

№ 536.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

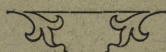
ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

XLV-го Семестра № 8-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла: Пушкинская, 18.

1911.

<http://vofem.ru>

„СОВРЕМЕННЫЙ МІРЪ“

Содержаніе: Стихотворенія: А. Федорова и Ив. Бунина; „Проклятый родъ“ (ром.), И. Рукавишникова; „Золотая карета“ (разск.), Д. Крачковскаго; „Степное“ (очер.). А. Туркина; „Посмертныя новеллы“. Гюи де-Мопассана; „Талисманъ“ (ром.), А. Перринъ; „М. П. Погодинъ и борьба классовъ“, Г. Плеханова; „Очерки новой аграрной политики“, Г. Алексѣева; „Закрѣпленіе Дальняго Востока“, В. Моравскаго; „Поворотное время“, В. Львова-Рогачевскаго; „Свобода союзовъ“, П. Гудвана; „Эдипъ-царь въ постановкѣ Рейнгардта“, Ф. Батюшкова; „Фабрика въ деревнѣ“, Е. Дюбюкъ; „Новый сборникъ стиховъ Ады Негри“, В. Фриче; „П. Ф. Якубовичъ“. В. Львова-Рогачевскаго; „Смертныя приговоры и казни въ 1905-1910 гг.“, Д. Жбанкова; „50-ти лѣтіе Итальянскаго Королевства. Албанское возстаніе. Мексиканская между-усобица“, К. Вейдемюллера; Изъ настроеній журнальнаго читателя (по матеріаламъ анкеты), І. Ларскаго; „Утро послѣ побѣды“, Н. І.; „Бесплодная репрессія“, Н. І.—Критика и бібліографія. Новыя книги. Объявленія.

Продолжается подписка на 1911 годъ.

Условія подписки (съ дост. и пер.): годъ—9 р.; полгода—4 р. 50 к.; на 4 мѣс.—3 р. Заграницу: 12 р. годъ и 6 р. полгода. Безъ доставки въ Спб.: 8 р. годъ и 4 р. полгода.

Проспекты высылаются по первому требованію.

Спб., Надеждинская, 41.

Издательница М. К. Іорданская.

Редакторъ Н. И. Іорданскій.

1911
годъ.

Открыта подписка на техниче-
скій ежемѣсячный журналъ

XVIII
годъ.

„ВѢСТНИКЪ ОБЩЕСТВА ТЕХНОЛОГОВЪ“

Издаваемый Обществомъ Технологовъ въ С.-Петербургѣ.

„Вѣстникъ Общества Технологовъ“ будетъ издаваться въ 1911 году по прежней программѣ подъ руководствомъ редакціоннаго комитета, состоящаго изъ профессоровъ-спеціалистовъ по различнымъ отраслямъ технологии, подъ общей редакціей проф. П. В. Котурническаго.

Редакціонный Комитетъ:

В. П. Аршауловъ, Л. Г. Богаевскій, Н. А. Быковъ, А. А. Вороновъ, С. А. Ганешинъ, А. Д. Гатцукъ, М. В. Гололобовъ, Г. Ф. Деппъ, М. А. Дешевой, М. Г. Евангуловъ, А. С. Ломшаковъ, К. Э. Рерихъ, А. А. Русановъ, Н. А. Рѣзцовъ, Н. Н. Саввинъ, А. М. Самусь, П. С. Селезневъ, А. М. Соколовъ, А. И. Степановъ, А. М. Тихомировъ, В. В. Фармаковский, И. М. Холмогоровъ.

„Вѣстникъ Общества Технологовъ“, помѣщая цѣлый рядъ оригинальныхъ и переводныхъ статей по всѣмъ отраслямъ механическаго и химическаго производствъ, электротехники и желѣзнодорожнаго дѣла, даетъ въ нихъ, помимо теоретическаго освѣщенія вопросовъ, волнующихъ инженера-ученаго, также и массу практическихъ свѣдѣній, необходимыхъ для каждаго инженера-практика. Въ каждомъ номерѣ даются обзоры всей текущей журнальной технической литературы, какъ русской, такъ и иностранной, а также отзывы о выдающихся новыхъ техническихъ книгахъ, какъ русскихъ, такъ и иностранныхъ.

Подписная цѣна на журналъ:

Съ доставкой и пересылкой въ годъ 7 руб. Для студентовъ (допускается разсрочка по третямъ года по 1 р.) 3 руб. Для членовъ Кружка Технологовъ Московскаго района не состоящихъ членами Об-ва 4 руб.

Всѣмъ членамъ „Общества Технологовъ“ журналъ высылается бесплатно.

ОТДѢЛЬНЫЙ НУМЕРЪ 75 КОП.

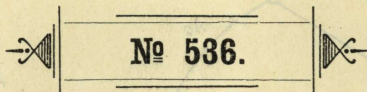
Журналъ выходитъ ЕЖЕМѢСЯЧНО тетрадами большаго формата въ размѣрѣ 4—6 листовъ.

Подписка принимается въ конторѣ журнала: С.-Петербургъ, Николаевская ул., № 29.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



Содержаніе: Построеніе правильного семнадцатиугольника. *К. Гагге.* — Пространство и время съ точки зрѣнія физики. *Проф. Э. Кона.* — Задачи точной астрономіи. *С. С. Гоу.* — Задачи №№ 414—419 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ: №№ 296 и 297 (5 сер.). — Объявленія.

Построеніе правильного семнадцатиугольника.

К. Гагге.

Знаменитая задача о построеніи правильного семнадцатиугольника, или, что сводится къ тому же, о раздѣленіи окружности на 17 частей была, какъ извѣстно, впервые разрѣшена Гауссомъ. Это рѣшеніе самъ Гауссъ считалъ однимъ изъ перловъ своихъ твореній и, какъ извѣстно, завѣщалъ вырѣзать правильный семнадцатиугольникъ на своей могильной плитѣ. Въ статьѣ „Дѣленіе окружности на равныя части“ проф. Г. Вебера, помѣщенной въ №№ 416 и 417 „Вѣстника“, была выяснена связь между этой задачей и нахожденіемъ корней 17-ой степени изъ 1. Тамъ же было изложено и рѣшеніе задачи, заключающееся въ нахожденіи корней 17-ой степени изъ 1 по методу Гаусса и въ построеніи вещественной части корня: Конечно, по существу въ рѣшеніе этой задачи трудно внести какія-либо серьезныя улучшенія. Тѣмъ не менѣе отъ времени до времени появляются статьи, вносящія болѣе или менѣе значительныя упрощенія въ процессъ разрѣшенія уравненія и въ соотвѣтствующее построеніе. Два такихъ „новыхъ“ рѣшенія были предложены въ текущемъ году; одно изъ нихъ мы намѣрены здѣсь изложить.

Въ сентябрьской тетради журнала „Zeitschrift für Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Unterricht“ за 1910 г. помѣщена статья Гагге*), содержащая обработку Гауссовыхъ вычислений, несомнѣнно упрощающую рѣшеніе. Мы приводимъ здѣсь эту статью почти цѣликомъ.

Положимъ, что окружность, радіусъ которой мы принимаемъ за 1, раздѣлена на 17 частей, какъ показано на рис. 1. Если отъ точки A_{17} отсчитаемъ n частей, то мы придемъ къ точкѣ A_n . Теперь положимъ:

$$\angle A_{17}NA_n = \varphi_n \quad \text{и} \quad NA_n = s_n.$$

Такъ какъ радіусъ равенъ 2 единицамъ, то

$$s_n = 2 \cos \varphi_n.$$

Дуга переходитъ изъ первой полуокружности во вторую, если уголъ φ_n превышаетъ прямой. Но при переходѣ изъ первой четверти во вторую косинусъ мѣняетъ знакъ; сообразно этому мы будемъ считать хорды, выходящія изъ точки N положительными или отрицательными въ зависимости отъ того, расположены ли онѣ въ первомъ или второмъ полуокругѣ. Поэтому ряды

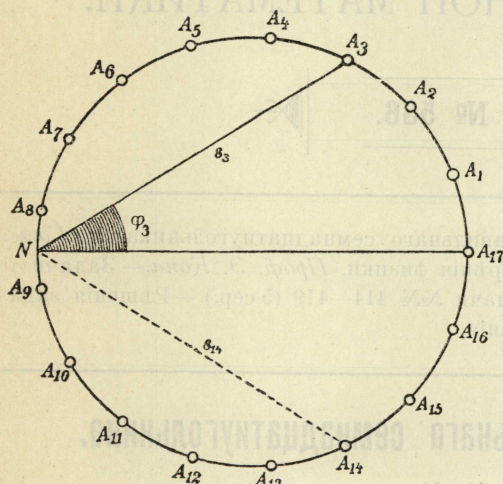


Рис. 1.

$$\begin{aligned} & s_9, \quad s_{10}, \quad s_{11}, \quad s_{12}, \quad s_{13}, \quad s_{14}, \quad s_{15}, \quad s_{16}; \\ & -s_8, \quad -s_7, \quad -s_6, \quad -s_5, \quad -s_4, \quad -s_3, \quad -s_2, \quad -s_1 \end{aligned}$$

имѣютъ совершенно тѣ-же члены.

Если мы теперь въ известной формулѣ

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

положимъ $\alpha = \varphi_n$ и $2\alpha = \varphi_{2n}$, то мы получимъ первую вспомогательную формулу

$$s_n = \frac{\sin \varphi_{2n}}{\sin \varphi_n}. \quad (1)$$

Если далѣе положимъ $\alpha = \varphi_n$ и $\beta = \varphi_m$, то $\alpha \pm \beta = \varphi_{n \pm m}$. Вмѣстѣ съ тѣмъ основная формула сложения

$$\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

*) K. H a g g e. „Einfache Behandlung der Siebenzehnteilung des Kreises“.

послѣ удвоенія обѣихъ частей даетъ вторую вспомогательную формулу

$$s_n \cdot s_m = s_{n-m} + s_{n+m}. \quad (2)$$

Она даетъ намъ возможность преобразовать произведеніе двухъ хордъ въ сумму, напримѣръ:

$$s_2 s_1 = s_1 + s_3.$$

Такъ какъ произведеніе не зависитъ отъ порядка сомножителей, то мы имѣемъ также:

$$s_1 s_2 = s_1 + s_3.$$

Если мы сравним это значеніе съ вспомогательной формулой (2), то окажется, что разность $n - m$ можно всегда считать положительной.

Соотношеніе

$$s_6 s_3 = s_2 + s_{14},$$

такъ выяснено выше, можно писать такъ:

$$s_6 s_3 = s_2 - s_3.$$

По вспомогательной формулѣ (1)

$$s_1 s_2 s_4 s_8 = \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} \cdot \frac{\sin \varphi_4}{\sin \varphi_2} \cdot \frac{\sin \varphi_8}{\sin \varphi_4} \cdot \frac{\sin \varphi_{16}}{\sin \varphi_8},$$

$$s_3 s_5 s_6 s_7 = \frac{\sin \varphi_6}{\sin \varphi_3} \cdot \frac{\sin \varphi_{10}}{\sin \varphi_5} \cdot \frac{\sin \varphi_{12}}{\sin \varphi_6} \cdot \frac{\sin \varphi_{14}}{\sin \varphi_7}.$$

Если теперь примемъ во вниманіе, что

$$\sin \varphi_n = \sin \varphi_{17-n},$$

то мы получимъ важныя равенства:

$$s_1 s_2 s_4 s_8 = 1,$$

$$s_3 s_5 s_6 s_7 = 1.$$

(3)

Одно изъ этихъ произведеній мы произвольно разобьемъ на двѣ части, скажемъ, такъ:

$$s_1 s_2 \cdot s_4 s_8 = 1$$

затѣмъ, по формулѣ (2), преобразовываемъ каждое изъ двухъ парныхъ произведеній въ сумму; тогда предыдущее равенство принимаетъ видъ:

$$(s_1 + s_3)(s_4 - s_5) = 1,$$

а, по раскрытіи скобокъ,

$$s_1 s_4 + s_3 s_4 - s_1 s_5 - s_3 s_5 = 1$$

или

$$s_3 + s_5 + s_1 + s_7 - s_4 - s_6 - s_2 - s_8 = 1;$$

наконецъ, въ иномъ расположеніи членовъ:

$$s_1 - s_2 + s_3 - s_4 + s_5 - s_6 + s_7 - s_8 = 1.$$

Вычитаемые члены этой формулы всѣ имѣютъ четные указатели.

Вторая вспомогательная формула позволяетъ составить замкнутую въ себѣ группу (періодъ) равенствъ:

$$s_1 s_4 = s_3 + s_5; \quad s_3 s_5 = s_2 + s_8; \quad s_2 s_8 = s_6 - s_7; \quad s_6 s_7 = s_1 - s_4.$$

Разсматривая и здѣсь дуги съ четными указателями, какъ вычитаемые члены, положимъ:

$$s_3 + s_5 = x_1, \quad -s_2 - s_8 = x_2, \quad -s_6 + s_7 = x_3, \quad s_1 - s_4 = x_4,$$

и примемъ эти значенія за неизвѣстныя. Согласно установленному выше періоду:

$$x_1 = s_1 s_4, \quad x_2 = -s_3 s_5, \quad x_3 = -s_2 s_8, \quad x_4 = s_6 s_7.$$

Наши предыдущія равенства можно теперь привести къ виду:

$$x_1 x_3 = -1, \quad x_2 x_4 = -1,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1.$$

Двѣ неизвѣстныя, сумма и произведенія которыхъ извѣстны, могутъ быть опредѣлены изъ квадратнаго уравненія; въ виду этого полагаемъ:

$$x_1 + x_3 = w_1, \quad x_2 + x_4 = w_2$$

и тотчасъ получаемъ

$$w_1 + w_2 = 1,$$

т. е. находимъ сумму неизвѣстныхъ. Теперь уже нетрудно найти и произведеніе

$$w_1 w_2 = (x_1 + x_3)(x_3 + x_4)$$

или

$$w_1 w_2 = (s_3 + s_5 - s_6 + s_7)(s_1 - s_4 - s_2 - s_8).$$

Въ самомъ дѣлѣ, раскрывая скобки, получимъ:

$$w_1 w_2 = s_3 s_1 - s_3 s_4 - s_3 s_2 - s_3 s_8$$

$$+ s_5 s_1 - s_5 s_4 - s_5 s_2 - s_5 s_8$$

$$- s_6 s_1 + s_6 s_4 + s_6 s_2 + s_6 s_8$$

$$+ s_7 s_1 - s_7 s_4 - s_7 s_2 - s_7 s_8,$$

а замѣняя произведенія суммами, будемъ имѣть:

$$\begin{aligned} w_1 w_1 &= s_2 + s_4 - s_1 - s_7 - s_4 - s_5 - s_5 + s_6 \\ &+ s_4 + s_6 - s_1 + s_8 - s_3 - s_7 - s_3 + s_4 \\ &- s_5 - s_7 + s_2 - s_7 + s_4 + s_8 + s_2 - s_3 \\ &+ s_6 + s_8 - s_3 + s_6 - s_5 + s_8 - s_1 + s_2 \end{aligned}$$

или

$$w_1 w_2 = 4(-s_1 + s_2 - s_3 + s_4 - s_5 + s_6 - s_7 + s_8),$$

такъ что

$$w_1 w_2 = -4.$$

Разрѣшая получаемаыя такимъ образомъ 4 квадратныхъ уравненія:

$$\begin{aligned} w_1 w_2 &= -4; \quad w_1 + w_2 = 1 \\ x_1 x_3 &= -1; \quad x_1 + x_3 = w_1 \\ x_2 x_4 &= -1; \quad x_2 + x_4 = w_2 \\ s_7 s_8 &= x_4; \quad s_7 - s_8 = x_3, \end{aligned} \quad (4)$$

мы получимъ хорды s_6 и s_7 . По нимъ безъ труда построимъ точки A_6 и A_7 , а, слѣдовательно, будемъ знать двѣ послѣдовательныя вершины правильнаго вписаннаго 17-тиугольника.

При производствѣ вычисленія нужно принять во вниманіе, что $w_1 = s_3 + s_5 - s_6 + s_7$ имѣетъ положительное значеніе, такъ какъ уже $s_5 > s_6$; кромѣ того, $x_1 = s_3 + s_5$ имѣетъ положительное значеніе, а $x_2 = -s_2 - s_8$ — отрицательное. Находимъ:

$$w_1 = 2,56155, \quad w_2 = -1,56155$$

$$x_1 = 2,90570, \quad x_3 = -0,34415$$

$$x_2 = -2,04948, \quad x_4 = 0,48793$$

$$s_6 = 0,89148, \quad s_7 = 0,54733.$$

Простѣйшій способъ построения корней квадратнаго уравненія, принадлежащій Гюнцше*), основанъ на слѣдующихъ ображеніяхъ.

Надъ прямой NM (рис. 2) расположена вершина C_m равносторонняго треугольника NC_mM , сторону котораго обозначимъ черезъ p . Изъ вершины прове-

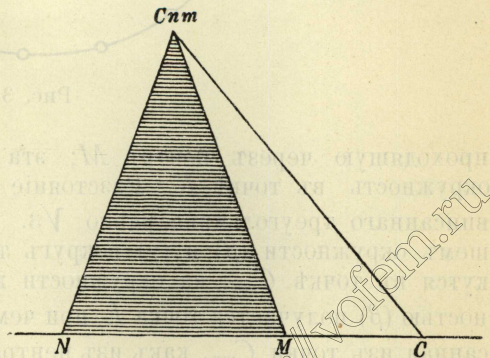


Рис. 2.

*) R. Güntsche. Die quadratische Gleichung in geometrographische Behandlung. Zeitschrift f. Mathem. und Naturw. Unterricht. 1903.

дена произвольная трансверсаль $C_m C = t$ къ основанію. Тогда

$$NC - MC = NM; \quad NC \cdot MC = t^2 - p^2$$

фигура дает намъ, такимъ образомъ, средство ввести разность и произведение, т. е. рѣшить квадратное уравненіе. Какъ это выполняется, можно видѣть по слѣдующему построенію, дающему сторону вписаннаго семнадцатиугольника.

Проведемъ любой діаметръ (рис. 3), опредѣляющій на данной окружности точки N и A_{17} , и около точки A_{17} опишемъ окружность (α) .

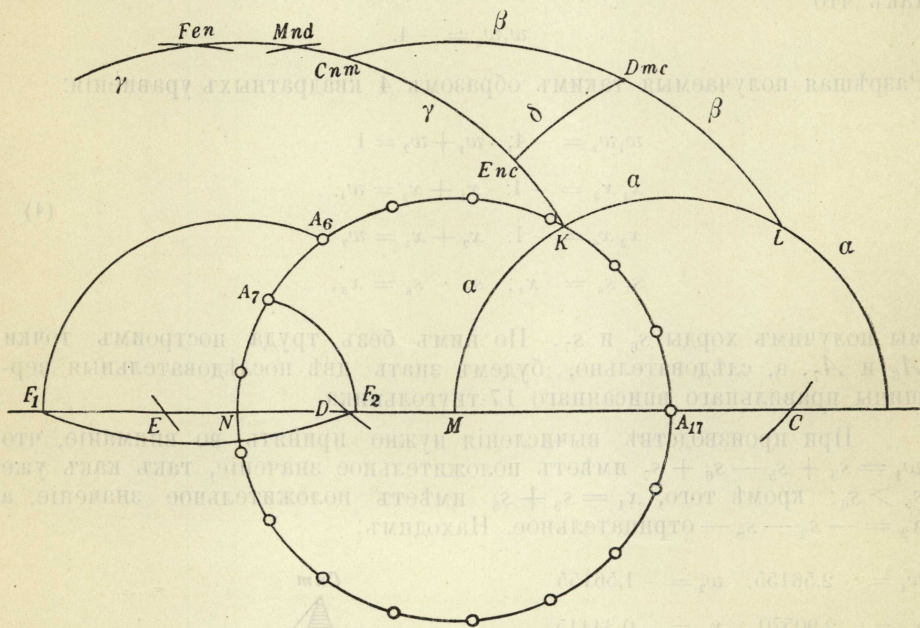


Рис. 3.

проходящую через центр M ; эта окружность пересечет данную окружность в точках K . Расстояние NK , как сторона правильного вписанного треугольника, равно $\sqrt{3}$. Радиусом, равным NK , опишем окружности (β) и (γ) вокруг точек M и N , которые пересекутся в точках C_{mn} ; на окружности же (α) в пересечении с окружностью (β) получается точка L , при чем $NL = \sqrt{7}$ *). Окружность, описанная из точки C_{mn} , как из центра, радиусом $\sqrt{7}$, пересекает диа-

*) Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ ML есть сторона правильного вписаннаго въ окружность a треугольника ($\sqrt{3}$), то разстояніе LI , (гдѣ l есть проекція точки L на діаметръ MN) есть половина ML , т. е. $\frac{\sqrt{3}}{2}$, а MI есть высота этого треугольника, т. е. $\frac{3}{2}$; $NI = \frac{5}{2}$; поэтому изъ прямоугольнаго треугольника NLI найдемъ, что $NL = \sqrt{7}$.

метръ въ точкѣ C . Наконецъ, изъ точки C радіусомъ $ML = \sqrt{3}$ описываемъ окружность (δ), которая пересѣчетъ окружности β и γ въ точкахъ D_{mc} и E_{nc} . На прямой $A_{17}N$ построимъ точки D и E такъ, чтобы ихъ разстоянія отъ точекъ D_{mc} и E_{nc} были соответственно равны диаметру данной окружности ($D_{mc}D = E_{nc}E = 2$). Изъ точекъ D и E снова проводимъ окружности радіусомъ, равнымъ $\sqrt{3}$, которые пересѣкутъ окружность γ въ точкахъ M_{nd} и F_{en} . Если теперь возьмемъ циркулемъ разстояніе MM_{nd} и опишемъ окружность изъ точки F_{en} , то она опредѣлитъ на диаметрѣ точки F_1 и F_2 такимъ образомъ, что $NF_1 = s_6$ и $NF_2 = s_7$. Если теперь опишемъ изъ точки N дуги радіусами NF_1 и NF_2 , то онѣ пересѣкутъ данную окружность въ точкахъ A_6 и A_7 . Правильность этого построенія устанавливается таблицей:

Равносторонній треугольникъ со стороной $\sqrt{3}$	Трансверсаль	Слѣдствие
$NC_{nm}M$	$C_{nm}C = \sqrt{7}$	$NC - MC = 1$ $NC \cdot MC = 4$
$MD_{mc}C$	$D_{mc}D = 2$	$DC - DM = MC$ $DC \cdot DM = 1$
$NE_{nc}C$	$E_{nc}E = 2$	$EC - EN = NC$ $EC \cdot EN = 1$
$NM_{nd}D$	$M_{nd}M = q$	$NM \cdot DM = q^2 - 3$ или $DM = q^2 - 3$
$EF_{en}N$	$F_{en}F_2 = q$	$EF_2 - NF_2 = EN$ $EF_2 \cdot NF_2 = q^2 - 3$

Изъ этого сопоставленія слѣдуетъ:

$$NC = w_1; \quad MC = -w_2,$$

$$DC = -x_2; \quad DM = x_4,$$

$$EC = x_1; \quad EN = -x_3,$$

$$EF_2 = NF_1 = s_6; \quad NF_2 = s_7.$$

Пространство и время съ точки зрѣнія физики.

Проф. Э. Кона.

Научно работать въ физикѣ — значить разыскивать въ явленіяхъ природы количественныя соотношенія и приводить эти послѣднія къ простѣйшему выраженію: первое есть задача экспериментатора, а второе — теоретика. Всѣ явленія протекаютъ въ пространствѣ и во времени. Мѣсто и время служатъ „независимыми переменными“, а всѣ прочія величины мы стремимся представить въ функціи отъ нихъ. Поэтому первымъ условіемъ существованія физики, какъ науки, является возможность количественно выразить пространство и время. Что это выполнимо, — т. е., что каждому отрѣзку можно однозначнымъ образомъ приписать опредѣленное значеніе въ метрахъ, а каждому промежутку времени — опредѣленное значеніе въ секундахъ, — кажется чѣмъ-то самоочевиднымъ. Однако, наука показала, что это не такъ, и вмѣстѣ съ тѣмъ наши понятія пространства и времени подверглись коренному измѣненію. Эта переменна и составляетъ предметъ дальнѣйшаго изложенія.

1. Принципъ относительности въ механикѣ (Галилей-Ньютонъ).

Шаръ катится по палубѣ судна; что мы должны считать его скоростью? Скорость относительно судна? но вѣдь судно само также движется. Скорость относительно земли? Но земля вѣдь также имѣетъ движеніе! Относительно солнца? — „неподвижныхъ“ звѣздъ? — какого-то x , относительно котораго перемѣщаются неподвижныя звѣзды и о которомъ мы рѣшительно ничего не знаемъ? Эта послѣдняя скорость не имѣетъ никакого смысла, каждая изъ прочихъ имѣетъ опредѣленный смыслъ. Спрашивается, можно ли выдѣлить какую-либо опредѣленную систему, къ которой предпочтительно отнести движеніе, можно ли выдѣлить какую-либо опредѣленную скорость? На этотъ вопросъ долженъ отвѣтить опытъ. Опытъ отвѣчаетъ: есть не одна система, но цѣлая группа системъ.

Заставимъ латунный обручъ вращаться вокругъ своего діаметра, — онъ сплющится. Уронимъ систему двухъ деревянныхъ дисковъ, соединенныхъ вертикальной спиральной пружиной, — пружина при паденіи сожмется. Повторимъ послѣдній опытъ, но постараемся при помощи тренія и надлежащаго противовѣса, достигнуть того, чтобы система опускалась съ возможно постоянной скоростью. Теперь пружина сохраняетъ такое же напряженіе, какъ въ состояніи покоя. Два первыхъ опыта имѣли между собою то общее, что скорость движенія въ обоихъ случаяхъ въ теченіе опыта мѣнялась: въ первомъ опытѣ измѣнялось направленіе скорости, во второмъ — ея величина; движеніе было „ускореннымъ“. Въ третьемъ же опытѣ скорость оставалась постоянной какъ по направленію, такъ и по величинѣ: движеніе было

„равномѣрнымъ“. Результатъ этихъ трехъ опытовъ мы можемъ, очевидно, выразить слѣдующимъ образомъ: упругое тѣло сохраняетъ постоянную форму какъ въ состояніи покоя относительно земли, такъ и въ состояніи покоя относительно системы, которая сама обладаетъ равномѣрнымъ движеніемъ относительно земли; оно, напротивъ, измѣняетъ свою форму въ состояніи покоя относительно системы, которая сама имѣетъ ускоренное движеніе относительно земли. Это можно выразить еще иначе: наблюдатель, заключенный въ одной оболочкѣ съ испытуемымъ тѣломъ, не будетъ замѣчать равномѣрнаго движенія, ускоренное же онъ будетъ замѣчать. То же самое вѣрно и относительно наблюденій, которые онъ дѣлаетъ на самомъ себѣ: онъ чувствуетъ движеніе карусели, чувствуетъ, какъ лифтъ начинаетъ подыматься и останавливается, но совершенно не замѣчаетъ равномѣрнаго движенія лифта. Это вѣрно и въ самомъ общемъ случаѣ. Представимъ себѣ изслѣдователя, который наблюдаетъ въ окружающемъ его мірѣ, ограниченномъ какимъ-либо образомъ, любое число механическихъ фактовъ. Предположимъ, что онъ засыпаетъ, его „міръ“, который до сихъ поръ оставался въ покоѣ относительно нѣкоторой окружающей среды, приводится въ движеніе, и нашъ наблюдатель просыпается, когда движеніе уже стало равномѣрнымъ: его новыя наблюденія будутъ одинаковы съ прежними, онъ не можетъ ничего узнать о томъ, что произошло во время его сна. Если же онъ былъ приведенъ въ ускоренное движеніе, напримѣръ, въ вращеніе, то онъ замѣчаетъ, что произошла перемѣна. Если мы дадимъ ему возможность заглянуть во „внѣшній“ міръ, то онъ на основаніи своихъ опытовъ придетъ къ слѣдующему заключенію: физика его собственного міра остается неизмѣнной для всѣхъ состояній движенія, которые отличаются одно отъ другого постоянной прямолинейной скоростью, относительно внѣшняго міра; но она оказывается различной при различныхъ вращеніяхъ относительно внѣшняго міра. Въ послѣднемъ случаѣ онъ тоже не будетъ въ состояніи рѣшить, вращается ли его міръ относительно внѣшняго міра, который остается въ покоѣ, или же внѣшній міръ вращается въ противоположную сторону вокругъ его міра. На этотъ вопросъ нельзя дать отвѣта, такъ какъ вопросъ не имѣетъ смысла. Но его наблюденія получаютъ различную формулировку, смотря по тому, считаетъ ли онъ покоящимся свой міръ или же внѣшній міръ, и весьма возможно, что одно изъ этихъ двухъ возможныхъ представленій отличается простотой, которую оно сообщаетъ связанному выраженію опытовъ, такъ называемымъ физическимъ „законамъ“. Въ этомъ смыслѣ мы можемъ дать опредѣленіе „абсолютнаго“ вращательнаго вращенія. Въ этомъ именно смыслѣ мы разсматриваемъ небо неподвижныхъ звѣздъ, какъ неподвижное, а землю, какъ вращающуюся равномѣрно вокругъ своей оси: только постановка вопроса даетъ намъ механику, которую можно практически провести. Но абсолютнаго равномѣрнаго поступательнаго движенія мы никакимъ образомъ не можемъ опредѣлить. Двѣ равномѣрно движущіяся другъ относительно друга системы совершенно эквивалентны механически: сказать, что система A въ покоѣ, а система B движется, или сказать, что система B въ покоѣ, а система A

движется — это одно и то же. Въ частности, слѣдовательно, механически выдѣляется не система неподвижныхъ звѣздъ одна сама по себѣ, но вмѣстѣ съ ней вся группа всѣхъ тѣхъ системъ, которыя обладаютъ равномернымъ движеніемъ относительно неподвижныхъ звѣздъ, или, какъ мы ее будемъ называть, вся „группа неподвижныхъ звѣздъ“. Въ этомъ заключается „принципъ относительности“ въ механикѣ, восходящей до Галилея и Ньютона.

2. Принципъ относительности въ электродинамикѣ

(Лоренцъ-Эйнштейнъ).

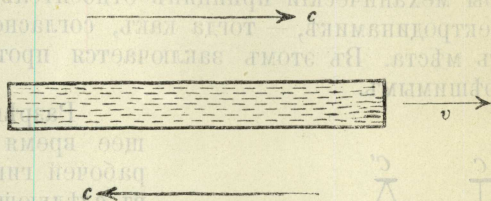
Исслѣдователи всегда стремились распространить факты, найденные въ механикѣ, на прочія области физики, и возвести принципы механики на степень общихъ физическихъ принциповъ. Въ этомъ направленіи заходили настолько далеко, что считали послѣдней пѣлюю физическаго изслѣдованія „свести всѣ наблюдаемыя явленія къ движенію частицъ, находящихся подъ дѣйствіемъ опредѣленныхъ силъ“^{*)}. Это требованіе въ конечной инстанціи, очевидно, обращено къ природѣ: природа должна быть объяснима механически. Но это не въ нашей власти: мы можемъ ставить природѣ вопросы, но не можемъ отдавать ей приказаній. Однако, указанная идея имѣетъ право на существованіе, какъ руководящая нить для постановки фѣлсообразныхъ вопросовъ, какъ „рабочая гипотеза“; объ этомъ свидѣлствуетъ исторія физики, такъ какъ на явленіяхъ движенія впервые были открыты многообъемлющія закономерности.

Къ великому удивленію изслѣдователей оказалось, что механическій принципъ относительности не примѣнимъ къ излученію — къ излученію и вмѣстѣ съ тѣмъ къ электродинамикѣ, такъ какъ послѣ работъ Генриха Герца мы можемъ считать вполне установленнымъ, что распространеніе излученія есть электрическій процессъ. Рѣшающій опытъ, впервые поставленный Физо, состоитъ въ слѣдующемъ. Предположимъ, что въ жидкости, текущей съ постоянной скоростью, свѣтъ распространяется въ направленіи теченія. Согласно принципу относительности наблюдатель, уносимый теченіемъ, долженъ былъ бы констатировать такую же скорость распространенія, какъ если бы жидкость оставалась въ покоѣ. Слѣдовательно, наблюдатель, находящійся внѣ потока, долженъ былъ бы найти, что скорость распространенія свѣта возросла на величину всей скорости жидкости (вспомнимъ шаръ, катящійся по палубѣ движущагося судна!). Это, однако, не имѣетъ мѣста: скорость распространенія свѣта увеличивается лишь на опредѣленную дробную часть скорости теченія. Эта дробь зависитъ отъ показателя преломленія жидкости. Предѣльный случай (въ даль-

*) Особенно яркое выраженіе эта мысль получила въ словахъ Лапласа объ „умѣ“, который зналъ бы положенія и скорости всѣхъ атомовъ вселенной въ нѣкоторый моментъ и всѣ дѣйствующія силы: такой умъ могъ бы вычислить изъ своей „міровой формулы“ все прошедшее и будущее. *Перев.*

нѣйшемъ мы однимъ лишь этимъ случаемъ будемъ заниматься подробно) имѣетъ мѣсто для газа, который оптически почти не отличается отъ пустого пространства: въ этомъ случаѣ эта дробь равна нулю; и наблюдатель, стоящій извнѣ, убѣждается, что для него свѣтъ распространяется совершенно такъ, какъ если бы газъ оставался въ покоѣ. Или говоря точнѣе, т. е. ближе придерживаясь эксперимента: свѣтъ распространяется для него съ одинаковой скоростью какъ въ направленіи теченія газа, такъ и въ противоположномъ. Онъ долженъ, слѣдовательно, заключить, что для воображаемаго наблюдателя, участвующаго въ движеніи газа, скорость свѣта уменьшается на величину всей его собственной скорости, когда онъ обѣ направленъ въ одну сторону, и увеличивается на такую же величину, когда онъ направленъ въ противоположныя стороны (фиг. 1).

Въ дѣйствительности мы сами постоянно находимся въ положеніи этого воображаемаго наблюдателя, движущагося вмѣстѣ съ воздушнымъ океаномъ. Въ своемъ годичномъ обращеніи вокругъ солнца земля движется съ скоростью, ко-

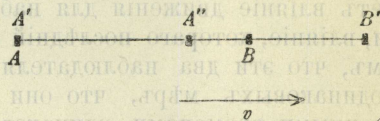


Фиг. 1.

Средняя стрѣлка указываетъ теченіе жидкости, верхняя и нижняя—скорость свѣта въ одномъ и въ другомъ направленіи.

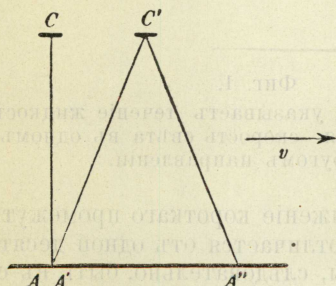
торую мы можемъ разсматривать въ продолженіе короткаго промежутка времени, какъ постоянную, и которая мало отличается отъ одной десятичной части скорости свѣта. Мы должны, слѣдовательно, быть въ состояніи распознавать движеніе земли на оптическихъ (вообще, электрическихъ) явленіяхъ, которыя совершаются на поверхности земли. Представимъ себѣ (фиг. 2) лучъ свѣта, идущій въ направленіи движенія земли отъ A къ B . Онъ пробѣгаетъ въ міровомъ пространствѣ болѣе длинный путь, и соотвѣтственно съ тѣмъ затрачиваетъ больше времени.

Предположимъ, что онъ отражается отъ точки B (фиг. 1) и возвращается въ A . Теперь путь короче, чѣмъ BA ; но, какъ показываетъ простое вычисленіе, путь въ общей сложности оказывается удлинненнымъ благодаря движенію земли. Предположимъ, что второй лучъ (фиг. 3) идетъ перпендикулярно къ движенію земли отъ A къ C , и также (фиг. 2) отражается въ A . Путь этого луча тоже удлинился; но, какъ показываетъ вычисленіе или чертежъ, онъ удлинился меньше, чѣмъ лучъ ABA . Итакъ, въ общей сложности, если лучи исходятъ одновременно изъ A къ B и C , и длины AB и AC въ точности равны между собой, то первый лучъ все-же возвращается въ A позже, чѣмъ второй. Теперь повернемъ весь этотъ аппаратъ на 90° , такъ что плечо AC будетъ лежать въ направленіи движенія земли, а плечо AB перпендикулярно къ нему. Теперь лучъ AC прибываетъ позже. Слѣдовательно, поворотъ долженъ вызвать измѣ-



Фиг. 2.

неніе наблюдаемаго явленія (интерференціоннаго изображенія *). Этотъ опытъ былъ произведенъ Майкельсономъ и Морлеемъ**) (фиг. 3). Длины были размѣрены такимъ образомъ, что вращеніе должно было дѣйствовать совершенно такъ, какъ удлиненіе свѣтового пути круглымъ счетомъ на двѣ десяти тысячныя доли миллиметра. Съ совершенной точностью могли быть измѣрены удлиненія даже на одну двадцатую часть этой величины; но и этой двадцатой части не оказалось налицо. Послѣ этого опыта былъ произведенъ еще рядъ другихъ оптическихъ и электрическихъ опытовъ, которые должны были бы обнаружить на земныхъ явленіяхъ вліяніе поступательнаго движенія земли. Всѣ они безъ исключенія дали отрицательный результатъ, хотя ожидаемый эффектъ не могъ бы ускользнуть отъ наблюденія. Всѣ эти опыты протекали такъ, какъ если бы механическій принципъ относительности имѣлъ также силу и въ электродинамикѣ, — тогда какъ, согласно опыту Физо, онъ не имѣетъ мѣста. Въ этомъ заключается противорѣчіе, которое кажется неразрѣшимымъ.



Фиг. 3.

Разрѣшеніе, которое въ настоящее время является господствующей рабочей гипотезой физиковъ, состоитъ въ слѣдующемъ: принципъ относительности вѣренъ также въ оптическо-электрическихъ явленіяхъ. Наблюдатель, участвующій въ движеніи, никоимъ образомъ не можетъ обнаружить своего равномернаго движенія. Въ электро-оптическихъ явленіяхъ, слѣдовательно, также не существуетъ выдѣляющейся системы сравненія, при помощи которой можно было бы опредѣлить „абсолютное движеніе“ и „абсолютный покой“. Если наблюдатель, не участвующій въ движеніи, ошибочно полагаетъ, что онъ обнаруживаетъ вліяніе движенія для наблюдателя, не участвующаго въ движеніи, вліяніе, котораго послѣдній самъ не замѣчаетъ, то это объясняется тѣмъ, что эти два наблюдателя производятъ измѣренія посредствомъ неодинаковыхъ мѣръ, что они не одно и то же называютъ тождественными временами, одинаковыми промежутками времени и одинаковыми длинами. Развѣтіемъ этого электродинамическаго принципа относительности, такъ называемаго принципа Лоренца-Эйнштейна, мы и займемся сейчасъ.

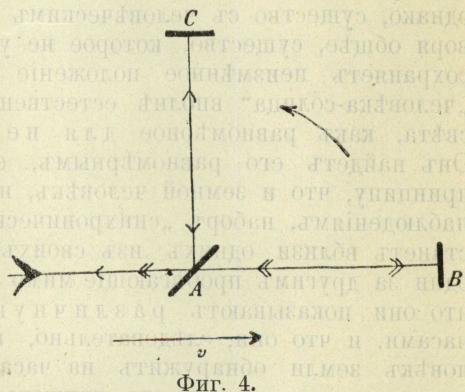
Изъ безконечнаго множества явленій мы остановимся прежде всего на одномъ, къ которому относились наши послѣдніе разсужденія,

*) См. фиг. 4. У точки *A* находится стеклянная пластинка, которая разбиваетъ прибывающій лучъ на два луча по направленію къ *B* и *C* и вновь соединяетъ отраженные лучи.

**) См. подробности О. Лоджъ, „Міровой эфиръ“, „Вѣстникъ“ 1910 и отдѣльное изданіе „Mathesis“ 1911.

**) Другое рѣшеніе дано авторомъ этой статьи; см. „Archives Neerlandaises“ 1900. Sitzungsberichte der Berliner Akademie, 1904.

а именно на распространении свѣта въ пустомъ пространствѣ (фиг. 4). Согласно принципу оно должно совершаться равномѣрно по всѣмъ направленіямъ какъ для одного, такъ и для другого наблюдателя, и при томъ съ одной и той же скоростью для обоихъ наблюдателей. Теперь возникаетъ прежде всего вопросъ: какъ мы измѣримъ скорость? какъ мы измѣримъ продолжительность процесса, который совершается въ области, протяженной также пространственно, напимѣръ, продолжительность полета пули. Мы должны для этого регистрировать моменты времени, относящіеся къ событіямъ въ различныхъ мѣстахъ. Мы можемъ, напимѣръ, воспользоваться слуховыми сигналами; но въ этомъ случаѣ, чтобы достигнуть хотя бы умѣренной точности, мы должны принимать въ расчетъ продолжительность передачи сигнала отъ мѣста происшествія до мѣста, гдѣ совершается регистрированіе. Идеальнымъ былъ бы такой сигналъ, который производится мгновенно и распространяется съ безконечно большой скоростью. Но въ дѣйствительности такого не бываетъ. Самыми скорыми сигналами, какіе мы знаемъ, являются свѣтовые сигналы въ пустомъ пространствѣ, или, практически, также въ воздухѣ. И дѣйствительно, у насъ нѣтъ другого болѣе точнаго способа, чѣмъ свѣтовые сигналы, для сообщенія временъ отъ одного мѣста къ другому. Въ физическихъ измѣреніяхъ мы обыкновенно имѣемъ право разсматривать распространение свѣта, какъ процессъ, не требующій времени, — вѣдь свѣтъ проходитъ въ секунду 300 000 км.! Но это, очевидно, недопустимо въ тѣхъ случаяхъ, когда наблюдаемое явленіе распространяется съ подобной же скоростью, слѣдовательно, недопустимо прежде всего при изслѣдованіи самого процесса распространения свѣта. Мы какъ будто попали здѣсь въ заколдованный кругъ: чтобы быть въ состояніи измѣрить скорость свѣта, мы должны знать продолжительность передачи свѣтового сигнала. Однако, наше положеніе не настолько уже безнадежно. Скорость свѣта опредѣляется на землѣ*) слѣдующимъ образомъ: свѣтовой сигналъ посылается отъ пункта A въ B , отражается въ пунктѣ B , обратно въ A ; все соотвѣтственное время наблюдается въ пунктѣ A и дѣлится на удвоенное растояніе AB . Такимъ образомъ, намъ приходится наблюдать времена только въ одномъ



*) Мы разсматриваемъ здѣсь лишь „земные“ методы; астрономическіе методы мы поймемъ лишь послѣ того, какъ усвоимъ принципы, которые мы должны здѣсь развить. Это же самое замѣчаніе относится и къ слѣдующему способу, который на первый взглядъ кажется принципиально самымъ простымъ: изгоовляются двѣ пары абсолютно одинаковыхъ часовъ, на которыхъ время отсчитывается съ идеальной точностью, и перевозятся на двѣ станціи наблюденія.

мѣстѣ. За то мы должны сдѣлать допущеніе, что свѣтъ распространяется съ одинаковой скоростью отъ пункта A къ пункту B , и отъ пункта B къ пункту A . Въ дѣйствительности мы всегда и дѣлаемъ это допущеніе, хотя вообще не считаемъ его заслуживающимъ упоминанія: мы предполагаемъ, что свѣтъ распространяется съ одинаковой скоростью по всѣмъ направленіямъ. Сдѣлавъ такое допущеніе, мы сейчасъ же получаемъ чрезвычайно точный методъ, посредствомъ котораго можно отнести другъ къ другу времена въ различныхъ мѣстахъ. Напримѣръ, синхронизмъ страсбургскихъ и кельскихъ (Kehl*) часовъ можетъ и долженъ быть осуществленъ слѣдующимъ образомъ. Мы предполагаемъ, что предварительно провѣрили одинаковость хода обоихъ часовъ. Страсбургъ во время 0 посылаетъ въ Кель свѣтовой сигналъ, которыхъ тамъ отражается зеркаломъ; допустимъ, что въ моментъ 2 сигналъ возвращается въ Страсбургъ. Часы въ Кель вѣрны въ томъ случаѣ, если они въ моментъ прибытія сигнала показывали время 1; въ противномъ случаѣ нужно сдѣлать поправку, равную разности. Если мы со всевозможными часами на землѣ поступимъ такимъ же образомъ, какъ съ кельскими, то распространеніе свѣта будетъ равномернo для обитателя земли**). Теперь представимъ себѣ, однако, существо съ человѣческимъ интеллектомъ на солнцѣ, или, говоря общѣе, существо, которое не участвуетъ въ движеніи земли, но сохраняетъ неизмѣнное положеніе относительно солнца. Для этого „человѣка-солнца“ вполне естественно разсматривать распространеніе свѣта, какъ равномерное для него, т. е. относительно солнца. Онъ найдетъ его равномернымъ, если онъ изготовитъ по тому же принципу, что и земной человѣкъ, но, сообразно своимъ собственнымъ наблюденіямъ, наборъ „синхронически идущихъ“ часовъ. Но если онъ станетъ вблизи однихъ изъ своихъ часовъ и будетъ разсматривать одни за другимъ пробѣгающіе мимо него земные часы, то онъ найдетъ, что они показываютъ различную разность сравнительно съ его часами, и что они, слѣдовательно, не синхроничны. То же самое человѣкъ земли обнаружитъ на часахъ солнечнаго человѣка. Точнѣе: предположимъ, что земля движется въ направленіи $A'B'$ (фиг. 2); свѣтовой лучъ выходитъ отъ точки A земли, когда точка совпадаетъ съ A' ; онъ достигаетъ точки B земли, когда B совпадаетъ съ B' ; здѣсь онъ отражается обратно къ точкѣ A и достигаетъ этой исходной точки, когда она совпадаетъ съ A'' . Въ такомъ случаѣ путь до зеркала равенъ половинѣ всего пути для человѣка земли, но превышаетъ половину для солнечнаго человѣка. Положимъ, что „солнечные“ часы въ A' и земные въ A совпадаютъ; тогда солнечные часы въ B' должны спѣшить сравнительно съ земными часами въ B , когда оба эти прибора передвигаются одинъ мимо другого. Но если мы пустимъ свѣтовой лучъ перпендикулярно къ направленію движенія въ C (фиг. 3) и также отразимъ его, то онъ опишетъ относительно земли

*) Kehl — стратегическій пунктъ въ 5 км. отъ Страсбурга.

**) По конструкціи — для центра Страсбурга, а въ дѣйствительности для любого центра.

путь ACA , а относительно солнца — путь $AC'A''$. Первый путь имѣетъ середину въ точкѣ C , а середина второго пути находится въ C' . Слѣдовательно, если часы въ A и въ A' совпадаютъ, то совпадутъ и часы въ C и C' .

Отсюда вытекаетъ дальнѣйшее различіе. Предположимъ, что мы движемся съ метромъ, который мы держимъ въ направленіи движенія. При помощи этого стержня мы желаемъ отложить одинъ метръ на стержнѣ, который находится въ покоѣ относительно солнца. Съ этой цѣлью мы должны съ обоихъ концовъ нашего стержня одновременно нанести по мѣткѣ. Если мы на переднемъ концѣ, напримѣръ, сбѣгаемъ мѣтку слишкомъ поздно, то мы отложимъ длину, превышающую одинъ метръ. Эту погрѣшность мы и совершаемъ, дѣйствительно, по сужденію человѣка солнца, когда мы по нашему сужденію правильно поступаемъ съ одинаковыми временами. Это разногласіе не имѣетъ мѣста, если мы держимъ нашъ метръ перпендикулярно къ направленію движенія. Возьмемъ одновременно два скрещенныхъ метра; фигуру въ солнечной системѣ, которую мы считаемъ конгруэнтной съ этимъ равноплечимъ крестомъ, солнечный человѣкъ не признаетъ равноплечей: плечо въ направленіи движенія длиннѣе. Или обратно, тѣло, которое связано съ солнцемъ и которое по солнечному измѣренію представляется шаромъ, для земного наблюдателя окажется эллипсомъ, сплюснутымъ въ направленіи движенія земли.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Задачи точной астрономіи.

С. С. Гоу.

Въ докладѣ, читанномъ въ апрѣлѣ 1910 г. передъ Королевскимъ Обществомъ Южной Африки и напечатанномъ въ „Transactions“ этого общества, г. Гоу исходитъ изъ того факта, что въ глазахъ публики астрономія всегда занимала первое мѣсто между естественными науками, такъ какъ она является предсказывающей наукой *par excellence*. Уваженіе къ ней возрастаетъ вмѣстѣ съ точностью, съ которой она предугадываетъ наступленіе событій, а эта точность, въ свою очередь, зависитъ отъ точности измѣреній. Наблюденія астрономовъ, производившіяся непрерывно въ теченіе столѣтій съ постоянно возрастающей точностью, привели къ познанію закономерностей, которыя, какъ законы Кеплера и Ньютоновъ законъ тяготѣнія, съ одной стороны, повысили точность предсказаній, а, съ другой стороны, требовали повѣрки относительно примѣнимости ихъ во всей вселенной. Измѣненія, открытыя наблюденіемъ въ солнечной системѣ, а также легко замѣчаемыя измѣненія яркости переменныхъ звѣздъ и измѣненія положенія двойныхъ и кратныхъ звѣздъ подтвердили состоятельность

закона тяготѣнія. Оставалась задача разыскать и измѣрить еще меньшія измѣненія во вселенной. Г. Гоу въ своемъ докладѣ слѣдующимъ образомъ разбираетъ этотъ вопросъ.

„Въ своемъ движеніи вокругъ солнца земля описываетъ приблизительно окружность, имѣющую въ діаметрѣ 186 000 000 (англійскихъ) миль, и такое именно разстояніе отдѣляетъ ея послѣдовательныя положенія въ пространствѣ черезъ каждые шесть мѣсяцевъ. Однако, какъ показалъ опытъ, возвращающіяся измѣненія въ относительныхъ положеніяхъ звѣздъ, наблюдаемыхъ черезъ шестимѣсячные интервалы, — т. е. изъ двухъ различныхъ точекъ вселенной, удаленныхъ одно отъ другого на указанное большое разстояніе, — могутъ быть открыты лишь на ограниченномъ числѣ звѣздъ, да и то лишь при пользованіи чувствительными методами измѣренія, предназначенными специально для нахожденія этихъ измѣненій.

Капская обсерваторія и ея прежній руководитель Гендерсонъ (Henderson, 1832 — 1834) впервые доказали несомнѣнное существованіе одной неподвижной звѣзды, для которой это измѣненіе можетъ быть ясно обнаружено, и разстояніе которой отъ солнечной системы не слишкомъ велико, такъ что мы можемъ опредѣлить, по крайней мѣрѣ, приблизительно, его отношеніе къ діаметру земной орбиты. Позднѣйшіе наблюдатели подтвердили открытіе Гендерсона, и подвергли изслѣдованію другія звѣзды, отъ которыхъ можно было ожидать положительныхъ результатовъ. Насколько малы искомыя величины и съ какими чрезвычайными трудностями сопряжено ихъ нахожденіе, можно видѣть изъ слѣдующаго обстоятельства: хотя задача о разстояніяхъ звѣздъ всегда стояла у астрономовъ на переднемъ планѣ и привлекала къ себѣ вниманіе многихъ искусныхъ наблюдателей, однако, число звѣздъ, для которыхъ опубликованы хорошо опредѣленные параллаксы, до настоящаго времени не превышаетъ 400. Это число совершенно незначительно даже въ сравненіи съ числомъ звѣздъ, видимыхъ невооруженнымъ глазомъ. Кромѣ того, при разысканіи изслѣдованныхъ звѣздъ астрономы обыкновенно основывались на нѣкоторой апіорной вѣроятности, что онѣ обладаютъ измѣримымъ параллаксомъ, либо въ силу ихъ видимой яркости, либо же въ силу ихъ большого видимаго движенія; въ виду этого онѣ врядъ ли могутъ вообще считаться типичными звѣздами.

Поэтому, если мы желаемъ измѣрить глубины видимой вселенной, то необходимо какимъ-нибудь образомъ расширить нашу основную линію. Разстояніе въ 186 000 000 миль, которое наша земля пробѣгаетъ за полгода въ своемъ обращеніи вокругъ солнца, чрезвычайно мало въ сравненіи съ междוזвѣздными разстояніями; поэтому обуславливаемые имъ измѣненія въ видимыхъ положеніяхъ звѣздъ, за исключеніемъ наиболѣе хорошо выраженныхъ случаевъ, столь незначительны, что ихъ невозможно открыть даже при помощи самыхъ тонкихъ методовъ измѣренія.

Спрашивается, какимъ образомъ мы можемъ достигнуть такого удлиненія нашей основной линіи? Я уже упомянулъ, что такъ назы-

ваемые „неподвижныя звѣзды“ въ дѣйствительности не неподвижны, такъ какъ ближайшее изслѣдованіе показываетъ, что каждая звѣзда имѣетъ видимое собственное движеніе или же общее движеніе съ другими сосѣдними звѣздами, которыя составляютъ вмѣстѣ съ ней независимую систему. Я имѣю здѣсь въ виду, главнымъ образомъ, движеніе въ направленіи, перпендикулярномъ къ лучу зрѣнія.

Если наше солнце, какъ мы въ правѣ предположить, само есть членъ звѣздной вселенной, то мы можемъ предвидѣть, что и оно не остается въ покоѣ, но движется въ пространствѣ, и что видимыя движенія представляютъ собою результатъ сложенія движеній солнца и звѣздъ.

Сэръ Вилліамъ Гершель первый высказалъ утвержденіе, что кажущіяся движенія звѣздъ не всѣ случайны, но что ихъ, по крайней мѣрѣ, частью, можно разсматривать, какъ видимыя проявленія одного и того же движенія, а именно, поступательнаго движенія солнца съ ея системой планетъ въ междузвѣздномъ пространствѣ. Этотъ же астрономъ указалъ, что та точка пространства, къ которой направлено это движеніе, лежитъ въ созвѣздіи Геркулеса.

Раньше, чѣмъ перейти къ дальнѣйшему разсмотрѣнію этого движенія солнца, я желаю показать вамъ, что самый фактъ существованія этого движенія даетъ намъ сейчасъ же способъ удлинить нашу основную линію, чтобы измѣрить междузвѣздныя глубины. Я не буду входить въ численную оцѣнку величины этого движенія, такъ какъ она связана съ теоретическими вопросами, на которыхъ я не желаю теперь останавливаться; однако, для большей опредѣленности необходимо дать вамъ, по крайней мѣрѣ, понятіе о порядкѣ этой величины. Мы въ состояніи теперь утверждать съ достаточной увѣренностью, что скорость, съ которой солнце движется относительно звѣздъ, въ цѣломъ составляетъ около 20 км. въ секунду, и что солнце за одинъ день пробѣгаетъ немного больше 1 000 000 миль, т. е. за годъ около 400 000 000 миль. Поэтому, наблюдая звѣзды черезъ годичный промежутокъ, мы можемъ считать, что наблюдаемъ ихъ изъ двухъ точекъ пространства, разстояніе между которыми равно приведенной величинѣ; съ теченіемъ времени это разстояніе увеличивается почти безпредѣльно.

Соединенныя усилія главныхъ обсерваторій міра въ настоящее время поглощены осуществленіемъ грандіознаго плана фотографической карты неба, и скоро мы будемъ обладать чрезвычайно точнымъ изображеніемъ неба, какимъ оно было видимо въ началѣ XX столѣтія. Одно это потребовало концентрированной работы, которая должна была длиться не меньше двѣнадцати лѣтъ, и теперь еще нельзя сказать съ увѣренностью, что она будетъ окончена въ ближайшее десятилѣтіе. О повтореніи предпріятія въ ближайшемъ будущемъ врядъ ли можетъ быть и рѣчи; что же касается повторной съемки въ болѣе далекомъ будущемъ, ко времени, о которомъ астрономамъ придется еще условиться, то это составляетъ существенную часть первоначальной программы.

Когда этотъ планъ будетъ осуществленъ полностью, мы будемъ располагать многочисленными данными для рѣшенія вопроса о распредѣленіи звѣздъ по методамъ, которые я намѣтилъ выше.

Но до того времени при тѣхъ опытахъ, которые производились ощупью для раскрытія тайнъ вселенной путемъ изученія собственныхъ движеній звѣздъ, приходилось основываться на точныхъ наблюденіяхъ, которые были зарегистрированы раньше. Изъ предыдущаго ясно, что наибольшая длина основной линіи, и, слѣдовательно, наиболѣе надежные результаты получаются путемъ сравненія самыхъ старыхъ достовѣрныхъ данныхъ съ доступными новѣйшими. Въ силу этого предпринята до сихъ поръ изслѣдованія большей частью опирались на каталогъ Брадлея (Bradley), составленномъ имъ на основаніи его наблюденій въ Гринвичѣ за время отъ 1750 г. до 1762 г. Этотъ каталогъ содержитъ положенія приблизительно 3000 звѣздъ, наблюдавшихся съ точностью, съ которой не могутъ даже сравниться всѣ прежнія подобныя наблюденія; въ этомъ отношеніи каталогъ Брадлея занимаетъ почетное мѣсто между лучшими новыми каталогами. Звѣзды, нанесенныя Брадлеемъ, довольно равномерно распредѣлены по частямъ доступнаго ему неба, а именно, отъ сѣвернаго полюса до 30° къ югу отъ экватора.

Къ сожалѣнію, для остальной части неба, т. е. отъ $30^{\circ} S$ до южнаго полюса, нѣтъ столь же точныхъ старыхъ звѣздныхъ каталоговъ, и отсутствіе точныхъ данныхъ относительно этихъ областей въ прежнія эпохи всегда задерживало изслѣдованія, которые сейчасъ насъ интересуютъ.

Эти изслѣдованія обыкновенно имѣли своей непосредственной цѣлью: 1) опредѣленіе константы прецессіи, т. е. годичной величины, выражающей измѣненіе положенія земной оси въ пространствѣ, и 2) опредѣленіе скорости солнечнаго движенія и мѣста солнечнаго апекса, т. е. той точки неба, къ которой направлено движеніе солнца.

Неодинаковыя значенія, найденныя для этихъ величинъ различными изслѣдователями, которые либо исходили изъ различныхъ данныхъ, либо же пользовались неодинаковыми методами при разработкѣ одного и того же матеріала, долгое время составляли загадку для астрономовъ. Ключъ къ разгадкѣ былъ найденъ, наконецъ, гронингенскимъ профессоромъ Каптейномъ (Kapteyn). Въ работѣ, составившей эпоху и прочитанной имъ передъ Британской Ассоціаціей, онъ впервые показалъ, что кажущіяся движенія звѣздъ указываютъ на существованіе не одного только солнечнаго апекса, но что движеніе Брадлеевскихъ звѣздъ направлены преимущественно къ двумъ раздѣльнымъ областямъ неба.

Это открытіе не могло быть объяснено простымъ поступательнымъ движеніемъ солнца, такъ какъ движеніе солнца не можетъ же, очевидно, быть направленнымъ одновременно къ двумъ различнымъ точкамъ; оставалось лишь допустить, что звѣзды состоятъ изъ двухъ группъ, и что движеніе солнца относительно одной изъ этихъ группъ отлично отъ его движенія относительно другой. Другое возможное

объясненіе заключается въ слѣдующемъ: хотя звѣзды кажутся перемѣшанными въ пространствѣ, онѣ обладаютъ независимымъ относительнымъ движеніемъ, которое можно приписать одной или другой группѣ, но въ которомъ участвуютъ всѣ звѣзды, принадлежащія соотвѣтственной группѣ.

Теорія существованія двухъ звѣздныхъ теченій, предложенная Каптейномъ, получила полное подтвержденіе со стороны другихъ наблюдателей, въ особенности Эддингтона (Eddington), который въ своей повѣркѣ опирался на старыя наблюденія Грумбриджа (Groombridge), и Дисона (Dyson), который въ своемъ изслѣдованіи ограничился небольшимъ числомъ избранныхъ звѣздъ съ значительными собственными движеніями.

Новѣйшія изслѣдованія на Капской обсерваторіи привели къ болѣе подробному разсмотрѣнію собственныхъ движеній Брэдлеевскихъ звѣздъ, при чемъ оказалось, что на ряду съ явленіями, впервые замѣченными Каптейномъ въ качествѣ важнѣйшей характерной черты, наблюдаются еще и другія черты не меньшей важности.

До сихъ поръ я говорилъ лишь о видимыхъ движеніяхъ звѣздъ въ направленіи, перпендикулярномъ къ лучу зрѣнія, т. е. о движеніяхъ, найденныхъ посредствомъ болѣе старыхъ методовъ измѣренія. Съ тѣхъ поръ, какъ астрономы стали пользоваться спектроскопомъ, предъ нами открылись новыя области. Но я не буду останавливаться на открытіяхъ, относящихся къ физическому и химическому строенію солнца и звѣздъ; я желаю лишь указать на значеніе этого инструмента въ качествѣ дополненія къ старымъ методамъ геометрической астрономіи положенія.

Согласно принципу Доплера длина свѣтовой волны изъ источника, удаляющагося отъ наблюдателя или приближающагося къ нему, окажется измѣненной на величину, которая извѣстнымъ образомъ связана съ скоростью приближенія или удаленія. Если приѣмникомъ служить спектроскопъ, который даетъ возможность какимъ-либо прямымъ или косвеннымъ образомъ измѣрить длины волнъ, и если соотвѣтственные нормальные длины волнъ опредѣлены независимо отъ спектроскопа какимъ-нибудь лабораторнымъ методомъ, то мы можемъ по разности между наблюдаемой длиной волны и нормальной длиной измѣрить скорость, съ которой приближается или удаляется источникъ свѣта.

Я не буду теперь говорить о мѣрахъ предосторожности, необходимыхъ для достиженія достаточной точности. Большой спектроскопъ Капской обсерваторіи, которымъ мы обязаны щедрости покойнаго Франка Мак-Клина (Frank Mc-Clean), съ самаго начала былъ конструированъ сообразно съ этими требованіями, насколько ихъ можно было предусмотрѣть для того, чтобы измѣрять лучевыя скорости звѣздъ, съ наибольшей возможной точностью. Этотъ инструментъ былъ уже использованъ съ большимъ успѣхомъ, и его достоинства установлены въ изслѣдованіи зависимости между константой абераціи свѣта и ви-

димыми измѣненіями лучевыхъ скоростей звѣздъ, — обусловленными обращеніемъ земли вокругъ солнца.

Изъ сравнительно короткаго ряда наблюденій, обработанныхъ моимъ коллегой д-ромъ Гѣльмомъ (Halm), эта постоянная выведена съ точностью, не уступающей выводамъ, полученнымъ на основаніи лучшихъ рядовъ прежнихъ наблюденій; при томъ методъ отнюдь еще не сказалъ своего послѣдняго слова.

Въ настоящее время этимъ инструментомъ пользуются для ряда наблюденій надъ всѣми тѣми звѣздами, которыя видимы на южномъ небѣ и спектры которыхъ обладаютъ настолько выраженными характерными чертами, что даютъ возможность сдѣлать измѣренія; главная цѣль изысканій — найти, какія данныя можно вывести изъ изученія лучевыхъ движеній звѣздъ относительно систематическаго строенія вселенной.

Программа производящихся теперь наблюденій будетъ выполнена черезъ годъ или два. Предварительное разсмотрѣніе прочно установленныхъ уже наблюденій въ связи съ опубликованными результатами подобныхъ же наблюденій на сѣверномъ полушаріи раскрыло существованіе аномалій, аналогичныхъ тѣмъ, которыя были найдены изъ движеній въ направленіи, перпендикулярномъ къ лучу зрѣнія. Онѣ могутъ быть согласованы съ гипотезой Каптейна о двухъ теченіяхъ, если примемъ еще слѣдующую гипотезу: хотя оба теченія проходятъ по всему небу, но они не одинаково на немъ распределены.

Въ настоящее время вслѣдствіе недостатка матеріала результаты изученія лучевыхъ скоростей почти исчерпываются тѣмъ, что мы въ состояніи сдѣлать различіе между двумя половинами неба, которыя содержатъ соотвѣтственно наибольшее и наименьшее относительное количество звѣздъ второго теченія. Не лишено, однако, значенія то обстоятельство, что первая половина весьма близко соотвѣтствуетъ полушарію, содержащему млечный путь; это наводитъ на мысль, что второе Каптейновское теченіе, пожалуй, тождественно съ млечнымъ путемъ.

Исслѣдованія д-ра Гѣльма почти окончательнымъ образомъ установили, хотя бы въ грубыхъ чертахъ, характеръ распределенія звѣздъ, при которомъ возможно согласовать опредѣленія лучевыхъ скоростей; кромѣ того, они указываютъ также на еще болѣе детальное соотвѣтствіе между распределеніемъ звѣздъ млечнаго пути и звѣздъ второго теченія, что почти не оставляетъ сомнѣнія въ тождественности этого второго теченія съ млечнымъ путемъ. Именно это второе теченіе и даетъ намъ доказательства въ пользу единства строенія. Что касается млечнаго пути, то уже одинъ видъ его въ ясную ночь даетъ намъ подобные доказательства, и благодаря именно этому обстоятельству мы были въ состояніи отождествить млечный путь скорѣе съ вторымъ теченіемъ, чѣмъ съ первымъ.

Значеніе и происхожденіе этой структуры еще скрыты отъ насъ; но чѣмъ больше мы выяснимъ подробности и основныя черты, тѣмъ ближе мы будемъ къ отвѣту на вопросъ: что такое млечный путь?

Въ заключеніе докладчикъ указалъ въ краткихъ чертахъ на отношеніе измѣрительной астрономіи къ другимъ наукамъ и на ихъ взаимныя требованія.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей привать-доцента **Е. Л. Буницкаго.**

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 414 (5 сер.). Найти положительныя значенія x и y , удовлетворяющія уравненію *)

$$x^3 + y^3 + 1 = 3xy.$$

Ю. Рабиновичъ (Одесса).

№ 415 (5 сер.). Доказать, что при n цѣломъ и неотрицательномъ выраженіе

$$4^{2n+1} + 5^{2n+1} - 180n - 9$$

дѣлится на 540.

А. Фрумкинъ (Одесса).

№ 416 (5 сер.). Доказать, что при $b = \sqrt{ac}$, гдѣ a и c — положительныя числа (при чемъ, по условію, каждое изъ чиселъ a , c и ac отлично отъ единицы), имѣемъ для всякаго положительнаго N

$$\frac{\lg_a N}{\lg_c N} = \frac{\lg_a N - \lg_b N}{\lg_b N - \lg_c N}.$$

Р. Витвинскій (Екатеринославъ).

*) Лица, знакомыя съ элементами аналитической геометріи, могутъ пояснить рѣшеніе задачи построеніемъ графики предложеннаго уравненія въ прямолинейныхъ координатахъ.

№ 417 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^3 - 2(2R - r)x^2 + (p^2 - 8Rr + r^2)x - 4Rr^2 = 0,$$

гдѣ p , R , r суть соотвѣтственно полупериметръ и радіусы круговъ описаннаго и вписаннаго нѣкотораго треугольника.

Л. Богдановичъ (Ярославль).

№ 418 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\frac{8x^2 - 40x + 25}{7x^2 - 68x + 70} - \frac{1}{(x-1)^2} = 0.$$

В. Тюнинъ (Уфа)

№ 419 (5 сер.). Определить x_n и y_n по даннымъ (при $n = 1, 2, \dots$) соотношеніямъ

$$x_n = x_{n-1} + 2y_{n-1} \sin^2 \alpha,$$

$$y_n = y_{n-1} + 2x_{n-1} \cos^2 \alpha,$$

если извѣстно, что $x_0 = 0$, $y_0 = \cos \alpha$.

(Займств.)

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 296 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^4 - 2px^3 + 3p^2x^2 - 2p^3x + m = 0.$$

Представивъ данное уравненіе въ видѣ:

$$(x^2 - px + p^2)^2 - (p^4 - m) = 0,$$

или

$$(x^2 - px + p^2 + \sqrt{p^4 - m})(x^2 - px + p^2 - \sqrt{p^4 - m}) = 0,$$

мы видимъ, что оно распадается на два уравненія:

$$x^2 - px + p^2 + \sqrt{p^4 - m} = 0, \quad x^2 - px + p^2 - \sqrt{p^4 - m} = 0.$$

Разрѣшивъ каждое изъ этихъ квадратныхъ уравненій, находимъ всѣ корни даннаго уравненія:

$$x_{1,2} = \frac{p \pm i \sqrt{3p^2 + 4\sqrt{p^4 - m}}}{2}, \quad x_{3,4} = \frac{p \pm i \sqrt{-3p^2 + 4\sqrt{p^4 - m}}}{2}$$

Н. Доброжаевъ (Тульчинъ); В. Богомоловъ (Шацкъ); Л. Богдановичъ (Ярославль); А. Фельдманъ (Одесса); М. З. (Вязники); Е. Бабицкий (Минскъ); М. Превратухинъ (Козловъ).

№ 297 (5 сер.). Доказать, что

$$\sqrt{\frac{k_1+1}{k_1-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{k_1}\right) \left(1 + \frac{1}{k_2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{k_n}\right),$$

где k_1, k_2, \dots, k_n суть натуральные числа, связанные соотношениями $k_{m+1} = 2k_m^2 - 1$ ($m = 1, 2, \dots$), при чем $k_1 > 1$.

Обозначим через x_n выражение:

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{k_1}\right) \left(1 + \frac{1}{k_2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{k_n}\right), \quad (1)$$

а через y_n выражение:

$$y_n = \left(1 - \frac{1}{k_1}\right) \left(1 - \frac{1}{k_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{k_n}\right). \quad (2)$$

Выражение y_n отлично от нуля при всяком цѣломъ положительномъ n . Дѣйствительно, по условію $k_1 > 1$ и

$$k_{m+1} = 2k_m^2 - 1, \quad (m = 1, 2, \dots), \quad (3)$$

а потому $k_2 = 2k_1^2 - 1 > 2 \cdot 1^2 - 1 = 1$, т. е. $k_2 > 1$, $k_3 = 2k_2^2 - 1 > 2 \cdot 1^2 - 1 = 1$, т. е. $k_3 > 1$ и т. д., $k_n^m = 2k_{n-1}^2 - 1 > 1$, $k_n > 1$. Следовательно каждое изъ чиселъ k_m болѣе единицы, а потому ни одинъ изъ сомножителей правой части равенства (2) не равенъ нулю, т. е. $y_n \neq 0$. Перемноживъ равенства (1) и (2), получимъ:

$$x_n y_n = \left(1 - \frac{1}{k_1^2}\right) \left(1 - \frac{1}{k_2^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{k_{n-1}^2}\right) \left(1 - \frac{1}{k_n^2}\right),$$

$$\text{или, такъ какъ [см. (3)] } k_2^2 = \frac{k_3+1}{2}, \quad k_3^2 = \frac{k_4+1}{2}, \quad \dots, \quad k_{n-1}^2 = \frac{k_n+1}{2},$$

$$\begin{aligned} x_n y_n &= \left(1 - \frac{2}{k_2+1}\right) \left(1 - \frac{2}{k_3+1}\right) \dots \left(1 - \frac{2}{k_n+1}\right) \left(1 - \frac{1}{k_n^2}\right) = \\ &= \frac{k_2-1}{k_2+1} \cdot \frac{k_3-1}{k_3+1} \dots \frac{k_n-1}{k_n+1} \cdot \left(1 - \frac{1}{k_n^2}\right) = \left(1 - \frac{1}{k_n^2}\right) \frac{k_1+1}{k_1-1} \cdot \frac{(k_1-1)(k_2-1) \dots (k_n-1)}{(k_1+1)(k_2+1) \dots (k_n+1)} = \\ &= \left(1 - \frac{1}{k_n^2}\right) \frac{k_1+1}{k_1-1} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{k_1}\right) \left(1 - \frac{1}{k_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{k_n}\right)}{\left(1 + \frac{1}{k_1}\right) \left(1 + \frac{1}{k_2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{k_n}\right)} = \left(1 - \frac{1}{k_n^2}\right) \frac{k_1+1}{k_1-1} \cdot \frac{y_n}{x_n}. \end{aligned}$$

Итакъ, $x_n y_n = \frac{y_n}{x_n} \left(1 - \frac{1}{k_n^2} \right) \frac{k_1 + 1}{k_1 - 1}$, откуда $x_n^2 y_n = \frac{k_1 + 1}{k_1 - 1} \left(1 - \frac{1}{k_n^2} \right)$, или, такъ какъ $y_n \neq 0$,

$$x_n^2 = \frac{k_1 + 1}{k_1 - 1} \left(1 - \frac{1}{k_n^2} \right),$$

$$x_n = \sqrt{\frac{k_1 + 1}{k_1 - 1}} \sqrt{1 - \frac{1}{k_n^2}}. \quad (4)$$

Изъ равенствъ (3) имѣемъ при всякомъ цѣломъ положительномъ m

$$k_{m+1} - k_m = 2k_m^2 - 1 - 2k_{m-1}^2 + 1 = 2(k_m^2 - k_{m-1}^2) = 2(k_m - k_{m-1})(k_m + k_{m-1}). \quad (5)$$

Такъ какъ при всякомъ $nk_n > 1$, то изъ равенства (5) вытекаетъ, что изъ неравенства $k_m > k_{m-1}$ слѣдуетъ $k_{m+1} > k_m$. Но

$$k_2 - k_1 = 2k_1^2 - k_1 - 1 = (k_1 - 1)(2k_1 + 1), \quad (6)$$

а потому $k_2 > k_1$, такъ какъ $k_1 > 1$; слѣдовательно, $k_2 < k_3 < k_4 < \dots$. Но числа k_1, k_2, \dots , по условію цѣлыя, а потому они безконечно возрастаютъ съ возрастаніемъ n . Слѣдовательно, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{k_n} = 0$, откуда [см. (4)]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sqrt{\frac{k_1 + 1}{k_1 - 1}} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{1}{k_n^2}} = \sqrt{\frac{k_1 + 1}{k_1 - 1}},$$

т. е.

$$\sqrt{\frac{k_1 + 1}{k_1 - 1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{k_1} \right) \left(1 + \frac{1}{k_2} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{k_n} \right). \quad (7)$$

Замѣчаніе. Если бы k_1 было отрицательнымъ цѣлымъ числомъ, то числа $k_2, k_3, \dots, k_n \dots$ остались бы положительными безконечно-возрастающими числами, такъ какъ неравенства $k_2 = 2k_1^2 - 1 > 1$, $k_3 > 1$ и т. д. сохранили бы свою силу и выраженіе [см. (6)] $2k_1^2 - k_1 - 1 = (k_1 - 1)(2k_1 + 1)$ осталось бы положительнымъ; поэтому, при наличности условій (3), связывающихъ цѣлыя числа k_1, k_2, \dots , условіе задачи $k_1 > 1$ можно замѣнить требованіемъ, чтобы k_1 было цѣлымъ числомъ, отличнымъ отъ нуля. При наличности послѣдняго условія и условій (3) формула (7) всегда вѣрна. Напримѣръ, при $k_1 = -6$, имѣемъ:

$$\sqrt{\frac{-6+1}{-6-1}} = \sqrt{\frac{5}{7}} = \left(1 - \frac{1}{6} \right) \left(1 + \frac{1}{71} \right) \left(1 + \frac{1}{1081} \right) \dots$$

Л. Богдановичъ (Ярославль); В. Богомоловъ (Шацкъ).

на общепедагогическій журналъ для учителей и дѣятелей
по народному образованію

„РУССКАЯ ШКОЛА“

(Основатель Я. Г. Гуревичъ).

Программа журнала: Общие вопросы образованія и воспитанія. Реформа школы. Экспериментальная педагогика, психологія, школьная гигиена. Методика преподаванія различныхъ предметовъ. Исторія школы. Обзоры новѣйшихъ теченій въ области разныхъ наукъ. Дѣятельность Госуд. и обществ. учреждений по народн. образованію (Госуд. Думы, земствъ и пр.). Народное образованіе заграничей. Низшая и средняя школа въ Россіи. Вопросы національной школы различныхъ народовъ Россіи. Профессіональное образованіе. Женское образованіе. Внѣшкольное образованіе.

Кромѣ статей по означ. программѣ, журналъ даетъ слѣдующіе постоянные **отдѣлы:** I. Экспериментальная педагогика, *подъ ред. А. П. Нечаева и Н. Е. Румянцевъ*. II. Критика и библиографія, обзоры педагогич. и дѣтск. журналовъ. III. Хроника народнаго образованія на западѣ. IV. Хроника библиотечнаго дѣла. V. Хроника народнаго образованія въ Россіи. VI. Обзоръ дѣятельности земствъ по народному образованію. VII. Хроника профессиональнаго образованія. VIII. Хроника внѣшкольнаго образованія. IX. Замѣтки изъ текущей жизни. X. Разныя извѣстія. XI. Новости литературы. XII. Новѣйшія законодательныя постановленія и правительственныя распоряженія по учебному вѣдомству.

Въ журналѣ принимаютъ участіе: И. Алешинцевъ, Х. Л. Алчевская, Г. Аграевъ, Ц. П. Балталонъ, проф. И. А. Бодуэнъ-де-Куртенэ, Н. Борешкій-Бергфельдъ, Э. Вахтеровъ, В. П. Вахтеровъ, прив.-доц. Б. Вейнбергъ, д-ръ А. Владимірскій, Е. М. Гаршинъ, д-ръ А. Гермоніусъ, проф. И. М. Гревсъ, прив.-доц. А. Грунскій, А. Г. Готлибъ, Я. Я. Гуревичъ, Л. Я. Гуревичъ, А. Гуревичъ, К. Деруновъ, Евг. Ела-ичъ, проф. П. А. Заболотскій, С. Ф. Знаменскій, С. Золотаревъ, Г. Г. Зоргенфрей, П. Э. Каптеревъ, проф. Н. И. Карѣевъ, Н. Казанцевъ, В. А. Келтуяла, членъ Г. Думы Ив. Клюжевъ, проф. Н. М. Книповичъ, Н. И. Коробко, проф. И. И. Лапшинъ, Э. Ф. Лесгафтъ, А. Липовскій, проф. Т. Локоть, А. А. Локтинъ, Э. Лямбекъ, Э. Макаровъ, Н. А. Малиновскій, Н. П. Малиновскій, П. Г. Мижуевъ, А. Мезіеръ, проф. А. Музыченко, А. П. Налимовъ, проф. А. П. Нечаевъ, Ф. Ф. Ольденбургъ, Л. Г. Оршанскій, А. Н. Острогорскій, Ф. И. Павловъ, проф. А. Л. Погдинъ, С. Н. Поляковъ, д-ръ В. В. Рахмановъ, В. Л. Розенбергъ, Г. Роковъ, прив. доц. Г. И. Россолимо, Н. А. Рубакинъ, Н. Е. Румянцевъ, Е. Рѣпина, С. Ф. Русова, С. И. Сазоновъ, С. И. Симоновъ, Л. С. Севрукъ, проф. Ир. П. Скворцовъ, Н. М. Соколовъ, М. М. Соловьевъ, А. Стаховичъ, Ем. Стратоновъ, Чл. Г. Думы I. В. Титовъ, Н. Томилинь, М. А. Тростниковъ, д-ръ А. Трахтенбергъ, Г. Г. Туминъ, В. А. Флеровъ, А. П. Флеровъ, проф. Г. В. Флопинъ, В. И. Чарнолускій, Н. В. Чеховъ, С. И. Шохоръ-Троцкій, Н. Шохоръ-Троцкая, А. Яцимирскій и др.

„Русская Школа“ выходитъ ежемѣсячно книжками, не менѣе пятнадцати печ. листовъ (за май - июнь и июль - августъ—книжки двойного объема). Подписная цѣна: въ СПб. безъ дост.—**семь р.**, съ дост.—**7 р. 50 коп.**, для иногороднихъ—**восемь руб.**; за границу—**девять руб.** въ годъ. Для сельскихъ учителей, выписывающихъ журналъ за свой счетъ,—**шесть руб.** въ годъ, съ разсрочкою уплаты въ два срока. (При подпискѣ—**3 руб.** и въ июль—**3 руб.**). Городамъ и земствамъ, выписывающимъ не менѣе 10 экз., уступка въ **15%**. Книжнымъ магазинамъ за комиссію **5%** съ годовой цѣны. Подписка съ разсрочкою и уступкой принимается непосредственно въ конторѣ редакціи (С.-Петербургъ, Лиговская улица, д. № 1).

Золотая медаль на международной выставкѣ „Дѣтскій Міръ“ въ 1904 году.

Редакторъ-издатель Я. Я. Гуревичъ.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не
менѣе 24 стр. каждый,

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.



ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премію. Библиографическій отдѣлъ: обзоръ специальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн. город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку.

Важнѣйшія статьи, помѣщенныя въ 1910 г.

43-й семестръ.

Г. Пуанкаре Новая механика. — *П. Флоровъ*. Способъ вычисленія отношенія окружности къ діаметру съ пятью десятичными знаками, пригодный для преподаванія въ среднихъ школахъ. — *И. Мессершмидтъ*. Марсъ и Сатурнъ. — *П. Лоуэлъ*. Марсъ. — *С. Виноградовъ*. Развитие понятія о числѣ въ его исторіи и въ школь. — *Е. Григорьевъ*. О разложеніи въ ряды функций $\sin x$ и $\cos x$. — Проф. *Д. Синцовъ*. Къ вопросу о преподаваніи математики. Я. Штейнеръ, какъ преподаватель. — *Г. Урбанъ*. Являются ли основныя законы химіи точными или же лишь приближенными. — *Е. Смирновъ*. Объ ирраціональныхъ числахъ. — *П. Ренаръ*. Авіація, какъ спортъ и наука. — Проф. *О. Лоджъ* Мировой эфиръ. — *К. Лебединцевъ*. Понятіе объ ирраціональномъ числѣ въ курсѣ средней школы. — *Э. Кроммелингъ*. Происхожденіе и природа кометъ. — *А. Филипповъ*. Дѣйствія съ періодическими дробями. — Прив.-доц. *В. Бобнинъ*. Естественныя и искусственныя пути возстановленія историками математики древнихъ доказательствъ и выводовъ

44-ый семестръ.

О построеніяхъ, производимыхъ циркулемъ и линейкой. Прив.-доц. *С. О. Шапуновскаго*. О биссектрисахъ треугольника. *Н. Извольскаго*. О четырехугольникахъ, имѣющемъ при данныхъ сторонахъ наибольшую площадь. Проф. *Б. К. Млодзневскаго*. Практическія занятія по физикѣ въ германской средней школѣ. *К. Иванова*. Замѣтка по вопросу о трисекціи угла. Проф. *Д. Синцова*. Нѣкоторыя свойства вращающагося твердаго тѣла. *Н. Васильева*. Броуновское движеніе. *А. Голлоса*. Дѣленіе на 9. *А. Филиппова*. Объ ирраціональныхъ числахъ. *Е. Смирнова*. Основы беспроволочной телеграфіи. *Л. Мандельштама* и *Н. Паналекси*. О биссектрисахъ треугольника. *Е. Томашевича*. О геометрическихъ построеніяхъ съ помощью линейки при условіи, что дана неизмѣнная дуга круга съ центромъ. Проф. *Д. Мордухай-Болтовскаго*. Отношеніе новѣйшей физики къ механистическому міровоззрѣнію. *М. Планка* Генезисъ минераловъ. *Г. Е. Бѣкке*. Еще къ вопросу объ ирраціональныхъ числахъ. *К. Лебединцева*. Приближенное рѣшеніе задачи объ удвоеніи куба. Прив.-доц. *А. А. Дмитровскаго*. Причина землетрясеній, горообразованія и родственныхъ явленій. *Т. Арльта*.

Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полугодіе **3 руб.** Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.** Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ **5% уступки**.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. Отдѣльныя номера текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.