

№ 535.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

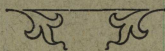
ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

XLV-го Семестра № 7-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1911.

<http://vofem.ru>

на общепедагогическій журналъ для учителей и дѣятелей
по народному образованію

„РУССКАЯ ШКОЛА“

(Основатель Я. Г. Гуревичъ).

Программа журнала: Общіе вопросы образованія и воспитанія. Реформа школы. Экспериментальная педагогика, психологія, школьная гигиена. Методика преподаванія различныхъ предметовъ. Исторія школы. Обзоры новѣйшихъ теченій въ области различныхъ наукъ. Дѣятельность Госуд. и обществ. учреждений по народн. образованію (Госуд. Думы, земствъ и пр.). Народное образованіе за границей. Низшая и средняя школа въ Россіи. Вопросы національной школы различныхъ народовъ Россіи. Профессиональное образованіе. Женское образованіе. Вышешкольное образованіе.

Кромѣ статей по означ. программѣ, журналъ даетъ слѣдующіе постоянные отдѣлы: I. Экспериментальная педагогика, *подъ ред. А. П. Нечаева и Н. Е. Румянцевъ*. II. Критика и библиографія, обзоры педагогич. и дѣтск. журналовъ. III. Хроника народнаго образованія на западѣ. IV. Хроника библиотечнаго дѣла. V. Хроника народнаго образованія въ Россіи. VI. Обзоръ дѣятельности земствъ по народному образованію. VII. Хроника профессиональнаго образованія. VIII. Хроника вышешкольнаго образованія. IX. Замѣтки изъ текущей жизни. X. Разныя извѣстія. XI. Новости литературы. XII. Новѣйшія законодательныя постановленія и правительственныя распоряженія по учебному вѣдомству.

Въ журналѣ принимаютъ участіе: И. Алешинцевъ, Х. П. Алчевская, Г. Агравъ, Ц. П. Балталонъ, проф. И. А. Бодуэнъ-де-Куртенэ, Н. Борейскій-Вэргфельдъ, Э. Вахтерова, В. П. Вахтеровъ, прив.-доц. В. Вейнбергъ, д-ръ А. В. Владимірскій, Е. М. Гаршинъ, д-ръ А. Гермоніусъ, проф. И. М. Гревсъ, прив.-доц. А. Грунскій, А. Г. Гоглибъ, Я. Я. Гуревичъ, Л. Я. Гуревичъ, А. Гуревичъ, К. Деруновъ, Евг. Елаичъ, проф. П. А. Заболотскій, С. Ф. Знаменскій, С. Золотаревъ, Г. Г. Зоргенфрей, П. Э. Каптеревъ, проф. Н. И. Карѣвъ, Н. Казанцевъ, В. А. Келтуяла, членъ Г. Думы Ив. Ключевъ, проф. Н. М. Книповичъ, Н. И. Коробко, проф. И. И. Лапшинъ, Э. Ф. Лесгафтъ, А. Липовскій, проф. Т. Локоть, А. А. Локтинъ, Э. Лямбекъ, Э. Макаровъ, Н. А. Малиновскій, Н. П. Малиновскій, П. Г. Мижуевъ, А. Мезіеръ, проф. А. Музыченко, А. П. Налимовъ, проф. А. П. Нечаевъ, Ф. Ф. Ольденбургъ, Л. Г. Оршанскій, А. Н. Острогорскій, Ф. И. Павловъ, проф. А. Л. Погдинъ, С. Н. Поляковъ, д-ръ В. В. Рахмановъ, В. Л. Розенбергъ, Г. Роковъ, прив. доц. Г. И. Россолимо, Н. А. Рубакинъ, Н. Е. Румянцевъ, Е. Рѣлина, С. Ф. Русова, С. И. Сазоновъ, С. И. Симоновъ, Л. С. Севрукъ, проф. Ир. П. Скворцовъ, Н. М. Соколовъ, М. М. Соловьевъ, А. Стаховичъ, Ем. Стратоновъ, Чл. Г. Думы І. В. Титовъ, Н. Томилинь, М. А. Тростниковъ, д-ръ А. Трахтенбергъ, Г. Г. Тумишь, В. А. Флеровъ, А. П. Флеровъ, проф. Г. В. Флопинъ, В. И. Чарнолускій, Н. В. Чеховъ, С. И. Шохоръ-Троцкій, Н. Шохоръ-Троцкая, А. Яцимирскій и др.

„Русская Школа“ выходитъ ежемѣсячно книжками, не менѣ пятнадцати печ. листовъ (за май - июнь и июль - августъ—книжки двойного объема). Подписная цѣна: въ СПб. безъ дост.—семь р., съ дост.—7 р. 50 коп., для иногороднихъ—восемь руб.; за границу—девять руб. въ годъ. Для сельскихъ учителей, выписывающихъ журналъ за свой счетъ,—шесть руб. въ годъ, съ разсрочкою уплаты въ два срока. (При подпискѣ—3 руб. и въ июль—3 руб.). Городамъ и земствамъ, выписывающимъ не менѣ 10 экз., уступка въ 15%. Книжнымъ магазинамъ за комиссію 5% съ годовой цѣны. Подписка съ разсрочкою и уступкою принимается непосредственно въ конторѣ редакціи (С.-Петербургъ, Лиговская улица, д. № 1).

Золотая медаль на международной выставкѣ „Дѣтскій Мірѣ“ въ 1904 году.

Редакторъ-издатель Я. Я. Гуревичъ.

Вѣстникъ Опытной Физики

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 535.

Содержаніе: Утилизациа атмосфернаго азота при помощи вольтовой дуги. *Проф. І. Ценнека.* (Окончаніе). — Исторія первоначальнаго развитія счисленія дробей. *Прив.-доц. В. В. Бобынина.* — Замѣтка о предѣлѣ суммы геометрической прогрессіи. *Ө. Коробкина.* — Письма въ редакцію: *І. Н. Извольскаго.* *П. Н. Агрономова.* — Задачи №№ 408—413 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ: №№ 284, 290, 291, и 292 (5 сер.). — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Лѣтніе учительскіе курсы въ Петербургѣ. — Отъ Фотографической Коммисіи Общества Взаимопомощи студентовъ Московскаго Университета — Объявленія.

При настоящемъ номерѣ разсылается каталогъ фирмы **Е. С. Трындина.**

Утилизациа атмосфернаго азота при помощи вольтовой дуги.

Проф. І. Ценнека.

Докладъ, читанный 23-го сентября 1910 г. на 82-мъ Съѣздѣ Германскихъ Естествоиспытателей и Врачей въ Кенигсбергѣ въ Пруссіи.

(Окончаніе *).

IV.

До сихъ поръ я ничего не сообщилъ вамъ объ электрической части установки, служащей для производства селитры изъ воздуха.

На центральной станціи вода изъ озера приводится посредствомъ болѣе или менѣе длинныхъ трубъ къ турбинамъ, съ которыми непосредственно сочленены большія машины трехфазнаго тока. Вы видите здѣсь два интересныхъ завода: первый въ Рюканѣ 1 (рис. 20) съ его исполинскими трубами, приводящими къ станціи воду, которая обладаетъ паденіемъ съ высоты 250 м., а второй — въ Ноттоденѣ, Свелъг-

*) См. № 534 „Вѣстника“.

фосъ (рис. 21). На послѣднемъ заводѣ все выбито въ скалахъ: водопроводная башня вверху надъ станціей и шахты, приводящія воду къ ней внизъ. Сама станція лежитъ глубоко внизу, въ долинѣ (рис. 21) — новѣйшая норвежская иллюстрація къ словамъ поэта: „In einem kühlen Grunde, da geht ein Mühlenrad“ (Въ прохладной долинѣ мельница тихо шумитъ). Внутри, въ главномъ машинномъ отдѣленіи (рис. 22), обстановка, конечно, немного иная, чѣмъ въ обыкновенной мельницѣ.

Схема электрической установки, впрочемъ, очень проста. вмѣсто однофазной машины переменнаго тока, которая здѣсь даетъ мнѣ токъ

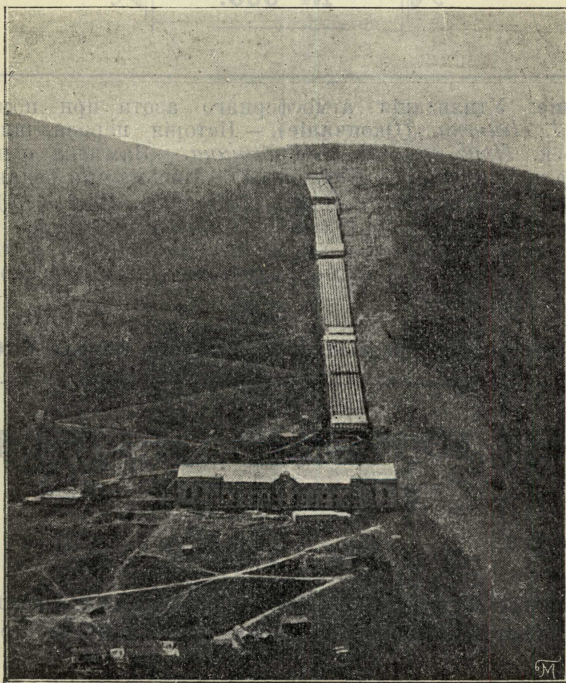


Рис. 20.

при моихъ опытахъ, употребляется одна (или нѣсколько) машинъ трехфазнаго тока. Къ тремъ полюсамъ ея присоединены (рис. 23) три провода для передачи на большое разстояніе. Далѣе, тонкій проводъ соединяетъ такъ называемую узловую точку машины съ землею на фабрикѣ. Къ тремъ главнымъ проводамъ на фабрикѣ присоединены печи, не непосредственно, но черезъ реактивныя катушки, при чемъ одинъ электродъ печи отводится въ землю.

Однако, хотя все это устройство и кажется очень простымъ, оно все же представляетъ не мало новаго, какъ вообще въ электрическомъ, такъ и специально въ электротехническомъ отношеніи.

Уже то, что нельзя непосредственно присоединять печи къ цѣпи,

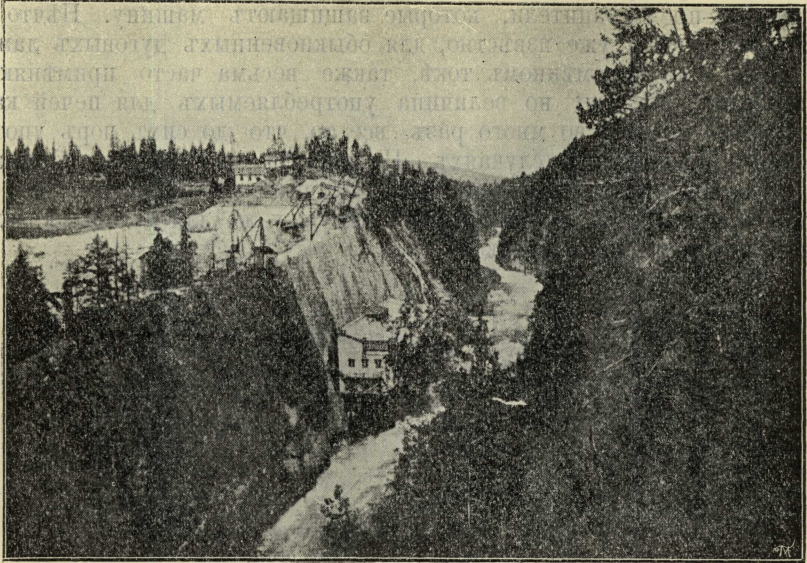


Рис. 21.

какъ какой-либо моторъ или лампы накаливанія, представляетъ нѣчто

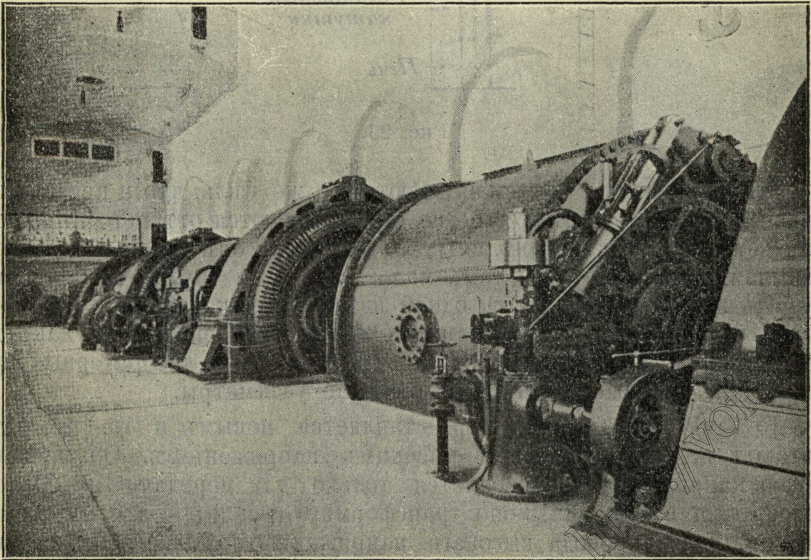


Рис. 22.

необычное, но безусловное необходимое. Если бы мы это сдѣлали, то

благодаря электрическим свойствам вольтовой дуги, потухла бы дуга, или перегорѣли бы машины, или, наконецъ, выскочили бы автоматическіе предохранители, которые защищаютъ машину. Нѣчто подобное, впрочемъ, уже извѣстно, для обыкновенныхъ дуговыхъ лампъ; для нихъ, при переменномъ токъ, также весьма часто примѣняются реактивныя катушки: но величина употребляемыхъ для печей катушекъ превосходитъ во много разъ все то, что до сихъ поръ употреблялось въ подобныхъ случаяхъ. На рис. 24 изображенъ наружный видъ реактивной катушки изъ тѣхъ, которыя употребляются на фабрикѣ Сире (Syre) въ Ноттоденѣ: катушку же для дуговыхъ лампъ можно перенести подъ мышкой.

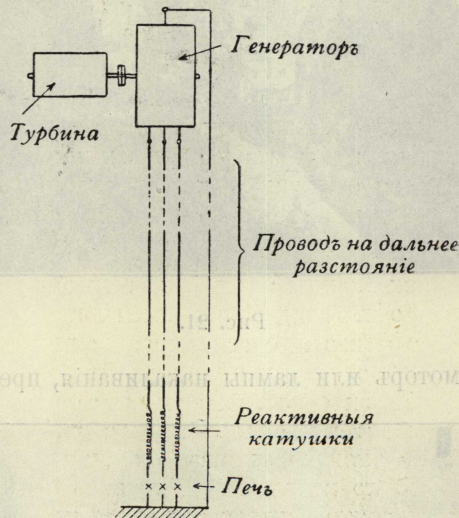


Рис. 23.

Эти реактивныя катушки имѣютъ ту же цѣль, что и предохранительное боковое сопротивление: но онѣ отличаются отъ него въ одномъ очень важномъ пунктѣ. Онѣ потребляютъ, если онѣ хорошо построены, чрезвычайно мало энергіи; такъ мало, что даже трудно съ точностью измѣрить затрату энергіи въ одной изъ такихъ катушекъ. Пришлось построить для этого особый измѣрительный приборъ, такъ какъ для этой цѣли не оказались пригодными ни извѣстныя лабораторныя приспособленія, ни обыкновенныя технические уаттметры.

До извѣстной степени представляется новымъ и то, что здѣсь работаютъ непосредственно съ высокимъ напряженіемъ. Обыкновенно высокое напряжение употребляется только для передачи на большія разстоянія, а на фабрикѣ оно трансформируется въ болѣе низкое напряжение. Здѣсь провода высокаго напряжения подходятъ къ самымъ электродамъ (рис. 23), и даже непосредственно передъ электродами печи существуетъ напряжение въ нѣсколько тысячъ вольтъ. Какая въ этомъ заключается страшная опасность и какихъ это требуетъ предосторожностей, вамъ, конечно, извѣстно.

Ново и то, что въ установкѣ съ такой большой энергіей находится элементъ, обладающій, сравнительно, столь малымъ постоянствомъ, какимъ, въ концѣ концовъ, очевидно, является каждая вольтова дуга. Здѣсь часто возникаютъ, — главнымъ образомъ, вслѣдствіе небольшихъ неправильностей въ электродахъ, — довольно неожиданныя колебанія силы тока и напряженія. Находящіеся между вами электро-механики знаютъ, что вмѣстѣ съ этимъ мы вступаемъ въ область и практически и теоретически одинаково непріятныхъ перенапряженій. Печи баденской анилиновой и содовой фабрики въ этомъ отношеніи несомнѣнно особенно благопріятно устроены: при ихъ большой длинѣ малыя неправильности около электродовъ имѣютъ незначительное вліяніе на всю систему. Но и здѣсь, какъ ни рѣдко это случается, приходится считаться съ тѣмъ, что одна печь вдругъ перестаетъ работать, и, слѣдовательно, генераторъ внезапно разгружается, по крайней мѣрѣ,



Рис. 24.

на тысячу лошадиныхъ силъ. Такъ же внезапно возрастаетъ нагрузка при включеніи въ цѣпь подобнаго рода печей. Тѣ приборы, служащіе для приведенія машинъ въ движеніе, которыми пользуются, напримѣръ, при моторахъ, примѣняются здѣсь только въ ограниченной степени и при чрезвычайно большихъ печахъ; приходится пользоваться нѣсколькими параллельными реактивными катушками, которыя и включаются одна послѣ другой.

Далѣе, до извѣстной степени ново и то, что здѣсь внутри печи величины силы тока и напряженія существенно уклоняются отъ привычныхъ намъ въ другихъ случаяхъ установокъ съ переменнымъ токомъ. Здѣсь обнаруживаются разнообразнѣйшія осложненія, систематическое изслѣдованіе которыхъ представляется особенно привлекательнымъ. Въ связи съ этими осложненіями находятся всевозможныя

неожиданныя обстоятельства, которыя вначалѣ вызывали недоумѣнія, и которыя обнаруживались особенно ярко въ области измѣреній. Представлялось весьма страннымъ, что, напримѣръ, показанія двухъ прецизионныхъ инструментовъ, которые оба были провѣрены въ Имперской Провѣрочной палатѣ и при обыкновенныхъ условіяхъ давали совершенно одинаковые результаты, различались на 4⁰/₀; или что техническіе измѣрительные приборы, точные до 1⁰/₀-2⁰/₀ въ обыкновенныхъ цѣпяхъ переменнаго тока, показывали невѣрно до 12 и болѣе процентовъ. Здѣсь для физика представлялось интересное поле изслѣдованія, интересное потому также, что условія, при которыхъ приходится работать, совершенно иныя, чѣмъ въ лабораторіи. Даже задача включить въ цѣпь измѣрительный приборъ представляется не столь простою, когда по проводамъ проходятъ 200—300 амперъ и они обладаютъ относительно земли напряженіемъ въ нѣсколько тысячъ вольтъ. Высокое напряженіе всѣхъ проводовъ само-по-себѣ, чрезвычайно затрудняетъ экспериментированіе: всякое прикосновеніе для измѣряющаго смертельно, а для включаемыхъ приборовъ эти напряженія также весьма несимпатичны. Они обнаруживаютъ разнаго рода неправильности, съ которыми необходимо было бы ознакомиться прежде, чѣмъ оказалось возможнымъ производить точное измѣреніе.

Но все это частныя заботы физика, хотя и представляетъ общій интересъ, такъ какъ опредѣленіе производительности печи, фундаментально важное для практики, возможно сдѣлать только въ томъ случаѣ, когда существуетъ возможность правильно измѣрить электрическую энергію. Такъ какъ наиболѣе употребительные въ технику методы измѣренія здѣсь, во всякомъ случаѣ, оказываются непригодными, то есть полное основаніе относиться съ безграничнымъ недовѣріемъ ко всѣмъ даннымъ въ литературѣ относительно производительности печей различныхъ системъ, если нѣтъ ясныхъ указаній на то, что электрическая энергія была правильно измѣрена.

Новая промышленность, которая возникла въ технически примѣнимой формѣ прежде всего въ Норвегіи, имѣетъ въ этой странѣ и особенно благоприятную почву. Условія, необходимыя для этой промышленности, въ этой странѣ, на картѣ которой изъ названій двухъ мѣстностей одно всегда оканчивается на „fos“ (водопадъ), существуютъ въ изобиліи. Здѣсь уже въ двухъ мѣстахъ работаютъ фабрики: въ Потоденѣ фабрика селитры и фабрика Сире (Syrefabrik) со станціей Свелъгфосъ (рис. 21), а вскорѣ и Липфосъ; см. рис. 25, на которомъ видны строящаяся дамба и главная станція; затѣмъ пробный заводъ около Кристіансзанда (рис. 26). Въ будущемъ году (1911) первая половина огромнаго завода въ Рюканѣ должна начать свои дѣйствія, пользуясь приблизительно 125 000-ми лошадиныхъ силъ.

Съ другой стороны, въ Норвегіи существуютъ также и очень большія мѣстныя затрудненія. Только одно изъ этихъ затрудненій

заклучается отчасти въ мало благопріятныхъ транспортныхъ условіяхъ: на примѣръ, къ Рюкану пришлось построить отъ Нотоддена желѣзную дорогу, приблизительно въ 50 км. длиною, съ пароходною линіей черезъ Тинсьё (Tinsjö).

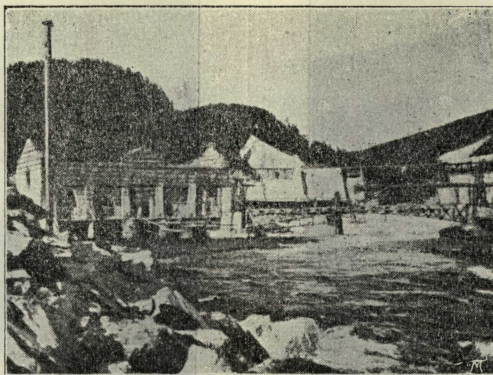


Рис. 25.

Само собою понятно, что новая промышленность, которая заставляетъ воду многихъ рѣкъ протекать черезъ свои турбины, должна уничтожить не малое число водопадовъ навсегда или на большую

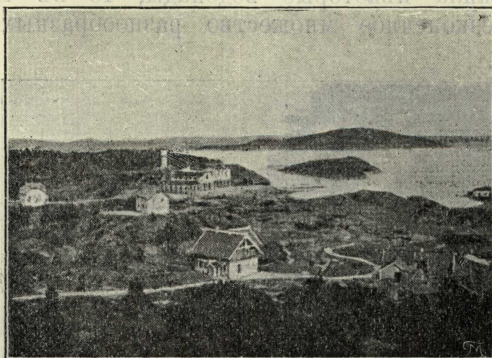


Рис. 26.

часть года. Рюканфось, на примѣръ, скоро отойдетъ въ область исторіи; поэтому я спѣшу его вамъ показать на картинѣ (рис. 24). Но не надо забывать и того, что промышленность въ Норвегіи, какъ ни парадоксально это звучитъ, создала нѣкоторыя новыя красоты природы. Во многихъ мѣстахъ, гдѣ теперь чудные водопады съ громадной высоты

бурно низвергаются въ глубину, раньше не существовало ничего, кромѣ ряда мало замѣтныхъ пороговъ.

И, прежде всего, не надо забывать одного. Если бы промышлен-

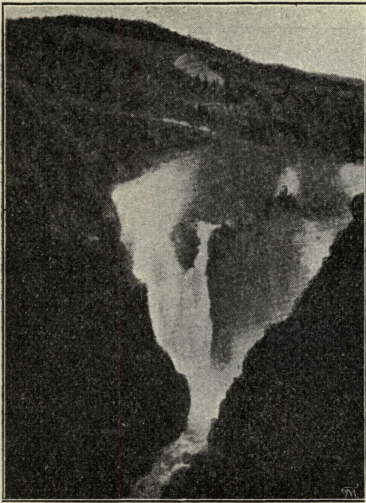


Рис. 27.

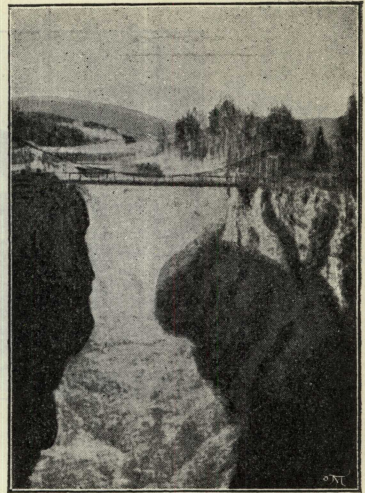


Рис. 28.

ность и уничтожила нѣкоторые водопады, то въ Норвегии все же останется еще безконечное множество разнообразныхъ красотъ при-

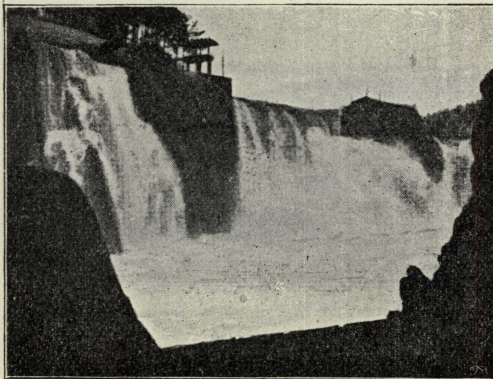


Рис. 29.

роды. Если кто-либо изъ васъ любитель величественной и сурово-серьезной природы, тому я могу только дать совѣтъ путешествовать

по этой странѣ. И если случится, что пару дней вамъ будетъ досаждать основательный дождь — страна не даромъ имѣетъ свои водопады, то успокойтесь мыслью: это падаютъ дождемъ килоуаттъ-часы.

Считаю долгомъ выразить мою признательнѣйшую благодарность Баденской Анилиновой и Содовой фабрикѣ за предупредительное представленіе мнѣ времени и средствъ для этого доклада; электрическому заводу Бергмана (Берлинъ) — за предоставленіе въ мое распоряженіе цѣпи переменнаго тока; фирмамъ Norsk Hydroelektrisk Kvaestof-Aktieselskab и Norske Salpeterverker — за фотографіи заводовъ и г-ну инженеру Фолльмеру — за превосходную подготовку опытовъ.

Исторія первоначальнаго развитія счисленія дробей.

В. В. Бобынина,

приватъ-доцента Московскаго Университета.

(Сообщеніе, сдѣланное въ засѣданіи Московскаго Математическаго Кружка 18 марта 1911 г.).

Развитіе счисленія началось съ появленія въ первобытномъ человѣчествѣ опредѣленнаго представленія единицы и неопредѣленнаго представленія множества. Послѣ этого начала слѣдовало постепенное, раздѣленное первоначально очень большими, даже — можно сказать — громадными, промежутками времени, выдѣленіе изъ неопредѣленнаго представленія множества опредѣленныхъ числовыхъ представленій два, три, четыре и т. д. до предѣловъ, устанавливаемыхъ у различныхъ народовъ самыми разнообразными обстоятельствами. Наивысшимъ предѣломъ, самостоятельно достигнутымъ въ счисленіи дикимъ племенемъ, является число 100 000, до котораго идетъ счисленіе у жителей острововъ Тонга въ Полинезіи.

Особенно значительною продолжительностью отличались промежутки времени, въ теченіе которыхъ происходило выдѣленіе изъ неопредѣленнаго представленія множества первыхъ послѣ единицы опредѣленныхъ числовыхъ представленій — два, три и четыре. Яркимъ обнаруженіемъ громадности промежутка времени, въ теченіе котораго выдѣлялось представленіе числа 3 и вся доступная первобытному человѣчеству область счисленія ограничивалась опредѣленными представленіями единицы и 2 и неопредѣленнымъ — множества, является фактъ существованія въ языкахъ нѣкоторыхъ цивилизованныхъ народовъ, наряду съ множественнымъ числомъ, двойственнаго числа.

Къ промежутку времени, въ теченіе котораго выдѣлялось представленіе числа 3 и образовалось двойственное число, должны быть

возведены также начало развитія счисленія дробей и связанное съ нимъ первое образованіе системы счисленія.

Первою дробью, съ которою познакомилось человѣчество, была половина. Вслѣдъ за нею постепенно поднимались надъ порогомъ сознанія и ближайшія къ ней другія дроби двоичной системы. Половина какого-нибудь предмета могла быть, въ свою очередь, раздѣлена на двѣ пол-половины, пол-половина на двѣ пол-пол-половины и т. д. до предѣла, до котораго могли доходить требованія практической жизни. Вполнѣ характеристичный примѣръ этого образованія дробей двоичной системы представляетъ древнерусская система земельныхъ мѣръ. Землемѣрные рукописи и официальные акты по землемѣрію допетровской эпохи доходили въ образованіи этихъ дробей до восьми, девяти и даже десяти повтореній приставки „пол“ къ слову половина, т. е. до дробей $\frac{1}{256}$, $\frac{1}{512}$, $\frac{1}{1024}$.

Дальнѣйшее развитіе счисленія дробей долгое время состояло, главнымъ образомъ, въ совершавшемся — вмѣстѣ съ выдѣленіемъ новыхъ числовыхъ представленій изъ неопредѣленнаго представленія множества — поднятіи надъ порогомъ сознанія первобытнаго человѣчества подраздѣленій единицы, происходящихъ отъ дѣленія послѣдней на вновь узнанныя числа. Поэтому первую дробью, присоединившеюся къ дробямъ двоичной системы, была треть. Послѣдовавшее затѣмъ примѣненіе къ ней закона образованія дробей этой системы послѣдовательно вводило въ употребленіе ея двоичныя подраздѣленія пол-трети, пол-пол-трети и т. д. Прекрасные образцы этихъ образованій представляютъ древне-русскія земельныя мѣры и мѣры зерновыхъ хлѣбовъ, въ которыхъ двоичныя подраздѣленія трети доходили до $\frac{1}{96}$, т. е. до присоединенія къ слову треть приставки пол пять разъ.

Что касается счета самихъ третей въ ту отдаленную эпоху, когда доступная человѣчеству область счисленія ограничивалась тремя опредѣленными элементами — единица, два и три и неопредѣленнымъ — множествомъ, то онъ былъ заключенъ въ предѣлахъ: одна, двѣ, три. Но такъ какъ три трети, приводя счетъ къ единицѣ, въ большинствѣ случаевъ сливались съ нею, то прочно укрѣпиться въ слабой памяти человѣка разсматриваемой эпохи могли только одна и двѣ трети. Значительность промежутка времени, обнимаемаго указаннымъ состояніемъ счисленія, повела къ закрѣпленію въ сознаніи человѣчества дроби $\frac{2}{3}$

и на всѣ послѣдующія времена, какъ въ этомъ убѣждаетъ фактъ употребленія изъ всѣхъ кратныхъ различнымъ подраздѣленіямъ единицы только одной этой дроби въ тѣ времена, когда операціи счета производились въ счисленіи дробей исключительно надъ одними подраздѣленіями единицы.

Слѣдствіемъ указаннаго сейчасъ и подобныхъ ему слѣдующихъ примѣненій законовъ образованія дробей по двоичной системѣ къ вновь узнаваемымъ подраздѣленіямъ единицы было то, что

не всѣ изъ этихъ родовъ подраздѣленій вели къ дѣйствительному расширенію извѣстной области счисленія дробей. Такъ, вызванная выдѣленіемъ представленія числа 4 дробь четверть была уже извѣстна ранѣе, какъ одна изъ дробей двоичной системы, именно, какъ пол-половина. Несомнѣнно, однако, что тождественность этихъ обоихъ представленій — четверти и пол-половины — выяснилась человѣчеству съ совершенною ясностью только въ значительно болѣе позднее время. Убѣдительнымъ доказательствомъ этого служитъ фактъ одновременнаго употребленія дробей двоичной системы и двоичныхъ подраздѣленій четверти въ древне-русской системѣ земельныхъ мѣръ.

Двоичная, или бинарная, система счисленія дробей, какъ существовавшая, по сказанному ранѣе, съ первыхъ временъ развитія счисленія, должна была, поэтому, представлять такую ступень въ развитіи счисленія дробей, черезъ которую человѣчество неминуемо должно было пройти въ лицѣ всѣхъ своихъ представителей. Дожившими до позднѣйшихъ временъ внѣшними проявленіями этого замѣчательнаго историческаго факта являются, во-первыхъ, обширное распространеніе двоичной системы въ болѣе или менѣе развитомъ видѣ въ различныхъ метеорологическихъ системахъ — и при томъ или въ чистомъ видѣ или въ знакомой уже намъ формѣ двоичныхъ подраздѣленій другихъ дробей — и, во-вторыхъ, возведеніе въ арабской математической литературѣ, а черезъ нее и въ средневѣковыхъ ариметическихъ рукописяхъ Западной Европы, дѣйствій удвоенія и дѣленія пополамъ на степень отдѣльнаго самостоятельнаго дѣйствія. Изложеніе основныхъ ариметическихъ дѣйствій во многихъ изъ посвященныхъ ариметикѣ произведеній арабскихъ математиковъ (напримѣръ, у Бега-Эддина*) слѣдуетъ такому порядку: сложеніе, удвоеніе, дѣленіе пополамъ, вычитаніе, умноженіе, дѣленіе.

Въ двоичной же системѣ или въ происходящихъ отъ нея двоичныхъ подраздѣленіяхъ другихъ дробей зародились и болѣе употребительныя изъ другихъ системъ подраздѣленій единицы. Таковою является, ранѣе прочихъ, четверичная система, пользующаяся, какъ послѣдовательными единицами порядковъ, дробями $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{256}$, ...

Въ настоящее время эта система употребляется нѣкоторыми изъ темнокожихъ племенъ Остѣ-Индіи, именно телигами или телугами и карнатами. Въ подраздѣленіяхъ трети по двоичной системѣ также заключалась первоначально и получившая въ позднѣйшихъ метеорологическихъ системахъ столь значительное распространеніе двѣнадцатиричная система, которая въ большинствѣ случаевъ своего употребленія сводится, впрочемъ, къ подраздѣленіямъ $\frac{1}{12}$ по двоичной системѣ. Наконецъ, въ двоичныхъ подраздѣленіяхъ $\frac{1}{15}$ получила свое начало важная для науки шестидесятиричная система.

*) G. Nesselmann. Beha-Eddin's Essenz der Rechenkunst. Berlin, 1843.

Двоичная система счисления дробей явилась, такимъ образомъ, первую, въ которой законы выраженія чиселъ по различнымъ системамъ счисления получили распространеніе также и на дроби. Если взять представляющую выраженіе числа во всякой системѣ счисления общую формулу

$$n^{-1}_0 1 \cdot n^{-3} + n^{-1}_0 1 \cdot n^{-2} + n^{-1}_0 1 \cdot n^{-1} + n^{-1}_0 1 \cdot n^0 + \\ + n^{-1}_0 1 \cdot n^1 + n^{-1}_0 1 \cdot n^2 + n^{-1}_0 1 \cdot n^3 + \dots,$$

въ которой n означаетъ основное число системы счисления, его степени — единицы порядковъ, символъ $n^{-1}_0 1$ — какое-нибудь изъ произведеній единицы на 0, 1, 2, 3, ..., $n - 1$, то первая часть этой формулы до члена съ n^0 и представить упомянутое распространеніе законовъ выраженія чиселъ по различнымъ системамъ счисления на дроби.

Вслѣдствіе того, что подраздѣленія единицы, или, по германской терминологіи, Stammbrüche, съ которыми на указанномъ пути развитія послѣдовательно знакомились человѣчество, являлись въ конкретной формѣ подраздѣленій извѣстнаго реальнаго предмета, счетъ ихъ производился совершенно такъ же, какъ и счетъ всякихъ цѣлыхъ предметовъ, т. е. приводилъ къ результатамъ, не отличающимся въ глазахъ древняго человѣка отъ получаемыхъ во всѣхъ другихъ случаяхъ и потому представляющихся въ видѣ цѣлыхъ чиселъ. Такимъ образомъ, въ разсматриваемыя отдаленныя эпохи и на соответствующихъ имъ ступеняхъ развитія въ позднѣйшія времена, конкретная единица вмѣстѣ съ своими подраздѣленіями, въ свою очередь, принимаемыми за конкретныя единицы низшихъ порядковъ, являлись въ области счисления дробей единственнымъ объектомъ счета. Счисленіе дробей вслѣдствіе этого должно было замкнуться въ ту часть своей области, которая въ современномъ намъ изложеніи ариметики называется счисленіемъ именованныхъ чиселъ. Это послѣднее и было, слѣдовательно, первую стадію развитія счисления дробей. Дробями въ ясномъ для счетчика видѣ въ этой стадіи ихъ счисления являлись только подраздѣленія конкретной единицы. Что же касается ихъ кратныхъ, то, какъ числа представляемыхъ ими конкретныхъ единицъ, соответствующихъ порядковъ, они представлялись счетчику въ видѣ цѣлыхъ именованныхъ чиселъ, по отношенію къ которымъ операціи производились по правиламъ счисления цѣлыхъ чиселъ. Въ первыя времена развитія счисления дробей этими операціями были, главнымъ образомъ, дѣйствія сложенія и вычитанія. Поучительный примѣръ состоянія и формъ этихъ дѣйствій въ эпоху исключительнаго употребленія двоичныхъ дробей мы находимъ въ приложеніяхъ системы древнерусскихъ земельныхъ мѣръ.

Въ нѣкоторыхъ изъ ариметико-земельныхъ рукописей допетровской эпохи встрѣчаются отдѣльныя статьи, посвященныя исключительно указанію результатовъ сложенія и, частью, вычитанія выраженныхъ по двоичной системѣ подраздѣленій сохи*) и

*) Соха — единица земельной мѣры, измѣняющая свою величину въ за-

четверти **). Статей этихъ, которыя по ихъ содержанію и формѣ изложенія правильнѣе назвать таблицами суммъ, сохранились двѣ. Первая изъ нихъ, озаглавленная „Роспись сошному письму, какъ которая кость съ которою костью кладется“, занимается сохою и ея частями; вторая, имѣющая заглавіемъ „Роспись четвертной пашнѣ и мелкому своду“, посвящена другой единицѣ земельныхъ мѣръ, четверти и ея подраздѣленіямъ. Примѣрами состава и изложенія этихъ таблицъ могутъ служить два слѣдующіе. Изъ „Росписи сошному письму“: „Полсохи, да четь, да полтрети, да полполтрети, итого въ сводѣ соха“. Изъ „Росписи четвертной пашнѣ“: „Третникъ, да четверикъ, безъ полполчетверика, итого осмина безъ полполполтретника и безъ полполчетверика“. Первое изъ этихъ выраженій представляется формулою

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.2.3} = 1,$$

а второе — формулою

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{2.2.2.4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2.2.2.3} + \frac{1}{2.2.2.4}.$$

Въ обѣихъ таблицахъ въ качествѣ слагаемыхъ и вычитаемыхъ исключительно употребляются единицы различныхъ наименованій того вида земельныхъ мѣръ, который разсматривается. То же самое слѣдуетъ сказать и о доставляемыхъ сложениемъ и иногда вычитаніемъ результатахъ, которые всѣ представляются либо въ видѣ какой-нибудь одной единицы высшаго наименованія, либо въ видѣ суммы или разности обыкновенно двухъ единицъ разныхъ наименованій. Въ подтвержденіе сказаннаго выше о древности и распространенности въ чело-

вѣчествѣ употребленія дроби $\frac{2}{3}$ здѣсь въ одномъ случаѣ встрѣчается въ видѣ найденной суммы и сама эта дробь. Съ разсматриваемыми явленіями, но только въ другой формѣ, встрѣчается изслѣдователь и въ случаяхъ суммъ, оставляемыхъ рукописями безъ опредѣленія. Въ нихъ, дѣйствительно, приходилось имѣть дѣло съ такими случаями сложения, результаты которыхъ не могли обходиться безъ кратныхъ единицамъ одного или нѣсколькихъ различныхъ наименованій. Такъ какъ данныя въ этихъ случаяхъ слагаемыя были простыми единицами разныхъ наименованій, то для счетчика, избѣгающаго употребленія кратныхъ этимъ единицамъ, было выгоднѣе оставить данныя суммы въ

зависимости отъ качествъ почвы и видовъ владѣнія землею. По качествамъ почвы земли были „добрыми“, „средними“ и „худыми“, а по видамъ землевладѣнія „помѣстными и вотчинными“, „монастырскими“ и „государевыхъ дворцовыхъ селъ и волостей“.

**) Четверть была главною единицею въ системѣ древнерусскихъ земельныхъ мѣръ. Она представляла участокъ земли величиною въ 1200 квадратныхъ сажень, на которомъ высѣвалась единица мѣры зерновыхъ хлѣбовъ, четверть ржи.

ихъ первоначальномъ видѣ, что и выражалось постоянно употребляемыми въ этихъ случаяхъ словами „то такъ и писать“. Въ виду этихъ фактовъ изслѣдователь не можетъ не придти къ заключенію, что причину ихъ слѣдуетъ видѣть въ неясности для счетчиковъ разсматриваемой отдаленной эпохи самыхъ представлений кратныхъ единицамъ разсматриваемыхъ наименованій, неясности, происходящей, очевидно, вслѣдствіе выраженія этихъ единицъ словами, обозначающими, собственно, дроби. Эта неясность должна была создавать для счетчиковъ весьма большія затрудненія въ практикѣ вычисленій. Для менѣ привычныхъ къ счету, которыхъ въ разсматриваемыя отдаленныя эпохи было большинство, непреодолимость этихъ затрудненій дѣлала необходимымъ составленіе такихъ таблицъ, которыя, подобно разсматриваемымъ таблицамъ нашихъ землемѣрныхъ рукописей, давали бы готовые результаты сложения для особенно часто встрѣчающихся случаевъ выраженными при томъ въ наиболѣе понятной формѣ, т. е. при полномъ устраненіи кратныхъ единицамъ наименованій.

Теперь является вопросъ, какъ же производили вычисленія въ разсматриваемыхъ случаяхъ тѣ болѣе умѣлые счетчики, которымъ остальные были обязаны составленіемъ упомянутыхъ таблицъ? Указанныя затрудненія должны были заставить ихъ вводить вычисленія въ возможно тѣсныя предѣлы, чтобы такимъ образомъ въ самомъ ходѣ вычисленія имѣть средство для предупрежденія возможности полученія сколько-нибудь значительныхъ кратныхъ единицамъ наименованій. Главнымъ дѣйствіемъ въ разсматриваемомъ случаѣ, почти исключительно занимавшимъ вычисленіе, было выраженіе дробей въ одинаковыхъ доляхъ, на которомъ, поэтому, и слѣдуетъ остановиться.

Въ формѣ счисленія дробей, представляемой счисленіемъ именованныхъ чиселъ, дѣйствія, занимающіяся представленіемъ дробей въ различныхъ видахъ, являются выраженными въ слѣдующихъ формахъ: приведеніе дробей въ меньшія доли — въ формѣ раздробленія простого именованнаго числа, сокращеніе дроби — въ формѣ превращенія простого именованнаго числа и, наконецъ, выраженіе дробей въ одинаковыхъ доляхъ — въ формѣ раздробленія составнаго именованнаго числа. При этомъ небезполезно замѣтить, что въ указанной формѣ сокращенія дробей, наравнѣ съ общеупотребительнымъ и въ настоящее время случаевъ этого дѣйствія, заключается также и почти не употребляемый теперь въ практикѣ вычисленія случай разложенія данной дроби на нѣсколько дробей съ меньшими знаменателями.

Чтобы ввести вычисленіе искомыхъ суммъ въ возможно тѣсныя предѣлы, какъ этого требовали указанные выше обстоятельства, счетчикъ долженъ былъ начинать раздробленіе со слагаемыхъ не высшаго наименованія, какъ это дѣлается теперь, а, напротивъ, съ одного изъ низшихъ, чтобы путемъ послѣдовательнаго соединенія получаемыхъ результатовъ съ соотвѣтствующими данными и слѣдующаго затѣмъ превращенія получить число такого же наименованія, какое имѣетъ оставленное безъ измѣненія высшее изъ слагаемыхъ. Затѣмъ оставалось только прямо сложить послѣднее съ первымъ. При вычисленіи,

напримѣръ, первой изъ приведенныхъ выше 4-членныхъ суммъ счетчикъ долженъ былъ поэтому разсуждать такъ: въ одной полтрети сохи заключаются двѣ полполтрети, что въ соединеніи съ данною полполтретью составляетъ три полполтрети сохи или, что то же самое, одну ея четъ. Полученная четъ въ соединеніи съ данною четью составляетъ полсохи, а эта послѣдняя вмѣстѣ съ данною полсохою даетъ цѣлую соху. Приведемъ еще вѣроятное вычисленіе слѣдующей 4-членной суммы, какъ представляющей примѣръ суммы, выраженной въ видѣ разности. Полчетъ, да полполтрети, да полполчетъ, да полполполчетъ, итого треть сохи безъ полполполчети сохи, или въ видѣ формулы

$$\frac{1}{2.4} + \frac{1}{2.2.3} + \frac{1}{2.2.4} + \frac{1}{2.2.2.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2.2.2.4}.$$

Въ одной полполчети сохи содержатся двѣ полполполчети, что въ соединеніи съ данною полполполчетью составляетъ безъ одной полполполчети 4 полполполчети или 2 полполчети или одну полчетъ. Эта послѣдняя вмѣстѣ съ данною полчетью составляетъ цѣлую четъ, содержащую 3 полполтрети сохи, вслѣдствіе чего по присоединеніи къ ней данной полполтрети получаются 4 полполтрети или 1 треть сохи. Все вмѣстѣ составляетъ, такимъ образомъ, треть сохи безъ полполполчети сохи.

Встрѣтитесь съ ариѳметическими дѣйствіями болѣе высокаго порядка, т. е. съ умноженіемъ и дѣленіемъ, можно разсчитывать, понятно, только въ системахъ счисленія дробей, происшедшихъ въ болѣе позднее время, чѣмъ двоичная. И дѣйствительно, съ ихъ приложеніемъ къ дробямъ на этой стадіи развитія послѣднихъ знакомать насъ римскія минуціи и употребляемыя въ сочиненіяхъ астрономовъ древней Греціи 60-тиричныя дроби.

Названныя сейчасъ римскія минуціи, или различныя — преимущественно двоичныя — подраздѣленія дроби $\frac{1}{12}$, представляютъ первый извѣстный намъ случай примѣненія метрологической системы и выработанныхъ для нея правилъ и приѣмовъ вычисленія или, говоря болѣе общимъ образомъ, счисленія именованныхъ чиселъ къ отвлеченнымъ дробямъ и выполненію надъ ними дѣйствій счета. Это примѣненіе явилось само собою, какъ прямой результатъ совершившагося въ эпоху употребленія минуцій отдѣленія представленія дроби отъ связывающихся съ нимъ ранѣе представленій реальныхъ предметовъ или, что то же самое, появленія въ качествѣ объекта счисленія абстрактной единицы наряду съ единицей конкретной.

Слѣдующимъ и, насколько теперь извѣстно, послѣднимъ шагомъ развитія счисленія отвлеченныхъ дробей въ формѣ счисленія именованныхъ чиселъ было непосредственное прямое распространеніе на отвлеченныя дроби какъ внѣшнихъ формъ метрологической системы, такъ и обусловленныхъ этими формами приѣмовъ и правилъ счета. Совершенно полное выраженіе созданнаго этимъ шагомъ состоянія

счисления отвлеченных дробей представлять упомянутая уже система 60-тиричных дробей въ ея употребленіи греческими астрономами.

Выработавшееся въ стадіи счисления именованных чиселъ состояніе счисления отвлеченных дробей выражалось, главнымъ образомъ, въ доступности для счетчиковъ соотвѣствующихъ эпохъ изъ всей области отвлеченных дробей только тѣхъ, которыя имѣютъ числителемъ единицу. Всѣ остальные дроби, какъ сливающіяся внѣшнимъ образомъ, по своему употребленію въ счисленіи именованных чиселъ съ цѣлыми числами, если и представлялись счетчикамъ разсматриваемыхъ эпохъ, то въ такомъ смутномъ и неясномъ для сознанія видѣ, который исключалъ всякую возможность исполненія надъ ними ариѳметическихъ дѣйствій внѣ области счисления именованных чиселъ. Счисленіе отвлеченных дробей оказалось вслѣдствіе этого ограниченнымъ исключительно областью дробей съ единицей въ числитель. Второю стадіею развитія счисления дробей, смѣнившюю первоначальную стадію счисления именованных чиселъ, была, слѣдовательно, стадія счисления отвлеченных дробей, представляемыхъ исключительно дробями съ единицею въ числитель. Такъ какъ эта стадія захватывала такіа высокіа ступени развитія математическихъ наукъ, какъ занимаемая древнею Греціею, то вводить ея разсмотрѣніе въ исторію первоначальнаго развитія счисления дробей не представляется возможнымъ.

Замѣтка о предѣлѣ суммы геометрической прогрессіи.

Ө. Коробкина.

Если въ формулѣ предѣла суммы членовъ безконечной нисходящей геометрической прогрессіи умножить числитель и знаменатель на первый членъ, то получится выраженіе

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Sigma = \frac{u_1^2}{u_1 - u_1 q},$$

или

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Sigma = \frac{u_1^2}{u_1 - u_2}.$$

Въ этомъ видѣ удобно быстро вычислить предѣлъ суммы прогрессіи, данной своими первыми двумя членами.

ПИСЬМА ВЪ РЕДАКЦІЮ.

I.

Въ № 533 „Вѣстника“ напечатана статья г-на Н. Рождественскаго „О начальныхъ теоремахъ геометріи“, вызывающая много недоумѣній:

1) Способъ изложенія указанныхъ теоремъ не представляетъ ничего новаго: въ учебникѣ К. К. Мазинга („Геометрія и систематическій подборъ задачъ. Планиметрія“. Москва, 1886 г.) дано изложеніе, почти совпадающее съ изложеніемъ Н. Рождественскаго. Приходилось видѣть и другіе учебники съ такимъ же изложеніемъ.

2) Предложенія 3-е и 4-ое автора вовсе не теоремы и ихъ попросту надо отбросить. Въ самомъ дѣлѣ, если установлено понятіе о суммѣ двухъ угловъ, то выраженіе „два угла смежные“ тождественно съ выраженіемъ „сумма двухъ угловъ равна развернутому (выпрямленному) углу“.

3) Непонятно примѣчаніе редакціи къ этой статьѣ. Непонятно, почему редакція выпрямленный уголъ признаетъ за какой-то новый объектъ, который мы впослѣдствіи присоединяемъ къ классу угловъ: если принять опредѣленіе: „угломъ называется фигура, состоящая изъ двухъ лучей, исходящихъ изъ одной точки“, то выпрямленный уголъ есть несомнѣнно тоже уголъ, но только особенный: лучи составляютъ одну прямую, и все, что имѣетъ мѣсто для угла вообще, то имѣетъ мѣсто и для выпрямленнаго угла. Кромѣ того, почему редакція полагаетъ, что въ обычномъ курсѣ геометріи доказывается, что половины равныхъ угловъ равны? Доказать это равносильно тому, что доказать, что каждый уголъ имѣетъ лишь одинъ биссекторъ. На этой почвѣ имѣется слѣдующій курьезъ въ нашей учебной литературѣ: въ послѣднемъ изданіи учебника г. А. Киселева доказывается, что изъ точки на прямой къ этой прямой можно возстановить перпендикуляръ, и это доказательство основывается на положеніи, что у всякаго угла (невыпрямленнаго) есть биссекторъ, а послѣднее не доказывается! Какая цѣна такому доказательству? Г-нъ Н. Рождественскій правъ, указывая въ началѣ статьи, что въ умахъ учащихся возникаетъ вопросъ: какое значеніе имѣютъ всѣ эти разсужденія для выясненія такихъ „простыхъ и понятныхъ вещей“? Быть можетъ, и со стороны преподавателей было бы правильно присоединиться къ этому мнѣнію учащихся.

Н. Извольскій.

II.

Въ № 526-527 „Вѣстника“ была помѣщена статья прив.-доцента А. А. Дмитровскаго подъ заглавіемъ „Приближенное рѣшеніе задачи объ удвоеніи куба“.

Указанное въ ней приближенное построение $\sqrt[3]{2}$, хотя и достаточно просто, но все-таки едва-ли проще построения, соответствующаго выраженію

$$\frac{2}{3} \left(1 + \frac{\sqrt{6} + 2}{5} \right) = 1,2599319$$

и дающаго, такимъ образомъ, значеніе $\sqrt[3]{2}$ съ точностью до 0,000001, т. е. съ точностью, въ 7—8 разъ превосходящей точность построения г-на А. Дмитровскаго.

Н. Агрономовъ.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 408 (5 сер.). Пусть

$$\frac{1}{1+z} + \frac{z}{(1+z)(1+z^2)} + \frac{z^3}{(1+z)(1+z^2)(1+z^4)} + \dots + \frac{z^{2^n-1}}{(1+z)(1+z^2)\dots(1+z^{2^{n-1}})} = s,$$

при чемъ n — цѣлое положительное, а z — цѣлое нечетное число. Доказать, что число

$$sz(z^{2^n} - 1) + (z - 1)$$

дѣлится на 2^{n+1} .

Л. Богдановичъ (Ярославль).

№ 409 (5 сер.). Найти соотношеніе, которому должны удовлетворять коэффициенты a_1, a_2, a_3, a_4 многочлена

$$3x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4$$

для того, чтобы онъ могъ быть тождественно преобразованъ къ виду

$$(x + m)^4 + (x + n)^4 + (x + p)^4,$$

гдѣ m, n, p — постоянныя величины, не зависящія отъ x .

А. Фрумкинъ (Одесса).

№ 410 (5 сер.). Найти сумму n членовъ ряда

$$\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} + \dots + \frac{1}{2^{m-1}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2^{m-1}} + \dots$$

и вычислить предѣлъ этой суммы при увеличеніи n до безконечности.

Р. Витвинскій (Одесса).

№ 411 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 3\left(\frac{3}{2}\right)^{x-1} - \frac{1}{3^2}\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} + 1,25 = 0.$$

В. Тюнинъ (Уфа).

№ 412 (5 сер.). Въ данномъ треугольникѣ ABC проводить биссектрису BD_1 угла B , затѣмъ биссектрису D_1D_2 треугольника AD_1B , затѣмъ биссектрису D_2D_3 треугольника AD_1D_2 , затѣмъ биссектрису D_3D_4 треугольника AD_3D_2 и т. д. Называя уголъ $\hat{D}_{n-1}D_nD_{n+1}$ черезъ u_n , вычислить u_n и найти предѣлъ u_n при возрастаніи u_n до безконечности.

Н. С. (Одесса).

№ 413 (4 сер.). Найти цѣлый многочленъ $F(x)$ n -ой степени, обладающій тѣмъ свойствомъ, что квадратъ его имѣетъ видъ:

$$\frac{1}{1-x^2} (1+x+R(x)),$$

гдѣ $R(x)$ — многочленъ, всѣ члены котораго степени выше n .

(Займств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 284 (5 сер.). Доказать тождество

$$\frac{a+b+c}{r_a+r_b+r_c} \left(\frac{a}{r_a} + \frac{b}{r_b} + \frac{c}{r_c} \right) = 4,$$

гдѣ a, b, c, r_a, r_b, r_c суть стороны и радіусы вписанныхъ круговъ нѣкотораго треугольника.

Называя через s и p площадь и полупериметръ треугольника, имѣемъ:

$$\begin{aligned}\frac{r_b + r_c}{p} &= \frac{1}{p} \left(\frac{s}{p-b} + \frac{s}{p-c} \right) = \frac{s(2p-b-c)}{p(p-b)(p-c)} = \frac{sa(p-a)}{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \\ &= \frac{sa(p-a)}{s^2} = a : \frac{s}{p-a} = \frac{a}{r_a}.\end{aligned}$$

Итакъ,

$$\frac{a}{r_a} = \frac{r_b + r_c}{p}, \quad \frac{b}{r_b} = \frac{r_c + r_a}{p}, \quad \frac{c}{r_c} = \frac{r_a + r_b}{p}.$$

Сложивъ эти равенства, получимъ:

$$\frac{a}{r_a} + \frac{b}{r_b} + \frac{c}{r_c} = \frac{2(r_a + r_b + r_c)}{p}.$$

Слѣдовательно,

$$\frac{a+b+c}{r_a+r_b+r_c} \left(\frac{a}{r_a} + \frac{b}{r_b} + \frac{c}{r_c} \right) = \frac{2 \cdot 2p(r_a+r_b+r_c)}{(r_a+r_b+r_c)p} = 4.$$

Г. Варкентинъ (Вердянскъ); М. Добровольскій (Сердобскъ); Н. Доброгавъ (Тульчинъ); Х. Х.; А. Фельдманъ (Одесса); В. Моргулевъ (Одесса); Л. Богдановичъ (Ярославль); Р. Витвинскій (м. Добровеличковка).

№ 290 (5 сер.). Найти предѣлъ выраженія

$$2 \left(1 + \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3^2} \right) \left(1 + \frac{1}{3^3} \right) \cdots \left(1 + \frac{1}{3^{2^n-1}} \right)$$

при $n = \infty$.

Полагая

$$x_n = 2 \left(1 + \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3^2} \right) \left(1 + \frac{1}{3^3} \right) \cdots \left(1 + \frac{1}{3^{2^n-1}} \right),$$

$$y_n = \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{3^{2^n-1}} \right),$$

гдѣ n есть нѣкоторое цѣлое положительное число, имѣемъ:

$$\begin{aligned}x_n y_n &= 2 \left[\left(1 + \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \right] \left[\left(1 + \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \right] \cdots \\ &\cdots \left[\left(1 + \frac{1}{3^{2^n-2}} \right) \left(1 - \frac{1}{3^{2^n-2}} \right) \right] \left[\left(1 + \frac{1}{3^{2^n-1}} \right) \left(1 - \frac{1}{3^{2^n-1}} \right) \right] = \\ &= 2 \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{3^{2^n-1}} \right) \left(1 - \frac{1}{3^{2^n}} \right) = \\ &= \frac{2 \left(1 - \frac{1}{3^{2^n}} \right)}{1 - \frac{1}{3}} \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{3^{2^n-1}} \right) = 3 \left(1 - \frac{1}{3^{2^n}} \right) y_n,\end{aligned}$$

откуда, такъ какъ $y_n \neq 0$, $x_n = 3 \left(1 - \frac{1}{3^{2^n}}\right)$. Следовательно,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 3 \left(1 - \frac{1}{3^{2^n}}\right) = 3,$$

такъ какъ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3^{2^n}} = 0$.

Н. Доброгаевъ (Тульчинъ); Л. Богдановичъ (Ярославль); Р. Витвинский (Одесса).

№ 291 (5 сер.). Найти сумму n членовъ ряда

$$\arctg \frac{r}{1+a_1 a_2} + \arctg \frac{r}{1+a_2 a_3} + \dots + \arctg \frac{r}{1+a_n a_{n+1}},$$

гдѣ r, a_1, a_2, \dots, a_n суть разность и послѣдовательные члены нѣкоторой арифметической прогрессіи.

Полагая въ тождествѣ $\arctg \alpha - \arctg \beta = \arctg \frac{\alpha - \beta}{1 + \alpha \beta}$ послѣдовательно $\alpha = a_{i+1}$, $\beta = a_i$, гдѣ $i = 1, 2, \dots, n$ и замѣчая, что $a_{i+1} - a_i = r$, такъ какъ числа $a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}$ образуютъ арифметическую прогрессію съ разностью r , находимъ:

$$\arctg \frac{r}{1+a_1 a_2} = \arctg a_2 - \arctg a_1,$$

$$\arctg \frac{r}{1+a_2 a_3} = \arctg a_3 - \arctg a_2,$$

$$\arctg \frac{r}{1+a_3 a_4} = \arctg a_4 - \arctg a_3,$$

$$\arctg \frac{r}{1+a_n a_{n+1}} = \arctg a_{n+1} - \arctg a_n.$$

Сложивъ эти равенства и обозначивъ сумму n членовъ разсматриваемаго ряда для краткости черезъ s_n , имѣемъ:

$$s_n = \arctg a_{n+1} - \arctg a_1 = \arctg \frac{a_{n+1} - a_1}{1 + a_1 a_{n+1}} = \arctg \frac{nr}{1 + a_1(a_1 + nr)}.$$

В. Богомоловъ (Шацкъ); Л. Богдановичъ (Ярославль); Г. Варкентинъ (Вердянскъ).

№ 292 (5 сер.). Решить уравнение

$$x^3 - 4x^2 + 3x + 2(x-1)\sqrt{x} = 0.$$

Лѣвую часть даннаго уравненія можно представить въ видѣ:

$$\begin{aligned} x(x^2 - 4x + 3) + 2(x-1)\sqrt{x} &= x(x-1)(x-3) + 2(x-1)\sqrt{x} = \\ &= (x-1)\sqrt{x}[V\sqrt{x}(x-3)+2] = (x-1)(x^{\frac{3}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}} + 2)\sqrt{x} = 0. \end{aligned}$$

Такимъ образомъ данное уравненіе распадается на три уравненія, а именно

$$x-1=0, \quad (1)$$

$$x^{\frac{3}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}} + 2 = 0, \quad (2)$$

$$\sqrt{x} = 0. \quad (3)$$

Уравненіе (1) даетъ корень $x_1 = 1$; уравненіе (2) послѣ подстановки $x^{\frac{1}{2}} = y$ принимаетъ видъ:

$$y^3 - 3y + 2 = 0, \text{ или } (y-1)(y^2 + y - 2) = (y-1)^2(y+2) = 0,$$

откуда

$$y_{1,2} = 1, \quad y_3 = -2.$$

Итакъ,

$$x^{\frac{1}{2}} = 1 \text{ или } x^{\frac{1}{2}} = -2,$$

откуда

$$x_2 = 1, \quad x_3 = 4.$$

Уравненіе (3) даетъ корень $x_4 = 0$. Итакъ, мы пришли къ тремъ рѣшеніямъ:

$$x_{1,2} = 1, \quad x_3 = 4, \quad x_4 = 0.$$

Провѣряя эти рѣшенія, мы видимъ, что корни $x_{1,2}$ и $x_4 = 0$ безусловно удовлетворяютъ данному уравненію; что же касается корня $x_3 = 4$, то онъ можетъ удовлетворять данному уравненію лишь при томъ условіи, если подъ выраженіемъ \sqrt{x} подразумѣвать значеніе квадратнаго корня со знакомъ минусъ.

А. Марголинъ (С.-Петербургъ); *Н. Доброгаевъ* (Тульчинъ); *Г. Варжентинъ* (Вальдгеймъ); *В. Богомоловъ* (Шадкъ); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *А. Фельдманъ* (Одесса); *Г. Пистракъ* (Лодзь); *В. Моргулевъ* (Одесса); *М. Превратухинъ* (Козловъ); *Ивановъ* и *Рыбкинъ* (Барнаулъ).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

М. Планкъ. *Отношеніе новѣйшей физики къ механистическому міровоззрѣнію.* Рѣчь, произнесенная во второмъ общемъ засѣданіи 82-го Съѣзда Общества Германскихъ Естествоиспытателей и Врачей 23 сентября 1910 г. въ Кенигсбергѣ. Переводъ съ нѣмецкаго І. Л. Левинтова. Изданіе „Mathesis“. Одесса, 1911. Стр. 42. Цѣна 25 к.

Н. Н. Агрономовъ. *Числовыя тождества, находящіяся въ связи со свойствами символовъ, подобныхъ символу Е.* Москва, 1910. Стр. 27.

Ежегодникъ Магнитно-Метеорологической Обсерваторіи Императорскаго Новороссійскаго Университета. 1909. Одесса, 1911. Стр. 105.

Очеркъ климатическихъ условій гор. Златоуста Уфимской губ. Составилъ П. Свѣшниковъ, директоръ Уфимскаго реальнаго училища. Изданіе статистическаго отдѣла Уфимской Губернской Земской Управы. Уфа, 1911. Стр. 112.

Naturwissenschaft und Technik in Lehre und Forschung, herausgegeben von Dr. F. Doflein und Dr. K. T. Fischer.

Н. Hohenner, Dr.-Ing., Professor an der Technischen Hochschule zu Braunschweig. *Geodäsie.* Eine Anleitung zu geodäsischen Messungen für Anfänger mit Grundzügen der Hydrometrie und der Direkten (Astronomischen) Zeit und Ortsbestimmung. Mit 216 Figuren im Text. Leipzig und Berlin. 1911. Verlag von B. G. Teubner. S. 347.

Wilhelm Ostwald. *Über Katalyse.* Rede, gehalten am 12 Dezember 1909 bei Empfang des Nobelpreises für Chemie. Zweite Auflage. Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. 1911. S. 39.

Лѣтніе учительскіе курсы въ Петербургѣ.

„Постоянная Коммиссія по устройству курсовъ для учителей“ съ 5 июня по 17—23 іюля 1911 г. открываетъ курсы для учащихся школъ всѣхъ типовъ, въдомствъ и наименованій (земскихъ, городскихъ, М. Н. Пр., жел.-дор., ц.-приходск., грамоты, станичныхъ, волостныхъ, частныхъ, городскихъ 4-хкл. училищъ, прогимназій и т. д.).

Курсы дѣлятся на двѣ секціи — гуманитарную и естеств.-историческую, съ общимъ для обѣихъ секцій педагогическимъ отдѣленіемъ. *Плата за слушаніе курсовъ 10 руб.* На курсы принимаются учителя и учительницы изъ всѣхъ учебныхъ округовъ Европейской и Азіатской Россіи.

Въ чтеніи лекцій уже согласились принять участіе: проф. М. В. Бернацкій, проф. И. И. Боргманъ, проф. А. К. Бороздинъ, проф. А. В. Васильевъ, В. Д. Гердъ, Я. И. Душечкинъ, С. Ф. Знаменскій, проф. А. В. Клоссовскій, проф. Н. М. Книповичъ, П. С. Коганъ, Н. К. Кулманъ, К. Н. Кржишковскій,

проф. И. У. Лапшинъ, А. П. Лойдисъ, П. Л. Мальчевскій, Н. А. Орловъ, проф. В. Я. Рубашкинъ, проф. С. Е. Савичъ, проф. С. А. Яковлевъ. Подробный учебный планъ курсовъ и полный списокъ лекторовъ будутъ опубликованы въ непродолжительномъ времени.

Желающіе слушать курсы подаютъ на имя „Постоянной Коммисіи по устройству курсовъ для учителей“ заявленіе, въ которомъ указываютъ мѣсто службы, почтовый адресъ и секцію, которую избираютъ. Къ заявленію необходимо прилагать плату. Квитанція въ приемъ платы и курсовой билетъ почтой не высылаются, а выдаются слушателямъ по пріѣздѣ на курсы и по предъявленіи ими вида на жительство. *Плата ни въ какомъ случаѣ не возвращается.* Курсы уже разрѣшены Попечителемъ Учебнаго Округа. Записи и приемъ платы открыты. Къ 15 марта зачислено свыше 200 человекъ. Приняты мѣры къ устройству общежитій для курсистовъ и къ присканію для нихъ дешевыхъ квартиръ. За общежитіе взымается отъ 3 руб. за все время курсовъ съ человека. Заявленія о желаніи пользоваться общежитіемъ дѣлаются при записи. Всѣ запросы и деньги посылаются по адресу: *СПБ., Кабинетская, 18. „Постоянной Коммисіи по устройству курсовъ для учителей“.*

Отъ Фотографической Коммисіи Общества Взаимопомощи Студентовъ Московскаго Университета.

Фотографическая Коммисія Общества Взаимопомощи Студентовъ Московскаго Университета извѣщаетъ, что ею выпускается **серія фотографическихъ снимковъ по астрономіи**, главнымъ образомъ, по оригинальнымъ негативамъ *Пулковской и Московской* обсерваторій, а также репродукціи изъ лучшихъ специальныхъ сочиненій, по широкой программѣ. Снимки изготовляются въ видѣ *диапозитивовъ, открытых писемъ и позитивовъ* разныхъ форматовъ.

Проспектъ и каталогъ съ отзывами гг. астрономовъ высылаются по требованію; на пересылку просятъ прилагать 7-ми коп. марку. Требования и запросы адресовать: Москва, М. Лубянка, д. № 20, кв. 1. В. Ф. Зайдель.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ.**

Издатель **В. А. Гернеть.**

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Новый въ Россіи типъ по образцу „Je Sais Tout“

II-й годъ изданія

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА

на ежемѣсячный, вѣдѣтельный, иллюстрированный

ВСЕОБЩІЙ ЖУРНАЛЪ

литературы, искусства, науки и общественной жизни.

Изданіе совершенно новаго въ Россіи типа—по образцу популярнѣйшихъ иностр. иллюстр. ежемѣсячниковъ (Je sais tout и др.), предназначенныхъ для самаго широкаго круга читателей. Программа „ВСЕОБЩАГО ЖУРНАЛА“ исчерпываетъ отдѣлы **всѣхъ обычныхъ толстыхъ журналовъ**. Живой откликъ на всѣ выдающіяся событія современности. **Исключительное вниманіе обращено на художественность и изящество изданія.** „ВСЕОБЩІЙ ЖУРНАЛЪ“ богато иллюстрируется оригинальными рисунками, портретами и репродукціями съ картинъ извѣстныхъ художниковъ. **Въ каждой книжкѣ до 100 художественно исполненныхъ иллюстрацій; многіе на отдѣльныхъ листахъ въ нѣсколько красокъ.**

СОДЕРЖАНІЕ.

Январь..

Проф. В. СВЯТЛОВСКІЙ.—„Геній Тихаго океана“. Е. КОЛТОНОВСКАЯ.—„Пути и настроенія молодой литературы“. С. ГУСЕВЪ-ОРЕНБУРГСКІЙ.—„Перпетуэвъ“. Графъ А. Л. Н. ТОЛСТОЙ.—„Пастухъ и Маринка“. А. РЕМИЗОВЪ.—Къ морю-океану. А. ВЕРЕЖНИКОВЪ.—„Калифъ на часъ“. Л. ВАСИЛЕВСКІЙ.—„Принципы театра для народа“. З. Л.—Воздушная армія. ВАГНЕРЪ и ЛИСТЪ—ихъ переписка. О. РОДЭНЪ.—Принципы искусства. М. СОЛОМОНОВЪ.—„Огюсть Роденъ“—очеркъ съ репродукціями. П. РЫССЪ.—„Женщина-раба“ (письмо изъ Италіи). МАРКОНІ.—Безпроводочный телеграфъ.—Д-ръ НЕВИЛЛЬ.—Искусство продленія жизни. БИБЛИОГРАФІЯ.

КНИЖНЫЯ НОВОСТИ. СО ВСЕГО МІРА. СТИХИ: А. Рославлева, Вл. Ленскаго И. Эрнбурга, Ал. Липецкаго и друг. В. КАРРИКЪ—шаржи: Вл. Короленко, С. Городецкій. НА ОТДѢЛЬНОМЪ ЛИСТѢ СЛОНОВОЙ БУМАГИ СКУЛЬПТУРА О. РОДЭНА.—ПЕРВОБЫТНЫИ ЧЕЛОВѢКЪ. Въ № около 100 иллюстрацій.

Февраль. (№ посвященъ памяти Коммиссаржевской).

ОСИПЪ ДЫМОВЪ.—В. О. Коммиссаржевская (къ годовщинѣ со дня смерти). С. СЕРГѢЕВЪ—ЦЕНСКІЙ.—Снѣгъ. Я. К. ОКУНЕВЪ.—„Фарисей“ разск. МАРСЕЛЬ ПРЕВО.—„Провинціалка“. А. МОРИССОНЪ.—Долгъ. (Юмористическ. разск.). А. ПЗМАЙЛОВЪ.—Ф. Достоевскій (къ 30-лѣтію со дня смерти). Проф. О. БАТЮШКОВЪ.—Побѣдителей не судятъ. (Къ постановкѣ „Братьевъ Карамазовыхъ“ въ Моск. худ. театрѣ). Л. ВАСИЛЕВСКІЙ.—Дѣти преступники. З. Л.—СКІЙ—Желтая опасность. А. ЮЖАНИНЪ.—Эстетика въ обыденной жизни. В. БРУСЯНИНЪ.—Финскіе писатели. Ж. ДАНИЦЪ.—Радій, какъ источникъ энергіи. П. МЕЧНИКОВЪ.—О долготѣи. Г. ВИЗЕЛЬ.—Синематофографъ. КРИТИКА. БИБЛИОГРАФІЯ. КНИЖНЫЯ НОВОСТИ. СО ВСЕГО МІРА. СТИХИ: С. Городецкаго, И. Рукавишникова, Дм. Цензора, Л. Андрусона, Вл. Нарбула, А. Липецкаго и др. ШАРЖИ—Финскіе писатели. НА ОТДѢЛЬНЫХЪ ЛИСТАХЪ МѢЛОВОЙ БУМАГИ. В. Коммиссаржевская, Ф. Достоевскій. Въ № около 125 иллюстрацій. (Въ томъ числѣ нигдѣ не опубликованные портреты Коммиссаржевской). За годъ въ «ВСЕОБЩЕМЪ ЖУРНАЛѢ» будетъ напечатано въ объемѣ около 1500 иллюстрацій. Для „ВСЕОБЩАГО ЖУРНАЛА“ выписана изъ заграницы специальная машина для воспроизведенія иллюстрацій усовершенствованнѣйшимъ способомъ „mezzotinte“. Каждый № представляетъ собой объемистую книгу въ 300—350 столбцовъ. Полный списокъ сотрудниковъ печатается въ журналѣ.

Подписная цѣна: на годъ—6 р., полг.—3 р. 50 к. За границу—8 р. Допускается рассрочка 4 р. при подл. и 2 р.—1 марта. Библиотекамъ и книжнымъ магазинамъ 50% скидки. При коллективной подпискѣ на 5 экзempl. шестой высыл. бесплатно. Подписка принимается въ гл. конторѣ и во всѣхъ крупныхъ книжн. магаз. Адресъ гл. конторы и редакціи: С-Петербургъ, Невскій, 114.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходить 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не
менѣе 24 стр. каждый,

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.



ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросам преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для соудружниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премію. Библиографическій отдѣлъ: обзоръ специальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн. город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку

Важнѣйшія статьи, помѣщенныя въ 1910 г.

43-й семестръ.

Г. Пуанкаре Новая механика. — *П. Флоровъ*. Способъ вычисленія отношенія окружности къ диаметру съ пятью десятичными знаками, пригодный для преподаванія въ среднихъ школахъ. — *И. Мессершмидтъ*. Марсъ и Сатурнъ. — *П. Лоуэлъ*. Марсъ. — *С. Виноградовъ*. Развитие понятія о числѣ въ его исторіи и въ школѣ. — *Е. Григорьевъ*. О разложеніи въ ряды функций $\sin x$ и $\cos x$. — Проф. *Д. Синцовъ*. Къ вопросу о преподаваніи математики. Я. Штейнеръ, какъ преподаватель. — *Г. Урбанъ*. Являющіеся ли основныя законы химіи точными или же лишь приближенными. — *Е. Смирновъ*. Объ ирраціональныхъ числахъ. — *П. Ренаръ*. Авіація, какъ спортъ и наука. — Проф. *О. Лоджъ*. Міровой эфиръ. — *К. Лебединцевъ*. Понятіе объ ирраціональномъ числѣ въ курсѣ средней школы. — *Э. Кроммелингъ*. Происхожденіе и природа кометъ. — *А. Филипповъ*. Дѣйствія съ періодическими дробями. — Прив.-доц. *В. Бобынинъ*. Естественныя и искусственныя пути возстановленія историками математики древнихъ доказательствъ и выводовъ

44-й семестръ.

О построеніяхъ, производимыхъ циркулемъ и линейкой. Прив.-доц. *С. О. Шапуновскаго*. О биссектрисахъ треугольника. *Н. Извольскаго*. О четырехугольникахъ, имѣющихъ при данныхъ сторонахъ наибольшую площадь. Проф. *Б. К. Млодзевскаго*. Практическія занятія по физикѣ въ германской средней школѣ. *К. Иванова*. Замѣтка по вопросу о трисекціи угла. Проф. *Д. Синцова*. Нѣкоторыя свойства вращающагося твердаго тѣла. *Н. Васильева*. Броуновское движеніе. *А. Толлоса*. Дѣленіе на 9. *А. Филиппова*. Объ ирраціональныхъ числахъ. *Е. Смирнова*. Основы безпроволочной телеграфіи. *Л. Мандельштамъ* и *Н. Папалекси*. О биссектрисахъ треугольника. *Е. Томашевича*. О геометрическихъ построеніяхъ съ помощью линейки при условіи, что дана неизмѣнная дуга круга съ центромъ. Проф. *Д. Мордухай-Болтовскаго*. Отношеніе новѣйшей физики къ механистическому міровоззрѣнію. *М. Планка*. Генезисъ минераловъ. *Г. Е. Бёкке*. Еще къ вопросу объ ирраціональныхъ числахъ. *К. Лебединцева*. Приближенное рѣшеніе задачи объ удвоеніи куба. Прив.-доц. *А. А. Дмитровскаго*. Причина землетрясеній, горообразованія и родственныхъ явленій. *Т. Арльта*.

Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.** Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.** Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. Отдѣльные номера текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.