Обложка
ищется

Обложка
пщется

XLVII Сем. № 2.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 554.

Математическое и философское преподаваніе въ средней школѣ.

Проф. А. В. Васильева.

Сложность, трудность и жгучесть всѣхъ вопросовъ, связанныхъ со школою, имѣетъ свои и соціологическія и психологическія основанія. Психологическое основаніе въ томъ, что средняя школа имѣетъ дѣло съ наиболѣе важнымъ и критическимъ періодомъ въ жизни человѣка,—въ томъ, что она беретъ изъ семьи ребенка и выпускаетъ въ общество юношу. Соціологическое основаніе трудности и жгучести вопросовъ, касающихся средней школы, въ томъ, что судьба и направленіе средней школы тѣсно связаны съ жизнью страны и съ борющимися въ ней стремленіями. Когда Петръ I, говоря словами поэта, поднялъ Россію на дыбы, онъ не могъ ограничиться одною существующею церковною школою; онъ создалъ цифирную школу съ преобладаніемъ математики, какъ учебнаго предмета. Великому перевороту, происходящему на нашихъ дняхъ на Востокѣ Азіи, предшествовало полное крушеніе устарѣлой системы образованія по книгамъ, написаннымъ тысячелѣтія тому назадъ, и введеніе „новаго“ европейскаго образованія.

Эта двойная трудность вопроса о средней школѣ и является причиною постоянныхъ измѣненій во взглядахъ на цѣль и объемъ преподаванія различныхъ предметовъ.

Позвольте привести вамъ одинъ примѣръ, имѣющій интересъ новизны. Только въ 1905 г. вошли въ жизнь реформы средняго образованія во Франціи, введшія такъ называемое enseignement moderne и ослабившія значеніе тѣхъ филологическихъ и литературныхъ предметовъ, которые во Франціи обозначаются однимъ словомъ „humanités". Не прошло и шести лѣтъ, какъ группа выдающихся французскихъ мыслителей—и въ числѣ ихъ геніальный математикъ Пуанкаре и талантливый романистъ Анатоль Франсъ—сочла нужнымъ обратить вниманіе на пониженіе умственнаго образованія французскаго юношества и высказалась за возвращеніе „humanités" ихъ стараго значенія.

Но тѣмъ не менѣе, при всѣхъ смѣнахъ взглядовъ и направленій въ исторіи средней школы въ разныхъ странахъ, значеніе математическаго образованія давно не подвергается уже сомнѣнію и роль этого образованія все болѣе и болѣе увеличивается. По мѣрѣ этого ростетъ и отвѣтственность преподавателей математики передъ своею страною и поэтому естественно стремленіе ихъ къ серьезному совмѣстному обсужденію вопросовъ математическаго преподаванія. Съѣздъ нашъ является однимъ изъ проявленій этого стремленія и интересъ, проявленный къ нему, о которомъ свидѣтельствуетъ и многочисленная аудиторія и количество докладовъ, служитъ ручательствомъ, что онъ принесетъ большую пользу дѣлу математическаго образованія въ Россіи. Этимъ будетъ оказана громадная услуга дѣлу образованія вообще, потому что роль математическаго преподаванія въ общей системѣ образованія неоспорима. Исключительными являются тѣ нападки на математическое образованіе, которымъ въ 1841 г. посвятилъ свою актовую рѣчь въ Московскомъ университетѣ подъ заглавіемъ „О вліяніи математическихъ наукъ на развитіе умственныхъ способностей" проф. Брашманъ, учитель Чебышева, который до конца берегъ, какъ святыню, портретъ своего учителя. Нападки шли отъ англійскаго философа Гамильтона (Hamilton), который доказывалъ (De l'études de mathématiques), что въ занятіяхъ математическими науками умъ нашъ не дѣйствователь, а зритель, что математика не только не возбуждаетъ и не увеличиваетъ способности къ мышленію, но даже ослабляетъ ее и дѣлаетъ неспособною къ постоянному напряженію, какого требуетъ философія, другія науки и вопросы житейскіе, что, наконецъ, математики ничего не знаютъ о причинахъ явленій; лишь философы раскрываютъ причины. Лишь истины послѣднихъ суть согласіе мысли съ существующимъ.

За исключеніемъ этого послѣдняго обвиненія, которое можетъ быть признано математикою и обращено ею въ достоинство, всѣ остальныя обвиненія едва ли кѣмъ нибудь поддерживаются; не только здѣсь, въ кругу преподавателей математики, но и внѣ его уже не представляется необходимымъ, подобно профессорамъ Брашману и Бугаеву, доказывать, что математика есть могучее педагогическое орудіе. Еще менѣе можетъ подлежать сомнѣнію необходимость введенія въ преподаваніе математики, какъ могучаго орудія для рѣшенія вопросовъ науки теоретической и прикладной. Можетъ ли подлежать сомнѣнію необходимость включить въ систему общаго образованія хотя бы первоначальное знакомство съ наукою о пространственныхъ формахъ, съ тѣмъ методомъ, который, съ одной стороны, приводитъ къ возможности рѣшать вопросы объ устойчивости солнечной системы въ цѣломъ, о структурѣ и устойчивости колецъ Сатурна (излѣдованія С. В. Ковалевской), а съ другой — приводитъ Джорджа Томсона (J. Tomson) къ объясненію періодической системы Д. И. Менделѣева (этой крупной заслуги русскаго генія передъ современной наукой) строеніемъ атома изъ корпускулъ или электроновъ. И тотъ же самый методъ привелъ къ установленію законовъ, проявляющихся въ массовыхъ явленіяхъ и примѣнилъ основанный на нихъ статистическій методъ, съ одной стороны, къ теоріи газовъ и структуры млечнаго пути, съ другой, — къ точному обоснованію мѣръ страхованія, этого важнаго орудія современной соціальной политики.

И педагогическое и научное значеніе математики вполнѣ оправдываютъ ея все болѣе и болѣе возростающее значеніе въ системѣ средняго преподаванія. Но у математики, кромѣ ея логической строгости и сравнительной простоты, дѣлающей ее незамѣнимымъ педагогическимъ орудіемъ, кромѣ ея значенія для познанія явленій окружающаго насъ міра и для обладанія имъ, есть еще третья сторона: ея близкое соприкосновеніе, скажу, проникновеніе въ область наиболѣе общихъ вопросовъ человѣческой мысли.

Это философское значеніе математики цѣнится и признается съ глубокой древности „Математика есть рукоятка философіи", говорилъ Ксенократъ; Платонъ отказывалъ въ человѣческомъ достоинствѣ людямъ, не знакомымъ съ геометріей, а проникновеніе въ ея истины считалъ знаніемъ, наиболѣе необходимымъ для вождей народа. Въ эпоху возрожденія Галилей говорилъ въ своемъ Saggiatore: „языкъ природы есть языкъ математики, а буквы этого языка — круги, треугольники и другія математическія фигуры".

Не разъ успѣхи математики оказывали чарующее, почти гипнотизирующее вліяніе на мысль человѣчества. При самомъ возникновеніи научной математики открытыя пиѳагорейскою школою первыя законности въ ученіи о цѣлыхъ числахъ, открытіе чиселъ совершенныхъ и дружественныхъ, открытіе ирраціональностей оказали столь сильное вліяніе на метафизику Платона, что вся его теорія идей есть лишь развитіе пиѳагоровскаго положенія, согласно которому вещи всегда суть копіи чиселъ; и многія мѣста его діалоговъ и книги о Государствѣ полны отступленіями въ область свойствъ цѣлыхъ чиселъ и ирраціональныхъ отрѣзковъ. Мы присутствуемъ въ настоящее время при проявленіи подобнаго же чарующаго вліянія математическаго открытія на общіе вопросы міропониманія. Самыя смѣлыя метафизическія теоріи о тожествѣ пространства и времени являются слѣдствіемъ замѣчательнаго математическаго факта, открытаго Лоренцомъ (Lorentz), Эйнштейномъ (Einstein) и Минковскимъ (Minkowsky) и заключающагося въ томъ, что система Максвеллевскихъ уравненій электродинамики не мѣняется отъ преобразованія, связывающаго пространственныя координаты со временемъ, и что эти уравненія принимаютъ вполнѣ симметричную форму относительно четырехъ независимыхъ перемѣнныхъ, если эти перемѣнныя суть три пространственныя координаты, съ одной стороны, — время, умноженное на $\sqrt{-1}$ (мнимую единицу) съ другой.

Математика соприкасается съ философіею и съ ея частными доктринами: логикою, психологіею, гносеологіею и въ своихъ основаніяхъ, и въ своей конечной цѣли, и своимъ методомъ.

Она соприкасается съ гносеологіею и психологіею въ основаніяхъ. „Понятія о числѣ, пространствѣ, времени, говоритъ Кронекеръ, прежде чѣмъ сдѣлаться предметомъ чистой математики, должны быть развиваемы въ чистомъ полѣ философской“ и, прибавлю я отъ себя, психофизіологической работы.

По отношенію къ нашимъ пространственнымъ ощущеніямъ психофизіологическій анализъ возникновенія далеко еще не законченъ; но онъ далъ уже многое, подтверждающее геніальную мысль, брошенную Лобачевскимъ: „Въ природѣ мы познаемъ, собственно, только движеніе, безъ котораго чувственныя впечатлѣнія невозможны. Всѣ прочія понятія, напримѣръ, геометрическія, произведены нашимъ умомъ искусственно, будучи взяты въ свойствахъ движенія; а потому пространство само собой отдѣльно для насъ не существуетъ“.

Не болѣе разработаны вопросы о времени и о генезисѣ понятія о цѣломъ числѣ (напримѣръ, вопросъ о взаимоотношеніи чиселъ порядковыхъ и количественныхъ). Математика соприкасается съ философіею природы по своей конечной цѣли. Гамильтонъ былъ правъ, указывая на то, что математики ничего не знаютъ о причинахъ явленій; философы же раскрываютъ причины. Математикъ, дѣйствительно, не задается цѣлью искать причины, а ограничивается тѣмъ, что ищетъ точныя функціональныя зависимости между измѣняющимися величинами. Но на той же точкѣ зрѣнія стоитъ и современная философская мысль. Она опредѣляетъ задачу философіи, говоря, что философія есть система научно-разработаннаго міровоззрѣнія, и относитъ къ области метафизики или морально обоснованной вѣры разысканіе причинъ явленій. (А. И. Введенскій. „Логика“).

Чистая математика пользуется дедуктивнымъ и символическимъ методами для изученія величинъ и чиселъ. Но этотъ дедуктивный методъ и употребленіе символовъ, какъ предчувствовалъ еще Лейбницъ (Leibnitz), не составляетъ принадлежности только ученія о величинахъ и числахъ. Въ 1854 г. Буль (Booll) издалъ свое сочиненіе „An investigation on the laws of thought“, гдѣ тотъ же методъ былъ примѣненъ не къ величинамъ, а къ понятіямъ. И это расширеніе области математическаго метода даетъ поводъ Пирсу (Peirce), Рёсселю (Russell) и другимъ подводить подъ понятіе о чистой математикѣ всѣ дедуктивныя разсужденія, пользующіяся употребленіемъ символовъ, считать датою рожденія чистой математики не времена Θалеса и Пиθагора, а 1854 г., и давать математикѣ опредѣленіе науки, выводящей логическія слѣдствія изъ логическихъ посылокъ, а подчасъ и другое — чистая математика есть наука, которая не знаетъ того, о чемъ она говоритъ, и не знаетъ, вѣрно ли то, что она говоритъ. Грань, отдѣляющая математику отъ формальной логики, такимъ образомъ, почти исчезаетъ. Таковы связи между математикою и философіей. Насколько въ преподаваніи математики въ средней школѣ могутъ отразиться эти связи математики и философіи, — вотъ тотъ вопросъ, докладъ по которому Организаціонному Комитету благоугодно было поручить мнѣ. Я прошу извиненія за несовершенства моего доклада, такъ какъ вопросъ совсѣмъ не разработанъ въ дидактической литературѣ. Такъ, напримѣръ, его совсѣмъ почти не касается появившаяся въ прошломъ году дидактика Гофлера (A. Höfler) или касается съ точки зрѣнія такъ называемой „Gegenstandstheorie". Пользуюсь случаемъ, чтобы выразить благодарность профессору Вернике (Брауншвейгъ), доставившему мнѣ возможность познакомиться съ тезисами книги, касающейся вопроса объ отношеніи между математическимъ и философскимъ преподаваніемъ, которую онъ предполагаетъ выпустить въ 1912 году.

Вопросъ о философскихъ элементахъ въ преподаваніи математики находится, конечно, въ тѣснѣйшей связи съ вопросомъ болѣе общимъ, съ вопросомъ о философскомъ элементѣ въ преподаваніи средней школы, съ вопросомъ о философскомъ преподаваніи вообще.

Какъ относятся къ нему въ разныхъ странахъ? Классическая гуманитарная (не классическая филологическая) школа ставила себѣ заслугой именно ознакомленіе съ философіей древнихъ мыслителей. Чтеніе діалоговъ Платона и рѣчей Цицерона знакомило съ основными вопросами философской мысли и съ ихъ рѣшеніемъ въ идеалистическомъ смыслѣ. До сихъ поръ въ англійскихъ школахъ философское образованіе идетъ этимъ путемъ, и, напримѣръ, въ извѣстной школѣ Rugby, основанной педагогомъ Арнольдомъ (Arnold) и оказавшей большое вліяніе на постановку средняго образованія, orders или программы сочиненій заключаютъ въ себѣ длинный рядъ философскихъ темъ, относящихся къ спеціальнымъ вопросамъ психологіи и логики. И безъ спеціальнаго преподаванія философіи уваженіе къ философскому мышленію сочетается въ англійской интеллигенціи съ тою способностью къ интенсивной практической дѣятельности, которая составляетъ предметъ зависти для интеллигенціи другихъ странъ. Въ дни моего лѣтняго пребыванія въ Англіи рѣчь въ Оксфордѣ при открытіи курсовъ University extension, посвященная германской философіи, была произнесена выдающимся представителемъ гегеліанской философіи въ Англіи, ея военнымъ министромъ лордомъ Гальденомъ.

Въ другихъ странахъ (во Франціи и въ Австріи съ 1849 г. и у насъ со времени министерства Зенгера) преподаваніе философіи ведется въ видѣ особаго курса — „философская пропедевтика“, заключающаго въ себѣ элементы логики и психологіи, знакомство съ теоріей познанія и съ важнѣйшими философскими системами.

Вопросъ о цѣлесообразности и объемѣ такого преподаванія труднѣйшихъ вопросовъ человѣческой мысли несозрѣвшимъ умамъ, при томъ подавленнымъ изученіемъ другихъ предметовъ, представляется весьма спорнымъ. Такъ напримѣръ, проф. Введенскій, съ большою убѣдительностью защищая въ своей „Логикѣ“ преподаваніе логики, какъ руководства къ критикѣ мышленія „всѣмъ кто хочетъ получить высшее образованіе, т. е. либо на всѣхъ факультетахъ, либо въ старшихъ классахъ гимназіи“, высказывается противъ преподаванія психологіи, такъ какъ ея содержаніе еще не установилось и пока оно сводится къ безконечнымъ спорамъ по поводу почти каждаго ея положенія. „Преподаваніе психологіи въ гимназіяхъ въ видѣ особаго учебнаго предмета скорѣе приноситъ вредъ, чѣмъ пользу. Поэтому въ интересахъ общаго образованія гораздо полезнѣе упразднить въ гимназіяхъ психологію, какъ особый учебный предметъ и, прибавивъ одинъ урокъ къ двумъ существующимъ урокамъ логики, поручить ея преподавателю ознакомить учениковъ съ отличіемъ психологической точки зрѣнія отъ логической, съ разнообразіемъ міра душевныхъ явленій, съ пріемами ихъ изученія“.

Нѣсколько лѣтъ тому назадъ (въ 1894 г.) вопросъ о пользѣ философскаго преподаванія въ лицеяхъ и колледжахъ Франціи подвергся всестороннему обсужденію на страницахъ извѣстнаго французской школѣ „Revue bleue“. Рѣзкое осужденіе преподаванія, которое пріучаетъ учениковъ къ „попугайному пустомельству“, встрѣтило отпоръ со стороны видныхъ представителей философской мысли Франціи: Бутру (Boutroux) и Фулье (Foulliée).

Въ критическомъ возрастѣ, когда юноша въ первый разъ сталкивается съ запросами философской мысли, школа, если она хочетъ быть другомъ юноши, не можетъ не помочь ему посильно. Но и тѣхъ, для кого такіе вопросы не существуютъ, школа не можетъ оставить безъ ознакомленія съ высшими потребностями человѣческаго духа, толкнуть ихъ къ философіи. Только въ этомъ и видитъ Бутру цѣль философскаго преподаванія. „Обученіе философіи въ лицеяхъ есть посвященіе въ философское мышленіе. Законченнаго здѣсь не можетъ быть дано ничего; но законченное образованіе есть систематизація ограниченности“.

И для тѣхъ, кто, несмотря на неудачи и недостатки практическаго выполненія идеально правильной мысли о необходимости философскаго преподаванія въ средней школѣ, будетъ считать его выполнимымъ, будетъ ясно, что вслѣдствіе громадной важности этой цѣли и другіе предметы должны быть въ той или въ другой стадіи, а особенно въ заключительной стадіи, поставлены въ тѣсную связь съ философскимъ преподаваніемъ и должны служить ему подспорьемъ. И преподаваніе исторіи должно освѣтить роль исторіи мысли вообще и философіи въ частности, не избѣгая столь важнаго вопроса о соотношеніи мысли и исторіи производственныхъ отношеній; и науки біологическія должны остановиться на вопросѣ о витализмѣ и аргументахъ pro и contra; и въ особенности изученіе литературы должно преслѣдовать тѣ этическія цѣли, которымъ она служила въ лицѣ своихъ лучшихъ представителей. Русская литература для многихъ поколѣній русскаго общества являлась единственной учительницей философской мысли.

Сказанное выше о тѣсной связи математики съ философіей не оставляетъ сомнѣнія въ томъ, что и преподаваніе математики должно послужить той же высокой цѣли пробужденія интереса къ философскому мышленію.

Но за то большія трудности представляетъ рѣшеніе вопроса, на какихъ стадіяхъ и въ какой формѣ это должно осуществиться. Конечно, на всѣхъ ступеняхъ математическое преподаваніе должно служить цѣли развитія логическаго мышленія; но можетъ быть лучше всего, если оно будетъ достигать этого такъ, что ученикъ будетъ въ положеніи Мольеровскаго M-r Jourdain, который искренне удивился, когда ему сказали, что онъ говоритъ прозою. Сверхъ того у математическаго преподавателя есть свои другія задачи, важность которыхъ никто не можетъ отрицать: развитіе способности геометрическаго представленія, развитіе техники ариѳметическаго счета и алгебраическихъ вычисленій и т. п. При этихъ условіяхъ я колебался бы высказаться за то, чтобы философскій элементъ примѣшивался къ математическому преподаванію даже въ предпослѣднемъ классѣ. Пословица о погонѣ за двумя зайцами есть одна изъ наиболѣе поучительныхъ для педагога. Поэтому, если мы желаемъ и считаемъ возможнымъ ввести въ кругъ преподаванія средней школы ознакомленіе съ тѣми вопросами, которые можно назвать пограничными между математикою и философіею, то лучшее время для такого ознакомленія (не смотря на всѣ неудобства, связанныя съ годомъ, подготовляющимъ къ аттестату зрѣлости) — есть послѣдній годъ средней школы. Введеніе въ преподаваніе этого послѣдняго года вопросовъ, интересующихъ одинаково и математику и философію, соотвѣтствуетъ вполнѣ тому общему характеру, который должно имѣть преподаваніе математики въ этотъ послѣдній годъ.

Вопросъ о преподаваніи въ послѣднемъ учебномъ году представляется весьма важнымъ. Отъ постановки математическаго преподаванія въ этомъ послѣднемъ году зависитъ, если позволено такъ выразиться, общее математическое образованіе страны, т. е. уровень математическихъ знаній и пониманія значенія математики у интеллигенціи страны; отъ нея же зависитъ уровень преподаванія въ тѣхъ школахъ, въ которыхъ продолжается математическое образованіе, т. е. на математическихъ факультетахъ университетовъ и въ высшихъ техническихъ школахъ. Въ чемъ же должна состоять главная цѣль преподаванія? Практика, конечно, здѣсь рѣзко расходится съ теоріей. Практикъ скажетъ — въ приготовленіи ученика къ рѣшенію тѣхъ задачъ, которыя ему будутъ предложены на экзаменѣ зрѣлости и къ бойкому устному отвѣту. Теоретикъ скажетъ — къ тому, чтобы ученикъ вышелъ изъ средней школы, получивъ въ доступной ему формѣ пониманіе сущности и цѣли математики, и прежде всего математики — какъ ученія о величинахъ и числахъ.

Сущность чистой математики останется скрытою для ученика, если для него останется неясною ея главная цѣль — замѣна прямыхъ и непосредственныхъ измѣреній косвенными и посредственными. Нужно выяснить ему, что къ этому сводится всякое приложеніе математики къ конкретнымъ явленіямъ, начиная съ опредѣленія Ѳалесомъ высоты недоступнаго предмета и кончая опредѣленіемъ отношенія между электрическимъ зарядомъ и массою корпускулъ по отклоненію ея, съ одной стороны, въ электрическомъ, а съ другой стороны, въ магнитномъ полѣ. Сущность математики останется непонятною, если ученику не будетъ выяснено то, что такъ удачно названо Махомъ экономическимъ значеніемъ математики; экономическое значеніе формулъ, съ одной стороны, экономическое значеніе абстрактныхъ функцій, съ другой. Въ теоріи функцій, при невозможности ея достаточно полнаго изложенія въ средней школѣ, все вниманіе должно быть обращено на выясненіе значенія вопроса о ростѣ функцій и въ особенности вопроса о наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ.

Выясненіе значенія чистой математики находится въ тѣсномъ соприкосновеніи съ основнымъ вопросомъ одного изъ отдѣловъ философской пропедевтики, а именно гносеологіи, — съ вопросомъ о томъ, какое значеніе возможно, возможно ли познаніе сущности явленій и ихъ причинъ или наше знаніе всегда будетъ только знаніемъ отношеній между ощущеніями (Махъ).

Но математика важна не только по своимъ приложеніямъ къ конкретнымъ явленіямъ окружающаго насъ міра. Она представляетъ собою идеалъ систематизированнаго знанія, въ которомъ изъ небольшого числа логическихъ посылокъ выводятся путемъ логическаго мышленія всѣ заключающіяся въ нихъ implicite выводы. Такою системою является геометрія Евклида, которая строится на основаніи аксіомъ сочетанія, порядка, конгруэнтности, аксіомы параллельности и аксіомы Архимеда. При изученіи ея по частямъ теряется та логическая связь, которая существуетъ во всемъ ученіи, и лучшимъ повтореніемъ геометріи будетъ выясненіе геометріи, какъ цѣлаго, построеннаго на небольшомъ числѣ аксіомъ. Послѣдующій за мною референтъ С. А. Богомоловъ подробно остановится на этомъ вопросѣ.

Такую же логическую связь необходимо указать и въ ариѳметикѣ и въ алгебрѣ или, объединяя ихъ однимъ терминомъ, въ общей ариѳметикѣ.

На порогѣ человѣческой культуры возникло понятіе объ абстрактномъ цѣломъ числѣ постепенно шагъ за шагомъ оно расширялось. Овидіевское terque quaterque beati, недавно раздававшіеся въ Ургѣ клики въ честь 10 000 лѣтъ живущаго царя Монголіи, свидѣтельствуютъ объ этапахъ, которые мало по малу привели къ понятію о безконечномъ рядѣ цѣлыхъ положительныхъ чиселъ, введенному въ науку въ псаммитѣ Архимеда.

Исходя изъ этого понятія, ариѳметика выводитъ, изучая обратныя операціи, понятія о дробныхъ, отрицательныхъ, несоизмѣримыхъ, комплексныхъ числахъ, подчиняя вновь вводимыя области чиселъ однимъ и тѣмъ же законамъ основныхъ операцій. Всѣ формулы алгебры составляютъ логическій выводъ изъ небольшого числа основныхъ положеній, и это должно быть показано ученику и должно приводить его къ вопросамъ логики, уясняя сущность дедукціи и дедуктивной научной системы. Но отдѣльные вопросы теоретической ариѳметики позволяютъ освѣтить для учениковъ и вопросъ объ индукціи, отличіе индукціи наукъ опытныхъ и наблюдательныхъ отъ индукціи математической (переходъ отъ n къ $n+1$).

Въ какой степени возможно ознакомленіе съ вопросами о происхожденіи геометрическихъ аксіомъ, съ различіемъ взглядовъ на то, слѣдуетъ ли теорію цѣлыхъ чиселъ обосновать на числѣ кардинальномъ и на одно-однозначномъ соотвѣтствіи или на идеѣ порядка и на числѣ порядковомъ — вотъ вопросъ, рѣшеніе котораго не можетъ быть общимъ для средней школы и всецѣло зависитъ отъ индивидуальныхъ свойствъ учителя и подготовки класса. Къ той же категоріи вопросовъ можно отнести вопросъ объ ознакомленіи учениковъ съ мемуарами Дедекинда (R. Dedekind), съ концепціями Кантора (Cantor). Еще менѣе можно расчитывать на дѣятельность учителя математики въ ознакомленіи съ тѣми пограничными вопросами философіи и математики, о которыхъ шла рѣчь выше. Здѣсь возможна только совмѣстная работа учителя философской пропедевтики и учителя математики и одного учителя математики только въ томъ случаѣ, если на него возложено и преподаваніе философской пропедевтики.

Отъ соглашенія учителей математики и философской пропедевтики зависитъ, въ какой мѣрѣ и кѣмъ изъ нихъ будутъ разъяснены вопросъ объ апріорныхъ сужденіяхъ, вопросъ объ аналитическихъ и синтетическихъ сужденіяхъ, ученія о номинализмѣ и реализмѣ, такъ тѣсно связанныя съ двумя выше упомянутыми теоріями цѣлаго положительнаго числа, наконецъ, вопросъ объ абстрактныхъ понятіяхъ и основанія ученія о свойствахъ отношеній.

По моему мнѣнію, вопросъ о введеніи этихъ смежныхъ вопросовъ математики, съ одной стороны, — гносеологіи, психологіи и логики, съ другой стороны, тѣсно связанъ съ болѣе общимъ вопросомъ, который, какъ я знаю, представляется въ значительной степени „музыкою будущаго", вопросомъ объ индивидуализаціи преподаванія по крайней мѣрѣ на высшей ступени средней школы.

На необходимость такой индивидуализаціи одинаково настойчиво указываютъ и наиболѣе широкіе умы современнаго человѣчества и опытные педагоги. Вы знаете, вѣроятно, съ какою рѣзкостью относится къ современной нивелирующей школѣ одинъ изъ знаменитѣйшихъ химиковъ нашего времени Вильгельмъ Оствальдъ, видя въ ней скорѣе аппаратъ для уничтоженія будущихъ оригинальныхъ мыслителей, чѣмъ для ихъ развитія. Гёфлеръ, дидактика котораго является плодомъ тридцатилѣтней педагогической дѣятельности въ одномъ и томъ же учебномъ заведенiи (Терезiанумъ въ Вѣнѣ), съ великимъ сочувствiемъ относится къ мысли, высказанной въ Пруссiи, сдѣлать въ высшихъ классахъ гимназiи обязательными только минимальное число часовъ по каждому отдѣльному предмету. Дополнительные часы по тому или другому предмету избираются учениками сообразно ихъ способностямъ и дальнѣйшимъ планамъ. Въ менѣе радикальной формѣ Меранскiй учебный планъ настаиваетъ также „на свободѣ учителя при выборѣ вопросовъ, при ихъ методическомъ изложенiи, при распредѣленiи работъ между учениками".

Только при такой индивидуализацiи мы можемъ разсчитывать, что философскiя дополненiя къ курсу математики въ одной школѣ, математическiя иллюстрацiи вопросовъ гносеологiи и логики въ другой обратятся не въ сухую, непонятную и отталкивающую схоластику, а въ источникъ умственнаго наслажденiя и пробужденiя интереса къ вопросамъ наиболѣе труднымъ, но вмѣстѣ съ тѣмъ и привлекательнымъ, что они заставятъ учениковъ испытать то удивленiе, которое, по словамъ Сократа въ одномъ изъ дiалоговъ Платона, есть мать философiи, и будутъ содѣйствовать презрѣнiю къ невѣжеству и уваженiю къ человѣческой мысли. Въ стѣнахъ Казанскаго Университета 85 лѣтъ тому назадъ Н. И. Лобачевскiй восклицалъ въ своей рѣчи „О важнѣйшихъ предметахъ воспитанiя": „Ничто такъ не стѣсняетъ потока жизни, какъ невѣжество; прямою, мертвою дорогою провожаетъ оно насъ отъ колыбели до могилы". Мыслитель, который въ настоящее время представляетъ живое соединенiе математическаго генiя и интенсивной и свѣжей философской мысли, Анри Пуанкаре, заканчиваетъ одну изъ своихъ книгъ прекрасными словами: „Исторiя земли показываетъ намъ, что жизнь есть только короткiй эпизодъ между двумя безконечными смертями, и въ этомъ эпизодѣ сознательная мысль есть только одно мгновенiе. Но это мгновенiе есть все".

Только тотъ народъ займетъ великое мѣсто въ исторiи мысли человѣчества, школа котораго на всѣхъ ея ступеняхъ, отъ низшей до высшей, поставитъ себѣ цѣлью внушить своимъ ученикамъ то уваженiе къ мысли, которымъ проникнуты эти прекрасныя слова.

Предсказыванiе погоды.

В. Пеплера.

Если исключить нѣсколько мало удачныхъ попытокъ обосновать теоретическимъ или статистическимъ путемъ предсказыванiе погоды на продолжительное время, — на мѣсяцы или на цѣлыя времена года, — то въ настоящiй моментъ предсказыванiе погоды ограничивается прогностикой на очень скромный срокъ въ 24 или 48 часовъ; лишь въ исключительныхъ случаяхъ можно съ достаточной увѣренностью предвидѣть погоду на болѣе продолжительные періоды. Современная прогностика основана на такъ называемомъ синоптическомъ методѣ, который разсматриваетъ метеорологическія данныя для опредѣленной части земной поверхности въ ихъ взаимной связи; для этой цѣли большое число одновременно произведенныхъ наблюденій соединяется въ одну наглядную картину—въ видѣ всѣмъ извѣстныхъ метеорологическихъ картъ. При этомъ обнаруживается, что погода въ опредѣленномъ мѣстѣ всегда находится въ болѣе или менѣе явственной связи съ областями высокаго и низкаго барометрическаго давленія; эти области являются первичными факторами, опредѣляющими погоду и ея перемѣны. Основываясь на опытныхъ данныхъ и пользуясь довольно скудными теоретическихъ свѣдѣніями, мы дѣлаемъ заключенія о предстоящихъ измѣненіяхъ въ расположеніи областей высокаго и низкаго давленія и о связанномъ съ этимъ состояніи погоды; такимъ образомъ, предсказываніе погоды сводится по существу къ прогнозу воздушнаго давленія.

Синоптическая метеорологія, основанная въ началѣ прошлаго столѣтія, достигла благодаря обширнымъ изслѣдованіямъ, которыя продолжаются до настоящаго времени, извѣстной степени совершенства; тѣмъ не менѣе задача о предсказываніи погоды на короткіе періоды не получила еще окончательнаго разрѣшенія. Даже очень большой личный опытъ и кропотливая практическая работа безсильны перешагнуть границу, полагаемую общимъ состояніемъ метеорологической науки въ данный моментъ. Съ развитіемъ синоптической метеорологіи эта граница была скоро достигнута; результаты, относительно распредѣленія метеорологическихъ элементовъ и его связи съ погодой въ нѣкоторомъ опредѣленномъ мѣстѣ, добытые обширными, многолѣтними изслѣдованіями, имѣютъ, конечно, большое теоретическое и климатическое значеніе, но мало дали для предсказыванія, такъ какъ эти труды большей частью имѣютъ статистическій характеръ.

Въ результатѣ этихъ трудовъ мы узнали пути барометрическихъ минимумовъ и типы погоды и воздушнаго давленія. Эти пути представляютъ собою зоны наибольшей частоты минимумовъ, которые движутся по нимъ преимущественно съ Запада на Востокъ съ небольшими отклоненіями отъ этого направленія, зависящимъ отъ распредѣленія давленія. Но этого слишкомъ мало для практической метеорологіи, такъ какъ предсказанія, которыя можно дѣлать на основаніи этихъ данныхъ, имѣютъ недостаточную степень вѣроятности. Такъ называемые пути не являются собственно путями, по которымъ исключительно движутся барометрическіе минимумы, но представляютъ собой лишь пояса наибольшей частоты циклоновъ. Въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ остается неизвѣстнымъ, какимъ путемъ пойдетъ циклонъ, такъ что приходится прибѣгать къ слѣдующему простому эмпирическому правилу; циклоны обыкновенно движутся вдоль изобаръ, характеризующихъ общее распредѣленіе воздушнаго давленія, а тепловое состояніе атмосферы у земной поверхности стремится слегка измѣнить этотъ путь. Извѣстны, однако, многочисленныя отклоненія отъ этого правила; они сперва не подавались объясненію и приводили къ ошибочнымъ прогнозамъ. Кромѣ того, болѣе точное изученіе метеорологическихъ элементовъ доказало, что погода опредѣляется не только большими циклонами и антициклонами, но и второстепенными формами распредѣленія давленія (частичными депрессіями, барическими ложбинами, гребнями высокаго давленія и т. д.), которыя отчасти играютъ даже бо́льшую роль, такъ какъ онѣ обычно сопровождаются болѣе рѣзко выраженными явленіями погоды. Напримѣръ, именно мелкія частичныя депрессіи, мало замѣтныя на картѣ погоды, въ средней Европѣ часто приносятъ съ собою необыкновенные ливни инаводненія. Для прогноза эти факты весьма неблагопріятны, такъ какъ второстепенныя формы возникаютъ быстро и часто неожиданно, отличаются большой перемѣнчивостью, и пути ихъ трудно заранѣе опредѣлить. Къ тому же возникновеніе и движеніе частичныхъ депрессій можетъ происходить всевозможными способами. Обыкновенно частичныя депрессіи разсматриваются, какъ вторичные вихри главныхъ циклоновъ, движущіеся на подобіе волнъ въ воздушномъ теченіи циклоновъ и обращающіеся отчасти вокругъ ихъ центра; дѣйствительно, такой видъ частичныхъ депрессій встрѣчается нерѣдко. Но бо́льшее значеніе имѣютъ тѣ вторичные циклоны, которые совершенно не зависятъ отъ главнаго циклона; здѣсь, очевидно, сказывается дѣйствіе болѣе мощныхъ внѣшнихъ факторовъ въ свободной атмосферѣ. Весьма нерѣдко частичная депрессія, возникающая въ видѣ незначительнаго выступа большого циклона, черезъ нѣсколько часовъ развивается въ сильнѣйшую бурю, тогда какъ породившій ее циклонъ постепенно исчезаетъ. Въ связи съ этимъ находится цѣлый рядъ проблемъ, которыя указываютъ на существованіе многихъ неизвѣстныхъ намъ факторовъ, дѣйствующихъ, повидимому, безъ всякой закономѣрности. Метеорологъ-практикъ знаетъ, что этимъ именно объясняется, почему въ нашихъ прогнозахъ вѣроятность, что предсказаніе сбудется, не превышаетъ 80%.

Итакъ, по метеорологической картѣ до настоящаго времени трудно опредѣлять напередъ точный путь циклона при помощи эмпирическихъ правилъ. Но это еще менѣе возможно теоретическимъ путемъ. Всѣ соотношенія, найденныя между движеніемъ циклоновъ, съ одной стороны, и температурой и давленіемъ на поверхности земли — съ другой, обладаютъ малой прогностической цѣнностью; еще болѣе тщетны стремленія разработать проблему предсказыванія погоды съ помощью математики.

При обсужденіи современнаго состоянія вопроса о предсказываніи погоды не слѣдуетъ забывать, что въ предсказываніи метеорологу-практику большую помощь оказываетъ точное знаніе одной своеобразной закономѣрности погоды. Это — явственно выраженная тенденція погоды къ постоянству. Кто будетъ въ своихъ предсказаніяхъ слѣпо полагаться на эту тенденцію, можетъ разсчитывать, что отгадаетъ примѣрно въ 70 случаяхъ изъ 100. При этомъ отъ него, понятно, будутъ ускользать всѣ перемѣны погоды. Такого рода прорицаніе не есть, конечно, предсказываніе погоды. Но въ нѣкоторой степени эта слѣпая вѣра въ тенденцію погоды къ постоянству руководитъ не только крестьяниномъ, отгадывающимъ погоду на основаніи мѣстныхъ признаковъ, но и человѣкомъ науки при методическомъ прогнозѣ; конечно, вліяніе этой вѣры тѣмъ сильнѣе, чѣмъ меньшимъ опытомъ обладаетъ отгадывающій и чѣмъ слабѣе его научная подготовка.

Тѣмъ не менѣе методическое изученіе этой тенденціи погоды къ постоянству содѣйствовало успѣхамъ прогностики. Бываютъ случаи, когда нѣкоторые признаки позволяютъ заключить, что погода останется неизмѣнной въ теченіе продолжительнаго періода времени; въ этихъ случаяхъ предсказаніе на нѣсколько дней можетъ быть сдѣлано съ такой же увѣренностью, какъ и суточный прогнозъ. Вообще, гораздо легче предвидѣть, что опредѣленная погода будетъ продолжаться, чѣмъ предугадать внезапную перемѣну. Однако, подобный прогнозъ на нѣсколько дней требуетъ продолжительнаго опыта и хорошаго знанія метеорологическихъ элементовъ; начинающему же часто приходится ставить прогнозы совершенно наугадъ.

Методъ предсказыванія самъ по себѣ измѣнился лишь мало, и въ синоптической метеорологіи сталъ чувствоваться застой. Употребляя постоянную метеорологическую карту, отчасти забывали, что она представляетъ лишь состоянія погоды на днѣ воздушнаго океана и лишь для опредѣленнаго момента времени. Но для успѣховъ въ дѣлѣ предсказыванія погоды совершенно необходимо принять въ разсчетъ именно эти два пункта. Метеорологъ-практикъ привыкъ разсматривать области низкаго и высокаго давленія, какъ готовыя вихреподобныя образованія, которыя появляются и движутся съ извѣстнымъ постоянствомъ, и на этомъ представленіи онъ основываетъ свой прогнозъ. При этомъ онъ, однако, почти совершенно упускаетъ изъ виду измѣненія метеорологическихъ элементовъ во времени. Чтобы устранить недостатки этого способа составленія прогнозовъ, который съ теченіемъ времени пріобрѣлъ характеръ шаблона, нужно обратиться къ новымъ, лучшимъ методамъ, или получить новые импульсы со стороны теоріи и достигнувшей въ послѣднее время расцвѣта метеорологіи свободной атмосферы.

Первый замѣтный шагъ къ улучшенію прогностики исходилъ отъ самой практики, а именно — отъ методическаго изученія тенденцій метеорологическихъ элементовъ къ измѣненію особенно плодотворной оказалась дифференціація воздушнаго давленія, которая сдѣлалась предметомъ интересныхъ изслѣдованій какъ въ математической, такъ и въ синоптической формѣ. Русскій метеорологъ П. Броуновъ первый обратилъ вниманіе (1878 г.) на соотношенія между путемъ барометрическихъ минимумовъ и областями пониженія и повышенія барометра, и понялъ значеніе этихъ зависимостей для дѣла предсказыванія. Однако, изслѣдованія Броунова не получили дальнѣйшаго развитія и были забыты. Лишь въ послѣднее время Н. Экгольмъ (N. Ekholm) и авторъ настоящей статьи снова воспользовались изученіемъ характера измѣненія воздушнаго давленія дла предсказыванія погоды.

Если нанести на метеорологическую карту не барометрическія показанія въ данный моментъ, но измѣненія воздушнаго давленія, примѣрно, за послѣдніе 12 часовъ, то мы получимъ систему линій и окруженныя этими линіями области наибольшей барической измѣнчивости подобно изобарамъ и барическимъ возвышенностямъ и низменностямъ.

На картѣ мы увидимъ тогда области, въ которыхъ барометръ понизился, и области, въ которыхъ онъ повысился. Эти области барометрическаго пониженія и повышенія испытываютъ смѣщенія и передвиженія подобно циклонамъ; подобно послѣднимъ онѣ перемѣщаются преимущественно въ направленіи съ запада на востокъ. Въ большинствѣ случаевъ явственно обнаруживается, что атмосферное возмущеніе распространяется на подобіе волны *), при чемъ горы барической волны (области повышеннаго давленія) весьма правильно чередуются съ долинами (областями пониженнаго давленія). Это лучше всего выражено въ богатое большими циклонами холодное время года, когда воздушное давленіе убываетъ отъ низшихъ широтъ къ болѣе высокимъ. Тогда волны воздушнаго давленія (барическія волны) идутъ съ чрезвычайной скоростью въ полѣ изобаръ съ запада на востокъ и за ними слѣдуютъ глубокіе циклоны. Но и при спокойномъ высокомъ стояніи барометра въ Германіи почти всегда наблюдаются такія барическія волны, которыя быстро проходятъ, часто безъ всякаго измѣненія погоды. Явленія, разыгривающіяся при прохожденіи этихъ волнъ, таковы, что область пониженія непосредственно предшествуетъ циклону, но въ большинствѣ случаевъ черезъ нѣкоторое время оставляетъ его позади себя. За циклономъ слѣдуетъ область повышенія, которая обыкновенно сопровождается быстро идущимъ гребнемъ высокаго давленія. Прогностическое значеніе всего этого заключается въ томъ, что барическія волны суть факторы, имѣющіе рѣшающее значеніе для состоянія атмосферы и допускаютъ гораздо болѣе однозначное опредѣленіе. Оказалось, что громадное большинство частичныхъ депрессій и вторичныхъ циклоновъ порождается быстро перемѣщающимися волнами воздушнаго давленія, и именно это обстоятельство является весьма полезнымъ для прогностики; кромѣ того, во многихъ случаяхъ состояніе атмосферы становится понятнымъ лишь при изслѣдованіи его въ связи съ соотвѣтствующими барическими волнами: такъ, интересные случаи, когда мелкія частичныя депрессіи развиваются въ сильныя бури или, наоборотъ, когда бурные вихри въ теченіе короткаго времени теряютъ въ силѣ, могутъ быть легко объяснены дѣйствіемъ волнъ давленія. Благодаря этому подвинулась также впередъ и прогностика грозъ; дѣйствительно, большинство грозъ возникаетъ не исключительно въ силу мѣстныхъ термическихъ условій, но чаще всего импульсъ дается мелкими барическими волнами, идущими отъ океана къ материку. Здѣсь мы не можемъ подробно излагать все то, чѣмъ практическая метеорологія обязана описанному методу. Къ тому же изслѣдованія въ этой области еще не закончены. Есть основаніе надѣяться, что изслѣдованіе измѣненій давленія во времени обнаружитъ закономѣрности, которыя подвинутъ впередъ наше умѣнье предсказывать погоды и на болѣе продолжительные періоды. Судя по всѣмъ признакамъ, барическія волны представляютъ собою весьма общее явленіе въ атмосферѣ и играютъ опредѣленную роль въ циркуляціи воздушнаго океана. Въ пользу этого взгляда говоритъ поразительное сходство барическихъ

*) Здѣсь и въ послѣдующемъ, говоря о волнахъ воздушнаго давленія, а также о температурныхъ, мы разсматриваемъ ихъ какъ волны не въ чисто физическомъ смыслѣ.

волнъ въ болѣе высокихъ широтахъ сѣвернаго и южнаго полушарій. Во всякомъ случаѣ барическія волны выражаютъ собою особую форму атмосферныхъ возмущеній, и для нихъ можно будетъ, вѣроятно, разыскать цѣнные періоды.

Методъ барическихъ волнъ, который уже сравнительно давно примѣняется въ практической метеорологіи не безъ успѣха для прогностики, недавно получилъ также термодинамическое обоснованіе. Термическое изслѣдованіе циклоновъ и антициклоновъ показало, что необходимо отличать холодные циклоны и антициклоны отъ теплыхъ. Раньше принимали, что воздушныя массы въ антициклонахъ вообще теплѣе, чѣмъ въ циклонахъ. Однако, новѣйшія изслѣдованія показали, что это предположеніе справедливо лишь для большихъ стаціонарныхъ антициклоновъ, которые для отличія можно назвать динамическими: въ нихъ воздушныя массы, нисходящія изъ болѣе высокихъ слоевъ, нагрѣваются динамическимъ путемъ. Съ другой стороны, въ стаціонарныхъ циклонахъ воздушное тѣло можетъ быть сравнительно холоднымъ. Отъ нихъ коренным образомъ отличаются быстро движущіеся циклоны и антициклоны; воздушныя массы въ первыхъ — сравнительно теплы, а во вторыхъ — сравнительно холодны, или, другими словами, подвижные циклоны слагаются изъ теплыхъ воздушныхъ теченій, а подвижные антициклоны — изъ холодныхъ. Этимъ мы отчасти приближаемся снова къ старому взгляду Дове (Dove), долгое время считавшемуся устарѣлымъ: существенной причиной атмосферныхъ возмущеній Дове считалъ борьбу между горизонтальными полярными и экваторіальными теченіями.

Эти фундаментальныя различія между подвижными и стаціонарными барическими формами побуждаютъ насъ глубже вникнуть въ зависимость, существующую между температурой въ свободной атмосферѣ, съ одной стороны, и барическими волнами на земной поверхности — съ другой. Ясно, что всякое болѣе или менѣе сильное измѣненіе давленія, наблюдаемое на землѣ, происходитъ вслѣдствіе соотвѣтствующаго измѣненія температуры въ слояхъ воздуха надъ этимъ мѣстомъ. При пониженіи температуры воздушнаго столба надъ нѣкоторымъ мѣстомъ земной поверхности въ немъ должно повыситься давленіе; при повышеніи же температуры понижается давленіе или, другими словами, барометръ поднимается при прохожденіи холодныхъ воздушныхъ теченій и падаетъ при прохожденіи теплыхъ теченій. Существованіе этой зависимости впервые обнаружилъ Экгольмъ. Онъ открылъ что барическія волны, наблюдаемыя на земной поверхности, сопровождаются температурными волнами въ свободной атмосферѣ. Недавно Трабертъ (Trabert) подробно изслѣдовалъ эти соотношенія пользуясь аэрологическими наблюденіями Линденбергской аэронавтической обсерваторіи. Благодаря этому изученіе синоптической метеорологіи и физики свободной атмосферы получило новую основу. Конечно, метеорологическая карта всегда будетъ служить тѣмъ основаніемъ, къ которому нужно будетъ относить зависимости, господствующія въ свободной атмосферѣ.

Число аэрологическихъ станцій, предназначенныхъ для изслѣдованія погоды въ свободной атмосферѣ, пока еще слишкомъ незначительно Въ

Германіи такихъ станцій имѣется четыре: въ Линденбергѣ близъ Берлина, въ Гросборстелѣ близъ Гамбурга, въ Страсбургѣ и въ Фридрихсгафенѣ. Нѣсколько другихъ учрежденій, преслѣдующихъ аналогичныя цѣли, не заслуживаютъ названія аэрологическихъ станцій. На четырехъ названныхъ станціяхъ ежедневно производится зондированіе свободной атмосферы змѣями или привязными шарами. Путемъ наблюденій опредѣляются температура, влажность и вѣтры на различныхъ высотахъ. Но эти наблюденія простираются лишь на нижніе слои атмосферы, самое большее до 5000 *м.* Такимъ образомъ, ежедневныя сообщенія о погодѣ могутъ относиться только къ нижнимъ слоямъ воздуха, не выше чѣмъ на 5000 *м.* Для изслѣдованія болѣе высокихъ слоевъ служатъ лишь регистрирующіе шары, результаты которыхъ могутъ быть использованы лишь спустя нѣкоторое время, а также зондированіе при помощи маленькихъ резиновыхъ шаровъ, наполненныхъ водородомъ. Но ими можно пользоваться лишь въ ясную погоду, и они даютъ намъ лишь направленіе и силу вѣтра, но не температуру, которую столь важно знать. Метеорологи неоднакратно уже предлагали устроить побольше постоянныхъ пилотскихъ станцій, которыя зондировали бы каждое утро воздушныя теченія свободной атмосферы и сообщали бы результаты въ метеорологическія станціи. Этотъ планъ было бы нетрудно осуществить въ виду простоты и дешевизны пилотскаго метода. Многочисленныя пилотскія наблюденія, одновременно произведенныя равномѣрно по всей странѣ, могли бы, несомнѣнно, дополнить наши метеорологическія карты въ вертикальномъ направленіи и дать приблизительную картину распредѣленія давленія на различныхъ уровняхъ. Такъ какъ вѣтры въ свободной атмосферѣ дуютъ приблизительно вдоль изобаръ, то направленія вѣтровъ въ различныхъ станціяхъ даютъ картину распредѣленія давленія. Несомнѣнно, дѣло предсказыванія отъ этого выиграетъ, но, съ другой стороны, не слѣдуетъ переоцѣнивать значеніе пилотскихъ станцій. Мы до сихъ поръ знаемъ лишь очень мало о зависимости между верхними и нижними частями атмосферы, и вопросъ о соотношеніи между состояніемъ погоды у поверхноси земли и метеорологіей свободной атмосферы для своего рѣшенія требуетъ продолжительнаго опыта и коренныхъ изысканій. Въ этой области необходимо сперва создать теоретическія основы, установить закономѣрности. Лишь послѣ этого возможно будетъ использовать аэрологію для предсказыванія. Будущность прогностики во всякомъ случаѣ всецѣло зависитъ отъ успѣховъ въ этомъ направленіи.

Здѣсь открываются обширные горизонты для работы, которая дастъ синоптической метеорологіи совершенно новую цѣнность. Лучше всего было бы, конечно, чтобы работу эту вели метеорологическія станціи. Для осуществленія намѣченныхъ идей требуется прежде всего надлежащая организація станцій; необходимо снабдить ихъ научными силами, такъ чтобы станціи могли обогащать метеорологію самостоятельными научными изслѣдованіями теоретическаго и методическаго характера. Все это, конечно, можетъ осуществиться лишь при томъ условіи, если правительство поставитъ метеорологическое дѣло на болѣе прочную почву.

Первый Всероссійскій Съѣздъ преподавателей математики.

(Продолженіе).*

III. Настроенія на Съѣздѣ.

«Довольны ли вы Съѣздомъ?» Вотъ крылатый вопросъ, который постоянно раздавался въ кулуарахъ, между докладами, за столиками. Пишущій эти строки неизмѣнно отвѣчалъ на него утвердительно, но это не было преобладающимъ на Съѣздѣ настроеніемъ; было много недовольства, много жалобъ, даже много раздраженія. Закрывать на это глаза значило бы игнорировать настроенія съѣхавшихся преподавателей; и такимъ образомъ поставить на карту большое дѣло, которому этотъ Съѣздъ положилъ начало.

Я доволенъ Съѣздомъ потому, что по глубокому моему убѣжденію онъ далъ максимумъ того, что онъ могъ дать. Недовольство имѣетъ своимъ главнымъ источникомъ разочарованіе: многіе ждали отъ него большаго и именно въ этомъ отношеніи они были неправы. Одни ждали отъ Съѣзда серьезной, чтобы не сказать глубокой, реформы въ дѣлѣ преподаванія математики въ средней школѣ; другіе надѣялись получить на Съѣздѣ непосредственныя практическія указанія относительно преподаванія; третьи разсчитывали даже углубить свои познанія. Ни тѣ, ни другіе, ни третьи не получили того, что ожидали и, конечно, винили въ этомъ не свои преувеличенныя ожиданія, а винили Съѣздъ. Съѣхалось 1200 человѣкъ съ разныхъ концовъ Россіи, съѣхались люди, совершенно чуждые другъ другу, съѣхались въ первый разъ и, естественно, безъ всякой опредѣленной программы, безъ всякихъ объединяющихъ идей. Передъ ними была проведена огромная программа, охватывающая всѣ стороны педагогической дѣятельности, всѣ теченія, всѣ вопросы, связанные съ преподаваніемъ математики. Можно ли было ожидать, что на всѣ эти вопросы Съѣздъ дастъ отвѣты, не говорю уже, дастъ ихъ рѣшеніе? Конечно, нѣтъ.

Но можетъ быть, въ этомъ и вина Организаціоннаго Комитета? Можетъ быть, онъ далъ Съѣзду слишкомъ расплыться въ безбрежномъ морѣ педагогическихъ вопросовъ?

Почему не была выработана опредѣленная, болѣе узкая программа, которую можно было бы подробно разработать, чтобы придти къ опредѣленнымъ конкретнымъ результатамъ?

Отвѣтъ ясенъ: потому что это былъ **первый** Съѣздъ, потому что его Организаціонный Комитетъ не имѣлъ никакихъ директивъ, не имѣлъ даже возможности оцѣнить настроеніе большинства преподавателей, не говорю уже ихъ взглядовъ. Всякая болѣе опредѣленная позиція, которую занялъ бы Организаціонный Комитетъ уже a priori предрѣшала бы задачи Съѣзда, характеръ его работы, а можетъ быть, и характеръ его постановленій. Въ тѣхъ докладахъ, которые были представлены по иниціативѣ Организаціоннаго Комитета онъ старался освѣтить всѣ основные вопросы и всѣ основныя теченія. Прислушиваться къ тому настроенію, которое различные вопросы вызываютъ

*) См. „Вѣстникъ“, № 553.

среди собравшихся преподавателей, опредѣлить преобладающее направленіе, уловить на основаніи преній и бесѣдъ отношеніе къ каждому теченію и этимъ путемъ подготовить планъ дальнѣйшихъ болѣе опредѣленныхъ работъ, — въ этомъ, на мой взглядъ, заключалась главная, а можетъ быть, и единственная задача руководителей Съѣзда. Мнѣ кажется, что эту работу Организаціонный Комитетъ выполнилъ правильно.

Итакъ, моя точка зрѣнія заключается въ томъ, что заняться преобразовательной работой первый Съѣздъ не имѣлъ никакой возможности; онъ могъ и долженъ былъ только намѣтить планъ работы и создать органъ, который этотъ планъ разработалъ бы въ такомъ порядкѣ, чтобы на второмъ Съѣздѣ каждый изъ его участниковъ дѣйствительно получилъ возможность сознательно и увѣренно дебатировать и голосовать по этимъ вопросамъ. Повторяю, эту задачу, по моему убѣжденію, Съѣздъ несомнѣнно выполнилъ; въ этомъ его результаты, и результаты несомнѣнно цѣнные.

Конечно, стремленіе провести передъ Съѣздомъ обширную программу имѣло своимъ послѣдствіемъ чрезмѣрное обиліе докладовъ; къ тому же рѣдкій докладчикъ справлялся со своей задачей въ назначенный ему срокъ а время было на учетѣ. Нужно сказать, что въ этомъ отношеніи сыграли нѣкоторую роль и непріятныя акустическія условія, требовавшія отъ докладчика большого напряженія.

Такимъ образомъ, для преній оставалось сравнительно мало времени. Организаціонный Комитетъ старался объединить пренія по однороднымъ докладамъ; но на многихъ членовъ Съѣзда это произвело такое впечатлѣніе, что пренія стараются искусственно сократить, а слѣдовательно, стараются уменьшить активность Съѣзда. Такого стремленія въ Организаціонномъ Комитетѣ несомнѣнно не было; до нѣкоторой степени это, можетъ быть, явилось результатомъ переобремененія Съѣзда работой. Нѣкоторые докладчики даже сняли свои доклады, чтобы пойти на встрѣчу царившему настроенію и дать возможность оживить пренія. Однако, кто внимательно къ этимъ преніямъ прислушивался, не могъ не видѣть, что и они не даютъ желательныхъ результатовъ. Причина этого коренится въ томъ, что пренія по широкимъ вопросамъ, вообще довольно затруднительныя въ большомъ собраніи, могутъ пріобрѣсти серьезное значеніе только тогда, когда участники собранія напередъ ознакомились съ обсуждаемымъ докладомъ и достаточно его продумали; при тѣхъ же условіяхъ, при какихъ пренія происходили на Съѣздѣ, они могли выяснить только общее настроеніе и господствующее отношеніе къ тому или иному теченію.

Повторяю, уловить это настроеніе и отразить его въ резолюціяхъ Съѣзда: вотъ въ чемъ заключалась задача Организаціоннаго Комитета. Мнѣ кажется, она была выполнена добросовѣстно.

Каковъ долженъ быть характеръ этихъ резолюцій? Должны ли это быть опредѣленныя постановленія, которыя представляли бы собой «конкретные результаты Съѣзда», или они должны были носить болѣе скромный характеръ? При рѣшеніи этого вопроса Организаціонный Комитетъ имѣлъ прежде всего въ виду слѣдующее. Съѣздъ представляетъ собой частное собраніе; рѣшенія его ни для кого не обязательны и менѣе всего они обязательны для правительства, безъ санкцій котораго никакія постановленія Съѣзда въ концѣ концовъ въ широкомъ масштабѣ не могутъ получать осуществленія. Для того же, чтобы эти постановленія дѣйствительно оказали нѣкоторое вліяніе, необходимо прежде всего, чтобы они импонировали и правительству и обществу; для этого они должны быть глубоко продуманы, тщательно обоснованы, а главное они должны явиться дѣйствительнымъ выраженіемъ взглядовъ преподавателей, а не результатомъ болѣе или менѣе случайнаго настроенія, сложившагося среди потока докладовъ. Но можно ли было бы дѣйствительно разработать и обосновать постановленія по такому большому числу вопросовъ, прошедшихъ на Съѣздѣ въ семидневный срокъ, если бы они носили характеръ вполнѣ опредѣленныхъ, окончательныхъ требованій. Нѣсомнѣнно этого не было бы, и безрезультатность твердыхъ постановленій въ конечномъ счетѣ вызвала бы гораздо болѣе глубокое разочарованіе.

Въ виду этого задача Организаціоннаго Комитета сводилась, главнымъ образомъ, къ слѣдующему:

a) Формулировать резолюціи такимъ образомъ, чтобы онѣ несомнѣнно объединяли значительное большинство членовъ Съѣзда. Для этого онѣ должны отразить тѣ настроенія, которыя съ наибольшей настойчивостью высказывались въ докладѣ и преніяхъ, и, конечно, не должны быть детализированы.

b) Создать органъ, который занялся бы детальной разработкой этого плана.

c) Дать возможность второму Съѣзду работать болѣе сосредоточенно и вынести болѣе опредѣленныя резолюціи.

Такова была постановка дѣла у германскихъ реформистовъ, и тамъ «Первый Съѣздъ германскихъ естествоиспытателей и врачей», на которомъ обсуждались вопросы реформы преподаванія математики (въ Касселѣ въ 1903 году(, вынесъ крайне общую резолюцію; на второмъ Съѣздѣ (въ Бреславлѣ въ 1904 году) была организована коммиссія, которой было поручено разработать проектъ реформы. Этотъ проектъ былъ дѣйствительно принятъ на Меранскомъ Съѣздѣ (въ 1905 году), и такимъ образомъ возникла знаменитая нынѣ «Меранская программа». Многія детали этой системы получили санкцію только на Штутгартскомъ Съѣздѣ въ 1906 году и на Дрезденскомъ въ 1907 году.

По этому пути рѣшилъ пойти и нашъ Организаціонный Комитетъ перваго Съѣзда. Самая трудная задача заключалась, конечно, въ томъ, чтобы дѣйствительно уловить господствующее настроеніе, способное объединить значительное большинство членовъ Съѣзда. Это было тѣмъ болѣе важно, что резолюціи невозможно было подвергнуть обсужденію на Съѣздѣ: онѣ вносились лишь въ заключительное засѣданіе Съѣзда и по «Положенію о Съѣздѣ» подлежали лишь голосованію. Начинать ихъ здѣсь дебатировать — значило бы фактически начинать новый Съѣздъ.

Чтобы по возможности обезпечить правильную постановку резолюцій, составъ Организаціоннаго Комитета былъ усиленъ новыми членами; Организаціонный Комитетъ счелъ себя обязаннымъ привлечь къ этому дѣлу наиболѣе опытныхъ членовъ Съѣзда и, въ особенности, тѣхъ, которые отражали, такъ сказать, оппозиціонное настроеніе. Общее содержаніе резолюцій было подвергнуто обсужденію въ пленарномъ засѣданіи Организаціоннаго Комитета; затѣмъ особой Коммиссіи было поручено ихъ составить и новое пленарное засѣданіе Комитета редактировало ихъ еще дважды. Въ этомъ видѣ онѣ и были приняты въ заключительномъ засѣданіи Съѣзда вечеромъ 3 января.

IV. Резолюціи Съѣзда.

«Первый Всероссійскій Съѣздъ Преподавателей Математики», заслушавъ и обсудивъ доклады по всѣмъ вопросамъ, относящимся къ программѣ Съѣзда, пришелъ къ слѣдующимъ заключеніямъ:

1) Съѣздъ признаетъ необходимымъ поднять самодѣятельность и активность учащихся, а также усилить наглядность преподаванія на всѣхъ его ступеняхъ и въ то же время повысить логическій элементъ въ старшихъ классахъ, считаясь, однако, съ психологическими особенностями возраста учащихся и съ доступностью для нихъ преподаваемаго матеріала.

2) Съѣздъ признаетъ своевременнымъ опустить изъ курса математики средней школы нѣкоторые вопросы второстепеннаго значенія, провести черезъ курсъ и ярко освѣтить идею функціональной зависимости, а также — въ цѣляхъ сближенія преподаванія въ средней школѣ съ требованіями современной науки и жизни — ознакомить учащихся съ простѣйшими и несомнѣнно доступными имъ идеями аналитической геометріи и анализа.

3) Съѣздъ признаетъ крайне желательнымъ, чтобы авторы настоящихъ и будущихъ учебниковъ приняли во вниманіе точки зрѣнія, изложенныя во 2-мъ пунктѣ настоящихъ резолюцій. Въ частности признается желательнымъ выработка задачниковъ, соотвѣтствующихъ кругу интересовъ учащихся, на каждой ступени ихъ обученія и включающихъ въ себѣ данныя изъ физики, космографіи, механики и пр., а также составленіе математической хрестоматіи, дополняющей и углубляющей свѣдѣнія, выносимыя учащимися изъ оффиціальной программы.

4) Съѣздъ признаетъ желательнымъ подробную разработку вопроса о такой организаціи преподаванія средней школы, которая, сохраняя общеобразовательный ея характеръ, допускала бы спеціализацію въ старшихъ классахъ приноровленную къ индивидуальнымъ способностямъ учащихся и удовлетворяющую требованіямъ высшей школы.

5) Съѣздъ признаетъ желательнымъ, чтобы университетъ безъ ущерба для главнаго своего назначенія служить наукѣ и научному образованію усилилъ свое преподаваніе элементами, необходимыми для будущаго преподавателя средней школы.

6) Съѣздъ признаетъ необходимымъ, чтобы кандидаты въ преподаватели по окончаніи высшаго учебнаго заведенія получали спеціальную педагогическую подготовку на курсахъ, возможно лучше обезпеченныхъ преподавательскими силами и матеріальными средствами.

7) Съѣздъ считаетъ необходимымъ, помимо постоянныхъ курсовъ, устраивать для освѣженія, какъ научной, такъ и педагогической подготовки учителей среднихъ учебныхъ заведеній, также краткосрочные курсы и съѣзды.

8) Съѣздъ признаетъ желательнымъ, чтобы наиболѣе одаренные въ математическомъ отношеніи учащіеся могли найти въ учебномъ заведеніи удовлетвореніе своимъ запросамъ, а также организованное руководительство со стороны учебнаго персонала.

9) Въ цѣляхъ повышенія спеціальнаго и педагогическаго самообразованія преподавателей желательно, чтобы библіотеки учебныхъ заведеній были въ полной мѣрѣ снабжены необходимыми учеными, учебными, методическими сочиненіями, справочными изданіями и журналами.

10) Съѣздъ признаетъ желательнымъ, чтобы, педагогическимъ совѣтамъ учебныхъ заведеній было предоставлено больше самостоятельности въ дѣлѣ распредѣленія учебнаго матеріала по классамъ и въ выборѣ учебныхъ руководствъ.

11) Съѣздъ признаетъ желательнымъ повысить въ женскихъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ уровень преподаванія математики, какъ въ виду высокаго образовательнаго значенія этого предмета, такъ и въ виду широкаго стремленія оканчивающихъ женскую школу къ высшему образованію.

12) Сознавая всю сложность высказанныхъ здѣсь пожеланій, Съѣздъ признаетъ необходимымъ проявить соотвѣтствующую осторожность при всѣхъ начинаніяхъ, касающихся проведенія ихъ въ жизнь. Въ виду этого Съѣздъ выразилъ настоящія резолюціи въ весьма общей формѣ и поручаетъ Организаціонному Комитету 2-го Съѣзда составить Коммиссіи, которыя занялись бы тщательной и детальной обработкой высказанныхъ здѣсь общихъ пожеланій.

Доклады этихъ Коммиссій необходимо отпечатать и не позже, чѣмъ за 3 мѣсяца до начала 2-го Съѣзда, разослать состоящимъ при всѣхъ вѣдомствахъ ученымъ комитетамъ, совѣтамъ и конференціямъ высшихъ учебныхъ заведеній, математическимъ обществамъ и кружкамъ, преподавателямъ математики среднихъ учебныхъ заведеній, а также органамъ педагогической печати.

Обсужденіе этихъ докладовъ и постановленіе по нимъ окончательныхъ рѣшеній должно составить главную задачу «2-го Всероссійскаго Съѣзда Преподавателей Математики».

13) Съѣздъ признаетъ желательнымъ, чтобы отдѣльные члены его представили въ организуемыя Коммиссіи свои соображенія по указаннымъ въ предыдущихъ пунктахъ вопросамъ. Соображенія эти, если не будутъ включены въ доклады, должны быть къ нимъ приложены.

14) Въ виду того, что крайне серьезный вопросъ объ экзаменахъ и письменныхъ работахъ обсуждался только въ одной изъ секцій и не прошелъ черезъ Общее Собраніе, Съѣздъ, признавая неудовлетворительность современной постановки этого дѣла въ средней школѣ и необходимость коренныхъ въ ней измѣненій, поручаетъ Организаціонному Комитету 2-го Съѣзда организовать по этому вопросу отдѣльную Коммиссію, въ которую передать и поступившія по этому вопросу изъ 2-ой секціи заявленія.

15) Съѣздъ выражаетъ желаніе, чтобы на 2-мъ Съѣздѣ Преподавателей Математики были образованы особыя секціи преподавателей техническихъ учебныхъ заведеній, женскихъ учебныхъ заведеній и коммерческихъ учебныхъ заведеній. При этомъ Съѣздъ высказываетъ пожеланіе, чтобы въ секціи техническихъ и коммерческихъ учебныхъ заведеній были представлены доклады о переработкѣ программъ математики.

16) Въ виду того, что въ настоящее время въ различныхъ мѣстахъ Россіи существуетъ довольно много математическихъ кружковъ, желательно созданіе особой организаціи, которая, оставляя эти кружки вполнѣ самостоятельными, объединила бы ихъ на почвѣ ихъ общихъ интересовъ и стремленій.

17) Съѣздъ выражаетъ свою признательность тѣмъ органамъ печати, которые служили и служатъ дѣлу преподаванія математическихъ наукъ и привѣтствуетъ начинаніе Московскаго Математическаго Кружка въ изданіи журнала «Математическое Образованіе», который включилъ въ свои задачи содѣйствіе взаимному освѣдомленію обществъ и кружковъ, посвящающихъ себя дѣлу математическаго образованія.

18) Съѣздъ признаетъ необходимымъ созвать «Второй Всероссійскій Съѣздъ Преподавателей Математики» въ Москвѣ въ декабрѣ 1913-го года и проситъ Московскій Математическій Кружокъ, въ виду выраженной Предсѣдателемъ и присутствующими членами его готовности организовать Второй Съѣздъ, взять на себя выполненіе этой задачи.

19) Съѣздъ поручаетъ своему Организаціонному Комитету сообщить настоящія свои постановленія Министрамъ и Главноуправляющимъ, въ вѣдѣніи которыхъ находятся среднія учебныя заведнія.

Таковы резолюціи Съѣзда. Въ слѣдующемъ номерѣ мы займемся болѣе подробнымъ обзоромъ ихъ.

В. Каганъ.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Дополненіе къ рѣшенію задачи на премію № 4*).

Т. Астапова.

Положимъ, что нечетное число a допускаетъ S разныхъ разложеній въ биноміальную квадратную форму вида $3x^2+y^2$. Тогда имѣемъ:

$$a = 3u^2 + v^2 = 3u_1^2 + v_1^2 = \cdots = 3u_s^2 + v_s^2\,. \tag{1}$$

Возводя эти равенства въ кубъ, получимъ S новыхъ формъ

$$\begin{gathered} a^3 = 27\left(u^3 - v^2u\right) + \left(v^3 - 9u^2v\right)^2 = 27\left(u_1^3 - v_1^2u_1\right)^2 + \\ + \left(v_1^3 - 9u_1^2v\right)^2 = \cdots = 27\left(u_5^3 - v_5^2u\right)^2 + \left(v_s^3 - 9u_s^2v_s\right)^2. \end{gathered} \tag{2}$$

---

*) Это дополненіе представляетъ вполнѣ исчерпывающій отвѣтъ на замѣчаніе редакціи.

Если допустить, что въ ряду (2) есть тождественныя формы, напримѣръ, первая и вторая, то получимъ равенства:

$$(u^3 - v^2u)^2 = (u_1^3 - v_1^2u_1)^2, \quad (v^3 - 9u^2v)^2 = (v_1^3 - 9u_1^2v_1)^2.$$

Отсюда:

$$u^3 - v^2v = \pm (u_1^3 - v_1^2u_1), \tag{3}$$

$$v^3 - 9u^2v = \pm (v_1^3 - 9u_1^2 v_1). \tag{4}$$

Но $v^2 = a - 3u^2$, $v_1^2 = a - 3u_1^2$, поэтому уравненіе (3) можно преобразовать въ такое:

$$4n^3 - au = \pm (4u_1^3 - au_1)$$

$$4(u^3 \mp u_1^3) = a(u \mp u_1).$$

Но $u \neq n_1$. Значитъ, $a = 4\{u^2 \pm uu_1 + u_2^1\}$, что невозможно, ибо a нечетное число. Стало быть, всѣ формы ряда (2) различны. Къ тому же заключенію мы приходимъ, разсматривая уравненіе (4).

ПИСЬМО ВЪ РЕДАКЦІЮ.

По поводу рецензіи г. К. Л. о книгѣ Лямина „Разложеніе алгебраическихъ выраженій на множителей".

М. Г. господинъ редакторъ!

Въ № 539 „Вѣстника" помѣщена общая рецензія г. К. Л. о моей брошюрѣ „Разложеніе алгебраическихъ выраженій на множителей" и о брошюрѣ г. Адамовича, касающейся того же вопроса.

Этотъ номеръ журнала мнѣ пришлось увидѣть только теперь; поэтому я не могъ возразить на рецензію ранѣе.

Оставляя въ сторонѣ брошюру г. Адамовича, въ которой вопросъ разсмотрѣнъ съ совершенно иной точки зрѣнія, считаю необходимымъ сказать нѣсколько словъ о той системѣ критики, которой очень часто придерживается г. К. Л. въ своихъ рецензіяхъ вообще и въ данной въ частности.

Какое представленіе о разбираемой книгѣ можно вынести, прочтя рецензію г. К. Л., да и можно ли вообще назвать рецензіей небольшую замѣтку о томъ, что г. критикъ относитъ къ ветхозавѣтной и что къ новой системѣ преподаванія? Вѣдь вопросъ о дѣленіи матеріала на ветхозавѣтный и новый слишкомъ сложенъ и его рѣшить не такъ то ужъ легко, какъ это дѣлаетъ авторъ замѣтки.

Насъ удивляетъ авторитетный тонъ, котораго придерживается г. К. Л. въ своей замѣткѣ. Кто сказалъ автору, что онъ стоитъ на правильной точкѣ зрѣнія? Не изъ своихъ ли разсужденій о ветхозавѣтномъ и новомъ онъ хочетъ это вывести?

Изъ какихъ бы соображеній не исходилъ авторъ рецензіи, онъ безусловно неправъ.

Намъ кажется совершенно голословнымъ утвержденіе, что „Отдѣлъ разложенія на множителей не имѣетъ „никакого образовательнго значенія“. Наоборотъ — это первый отдѣлъ, при изученіи котораго учащіеся могутъ усвоить все предыдущее на практическихъ примѣрахъ. Каждому преподавателю должно быть извѣстно, что начальныя свѣдѣнія изъ алгебры ложатся въ основаніе всего дальнѣйшаго курса.

Далѣе въ рецензіи говорится о „служебной роли“ отдѣла разложенія на множителей и утверждается, что „преподаватель съ успѣхомъ (какимъ?) можетъ ограничиться лишь двумя методами разложенія: выводомъ за скобку общаго множителя всѣхъ членовъ даннаго многочлена и приведеніемъ даннаго выраженія къ виду одной изъ простѣйшихъ формулъ сокращеннаго умноженія и дѣленія. Эти методы настолько просты, что нѣтъ надобности въ какой либо отдѣльной теоріи разложенія на множителей“.

Просты или нѣтъ эти методы для учащихся, знаетъ каждый преподаватель; жаль, что не знаетъ этого г. К. Л. Съ особеннымъ трудомъ учащіеся воспринимаютъ методъ примѣненія формулъ сокращеннаго умноженія и дѣленія даже на такихъ простыхъ примѣрахъ, каковы: $(x+y)^2 - z^2$ или $9x^4 \pm 12x^2y^3 + 4y^6$. Ограничиваться же примѣненіемъ этихъ формулъ къ выраженіямъ вида $a^2 \pm 2a + 1$ или $a^2 - b^2$, не рѣшая задачъ, въ которыхъ a и b имѣютъ многочленный видъ невозможно. Въ дальнѣйшемъ курсѣ алгебры, при выводѣ формулы для рѣшенія квадратнаго уравненія, теоремы о свойствѣ корней квадратнаго уравненія ($\alpha\beta = q$), изслѣдованіи уравненій и т. д., а также въ геометріи при опредѣленіи площади треугольника по тремъ сторонамъ, въ тригонометріи и даже въ физикѣ — вездѣ необходимо примѣненіе этихъ формулъ къ выраженіямъ многочленнымъ.

Но интереснѣе всего утвержденіе автора, что давать понятіе о методѣ группировки членовъ даже на простѣйшихъ примѣрахъ „излишняя роскошь“.

Ну, а какъ же тогда проходить хотя бы разложеніе трехчлена второй степени на множителей въ отдѣлѣ квадратныхъ уравненій. Не дѣлать ли этотъ выводъ приведеніемъ трехчлена къ виду разности квадратовъ?

Намъ кажется, что мало сторонниковъ новой школы такого типа, какой рисуется въ воображеніи г. К. Л.

Не причисляя себя къ послѣдователямъ ветхозавѣтной системы (конечно такой, какой мы ее понимаемъ), мы считаемъ крайне важнымъ ознакомленіе учащихся съ теоріей разложенія на множителей болѣе подробно, чѣмъ это рекомендуется г. рецензентомъ.

Нельзя же увѣрять учащихся, что „общихъ правилъ разложенія на множителей выраженій, вообще говоря, не существуетъ, а имѣются только нѣкоторые частные пріемы, примѣняющіеся иногда на практикѣ“, какъ это, напримѣръ, сказано въ учебникѣ новаго типа К. Лебединцева.

Нѣтъ! Общія правила есть и весь отдѣлъ можетъ быть приведенъ въ строгую систему, начальныя свѣдѣнія изъ которой необходимо сообщить учащимся для ихъ же облегченія. Это лучше и такимъ путемъ достигнуть желаемыхъ результатовъ легче, чѣмъ увѣрять учениковъ въ полной безсистемности этого отдѣла, на чемъ, конечно, далеко не уѣдешь.

Авторамъ рецензій, въ которыхъ высказываются мнѣнія по тому или иному вопросу, а о самой книгѣ почти ничего не говорится, можно посовѣтовать только одно — вовсе не писать ихъ, а ужъ если писать, то предварительно прочесть внимательно критикуемую брошюру и давать возраженія по существу, чтобы не нарушать такъ называемую „двѣнадцатую заповѣдь“.

А. Ляминъ.

РЕЦЕНЗІИ.

Окт. Вржесневскій. *Элементарная геометрія.* Для среднихъ учебныхъ заведеній и для самообразованія. Планиметрія. Москва, 1912. Ц. 1 р. 25 к.

Для лицъ, знакомыхъ съ учебниками Давидова и Киселева книга не содержитъ въ себѣ ровно ничего новаго ни въ системѣ изложенія, ни въ упрощеніи доказательствъ, ни въ подборѣ упражненій и задачъ, ни въ общемъ взглядѣ на методъ преподаванія. Если вспомнить, сколько было указаній на всѣ эти вопросы въ русскихъ періодическихъ изданіяхъ, а также въ рефератахъ и отчетахъ русскихъ ученыхъ обществъ, то становится рѣшительно непонятнымъ, почему авторъ ихъ игнорировалъ. Не говорю уже ни объ иностранной литературѣ, въ которой, напримѣръ, нѣмцы создали громадную массу изслѣдованій, ни объ иностранной практической школѣ, создавшей не мало интереснаго и новаго,— укажу, напримѣръ, на среднія школы Сѣверной Америки, въ которыхъ привилось довольно подробное изученіе поляръ съ примѣненіемъ ихъ къ задачамъ на построеніе. Собственныхъ ошибокъ и промаховъ автора довольно много, и ни одинъ изъ нихъ не представляетъ новаго. Вотъ нѣкоторые изъ нихъ. „Многоугольникъ называется выпуклымъ, если каждая изъ его сторонъ, пересѣкаясь съ двумя сосѣдними, другихъ сторонъ не пересѣкаетъ, даже будучи продолжена“ — между тѣмъ какъ стороной (стр. 24) называется „прямая, образующая многоугольникъ“. „Плоскостью называется такая поверхность, съ которой всякая прямая, совмѣщенная двумя точками, совпадаетъ всѣми точками“ (стр. 205). „Постоянная называется предѣломъ перемѣнной, если перемѣнная къ ней приближается и если разность между ними можетъ стать по абсолютной величинѣ меньше сколь угодно малаго положительнаго количества“ (стр. 196) — по меньшей мѣрѣ, не „можетъ стать“, а „можетъ сдѣлаться и оставаться“. Къ рѣшенію задачъ №№ 147 и 148 сдѣланы указанія, не упрощающія дѣла, и т. д.

Не могу не замѣтить, что все сказанное осталось бы справедливымъ, появись рецензируемая книга 20 лѣтъ назадъ.

И. А. (Москва).

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента **Е. Л. Буницкаго.**

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

ОТДѢЛЪ I.

№ 5 (6 сер.). Найти геометрическое мѣсто точки, обладающей тѣмъ свойствомъ, что ея поляры относительно трехъ данныхъ круговъ пересѣкаются въ одной точкѣ.

Р. Витвинскій (Одесса).

№ 6 (6 сер.). Вычислить часть поверхности шара, заключенную между двумя параллельными плоскостями и двумя перпендикулярными къ нимъ діаметральными плоскостями *.

Проф. В. Ермаковъ (Кіевъ).

№ 7 (6 сер.). Доказать тожества

$$\frac{ar_a}{(a-b)(a-c)}+\frac{br_b}{(b-c)(b-a)}+\frac{cr_c}{(c-a)(c-b)}=$$

$$=\frac{(b+c)r_a}{(a-b)(a-c)}+\frac{(c+a)r_b}{(b-c)(b-a)}+\frac{(a+b)r_c}{(c-a)(c-b)}=\frac{p}{r},$$

гдѣ a, b, c, p, r_a, r_b, r_c, r суть стороны, полупериметръ и радіусы круговъ внѣвписанныхъ и вписаннаго нѣкотораго треугольника.

Л. Богдановичъ (Ярославль).

№ 8 (6 сер.). Доказать, что изъ равенства

$$\frac{\sin^4 \alpha}{a}+\frac{\cos^4 \alpha}{b}=\frac{1}{a+b}$$

вытекаетъ соотношеніе

$$\frac{\sin^8 \alpha}{a^3}+\frac{\cos^8 \alpha}{b^3}=\frac{1}{(a+b)^3}.$$

Г. Варкентинъ (Петербургъ).

ОТДѢЛЪ II.

Задачи на изслѣдованіе хода и свойствъ функцій.

№ 3) Внутри круга центра O и радіуса r дана точка C на разстояніи $OC=a$ отъ центра. Черезъ точку C проводятъ двѣ взаимно перпендикулярныя прямыя до встрѣчи съ окружностью соотвѣтственно въ точкахъ A и B. 1) Найти геометрическое мѣсто средины M хорды AB при измѣненіи положенія прямого угла ACB. 2) Называя черезъ D точку встрѣчи полупрямой OC съ окружностью круга и черезъ φ уголъ ACD, вывести не зависящія отъ φ соотношенія между отрѣзками CA и CB, а также между хордой AB и площадью треугольника ACB. 3) Прослѣдить, какъ измѣняются длина хорды AB и площадь прямоугольнаго треугольника ACB при измѣненіи φ отъ O до 2π. Для какихъ значеній φ 1° хорда AB и 2° площадь ACB достигаютъ maximum'а или минимума.

---

* Такая задача встрѣтилась одному инженеру при расчетѣ стоимости покраски части купола.

№ 4) Пусть $F(x)$ многочленъ третьей степени, $F'(x)$ — его производная. Доказать, что квадратное уравненіе

$$F'(x) = \frac{F(a) - F(b)}{a - b}$$

имѣетъ по меньшей мѣрѣ одинъ корень между a и b. Въ какомъ случаѣ оба корня этого уравненія заключаются между a и b.

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 398 (5 сер.). *Опредѣлить истинное значеніе выраженія*

$$\frac{2(8\sin^4 x - 14\sin^2 x + 7)\sin^2 2x}{x^2(x^2 + x + 1)^2}$$

при $x = 0$.

Изобразивъ данное выраженіе въ видѣ:

$$2(8\sin^4 x - 14\sin^2 x + 7)\cdot 4\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \cdot \cos^2 x \cdot \frac{1}{(x^2 + x + 1)^2}$$

и замѣчая, что

$$\lim_{x=0}(8\sin^4 x - 14\sin^2 x + 7) = 7, \quad \lim_{x=0}\frac{\sin x}{x} = 1,$$

$$\lim_{x=0}\cos x = 1, \quad \lim_{x=0}(x^2 + x + 1) = 1,$$

находимъ, что искомое истинное значеніе равно $2\,.\,7\,.\,4\,.\,1^2 \cdot \frac{1}{1^2}$, т. е. 56.

А. Фрумкинъ (Одесса); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *В. Моргулевъ* (Одесса).

№ 399 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$4^{\sqrt{x}-1} + 2^x = 20.$$

Уравненіе удовлетворяется при $x = 4$. При $x \gtrless 4$ имѣемъ соотвѣтственно

$$4^{\sqrt{x}-1} + 2^x \gtrless 4^{\sqrt{4}-1} + 2^4 = 20$$

Итакъ, $x = 4$ есть единственный корень даннаго уравненія.

А. Фрумкинъ (Одесса); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *Р. Боколяръ* (Воронежъ); *М. Фихтенгольцъ* (Одесса); *Е Доманицкій* (Каменецъ-Подольскъ); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *М. Пистракъ* (Варшава); *Н. Широковъ* (Матьевка); *В. Моргулевъ* (Одесса); *А. Масловъ* (Москва); *Г. Варкентинъ* (Петербургъ).

№ 400 (5 сер.) *Разложеніе числа* N *содержитъ одинаковое число двоекъ и пятерокъ. Найти это число, если извѣстно, что число всѣхъ дѣлителей числа* N^2 *на* 33 *болѣе числа всѣхъ дѣлителей* N.

Согласно съ условіемъ $N = 2^x 5^x$, гдѣ x есть цѣлое положительное число. Тогда $N^2 = 2^{2x} 5^{2x}$, числа же всѣхъ дѣлителей чиселъ N и N^2 равны по извѣстной формулѣ выраженіямъ $(x+1)(x+1)$ и $(2x+1)(2x+1)$. Такъ какъ второе изъ этихъ выраженій на 33 болѣе перваго, то x удовлетворяетъ уравненію

$$(2x+1)^2 - (x+1)^2 = 33 \quad \text{или} \quad 3x^2 + 2x - 33 = 0,$$

цѣлый положительный корень котораго равенъ 3. Слѣдовательно, $N = 2^3 5^3 = 1000$

Л. Богдановичъ (Ярославль); *Е. Доманицкій* (Каменецъ-Подольскъ); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *М. Пистракъ* (Варшава); *А. Масловъ* (Москва); *В. Моргулевъ* (Одесса).

№ 405 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\sin^4 x + \cos^4 x - 2 \sin 2x + {}^3/_4 \sin^2 2x = 0.$$

Представивъ уравненіе въ видѣ:

$$\sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x - 2 \sin 2x + {}^3/_4 \sin^2 2x =$$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \frac{\sin^2 2x}{2} - 2 \sin 2x + {}^3/_4 \sin^2 2x =$$

$$= 1 - \frac{\sin^2 2x}{2} - 2 \sin 2x + {}^3/_4 \sin^2 2x = 0,$$

или, послѣ обычныхъ преобразованій,

$$\sin^2 2x - 8 \sin 2x + 4 = 0,$$

откуда

$$\sin 2x = 4 \pm \sqrt{12}.$$

Большій корень не даетъ дѣйствительнаго значенія для x, а меньшій корень, равный 0,5648727, послѣ вычисленія съ помощью таблицъ, даетъ $2x = 34^\circ 22' 47''$, откуда $x = k\pi + (-1)^k 17^\circ 11' 23'',5$, гдѣ k — произвольное цѣлое число.

А. Фрумкинъ (Одесса); *Д. Тканукъ* (Александрія); *Д. Чижевскій* (Александрія); *В. Моргулевъ* (Одесса); *Г. Варкентинъ* (Петербургъ).

№ 411 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 3\left(\frac{3}{2}\right)^{x-1} - \frac{1}{3^2}\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} + 1,25 = 0.$$

Записавъ данное уравненіе въ видѣ

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{x} - \frac{1}{3^2} \cdot \frac{3^2}{2^2}\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + \frac{5}{4} = 0,$$

полагаемъ

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = y. \qquad (1)$$

Тогда уравненіе приметъ видъ:

$$y^2 - 2y - \frac{1}{4y} + \frac{5}{4} = 0,$$

или

$$y^3 - 2y^2 + \frac{5}{4}y - \frac{1}{4} = 0 = y^3 - y^2 + \frac{1}{4}y - \left(y^2 - y + \frac{1}{4}\right) =$$

$$= (y-1)\left(y^2 - y + \frac{1}{4}\right) = (y-1)\left(y - \frac{1}{2}\right)^2.$$

Итакъ, данное уравненіе можно записать въ видѣ:

$$(y-1)\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 0,$$

откуда

$$y_1 = 0, \quad y_2 = \frac{1}{2},$$

т. е. [см. (1)]

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = 1, \qquad (2)$$

или

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{2}. \qquad (3)$$

Изъ уравненія (2) имѣемъ $x_1 = 0$. Логариѳмируя уравненія (3), находимъ:

$$x(\lg 3 - \lg 2) = -\lg 2,$$

откуда

$$x_2 = -\frac{\lg}{\lg 3 - \lg 2} = -\frac{0{,}30103}{0{,}17609} = -1{,}70952.$$

Р. Ковальскій; *А. Фрумкинъ* (Одесса); *Л. Маргулисъ* (Петербургъ); *В. Моргулевъ* (Одесса); *М. Рыбкинъ* (Ейскъ).

№ 415 (5 сер). *Доказать, что при* n *цѣломъ и неотрицательномъ выраженіе*

$$4^{2n+1} + 5^{2n+1} - 180n - 9$$

дѣлится на 540.

Запишемъ данное выраженіе въ видѣ: $5^{2n+1} - 1 + (4^{2n+1} - 180n - 8)$. Разность $5^{2n+1} - 1$ дѣлится при n цѣломъ и не отрицательномъ на разность $5 - 1 = 4$, а каждый изъ трехъ остальныхъ членовъ тоже дѣлится на 4; значитъ и все выраженіе дѣлится на 4. Записавъ данное выраженіе въ видѣ; $4^{2n+1} + 1^{2n+1} + (5^{2n+1} - 180n - 10)$ и замѣчая, что сумма нечетныхъ степеней $4^{2n+1} + 1^{2n+1}$ кратна суммы $4 + 1 = 5$, мы видимъ, что и все выраженіе при n цѣломъ и неотрицательномъ кратно 5. Наконецъ, съ помощью формулы бинома данное выраженіе можно записать въ видѣ:

$$(1+3)^{2n+1}-(1-6)^{2n+1}-180n-9=1+(2n+1)\,3+\frac{(2n+1)\,2n}{2}\cdot 3^2+$$

$$+P\cdot 3^3-1+(2n+1)\,6-\frac{(2n+1)\,2n}{2}\cdot 6^2+\varphi\cdot 6^3-180n-9=9\,(2n+1)+$$

$$+9\,(2n+1)\,n-36\,(2n+1)\,n-180n-9\,(P+8\varphi)\,27=27\,(P+8\varphi)-(2n+1)\,n-$$

$$-162n=27\,[P+8\varphi-(2n+1)\,n-4n],$$

гдѣ P и φ суть надлежащія цѣлыя числа, а потому при n цѣломъ и не отрицательномъ данное выраженіе кратно 27. Будучи кратно трехъ попарно взаимно простыхъ чиселъ 4, 5 и 27, данное выраженіе кратно при n цѣломъ и неотрицательномъ и ихъ произведенія 540.

Н. Широковъ (Матьевка); *М. Рыбкинъ* (Ейскъ); *Н. С.* (Одесса).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника", подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

Э. Борель, проф. Сорбонны. *Элементарная математика.* II. „Геометрія". Переводъ съ нѣмецк. изданія, обработаннаго проф. П. Штекелемъ, подъ редакціей прив.-доц. В. Ф. Кагана. Съ 403 рис. Изданіе „Mathesis'a". Одесса. 1912. Стр. XXIII+334. Ц. 2 руб.

Моренъ Ш., проф. *Физическія состоянія вещества.* Перев. съ франц. І. Л. Левинтова, подъ редакціей проф. М. В. Писаржевскаго. Изданіе „Mathesis'a". Одесса, 1912. Съ 21 черт. Стр. XIII+224. Ц. 1 руб. 40 к.

А. А. Ляминъ. *Методическій сборникъ задачъ прямолинейной тригонометріи.* (Съ приложеніемъ смѣтной таблицы формулъ тригонометріи). Изданіе А. С. Панафидиной. Москва, 1912. Стр. 130. Ц. 75 к.

В. Ѳ. Гартцъ. *Ариѳметика.* Руководство для среднихъ учебныхъ заведеній и самостоятельнаго изученія. Изданіе четвертое, измѣненное. СПБ., 1910. Стр. IV+256. Ц. 70 коп.

Его же. *Новые ряды и т. д.* См. прилагаемую синюю обложку.

Его же. *Лучшая система для вѣсовыхъ гирь.* СПБ., 1910. Стр. 36. Ц. 25 коп.

Его же. *Новыя денежныя монеты.* Проектъ. СПБ., 1909. Стр. 44. Ц. 25 коп.

Его же. *Явленіе круглыхъ цѣнъ. 30.000.000 годовой прибыли.* Экономическій этюдъ. СПБ., 1909. Стр. 36. Ц. 25 к.

Яковъ Бень. *Таблица обыкновенныхъ логариѳмовъ о пяти знакахъ.* Составлено по новому методу. Винница, 1910. Стр. IV+34. Ц. 35 к,

Дж. В. А. Юнгъ, проф. методики математики Чикагскаго Университета. *Какъ преподавать математику?* Преподаванiе математики въ средней и начальной школѣ. Перевелъ съ англiйск. съ разрѣшенiя автора и дополнилъ А. Л Кулишеръ. Съ 20 чертежами. Вып. I, Изд. т-ва „Общественная Польза“. СПБ., 1912. Стр. XVI+192. Ц. 1 руб. 50 коп,

II. Трейтлейнъ. *Методика геометрiи.* Часть I-я. Переводъ съ нѣмецк. подъ редакцiей Ф. В. Филипповича. Изданiе журнала „Обновленiе Школы“. СПБ., 1912. Стр. 180. Ц. 60 коп.

А. Годневъ, начальникъ Симбирской Марiинской гимназiи. *Элементарная геометрiя по новому плану и съ полнымъ переустройствомъ ея фундамента.* Часть I. Планиметрiя. Симбирскъ, 1912. Стр. XVIII+396+XXII. Ц. 2 р.

Н. Каменьщиковъ. *Космографiя.* (Начальная астрономiя). Учебникъ для среднихъ учебныхъ заведенiй и пособiе для самообразованiя. Съ 201 рис. въ текстѣ, съ приложенiемъ цвѣтной таблицы спектровъ и звѣздной карты. СПБ., 1912. Стр. VII+248. Ц. 1 руб. 20 к.

Ф. В. Кюстеръ, проф. *Таблицы логариѳмовъ для химиковъ, врачей и физиковъ.* Переводъ съ 11-го исправленнаго нѣмецкаго изданiя М. П. Дукельскаго. Изд. „Образованiя“. СПБ., 1912. Стр. 112. Ц. въ перепл. 1 руб.

П. А. Долгушинъ. *Четырехзначная таблица логариѳмовъ, чиселъ и тригонометрическихъ функцiй.* Съ приложенiемъ элементарной теорiи табличныхъ вычисленiй. Съ 13 черт. въ текстѣ. Изд. кн-ства „Сотрудникъ“, СПБ.—Кiевъ, 1911. Стр. 30. Ц 40 коп.

Новыя идеи въ физикѣ. Непериодическое изданiе, выходящее подъ редакцiей заслуж. проф. СПБ. университета И. И. Бергмана. Сборникъ № 3. *Принципъ относительности.* СПБ., Стр. 176. Ц. 80 коп.

Т. Мюллеръ. *Основные законы электрохимiи.* Перев. съ франц. Н. В. Сенигова, подъ ред. проф. Н. А. Пушина. СПБ., 1911. Стр. 160. Ц. 80 к.

Ф. Кениссэ. *Астрономическая фотографiя.* Руководство для любителей астрономiи и для практическихъ занятiй по космографiи въ средней школѣ. (Съ 38 рисунками въ текстѣ). Перевелъ и дополнилъ А. И. Барановъ. Изданiе 2-е, дополненное. СПБ., 1912. Стр. 67. Ц. 40 коп

А. И. Барановъ. *Школьная астрономическая обсерваторiя и упрощенные приборы по космографiи.* Съ 39 рисунками въ текстѣ. Пособiе для средней школы и любителей астрономiи. СПБ, 1912. Стр. 67. Ц. 40 коп.

А. А. Волковъ. *Математическiя основанiя номографiи.* Москва, 1911. Стр. 30. Ц. 40 к.

М. Лагутинскiй. *Приложенiе полярныхъ операцiй къ интегрированiю обыкновенныхъ дифференцiальныхъ уравненiй въ конечнамъ видѣ.* Харьковъ, 1911. Стр. VI+133.

Н. Н. Парфентьевъ, прив.-доц. Императорскаго Казанскаго Университета. *Памяти профессора Ѳ. М. Суворова.* Казань, 1911. Стр. 15.

Г. А. Уэнтуортъ и Е. М. Ридъ. *Первоначальная ариѳметика.* Съ картинками. Переводъ съ англiйскаго подъ редакцiей и съ предисловiемъ Д. Л. Волконскаго. Изданiе Т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1912. Стр. XXVIII + 222. Ц. 75 к.

Леонидъ Видеманъ. *Мой сборникъ.* Часть I-ая. Харьковъ, 1912. Стр. 70.

А. Воиновъ, директоръ Павловскаго реальнаго училища. *Сборникъ геометрическихъ задачъ на вычисленiе,* съ приложенiемъ задачъ, рѣшаемыхъ при помощи тригонометрiи, и статьи „Приложенiе алгебры къ геометрiи“. Курсъ среднихъ учебныхъ заведенiй. 7-ое изданiе. Павловскъ н/Д., 1911. Стр. 170. Ц. 80 к.

А. Воиновъ. *Основанія анализа безконечно малыхъ.* Съ приложеніемъ дополнительныхъ статей алгебры. Курсъ 7-го класса реальныхъ училищъ. Изданіе 5 ое. Москва, 1911. Стр. 132. Ц. 85 к.

Русскій Астрономическій Календарь (Ежегодникъ) на 1912 годъ. „Перемѣнная часть“. Изданіе Нижегородскаго Кружка любителей физики и астрономіи. Нижній-Новгородъ, 1912. Стр. VIII + 219. Ц. 60 к.

Ежегодникъ Русскаго Астрономическаго Общества (Астрономическія явленія) на 1912 г. Справочная книжка для любителей астрономіи съ картами экваторіальной и сѣв. полярной областей неба и путей планетъ. Съ приложеніемъ статьи С. В. Муратова „Астрономическая труба“. Изданъ подъ редакціей секретаря Общества В. В. Ахматова. С.-Петербургъ 1912. Стр. VIII + 136. Ц. 50 к.

Таблица тригонометрическихъ функцій. Пособіе при рѣшеніи прямоугольныхъ треугольниковъ безъ помощи логариѳмовъ. Изданіе М. П. Никонова. Н.-Новгородъ, 1912. Ц. 8 к.

Краткій обзоръ дѣятельности Педагогическаго Музея военно-учебныхъ заведеній за 1908—1909 г. (Тридцать девятый обзоръ). Вып. II. „Дѣятельность отдѣла иностранныхъ языковъ учебно-воспитательнаго комитета“. Стр. 53. Ц. 20 к. Вып. III. „Дѣятельность отдѣла графическихъ искусствъ учебно-воспитательнаго комитета“. Стр. 29. Вып. IV. „Дѣятельность общепедагогическаго отдѣла учебно-воспитательнаго комитета“. Стр. 23. Вып. V. „Дѣятельность отдѣла географіи учебно-воспитательнаго комитета“. Стр. 20.

Краткій обзоръ дѣятельности Педагогическаго Музея военно-учебныхъ заведеній за 1910—1911 г. (Сорокъ первый обзоръ). Вып. I. „Дѣятельность отдѣла русскаго языка учебно-воспитательнаго комитета“. Подъ редакціей секретаря отдѣла Н. М Соколова. С.-Петербургъ, 1911. Стр. 102.

Каталогъ картинъ для проекціоннаго фонаря (діапозитивовъ), имѣющихся въ коллекціяхъ Педагогическаго Музея. Часть II. „Научный отдѣлъ“. Изданіе 2-ое, дополненное (съ иллюстраціями). С.-Петербургъ, 1912. Стр. XII + 156. Ц. 25 коп.

Труды Общества Естествоиспытателей при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ. Томъ XLIII. — Вып. 1. Н. П. Забусовъ. „Изслѣдованіе иннерваціи летательной перепонки летучихъ мышей“. Стр. 67. — Вып 2. Н. П. Симоновъ. „Хлопчатникъ и его врачи“. Стр. 40. — Вып. 3. М. М. Хомяковъ. „О краніологическомъ типѣ чепецкихъ вотяковъ въ связи съ общимъ развитіемъ вотской народности“. Антропологическое изслѣдованіе. Стр. 294. — Вып. 4. И П. Забусовъ. „Изслѣдованія по морфологіи и систематикѣ планаріи озера Байкала“. Съ 11 табл. Стр. 432. — Вып. 5. Профессоръ К. Мережковскій „Лихенологическая поѣздка въ киргизскія степи (гора Богдо)“. Стр. 41. — Вып. 6. А. А. Остроумовъ. „Періодичность роста стерляди (аутокатализъ)“. Стр. 54. Казань, 1911.

Протоколы засѣданій Общества Естествоиспытателей при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ. 1909—1910. Сорокъ первый годъ. 1910. Казань, 1910—1911. Сорокъ второй годъ. Казань, 1911.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ.** Издатель **В. А. Гернетъ.**

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
пщется

Обложка
ищется