Обложка
пщется

Обложка
пщется

XLVII Сем. № 3.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 555.

Къ реформѣ преподаванія математики въ средней школѣ.

I.

О согласованіи программъ въ средней и высшей школахъ.

Проф. К. Поссе.

(Читано на Съѣздѣ преподавателей математики въ СПБ 3 января, 1912 г.).

Подъ согласованіемъ программъ въ средней и высшей школахъ я понимаю такую постановку преподаванія, которая обезпечивала бы учащимся по возможности плавный переходъ отъ ученія въ одной къ ученію въ другой. — Подробная разработка этой темы не укладывается въ рамки краткаго доклада и превосходитъ силу и компетенцію одного лица; поэтому я ограничусь лишь установленіемъ нѣкоторыхъ положеній, на которыхъ, по моему мнѣнію, должна основываться такая разработка, и краткимъ изложеніемъ соображеній, которыя привели меня къ постановкѣ этихъ положеній.

Вопросъ о согласованіи программъ математики въ средней и высшей школахъ нельзя разсматривать независимо отъ вопроса объ измѣненіи этихъ программъ. Дѣйствующія въ настоящее время программы (я говорю пока только о мужскихъ школахъ) уже согласованы между собою, по крайней мѣрѣ въ томъ отношеніи, что отъ поступающихъ въ высшую школу оффиціально не требуется свѣдѣній, выходящихъ за предѣлы программы средней школы.

Вопросъ о согласованіи программъ возникъ потому, что традиціонныя программы считаются уже не соотвѣтствующими требованіямъ времени и подлежащими измѣненіямъ. Вслѣдствіе этого намъ и придется остановиться на вопросѣ объ этихъ измѣненіяхъ и тѣсно связанномъ съ ними вопросѣ о постановкѣ самого преподаванія.

Въ общей системѣ образованія юношества средняя школа играетъ двоякую роль. Съ одной стороны, это общеобразовательная школа, которая должна дать ученикамъ законченное до извѣстной степени образованіе, не предрѣшая вопроса о характерѣ ихъ дальнѣйшей дѣятельности, — и въ этомъ состоитъ, конечно, главная ея задача. Н она ряду съ этимъ она есть школа подготовительная къ высшей, дающая послѣдней главный контингентъ учащихся.

Поступающій въ высшую школу по необходимости долженъ выбрать тотъ или другой спеціальный циклъ наукъ. Явно или неявно высшая школа предъявляетъ къ нему опредѣленныя требованія, зависящія отъ сдѣланнаго имъ выбора. Различный характеръ этихъ требованій играетъ существенную роль въ занимающемъ насъ вопросѣ, и на него я прошу обратить ваше вниманіе. Все, что мнѣ пришлось слышать на нашемъ Съѣздѣ по вопросу объ измѣненіи программъ математики въ средней школѣ, почти исключительно относилось къ ея общеобразовательнымъ задачамъ. О способахъ удовлетворить спеціальнымъ требованіямъ высшей школы было сказано очень мало. Я объясняю себѣ это тѣмъ, что, повидимому, господствуетъ мнѣніе, будто средняя школа, правильно выполняющая свои общеобразовательныя задачи, тѣмъ самымъ удовлетворитъ и требованіямъ высшей. Съ этимъ мнѣніемъ я согласиться не могу и постараюсь доказать, что оно не вполнѣ справедливо.

Остановимся, прежде всего, на слѣдующемъ вопросѣ, отъ рѣшенія котораго зависятъ всѣ дальнѣйшія заключенія. Имѣетъ ли высшая школа право предъявить къ желающимъ въ нее поступить какія нибудь спеціальныя требованія, опредѣляемыя выборомъ извѣстнаго цикла наукъ, или она должна примѣняться къ той подготовкѣ, которую даетъ средняя школа, имѣющая въ виду однѣ общеобразовательныя цѣли. Я думаю, что въ этомъ правѣ высшей школѣ отказать нельзя, что фактически она имъ всегда пользовалась и не можетъ не пользоваться. Это не противорѣчитъ сказанному мною въ началѣ о внѣшнемъ согласованіи программъ средней и высшей школы. Изъ того, что спеціальныя требованія высшей школы не выражены явно, не слѣдуетъ, что они не существуютъ. Они существуютъ несомнѣнно, но иногда въ скрытой формѣ, и благодаря этому вводятъ многихъ въ заблужденіе.

Ежегодно многіе молодые люди, поступивъ на физико-математическій факультетъ университета, весьма скоро убѣждаются въ томъ, что они недостаточно подготовлены, чтобы слѣдить за университетскимъ преподаваніемъ, и переходятъ на другіе факультеты; и счастливы тѣ изъ нихъ, кто приходитъ къ этому убѣжденію, потерявъ лишь одинъ или два семестра. Менѣе счастливые или менѣе проницательные продолжаютъ съ грѣхомъ пополамъ удовлетворять снисходительнымъ требованіямъ университетскихъ экзаменовъ и кончаютъ курсъ, пріобрѣтая лишь поверхностныя и непрочныя познанія, которыми въ жизни воспользоваться не могутъ. Лишь немногіе, наиболѣе одаренные, сами пополняютъ недочеты своей подготовки, однако не безъ значительной потери въ экономіи своихъ силъ.

Поступающіе въ высшія техническія школы оказываются еще въ худшемъ положеніи. Пройдя черезъ горнило конкурсныхъ испытаній, къ которымъ ихъ готовитъ не средняя школа, а спеціально для этого устроенныя заведенія, или заполучивъ золотую медаль и поступая по конкурсу аттестатовъ, они попадаютъ въ школу, предъявляющую имъ требованіе въ 4, а иногда и въ 3 семестра (точнѣе говоря триместра) изучить высшую математику въ объемѣ, необходимомъ каждому ученому инженеру. Требованіе невыполнимое и анормальное, но тѣмъ не менѣе существующее.

Переходя ко второй части нашего вопроса, т. е. спрашивая, не можетъ ли высшая школа сама организовать свое преподаваніе такъ, чтобы оно было доступно всякому, успѣшно окончившему общеобразовательную среднюю школу, замѣчу слѣдующее: учебные планы университетовъ дѣйствительно даютъ, какъ я уже сказалъ раньше, студенту возможность использовать свободное отъ текущихъ занятій время на пополненіе недочетовъ его подготовки; но самое университетское преподаваніе, несомнѣнно, страдаетъ отъ того, что по необходимости считается съ невысокимъ уровнемъ познаній учениковъ средней школы.

Почти цѣликомъ первые два года на физико-математическихъ факультетахъ посвящаются преподаванію такихъ предметовъ по математикѣ, которые преподаются ученикамъ старшихъ классовъ французскихъ лицеевъ и иногда въ большомъ объемѣ. Это обстоятельство, конечно, препятствуетъ поднять уровень университетскаго преподаванія на ту высоту, на которой оно могло бы стоять при другихъ условіяхъ.

Переходя къ высшимъ техническимъ школамъ, мы встрѣчаемся съ полною невозможностью, безъ помощи средней школы, организовать преподаваніе математики и механики такъ, какъ того требуютъ задачи современной, дѣйствительно высшей, технической школы. Необходимость солидныхъ математическихъ познаній не отрицается самими техниками: вспомнимъ привѣтственную телеграмму предсѣдателя Императорскаго Техническаго Общества. Объемъ этихъ необходимыхъ познаній постоянно растетъ вмѣстѣ съ развитіемъ научной техники*). Между тѣмъ, даже при нормальной постановкѣ преподаванія теоретическихъ предметовъ въ стѣнахъ высшей технической школы, она не можетъ не сосредоточить это преподаваніе на промежутокъ времени

*) Ученый инженеръ-электрикъ, напримѣръ, долженъ быть знакомъ съ рядами Фурье, интегрированіемъ уравненій математической физики и т. п., это статьи, которыя еще сравнительно недавно не входили даже въ программы университетскаго преподаванія.

въ два, много въ два съ половиною года. Я полагаю, никто не станетъ отрицать, что основательное изученіе этихъ предметовъ въ столь короткій срокъ, безъ спеціальной подготовки въ средней школѣ, невозможно.

Придя, такимъ образомъ, къ заключенію, что лишить высшую школу права предъявлять спеціальныя требованія нельзя, и въ то же время, нельзя ее обязать приноровить организацію преподаванія въ своихъ стѣнахъ къ несовершенной подготовкѣ учениковъ средней школы, я ставлю вопросъ:

Можно ли составить такую программу математики въ средней школѣ, которая удовлетворяла бы и общеобразовательнымъ задачамъ ея и спеціальнымъ требованіямъ высшей школы? Я утверждаю, что общей, обязательной для всѣхъ учениковъ, программы такого рода, составить невозможно. Я не оспариваю возможности ввести въ курсъ средней школы нѣкоторыя свѣдѣнія изъ аналитической геометріи и такъ называемаго высшаго анализа, не оспариваю и общеобразовательнаго значенія такого обновленія и оживленія преподаванія математики. Вышеупомянутыя свѣдѣнія нужны, въ настоящее время, не только будущимъ математикамъ, инженерамъ и физикамъ; они нужны натуралистамъ и медикамъ и полезны всякому образованному человѣку.

Но я глубоко убѣжденъ, что введеніе этихъ предметовъ въ томъ объемѣ, который доступенъ всѣмъ ученикамъ и сообразованъ съ общеобразовательнымъ характеромъ школы не будетъ достаточнымъ для удовлетворенія требованіямъ высшихъ школъ, въ основѣ которыхъ лежитъ математика. Для будущихъ математиковъ и инженеровъ средняя школа должна дать систематическіе курсы аналитической геометріи и анализа, посвятить имъ значительное время и избрать строго научное ихъ изложеніе. Само собою разумѣется, что сдѣлать такіе курсы общеобязательными немыслимо.

Всѣ вышеизложенныя соображенія привели меня къ установленію нижеслѣдующихъ положеній:

1. Наиболѣе раціональнымъ способомъ удовлетворить требованіямъ высшей школы, не вступая въ конфликтъ съ общеобразовательными цѣлями средней школы, является раздѣленіе курса математики на общій, обязательный для всѣхъ, и спеціальный, обязательный для тѣхъ, кто желаетъ поступить на математическое отдѣленіе физико-математическаго факультета или въ высшую техническую школу.

Такая постановка преподаванія Математики уже осуществлена въ средней школѣ Франціи, а въ главныхъ чертахъ и въ Скандинавіи.

2. Спеціальный курсъ Математики долженъ изучаться въ спеціальныхъ математическихъ классахъ, вмѣстѣ съ новыми языками, знаніе которыхъ для математика необходимо.

3. При составленіи программъ, какъ общаго, такъ и спеціальнаго курса математики можно положить въ основу учебные планы и программы французскихъ школъ (Plans d'études et programmes de l'enseignement secondaire, 1902), разработанные въ теченіе многихъ лѣтъ при участіи представителей высшей и средней школы.

4. Дѣйствительнаго, а не формальнаго согласованія программъ въ средней и въ высшей школахъ лучше всего можно достигнуть при такой организаціи школы, которая допускаетъ спеціализацію преподаванія въ старшихъ классахъ средней школы, пріуроченную къ индивидуальнымъ способностямъ учащихся.

Все вышеуказанное относится къ мужскимъ школамъ.

Позвольте мнѣ теперь сказать нѣсколько словъ о преподаваніи Математики въ женскихъ школахъ.

Русская женщина, болѣе чѣмъ какая нибудь другая, показала, что мнѣніе о недопустимости усвоенія высшей математики женскому уму не болѣе, какъ предразсудокъ. Существованіе и постоянное развитіе высшихъ женскихъ курсовъ въ нѣсколькихъ городахъ Россіи служитъ непосредственнымъ тому доказательствомъ. Но между программами математики средней и высшей женскихъ школъ нѣтъ и того внѣшняго согласованія, которое мы видѣли въ мужской школѣ. Въ то время, какъ программы высшихъ курсовъ все болѣе приближаются къ университетскимъ, программы женскихъ гимназій остаются, вообще говоря, много ниже мужскихъ. Я не рѣшился бы въ настоящее время защищать полное уравненіе программъ математики въ мужскихъ и женскихъ гимназіяхъ, но самымъ рѣшительнымъ образомъ привѣтствую путь, на который въ послѣднее время стали нѣкоторыя женскія 8-ми классныя гимназіи, путь спеціализаціи преподаванія въ старшемъ классѣ, причемъ въ изучаемыя тамъ спеціальности вошла и математика. Эти классы и даютъ главный контингентъ учащихся на математическомъ отдѣленіи высшихъ женскихъ курсовъ. Стать на этотъ путь я и приглашаю всѣ среднія школы, какъ мужскія, такъ и женскія.

Заканчивая мой краткій докладъ, считаю долгомъ заявить слѣдующее: изъ статьи В. Б. Струве, напечатанной еще въ 1894 году въ Техническомъ Образованіи, я узналъ, что выставленныя мною положенія были имъ уже высказаны 20 лѣтъ тому назадъ въ собраніи преподавателей математики въ томъ самомъ помѣщеніи, гдѣ мы сегодня собрались. Съ разрѣшенія Организаціоннаго Комитета Съѣзда я обратился къ В. Б. Струве съ просьбою прочесть докладъ по этому же вопросу, которому посвященъ и мой, на что В. Б. любезно согласился*).

То обстоятельство, что В. Б. Струве въ теченіе истекшихъ 20 лѣтъ не отказался отъ своихъ положеній и собирается подкрѣпить ихъ аргументами, почерпнутыми изъ его долгаго педагогическаго опыта, даетъ мнѣ основаніе думать, что наши положенія основаны на правильномъ педагогическомъ принципѣ, и, рано или поздно, перейдутъ изъ области мечтаній въ область дѣйствительности, какъ это уже имѣетъ мѣсто въ странѣ математики par exellence.

---

*) Этотъ докладъ будетъ напечатанъ въ слѣдующемъ номерѣ вмѣстѣ со статьей А. А. Александрова, посвященной памяти столь неожиданно скончавшагося педагога.

II-ой Менделѣевскій Съѣздъ.

М. Якобсона.

*(Окончаніе *).*

Въ центрѣ вниманія физиковъ въ настоящее время стоитъ вопросъ о принципѣ относительности. Много мѣста было удѣлено этому вопросу и на Съѣздѣ: общія основанія принципа относительности были изложены въ прекрасной рѣчи, которую произнесъ почетный предсѣдатель Съѣзда Н. А. Умовъ въ день открытія; возраженія сторонниковъ старой эѳирной теоріи были приведены Д. А. Гольдгаммеромъ въ рѣчи, прочитанной въ послѣднемъ засѣданіи. Но какъ сущность принципа относительности, такъ и возраженія противъ него, читателямъ этого журнала уже извѣстны по статьямъ Кона, Пуанкаре**) и отчету о XII Съѣздѣ Естествоиспытателей; поэтому ограничусь лишь краткимъ изложеніемъ третьяго доклада, посвященнаго принципу относительности, доклада П. С. Эренфеста, который является защитникомъ новаго, въ высшей степени интереснаго взгляда, высказаннаго недавно скончавшимся молодымъ ученымъ В. Ритцомъ (W. Ritz).

Однимъ изъ важнѣйшихъ слѣдствій теоріи Максвелла—Лорентца, исходящей, какъ извѣстно, изъ неподвижности эѳира, является положеніе, что скорость свѣта не зависитъ отъ скорости источника. Эйнштейнъ въ своей теоріи относительности, отказавшись совершенно отъ эѳира, тѣмъ не менѣе сохранилъ всѣ слѣдствія теоріи Максвелла—Лорентца. Но тогда какъ всѣ другія слѣдствія можно обосновать на опытныхъ фактахъ или же на теоретическихъ соображеніяхъ, независящихъ отъ эѳира, положеніе о независимости скорости свѣта отъ скорости источника такъ тѣсно связано съ эѳиромъ, что безъ него оно теряетъ всякую почву. Дѣйствительно, если процессъ испусканія свѣта состоитъ въ возбужденіи колебаній въ эѳирѣ, то понятно, что при неподвижности эѳира центръ колебаній остается на мѣстѣ, какъ бы скоро не двигался источникъ, а потому скорость свѣта будетъ одна и та же для покоющагося и для движущагося источника. Если же эѳира нѣтъ, то для процесса испусканія свѣта у насъ нѣтъ никакой картины, и a priori одинаково возможны оба предположенія: и то, что скорость свѣта зависитъ отъ скорости источника и то, что она не зависитъ. Нѣтъ также опытовъ, которые подтверждали бы правильность того или другого предположенія. Въ виду этого Эйнштейнъ, желая сохранить всѣ безъ исключенія слѣдствія теоріи Лорентца, долженъ былъ возвести положеніе о независимости скорости свѣта отъ скорости источника въ постулатъ. Но какая же необходимость, отказываясь отъ эѳира, сохранить это слѣдствіе эѳирной теоріи, этотъ рудиментъ, какъ выражается докладчикъ? Нельзя ли такъ же хорошо объяснить всѣ относящіеся сюда факты и при помощи прямо противоположнаго предположенія?

---

*) См „Вѣстникъ", № 553.

**) См. „Вѣстникъ", № 505.

Такая теорія и была выработана Ритцомъ. Представленія этого ученаго объ испусканіи свѣта возвращаютъ насъ къ теоріи истеченія Ньютона; но испускаются, конечно, не матеріальныя частицы, а энергія. Движущійся источникъ свѣта уподобляется Ритцемъ бомбѣ, которая во время своего полета взрывается; свѣтовые лучи это какъ бы осколки взорвавшейся бомбы, вылетающіе изъ нея со скоростью свѣта *c*. Ясно, что тѣ осколки, которые вылетаютъ по направленію движенія бомбы должны имѣть скорость, равную суммѣ скоростей осколковъ и самой бомбы. Теорія относительности Ритца такъ же хорошо объясняетъ всѣ оптическія явленія, какъ и теорія Эйнштейна; выборъ между этими теоріями можетъ быть произведенъ, конечно, только на основаніи опыта. Рѣшеніе опытнымъ путемъ основного вопроса о зависимости или независимости скорости свѣта отъ скорости источника (не надо смѣшивать этотъ вопросъ съ вопросомъ о зависимости скорости свѣта отъ скорости наблюдателя, для рѣшенія котораго былъ произведенъ опытъ Майкельсона) встрѣчаетъ непреодолимыя препятствія. Но вопросъ, быть можетъ, удастся рѣшить на основаніи расхожденія между двумя теоріями въ предсказаніяхъ для другихъ явленій. Докладчикъ привелъ цѣлый рядъ такихъ явленій, указанныхъ Толмэномъ (Tolman), имъ самимъ и др., которыя могутъ послужить для производства experimentum crucis.

Съ теоріею лучеиспусканія Ритца тѣсно связана, такъ называемая, теорія свѣтовыхъ количествъ (Lichtquantentheorie). Эта теорія, хотя была выработана тѣмъ же Эйнштейномъ, но съ его теоріею относительности ничего общаго не имѣетъ. Въ теоріи же Ритца свѣтовыя количества являются необходимымъ дополненіемъ, безъ котораго она не въ состояніи объяснить нѣкоторыя явленія, какъ, напримѣръ, лучи Рёнтгена. Сущность теоріи свѣтовыхъ количествъ въ краткихъ чертахъ слѣдующая: при выводѣ своего знаменитаго закона для распредѣленія энергіи въ спектрѣ, М. Планкъ (M. Planck) ввелъ предположеніе, что энергія лучеиспускающаго тѣла не будетъ мѣняться непрерывно, а лишь на конечныя величины, скачками. Но самъ Планкъ не связалъ съ этою гипотезою никакого физическаго представленія, а пользовался ею только, какъ вспомогательнымъ математическимъ средствомъ. Эйнштейнъ же въ 1905 г. высказалъ гипотезу, согласно которой процессъ лучеиспусканія и поглощенія въ дѣйствительности происходитъ такъ, какъ предположилъ Планкъ: свѣтъ можетъ испускаться и поглощаться только вполнѣ опредѣленными порціями (Quanten) (отъ поглощенія квантами Планкъ впослѣдствіи отказался); такъ же, какъ матерія выступаетъ не въ безконечно малыхъ количествахъ, а лишь въ видѣ атомовъ и ихъ соединеній, такъ же, какъ для количества электричества существуетъ минимальное количество — зарядъ электрона, такъ же и лучистая энергія построена изъ элементарныхъ количествъ — изъ атомовъ лучистой энергіи. При помощи этой гипотезы Эйнштейнъ объяснилъ нѣкоторыя явленія флуоресценціи, фотоэлектричества и др., которымъ до тѣхъ поръ не удалось дать удовлетворительное объясненіе. Но прямыхъ опытовъ, которые могли бы подтвердить правильность этой гипотезы, до сихъ поръ не существуетъ. Да и сама теорія, какъ указалъ въ своемъ докладѣ, посвященномъ этому вопросу, П. С. Эренфестъ, еще не вполнѣ разработана. Интересно, что представленіе объ атомахъ свѣтовой энергіи является необходимымъ слѣдствіемъ электронной теоріи. Д. А. Гольдгаммеръ въ своемъ докладѣ показалъ, что если зарядъ, возбужденный индукціею, въ металлическомъ шарѣ, помѣщенномъ въ электростатическое поле, не непрерывенъ, а состоитъ изъ электроновъ и положительныхъ остатковъ, то энергія его при лучеиспусканіи, которое начнется при мгновенномъ устраненіи индуктирующаго поля, не можетъ мѣняться произвольно малыми количествами; дѣйствительно, уничтожиться можетъ только зарядъ, состоящій изъ нѣкотораго цѣлаго числа электроновъ и положительныхъ остатковъ. Такимъ образомъ излученная энергія никоимъ образомъ не можетъ быть меньше того количества, которое вызывается соединеніемъ одного электрона съ соотвѣтствующимъ положительнымъ остаткомъ.

Какъ бы остроумны и глубокомысленны ни были общія теоріи и гипотезы, безъ детальныхъ экспериментальныхъ изслѣдованій намъ никогда не удастся подойти ближе къ истинѣ. На одну важную область изслѣдованія для рѣшенія оптическихъ проблемъ было указано уже при разсмотрѣніи докладовъ гг. Зелинскаго и Лебедева. Много цѣнныхъ свѣдѣній могутъ дать и явленія дисперсіи — нормальной и аномальной. Какъ извѣстно, при прохожденіи черезъ призму изъ прозрачнаго вещества, лучи различной длины волны преломляются различнымъ образомъ: красные лучи преломляются менѣе зеленыхъ, а послѣдніе менѣе фіолетовыхъ, и вообще, съ уменьшеніемъ длины волны показатель преломленія возрастаетъ. Этимъ обстоятельствомъ и объясняется, почему бѣлый лучъ, состоящій изъ смѣси лучей всѣхъ длинъ волнъ, при прохожденіи черезъ призму разлагается въ спектръ. Такова картина нормальной дисперсіи, имѣющей мѣсто въ тѣхъ областяхъ спектра, въ которыхъ данное вещество не обладаетъ поглощеніемъ. Вблизи же полосы или линіи поглощенія показатель преломленія (если идти отъ фіолетоваго конца спектра) начинаетъ уменьшаться весьма быстро, а за полосой поглощенія онъ обыкновенно гораздо больше, чѣмъ въ нормальной части до полосы, и часто даже больше, чѣмъ для самыхъ далекихъ фіолетовыхъ лучей. Поэтому при прохожденіи бѣлаго свѣта черезъ призмы изъ нѣкоторыхъ веществъ нормальный порядокъ цвѣтовъ въ спектрѣ нарушается. Такъ, напримѣръ, въ спектрѣ, полученномъ черезъ призму, наполненную растворомъ фуксина, фіолетовая часть находится до красной. Опытами Христіансена (Christiansen), Кундта (Kundt) и др. установлено, что явленіе аномальной дисперсіи неразрывно связано съ поглощеніемъ, а послѣднее, какъ мы видѣли, зависитъ отъ того, что періодъ падающей волны совпадаетъ съ періодомъ собственныхъ колебаній электроновъ (или по старой теоріи атомовъ). Кеттелеръ (Ketteler), Гельмгольцъ (Helmholz) и др., дали теорію дисперсіи, основываясь на томъ соображеніи, что эѳирное возмущеніе, представляющее собою сущность свѣтового луча, должно вызвать колебаніе атомовъ, а послѣднее въ свою очередь не можетъ не отразиться на дальнѣйшемъ распространеніи этого возмущенія. Друде (Drude) первый развилъ электронную теорію дисперсіи, замѣнивъ въ разсужденіяхъ Гельмгольца атомы электронами. Всѣ эти теоріи приводятъ въ окончательномъ результатѣ къ нѣкоторой зависимости, связывающей показатель преломленія съ длиною волны падающаго свѣта. Одна изъ наиболѣе употребительныхъ формулъ дисперсіи (вытекающая для нормальной дисперсіи изъ общей формулы Друде) имѣетъ такой видъ:

$$n^2 = \varepsilon + \sum_1^p \frac{M_p}{\lambda^2 - \lambda_p^2}, \qquad (1)$$

гдѣ n — показатель преломленія, ε — діэлектрическая постоянная, λ — длина волны падающаго свѣта, λ_p — длина волны собственныхъ колебаній электроновъ p-го сорта, а M_p — постоянныя, связанныя, между прочимъ, извѣстнымъ образомъ съ числомъ электроновъ даннаго (p-го) сорта въ единицѣ объема вещества. Въ этой формулѣ нужно взять столько членовъ, сколько существуетъ родовъ электроновъ, отличающихся своими собственными періодами, или, другими словами, сколько у даннаго вещества существуетъ полосъ поглощенія. Здѣсь опять обнаруживается, какъ важно знать поглощеніе изучаемаго вещества по всему спектру. Для очень большихъ λ (вѣрнѣе для $\lambda = \infty$) эта формула даетъ $n^2 = \varepsilon$, т. е., она удовлетворяетъ важнѣйшему слѣдствію Максвелловой теоріи. Въ общемъ формулы Друде вполнѣ удовлетворительно выражаютъ дисперсію во многихъ тѣлахъ. Но въ нѣкоторыхъ случаяхъ обнаруживаются отступленія, которыя можно объяснить неудовлетворительностью тѣхъ предположеній о силахъ, дѣйствующихъ на электроны, которыя были положены Друде въ основу его вывода. Существуютъ болѣе совершенныя, но и гораздо болѣе сложныя формулы, данныя Лорентцомъ и Планкомъ. Такую болѣе удовлетворительную формулу вывелъ также недавно Д. А. Гольдгаммеръ, пользуясь меньшимъ числомъ гипотезъ, чѣмъ Лорентцъ и Планкъ. Какъ явствуетъ изъ чиселъ, приведенныхъ Д. А. Гольдгаммеромъ въ своемъ докладѣ, его формула по крайней мѣрѣ въ тѣхъ случаяхъ, для которыхъ она подверглась провѣркѣ, лучше согласуется съ опытными данными, чѣмъ всѣ другія. Но можно ли вообще говорить о томъ, что та или другая формула дисперсіи удовлетворяетъ опыту? Вѣдь провѣрка этихъ формулъ производится обыкновенно слѣдуюшимъ образомъ: ограничившись большимъ или меньшимъ числомъ членовъ суммы (въ зависимости отъ числа извѣстныхъ полосъ поглощенія), вставляютъ въ формулу дисперсіи извѣстныя значенія показателя преломленіи для различныхъ длинъ волнъ, и такимъ образомъ составляютъ столько уравненій сколько имѣется постоянныхъ M_p (см. форм. 1). Рѣшая полученную систему уравненій, опредѣляютъ всѣ эти постоянныя; вставивъ затѣмъ полученныя значенія въ дисперсіонную формулу, свѣряютъ тѣ значенія, которыя она даетъ для показателя преломленія n, соотвѣтствующаго другимъ λ (которыми не пользовались при составленіи уравненій), съ числами, найденными на опытѣ. Другими словами, поступаютъ такъ же, какъ при провѣркѣ экспериментальныхъ формулъ. Можно ли въ виду этого считать, что подтвержденіе той или другой формулы дисперсіи опытомъ доказываетъ вѣрность гипотезъ, лежащихъ въ ея основѣ? Не представляютъ ли эти формулы скорѣе болѣе или менѣе удачную интерполяцію, чѣмъ истинное выраженіе связи между показателемъ преломленія и длиною волны и другими свойствами вещества? По отношенію къ нормальной дисперсіи въ пользу такого взгляда говоритъ очень многое; по отношенію же къ аномальной дисперсіи врядъ ли можетъ быть рѣчь объ интерполяціи: ходъ дисперсіи вблизи полосъ поглощенія — гдѣ имѣетъ мѣсто аномальная дисперсія — такъ рѣзко отличается отъ нормальнаго, что было бы весьма невѣроятнымъ допустить, чтобы формула съ одними и тѣми же постоянными одинаково хорошо выражающая, какъ нормальную, такъ и аномальную дисперсію, была бы только интерполяціею. Поэтому дѣйствительнымъ критеріемъ для вѣрности той или другой теоріи дисперсіи могутъ служить только результаты ея для аномальной дисперсіи и сличеніе ихъ съ данными опыта. Въ виду этого въ послѣднее время оживился интересъ къ экспериментальнымъ изслѣдованіямъ въ этой области, причемъ стараются уже изслѣдовать явленіе не съ качественной стороны, а количественно прослѣдить аномальное измѣненіе показателя преломленія; появились работы Вуда (Wood), Бивана (Bevan), Лоріа (Loria) и другихъ надъ аномальной дисперсіею въ парахъ Na, K, Ru и нѣкоторыхъ другихъ веществъ. Обширное изслѣдованіе аномальной дисперсіи въ парахъ натрія было произведено въ теченіе нѣсколькихъ лѣтъ и доложено на съѣздѣ Д. С. Рождественскимъ. Благодаря различнымъ усовершенствованіямъ въ методахъ изслѣдованія докладчику удалось продвинуться гораздо ближе къ линіямъ поглощенія (D_1 и D_2), чѣмъ Вуду и Лоріа, и получить болѣе надежные результаты. Найденный докладчикомъ ходъ дисперсіи не укладывается въ формулу, вытекающую для разсматриваемаго случая изъ теоріи Друде (эта формула тождественна съ болѣе старою формулою Селлмейера), и хотя отступленія не превышаютъ 2,5%, однако они настолько систематичны, что неточность теоріи становится весьма вѣроятной. Интересенъ и другой результатъ докладчика: отношеніе двухъ постоянныхъ въ формулѣ дисперсіи, пропорціональныхъ числу электроновъ въ единицѣ объема, собственные періоды которыхъ соотвѣтствуютъ линіямъ D_1 и D_2, оказалось весьма близкимъ къ 2. Другими словами, число электроновъ, испускающихъ линію D, вдвое больше числа электроновъ, испускающихъ D_2. Биванъ для двойниковъ рубидія нашелъ это отношеніе равнымъ 3. Если и дальнѣйшія изслѣдованія дадутъ для этихъ отношеній цѣлыя числа, то это будетъ новымъ шагомъ впередъ въ электронной теоріи. Въ отдѣльныхъ комнатахъ физическаго института членамъ съѣзда демонстрировалось явленіе аномальной дисперсіи не только въ парахъ натрія, но и въ парахъ іода, въ уранофосфорномъ стеклѣ и въ растворѣ азотнокислаго дидима.

Въ новѣйшее время появился цѣлый рядъ интересныхъ экспериментальныхъ работъ, посвященныхъ изслѣдованію дисперсіи въ металлахъ. Обзору этихъ работъ былъ посвященъ докладъ А. П. Грузинцева. Читателю, незнакомому съ предметомъ, можетъ показаться непонятнымъ, какимъ образомъ вообще можно говорить о свѣторазсѣяніи металловъ, которые вѣдь представляютъ изъ себя тѣла непрозрачныя. Но извѣстно, что очень тонкія пластинки серебра, золота и другихъ металловъ прозрачны для всѣхъ лучей спектра за исключеніемъ тѣхъ, которые лежатъ въ ихъ полосѣ поглощенія. Кундту удалось приготовить изъ металловъ тоненькія призмы (съ очень малымъ преломляющимъ угломъ), при помощи которыхъ можно измѣрить показатель преломленія для различныхъ длинъ волнъ. Въ настоящее время однако дисперсія металловъ обыкновенно изучается другимъ способомъ: упавшій на полированную металлическую поверхность пучекъ плоско-поляризованнаго свѣта, послѣ отраженія дѣлается эллиптически поляризованнымъ, причемъ длинная ось эллипса оказывается повернутой на нѣкоторый уголъ относительно плоскости колебаній падающаго свѣта. Этотъ уголъ находится въ опредѣленной зависимости отъ показателя преломленія n, и, измѣряя его, можно найти n для различныхъ λ. Большинство металловъ обладаетъ избирательнымъ поглощеніемъ въ области видимыхъ лучей, и слѣдовательно, также и аномальною дисперсіею. Кромѣ того, металлы обнаруживаютъ другое въ высшей степени любопытное свойство: у большинства изъ нихъ для нѣкоторыхъ λ показатель преломленія меньше единицы; другими словами въ нихъ свѣтъ даннаго періода распространяется быстрѣе, чѣмъ въ пустотѣ. Выводъ дисперсіонной формулы для металловъ нѣсколько отличается отъ вывода формулы для дисперсіи въ обыкновенныхъ, прозрачныхъ тѣлахъ, такъ какъ въ металлахъ электроны уже не привязаны такъ къ атомамъ, какъ въ прозрачныхъ тѣлахъ, представляющихъ изъ себя, какъ извѣстно, изоляторы, а могутъ свободно перемѣщаться (чѣмъ и объясняется электропроводность металловъ). Дисперсіонная формула для металловъ также дана была Друде и усовершенствованна Фойгтомъ (Voigt). Въ этой формулѣ постоянныя проще связаны съ числомъ электроновъ даннаго сорта (обладающихъ опредѣленнымъ періодомъ собственныхъ колебаній), чѣмъ въ дисперсіонной формулѣ для прозрачныхъ серединъ. Этимъ-то и объясняется, почему дисперсія металловъ въ послѣднее время такъ сильно привлекаетъ вниманіе изслѣдователей: зная дисперсію металловъ можно вычислить общее число электроновъ въ единицѣ объема, а затѣмъ и число электроновъ въ атомѣ. Такія вычисленія, произведенныя на основаніи послѣднихъ экспериментальныхъ данныхъ объ оптическихъ постоянныхъ металловъ, показываютъ, что въ атомахъ различныхъ металловъ содержится отъ 2-хъ до 6-ти электроновъ. Надо замѣтить, что эти числа не сходятся съ другими опредѣленіями числа электроновъ, но это объясняется тѣмъ, что въ явленіяхъ дисперсіи принимаютъ участіе, вѣроятно, не всѣ электроны.

Мы видѣли, что когда на электронъ падаетъ свѣтовое колебаніе, періодъ котораго близокъ къ его собственному, то электронъ также приходитъ въ болѣе или менѣе сильное колебаніе. Если электронъ близокъ къ поверхности тѣла, то не можетъ ли свѣтовая волна сообщить ему столь сильное колебаніе, что онъ преодолѣетъ притяженіе положительнаго ядра атома и вылетитъ изъ поверхности наружу? Въ особенности этого слѣдуетъ ожидать въ металлахъ, въ которыхъ электроны, по предположенію, могутъ даже существовать въ свободномъ состояніи и наравнѣ съ атомами участвовать въ тепловомъ движеніи. Такое явленіе дѣйствительно существуетъ: если пластинку металла освѣтить (въ особенности ультрафіолетовымъ свѣтомъ), то изъ нея вылетаетъ потокъ электроновъ, и незаряженная пластинка пріобрѣтаетъ положительный зарядъ, а заряженная отрицательно теряетъ свой зарядъ. Явленіе это извѣстно подъ названіемъ актиноэлектрическаго (или фотоэлектрическаго). Обзору современнаго состоянія этого вопроса на съѣздѣ былъ посвященъ докладъ А. Ф. Іоффе. Но я не буду останавливаться на передачѣ содержанія этого доклада, ибо читателямъ этого журнала область актиноэлектричества хорошо извѣстна по прекрасному обзору В. Альтберга*), напечатанномъ въ 1910 году. Работы, опубликованныя послѣ напечатанія этого доклада, ничего существенно новаго не дали. Къ изложенному въ обзорѣ В. Альтберга надо только добавить, что всѣ наблюдаемые факты можно хорошо объяснить также на основаніи теоріи свѣтовыхъ количествъ.

Кромѣ указаннаго, существуетъ еще другого вида воздѣйствія свѣта на электрическія явленія: при освѣщеніи селена, увеличивается его электропроводность; уже давно существовали указанія на то, что такое же явленіе должно имѣть мѣсто и для химическихъ аналоговъ селена—сѣры и теллура. Для сѣрнистыхъ металловъ это было обнаружено уже давно, получить же явленіе для чистой сѣры представляло значительныя экспериментальныя трудности. М. Х. Пигулевскому удалось преодолѣть всѣ эти трудности и получить свободные отъ возраженій результаты. Свѣточувствительность сѣры оказалась гораздо слабѣе,

---

*) См. „Вѣстникъ“, № 536.

чѣмъ у селена: въ то время какъ у селена электропроводность увеличивается въ десятки разъ, у сѣры она увеличивается лишь раза въ полтора. Въ засѣданіи физической секціи съѣзда М. Х. Пигулевскимъ было сдѣлано лишь весьма краткое сообщеніе, и продемонстрировано явленіе. Подробно работа эта была доложена въ засѣданіи Русскаго Физическаго Общества и будетъ напечатана въ одномъ изъ ближайшихъ номеровъ журнала общества.

Читателямъ этого отчета можетъ показаться, что физика теперь занята исключительно изслѣдованіемъ новыхъ явленій и теорій, и это наводитъ на мысль, что въ области старыхъ, давно извѣстныхъ явленій и теорій все уже рѣшено, все объяснено. Но на самомъ дѣлѣ это далеко не вѣрно. Такъ напримѣръ, Б. П. Вейнбергъ въ своемъ докладѣ показалъ, сколько еще остается открытыхъ вопросовъ въ области физики твердаго тѣла, и, въ частности, въ теоріи упругости. Съ другой стороны, давно извѣстныя явленія находятъ новыя примѣненія. Такъ, въ біологіи недавно возникла теорія возбужденіе нервовъ, основанная на явленіяхъ диффузіи. Объ этой теоріи разсказалъ съѣзду П. П. Лазаревъ въ своемъ докладѣ: «Диффузія и ея роль въ біологическихъ процессахъ». (Излагать содержаніе этихъ докладовъ я не могу, такъ какъ это завело бы насъ въ области, слишкомъ спеціальныя для этого краткаго отчета; для читателей, которые заинтересуются вопросомъ, о которомъ сообщалъ П. П. Лазаревъ, укажу, что самое существенное объ этомъ можно найти въ книгѣ Ж. Лёба. «Динамика живого вещества» *). Но и фундаментальные законы, относительно которыхъ казалось бы не можетъ быть уже никакихъ вопросовъ, содержатъ въ себѣ не мало матеріала для изслѣдованія. Остановимся нѣсколько подробнѣе на интересномъ докладѣ академика П. И. Вальдена о законѣ сохраненія вещества, прочитанномъ въ засѣданіи дидактической секціи.

Идея о неуничтожаемости вещества зародилась уже въ глубокой древности. Впервые она была высказана греческимъ философомъ Эмпедокломъ (около 450 г. до Р. Х.) въ такомъ видѣ: «Ничего не происходитъ изъ ничего. Ничто не можетъ быть уничтожено». Съ тѣхъ поръ эта идея въ той или другой формѣ повторяется многими греческими и римскими мыслителями; при посредствѣ арабовъ и Аристотеля она перешла въ эпоху возрожденія въ западную Европу. Но въ теченіе всѣхъ этихъ вѣковъ эта идея была лишь апріорной философской истиной: никому и въ голову не приходило провѣрить ее на опытѣ. Первая попытка въ этомъ направленіи была сдѣлана Ванъ-Гальмонтомъ (Van Helmont) въ 1620 г.: превращая кремнеземъ въ стекло и обратно, растворяя въ кислотахъ серебро, золото и свинецъ и осаждая ихъ обратно, онъ нашелъ, что всѣ взятыя вещества остались въ той же мѣрѣ («dass an Substanz, Gewicht und Pulver die Substanz nichts verleuret»). Около того же времени законъ постоянства вещества впервые былъ формулированъ въ современномъ видѣ: Sungius высказываетъ, какъ аксіому, что при разложеніи какого-либо тѣла на элементы и при составленіи его обратно изъ тѣхъ же элементовъ «и количество должно быть одинаково». Сильный толчекъ къ опытнымъ изслѣдованіямъ въ этой области дали идеи Бойля, который утверждалъ, что тѣла послѣ горѣнія дѣлаются тяжелѣе отъ того, что къ нимъ присоединилось нѣкоторое количество теплорода. Первые раціональные опыты для провѣрки этого утвержденія, были произведены русскимъ ученнымъ М. В. Ломоносо-

*) Одесса. „Mathesis“. 1910.

вымъ, который въ 1756 г. даетъ въ С.-Петербургской Академіи Наукъ слѣдующее краткое описаніе ихъ: „Между разными химическими опытами, коихъ журналъ на 13 листахъ, дѣланы опыты въ заплавленныхъ накрѣпко стеклянныхъ сосудахъ, чтобы изслѣдовать прибываетъ ли вѣсъ металловъ отъ чистаго жару. Оными опытами нашлось, что главнаго Роберта Бойля мнѣніе ложно, ибо безъ припущенія внѣшняго воздуха вѣсъ сожженнаго металла остается въ одной мѣрѣ“. Эти опыты являются первымъ экспериментальнымъ подтвержденіемъ закона постоянства вещества (вѣса) при химическихъ реакціяхъ. Но мысль о сохраненіи матеріи возникла у Ломоносова не подъ вліяніемъ этихъ опытовъ, а сложилась у него уже гораздо раньше безъ опытнаго матеріала, апріорно: въ письмѣ его къ Эйлеру отъ 5-го іюля 1748 г. встрѣчается такое мѣсто (повторяющееся почти дословно въ его рѣчи: „Разсужденіе о твердости и жидкости тѣла“. произнесонной въ 1760 г.): Но какъ всѣ перемѣны, въ натурѣ случающіяся, такого суть состоянія, что сколько чего у одного тѣла отнимется, столько присовокупится къ другому. Такъ, ежели гдѣ убудетъ нѣсколько матеріи, то умножится въ другомъ мѣстѣ. Сей всеобщій естественный законъ простирается и въ самыя правила движенія: ибо тѣло движущее своею силою другое, столько же оныхъ теряетъ, сколько сообщается другому, которое отъ него движеніе получаетъ.“ (Законъ сохраненія энергіи!). Только черезъ 10—20 лѣтъ послѣ Ломоносова, принимается за свои изслѣдованія Лавуазье, которому обыкновенно приписываютъ «открытіе» закона сохраненія вещества. При этомъ Лавуазье, такъ же какъ и Ломоносовъ, исходитъ изъ этого закона, какъ изъ апріорной истины, и попутно съ его помощью рѣшаетъ вопросъ о вѣсѣ теплорода. Первые его опыты, относящіеся къ этому вопросу, были произведены въ 1770 г.: подвергнувъ воду многократной перегонкѣ, онъ нашелъ, что несмотря на то, что плотность воды осталась прежнею, въ колбѣ получилась нерастворимая земля. Основываясь, очевидно, на принципѣ сохраненія матеріи, Лавуазье заключаетъ, что эта земля не могла получиться изъ ничего, а появилась либо потому, что она содержалась раньше, въ видѣ примѣси въ водѣ, либо отъ соединенія нѣкотораго количества воды съ теплородомъ, либо отъ выщелачиванія стѣнокъ сосуда. Для рѣшенія этого вопроса онъ повторилъ тотъ же опытъ въ герметически запаянныхъ сосудахъ, взвѣшивая при этомъ сосудъ и воду (въ отдѣльности) до опыта, а послѣ опыта запаянный сосудъ вмѣстѣ со всѣмъ содержимымъ и затѣмъ въ отдѣльности всѣ части. Результатъ этихъ опытовъ былъ слѣдующій:

1) вѣсъ всего запаяннаго сосуда остался прежнимъ (слѣдовательно, не проникъ теплородъ);

2) вѣсъ опорожненнаго и высушеннаго сосуда уменьшился на $17^4/_{10}$ грана.

3) земельный остатокъ$=20^4/_{10}$ грана.

Пренебрегая этою „маленькою разницею въ вѣсѣ“, Лавуазье заключаетъ, что образовавшаяся земля произошла выщелачиваніемъ изъ стѣнокъ сосуда. Слѣдующая работа Лавуазье (произведенная въ 1774 г. и опубликованная въ 1777 г.), посвящена такъ же, какъ работа Ломоносова, о которой Лавуазье, очевидно, не зналъ, провѣркѣ утвержденія Бойля о присоединеніи теплорода при окисленіи (или, какъ тогда говорили, при кальцинаціи) металловъ. Работа была выполнена точно такимъ же методомъ, какимъ пользовался Ломоносовъ, и дала такой же результатъ. Во всѣхъ дальнѣйшихъ работахъ Лавуазье примѣняетъ принципъ «сохраненія вѣса», какъ истину, которая разумѣется само собою. Такъ, доказывая, что вода составлена исключительно изъ кислорода и водорода онъ говоритъ: „Такъ какъ въ физикѣ не менѣе справедливо, чѣмъ въ геометріи, что цѣлое равно суммѣ своихъ частей, то на основаніи того обстоятельства, что въ этихъ опытахъ мы получили только одну чистую воду, безъ всякихъ осадковъ, мы считаемъ себя вправѣ заключить, что вѣсъ этой воды будетъ равенъ вѣсу двухъ газовъ, изъ которыхъ она образовалась“. Но если мы обратимся къ опытнымъ даннымъ Лавуазье, то мы увидимъ, что они скорѣе могутъ служить для опроверженія закона сохраненія вѣса, чѣмъ для подтвержденія его. Такъ, для состава воды онъ даетъ числа:

O.	0,86866273 ф.	должно быть по современ-	*O.*	0,8881
H.	0,13133727 „	нымъ даннымъ	*H.*	0,1119
	1,00000000 ф.			1,0000

Вполнѣ ясную формулировку принципа сохраненія вещества мы находимъ только въ его учебникѣ антифлогистической химіи: «Traité élementaire de Chemie...» въ слѣдующихъ строкахъ: „Такъ какъ ничего не рождается, ни при исскуственныхъ операціяхъ, ни въ явленіяхъ природы, то можно принять за принципъ, что при всякомъ процессѣ имѣется одно и тоже количество веществъ до процесса и послѣ процесса; что качество и количество элементовъ остается тѣмъ же, и что они подвергаются только измѣненіямъ, модификаціямъ. На этомъ же принципѣ основано все искусство экспериментированія въ химіи: на основаніи его во всѣхъ опытахъ слѣдуетъ принять равенство или уравненіе между испытуемыми элементами и тѣми, которые получаются послѣ анализа“. Но если читатель думаетъ, что эти слова, которыя главнымъ образомъ и заставили многихъ историковъ химіи приписать открытіе закона сохраненія вещества Лавуазье, помѣщены въ самомъ началѣ его книги, на видномъ мѣстѣ, то онъ глубоко ошибается: приведенныя строки находятся во главѣ о винномъ броженіи, не выдѣлены даже особымъ штрихомъ, и говорится объ этомъ предметѣ лишь какъ-то вскользь. Отсюда ясно, что Лавуазье совершенно не сознавалъ важности этого закона. Но и Ломоносовъ не оцѣнивалъ значенія закона сохраненія вещества: онъ не включилъ его даже въ перечень своихъ главнѣйшихъ теоремъ, которыми пытался обогатить естественныя науки; не обратилъ на него вниманіе и Эйлеръ, получивъ письмо Ломоносова. Но не только въ 18-мъ вѣкѣ, а вплоть до второй половины 19-го вѣка законъ этотъ остался не понятымъ во всемъ своемъ объемѣ. Такъ, въ книгѣ: Гегеля: «Naturphilosophie» въ 1817 г. появляется слѣдующее утвержденіе: «Ѣдкія щелочи становятся умѣренными не потому, что онѣ притягиваютъ изъ воздуха углекислоту, а потому, что онѣ дѣлаютъ сперва изъ воздуха углекислоту, чтобы притупить себя» (Составъ воздуха былъ опредѣленъ уже въ 1781 году Кэвендишемъ). Въ учебникахъ химіи, появившихся въ это время, законъ постоянства вещества или вовсе не упоминается, или упоминается лишь вскользь. Еще въ 1853 г. Поггендорфъ въ своей подробнѣйшей книгѣ: „Lebensbilder zur Geschichte der exakten Wissenschaften“ среди заслугъ Лавуазье совершенно не упоминаетъ о законѣ сохраненія вещества. А между тѣмъ всѣ химики послѣ Лавуазье ежедневно, при каждомъ анализѣ пользовались этимъ закономъ, и такимъ образомъ въ теченіе столѣтія накопилось такое множество косвенныхъ подтвержденій его, что нельзя было не признать его закономъ природы. Но, какъ это ни странно, прямые опыты съ цѣлью доказать правильность этого закона ни разу не предпринимались вплоть до 1890 г., когда началъ свои замѣчательныя изслѣдованія Г. Ландольтъ (H. Landolt). Однако, то, что было бы очень легко сдѣлать 100 лѣтъ тому назадъ, въ настоящее время сопряжено съ огромными трудностями; теперь приходится принять во вниманіе цѣлый рядъ такихъ обстоятельствъ, о которыхъ тогда и не догадывались: эѳиръ, электроны, радіоактивность, все это заставляетъ ожидать болѣе или менѣе значительныхъ отступленій отъ закона сохраненія вѣса (массы), даже въ случаѣ обыкновенныхъ химическихъ реакцій. Дѣйствительно, если вмѣстѣ съ Лотаромъ Мейеромъ принять, 1) что эѳиръ частью входитъ въ составъ атомовъ, 2) что эѳиръ вѣсомъ, то при обмѣнныхъ реакціяхъ въ новое соединеніе войдетъ, то большее, то меньшее количество этого эѳира, и часть его можетъ присоединиться къ свободному эѳиру, находящемуся внѣ молекулъ получившагося вещества; а вѣдь никакая герметическая закупорка не можетъ помѣшать этому эѳиру продиффундировать за предѣлы сосуда, и такимъ образомъ при взвѣшиваніи запаяннаго сосуда послѣ реакціи получится убыль въ вѣсѣ. Возможенъ, очевидно, и обратный случай присоединеніе тѣломъ эѳира. Эти возможности еще усиливаются, если стать на точку зрѣнія Д. Менделѣева и другихъ ученыхъ, считавшихъ эѳиръ элементомъ съ очень малымъ атомнымъ вѣсомъ. Все сказанное въ еще большей мѣрѣ относится къ электронамъ: если при реакціи выдѣлятся электроны, то совершенно не въ нашей власти удержать ихъ въ сосудѣ, въ которомъ производится реакція; а вѣдь относительно электрона (въ отличіе отъ эѳира) доказано опытомъ, что онъ обладаетъ массою, а именно массою, равною приблизительно $^1/_{2000}$ массы атома водорода. При превращеніяхъ радіоактивныхъ веществъ почти всегда выдѣляются электроны (β—лучи), и въ послѣднее время уже свыклись съ мыслью, что эти вещества не подчиняются закону сохраненія массы (по крайней мѣрѣ въ обычномъ пониманіи). Съ другой стороны, въ настоящее время свойство радіоактивноси въ большей или меньшей степени приписывается всѣмъ веществамъ природы. Ко всѣмъ этимъ соображеніямъ присоединяется еще слѣдующее обстоятельство: извѣстно, что различные газы способны диффундировать черезъ стѣнки сосудовъ: водородъ, напримѣръ, диффундируетъ (при повышенной температурѣ) черезъ сплошныя преграды изъ стекла, желѣза, платины и даже кварца; по наблюденіямъ Бертелло (Berthelot) въ кварцевую трубку эндосмосомъ проникаетъ атмосферный воздухъ; недавно греческій химикъ Ценгелисъ (Zenghelis) доказалъ, что черезъ стѣнки плотно запаяннаго стекляннаго сосуда диффундируютъ пары іода, азотной и сѣрной кислотъ. Такимъ образомъ становится вѣроятнымъ, что въ маломъ размѣрѣ всякое вещество можетъ диффундировать черезъ другое.

Всѣ эти обстоятельства заставляютъ усомниться въ справедливости закона сохраненія вещества и подвергнуть его тщательно экспериментальной провѣркѣ. Первый рядъ классическихъ изслѣдованій Ландольта, законченный лишь въ 1906 г., обнаружилъ какъ будто несомнѣнныя отступленія отъ этого закона: ошибка при взвѣшиваніи на вѣсахъ, которыми пользовался Ландольтъ, никоимъ образомъ не могла превышать 0,03 *мг.*, а между тѣмъ при большинствѣ реакцій была найдена убыль въ вѣсѣ, превышающая это число и доходящая въ нѣкоторыхъ случаяхъ почти до 0,2 *мг.* Какова же причина этого отступленія отъ закона сохраненія массы, какому изъ указанныхъ обстоятельствъ слѣдуетъ его приписать? Съ цѣлью найти эту причину Ландольтъ произвелъ (отъ 1906 г. до 1908) вторую серію опытовъ. Выдѣленію электроновъ эту убыль въ вѣсѣ нельзя было приписать: еще въ 1904 и 1905 г. Г. Мартинелли (G. Martinelli) и Н. Р. Кэмбль (N. R. Campbell), тщетно стараясь найти слѣды іонизаціи въ пространствѣ, окружающемъ сосудъ, въ которомъ происходила химическая реакція, доказали, что при обыкновенныхъ реакціяхъ замѣтнаго выдѣленія электроновъ не происходитъ. Косвенно это подтверждается и тѣмъ, что при раствореніи нейтральныхъ солей (т. е. при процессѣ расщепленія на іоны), когда можно ожидать наибольшаго выдѣленія электроновъ, Ландольтъ не замѣтилъ въ своихъ опытахъ отступленій, превышающихъ ошибку наблюденій. Возможность диффузіи Ландольтъ провѣрилъ непосредственными опытами по методу Ценгелиса; оказалось, что диффузіи замѣченую убыль въ вѣсѣ никоимъ образомъ приписать нельзя. Остается какъ будто только эѳиръ. Но очень трудно допустить, чтобы то количество эѳира, которое продиффундировало черезъ стѣнки сосуда, могло обладать такимъ сравнительно крупнымъ вѣсомъ. Ключемъ для разрѣшенія этой загадки послужило то обстоятельство, что наибольшая убыль въ вѣсѣ замѣчалась при тѣхъ реакціяхъ, которыя сопровождались наибольшимъ выдѣленіемъ тепла; причиною убыли въ вѣсѣ оказалось термическое послѣдѣйствіе въ стеклѣ сосудовъ: послѣ нагрѣванія (при реакціи) сосудъ не сразу принимаетъ прежній объемъ, а лишь черезъ довольно продолжительное время (до 26 дней); если окончательное взвѣшиваніе производится до этого времени, то сосудъ вытѣсняетъ больше воздуха, чѣмъ раньше, а потому вѣситъ меньше. Непосредственными опытами Ландольтъ доказалъ, что убыль отъ этой причины вполнѣ покрываетъ замѣченную имъ раньше убыль въ вѣсѣ послѣ реакціи, а новые опыты его, при которыхъ окончательное взвѣшиваніе производилось черезъ такой срокъ, когда сосудъ навѣрное уже вернулся къ прежнему объему, не дали уже отступленій, превышающихъ ошибки отсчета. Такимъ образомъ химики могутъ быть спокойны: справедливость закона сохраненія массы въ предѣлахъ, далеко превышающихъ точность обычныхъ анализовъ, доказана.

Обзоры, читавшіеся на Съѣздѣ, еще далеко не исчерпаны; я старался только передать тѣ изъ нихъ, въ которыхъ приводились новые факты и теоріи, могущіе представить интересъ и для неспеціалистовъ въ данной области. Но какъ ни велико было число докладовъ и обзоровъ, современная физика такъ обширна, что нѣкоторыя области оказались незатронутыми ни въ одномъ изъ докладовъ, несмотря на то, что въ нихъ были достигнуты за послѣднее время крупные успѣхи. Этотъ пробѣлъ былъ блестяще заполненъ рѣчью И. И. Боргмана, произнесенной при открытіи физической секціи. Закончу отчетъ объ обзорахъ сообщеніемъ важнѣйшихъ изъ тѣхъ послѣднихъ успѣховъ въ физикѣ, которымъ была посвящена рѣчь И. И. Боргмана.

1) Область низкихъ температуръ. Въ 1908 г. Каммерлингъ-Онессу въ Лейденѣ удалось обратить въ жидкость гелій; необходимая для этого температура (критическая температура гелія около 5^0 абсолютной шкалы) достигалась при помощи непрерывно поддерживаемаго кипѣнія жидкаго водорода, пары котораго снова сгущались непрерывно кипящимъ воздухомъ. Температура кипѣнія гелія при атмосферномъ давленіи равна $4{,}5^0$

абсолютной шкалы; заставляя кипѣть гелій подъ сильно пониженнымъ давленіемъ, Каммерлингъ-Оннесъ достигъ температуры въ 1,48° абсолютной шкалы. Итакъ, въ настоящее время всего около 1,5° отдѣляютъ насъ отъ абсолютнаго нуля! Интересно, что гелій, подобно водѣ, имѣетъ при нѣкоторой температурѣ (около 2° абсолютной шкалы) максимальную плотность: при уменьшеніи температуры до 1,48° объемъ жидкаго гелія не уменьшается, а увеличивается.

2) Превращеніе радіоактивныхъ веществъ. Еще нѣсколько лѣтъ тому назадъ съ несомнѣнностью было доказано Рётгерфордомъ (Rutherford), что выбрасываемыя радіоактивными веществами α-частицы послѣ потери своего положительнаго заряда представляютъ изъ себя обыкновенные атомы гелія. Въ настоящее время это выдѣленіе радіоактивными тѣлами гелія изучено уже количественно; по послѣднимъ даннымъ Рётгерфорда и Болтвуда (Boltwood) одинъ граммъ радія въ состояніи радіоактивнаго равновѣсія съ тремя послѣдующими продуктами своего распада (эманація, радій A и радій C) образуетъ въ теченіе года 156 *кб. мм.* гелія при 0° и 760 *мм.* давленія.

3) Число атомовъ и зарядъ электрона. Рётгерфорду и Гейгеру (Geyger) удалось опредѣлить число α-частицъ вылетающихъ въ единицу времени изъ препарата радія, причемъ они получили хорошо совпадающія значенія, опредѣляя это число по двумъ существенно различнымъ методамъ: при первомъ способѣ каждая отдѣльная α-частица проявляла себя толчкомъ, который испытывала при ея прохожденіи стрѣлка электрометра; по второму способу при помощи микроскопа подсчитывалось число сцинтилляцій (мельканій), производимыхъ α-частицами (каждая частица производитъ одну вспышу) на фосфоресцирующемъ экранѣ. Оказалось, что въ 1 секунду граммомъ чистаго радія выбрасывается $3{,}4 \times 10^{10}$ α-частицъ. Зная изъ указанныхъ выше опытовъ, сколько *кб. мм.* гелія выдѣляется радіемъ въ 1 секунду, можно вычислить, сколько α-частичекъ необходимо, чтобы образовать 1 *кб. см.* гелія, или другими словами число атомовъ въ 1 *кб. см.* гелія, а слѣдовательно, (по закону Авогадро) и всякаго газа. Число атомовъ недавно было вычислено также Перреномъ на основаніи изслѣдованія надъ броуновскимъ движеніемъ: мелкія зернышки гуммигута или мастики, подвѣшенныя въ водѣ, отъ толчковъ, которые они испытываютъ со стороры движущихся молекулъ, сами приходятъ въ неправильное движеніе (упомяну кстати, что Броуновское движеніе было продемонстрировано членомъ Съѣзда С. А. Боровикомъ объективно, на экранѣ) Наблюденія надъ Броуновскимъ движеніемъ даютъ возможность найти среднюю энергію теплового движенія молекулъ и вычислить число молекулъ въ единицѣ объема или въ граммъ-молекулѣ (постоянную Авогадро). Опыты Перрена дали для постоянной Авогадро числа $70{,}5 \,.\, 10^{22}$ и $71{,}5 \,.\, 10^{22}$ (по двумъ нѣсколько отличающимся способамъ), а опыты Рётсефорда и Гейгера число $71 \,.\, 10^{22}$. Совпаденіе, какъ видно, превосходное.

Зарядъ электрона снова опредѣлялся Милликеномъ (Millican) совмѣстно съ Флетчеромъ и найденъ равнымъ $4{,}89 \times 10^{-10}$. Въ 1911 г. сама идея объ электронѣ, какъ о минимальномъ количествѣ электричества, была какъ будто поколеблена опытами Эренгафта (Ehrenhaft) и Пржибрама (Przibram). Наблюденія этихъ ученыхъ при помощи ультрамикроскопа надъ наэлектризованными частицами металловъ, полученными при распыленіи вольтовой дуги, состоящей изъ этихъ металловъ, дали для заряда различныхъ частичекъ различныя значенія и для болѣе мелкихъ изъ этихъ частичекъ числа, значительно меньшія, чѣмъ значенія, выводимыя для заряда электрона изъ всѣхъ прочихъ наблюденій. Но А. Ф. Іоффе указалъ на одно обстоятельство, на которое не обратили вниманія Эренгафтъ и Пржибрамъ, и которое вполнѣ можетъ объяснить замѣченныя ими отступленія: на движеніе частицы, наблюдаемое въ ультрамикроскопѣ, могутъ оказывать вліяніе тучи, находящихся по сосѣдству съ нею столь мелкихъ заряженныхъ частицъ, что ихъ въ ультрамикроскопѣ не видно. Пока это возраженіе не устранено, идея объ электронѣ должна остаться незыблемой.

4) Увеличеніе спектральной шкалы. Еще недавно самыя длинныя инфракрасныя волны, какія удалось наблюдать, имѣли длину $= 61{,}1\ \mu$, т. е. приблизительно 0,06 *мм.* Самыя короткія электрическія волны (полученныя П. Н. Лебедевымъ) равнялись 4 *мм.* Промежуточныя волны между 0,06 и 4 *мм.* наблюдать не удавалось. Въ январѣ 1910 г. Рубенсу и Гольнагелю (Rubens, Hollnagel) при помощи многократнаго отраженія лучей Ауэровской горѣлки отъ іодистаго калія удалось получить волны, длина которыхъ была уже 96 μ. Весною 1911 г. Рубенсъ и Вудъ, концентрируя излученіе Ауэровской горѣлки, послѣмногократнаго отраженія отъ исландскаго шпата, при помощи кварцевыхъ линзъ на микрорадіометрѣ, открыли лучи съ длиною волны до 116,1 μ. Вскорѣ послѣ этого Рубенсу въ сотрудничествѣ съ Байеромъ (Bayer) при помощи того же метода удалось обнаружить въ излученіи кварцевой ртутной дуги лучи съ длиною волны въ 314 μ. Такимъ образомъ въ настоящее время въ спектрѣ остается неизслѣдованнымъ лишь небольшой промежутокъ отъ $^1/_3$ *мм.* до 4 *мм.* Удлиненіе спектральной шкалы въ сторону ультрафіолетовыхъ лучей было менѣе успѣшнымъ; но маленькій шагъ впередъ сдѣланъ и здѣсь: самыми короткими волнами до недавняго времени считались, такъ называемые лучи Шумана, длина волны которыхъ $= 0{,}1\ \mu$. Въ 1910 г. Ленардъ и Рамзай въ излученіи искры между алюминіевыми электродами наблюдали лучи, длина волны которыхъ, по всей вѣроятности, меньше 0,09 μ.

5) Каналовые лучи. Эти лучи, называемые еще закатодными, получаются въ круксовой трубкѣ за катодомъ, если послѣдній продырявленъ маленькими канальцами. До недавняго времени эти лучи считались потокомъ положительно заряженныхъ частицъ. Но послѣдніе опыты Дж. Томсона (J J. Tompson) доказали, что эти частицы не всѣ заряжены положительно: нѣкоторыя изъ нихъ вполнѣ нейтральны, нѣкоторыя же заряжены отрицательно. Сэръ Томсонъ установилъ, что каналовые лучи возникаютъ на наиболѣе отдаленной отъ катода границѣ темнаго катоднаго пространства: молекулы газа, находящіяся здѣсь, подъ вліяніемъ непрерывно наносящихся ударовъ частицами катоднаго потока, накопляютъ такъ много энергіи, что взрываются и выбрасываютъ изъ себя частички, заряженныя положительно, или нейтральные дублеты (положительно наэлектризованная частица вмѣстѣ съ отрицательнымъ электрономъ). Первыя, присоединивъ встрѣтившійся на ихъ пути электронъ, могутъ обратиться въ нейтральный дублетъ; вторые, потерявъ при столкновеніи съ молекулами свой электронъ, заряжаются положительно или же, соединившись со встрѣчнымъ электрономъ, пріобрѣтаютъ отрицатель-

ный зарядъ. Различное отклоненіе, которое испытываютъ частицы, происшедшія отъ различныхъ газовъ, въ магнитномъ полѣ, даетъ средство анализировать составъ газа въ трубкѣ, средство даже болѣе чувствительное, чѣмъ спектральный анализъ.

Перехожу къ педагогическимъ работамъ дидактической секціи. Важнѣйшимъ здѣсь, несомнѣнно, является докладъ дидактической коммиссіи при физическомъ отдѣленіи Русскаго Физико-Химическаго Общества. Докладъ этотъ будетъ напечатанъ полностью въ этомъ журналѣ. Мнѣ остается сказать лишь нѣсколько словъ о преніяхъ, вызванныхъ имъ. Пренія вращались главнымъ образомъ вокругъ вопроса о методѣ преподаванія: коммиссія рекомендуетъ замѣнить радіальный методъ концентрическимъ; но нѣсколькими ораторами было отмѣчено, что схема, предложенная коммиссіею, не является чисто концентрической, а представляетъ собою комбинацію той и другой. Въ отвѣтъ на это представитель коммиссіи А. А. Добіашъ указалъ, что чисто концентрическій курсъ требуетъ большого умѣнія со стороны преподавателя: при неумѣломъ примѣненіи этого метода грозитъ опасность, что второй концентръ превратится въ пережевываніе перваго, и такимъ образомъ этотъ методъ принесетъ лишь вредъ. Въ общемъ надо замѣтить, что большинство высказавшихся преподавателей относится довольно сдержанно къ предложеннымъ новымъ методамъ, хотя недостатки стараго радіальнаго метода признаются громаднымъ большинствомъ изъ нихъ. Да это и понятно: въ такомъ дѣлѣ, какъ преподаваніе, нельзя руководствоваться однѣми теоретическими схемами, а опытнаго матеріала въ пользу новыхъ методовъ накопилось еще слишкомъ мало. — Что касается остальныхъ докладовъ, то ниже будутъ напечатаны тезисы ихъ, что надѣюсь вполнѣ замѣнитъ передачу ихъ содержанія. Замѣчу, что на пожеланіи о выдѣленіи химіи въ отдѣльный предметъ сошлись всѣ члены педагогической секціи. Внесенное въ Общее Собраніе Съѣзда, это пожеланіе и тамъ встрѣтило живѣйшее сочувствіе.

Въ заключеніе отмѣчу одно отрадное явленіе: А. А. Эйхенвальдъ демонстрировалъ Съѣзду цѣлую коллекцію самыхъ разнообразныхъ приборовъ, изготовленныхъ слушательницами Московскихъ Высшихъ Женскихъ Курсовъ. Какъ многимъ извѣстно, наши молодые преподаватели, попадая въ глухую провинцію, оказываются большею частью прямо въ безвыходномъ положеніи: продѣлавъ въ лабораторіи высшей школы рядъ работъ съ готовыми, установленными, большею частью хорошими приборами, они совершенно не въ состояніи справиться съ тѣми дешевенькими, часто портящимися приборами, которые они находятъ въ кабинетахъ провинціальныхъ школъ. Въ виду этого крайне желательно, чтобы всѣ будущіе преподаватели физики познакомились со всѣми необходимыми механическими операціями по крайней мѣрѣ въ томъ объемѣ, который необходимъ, для того, чтобы держать въ исправности физическій кабинетъ. Но не только это достигнуто слушательницами А. А. Эйхенвальда: каждая слушательница, познакомившись со всѣми операціями (какъ то, обработка стекла, дерева, металла и т. д.) дѣлаетъ по своему выбору какой нибудь простой приборъ, чѣмъ и доказываетъ свое умѣніе выполнять всѣ необходимыя работы. Затѣмъ этотъ приборъ демонстрируется передъ аудиторіею слушательницъ, причемъ одна слушательница читаетъ лекцію по вопросу, къ которому относится ея приборъ, а подруга ея исполняетъ роль ассистентки, а затѣмъ наоборотъ. Понятно, что лица участвовавшія въ такомъ семинаріи, по окончаніи курсовъ явятся къ своимъ ученикамъ съ необходимымъ опытомъ и сразу сумѣютъ повести преподаваніе, какъ слѣдуетъ. Пожелаемъ же, чтобы и въ другихъ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ, готовящихъ преподавателей физики (и другихъ естественныхъ наукъ) поскорѣе народились подобныя семинарскія занятія, дабы у насъ было побольше преподавателей, умѣющихъ не только выполнять программы, но и возбудить у учащихся живой интересъ къ наукѣ.

Тезисы докладовъ, читанныхъ въ дидактической секціи II-го Менделѣевскаго Съѣзда.

Къ докладу П. А. Знаменскаго «Практическія занятія по физикѣ въ средней школѣ».

1. При изученіи физики въ средней школѣ долженъ быть возможно полнѣе проведенъ принципъ наглядности.

2. Классный экспериментъ преподавателя недостаточенъ; онъ долженъ быть во многихъ случаяхъ замѣненъ самостоятельными работами учащихся въ физической лабораторіи, въ другихъ случаяхъ ими дополненъ.

3. Лабораторныя занятія — необходимый элементъ преподаванія физики въ средней школѣ. Отъ нихъ въ значительной мѣрѣ зависитъ правильное усвоеніе физическихъ знаній; они имѣютъ важное значеніе и для общаго развитія учащагося.

4. Практическія занятія въ лабораторіи представляютъ методъ преподаванія, а потому они обязательны для всѣхъ изучающихъ физику, и для нихъ необходимо отвести время въ учебные часы.

5. Практическія занятія должны быть положены въ основу обученія, проходя черезъ весь курсъ физики.

6. Практическія занятія въ средней школѣ не должны быть подражаніемъ лабораторнымъ занятіямъ въ высшей школѣ. Приборы для такихъ занятій должны быть особаго, упрощеннаго типа.

7. Большинство работъ должно носить количественный характеръ, но эти работы надо такъ организовать, чтобы ярко выступала качественная сторона явленій.

8. Если ученикамъ указанъ планъ работы и поставленъ рядъ вопросовъ, то возможны и работы чисто качественнаго характера.

9. При постановкѣ работъ слѣдуетъ разнообразить методы ихъ выполненія, избѣгая варіантовъ, если послѣдніе не даютъ ничего новаго.

10. Работы должны сопровождаться составленіемъ отчетовъ, черченіемъ графикъ, указаніями на точность отдѣльныхъ измѣреній и вычисленіемъ абсолютной и относительной погрѣшности результата.

11. Организацію занятій, когда ученики сами изготовляютъ приборы въ часы практическихъ занятій, нельзя признать цѣлесообразной.

12. Система занятій на «одинъ фронтъ» въ условіяхъ средней школы имѣетъ значительныя преимущества передъ системой «разныхъ работъ». особеннно важна система «одного фронта» на первыхъ порахъ изученія физики.

«Фронтовая система» можетъ быть осуществлена при сравнительно небольшихъ средствахъ.

13. Очень цѣлесообразной слѣдуетъ признать также «смѣшанную систему», когда одновременно выставляются двѣ работы.

14. «Методъ лабораторныхъ уроковъ», составляя дальнѣйшее развитіе системы «одного фронта», съ методической стороны даетъ много цѣннаго и вполнѣ примѣнимъ на младшей ступени курса. Черезъ весь курсъ физики «методъ лабораторныхъ уроковъ» не можетъ быть произведенъ.

Къ докладу В. В. Лермонтова. «Выборъ опытовъ для практическихъ занятій учащихся по физикѣ».

1. Въ большинствѣ сборниковъ опытовъ для учениковъ среднихъ учебныхъ заведеній критеріемъ для выбора предлагаемыхъ опытовъ служила, повидимому, ихъ удобоисполнимость.

2. Теперь назрѣло время сдѣлать этотъ выборъ болѣе цѣлесообразно: возможные для учениковъ опыты слѣдуетъ раздѣлять на слѣдующіе отдѣлы:

a) Опыты для лучшаго ознакомленія съ явленіями, какъ электрическая искра, спектръ солнечнаго свѣта и т. п. явленія, которыхъ невозможно описать невидѣвшимъ ихъ на дѣлѣ.

b) Опыты для ознакомленія съ законами явленій, не въ видѣ абсурдной «повѣрки законовъ», а въ видѣ примѣровъ, какъ пользоваться ихъ знаніемъ для предсказанія результатовъ опыта или техническаго разсчета.

c) Упражненія въ пользованіи и вывѣрки тѣхъ немногихъ физическихъ приборовъ, которые получили постоянное примѣненіе въ практикѣ, какъ разные вѣса, термометры, амперметры, и т. п.

d) Разнообразные, удобоисполнимые опыты, пригодные какъ для ознакомленія съ явленіями, такъ и для упражненія въ примѣненіи законовъ.

e) Въ младшихъ классахъ, на первомъ планѣ должны быть поставлены опыты отдѣла a); въ старшихъ—отдѣлъ b). Отдѣлъ c) на первомъ планѣ можетъ стоять въ техническихъ и городскихъ училищахъ, а общеобразовательныхъ на второмъ планѣ. Опыты изъ отдѣла d) слѣдуетъ вводить, если остается время, но они должны служить главнымъ образомъ для самодѣятельности учениковъ дома. Для этого учитель долженъ давать указанія и даже матерьяльныя средства для исполненія приборовъ ученикамъ. А для контроля необходимо назначать особые часы, когда ученики могутъ приносить свои самодѣльные приборы и показывать ихъ дѣйствіе товарищамъ и учителю.

3. Какъ результатъ опыта качественнаго, не дающаго числа, слѣдуетъ требовать отъ учениковъ толковаго описанія того, что они видѣли. Эти описанія могутъ «зачитываться» и въ числѣ упражненій по «словесности», чѣмъ будетъ облегченъ трудъ учениковъ.

Положенія къ докладу С. И. Созонова: «Къ вопросу о постановкѣ преподаванія химіи въ средней общеобразовательной школѣ».

1. То количество времени, которое удѣляется на усвоеніе химическихъ свѣдѣній въ мужскихъ и женскихъ гимназіяхъ, необходимо признать крайне

незначительнымъ. При стоящемъ на очереди реформированіи средней общеобразовательной школы химія, въ виду ея важной общеобразовательной роли, должна быть выдѣлена, какъ самостоятельный учебный предметъ.

2. Выдѣляя химію въ качествѣ самостоятельнаго учебнаго предмета, нельзя отвести на нее меньше двухъ часовъ въ недѣлю въ одномъ изъ среднихъ классовъ (5-мъ или 6-мъ).

3. Желательно и цѣлесообразно веденіе практическихъ занятій параллельныхъ курсу химіи. Для таковыхъ къ двумъ часамъ уроковъ необходимо присоединить еще одинъ или два часа.

4. Занятіямъ по аналитической химіи не мѣсто въ средней общеобразовательной школѣ: они требуютъ предварительнаго очень серьезнаго общаго курса химіи; имѣютъ спеціальное назначеніе; нуждаются въ большомъ количествѣ времени, безъ чего не имѣютъ значенія.

5. Какъ учебный предметъ, химію правильнѣе связывать съ физикою, а не съ описательнымъ естествознаніемъ и выдвигать при ея преподаваніи цѣнность ея метода, опирающагося на экспериментъ и точный анализъ явленій.

Тезисы къ докладу И. Д. Фандѣева «О постановкѣ практическихъ занятій по химіи въ реальныхъ училищахъ».

1. Практическія занятія по химіи въ VI классѣ реальныхъ училищъ должны состоять не только изъ упражненій по качественному анализу, но и изъ работъ по общей химіи.

2. Работы по курсу общей химіи должны предшествовать работамъ аналитическимъ и ни въ какомъ случаѣ не чередоваться съ ними.

3. Работы по аналитической химіи должны производиться по общепринятому методу анализа мокрымъ путемъ. Сухія реакціи служатъ только для провѣрки реакцій, произведенныхъ по первому способу. Анализъ солей въ твердомъ состояніи для средней школы является излишнимъ.

4. Содержаніе работъ по аналитической химіи должно ограничиваться выясненіемъ принципа примѣненія групповыхъ реактивовъ и подборомъ немногихъ и, по возможности, несложныхъ реакцій на кислоты и металлы съ такимъ разсчетомъ, чтобы въ концѣ работъ учащійся сумѣлъ опредѣлить составъ простой соли съ указаніемъ кислоты и металла, которые въ нее входятъ.

5. Работы по аналитическй химіи должны начинаться съ анализа кислотъ.

6. Смѣси кислотъ и металловъ, какъ правило, даваться не должны. Исключенія, конечно, возможны для наиболѣе успѣвающихъ учениковъ.

7. Учащіеся должны вести подробные журналы практическихъ работъ.

Письмо въ редакцію.

Милостивый государь, г. Редакторъ!

Прямая и обратная теорема задачи на премію № 4 содержатъ въ себѣ необходимыя и достаточныя условія для того, чтобы уравненіе

$$x^3 = Ax + 2B,$$

гдѣ A и B числа взаимно простыя и A не дѣлится на 3, имѣло цѣлые корни. Однако, содержаніе этихъ теоремъ нетрудно распространить и на общую форму кубическаго уравненія съ цѣлыми коэффиціентами.

$$x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0.$$

Разсмотримъ сначала общій случай приведеннаго кубическаго уравненія

$$x^3 = ax + b.$$

Для того, чтобы это уравненіе имѣло цѣлые корни, необходимо и достаточно, чтобы общій наибольшій дѣлитель γ чиселъ a и b, и число $4a^3 - 27b^2$ были полными квадратами и чтобы b дѣлилось на $\gamma\sqrt{\gamma}$.

Необходимость условій.

Необходимость второго условія составляетъ содержаніе прямой теоремы задачи на премію № 4; необходимость перваго и третьяго доказывается слѣдующимъ образомъ: число a имѣетъ видъ $x^2 + xy + y^2$, число b имѣетъ видъ $xy(x+y)$. Пусть α есть нѣкоторый простой множитель числа γ. Пусть далѣе x дѣлится на α^{m_1}, y — на α^{m_2}, гдѣ $0 \leqslant m_2 \leqslant m_1$, но не дѣлятся на болѣе высокія степени α. Разсмотримъ сначала случай $m_1 > m_2$. Тогда число $x + y$ дѣлится на α^{m_2}, число $a = x^2 + xy + y^2$ дѣлится на α^{2m_2}, но не дѣлятся на болѣе высокія степени α. Такъ какъ $b = -xy(x+y)$, то b дѣлится на $\alpha^{2m_2+m_1}$, множитель α входитъ въ γ съ показателемъ $2m_2$ и b дѣлится на $\gamma\sqrt{\gamma}$. Пусть теперь $m_1 = m_2$. Тогда число $(x+y)$ дѣлится на α^{m_3}, гдѣ $m_3 \geqslant m_2$; такъ какъ $a = (x+y)^2 - xy$, то a дѣлится на α^{2m_2} но не дѣлится на болѣе высокія степени α, т. е. получается то же, что и въ предыдущемъ случаѣ. То же можно сказать и о всякомъ другомъ простомъ множителѣ числа γ и необходимость выражаемыхъ въ теоремѣ условій такимъ образомъ доказана.

Достаточность условій.

Положимъ:

$$c^2 = 4a^3 - 27b^2.$$

Въ виду леммы I (см. доказательство обратной теоремы въ рѣшеніи задачи на премію № 4, „Вѣстникъ" № 547) изъ условія второго слѣдуетъ, что b и c числа четныя.

Положимъ поэтому $b=2b_1$ и $c=2c_1$. Число $2b_1$ дѣлится на $\gamma\sqrt{\gamma}$; если γ нечетное число, то и b_1 дѣлится на $\gamma\sqrt{\gamma}$; если же γ четное число, то положимъ $\gamma=4\gamma_1$ (γ, по условію, полный квадратъ). Далѣе, положимъ въ первомъ случаѣ $a=a_1\gamma$; $b=b_2\gamma\sqrt{\gamma}$, а во второмъ $a=4a_1\gamma_1$, $b_1=4b_2\gamma_1\sqrt{\gamma_1}$, гдѣ a_1 и b_2, по условію, числа цѣлыя и взаимно простыя. Тогда въ первомъ случаѣ:

$$a_1^3\gamma^3-27b_2^2\gamma^3=c^2=c_1^2(\gamma\sqrt{\gamma})^2;$$

$$a_1^3-27b_2^2=c_1^2;$$

гдѣ $c_1\gamma\sqrt{\gamma}=c$. Во второмъ же случаѣ

$$4a_1^3-27b_2^2=c_1^2,$$

но тогда (лемма I) b_2 и c_2 дѣлятся на 2.

Положимъ $b_2=2b_2'$ и $c_1=2c_1'$. Мы имѣемъ, такимъ образомъ, слѣдующее:

$$a_1^3-27b_2'^2=c_1'^2;$$

$a=4a_1\gamma_1$, $b_1=8\gamma_1\sqrt{\gamma_1}\,b_2'$ и, такъ какъ $4\gamma_1=\gamma$, $a=a_1\gamma$, $b_1=b_2'\gamma\sqrt{\gamma}$, т. е. мы получаемъ то же, что и въ случаѣ первомъ.

Если a_1 не дѣлится на 3, то a_1, b_2 и c_2 суть числа, попарно взаимно простыя, и уравненіе $x^3=a_1x+2b_2$ имѣетъ цѣлые корни (обратная теорема задачи на премію № 4). Докажемъ, что оно имѣетъ цѣлые корни, если и a_1 дѣлится на 3. Положимъ въ этомъ случаѣ $a_1=3a_2$. Тогда

$$27a_2^3=27b_2^2+c_2^2$$

и мы можемъ положить $c_2=9c_3$, т. е.

$$a_2^3=b_2^2+3c_3^2=(b_2-c)^2+(b_2-c_3)(2c_3)+(2c_3)^2=X^2+XY+Y^2,$$

гдѣ X, Y взаимно простыя числа. Но числа X и Y имѣютъ въ этомъ случаѣ опредѣленный видъ. Тутъ возможны два случая:

1. $X=\alpha^3-3\alpha\beta^2-\beta^3$; $Y=-\alpha^3-3\alpha^2\beta+\beta^3$;

2. $X=\alpha^3+3\alpha^2\beta-\beta^3$; $Y=-3\alpha^2\beta-3\alpha\beta^2$.

Въ первомъ случаѣ X и Y либо одновременно четныя, либо одновременно нечетныя числа; но то и другое противорѣчитъ условію. Во второмъ случаѣ возможны двѣ комбинаціи:

1. $b_2-c_3=-3\alpha^2\beta-3\alpha\beta^2$; $2c_3=\alpha^3+3\alpha^2\beta-\beta^3$; $2b_2=\alpha^3-3\alpha^2\beta-6\alpha\beta^2-\beta^3$;

слѣдовательно, b_2 есть цѣлое число только если α и β числа одновременно четныя, что невозможно, слѣдовательно, этотъ случай невозможенъ.

2. $b_2 - c_3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta - \beta^3$; $2c_3 = -3\alpha^2\beta - 3\alpha\beta^2$; $2b_2 = 2\alpha^3 + 3\alpha^2\beta - 3\alpha\beta^2 - \beta^3$;

и уравненіе $x^3 = a_1x + 2b_2$ получаетъ видъ:

$$x^3 - 3(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)x + (2\alpha^3 + 3\alpha^2\beta - 3\alpha\beta^2 - 2\beta^3),$$

слѣдовательно, имѣетъ цѣлые корни

$$x_1 = -\alpha + \beta;\quad x_2 = -\alpha - 2\beta;\quad x_3 = -2\alpha + \beta.$$

Такимъ образомъ уравненіе $x^3 = a_1x + 2b_2$ имѣетъ цѣлые корни x_1, x_2 и x_3, слѣдовательно, уравненіе $x^3 - a_1\gamma x - 2\gamma\sqrt{\gamma}\, b_2$ имѣетъ цѣлые корни $x_1\sqrt{\gamma}$, $x_2\sqrt{\gamma}$ и $x_3\sqrt{\gamma}$. Но

$$x^3 - a_1\gamma x - 2\gamma\sqrt{\gamma}\, b_2 = x^3 - ax - 2b_1 = x^3 - ax - b.$$

Достаточность условій, такимъ образомъ тоже доказана.

Распространить эти условія на уравненіе $x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$ не представляетъ никакихъ затрудненій. Подстановкой $x = \frac{y - a}{3}$ мы приводимъ эти уравненія къ виду:

$$y^3 = ay + b,$$

гдѣ

$$a = 3a_1^2 - 9a_2,\quad b = -2a_1^3 + 9a_1a_2 - 27.$$

Полученное уравненіе имѣетъ цѣлые корни одновременно съ первоначальнымъ. Поэтому помощью простыхъ вычисленій получаемъ слѣдующія необходимыя и достаточныя условія цѣлости корней уравненія $x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0$ гдѣ a_1, a_2 и a_3 числа цѣлыя.

Дискриминантъ этого уравненія и общій наибольшій дѣлитель γ чиселъ $(3a_1^2 - 9a_2)$ и $(-2a_1^3 + 9a_1a_2 - 27)$ должны быть полными квадратами; число $(-2a_1^3 + 3a_1a_2 - 27)$ должно дѣлиться на $\gamma\sqrt{\gamma}$.

А. Фрумкинъ.

РЕЦЕНЗІИ.

М. Симонъ, профессоръ Страсбургскаго университета, старшій преподаватель страсбургскаго лицея. *Дидактика и методика математики въ средней школѣ.* Перев. съ 2-го переработаннаго и дополненнаго нѣмецкаго изданія І. В. Яшунскій. С-Петербургъ, 1912 г. Изданіе „Physice". Ц. 2 р.

Методика М. Симона въ оригиналѣ не является новинкой въ нѣмецкой литературѣ; она вышла изъ печати въ первомъ изданіи въ 1895 г., во второмъ — въ 1908 г. Авторъ ея нѣсколько извѣстенъ русской публикѣ, какъ противникъ реформистскихъ плановъ и идей Ф. Клейна; однако, въ настоящей „Методикѣ" выясняется, что М. Симонъ возражаетъ главнымъ образомъ противъ систематическаго изученія высшаго анализа и его техники, но отнюдь не отрицаетъ важности ознакомленія учащихся съ основными идеями дифференціальнаго и интегральнаго исчисленія. „Безконечно большое и безконечно малое", говоритъ онъ, „дифференціальное измѣненіе, производная и т. д., необходимы и въ гимназіи" (стр. 113). Съ другой стороны онъ настойчиво ратуетъ за включеніе въ программу средней школы теоріи вѣроятностей (стр. 112), и считаетъ цѣлесообразнымъ знакомить учащихся старшихъ классовъ съ вопросами обоснованія геометріи, напримѣръ, съ теоріей параллельныхъ линій Лобачевскаго (стр. 229). Такимъ образомъ видно, что авторъ имѣетъ въ виду весьма серьезную постановку математическаго образованія въ средней школѣ, хотя и представляетъ себѣ учебный планъ въ нѣсколько иномъ видѣ, чѣмъ сторонники меранской программы; кромѣ того онъ неоднократно подчеркиваетъ необходимость въ старшихъ классахъ сообщать учащимся соотвѣтственныя свѣдѣнія изъ исторіи и философіи математики.

Въ этомъ отношеніи тенденціи автора заслуживаютъ безусловной симпатіи и съ этой стороны книга несомнѣнно интересна. Но собственно методическая часть его книги можетъ дать русскому учителю весьма мало. Роль математики въ дѣлѣ умственнаго развитія учащихся изложена общими фразами (стр. 40 — 42) и, въ сущности, совершенно не выяснена, а вопросъ о психологическомъ обоснованіи метода преподаванія математики на разныхъ ступеняхъ обученія почти вовсе не затрагивается въ этой книгѣ; при такихъ условіяхъ неудивительно, что методическія указанія автора во многихъ случаяхъ носятъ характеръ рецептовъ, недостаточно убѣдительныхъ для читателя. Въ частности методика ариѳметики цѣлыхъ чиселъ (стр. 84 — 96) состоитъ изъ общихъ отвлеченныхъ положеній, которыя опытному учителю извѣстны, а начинающему ничего не говорятъ. Нѣсколько рельефнѣе изложены свѣдѣнія о курсѣ дробей (стр. 97 — 100), но основные вопросы здѣсь только намѣчены, а не выяснены (объ умноженіи и дѣленіи на дробь сказано ровно три строки на стр. 100) Между прочимъ авторъ является противникомъ изученія десятичныхъ дробей до простыхъ, но въ его аргументаціи вѣскіе доводы чередуются съ малоубѣдительными, и вопросъ остается неисчерпаннымъ до конца. Весьма отвлеченно и туманно излагается вопросъ объ отрицательныхъ числахъ (стр. 90 — 93); нѣтъ никакихъ указаній на способы конкретизаціи этого отдѣла при его изученіи въ школѣ, хотя въ общемъ авторъ вполнѣ сознаетъ важную роль наглядности въ обученіи и неоднократно ее подчеркиваетъ. Въ ученіи о несоизмѣримыхъ числахъ (стр. 122 — 129) авторъ придерживается взглядовъ Кантора; но тотъ путь, которымъ онъ предлагаетъ идти при изложеніи этого вопроса учащимся, въ педагогическомъ отношеніи, пожалуй, самый неудобный изъ всѣхъ существующихъ. Наконецъ, простое и ясное понятіе о предѣлѣ авторъ превращаетъ въ такую неясную и туманную абстракцію (стр. 138 — 141), которая будетъ вовсе непостижима для учащихся и можетъ внушить имъ мысль, что понятіе о предѣлѣ включаетъ въ себѣ нѣчто мистическое, недоступное для уразумѣнія. Сравнительно лучше изложенъ отдѣлъ методики геометріи и тригонометріи; но и здѣсь можно спорить по поводу отдѣльныхъ мнѣній и указаній автора.

Цѣнной въ педагогическомъ отношенiи является послѣдняя глава книги, такъ и озаглавленная: „Педагогическiя замѣтки". Дѣльныя мысли высказываетъ здѣсь авторъ по поводу письменныхъ работъ учащихся и экзаменовъ. „Достоинство работы" (на письменномъ выпускномъ экзаменѣ), читаемъ мы на стр. 235, „состоитъ въ ея изложенiи. Работа должна обнаружить полное математическое образованiе ученика, а для этого легкiя задачи столь же пригодны, какъ и трудныя, и даже нерѣшенныя въ такой же мѣрѣ, какъ и рѣшенныя"... „На устныхъ экзаменахъ слѣдуетъ спрашивать только то, что ученики непремѣнно должны знать; правильнѣе: учитель обязанъ отдавать себѣ отчетъ, что именно его ученики знаютъ вполнѣ твердо; чтобы успокоить экзаменующагося, надо начинать съ вопросовъ, на которые легко отвѣтить. По моему мнѣнiю устные экзамены, которымъ, впрочемъ, въ Пруссiи подвергаются теперь только мало успѣвающiе ученики, вообще непозволительнымъ образомъ разстраиваютъ нервную систему учащихся" (стр. 236). Но сколь ни справедливы эти соображенiя, все же въ основѣ своей они извѣстны и у насъ всякому вдумчивому преподавателю; и приходится признать, что книга М. Симона, несмотря на отдѣльныя разсыпанныя въ ней цѣнныя мысли, въ общемъ мало можетъ помочь русскому педагогу-математику, который сталъ бы искать въ ней разрѣшенiя важнѣйшихъ методическихъ вопросовъ.

К. Л.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакцiей приватъ-доцента Е. Л. Буницкаго.

Редакцiя проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшенiй задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ", и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенiя. Въ противномъ случаѣ редакцiя не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенiю нуждъ корреспондентовъ.

Редакцiя проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенiя въ „Вѣстникѣ", либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшенiями, либо снабжать задачи указанiемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшенiе.

ОТДѢЛЪ I.

№ 9 (6 сер.). Доказать тожество

$$\frac{a^2 r_a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2 r_b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2 r_c}{(c-a)(c-b)} = \frac{p^2}{r},$$

гдѣ $a, b, c, p, r_a, r_b, r_c, r$ суть стороны, полупериметръ и радiусы внѣвписанныхъ и вписаннаго круговъ нѣкотораго треугольника.

Л. Богдановичъ (Ярославль).

№ 10 (6 сер.). Рѣшить систему уравненiй

$$x^2 + y^2 = 1, \quad x^3 + y^3 = 1.$$

Г. Деркентинъ (Петербургъ).

№ 11 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$az^6 + z^3(z - a) = (a - z)^6.$$

С. Адамовичъ (Варшава).

№ 12 (6 сер.). Доказать, что значенія выраженія

$$1 + 2^x + 4^x$$

кратно 7, если x есть положительное цѣлое число вида $3n \pm 1$.

С. Слугиновъ (Казань).

ОТДѢЛЪ II.

Задачи на изслѣдованіе хода и свойствъ функцій.

№ 5) Изучить измѣненія отношенія суммы трехъ послѣдовательныхъ членовъ геометрической прогрессіи къ суммѣ двухъ крайнихъ изъ этихъ трехъ членовъ при измѣненіи знаменателя x прогрессіи отъ $-\infty$ до $+\infty$.

При какихъ значеніяхъ x это отношеніе достигаетъ maximum'a или minimum'a? Вычислить этотъ maximum или minimum.

Р. Витвинскій (Одесса).

№ 6) Даны прямая AB и точка O, отстоящая отъ прямой на разстояніи $OD = h$. Вокругъ точки O вращается, оставаясь въ плоскости OAB, уголъ постоянной величины α (меньшій π). Изучить измѣненіе длины отрѣзка xy, отсѣкаемаго на прямой AB сторонами этого постояннаго угла, при измѣненіи угла t, образуемаго одной изъ его сторонъ съ перпендикуляромъ OD отъ 0 до $\pi/2$. При какомъ значеніи t этотъ отрѣзокъ достигаетъ maximum'a или minimum'a?

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 416 (5 сер.). *Доказать что при* $b = \sqrt{ac}$, *гдѣ* a *и* c *положительныя числа (при чемъ, по условію, каждое изъ чиселъ* a, c *и* ac *отлично отъ единицы), имѣемъ для всякаго положительнаго* N

$$\frac{\lg_a N}{\lg_c N} = \frac{\lg_a N - \lg_b N}{\lg_b N - \lg_c N}.$$

Если $N = 1$, то предложенное для доказательства равенство теряетъ смыслъ, такъ какъ обѣ его части обращаются въ $\frac{0}{0}$; но за то въ этомъ случаѣ остается вѣрнымъ равенство, получаемое изъ даннаго послѣ освобожденія отъ знаменателя. Точно также при $a=c$ имѣемъ: $b=|\sqrt{ac}|=a=c$, $\lg_a N=\lg_c N=\lg_b N$, и предложенное для доказательства равенство теряетъ смыслъ, но опять остается вѣрнымъ равенство, получаемое послѣ освобожденія отъ знаменателя. Полагая теперь $N \neq 1$ и $a \neq c$, введемъ обозначенія:

$$\lg_a N = x,\quad \lg_c N = y,\quad \lg_b N = z.$$

Тогда $N=a^x$, $N=c^y$, откуда, такъ какъ $N \neq 1$ и потому $x \neq 0$ и $y \neq 0$, имѣемъ:

$$N^{\frac{1}{x}} = a,\quad N^{\frac{1}{y}} = c,\quad N^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = ac,$$

$$N^{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)} = (ac)^{\frac{1}{2}} = b. \tag{1}$$

Такъ какъ по условію $b \neq 1$, то $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} \neq 0$ т. е. $x+y \neq 0$, а потому [см. (1)]

$$N = b^{1:\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)} = b^{\frac{2xy}{x+y}},$$

откуда

$$\lg_b N = \frac{2xy}{x+y}. \tag{2}$$

Слѣдовательно, [см. (2)]:

$$\frac{\lg_a N - \lg_b N}{\lg_b N - \lg_c N} = \frac{x - \frac{2xy}{x+y}}{\frac{2xy}{x+y} - y} = \frac{x(x-y)}{y(x-y)},$$

откуда, такъ какъ $a \neq c$, $N \neq 1$ и, слѣдовательно, $\lg_a N = x \neq y = \lg_c N$,

$$\frac{\lg_a N - \lg_b N}{\lg_b N - \lg_c N} = \frac{x}{y} = \frac{\lg_a N}{\lg_c N}.$$

А. Фрумкинъ (Одесса); *М. Пистракъ* (Варшава); *Г. Варкентинъ* (Петербургъ)

№ 427 (5 сер.). *Доказать, неравенство*

$$\sin^4 x + \cos^4 x - \operatorname{tg}^4 x - \operatorname{ctg}^4 x + 2\sec^4 x + 2\operatorname{cosec}^4 x \geqq 14\tfrac{1}{2}.$$

Преобразуемъ лѣвую часть слѣдующимъ образомъ:

$$\sin^4 x + \cos^4 x - \operatorname{tg}^4 x - \operatorname{ctg}^4 x + 2(1+\operatorname{tg}^2 x)^2 + 2(1+\operatorname{ctg}^2 x)^2 =$$

$$= \sin^4 x + \cos^4 x + \operatorname{tg}^4 x + \operatorname{ctg}^4 x + 4(\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x) + 4 =$$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x\cos^2 x + \left(\operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}\right)^2 + 2 +$$

$$+4\left[\left(\operatorname{tg}x-\frac{1}{\operatorname{tg}x}\right)^2+2\right]+4=1-2\left[\frac{1}{2}+\left(\sin^2 x-\frac{1}{2}\right)\right]\left[\frac{1}{2}-\left(\sin^2 x-\frac{1}{2}\right)\right]+$$

$$+14\left(\operatorname{tg}^2 x-\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}\right)^2+\left(\operatorname{tg}x-\frac{1}{\operatorname{tg}x}\right)^2=1-2\cdot\frac{1}{4}+\left(\sin^2 x-\frac{1}{2}\right)^2+14+$$

$$+\left(\operatorname{tg}^2 x-\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}\right)^2+\left(\operatorname{tg}x-\frac{1}{\operatorname{tg}x}\right)^2=14\tfrac{1}{2}+\left(\sin^2 x-\frac{1}{2}\right)^2+$$

$$+\left(\operatorname{tg}^2 x-\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}\right)^2+\left(\operatorname{tg}x-\frac{1}{\operatorname{tg}x}\right)^2.$$

Такъ какъ каждое изъ выраженій $\left(\sin^2 x-\frac{1}{2}\right)^2$, $\left(\operatorname{tg}^2 x-\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}\right)^2$, $\left(\operatorname{tg}x-\frac{1}{\operatorname{tg}x}\right)^2$ неотрицательно, то лѣвая часть предложеннаго для доказательства неравенства не менѣе $14\frac{1}{2}$. Любопытно, что выраженіе

$$\sin^4 x+\cos^4 x-\operatorname{tg}^4 x-\operatorname{ctg}^4 x+2\sec^4 x+2\operatorname{cosec}^4 x$$

навѣрно достигаетъ значенія $14\frac{1}{2}$, такъ какъ всѣ три выраженія $\left(\operatorname{tg}x-\frac{1}{\operatorname{tg}x}\right)^2$, $\left(\operatorname{tg}^2 x-\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}\right)^2$ и $\left(\sin^2 x-\frac{1}{2}\right)^2$ обращаются въ нуль, если $\operatorname{tg}^2 x=1$. Итакъ, $14\frac{1}{2}$ есть minimum лѣвой части предложеннаго неравенства, достигаемый при $\operatorname{tg}x=\pm 1$, т. е. при $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi$ (k — произвольное цѣлое число).

И. Лурье (Смоленскъ).

№ 429 (5 сер.). *Доказать слѣдующее предложеніе: если въ треугольникѣ*

$$r_a-r=2R,$$

гдѣ r_a, r, R *суть радіусы круговъ внѣвписаннаго, вписаннаго и описаннаго, то этотъ треугольникъ прямоугольный.*

Обозначая черезъ a, b, c, p, s стороны, полупериметръ и площадь треугольника, находимъ:

$$r_a-r=\frac{s}{p-a}-\frac{s}{p}=\frac{2abc}{4s},$$

откуда

$$\frac{as}{p(p-a)}=\frac{abc}{2s},\quad \frac{2s^2}{p(p-a)}=bc,$$

$$\frac{2p(p-a)(p-b)(p-c)}{p(p-a)}=bc,\quad 2(p-b)(p-c)=bc,$$

$$2(p-b)\,.\,2(p-c)=2bc,\quad (a+c-b)(a+b-c)=2bc,$$

$$[a+(c-b)][a-(c-b)]=2bc,\quad a^2-b^2-c^2+2bc=2bc,$$

т. е. $a^2=b^2+c^2$. Итакъ, разсматриваемый треугольникъ прямоугольный.

В. К. (Зарайскъ); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *И. Лурье* (Смоленскъ): *В. Моргулевъ* (Одесса); *С. Слугиновъ* (Казань).

№ 430 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$x^6 - 6x^4 + 8x^2 + 3 = 0.$$

Представивъ уравненіе послѣдовательно въ видѣ:

$$x^6 - 6x^4 + 9x^2 - x^2 + 3 = x^2(x^4 - 6x^2 + 9) - (x^2 - 3) =$$

$$= x^2(x^2 - 3)^2 - (x^2 - 3) = (x^2 - 3)(x^4 - 3x^2 - 1) = 0,$$

мы видимъ, что оно распадается на два уравненія:

$$x^2 - 3 = 0, \quad x^4 - 3x^2 - 1 = 0,$$

откуда

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{3}, \quad x_{3,4,5,6} = \pm\sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}}.$$

В. К. (Зарайскъ); *Д. Хандріевъ* (Тифлисъ); *Л. Маргулисъ* (Петербургъ); *М. Рыбкинъ* (Одесса); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *И. Лурье* (Смоленскъ); *Р. Слуцкеръ* (Новоградволынскъ); *В. Моргулевъ* (Одесса); *М. Черняевъ* (Москва); *Г. Варкентинъ* (Петербургъ); *Н. Уварова* (Верхотурскъ); *Е. Доманицкій* (Каменецъ-Подольскъ).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника", подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

А. А. Адамовъ, А. П. Вилижанинъ, Н. М. Гюнтеръ, А. Н. Захаровъ, В. М. Меліоранскій, В. Ф. Точискій и Я. В. Успенскій, преподаватели Института Путей Сообщенія *Сборникъ задачъ по высшей математики.* Изданіе Института Инженеровъ Путей Сообщенія Императора Александра I. СПБ, 1912. Стр. XII + 250.

В. Варгинъ, губернскій астрономъ Пермскаго земства. *Основныя свѣдѣнія по химіи.* Лекціи, читанныя на краткосрочныхъ курсахъ для крестьянъ-хозяевъ. Съ 29 рисунками въ текстѣ. Издаіе А. Ф. Девріена. СПБ., 1912. Стр. 56. Ц. 30 коп.

А. Бачинскій, прив.-доц. Императорскаго Московскаго Университета. *Старое и новое въ физикѣ.* Рѣчь, читанная въ годичномъ засѣданіи Общества Испытателей Природы 3 октября 1910 года. (Оттискъ изъ журнала „Русская Мысль"). Москва, 1911. Стр. 16. Ц. 25 к.

Его же. *Дѣятельность М. В. Ломоносова и значеніе его трудовъ.* Съ портретомъ М. В. Ломоносова, изображеніемъ его надгробнаго памятника и 9 чертежами. Москва, 1912. Стр. 37. Ц. 40 к.

К. Н. Рашевскій, преподаватель Московскаго реальнаго училища Воскресенскаго *Элементарная алгебра.* Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Изданіе книгоиздательства „Заря". Москва, 1911. Стр. 304. Ц. 1 р. 25 к.

А. Киселевъ. *Элементарная геометрія для среднихъ учебныхъ заведеній.* Съ приложеніемъ большого количества упражненій и статьи: „Главнѣйшіе методы рѣшенія геометрическихъ задачъ на построеніе". Изданіе 21-ое (переработанное) книжн. магазина В. В. Думнаго. Москва, 1912. Стр. XV + 389. Ц. 1 руб. 30 к.

И. Гольденблатъ-Даинъ. *Сборникъ ариѳметическихъ задачъ* для учениковъ среднихъ и старшихъ классовъ гимназій, реальныхъ и коммерческихъ училищъ, учительскихъ институтовъ, а также для лицъ, готовящихся на учительское званіе. Изданіе книжнаго магазина „Образованіе". Одесса, 1911. Стр. 62. Ц. 50 к.

Е. Жижневскій. *Сборникъ стереометрическихъ задачъ, рѣшаемыхъ съ помощью тригонометріи.* Составленъ примѣнительно къ курсу восьмого класса мужскихъ гимназій. Воронежъ, 1912. Стр. 114. Ц. 60 к.

К. Тороповъ. *Магическій рядъ и примѣненіе его къ рѣшенію задачъ.* Изданіе 2-ое, исправленное и дополненное. Оренбургъ, 1911. Стр. 50. Ц. 35 к.

Записки Математическаго Кружка при Оренбургскомъ Реальномъ училищѣ. № 6. Первая половина 1911 — 1912 учебнаго года. Оренбургъ 1911. Стр. 40.

Шарль Лезанъ. *Введеніе въ математику.* Трудъ внѣ всякой оффиціальной программы, посвященный друзьямъ дѣтей. Переводъ съ послѣдняго французскаго изданія подъ редакціей В. Р. Мрочека. Со 103 рисунками. Изданіе „Всеобщей библіотеки". СПБ., 1912. Стр. 180. Ц. 40 к.

Л. Буссе. *Міровоззрѣніе великихъ философовъ новаго времени.* Переводъ съ 3-го нѣмецкаго изданія Н. М. Губскаго. Изданіе „Всеобщей библіотеки". СПБ., 1912. Стр. 214. Ц. 30 к.

Г. Сенъ-Симонъ. *Собраніе сочиненій.* Подъ редакціей и съ предисловіемъ проф. В. В. Святловскаго. Томъ I-ый. Изданіе „Всеобщей библіотеки". СПБ., 1912. Стр. 136. Ц. 20 к.

Октавіанъ Вржсневскій. *Доказательство аксіомы параллельныхъ прямыхъ.* (5-ый постулатъ Эвклида). Изданіе женской гимназіи М. И. Житцъ. Москва, 1912. Стр. 22. Ц. 20 к.

ПОПРАВКА:

Въ № 551 – 552 въ изложеніи доклада Е. С. Томашевича „Первые шаги на пути къ прохожденію курса дифференціальнаго исчисленія въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ", къ сожалѣнію, вкралась типографская оплошность: 3-ій и 4-ый абзацы должны быть въ самомъ концѣ.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
ищется

Обложка
ищется