бы извлечь безконечное количество теплорода изъ конечнаго количества газа, сжимая его при постоянной температурѣ. Правда (если мы примемъ даже, что законы газовъ вѣрны и для чрезвычайно большихъ давленій, что на самомъ дѣлѣ далеко не такъ), количество полученнаго теплорода было бы безконечностью безконечно малаго порядка по сравненію съ требуемымъ для этого давленіемъ. Но фактически опытъ указываетъ намъ, что полученное количество было бы конечно, хотя его точная величина и не можетъ быть вычислена благодаря тому, что мы не знаемъ свойствъ газовъ при безконечно большихъ давленіяхъ. Подобнымъ же образомъ, если мы предположимъ, что удѣльная теплота, измѣряемая обычнымъ способомъ, остается постоянной или приближается къ конечному предѣлу при абсолютномъ нулѣ температуры, то мы придемъ къ заключенію, что для повышенія температуры конечнаго тѣла отъ 0^0 до 1^0 абсолютной шкалы потребовалось бы безконечное количество теплорода. Напротивъ, всѣ послѣднія экспериментальныя работы Тильдена, Нернста, Линдемана (Tilden, Nernst, Lindemann) и другихъ относительно удѣльной теплоты при низкихъ температурахъ показываютъ, что удѣльныя теплоты всѣхъ веществъ стремятся къ нулю при приближеніи къ абсолютному нулю температуры, а удѣльная емкость относительно теплорода стремится при этомъ къ конечному предѣлу. Теорія измѣненія удѣльныхъ теплотъ твердыхъ тѣлъ при низкихъ температурахъ является одной изъ самыхъ животрепещущихъ проблемъ современной теоріи тепла, и на нее теперь обращено вниманіе самыхъ дѣятельныхъ работниковъ въ этой области. Я могу только прибавить, что есть всѣ основанія ожидать полнаго торжества теплородной теоріи.

Интересный вопросъ, который интересовалъ еще Румфорда и другихъ изслѣдователей въ области теплородной теоріи тепла, состоитъ въ томъ, обладаетъ ли теплородъ вѣсомъ. Въ то время какъ утвердительный отвѣтъ на этотъ вопросъ былъ бы очень благопріятенъ для этой теоріи, отрицательный отвѣтъ, полученный какъ Румфордомъ, такъ и недавно профессоромъ Пойнтингомъ (Pointing) и Филлипсомъ (Phillips), а также Л. Саутгерномъ (L. Southern), работавшими независимо другъ отъ друга, не является еще рѣшающимъ. Послѣдніе наблюдатели нашли, что измѣненіе въ вѣсѣ, если и существуетъ, во всякомъ случаѣ не превосходитъ $1:10^8$ на 1^0 Ц. Если частица теплорода имѣетъ ту же массу, какая обычно приписывается электрону, то измѣненіе вѣса въ подвергнутыхъ изслѣдованію случаяхъ было бы порядка $1:10^7$ на 1^0 Ц. и, слѣдовательно, должно было бы быть замѣчено. Всѣми признается, впрочемъ, что масса электрона есть цѣликомъ электромагнитная масса. Но при всякомъ такомъ утвержденіи молчаливо предполагается извѣстное распредѣленіе электричества въ сферическомъ электронѣ даннаго размѣра. Но если само электричество въ дѣйствительности состоитъ изъ электроновъ, то доказательство попадаетъ въ заколдованный кругъ, и его значеніе становится сомнительнымъ. Если эквивалентная масса электрона возникаетъ исключительно благодаря электромагнитному полю, порожденному его движеніемъ, то нейтральная частица теплорода, какъ цѣлое, не должна обладать массой или энергіей поступательнаго движенія, но можетъ въ то же время обладать энергіей колебанія или вращенія ея отдѣльныхъ зарядовъ. Въ фантазіи мы можемъ представить себѣ электронъ, какъ свободный или оторванный конецъ вихревой нити, а нейтральную частицу, какъ вихревое кольцо, получившееся отъ соединенія положительнаго и отрицательнаго концовъ; но такія фантазіи не дадутъ намъ больше, чѣмъ представленіе о шарѣ, покрытомъ электричествомъ, если только какое-нибудь изъ этихъ представленій не дастъ намъ опорныхъ пунктовъ для экспериментальнаго изслѣдованія. При нашемъ незнакомствѣ съ точнымъ механизмомъ тяготѣнія вполнѣ мыслимо даже, что частица теплорода можетъ имѣть массу, не имѣя вѣса, хотя, кромѣ, можетъ быть, электрона, существованіе чего-нибудь въ этомъ родѣ еще не доказано. Во всякомъ случаѣ, если съ теплородомъ и соединена какая-нибудь масса, она должна быть настолько мала, что мы не можемъ надѣяться много узнать о ней непосредственно при помощи вѣсовъ.

Основное свойство теплорода, что его полное количество не можетъ быть уменьшено въ какомъ бы то ни было изъ извѣстныхъ намъ процессовъ, и что онъ есть не энергія, а только носитель энергіи, проще всего можетъ быть представлено, если мы будемъ смотрѣть на него, какъ на нѣкоторую неуничтожимую форму вещества. Его дальнѣйшее свойство, а именно, что онъ всегда порождается при всякомъ необратимомъ процессѣ, на первый взглядъ, повидимому, противорѣчитъ этому представленію, ибо трудно представить себѣ, что нѣчто неуничтожимое можетъ такъ легко возникать. Но если мы говоримъ о возникновеніи теплорода, то мы въ дѣйствительности понимаемъ подъ этимъ лишь то, что онъ соединяется съ матеріальнымъ тѣломъ; въ этомъ видѣ онъ становится доступенъ наблюденію, и количество его можетъ быть измѣрено по тому измѣненію состоянія, которое онъ производитъ. Теплородъ, быть можетъ, существовалъ и раньше, но въ такой формѣ, что его присутствіе не могло быть открыто. На основаніи новѣйшихъ открытій мы можемъ предположить, что возникающій теплородъ появляется благодаря распаденію атомовъ матеріи. Несомнѣнно, что часть теплорода возникаетъ именно такимъ образомъ, но такія частицы, которыя, по нашему предположенію, не могутъ быть открыты физическими методами, должны требовать для своего распаденія сильныхъ толчковъ. Болѣе вѣроятнымъ источникомъ теплорода является эѳиръ, который, насколько намъ извѣстно, можетъ состоять цѣликомъ изъ нейтральныхъ частицъ теплорода. Гипотеза непрерывнаго эѳира повела къ большимъ затрудненіямъ въ электромагнитной теоріи свѣта и въ кинетической теоріи газовъ. Повидимому, приходится принять молекулярную или ячеисто-вихревую структуру. Согласно изслѣдованіямъ Кельвина (Kelvin), Фицджеральда (Fitzgerald) и Гикса (Hicks), такой эѳиръ можетъ удовлетворить требованіямъ электромагнитной теоріи, и не обладая плотностью, во много разъ превосходящей плотность платины. Поскольку рѣчь идетъ о свойствахъ теплорода, нейтральная пара электроновъ представляетъ, повидимому, простѣйшій типъ частицы, хотя безъ болѣе точнаго знакомства съ природой электрическаго заряда и невозможно предвидѣть всѣ его свойства. Трудно рѣшить, окажется ли эѳиръ, состоящій изъ такихъ частицъ, способнымъ удовлетворительно выполнить всѣ тѣ сложныя функціи, которыя на него возлагаются, но это изслѣдованіе, въ свою очередь, прольетъ, вѣроятно, свѣтъ на внутреннее строеніе молекулы.

Не пускаясь слишкомъ далеко въ области метафизическихъ умозрѣній и избѣгая заколдованныхъ круговъ, связанныхъ съ вопросомъ о природѣ электрическаго заряда, мы можемъ, по крайней мѣрѣ, утверждать съ извѣстной долей вѣроятности, что матеріальныя тѣла при обыкновенныхъ условіяхъ содержатъ, вѣроятно, извѣстное число дискретныхъ физическихъ единицъ, сходныхъ съ X-лучами или нейтральными корпускулами, которыя могутъ являться носителями энергіи и поддерживать статическое равновѣсіе между веществомъ и излученіемъ при всякой температурѣ благодаря своему обмѣну электронами. Если мы сдѣлаемъ еще шагъ дальше и отождествимъ эти корпускулы съ частицами теплорода, то мы, несомнѣнно, впадемъ въ противорѣчіе съ нѣкоторыми изъ основныхъ догмъ кинетической теоріи, которая пытается все выразить въ терминахъ энергіи, но это измѣненіе есть, главнымъ образомъ, лишь перемѣна точки зрѣнія или способа выраженія. Экспериментальные факты остаются тѣ же, мы только описываемъ ихъ иначе. Теплородъ не есть только логариѳмъ вѣроятности: онъ физически существуетъ. Вмѣстѣ съ многими экспериментаторами я не могу не чувствовать, что мы только выигрываемъ, присоединяя представленіе о веществѣ къ представленію о количествѣ теплорода, какъ естественной мѣрѣ количества тепла, въ противоположность количеству тепловой энергіи. Я, конечно, могъ дать здѣсь лишь краткій набросокъ въ защиту возможности такого объясненія; но я надѣюсь, что мнѣ, можетъ быть, удалось создать такое впечатлѣніе, что калорическая, или теплородная, теорія тепла не такъ ужъ цѣликомъ безсмысленна въ свѣтѣ новѣйшихъ экспериментальныхъ данныхъ, какъ мы это иногда думаемъ.

Замѣтка о непрерывныхъ дробяхъ.

Прив.-доц. С. О. Шатуновскаго.

Если для непрерывной дроби α вида

$$a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cdots}$$

и ея подходящихъ дробей α_n и α_{n+k} порядковъ n и $n+k$

$$a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cdots + \cfrac{1}{a_n}}, \qquad a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cdots + \cfrac{1}{a_n + \cfrac{1}{a_{n+1} + \cdots + \cfrac{1}{a_{n+k}}}}}$$

ввести обычныя обозначенія

$$\alpha = (a_1, a_2, \ldots),$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha_n &= (a_1, a_2, \ldots, a_n), \\ \alpha_{n+k} &= (a_1, a_2, \ldots, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, \ldots, a_{n+k}, \end{aligned}\right\} \begin{pmatrix} n = 1, 2, \ldots \\ k = 1, 2, \ldots \end{pmatrix}$$

то можно будетъ написать:

$$\alpha_{n+k} = (a_1, a_2, \ldots, a_n, a_{n+1} + \varepsilon),$$

гдѣ ε есть остаточная непрерывная дробь, опредѣляемая равенствами

$$\varepsilon = (0, a_{n+2}, a_{n+3}, \ldots, a_{n+k}) \begin{pmatrix} n = 1, 2, \ldots \\ k = \ 2, \ldots \end{pmatrix}$$

при $k > 1$ и $\varepsilon = 0$ при $k = 1$. Сказанное можно выразить еще такъ: подходящую дробь порядка $n + k$ можно разсматривать, какъ подходящую дробь порядка $n + 1$, въ которой послѣдній $(n + 1)$-ый частный знаменатель равенъ $a_{n+1} + \varepsilon$.

Этимъ замѣчаніемъ мы воспользуемся ниже. Теперь же замѣтимъ, что теорія непрерывныхъ дробей разсматриваемаго вида существенно покоится на двухъ общеизвѣстныхъ теоремахъ, изъ коихъ первая неточно выражена во многихъ руководствахъ. Мы поэтому приведемъ здѣсь точную формулировку обѣихъ теоремъ.

Теорема первая (законъ составленія подходящихъ дробей). Если два ряда чиселъ:

$$p_1, p_2, \ldots, p_{n-2}, p_{n-1}, p_n, \ldots$$

$$q_1, q_2, \ldots, q_{n-2}, q_{n-1}, q_n, \ldots$$

опредѣлены равенствами

$$\left.\begin{array}{ll} p_1 = a_1,\ p_2 = a_1 a_2 + 1, & p_n = p_{n-1} a_n + p_{n-2} \\ q_1 = 1,\ q_2 = a_2, & q_n = q_{n-1} a_n + q_{n-2} \end{array}\right\} \quad (n = 3, 4, \ldots),$$

то

$$\alpha_n = (a_1, a_2, \ldots, a_n) = \frac{p_n}{q_n}.$$

Эта теорема вѣрна, каковы бы ни были частные знаменатели $a_1, a_2, \ldots,$ лишь бы только въ выраженіе для α_n не входило дѣленіе на нуль.

Теорема вторая выражается равенствомъ

$$p_{n+1} q_n - q_{n+1} p_n = (-1)^{n+1}$$

или равенствомъ

$$\frac{p_{n+1}}{q_{n+1}} - \frac{p_n}{q_n} = \frac{(-1)^{n+1}}{q_{n+1} q_n}.$$

Первое изъ этихъ равенствъ вѣрно при любыхъ значеніяхъ $a_1, a_2, \ldots,$ а второе остается вѣрнымъ, коль скоро величины q_{n+1} и q_n отличны отъ нуля. Вторую теорему можно назвать теоремой о разности двухъ смежныхъ подходящихъ дробей. Ее можно обобщить извѣстнымъ образомъ, распространивъ ее на разность двухъ какихъ угодно подходящихъ дробей.

Теорема о разности любыхъ двухъ подходящихъ дробей выражается равенствомъ:

$$\frac{p_{n+k}}{q_{n+k}} - \frac{p_n}{q_n} = \frac{(-1)^{n+1}}{q_{n+1} + \varepsilon q_n} \quad \begin{pmatrix} n = 1, 2, \ldots \\ k = 1, 2, \ldots \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

гдѣ ε имѣетъ вышеуказанное значеніе.

Выводъ этого равенства и слѣдствiй, изъ него вытекающихъ, составляетъ предметъ настоящей замѣтки. Какъ указано было выше, подходящую дробь порядка $n+k$ можно разсматривать, какъ подходящую дробь порядка $n+1$, въ которой $(n+1)$-ый частный знаменатель равенъ $a_{n+1}+\varepsilon$, а потому, по закону составленiя подходящихъ дробей, при $n+k \geqq 3$

$$\frac{p_{n+k}}{q_{n+k}}=\frac{p_n(a_{n+1}+\varepsilon)+p_{n-1}}{q_n(a_{n+1}+\varepsilon)+q_{n-1}}=\frac{p_n a_{n+1}+p_{n-1}+\varepsilon p_n}{q_n a_{n+1}+q_{n-1}+\varepsilon q_n}=\frac{p_{n+1}+\varepsilon p_n}{q_{n+1}+\varepsilon q_n},$$

откуда

$$\frac{p_{n+k}}{q_{n+k}}-\frac{p_n}{q_n}=\frac{p_{n+1}+\varepsilon p_n}{q_{n+1}+\varepsilon q_n}-\frac{p_n}{q_n}=\frac{p_{n+1}q_n-q_{n+1}p_n}{(q_{n+1}+\varepsilon q_n)q_n}=\frac{(-1)^{n+1}}{(q_{n+1}+\varepsilon q_n)q_n}.$$

Такимъ образомъ, равенство (1) доказано для случая, когда $n+k \geqslant 3$. Въ вѣрности равенства (1) при $n+k=2$ убѣждаемся прямо, положивъ $n=k=1$, $\varepsilon=0$.

Въ послѣдующемъ мы будемъ предполагать, что в с ѣ   ч а с т н ы е   з н а м е н а т е л и a_2, a_3, … с у т ь   п о л о ж и т е л ь н ы я   ч и с л а   и   ч т о a_1 н е   е с т ь   о т р и ц а т е л ь н о е   ч и с л о. Тогда всѣ p_n и всѣ q_n будутъ положительныя числа, кромѣ, быть можетъ, числа p_1, которое можетъ быть нулемъ. Число ε при этомъ также не будетъ отрицательнымъ и произведенiе $(q_{n+1}+\varepsilon q_n)q_n$ будетъ положительнымъ. Полагая теперь въ равенствѣ (1) сначала n нечетнымъ, потомъ четнымъ и принимая во вниманiе знакъ правой части равенства, приходимъ къ слѣдующему выводу:

П о д х о д я щ а я   д р о б ь $\dfrac{p_n}{q_n}$ н е ч е т н а г о   п о р я д к а   м е н ь ш е,   а   ч е т н а г о   п о р я д к а   б о л ь ш е   к а ж д о й   с л ѣ д у ю щ е й   з а   н е й   п о д х о д я щ е й   д р о б и $\dfrac{p_{n+k}}{q_{n+k}}$.

Непрерывная дробь α, если она содержитъ конечное число r звеньевъ, сама есть подходящая дробь r-аго порядка. Если же непрерывная дробь α содержитъ безконечное число звеньевъ, но представляетъ опредѣленное число (т. е. если подходящiя дроби стремятся къ опредѣленному предѣлу), то ее можно разсматривать, какъ непрерывную дробь съ любымъ конечнымъ числомъ звеньевъ, положивъ $\alpha=(a_1, a_2, \ldots, a_{r-1}, \beta_r)$, гдѣ $\beta_r=(a_{r+1}, a_{r+2}, \ldots)$, а r есть произвольное натуральное число. Станемъ поэтому разсматривать каждую непрерывную дробь α, какъ имѣющую конечное число звеньевъ. Тогда непрерывная дробь α будетъ п о с л ѣ д н е ю въ ряду подходящихъ дробей, и потому каждая подходящая дробь нечетнаго порядка, отличная отъ α, меньше α, а каждая подходящая дробь четнаго порядка, отличная отъ α, больше α.

Итакъ, п р и   п о л о ж и т е л ь н ы х ъ   ч а с т н ы х ъ   з н а м е н а т е л я х ъ (a_1 можетъ быть нулемъ) н е п р е р ы в н а я   д р о б ь   в с е г д а содержится между любой подходящей дробью нечетнаго порядка и любой подходящей дробью четнаго порядка, будучи при этомъ не меньше первой и не больше второй. Отсюда, далѣе, слѣдуетъ:

Подходящая дробь нечетнаго порядка меньше подходящей дроби четнаго порядка.

Предполагая, что непрерывная дробь a содержитъ $n+k$ звеньевъ, мы равенство (1) можемъ написать въ видѣ:

$$a-\frac{p_n}{q_n}=\frac{(-1)^{n+1}}{(q_{n+1}+\varepsilon q_n)q_n},$$

откуда, обозначая черезъ $\left|a-\frac{p_n}{q_n}\right|$ абсолютную величину разности $a-\frac{p_n}{q_n}$, находимъ:

$$\left|a-\frac{p_n}{q_n}\right|=\frac{1}{(q_{n+1}+\varepsilon q_n)q_n}. \tag{2}$$

Смотря по тому, будетъ ли $\varepsilon>0$ или $=0$, мы будемъ имѣть:

$$\left|a-\frac{p_n}{q_n}\right|\leqslant\frac{1}{q_{n+1}q_n}.$$

Если теперь считать, что частные знаменатели a_2, a_3, ... не только суть положительныя числа, но что каждый изъ нихъ не меньше единицы, и если положить $n\geqslant 2$, то мы найдемъ, что

$$\left|a-\frac{p_n}{q_n}\right|\leqslant\frac{1}{q_{n+1}q_n}=\frac{1}{(q_na_{n+1}+q_{n-1})q_n}\leqslant\frac{1}{(q_n+q_{n-1})q_n}<\frac{1}{q_n^2}.$$

Итакъ, если $a_1\geqslant 0$, $a_n\geqslant 1\ (n=2,3,\dots)$, то абсолютная величина ошибки, совершаемой при замѣнѣ непрерывной дроби a подходящей дробью $\frac{p_n}{q_n}$, не больше каждой изъ трехъ дробей

$$\frac{1}{q_{n+1}q_n},\quad \frac{1}{(q_n+q_{n-1})q_n},\quad \frac{1}{q_n^2}.$$

Вторая изъ этихъ трехъ дробей имѣетъ смыслъ только при $n>1$. При $n=1$ дроби $1/(q_{n+1}q_n)$ и $1/q_n^2$ равны, когда $a_2=1$.

При нашихъ допущеніяхъ относительно чиселъ a_n число $\varepsilon=(0, a_{n+2}, \dots, a_{n+k})$ не больше единицы, и потому, замѣняя въ равенствѣ (2) число ε единицей, найдемъ, что

$$\left|a-\frac{p_n}{q_n}\right|\geqslant\frac{1}{(q_{n+1}+q_n)q_n}>\frac{1}{2q_{n+1}q_n}>\frac{1}{2q_{n+}^2},$$

т. е. при указанныхъ ограниченіяхъ абсолютная величина ошибки при замѣнѣ непрерывной дроби a подходящей дробью $\frac{p_n}{q_n}$ не меньше каждой изъ дробей:

$$\frac{1}{(q_{n+1}+q_n)q_n},\quad \frac{1}{2q_{n+1}q_n},\quad \frac{1}{2q_{n+1}^2}.$$

Такъ какъ, по предыдущему,

$$\left|a-\frac{p_{n+1}}{q_{n+1}}\right| \leqslant \frac{1}{(q_{n+1}+q_n)\,q_{n+1}} < \frac{1}{(q_{n+1}+q_n)\,q_n} \leqslant \left|a-\frac{p_n}{q_n}\right|,$$

то

$$\left|a-\frac{p_{n+1}}{q_{n+1}}\right| < \left|a-\frac{p_n}{q_n}\right|,$$

т. е. непрерывная дробь ближе къ послѣдующей подходящей дроби $\frac{p_{n+1}}{q_{n+1}}$, чѣмъ къ предыдущей $\frac{p_n}{q_n}$, когда $n > 1$. При $n > 1$ существуетъ исключеніе: дробь $a=(a_1, 1, 1)=a_1+\frac{1}{2}$ одинаково близка какъ къ первой подходящей дроби $a_1=a_1$, такъ и ко второй подходящей дроби $a_2=a_1+1$.

Безпламенная печь.

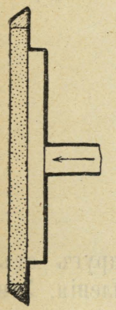
Проф. Г. фонъ-Юптнера.

Въ прошломъ году въ Англіи и въ Германіи, независимо другъ отъ друга, были опубликованы опыты относительно новаго способа отопленія. Эти опыты показали, что мы имѣемъ дѣло съ открытіемъ, которое можетъ сдѣлаться для насъ очень важнымъ и даже вызвать переворотъ въ техникѣ нашего отопленія. Для практическаго примѣненія этого открытія были образованы два общества: профессоромъ Вильямомъ Бономъ (William A. Bone) «Компанія тепловыхъ радіаторовъ» въ Лидѣ (Leed) и инженеромъ Рудольфомъ Шнабелемъ (Rudolf Schnabel) «Термотехническое общество» въ Берлинѣ.

Оба открытія основаны на одномъ и томъ же принципѣ: на вліяніи раскаленныхъ поверхностей на сгораніе смѣси изъ горючаго газа и воздуха. Въ обычныхъ газовыхъ печахъ смѣшеніе горючаго газа и воздуха для горѣнія происходитъ постепенно на протяженіи всего пламени; при новомъ же способѣ оба газа смѣшиваются раньше, и затѣмъ только полученная смѣсь сгораетъ внутри большого раскаленнаго тѣла. Новый способъ имѣетъ цѣлый рядъ преимуществъ передъ старымъ; сюда относится: полное сгораніе при небольшомъ избыткѣ воздуха (около 2%), высокая температура горѣнія, быстрый ходъ горѣнія, которое оканчивается послѣ нѣсколькихъ сантиметровъ пути, пройденнаго газовою смѣсью, минимальная потеря тепла лучеиспусканіемъ и чрезвычайно быстрая передача тепла нагрѣваемому тѣлу или пространству. Въ связи съ этимъ находится лучшее использованіе горючаго матеріала, отсюда и сбереженіе послѣдняго безъ употребленія особыхъ аккумуляторовъ тепла. Кромѣ всего этого, новый способъ упрощаетъ конструкцію приборовъ, особенно при отопленіи паровыхъ котловъ. Нѣкоторыя изъ этихъ преимуществъ, какъ, напримѣръ, достиженіе полнаго сгоранія съ такимъ незначительнымъ избыткомъ воздуха, что на практикѣ можно говорить о поглощеніи теоретически необходимаго количества воздуха, и чрезвычайно быстрая передача тепла, обнаружились совершенно неожиданно, и ихъ можно объяснить только образованіемъ «взрывныхъ волнъ» и тѣмъ, что раскаленныя твердыя тѣла обладаютъ несравненно большею лучеиспускательною способностью, чѣмъ раскаленный газъ и даже чѣмъ ярко свѣтящееся пламя.

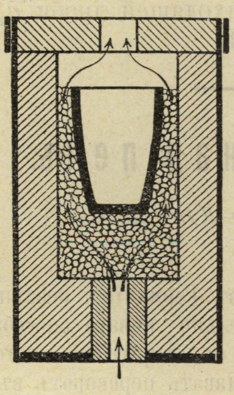
Для того, чтобы дать ясное представленіе о новомъ способѣ отопленія, мы вкратцѣ опишемъ его наиболѣе важныя примѣненія. При этомъ мы будемъ придерживаться, главнымъ образомъ, работъ Боне, такъ какъ онъ даетъ болѣе подробное описаніе и примѣняетъ новый способъ въ большемъ числѣ разнообразнѣйшихъ отраслей.

Проще и яснѣе можно объяснить новый методъ на отопленіи помощью діафрагмы (фиг. 1). Діафрагма состоитъ изъ коробки для смѣшенія газовъ, при чемъ одна изъ стѣнокъ этой коробки дѣлается изъ пористаго огнеупорнаго матеріала (который служитъ также для выдѣлки огнеупорныхъ кирпичей). Пористая стѣнка должна возможно плотнѣе прилегать къ другимъ стѣнкамъ коробки, чтобы смѣсь газовъ могла проходить только черезъ поры стѣнки, а не сбоку.



Фиг. 1.

Отопленіе помощью діафрагмы.



Фиг. 2.

Печь для тиглей.

Для того, чтобы діафрагма накалилась, сначала пропускаютъ черезъ ящикъ только горючій газъ (напримѣръ, свѣтильный газъ, хотя можно примѣнять и другіе горючіе газы), затѣмъ зажигаютъ выходящій черезъ поры стѣнки газъ, который даетъ длинное пламя. Если теперь постепенно впускать въ коробку воздухъ, то пламя укорачивается по мѣрѣ увеличенія примѣси воздуха, пока, наконецъ, оно совсѣмъ не исчезнетъ. Въ этотъ моментъ вся поверхность діафрагмы становится голубоватой. Вскорѣ затѣмъ отдѣльныя части діафрагмы накаляются до-красна, такъ что ея поверхность кажется покрытой пятнами, и, наконецъ, раскаляется вся поверхность.

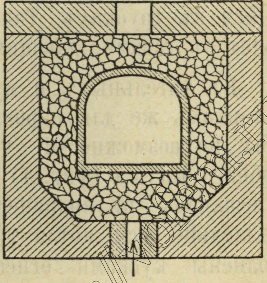
Теперь горѣніе (безъ образованія пламени) происходитъ въ порахъ верхняго слоя діафрагмы; это обусловливается тѣмъ, что верхній слой раскаляется до свѣтло-краснаго каленія, между тѣмъ какъ газовая коробка остается настолько холодной, что ея можно касаться рукой безъ всякой опасности. Слой діафрагмы, въ порахъ котораго происходитъ горѣніе, имѣетъ въ толщину отъ 3 до $6^1/_2$ *мм.*, и все-таки достигается полное сгораніе.

Дальнѣйшими преимуществами этого аппарата являются возможность точно регулировать температуру доски общимъ измѣненіемъ тока газа и воздуха и то, что горѣніе происходитъ въ любомъ положеніи діафрагмы. Діафрагма одинаково хорошо накаляется какъ свѣтильнымъ газомъ или газомъ коксовыхъ печей съ примѣсью водяного газа или безъ него, такъ и природнымъ нефтянымъ или какимъ-либо другимъ горючимъ газомъ. Но тогда діафрагма должна быть настолько пористой, чтобы газы могли свободно проходить черезъ нее при давленіи 3 *мм.* водяного столба (сверхъ атмосфернаго давленія).

Отопленіе при помощи діафрагмы допускаетъ различные роды примѣненія. Оно можетъ примѣняться для жаренія и печенія, для отопленія комнатъ (въ родѣ газовыхъ каминовъ), для выпариванія жидкостей, особенно насыщенныхъ растворовъ. Въ послѣднемъ случаѣ діафрагму помѣщаютъ надъ испаряемой жидкостью раскаленною поверхностью внизъ, такъ что испареніе происходитъ подъ вліяніемъ тепловыхъ лучей съ поверхности жидкости, благодаря чему достигается лучшее использованіе теплоты, чѣмъ при прежнихъ методахъ.

Газовую смѣсь можно сжигать не только внутри пористой пластины, но и въ слоѣ зернистаго огнестойкаго вещества (разбитый огнеупорный кирпичъ, магнезія и т. д.), какъ это дѣлается въ печи для тиглей (фиг. 2). Дно печи покрываютъ слоемъ зернистаго огнестойкаго вещества, на который ставятъ тигель. Пространство между тиглемъ и стѣнками печи заполняютъ тѣмъ же веществомъ, закрываютъ печь крышкою съ отверстіемъ и зажигаютъ газъ, какъ при употребленіи діафрагмы, т. е. сначала пропускаютъ газъ, который зажигаютъ у отверстія крышки, затѣмъ примѣшиваютъ къ входящему газу воздухъ во все увеличивающемся количествѣ, пока пламя не исчезнетъ и пока горѣніе не будетъ происходить внутри зернистой обкладки. Такимъ способомъ удается при употребленіи свѣтильнаго газа расплавить въ тиглѣ сплавъ, имѣющій, по показаніямъ Палаты мѣръ и вѣсовъ въ Берлинѣ, температуру плавленія 1880° С; поэтому въ такой тигельной печи можно расплавить даже платину (точка плавленія 1775°).

Здѣсь наиболѣе трудная задача заключается въ томъ, чтобы выбрать для наполненія печи и для тигля подходящій матеріалъ, который обладалъ бы достаточной огнестойкостью. При этомъ, конечно, нужно обратить вниманіе на то, чтобы масса, наполняющая печь, не разъѣдала тигля и стѣнокъ печи. При употребленіи этой печи для полученія очень высокихъ температуръ, Бонъ рекомендуетъ наполнять печь кусками магнезіи, для низшихъ же температуръ (до 1200° С) достаточно обломковъ обыкновеннаго огнеупорнаго кирпича.



Фиг. 3.

Муфельная печь (поперечный разрѣзъ).

Такъ же, какъ тигельную печь, можно нагрѣвать и муфельную печь (фиг. 3). Въ этомъ случаѣ муфель со всѣхъ сторонъ окруженъ раздробленнымъ огнеупорнымъ веществомъ. Въ опытахъ съ небольшимъ муфелемъ (внутреннія измѣренія 24,1 × 13,3 × 8,2 *см.*), пользуясь свѣтильнымъ газомъ, можно было достичь температуры 1425° С. При постоянной температурѣ внутри муфеля, опыты дали такіе результаты:

Потребленіе газа	Температура въ градусахъ С		Разница
въ *кб. м.* въ 1 часъ:	внутри муфеля:	выходящихъ газовъ:	температуръ:
0,595	815°	540°	275°,
1,000	1004°	645°	359°,
1,218 *)	1055° *)	—	—
1,642	1205°	870°	335°,
2,237	1424°	1085°	339°.

Теплота горѣнія газа равна 4845 калорій на 1 *кб. м.*

Для сравненія поставили муфель такихъ же размѣровъ въ обыкновенную новую газовую печь; при этомъ была достигнута температура 1055° при часовомъ потребленіи газа въ 2,983 *кб. м.* При новомъ способѣ достигается, такимъ образомъ, экономія въ 59,2%. Изслѣдованіе однако, не ограничилось опытами въ такомъ маломъ масштабѣ. Было приступлено къ постройкѣ большой муфельной печи для муфеля величиною въ 2,44 × 0,90 × 0,90 *м.* (внутреннія измѣренія).

Вышеупомянутыя числа показываютъ, что продукты горѣнія при выходѣ изъ печи имѣютъ температуру, которая всего на 300° ниже, чѣмъ внутренность муфеля. Это привело къ имѣвшимъ важныя послѣдствія опытамъ использованія выходящихъ газовъ для предварительнаго подогрѣванія воздуха, предназначеннаго для горѣнія. Для этого въ задней части печи оставляется пустое пространство, наполняемое затѣмъ кусками огнеупорнаго вещества, между которыми закладываютъ трубы, подводящія воздухъ для горѣнія. Продукты горѣнія проходятъ это пространство снизу вверхъ и нагрѣваютъ воздухъ, находящійся въ трубкахъ. Такимъ путемъ можно получать болѣе высокія температуры съ газами, дающими мало тепла.

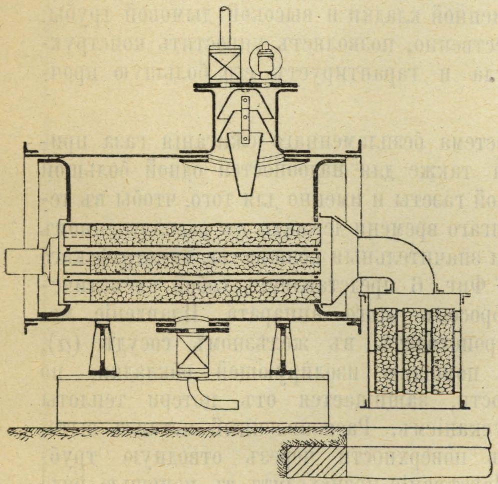
Въ тигельныхъ и муфельныхъ печахъ нагрѣваніе происходитъ снаружи. Въ топкахъ же для паровыхъ котловъ нужно испробовать нагрѣваніе изнутри, чтобы, по возможности, уменьшить потерю тепла излученіемъ. Конструкція подобнаго котла (фиг. 4) сходна съ конструкціей пламеннаго трубчатаго котла. Въ лежачемъ цилиндрическомъ котлѣ, длиною всего въ 1 *м.*, расположены параллельно оси котла трубки съ шириною просвѣта въ 76 *мм*, которыя наполнены кусками огнестойкаго вещества; въ пространствѣ между этими кусками и происходитъ горѣніе. Съ той стороны (съ передней стороны), гдѣ входятъ газъ и воздухъ, трубки снабжены продырявленными глиняными пробками, которыя препятствуютъ нагрѣванію передней стѣнки котла. Газъ и воздухъ входятъ черезъ помѣщенную передъ котломъ камеру для смѣшенія и воспла-

*) Эти числа вычислены на основаніи показаній при другихъ температурахъ.

меняются внутри трубокъ котла. Горѣніе оканчивается уже послѣ прохожденія первыхъ 15 *см.* по длинѣ трубокъ.

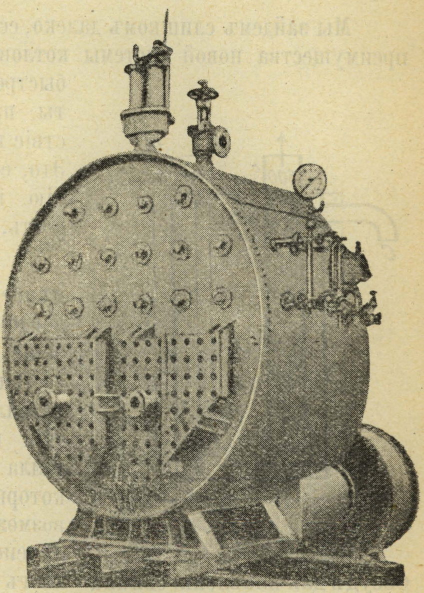
Выходящіе газообразные продукты горѣнія проходятъ еще черезъ совершенно одинаково устроенныя (только въ вертикальномъ направленіи) трубки аппарата для подогрѣванія воды для котла. Изъ подогрѣвателя продукты горѣнія проходятъ въ короткую дымовую трубу. Изображенный на фиг. 4 пробный паровой котелъ имѣетъ 10 трубокъ въ 0,90 *м.* длины, а 9 трубокъ подогрѣвателя имѣютъ въ длину каждая 0,30 *м.*

Топливомъ служитъ свѣтильный газъ, дающій при горѣніи 4845 калорій на 1 *кб. м.* Смѣсь газовъ входитъ въ трубки подъ давленіемъ въ 439,4 *мм.* водяного столба, а оставляетъ ихъ подъ давленіемъ въ 50,8 *мм.* Температура воды въ котлѣ равна 168° С, такъ какъ давленіе пара достигаетъ 7,56 *кг.*



Фиг. 4.

Безпламенное отопленіе котловъ.



Фиг. 5.

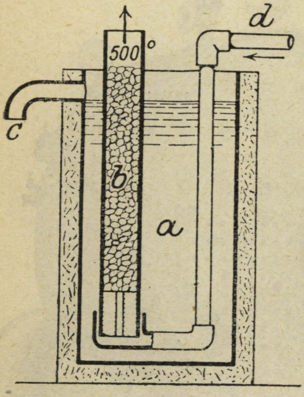
Паровой котелъ для газа коксовыхъ печей.

на 1 *кв. см.* При часовомъ потребленіи 28,2 *кб. м.* газа испаряются 204,43 *кг.* воды (т. е. при атмосферномъ давленіи 105 *кг.* въ 1 часъ на 1 *кв. м.* поверхности нагрѣва). Продукты горѣнія при выходѣ изъ котла имѣютъ температуру 230° С, а изъ подогрѣвателя — 95° С. Температура воды въ подогрѣвателѣ повышается съ 5,5° С (при входѣ) до 58° С (при выходѣ изъ подогрѣвателя). Изъ выдѣляющейся при горѣніи теплоты утилизируются 95% (при этомъ въ котлѣ 87,4%, а въ подогрѣвателѣ 7,6%).

Такимъ образомъ, въ нашемъ пробномъ котлѣ утилизируется почти вдвое больше теплоты, чѣмъ въ обыкновенныхъ паровыхъ котлахъ, а испареніе на 1 *кв. м.* поверхности нагрѣва болѣе, чѣмъ вдвое, превосходитъ испареніе въ котлахъ локомотивовъ.

«Компанія тепловыхъ радіаторовъ» уже вышла изъ періода опытовъ и поставила на желѣзодѣлательномъ заводѣ въ Кливлендѣ паровой котелъ новой системы, который оказался вполнѣ пригоднымъ. Котелъ (фиг. 5) имѣетъ въ длину 1,22 *м.* при діаметрѣ 3,05 *м.* и снабженъ 110 трубками съ просвѣтомъ въ 76 *мм.* Этотъ котелъ испаряетъ въ теченіе 1 часа около 2500 *кг.* воды. Позади котла имѣется подогрѣватель, по выходѣ изъ котораго газы имѣютъ температуру отъ 78° до 80° С. Для нагрѣванія примѣняется газъ изъ коксовыхъ печей. Главное различіе между этимъ и вышеописаннымъ пробнымъ котломъ состоитъ въ томъ, что въ прежнемъ котлѣ газовая смѣсь прогонялась черезъ котелъ избыткомъ давленія, между тѣмъ какъ въ новомъ котлѣ газы всасываются вентиляторомъ, помѣщеннымъ позади подогрѣвателя.

Мы зайдемъ слишкомъ далеко, если станемъ перечислять всѣ конструктивныя преимущества новой системы котловъ. Поэтому мы ограничимся указаніемъ на быстрое сгораніе и совершенную передачу теплоты, на незначительную длину котла и на отсутствіе каменной кладки и высокой дымовой трубы. Это, естественно, позволяетъ упростить конструкцію котла и гарантируетъ его большую прочность.



Фиг. 6.

Сосудъ для плавленія свинца и другихъ легко-плавкихъ металловъ и сплавовъ.

Система безпламеннаго сжиганія газа примѣняется также для надобностей одной большой лондонской газеты и именно для того, чтобы въ теченіе долгаго времени держать въ расплавленномъ состояніи значительныя количества типографскаго металла. Фиг. 6 представляетъ собой схематическій набросокъ этого аппарата. Плавленіе металла происходитъ въ желѣзномъ сосудѣ (*a*), который помощью изолирующей обкладки, по возможности, защищается отъ потери теплоты лучеиспусканіемъ. Расплавленный металлъ вытекаетъ съ поверхности черезъ отводную трубку (*c*). Нагрѣваніе происходитъ съ помощью ряда вертикальныхъ трубокъ (*b*), сходныхъ съ трубками описаннаго парового котла и расположенныхъ подобно послѣднимъ. Смѣсь газовъ притекаетъ по системѣ трубокъ (*d*). Въ одномъ изъ опытовъ съ такимъ сосудомъ въ теченіе часа были расплавлены 533,4 *кг.* свинца, которые при этомъ нагрѣлись съ 15° С до 372° С. Потребленіе свѣтильнаго газа достигло 2,83 *кб. м.* Газообразные продукты горѣнія при выходѣ изъ трубокъ (*b*) имѣли температуру около 500° С. Слѣдовательно, коэффиціентъ полезнаго дѣйствія газа равенъ 68,6%. Это объясняется частью большой потерей тепла излученіемъ, а частью тѣмъ, что продукты горѣнія оставляютъ аппаратъ, имѣя температуру значительно болѣе высокую, чѣмъ при нагрѣваніи котла.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Новый методъ измѣренія размѣровъ молекулъ *). Старые методы опредѣленія величины молекулъ, разработанные преимущественно лордомъ Кельвиномъ (L. Kelvin), позволяли опредѣлять лишь порядокъ величины діаметра молекулъ. Болѣе новые методы позволяютъ получать для этой величины вполнѣ опредѣленныя значенія. Такихъ методовъ можно указать четыре; изъ нихъ послѣдній, четвертый, является совершенно новымъ, такъ какъ онъ примѣненъ лишь въ 1912 году В. Альтбергомъ въ Радіологическомъ Институтѣ Гейдельбергскаго Университета по предложенію проф. Ленара (Lenard).

Новый методъ измѣренія размѣровъ молекулъ основывается на данномъ Ленаромъ соотношеніи, позволяющемъ судить о величинѣ готовыхъ іоновъ и молекулъ по ихъ подвижностямъ. Это соотношеніе имѣетъ слѣдующій видъ:

$$\omega = \frac{3}{2\pi\sqrt{2}} \frac{e}{300\, DWS^2}.$$

Здѣсь ω — подвижность іона, e — элементарный зарядъ, D — плотность газа, W — средняя скорость молекулярнаго движенія, S — сумма радіусовъ она и молекулы. При этомъ предполагается, что масса іона равна массѣ молекулы газа.

Въ случаѣ движенія іоновъ среди нейтральныхъ газовыхъ молекулъ того же рода можно радіусъ молекулы считать равнымъ $\frac{1}{2}S$. Однако, В. Альтбергъ предпочелъ иной путь. Онъ различалъ съ самаго начала нейтральныя молекулы отъ заряженныхъ, т. е. іоновъ, и, вычисляя радіусъ первыхъ по иному методу (изъ внутренняго тренія газа), опредѣлялъ радіусъ іоновъ на основаніи вышеприведенной формулы. Въ нижеслѣдующей таблицѣ сопоставлены интереснѣйшія изъ полученныхъ имъ данныхъ.

Родъ газа		Воздухъ	CO_2	O_2
$R\,.\,10^9$, гдѣ R — радіусъ іона	Полож. іоны	21·5	19·2	20·8
	Отриц. іоны	16·6	18·9	15·8

Для радіусовъ молекулъ тѣхъ же газовъ по тремъ инымъ методамъ получаются слѣдующія величины:

*) Въ одномъ изъ ближайшихъ номеровъ „Вѣстника“ будетъ напечатана статья г. Смолуховскаго, содержащая обстоятельный обзоръ методовъ, служащихъ для опредѣленія размѣровъ молекулъ. *Ред.*

ВЕЛИЧИНА $R \cdot 10^9$	ВОЗДУХЪ	CO_2	O_2
По 1 методу — изъ плотности въ жидкомъ состоянiи	14·8	18·2	14·2
По 2 методу — изъ внутренняго тренiя газовъ	16·2	17·3	12·95
По 3 методу — изъ абсорбцiи медленныхъ катодныхъ лучей	21·9	22·8	21·9

Полученная близость размѣровъ быстрыхъ іоновъ и молекулъ (особенно замѣчательная для CO_2) позволяетъ заключить, что эти быстрые іоны представляютъ собою мономолекулярные іоны въ отличіе отъ болѣе медленныхъ іоновъ, представляющихъ собою скопленіе частицъ около мономолекулярнаго іона. Это обстоятельство имѣетъ большое значеніе, подтверждая общепринятый взглядъ на механизмъ іонизаціи газовъ.

БИБЛІОГРАФІЯ.

I. Рецензіи.

В. М. Ипатовъ. *Основанія анализа безконечно малыхъ и собраніе задачъ.* Курсъ VII класса реальныхъ училищъ. Москва, 1912. Тип. т-ва И. Д. Сытина. 8°, стр. 200. Цѣна 1 руб.

Число учебниковъ по курсу VII класса реальныхъ училищъ увеличилось еще однимъ, изданнымъ, повидимому, извѣстною фирмою Сытина. Говорю «повидимому», потому что на книжкѣ обозначена только типографія Сытина, да на обложкѣ помѣщены объявленія книгоиздательства т-ва И. Д. Сытина. Изъ 198 стр. 6 стр. отведено «Краткому историко-біографическому очерку, 141 стр.— тексту, 27 стр.— собранію 738 задачъ, 22 стр.— отвѣтамъ и 2 стр.— оглавленію.

Предпослать историческій очеркъ — мысль очень хорошая. Не нужно только писать этотъ очеркъ такъ, чтобы вводить въ заблужденіе тѣхъ, кто изъ него только и почерпнетъ свои свѣдѣнія по исторіи математики, а первая страница очерка г. Ипатова именно такова. Онъ начинаетъ съ заявленія что «идея метода безконечно-малыхъ не была чужда древнимъ математикамъ; напримѣръ, греческій геометръ Архимедъ пользовался пріемами, близкими по идеѣ къ интегральному исчисленію». Далѣе оказывается, что «Кеплеръ, а затѣмъ Кавальери примѣняютъ способъ безконечно-малыхъ, Ферматъ рѣшаетъ задачи на maxima и minima также способомъ безконечно-малыхъ» и т. д. Послѣ этого автору «неудивительно, если почти одновременно въ Германіи Лейбницъ, а въ Англіи Ньютонъ, независимо одинъ отъ другого, пришли къ открытію тождественныхъ между собою методовъ». Такое упрощенное изложеніе исторіи подготовки и самаго открытія анализа безконечно-малыхъ, внесшаго полный переворотъ въ математику, настолько искажаетъ историческую перспективу, что приходится пожалѣть, зачѣмъ біографическимъ свѣдѣніямъ о Лейбницѣ и Ньютонѣ предпослана эта злополучная страница. Конечно, и въ этихъ очеркахъ не все благополучно, но я уже не стану на этомъ останавливаться («Acta eruditorum» названы «Труды ученыхъ». Ньютонъ «сначала учился очень плохо, но однажды его ударилъ товарищъ, и Ньютонъ, съ цѣлью отомстить обидчику, началъ усердно заниматься»!) и перейду къ главной части.

Первый отдѣлъ — ученіе о предѣлахъ. Авторъ сначала хочетъ дать понятіе о величинахъ постоянныхъ и перемѣнныхъ и различаетъ постоянныя, которыя «по существу своему не могутъ измѣняться», и такія, которыя «не измѣняются вслѣдствіе опредѣленныхъ условій вопроса». Примѣръ послѣднихъ — «отношеніе линіи синуса къ радіусу — неизмѣняемая величина для даннаго угла». Далѣе идетъ рѣчь о непрерывномъ измѣненіи перемѣнной величины, и это понятіе разъясняется на примѣрѣ движенія точки. Пусть нѣкоторая точка движется по прямой отъ точки A къ точкѣ B, пробѣгая черезъ безчисленное множество весьма близкихъ между собою промежуточныхъ точекъ $A_1, A_2, A_3, A_4, \ldots$, такъ что разности $AA_2 - AA_1$, $A_1A_3 - A_1A_2$, $A_2A_4 - A_2A_3$ и т. д. могутъ быть сдѣланы меньше сколь угодно малой, произвольно выбранной величины; тогда эта точка движется между точками A и B непрерывно, а поэтому и проходимыя ею разстоянія отъ точки A измѣняются непрерывно» (!!). Мнѣ хотѣлось бы знать, какъ авторъ объяснилъ бы свою мысль, если бы онъ сказалъ, что точка движется не непрерывно. Очень маловразумительно (особенно въ связи съ предшествующимъ) и опредѣленіе понятія о предѣлѣ перемѣнной величины. Авторъ мало заботится о точности выраженій, въ высшей степени важной на первыхъ шагахъ, и говоритъ: «выраженіе $1 + \frac{1}{x}$ имѣетъ своимъ предѣломъ 1», не вставивъ оговорку «при безпредѣльно возрастающемъ x», — онъ это дѣлаетъ лишь дальше. Предѣлъ очень часто обозначается знакомъ пред. Но это мелочи, на которыхъ можно было бы и не останавливаться. Хуже обстоитъ дѣло съ отрицательными безконечно-малыми. На стр. 13 сказано: «такъ какъ отрицательная величина меньше какой угодно положительной величины, то, если $+\alpha$ безконечно-малая величина, тогда, и подавно, $-\alpha$ безконечно-малая величина». Въ этомъ мѣстѣ смѣшано два значенія словъ «меньше» и «больше» — въ отношеніи вычитанія и въ отношеніи дѣленія, или содержанія (къ отрицательнымъ величинамъ они примѣняются въ первомъ смыслѣ; хорошій примѣръ: $1 : -1 = -1 : 1$). Это же разсужденіе примѣняется и дальше; напримѣръ, на стр. 15 «доказательство» предложенія о томъ, что «разность двухъ безконечно-малыхъ величинъ — безконечно-малая величина или нуль» — одно недоразумѣніе. Впрочемъ, весь § 5 («Свойства безконечно-малыхъ величинъ») изобилуетъ недоразумѣніями. Обозначенія не выдержаны: n — то цѣлое число, то какое угодно, ε — то безконечно-малая величина, то весьма малая конечная правильная дробь. Въ § 6 запутанное представленіе о безконечно-малыхъ различныхъ порядковъ опирается на вредныя равенства § 4-го: $\frac{1}{\varepsilon} = \infty$ и $\varepsilon = \frac{1}{\infty}$. Неудовлетворителенъ также § 7 («Свойства предѣловъ»). Отмѣтимъ здѣсь хотя бы пунктъ 6: «Предѣлъ безконечно-малой величины равенъ нулю, а безконечно-большой величины — безконечность, потому что $\varepsilon - 0 = \varepsilon$ и $\lim \varepsilon = 0$, а $\lim \infty = \infty$, согласно опредѣленію (§ 4)», а въ § 4 сказано: «Безконечно-большія величины не имѣютъ предѣла; за предѣлъ ихъ принимается $\pm \infty$ (безконечность)»! На такихъ основахъ построено изложеніе. Понятно, что и дальше недоразумѣній немало. Приведу только нѣсколько образчиковъ. — § 8. «Приложенія ученія о предѣлахъ». 14. Предѣлъ $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ при $n = \infty$, n — цѣлое положительное число (стр. 39): «при возрастаніи n каждая изъ дробей $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \ldots, \frac{n-1}{n}$ уменьшается, а каждая изъ разностей $1 - \frac{1}{n}$, $1 - \frac{2}{n}$, $1 - \frac{3}{n}, \ldots, 1 - \frac{n-1}{n}$ увеличивается». Итакъ, при возрастаніи n $\frac{n-1}{n}$ уменьшается, а $1 - \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n}$ увеличивается! — § 9. «Натуральная система логариѳмовъ» (стр. 43). «Члены ариѳметической прогрессіи называются логариѳмами соотвѣтствующихъ имъ членовъ геометрической прогрессіи» (?!). На слѣдующей страницѣ утверждается, что «легко вывести слѣдующія заключенія: 3) отрицательныя числа не имѣютъ логариѳмовъ, 6) логариѳмъ положительной безконечности равенъ положительной безконечности».

Отдѣлъ II. «Функціи и ихъ классификація». Здѣсь въ § 10 курьезна формулировка: «перемѣнная величина x можетъ принимать или вообще какія угодно значенія, или же, въ зависимости отъ характера вопроса, она принимаетъ всевозможныя промежуточныя значенія только въ опредѣленныхъ границахъ, но выборъ этихъ значеній зависитъ отъ насъ; поэтому перемѣнная x называется независимой перемѣнной». Дальше оказывается, что «зависимость между перемѣнными величинами выражается либо уравненіемъ, либо формулой» (!!). Насколько я могъ понять изъ дальнѣйшаго, по мнѣнію автора, $y = 3x^2 + 5x + 7$ это «формула», а $y - 3x^2 - 5x - 7 = 0$ — «уравненіе»!

Приведенныхъ примѣровъ, кажется, достаточно, чтобы судить о достоинствахъ книжки. Укажу еще, что чертежи, которыми въ § 14 иллюстрируется геометрическое представленіе функцій, не отличаются точностью: на чертежѣ уходящая въ безконечность вѣтвь кривой видимымъ образомъ удаляется отъ асимптоты; также и черт. 16, который по тексту долженъ изображать гиперболу, на самомъ дѣлѣ похожъ скорѣе на двѣ симметричныя параболы; черт. 22 (стр. 65) для $y = \log_a x$, напротивъ, заставляетъ предполагать, что кривая имѣетъ асимптоту, параллельную оси x-овъ. Черт. 23 изображаетъ «синусоиду», а на слѣдующей страницѣ графика «косинусоиды» вмѣсто того, чтобы давать повтореніе предыдущаго чертежа, только передвинутаго по оси x-овъ на $\frac{\pi}{2}$, дастъ совершенно другую кривую, въ которой наибольшія ординаты явственно равны половинѣ разстоянія между точками перегиба, т. е. $\frac{\pi}{2}$, и отдѣльныя части кривой напоминаютъ поэтому полуокружность.

Въ числѣ задачъ я считаю неудачными задачи №№ 541, 565, 566, 567, 732, 737, составленныя по типу «смѣшанныхъ задачъ»: по высшей математикѣ — и по аналитической геометріи и по дифференціальному исчисленію —

можно составить задачи любой степени трудности, не прибѣгая къ пріему механическаго соединенія въ одну задачу нѣсколькихъ простыхъ. Невѣрна задача № 542, — точка (2,3) не лежитъ на кругѣ $x^2+y^2=36$.

Все сказанное позволяетъ съ несомнѣнностью утверждать, что, за исключеніемъ собранія задачъ, книжку г. Ипатова нельзя никоимъ образомъ признать пригодною для употребленія, и я готовъ признать себя виновнымъ передъ читателями «Вѣстника», что, получивъ книжку для рецензіи еще лѣтомъ, до сихъ поръ не написалъ рецензіи и не предохранилъ ихъ тѣмъ отъ пріобрѣтенія ея.

Проф. Д. Синцовъ.

Проф В. Л. Некрасовъ. *Основанія сферической тригонометріи.* Ч. I. «Теорія». Стр. 186 съ 145 чертежами. Томскъ, 1912. Ц. 2 р. Ч. II. «Приложенія» (печатается). Изданіе Томскаго Технологическаго Института Императора Николая II.

Этотъ только недавно вышедшій новый трудъ проф. В. Л. Некрасова представляетъ собой дѣйствительно капитальное сочиненіе по сферической тригонометріи какъ по своей полнотѣ, такъ и по ясности изложенія, въ которомъ, слѣдуя примѣру Евклида, авторъ не ссылается ни на одно построеніе, не указавъ предварительно способа его выполненія. Изъ огромной литературы по этой наукѣ здѣсь выбрано все необходимое, чтобы образовать стройную систему истинъ; съ этой задачей авторъ справился превосходно, — этотъ трудъ дѣйствительно представляетъ стройную, ясную систему излагаемой науки. Книга имѣетъ много (145) прекрасныхъ чертежей, которыя очень наглядно, геометрически, поясняютъ теоремы и задачи сферической тригонометріи, что составляетъ тоже большое преимущество этой книги передъ другими. Въ книгѣ даны, попутно съ изложеніемъ, интересныя историческія указанія, что не только иллюстрируетъ изложеніе, но и очень полезно при всевозможныхъ справкахъ. Въ первыхъ двухъ главахъ излагаются свѣдѣнія изъ геометріи на сферѣ, какъ необходимое введеніе въ сферическую тригонометрію. Въ III главѣ изложены «основныя и производныя формулы сферической тригонометріи», которыя авторъ начинаетъ съ вывода Puissant'а; здѣсь приведены формулы Napier'а и Deparcieux, формулы Lexell'я, Kepler'а, Euler'а, Delambre'а, Baker'а, l'Huilier, Serret и др. Глава IV посвящена прямоугольнымъ и прямостороннимъ сферическимъ треугольникамъ; глава V — рѣшенію прямоугольныхъ сферическихъ треугольниковъ, а VI-ая — рѣшенію косоугольныхъ сферическихъ треугольниковъ. Въ концѣ книги приведены историческія свѣдѣнія и дополненія. Въ послѣдней главѣ особенно точно разобраны случаи двойственности; для нихъ сначала указаны и тригонометрическіе и геометрическіе пріемы рѣшеній, а затѣмъ дано полное изслѣдованіе каждой задачи. Во второй части предполагается, что видно изъ предисловія автора, дать общія указанія относительно производства вычисленій, выбора и пользованія тѣми или иными логариѳмическими таблицами въ связи съ той степенью точности, которая предъявляется въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ; тамъ будутъ приложенія сферической тригонометріи, особые случаи рѣшенія треугольниковъ и теорема Legendre'а, имѣющая такое большое значеніе въ высшей геодезіи. Было бы желательно, чтобы авторъ во II-ой части привелъ библіографическій указатель литературы по сферической тригонометріи, а также именной и предметный указатель для облегченія нахожденія справокъ. Вообще эта книга является первой въ Россіи по полнотѣ и обстоятельности изложенія теоріи сферической тригонометріи; пожелаемъ ей самаго большого успѣха.

Н. Каменьщиковъ.

О. Г. Дитцъ. *Записки по сферической тригонометріи.* СПб., 1912. Стр. 80. Ц. 90 коп.

Въ этой книгѣ авторъ излагаетъ очень просто и ясно основныя формулы и истины сферической тригонометріи. Почти каждая формула иллюстрирована числовымъ примѣромъ. Ничего лишняго, что могло бы обременить учащагося, здѣсь нѣтъ, такъ какъ эта книга предназначена, главнымъ образомъ, для начальнаго знакомства со сферической тригонометріей. Къ ней приложены интересныя дополненія: 1) «Формула Лагранжа для вычисленія сферическаго избытка многоугольника на поверхности земного шара» и 2) «Сумма сближеній меридіановъ сомкнутой фигуры на земномъ шарѣ». Книга эта написана интересно, невелика по объему и вполнѣ заслуживаетъ вниманія учащейся молодежи, студентовъ, любителей-астрономовъ и вообще лицъ, желающихъ познакомиться только съ начатками и основами сферической тригонометріи; для болѣе же детальнаго изученія сферической тригонометріи она, конечно, непригодна, и тому, кто преслѣдуетъ послѣднюю цѣль, мы рекомендуемъ обратиться къ прекрасному труду по этому вопросу профессора В. А. Некрасова (см. предыдущую рецензію).

Н. Каменьщиковъ.

II. Собственныя сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ.

Авторы, переводчики и редакторы новыхъ сочиненій приглашаются присылать для этого отдѣла, извѣстнаго въ германской литературѣ подъ названіемъ „Selbstanzeigen", краткія сообщенія о выпущенныхъ ими сочиненіяхъ, объ ихъ характерѣ и объ ихъ назначеніи. Къ этимъ сообщеніямъ долженъ быть приложенъ экземпляръ сочиненія. Помѣщая эти сообщенія, редакція сохраняетъ, однако, за собою право помѣстить и независимую рецензію.

---

1. А. Киселевъ — *Элементарная алгебра.* Изданіе 25-е. Москва, 1913.

Изъ предисловія къ этому изданію:

Изъ измѣненій, введенныхъ въ настоящее 25-ое изданіе «Элементарной алгебры», укажемъ слѣдующія (въ порядкѣ слѣдованія параграфовъ):

Задача, иллюстрирующая умноженіе алгебраическихъ чиселъ (о желѣзнодорожномъ поѣздѣ), помѣщавшаяся прежде мелкимъ шрифтомъ въ концѣ главы объ умноженіи (§ 33), теперь отнесена къ самому началу этой главы (§ 29) и помѣщена въ обыкновенномъ шрифтѣ; при такомъ порядкѣ изложенія, прежде установленія правилъ умноженія положительныхъ и отрицательныхъ чиселъ, учащимся дается конкретное представленіе о пользѣ этихъ правилъ; отъ этого, конечно, изложеніе становится болѣе понятнымъ.

Теорема о дѣлимости многочлена, цѣлаго относительно x, на разность $x - a$ (§ 76) теперь доказывается иначе, помощью разсмотрѣнія самаго процесса дѣленія. Прежнее доказательство, подкупавшее своей простотой, оказывается не вполнѣ строгимъ (о чемъ теперь сдѣлано замѣчаніе въ выноскѣ).

Упрощено изложеніе основныхъ теоремъ о равносильности уравненій (§§ 108 и 110). Упрощеніе достигнуто тѣмъ, что теперь въ текстѣ самихъ теоремъ говорится только о прибавленіи къ частямъ уравненія одного и того же числа и объ умноженіи частей уравненія на одно и то же число (отличное отъ нуля), тогда какъ прежде добавлялось еще о прибавленіи алгебраическаго выраженія и объ умноженіи на алгебраическое выраженіе, при чемъ это выраженіе могло содержать въ себѣ неизвѣстныя или не содержать ихъ. Теперь это добавленіе разсмотрѣно особо, болѣе обстоятельно, въ замѣчаніяхъ къ теоремамъ.

§ 146, озаглавленный „Кажущаяся неопредѣленность", передѣланъ теперь заново. Въ прежнемъ изложеніи возможность сокращать члены дроби на общаго множителя, обращающагося въ 0 при частныхъ значеніяхъ буквъ, допускалась безъ всякихъ оговорокъ, какъ сама собою очевидная; въ этомъ заключалась, конечно, ошибка, такъ какъ сокращеніе на 0 невозможно. Теперь вопросъ разобранъ болѣе обстоятельно (насколько это возможно въ курсѣ элементарной алгебры).

Двѣ основныя теоремы о равносильности неравенствъ, содержащихъ неизвѣстныя (§§ 261 и 262), изложены теперь иначе, въ соотвѣтствіи съ измѣненнымъ изложеніемъ подобныхъ теоремъ о равносильности уравненій (§§ 108 и 110).

Упрощено изложеніе „Нѣкоторыхъ свойствъ логариѳмовъ" (§ 299), такъ какъ теперь разсматривается только тотъ случай, когда основаніе логариѳмовъ больше 1, тогда какъ прежде разсматривался и случай, когда это основаніе меньше 1. Теперь послѣдній случай отнесенъ къ мелкому шрифту.

2. А. Киселевъ — *Элементарная геометрія.* Изданіе 22-е. Москва, 1913.

Изъ предисловія къ этому изданію.

Приступая къ 22-му изданію, мы тщательно пересмотрѣли изложеніе предыдущаго изданія съ цѣлью устранить всѣ замѣченныя опечатки, а также и неточности, неясности или шереховатости слога. При этомъ для бо́льшей полноты или для достиженія бо́льшей ясности и бо́льшей строгости изложенія, пришлось сдѣлать нѣкоторыя небольшія измѣненія и добавленія (послѣднія главнымъ образомъ, въ мелкомъ шрифтѣ). Укажемъ главнѣйшія изъ нихъ.

Къ § 35 сдѣлана выноска, въ которой разъясняется, что конгруэнція на плоскости различается двухъ родовъ: прямая и не-прямая.

Въ выноскѣ къ § 224 указано иное отложеніе прямыхъ a, b и c, къ которымъ отыскивается 4-ая пропорціональная.

Равнымъ образомъ, въ выноскѣ къ § 255, 3° указывается другой способъ построенія 3-ей пропорціональной.

Въ концѣ того же § 255 добавлена выноска, въ которой говорится о невозможности рѣшенія помощью циркуля и линейки задачи объ удвоеніи куба.

Въ § 301 добавлены два замѣчанія (2^0 и 3^0), въ которыхъ разъясняется, что равновеликость фигуръ можетъ быть двоякаго рода: равновеликость „по разложенію“ и равновеликость „по дополненію“.

Къ § 433 добавлена выноска о томъ, что равновеликость двухъ пирамидъ, имѣющихъ равновеликія основанія и равныя высоты, не можетъ быть сведена ни на равновеликость „по разложенію“, ни на равновеликость „по дополненію“.

Изложеніе §§ 299 и 300 („Основныя допущенія о площадяхъ“) теперь нѣсколько болѣе систематизировано; то же самое сдѣлано и относительно изложенія соотвѣтствующихъ §§ 422 и 423 объ объемахъ.

Весьма многіе чертежи для 22-го изданія передѣланы вновь съ цѣлью ихъ улучшенія.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 82 (6 сер.). Даны окружность O и двѣ прямыя AB и CD, которыхъ нельзя продолжить до ихъ пересѣченія въ точкѣ E. Построить сѣкущую, проходящую черезъ точку E и встрѣчающую окружность O въ точкахъ X и Y такъ, чтобы отношеніе $EX : EY$ имѣло данное значеніе.

И. Александровъ (Москва).

№ 83 (6 сер.). Найти наименьшее число N, обладающее тѣмъ свойствомъ, что при

$$A > N$$

существуетъ цѣлое число x, удовлетворяющее неравенствамъ

$$23 < A - x^2 < x^2.$$

Ю. Рабиновичъ (Казань).

№ 84 (6 сер.). Доказать, что, если n — цѣлое число, большее 5, то 1) среднее геометрическое n первыхъ четныхъ чиселъ меньше n; 2) среднее геометрическое n первыхъ нечетныхъ чиселъ меньше $n - 1$.

Е. Григорьевъ (Саратовъ).

№ 85 (6 сер). Рѣшить систему уравненій

$$y^2+z^2-x(y+z)=a^2,$$

$$z^2+x^2-y(z+x)=b^2,$$

$$x^2+y^2-z(x+y)=c^2.$$

Л. Богдановичъ (Н.-Новгородъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 51 (6 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\sin^{10}x+\cos^{10}x=a.$$

При какихъ значеніяхъ a *это уравненіе даетъ дѣйствительное значеніе для* x?

Полагая $\sin^2 x=y$, $\cos^2 x=z$ и представляя данное уравненіе въ видѣ $(\sin^2 x)^5+(\cos^2 x)^5=a$, можно записать его такъ:

(1) $$y^5+z^5=a,$$

при чемъ

(2) $$y+z=1.$$

Итакъ, данное уравненіе приводится къ рѣшенію системы (1), (2). Возвышая уравненіе (2) въ квадратъ и отнимая отъ обѣихъ частей по $2yz$, получимъ

(3) $$y^2+z^2=1-2yz.$$

Возвышая уравненіе (3) въ квадратъ и отнявъ отъ обѣихъ частей по $2y^2z^2$, получимъ послѣ приведенія въ правой части

(4) $$y^4+z^4=1+2y^2z^2-4yz.$$

Записавъ уравненіе (1) послѣдовательно въ видѣ

$$(y+z)(y^4-y^3z+y^2z^2-yz^3+z^4)=(y+z)[y^4+z^4+y^2z^2-yz(y^2+z^2)]=a$$

и принимая во вниманіе равенства (2), (3), (4), получимъ

$$1+2y^2z^2-4yz+y^2z^2-yz(1-2yz)=a,$$

или послѣ обычныхъ упрощеній

(5) $$1+5(yz)^2-5yz=a.$$

Но $yz=\sin^2 x\cos^2 x=\frac{(\sin 2x)^2}{4}$, а потому уравненіе (5) можно записать въ видѣ

$$\frac{5(\sin 2x)^4}{16}-\frac{5(\sin 2x)^2}{4}-(a-1)=0,$$

или

$$5(\sin 2x)^4 - 20(\sin 2x)^2 - 16(a-1) = 0,$$

откуда

$$(6) \qquad \sin 2x = \pm \sqrt{\frac{10 \pm \sqrt{20+80a}}{5}}.$$

Формулы (6) могутъ дать вещественное значенiе для x лишь тогда, если передъ внутреннимъ радикаломъ взять знакъ минусъ и если a удовлетворяетъ неравенствамъ

$$(7) \qquad 0 \leqq 20 + 80a,$$

$$(8) \qquad 0 \leqq \frac{10 - \sqrt{20+80a}}{5} \leqq 1.$$

Рѣшая неравенства (8) относительно радикала $\sqrt{20+80a}$, приводимъ ихъ къ равносильнымъ неравенствамъ $5 \leqq \sqrt{20+80a} \leqq 10$, или, по возвышенiи въ квадратъ, къ неравенствамъ

$$(9) \qquad 25 \leqq 20 + 80a \leqq 100.$$

Рѣшая неравенства (7) и (9) относительно a, приходимъ къ предѣламъ $-\frac{1}{4} \leqq a$, $\frac{1}{16} \leqq a \leqq 1$, которые сводятся къ неравенствамъ $\frac{1}{16} \leqq a \leqq 1$; эти неравенства и суть необходимыя и достаточныя условiя того, чтобы разсматриваемое уравненiе имѣло дѣйствительный корень для x.

L. Sivian (Ithaca); *М. Вайнбергъ* (Одесса); *И. Зюзинъ* (Архангельскъ); *В. Бродисъ* (Псковъ); *В. Моргулевъ* (Одесса).

№ 56 (6 сер.). *Доказать, что выраженiе*

$$2^{5n+3} + 5^n \cdot 3^{n+2}$$

при всякомъ цѣломъ и неотрицательномъ значенiи n *кратно* 17.

(Заимств. изъ *Journal des Mathématiques élémentaires*).

Данное выраженiе можно преобразовать послѣдовательно такъ:

$$2^{5n+3} + 5^n \cdot 3^{n+2} = 2^3 (2^5)^n + 3^2 (5 \cdot 3)^n = 8 \cdot 32^n + 9 \cdot 15^n =$$

$$= 8 \cdot 32^n + 9 \cdot 15^n - 17 \cdot 15^n + 17 \cdot 15^n = 8(32^n - 15^n) + 17 \cdot 15^n.$$

При n цѣломъ и неотрицательномъ разность $32^n - 15^n$ кратна разности $32 - 15$, равной 17, и членъ $17 \cdot 15^n$ тоже кратенъ 17, а потому и все данное выраженiе кратно 17.

К. Б. (Сердобскъ); *Л. Марголисъ* (Петербургъ); *Л. Закутинскiй* (Черкассы); *А. Кисловъ* (Москва); *Н. Нейцъ* (Самара); *И. Зюзинъ* (Архангельскъ); *Н. Панафутинъ* (Казань); *М. Софроновъ* (Уральскъ); *М. Суворовъ* (Арзамасъ); *А. Русецкiй* (Кiевъ); *Н. Кирьяковъ* (Петербургъ).

№ 57 (6 сер.). *Доказать тожество*

$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + \cdots + n(3n+1) = n(n+1)^2.$$

(Заимств. изъ *Journal des Mathématiques élémentaires*).

Провѣривъ правильность равенствъ

$$1 . 4 = 1 . (1+1)^2, \quad 1 . 4 + 2 . 7 = 18 = 2(2+1)^2,$$

убѣждаемся, что предложенное для доказательства тожество вѣрно при $n=1$ и при $n=2$. Допустимъ теперь, что разсматриваемое тожество правильно при $n=p$, гдѣ p — данное цѣлое положительное число. Тогда имѣемъ

$$1 . 4 + 2 . 7 + \cdots + p(3p+1) = p(p+1)^2.$$

Прибавивъ къ обѣимъ частямъ этого равенства по $(p+1)[3(p+1)+1]$, получимъ

$$1 . 4 + 2 . 7 + \cdots + p(3p+1) + (p+1)[3(p+1)+1] =$$

$$= p(p+1)^2 + (p+1)[3(p+1)+1] = (p+1)[p(p+1) + 3(p+1)+1] =$$

$$= (p+1)(p^2+4p+4) = (p+1)(p+2)^2 = (p+1)[(p+1)+1]^2,$$

т. е. разсматриваемое тожество вѣрно и при $n=p+1$, если оно вѣрно при $n=p$. Отсюда обычнымъ путемъ выводится, что, будучи вѣрнымъ при $n=1$ и при $n=2$, данное тожество вѣрно при всякомъ цѣломъ и положительномъ значенiи n.

Н. Мироновичъ (Каменецъ-Подольскъ); *М. Вайнбергъ* (Одесса); *Н. Нейцъ* (Самара); *Н. Панафутинъ* (Казань); *Н. Суворовъ* (Арзамасъ); *А. Бутомо; А. Русецкiй* (Кiевъ); *Н. Кирьяковъ* (Петербургъ); *А. Сердобинскiй* (Чита).

№ 58 (6 сер.). *Рѣшить уравненiе*

$$(\sin 2x + 3)\sin^4 x - (\sin 2x + 3)\sin^2 x + 1 = 0.$$

Представивъ данное уравненiе въ видѣ

$$-(\sin 2x + 3)\sin^2 x(1 - \sin^2 x) + 1 = 0,$$

Замѣнимъ $1 - \sin^2 x$ черезъ $\cos^2 x$ и помножимъ обѣ части на (-4). Тогда получимъ

$$4\sin^2 x\cos^2 x(\sin 2x + 3) - 4 = 0,$$

$$(2\sin x\cos x)^2(\sin 2x + 3) - 4 = \sin^2 2x(\sin 2x + 3) - 4 = 0,$$

или

$$\sin^3 2x + 3\sin^2 2x - 4 = 0.$$

Разлагая лѣвую часть на множителей, имѣемъ

$$(\sin 2x - 1)(\sin 2x + 2)^2 = 0,$$

откуда

$$\sin 2x = 1 \quad \text{или} \quad \sin 2x = -2.$$

Первое изъ этихъ равенствъ даетъ $2x = (4n+1)\frac{\pi}{2}$, откуда $x = (4n+1)\frac{\pi}{4}$, гдѣ n произвольное цѣлое число; второе же равенство не даетъ дѣйствительныхъ рѣшенiй для x.

М. Вайнбергъ (Одесса); *В. Маловичко* (Одесса); *Л. Марголинъ* (Одесса); *А. Ильинъ* (Астрахань); *В. Кованько* (ст. Струнино); *И. Зюзинъ* (с. Архангельское); *N. N.*; *А. Русецкiй* (Кiевъ); *А. Ющенко* (Чита); *Н. Кирьяковъ* (Петербургъ).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

А. В. Клоссовскій, заслуженный профессоръ. *Современное состояніе вопроса о предсказаніи погоды.* Изданіе „Mathesis“. Одесса, 1912. Стр. 52. Ц. 40 к.

Ф. Даннеманнъ. *Исторія естествознанія.* Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей заслуженнаго профессора СПб. Университета И. И. Боргмана. Съ 87 рисунками и портретомъ Галилея. Изданіе „Mathesis“. Одесса, 1911. Стр. 429. Ц. 3 р.

О. Д. Хвольсонъ. *Курсъ физики.* Томъ четвертый. „Ученіе о магнитныхъ и электрическихъ явленіяхъ“. Вторая половина. При участіи А. Л. Гершуна и А. А. Добіаша. Съ 114 рис. въ текстѣ. Изданіе К. Л. Риккера. СПб., 1913. Стр. VII + 392. Ц. 2 р. 50 к.

С. П. Виноградовъ. *Курсъ прямолинейной тригонометріи.* Москва, 1912. Стр. VIII + 101. Ц. 70 к.

Н. Каменьщиковъ. *Сборникъ задачъ по космографіи (начальной астрономіи).* Съ приложеніемъ звѣздной карты, небесной планисферы и четырехъ таблицъ. СПб., 1913. Стр. X + 114. Ц. 75 к.

Л. Кутюра. *Философскіе принципы математики.* Переводъ съ французскаго Б. Кореня подъ редакціей П. С. Юшкевича со вступительной статьей Ф. Ф. Линде. Изданіе Н. П. Карбасникова. СПб., 1913. Стр. VIII + 265. Ц. 2 р. 75 к.

М. Центнершверъ, преподаватель физической химіи въ Рижскомъ Политехническомъ Институтѣ. *Практическое введеніе въ физическую химію и электрохимію.* Изданіе Іонкъ и Поліевскаго. Рига, 1913. Стр. VI + 191.

В. В. Добровольскій. *Техническая механика въ элементарномъ изложеніи.* Руководство для учащихся и для самообразованія. Часть II. СПб., 1913. Стр. VI + 388. Ц. 3 р.

Г. Д. Ярошенко. *Руководство къ самостоятельному устройству любительской станціи безпроволочнаго телеграфа.* Съ 19 рис. въ текстѣ. Изд. кн-ва „Электричество и Жизнь“. Николаевъ, 1913. Стр. 15.

С. Острейко. *Опытъ построенія системы для рѣшенія задачи составленія росписанія уроковъ для учебнаго заведенія.* Москва, 1913. Ц. 1 р. 25 к.

Труды I-го Всероссійскаго Съѣзда преподавателей математики. 27-го декабря 1911 г. — 3-го января 1912 г. Томъ I. Общія собранія. СПб., 1912. Стр. XVI + 609. Ц. 3 руб.

Русскій Астрономическій Календарь (Ежегодникъ) на 1913 годъ Нижегородскаго Кружка любителей физики и астрономіи. Перемѣнная часть. Подъ редакціей члена Кружка В. В. Татаринова. XIX выпускъ. Нижній-Новгородъ, 1913. Стр. VII + 152. Ц. 60 к.

Bulletin de l'Institut Aérodynamique de Koutchino. Fascicule IV. Moscou, 1912

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ.** Издатель **В. А. Гернетъ.**

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
ищется

Обложка
ищется