№ 516.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

подъ редакціей

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

XLIII-го Семестра № 12-й.

ОДЕССА.
Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.
1910.

Продолжается подписка на 1910 годъ

(шестой годъ изданія)

НА ЕЖЕМѢСЯЧНЫЙ ИЛЛЮСТРИРОВАННЫЙ ЖУРНАЛЪ ДЛЯ ДѢТЕЙ

„Семья и Школа“.

Журналъ предназначается преимущественно **для дѣтей средняго возраста (10—12 лѣтъ)**, которымъ еще мало доступны существующіе у насъ журналы болѣе старшаго возраста. При этомъ „Семья и Школа“ ставитъ своей задачей одинаково примѣняться какъ къ интересамъ дѣтей, учащихся **въ младшихъ классахъ среднихъ учебныхъ заведеній**, такъ и къ пониманію учениковъ **начальной народной школы.**

„Семья и Школа“ состоитъ изъ **12** ежемѣсячныхъ книжекъ журнала и **6** отдѣльныхъ книжекъ **„Библіотеки Семьи и Школы“.**

Не привлекая своихъ подписчиковъ никакими преміями, ни такъ называемыми безплатными приложеніями, редакція „Семьи и Школы“ обращаетъ исключительное вниманіе на внутреннее достоинство самого журнала, на тщательный подборъ матеріала, доступнаго и занимательнаго для дѣтей и выдержаннаго въ педагогическомъ отношеніи, — а также и на его изящную внѣшность. Для послѣдней цѣли текстъ журнала тщательно иллюстрируется художественно-исполненными рисунками, и, кромѣ того, въ каждой книжкѣ помѣщаются отдѣльныя картинки.

Имѣя въ виду распространеніе журнала въ школахъ, каждая книжка „Семьи и Школы“ составляется такимъ образомъ, чтобы ее легко было, при желаніи, раздѣлить на части и большія произведенія, печатавшіяся въ нѣсколькихъ номерахъ, можно было бы въ концѣ года переплести въ одну книгу.

Въ „Семьѣ и Школѣ“ принимаютъ участіе: Е. А Бакунина, И. А. Бѣлоусовъ, Е. Волкова, Н. А. Гольцева, С. Г. Григорьевъ, С. Д. Дрожжинъ, П. Засодимскій, П. П. Инфантьевъ, В. Ѳ. Капелькинъ, О. Карышева, А. А. Кизеветтеръ, С. А. Князьковъ, Н. К. Кольцовъ, М. А. Круковскій. Т. Н. Львовъ, Вл. Львовъ, Д. Н. Маминъ-Сибирякъ, И. И. Митропольскій, Н. Новичъ, Юр. Новоселовъ, К. Д. Носиловъ, Сергѣй Орловскій, О. П. Рунова, С. И. Рербергъ, А. Н. Рождественская, Р. Рубинова, В. Г. Рудневъ, П. Н. Сакулинъ, А. Серафимовичъ, В. Д. Соколовъ, П. П. Сушкинъ, Н. Д. Телешовъ, М. В. Тиличеева, В. Н. Харузина и др.

Подписная цѣна за 12 книжекъ **„Семья и Школа“** и за 6 книжекъ **„Библіотеки Семьи и Школы“:**

съ доставкой и пересылкой **3** РУБ. **въ годъ.** Безъ доставки въ Москвѣ **2** РУБ. **50** КОП.

За границу **5** рублей.

Подписка на полгода 1 р. 50 к. (принимается исключительно въ редакціи).

Подписка безъ доставки принимается въ Москвѣ: **въ редакціи**, въ конторѣ **Н. Печковской** и въ книжныхъ магазинахъ **„Трудъ“** и **Н. Карбасникова**.

Пробный номеръ журнала высылается изъ редакціи **за три семикопеечныя марки.**

Г.г. учителямъ, желающимъ ознакомиться съ журналомъ, пробный номеръ высылается безплатно.

Оставшіеся комплекты журнала за прежніе годы продаются въ редакціи и конторѣ Н. Печковской по 3 руб., кромѣ 1908 г., который за израсходованіемъ почти всѣхъ экземпляровъ продается по повышенной цѣнѣ за пять рублей.

Иногородніе подписчики могутъ обращаться прямо въ редакцію журнала **„Семья и Школа“**: *Москва, Гончарная ул., домъ № 17.*

Редакторъ-издатель **Вл. Львовъ.**

XLIII Сем. № 12.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 516.

Содержаніе: Лекціи по ариѳметикѣ для учителей. *Проф. Ф. Клейна.* (Окончаніе). — Міровой эѳиръ. *Проф. О. Лоджа.* (Продолженіе). — Научная хроника: Новые лучи. Новый каталогъ двойныхъ звѣздъ — Задачи №№ 300—305 (5 сер.). – Рѣшенія задачъ №№ 210, 215, 220, 222 и 225 (5 сер.). — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Объявленія.

Лекціи по ариѳметикѣ для учителей,

читанныя въ $190^7/_8$ академическомъ году профессоромъ Ф. Клейномъ въ Гёттингенѣ.

(Окончаніе).*

Перейдемъ къ дѣленію. Достаточно показать, что всякому кватерніону $p=d+i.a+j.b+k.c$ отвѣчаетъ вполнѣ опредѣленный другой кватерніонъ q такой, что

$$p.q=1;$$

представляется цѣлесообразнымъ обозначить это q черезъ $\frac{1}{p}$. Дѣленіе въ общемъ случаѣ легко сводится къ этому частному случаю. Чтобы опредѣлить это q, полагаемъ предыдущее выраженіе для $p.q$ равнымъ 1, т. е. $1=1+0.i+0.j+0.k$; приравнивая составляющія, получаемъ слѣдующія 4 уравненія для 4 неизвѣстныхъ, составляющихъ x, y, z, w кватерніона q:

$$\begin{aligned}
dw-ax-by-cz&=1,\\
aw+dx-cy+bz&=0,\\
bw+cx+dy-az&=0,\\
cw-bx+ay+dz&=0.
\end{aligned}$$

*) См. „Вѣстникъ“, № 515.

Разрѣшимость подобной системы уравненій зависитъ, какъ извѣстно, отъ ея опредѣлителя; въ данномъ же случаѣ мы имѣемъ какъ разъ такъ называемый косой симметричный опредѣлитель, т. е. такой, въ которомъ элементы, лежащіе симметрично по отношенію къ главной діагонали (идущей отъ верхняго элемента слѣва къ нижнему элементу справа), отличаются другъ отъ друга только знаками, между тѣмъ какъ всѣ элементы главной діагонали равны между собой. Теорія опредѣлителей даетъ очень простую формулу для вычисленія такого рода опредѣлителя, а именно въ данномъ случаѣ оказывается:

$$\begin{vmatrix} d & -a & -b & -c \\ a & d & -c & b \\ b & c & d & -a \\ c & -b & a & d \end{vmatrix} = (a^2+b^2+c^2+d^2)^2;$$

въ справедливости этого равенства можно легко убѣдиться и непосредственнымъ вычисленіемъ. Въ томъ обстоятельствѣ, что этотъ опредѣлитель оказывается равнымъ какъ разъ нѣкоторой степени суммы квадратовъ четырехъ составляющихъ, и заключается собственно тонкій и глубокій смыслъ условій Гамильтона, ибо изъ этого обстоятельства вытекаетъ, что опредѣлитель всегда отличенъ отъ 0, кромѣ того случая, когда одновременно $a=b=c=d=0$; поэтому, за единственнымъ исключеніемъ этого случая ($p=0$), уравненія однозначно разрѣшаются, и обратный кватерніонъ q оказывается, такимъ образомъ, однозначно опредѣленнымъ.

Если положить

$$T=\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2},$$

— эту величину, играющую большую роль въ теоріи кватерніоновъ, называютъ „тензоромъ кватерніона p“, — то легко убѣдиться прямой подстановкой, что это однозначное рѣшеніе выражается такъ:

$$x=-\frac{a}{T^2},\quad y=-\frac{b}{T^2},\quad z=-\frac{c}{T^2},\quad w=\frac{d}{T^2},$$

такъ что окончательный результатъ получается такой:

$$\frac{1}{p}=\frac{1}{d+ia+jb+kc}=\frac{d-ia-jb-kc}{a^2+b^2+c^2+d^2}.$$

Вводя, аналогично теоріи обыкновенныхъ комплексныхъ чиселъ, кватерніонъ

$$\bar{p}=d-ia-jb-kc$$

подъ названіемъ сопряженнаго съ p, можно послѣднюю формулу написать еще и въ такомъ видѣ:

$$\frac{1}{p}=\frac{\bar{p}}{T^2}$$

или

$$p\cdot\bar{p}=T^2=a^2+b^2+c^2+d^2;$$

эти формулы являются непосредственными обобщеніями извѣстныхъ свойствъ обыкновенныхъ комплексныхъ чиселъ. А такъ какъ и обратно: p является сопряженнымъ съ $\bar{p}$ числомъ, то также:

$$\bar{p}\cdot p=T^2,$$

такъ что въ этомъ частномъ случаѣ имѣетъ мѣсто перемѣстительность сомножителей.

Теперь мы въ состояніи сразу получить рѣшеніе задачи дѣленія въ общемъ видѣ. Умножая $1/p$ одинъ разъ на число pq, а другой разъ на число q', равное числу pq, и принимая во вниманіе, что $\frac{1}{p}\cdot p=1$, находимъ: $q=\frac{1}{p}q'=\frac{\bar{p}}{T^2}\cdot q'$, между тѣмъ какъ уравненіе $qp=q'$, отличающееся отъ перваго порядкомъ сомножителей, имѣетъ, вообще говоря, отличное рѣшеніе:

$$q=q'\cdot\frac{1}{p}=q'\cdot\frac{\bar{p}}{T^2}\cdot$$

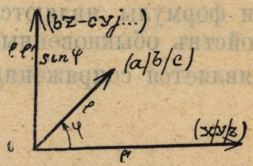
Является вопросъ, нельзя ли найти такой геометрической интерпретаціи, при которой эти дѣйствія и ихъ законы являются чѣмъ-то естественнымъ.

Чтобы придти къ такой интерпретаціи, начнемъ съ частнаго случая, когда оба сомножителя сводятся къ простымъ векторамъ, т. е. когда скалярныя части $d=w=0$. Тогда наша общая формула для произведенія (стр. 272) принимаетъ такой видъ:

$$q'=p\,.\,q=(ia+jb+kc)\,.\,(ix+jy+kz)=-(ax+by+cz)+$$
$$+i(bz-cy)+j\,(cx-az)+k\,(ay-bx);$$

мы видимъ, что произведеніе двухъ кватерніоновъ, сводящихся къ однимъ только векторамъ, состоитъ изъ скалярной и векторіальной части. Эти составныя части нетрудно привести въ связь съ общепринятыми въ Германіи видами векторіальныхъ произведеній. Эти понятія, гораздо болѣе распространенныя въ Германіи, чѣмъ кватерніоны, ведутъ начало отъ Грассмана, хотя самое слово „векторъ“ англійскаго происхожденія. Тѣ два вида векторіальныхъ произведеній, съ которыми обыкновенно оперируютъ, носятъ теперь, большей частью, названія внутренняго или скалярнаго произведенія $ax+by+cz$, которое, такимъ образомъ, только знакомъ отличается отъ скалярной части написаннаго выше произведенія кватерніоновъ, и внѣшняго или векторіальнаго произведенія $i(bz-cy)+j(cx-az)+k(ay-bx)$, которое равно векторіальной части произведенія кватерніоновъ.

Построимъ оба вектора (a, b, c) и (x, y, z) въ видѣ отрѣзковъ, исходя изъ начала координатъ O (фиг. 21); ихъ концы будутъ находиться въ точкахъ $a|b|c$ и $x|y|z$; длины ихъ равны $l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ и $l'=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$. Если черезъ φ обозначить уголъ между обоими отрѣзками, то по извѣстнымъ теоремамъ аналитической геометріи, – въ подробности я не вхожу, — слѣдуетъ, что внутреннее произведеніе



Фиг. 21.

$$ax+by+cz=l\,.\,l'\,.\cos\varphi.$$

Внѣшнее произведеніе само представляетъ собой векторъ, который, какъ нетрудно видѣть, направленъ перпендикулярно къ плоскости l, l'; его длина оказывается равной $l\,.\,l'\,.\sin\varphi$.

Существеннымъ является вопросъ о направленіи вектора-произведенія, т. е. о томъ, въ какую сторону плоскости, опредѣляемой векторами l и l', надо его откладывать. Это направленіе мѣняется въ зависимости отъ принятой системы координатъ. А именно, существуютъ, какъ вамъ извѣстно, двѣ различныя, не конгруэнтныя, т. е. не могущія быть совмѣщенными, системы прямоугольныхъ координатъ; при соотвѣтственно одинаковомъ направленіи двухъ паръ осей у нихъ, — напримѣръ, осей y и z, — третьи оси — оси x — имѣютъ прямо-противоположныя направленія. Такія двѣ зеркально-симметричныя системы находятся одна къ другой въ такомъ же отношеніи, какъ правая рука къ лѣвой; дѣйствительно, ихъ можно различать, пользуясь слѣдующимъ простымъ мнемоническимъ правиломъ: оси x, y, z одной системы расположены, какъ разставленные пальцы — большой, указательный и средній — правой руки, оси x, y, z другой системы — какъ тѣ же пальцы лѣвой руки (фиг. 22). Въ литературѣ постоянно встрѣчается то одна, то другая система; въ различныхъ странахъ, въ различныхъ дисциплинахъ и, наконецъ, у различныхъ авторовъ господствуетъ различный usus.

Въ простѣйшемъ случаѣ, когда $p=i$, $q=j$, т. е. когда p и q равны отрѣзкамъ-единицамъ, отложеннымъ вдоль осей x и y, ихъ внѣшнее произведеніе, въ силу условія $i\,.\,j=k$, оказывается равнымъ отрѣзку-единицѣ, лежащему на оси z-овъ. Но i и j можно, непрерывно измѣняя, превратить въ любые векторы p и q*); при этомъ k перейдетъ непре-

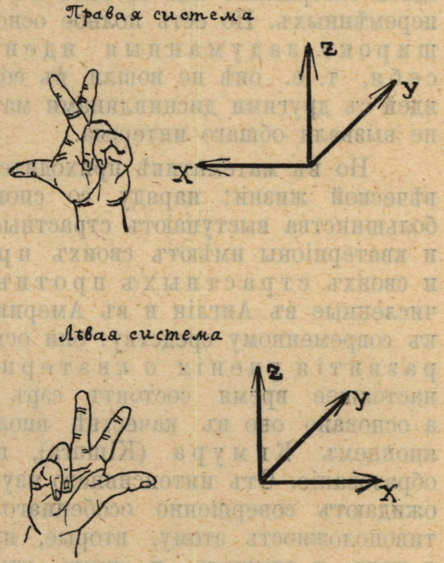
---

*) Откладывая на соотвѣтствующихъ осяхъ векторы i и j, мы можемъ брать различныя единицы для изображенія этихъ векторовъ; вмѣстѣ съ тѣмъ будутъ мѣняться отрѣзки, изображающіе векторы i, j. Непрерывно ихъ мѣняя, мы можемъ сдѣлать отрѣзки i, j равными p, q. Вмѣстѣ съ тѣмъ будетъ непрерывно мѣняться произведеніе pq, а такъ какъ оно въ нуль не обратится, то оно будетъ все время направлено по положительной оси z-овъ. Предложеніе можетъ быть доказано и безъ этихъ искусственныхъ соображеній, но это значительно сложнѣе.

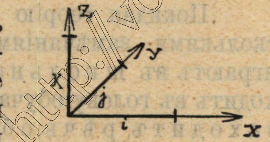
Ред.

рывнымъ образомъ въ векторіальную составную часть произведенія $p.q$, ни разу не обращаясь въ теченіе этого процесса въ нуль; поэтому первый и второй сомножители и само векторіальное произведеніе всегда должны быть такъ расположены другъ относительно друга, какъ оси x, y, z системы координатъ, т. е. должны представлять „правую“ или „лѣвую“ систему направленій, смотря по тому, какая система принята для координатныхъ осей.

Мнѣ хочется прибавить нѣсколько словъ по поводу прискорбнаго вопроса о системѣ обозначеній въ векторіальномъ анализѣ. Дѣло въ томъ, что для каждаго дѣйствія съ векторами употребляется большое количество различныхъ знаковъ и, къ сожалѣнію, до сихъ поръ еще не удалось создать одну единственную общеобязательную систему обозначеній. Четыре года тому назадъ на Съѣздѣ Естествоиспытателей въ Касселѣ съ этой цѣлью была даже избрана особая коммиссія; но члены ея не могли вполнѣ столковаться, а такъ какъ каждый изъ нихъ все же имѣлъ доброе желаніе сдѣлать шагъ отъ своей первоначальной точки зрѣнія навстрѣчу другимъ взглядамъ, то единственнымъ результатомъ явилось возникновеніе трехъ новыхъ обозначеній! Послѣ этого и другихъ аналогичныхъ случаевъ я пришелъ къ тому заключенію, что дѣйствительное объединеніе всѣхъ заинтересованныхъ въ такихъ вещахъ круговъ на однихъ и тѣхъ же словесныхъ и письменныхъ обозначеніяхъ возможно только въ тѣхъ случаяхъ, когда къ этому побуждаютъ въ высшей степени важные матеріальные интересы. Только подъ такимъ давленіемъ могло произойти въ 1881 году въ электротехникѣ всеобщее признаніе единообразной системы мѣръ вольтъ-амперъ-омъ и послѣдующее закрѣпленіе ее государственнымъ законодательствомъ, такъ какъ промышленность настойчиво требовала подобнаго единства мѣръ, какъ основы всѣхъ операцій. За векторіальнымъ исчисленіемъ еще не стоятъ такіе могущественные матеріальные стимулы, и поэтому приходится пока-что — дурно ли, хорошо ли — примириться съ тѣмъ, что каждый отдѣльный математикъ остается при привычномъ для него способѣ обозначеній, который онъ считаетъ наиболѣе удобнымъ или даже — если онъ нѣсколько склоненъ къ догматизму — единственнымъ правильнымъ.



Фиг. 22.



Фиг. 23.

Въ заключеніе я приведу нѣсколько общихъ соображеній о значеніи и распространеніи кватерніоновъ. При этомъ слѣдуетъ, конечно, отличать собственно умноженіе кватерніоновъ отъ общаго исчисленія кватерніоновъ. Первое представляетъ собой нѣчто въ высшей степени полезное, какъ достаточно видно изъ предыдущаго. Напротивъ, общее исчисленіе, какъ его понималъ Гамильтонъ, разсматриваетъ сложенія, умноженія, дѣленія кватерніоновъ въ любомъ порядкѣ,— другими словами: оно составляетъ алгебру кватерніоновъ; присоединяя же безконечные процессы, можно дойти даже до теоріи функцій въ области кватерніоновъ. Конечно, въ виду того, что перемѣстительный законъ здѣсь не имѣетъ мѣста, все обстоитъ здѣсь совершенно иначе, чѣмъ въ теоріи обыкновенныхъ комплексныхъ перемѣнныхъ. Но есть полное основаніе утверждать, что эти общія, широко задуманныя идеи Гамильтона не оправдали себя, т. е. онѣ не вошли въ соприкосновеніе и въ живой обмѣнъ идей съ другими дисциплинами математики и ея приложеній и потому не вызвали общаго интереса.

Но въ математикѣ приходится наблюдать то же, что и въ человѣческой жизни: наряду со спокойными, объективными взглядами большинства выступаютъ страстныя индивидуальныя убѣжденія. Такъ и кватерніоны имѣютъ своихъ приверженцевъ-энтузіастовъ и своихъ страстныхъ противниковъ. Первые, особенно многочисленные въ Англіи и въ Америкѣ, прибѣгли — вотъ ужъ 12 лѣтъ — къ современному средству: они основали „Всемірный союзъ для развитія ученія о кватерніонахъ“ *): президентомъ его въ настоящее время состоитъ сэръ Робертъ Боллъ (Robert Ball), а основано оно въ качествѣ вполнѣ интернаціональнаго учрежденія японцемъ Кимура (Kimura), получившимъ въ Америкѣ высшее образованіе. Отъ интенсивнаго изученія кватерніоновъ ихъ сторонники ожидаютъ совершенно особеннаго преуспѣянія математики. Въ противоположность этому, вторые, противники кватерніоновъ, не хотятъ о нихъ и слышать, и этимъ отказываются даже отъ столь полезнаго умноженія: они исходятъ изъ того взгляда, что всѣ вычисленія съ кватерніонами сводятся въ конечномъ счетѣ къ вычисленію съ 4 составляющими и что единицы и таблица ихъ произведеній представляютъ излишнюю роскошь. Я думаю, что оба направленія одинаково далеко отклонились отъ правильнаго средняго пути.

4. Комплексныя числа въ преподаваніи.

Покидая теорію кватерніоновъ, я хочу закончить эту главу нѣсколькими замѣчаніями относительно той роли, какую эти понятія играютъ въ школьномъ преподаваніи. Конечно, никому не приходитъ въ голову обучать въ школѣ кватерніонамъ, но зато постоянно заходитъ рѣчь объ обыкновенныхъ комплексныхъ числахъ $x + iy$. Быть можетъ, не будетъ лишено интереса, если я

*) Любопытно, что въ составѣ союза имѣются рѣшительные противники кватерніоновъ. *Ред.*

вмѣсто длинныхъ разсужденій о томъ,какъ это обыкновенно излагаютъ и какъ слѣдовало бы излагать, покажу вамъ на примѣрѣ трехъ книгъ изъ различныхъ эпохъ, какъ развивалось исторически преподаваніе этихъ вещей.

Я предлагаю вашему вниманію прежде всего книгу Кэстнера (Kästner), который во вторую половину XVIII столѣтія занималъ въ Гёттингенѣ руководящее положеніе. Въ то время еще въ университетѣ обучали тѣмъ вещамъ изъ элементарной математики, которыя впослѣдствіи, около тридцатыхъ годовъ XIX столѣтія, перешли въ школу; поэтому и Кэстнеръ читалъ тогда популярно-математическія лекціи, которыя посѣщались въ большомъ числѣ и не-математиками. Его учебникъ, лежавшій въ основѣ этихъ лекцій, носитъ названіе „Начальныхъ основаній математики“ *); насъ интересуетъ въ данномъ случаѣ 2-ой отдѣлъ 3-й части: „Начальныя основанія анализа конечныхъ величинъ“ **). Тамъ на 20 страницѣ начинается изложеніе мнимыхъ величинъ приблизительно въ слѣдующихъ словахъ: „Тотъ, кто требуетъ извлечь корень съ четнымъ показателемъ изъ „отрицаемой“ величины („verneint“ — такъ тогда говорили вмѣсто „отрицательный“, „negativ“), требуетъ невозможнаго, ибо нѣтъ ни одной отрицаемой величины, которая была бы такою степенью“. Все это совершенно справедливо, но затѣмъ на страницѣ 34 читаемъ: „Такіе корни называются невозможными или мнимыми“. Вслѣдъ за этимъ замѣчаніемъ авторъ оперируетъ съ ними совершенно спокойно, какъ съ обыкновенными числами, не заботясь особенно объ оправданіи такого обращенія съ ними, хотя онъ только-что и отрицалъ ихъ существованіе — какъ будто бы неразумное, благодаря присвоенію опредѣленнаго имени, внезапно стало годнымъ къ употребленію. Вы узнаете здѣсь отраженіе точки зрѣнія Лейбница, по которой мнимыя числа представляютъ въ сущности нѣчто совершенно нелѣпое, но, тѣмъ не менѣе, они непонятнымъ образомъ ведутъ къ правильнымъ результатамъ.

Вообще Кэстнеръ писалъ весьма забавно; онъ даже получилъ извѣстность въ литературѣ своими эпиграммами. Такъ, въ введеніи къ упомянутой книгѣ онъ распространяется относительно происхожденія слова „алгебра“, которое принадлежитъ, конечно, арабамъ, какъ показываетъ членъ „*al*“. Подъ алгебраистомъ надо, по мнѣнію Кэстнера, понимать человѣка, который „дѣлаетъ цѣлыми“ дроби, другими словами: занимается раціональными функціями, приводитъ ихъ къ общему знаменателю и т. д. Первоначально это яко бы относилось также къ дѣятельности врача-хирурга, который лечитъ при переломѣ костей. Кэстнеръ приводитъ при этомъ въ видѣ примѣра Донъ-Кихота, который отправляется къ алгебраисту съ тѣмъ, чтобы послѣдній расправилъ ему поломанныя ребра. Остается открытымъ вопросъ о томъ, держался ли здѣсь Сервантесъ принятаго словоупотребленія или же здѣсь надо видѣть сатиру.

Вторая книга вышла въ свѣтъ на много лѣтъ позже и принадлежитъ берлинскому профессору Ому: „Опытъ вполнѣ послѣдо-

---

*) „Mathematische Anfangsgründe“.

**) „Anfangsgründe der Analysis endlicher Grössen“, 3 Aufl., Göttingen, 1794.

вательной системы математики"*); эта книга имѣетъ то же назначеніе, что и книга Кэстнера, и одно время была очень распространена. Но Омъ стоитъ гораздо ближе къ современной точкѣ зрѣнія, такъ какъ онъ ясно высказываетъ принципъ расширенія числовой области. „Подобно отрицательнымъ числамъ", говоритъ онъ, „должно и символъ $\sqrt{1}$ присоединить къ вещественнымъ числамъ, какъ новую вещь". Геометрическое толкованіе, конечно, не было еще ему извѣстно: вѣдь это было наканунѣ появленія упомянутой выше работы Гаусса (1831).

Наконецъ, я хочу познакомить васъ съ однимъ изъ многочисленныхъ современныхъ учебниковъ, которымъ очень много пользуются: это — „Сборникъ задачъ" Бардэя**). Здѣсь на первый планъ выступаетъ принципъ расширенія, а впослѣдствіи дается и геометрическое толкованіе. Въ этомъ, дѣйствительно, заключается теперь общепринятая точка зрѣнія школьнаго преподаванія, хотя въ отдѣльныхъ мѣстахъ развитіе и задержалось на предыдущей ступени. На мой взглядъ, такое трактованіе вопроса является наиболѣе подходящимъ для школы: не утомляя ученика систематическимъ изложеніемъ и не вдаваясь, конечно, въ абстрактно-логическія разсужденія, слѣдуетъ толковать комплексныя числа, какъ расширеніе уже извѣстнаго понятія о числѣ, избѣгая при этомъ, разумѣется, всякой мистической окраски; но прежде всего должно пріучить ученика къ наглядному геометрическому толкованію ихъ въ комплексной плоскости!

Міровой эѳиръ.

Проф. О. Лоджа.

*(Продолженіе***).*

III.

Вліяніе движенія на различныя явленія.

Несмотря на то, что физическая природа и свойства эѳира вполнѣ реальны, для нашихъ чувствъ онъ особенно недоступенъ и неуловимъ, и потому представляетъ собою объектъ, чрезвычайно трудный для экспериментальнаго изслѣдованія. Много было попытокъ обнаружить какія-нибудь явленія, зависящія отъ его движенія относительно земли.

*) M. Ohm. „Versuch eines vollständig konsequenten Systemes der Mathematik". 9 Bände, Berlin, 1828. Bd. I (Arithm. u. Algebra), p. 276.

**) Bardey. „Aufgabensammlung". Neue Auflage, besorgt von F. Pietzker und O. Presler. 5 Aufl. Leipzig, 1907; p. 96 ff.

***) См. „Вѣстникъ", № 514.

Земля движется вокругъ солнца со скоростью около 30 *км.* въ секунду, и хотя даже такая скорость невелика по сравненію со скоростью свѣта, — составляя лишь около $^1/_{10\,000}$ доли ея, — тѣмъ не менѣе, казалось бы, возможно замѣтить нѣкоторое измѣненіе въ оптическихъ явленіяхъ, вызываемое этимъ движеніемъ сквозь эѳиръ.

И дѣйствительно, одно изъ такихъ явленій извѣстно, — именно, аберрація звѣздъ, открытая Брадлеемъ въ 1729 году. Положеніе предметовъ, не находящихся на землѣ и не связанныхъ съ солнечной системой, вслѣдствіе движенія земли кажущимся образомъ смѣщается на величину, близкую къ одной десятитысячной; иначе говоря, видимое положеніе звѣзды сдвигается съ ея дѣйствительнаго мѣста на уголъ, равный $^1/_{10\,000}$ „радіана“ *), или приблизительно на 20 секундъ дуги.

Это явленіе называется астрономической аберраціей и извѣстно слишкомъ хорошо. Но въ связи съ нимъ возникаетъ много другихъ вопросовъ, которые необходимо разсмотрѣть болѣе подробно. Дѣйствительно, если эѳиръ остается въ покоѣ, а земля сквозь него движется со скоростью, далеко превосходящей скорость любого пушечнаго ядра, — во столько же разъ превосходящей ее, во сколько разъ курьерскій поѣздъ движется быстрѣе праздношатающагося человѣка, — практическіе результаты такого движенія земли черезъ эѳиръ будутъ тѣ же самые, какъ если бы земля оставалась въ покоѣ, а эѳиръ струился въ противоположномъ направленіи съ этой огромной скоростью. И на первый взглядъ, несомнѣнно, можно бы ожидать нѣкоторыхъ слѣдствій такого потока. Напримѣръ, могло бы показаться сомнительнымъ, въ состояніи ли мы производить земныя зрительныя операціи, со всею ожидаемою отъ нихъ строгостью, не принимая во вниманіе головокружительнаго бѣга передающей свѣтъ среды снаружи и внутри зрительной трубы и наблюдателя.

Итакъ, разсмотримъ все это болѣе подробно.

Аберрація.

Чтобы застрѣлить налету птицу, — всякій знаетъ это, — надо цѣлиться нѣсколько впередъ ея. Чтобы попасть съ идущаго поѣзда въ прикурнувшаго кролика, — всякій съ этимъ легко согласится, — надо мѣтить назадъ отъ него.

Вотъ примѣры того, что называется аберраціей съ точки зрѣнія отправителя, или источника. Эта аберрація, т. е. неизбѣжное несовпаденіе точки прицѣла и предмета, въ который стрѣляютъ, въ двухъ случаяхъ имѣетъ противоположный знакъ — въ случаѣ движенія цѣли и въ случаѣ движенія стрѣлка́. Значитъ, если движутся оба, то эти двѣ аберраціи могутъ взаимно нейтрализоваться. Чтобы попасть въ зайца, бѣгущаго наравнѣ съ поѣздомъ, вы должны цѣлить прямо въ него.

*) Названіе „радіана“ дано проф. Джемсомъ Томсономъ единицѣ угла въ круговой мѣрѣ, т. е. углу, дуга котораго равна своему радіусу; такой уголъ содержитъ около 57°.

При отсутствіи воздуха все это еще довольно просто. Но всякій охотникъ знаетъ по горькому опыту, что хотя бы и самъ онъ и мишень стояли неподвижно на землѣ, такъ что никакой аберраціи въ настоящемъ смыслѣ этого слова нѣтъ, токъ воздуха все-таки можетъ произвести незначительную своеобразную аберрацію, которую артиллеристы называютъ зазоромъ; охотнику извѣстно, что для того, чтобы попасть, онъ долженъ цѣлиться не въ самую мишень, а немного въ сторону — навстрѣчу вѣтру.

Все это съ точки зрѣнія стрѣлка. Теперь станьте на точку зрѣнія мишени.

Представьте себѣ, что она сдѣлана изъ достаточно мягкаго матеріала, такъ что пуля можетъ пронизать ее насквозь, оставивъ за собою довольно длинную дыру. Лицо, стоящее позади мишени, которое мы будемъ называть отмѣтчикомъ, прикладывая глазъ къ дырѣ тотчасъ же послѣ выстрѣла, можетъ смотрѣть черезъ нее на стрѣлка и тѣмъ самымъ отмѣчать человѣка, сдѣлавшаго удачный выстрѣлъ. Я знаю, что функціи обыкновеннаго отмѣтчика гораздо проще. Все, что онъ долженъ дѣлать обыкновенно, это подавать сигналъ объ удачномъ ударѣ, кѣмъ бы онъ ни былъ сдѣланъ; нашъ же долженъ еще отмѣчать стрѣлка, сдѣлавшаго выстрѣлъ. Мнѣ будетъ удобнѣе допустить, что сдѣланъ цѣлый залпъ, и что на отмѣтчикѣ лежитъ обязанность, при помощи дыръ, сдѣланныхъ въ мишени, приписать каждый ударъ тому именно стрѣлку, который его сдѣлалъ.

Правильно ли онъ это сдѣлаетъ? Мы предполагаемъ, конечно, что онъ умѣетъ выполнить эту задачу, если все находится въ покоѣ, и если мы не принимаемъ въ разсчетъ никакихъ искривленій пути, ни вертикальныхъ ни горизонтальныхъ. Поразмысливъ, вы придете къ заключенію, что вѣтеръ не введетъ его въ ошибку; линія дыры будетъ направлена къ стрѣлявшему по пути снаряда, хотя и не будетъ совпадать съ направленіемъ, по которому былъ произведенъ выстрѣлъ. Точно такъ же, если выстрѣлы производятся съ движущагося корабля, направленіе дыры, продѣланной въ неподвижной мишени, приведетъ къ положенію, которое орудіе занимало въ моментъ выстрѣла, хотя бы послѣ того корабль и вышелъ изъ этого положенія. Ни въ одномъ изъ этихъ случаевъ (движущаяся среда и движущійся источникъ) не произойдетъ ни малѣйшей ошибки.

Но если движется сама мишень, — напримѣръ, что-либо находящееся на боевомъ поѣздѣ,—то отмѣтчикъ ошибется. Дыра будетъ указывать не на человѣка, произведшаго выстрѣлъ, а на что-нибудь, находящееся сбоку отъ него. Источникъ покажется смѣщеннымъ въ направленіи движенія наблюдателя. Вотъ то, что обыкновенно называется аберраціей. Нѣтъ ничего проще. Наиболѣе удобной иллюстраціей этого служитъ то, что, когда вы бѣжите подъ отвѣснымъ дождемъ, вы наклоняете зонтикъ впередъ; а если зонтика у васъ нѣтъ, капли бьютъ васъ по лицу; точнѣе говоря, ваше лицо, когда вы бѣжите впередъ, ударяетъ о капли. И потому кажется, что дождь падаетъ изъ тучи, находящейся впереди васъ, а не изъ той, которая у васъ надъ головою.

Итакъ, нашему разсмотрѣнію подлежатъ три движенія — движеніе источника, пріемника и среды; изъ нихъ только движеніе пріемника можетъ быть причиной аберраціонной ошибки при опредѣленіи положенія источника.

До сихъ поръ мы разсматривали случай полета снарядовъ, имѣя въ виду перейти къ свѣту. Но вѣдь свѣтъ состоитъ не изъ ядеръ, а изъ волнъ, а съ волнами дѣло обстоитъ нѣсколько иначе. Волны расходятся по средѣ опредѣленнымъ образомъ; движеніе источника не можетъ сдвинуть ихъ ни впередъ ни въ сторону; причиной ихъ движенія не является, какъ у ядеръ, начальная скорость, которую они постепенно теряютъ; ихъ движеніе, скорѣе, подобно движенію птицы или другого самостоятельно движущагося животнаго, чѣмъ движенію ядра. Движеніе волны въ движущейся средѣ можно сравнить съ движеніемъ гребного судна по рѣкѣ. Оно самостоятельно перемѣщается по водѣ и водою же уносится; его составное движеніе складывается

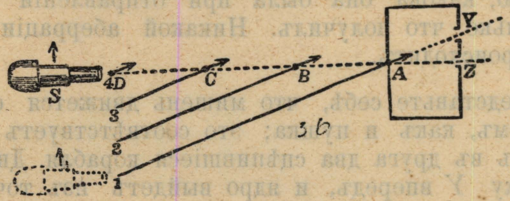


Рис. 1.

Ядра или возмущенія, сохраняющія скорость движущейся пушки.

изъ этихъ двухъ, и движеніе его не имѣетъ никакого отношенія къ предмету, отъ котораго оно начало двигаться. Ядро, выпущенное съ идущаго парохода, сохраняетъ движеніе парохода такъ же, какъ и движеніе, сообщенное ему порохомъ. Оно летитъ поэтому по косому направленію. Но лодка, спущенная съ борта идущаго парохода и затѣмъ приводимая въ движеніе веслами, отнюдь не сохраняетъ движенія парохода; она движется не въ силу начальнаго толчка, а благодаря своему собственному движенію. Это соотвѣтствуетъ случаю волны.

Разница ясна изъ чертежей. Рис. 1 изображаетъ движущуюся пушку, которая перемѣщается въ направленіи стрѣлки и производитъ рядъ выстрѣловъ; полетъ снарядовъ образуетъ острый уголъ какъ съ направленіемъ движенія пушки, такъ и съ ней самой; ядра летятъ, слѣдовательно, косо. Ядро, выпущенное изъ положенія 1, уже успѣло достигнуть точки A, выпущенное изъ положенія 2 достигло B, выпущенное изъ положенія 3 достигло C, въ то время какъ четвертое ядро едва успѣло вылетѣть изъ точки D. Линія $ABCD$ есть продолженіе оси пушки; это линія прицѣла, но не линія полета ядра; всѣ ядра движутся подъ угломъ къ этой линіи, какъ показано стрѣлками.

Надо, слѣдовательно, различать два направленія: направленіе ряда послѣдовательныхъ ядеръ и направленіе полета какого-либо отдѣльнаго ядра. Эти два направленія образуютъ между собою уголъ. Его можно назвать угломъ аберраціи, потому что онъ происходитъ отъ движенія источника, но самъ по себѣ онъ не является причиной аберраціи въ настоящемъ смыслѣ слова. Истинное направленіе все же можетъ быть опредѣлено съ точки зрѣнія пріемника.

Чтобы доказать это, обратимъ вниманіе на то, что происходитъ съ мишенью. Первое ядро, по предположенію, входитъ въ мишень въ точкѣ A и, если мишень неподвижна, вылетаетъ изъ нея въ точкѣ Y. Отмѣтчикъ, смотрящій вдоль YA, увидитъ то мѣсто, откуда былъ произведенъ выстрѣлъ. Нѣчто подобное бываетъ тогда, когда неподвижный наблюдатель смотритъ на движущуюся звѣзду. Онъ видитъ ее въ томъ мѣстѣ и въ томъ видѣ, какъ она была въ моментъ, когда свѣтъ отправился отъ нея въ свой долгій путь. Наблюдатель не видитъ ея теперешняго положенія; къ этому нѣтъ, впрочемъ, никакихъ основаній. Не видитъ онъ также и ея теперешняго физическаго состоянія и вообще ничего, относящагося къ настоящему моменту. Онъ видитъ ее такою, какова она была при отправленіи того извѣстія, которое онъ только-что получилъ. Никакой аберраціи отъ движенія источника не происходитъ.

Теперь представьте себѣ, что мишень движется совершенно такимъ же образомъ, какъ и пушка; это соотвѣтствуетъ случаю, когда стрѣляютъ другъ въ друга два сцѣпившіеся корабля. Движеніе мишени перенесетъ точку Y впередъ, и ядро выйдетъ изъ точки Z, потому что Z будетъ перенесено туда, гдѣ было Y. Въ этомъ случаѣ отмѣтчикъ, смотрящій вдоль ZA, увидитъ пушку не въ томъ положеніи, какъ она была въ моментъ выстрѣла, а какъ она есть въ настоящій моментъ; увидитъ онъ также и рядъ ядеръ, образующихъ передъ нимъ прямую линію. Въ такихъ условіяхъ находится наблюдатель, смотрящій на земной предметъ. Движеніе земли не нарушаетъ обычнаго видѣнія.

Рис. 2 изображаетъ по возможности близко положеніе вещей въ случаѣ испусканія волнъ. Трубка есть источникъ, испускающій серію возмущеній, не воспринимающихъ его скорости. Точки A, B, C, D можно представлять себѣ, какъ рядъ горизонтально летящихъ птицъ, или какъ рядъ гребней волнъ, или, наконецъ, какъ рядъ самодвижущихся минъ; можно даже считать ихъ ядрами, но только при условіи, что пушка стоитъ неподвижно при каждомъ выстрѣлѣ и передвигается только въ промежуткахъ между стрѣльбой.

Линія $ABCD$ не есть теперь ни линія полета ядра ни линія прицѣла: это просто геометрическое мѣсто возмущеній, выпущенныхъ изъ послѣдовательныхъ положеній 1, 2, 3, 4.

Неподвижная цѣль будетъ пронизана въ направленіи AY, и эта линія намѣтитъ истинное положеніе источника въ моментъ отправленія полученнаго возмущенія. Если мишень движется, то возмущеніе, вступающее въ нее въ точкѣ A, можетъ выйти изъ нея въ точкѣ Z или въ какой-нибудь другой точкѣ, смотря по быстротѣ движенія; линія ZA не указываетъ на начальное положеніе источника, и, такимъ образомъ, въ случаѣ движенія мишени аберрація происходитъ. Въ противномъ случаѣ никакой аберраціи нѣтъ.

Но рис. 2 изображаетъ также параллельный пучокъ лучей, идущій отъ движущагося источника и попадающій въ телескопъ или въ глазъ наблюдателя. Пучокъ этотъ расположенъ вдоль $ABCD$, но это

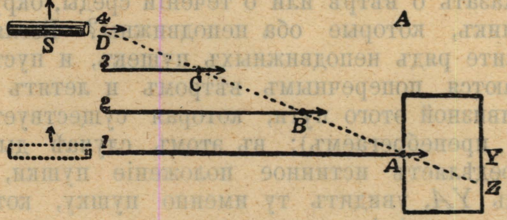


Рис. 2.

Волны, или возмущенія, не сохраняющія скорости движущагося источника.

не есть направленіе луча зрѣнія. Направленіе видѣнія для неподвижнаго наблюдателя опредѣляется не геометрическимъ мѣстомъ послѣдовательныхъ волнъ, а движеніемъ каждой волны. Лучъ можно опредѣлить, какъ путь возмущенія, которое какъ-нибудь было помѣчено. Линія видѣнія есть $YA1$ и совпадаетъ съ линіей прицѣла, что для случая ядра (рис. 1) не имѣетъ мѣста.

Случай вращающагося маяка, испускающаго длинные параллельные пучки свѣта и быстро закручивающаго ихъ, въ особенности интересенъ.

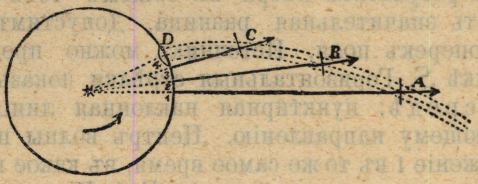


Рис 3

Пучокъ свѣта отъ вращающагося маяка.

ресенъ. Рис. 3, можетъ быть, поможетъ вамъ продумать этотъ случай. Послѣдовательныя возмущенія A, B, C, D лежатъ на спиральной кривой — спирали Архимеда; такую же форму имѣютъ пучки свѣта, видимые благодаря освѣщенію частицъ пыли; впрочемъ, размѣры спирали слишкомъ колоссальны для того, чтобы наблюдатель могъ отличить ее отъ прямой линіи. На первый взглядъ могло бы показаться, что глазъ, смотрящій вдоль этихъ искривленныхъ пучковъ, увидитъ маякъ немного смѣщеннымъ съ его истиннаго положенія; на самомъ же дѣлѣ это не такъ. Настоящіе лучи, т. е. истинные пути каждаго возмущенія, въ дѣйствительности направлены по радіусамъ; они не совпадаютъ съ видимыми пучками. Глазъ, смотрящій на источникъ, будетъ смотрѣть не по касательной къ пучку, но по направленію AS, и увидитъ источникъ въ его дѣйствительномъ положеніи. Дѣло обстояло бы иначе, если бы это были ядра, которыми стрѣляютъ съ вращающейся башни.

Итакъ, ни перемѣщеніе звѣзды ни вращеніе солнца не могутъ повліять на направленіе, по которому мы ихъ видимъ. Пока пріемникъ неподвиженъ, аберраціи не существуетъ *).

Но что сказать о вѣтрѣ или о теченіи среды, окружающей источникъ и пріемникъ, которые оба неподвижны? Взгляните снова на рис. 1. Вообразите рядъ неподвижныхъ пушекъ, и пусть выпускаемыя ими ядра сдуваются поперечнымъ вѣтромъ и летятъ по наклонному пути $1AY$ (кривизной этого пути, которая существуетъ въ дѣйствительности, мы пренебрегаемъ); въ этомъ случаѣ дыра въ мишени опять-таки опредѣляетъ истинное положеніе пушки, и отмѣтчикъ, смотрящій вдоль YA, увидитъ ту именно пушку, которая произвела выстрѣлъ. Съ точки зрѣнія смотрящаго, она не получаетъ никакого дѣйствительнаго смѣщенія, если только потокъ повсюду однороденъ; между тѣмъ ядра сдуваются въ сторону, и въ мишень попадаетъ не та пушка, которая въ нее мѣтила.

Если бы наряду съ движеніемъ пушки существовалъ противоположный вѣтеръ, то рис. 1 сталъ бы весьма похожъ на рис. 2.

(N. B. — Въ дѣйствительности даже при отсутствіи усложненія въ видѣ вихрей и т. п., а только съ искривленіемъ пути подъ вліяніемъ постояннаго давленія вѣтра, дѣло не столь просто, и здѣсь на самомъ дѣлѣ была бы аберрація, или кажущееся смѣщеніе источника навстрѣчу вѣтру; дѣйствіе вѣтра было бы какъ бы сильнѣе, чѣмъ показано на чертежѣ).

Для рис. 2 результатъ вѣтра въ общемъ тотъ же самый, хотя въ деталяхъ есть значительная разница. Допустимъ, что среда движется внизъ, поперекъ поля. Источникъ можно предположить неподвижнымъ въ точкѣ S. Горизонтальныя стрѣлки показываютъ направленіе волнъ в ъ с р е д ѣ; пунктирная наклонная линія соотвѣтствуетъ ихъ результирующему направленію. Центръ волны перемѣщается изъ точки D въ положеніе 1 въ то же самое время, въ какое возмущеніе достигаетъ A, спускаясь по наклонной линіи DA. Уголъ между пунктирной и сплошной линіей есть уголъ между лучомъ и нормалью къ волнѣ. И вотъ, е с л и д в и ж е н і е с р е д ы в н у т р и п р і е м н и к а т о ж е с а м о е, к а к ъ и в н ѣ е г о, волна пройдетъ его прямо и дойдетъ до точки Z по той же самой наклонной линіи, вслѣдствіе чего можно будетъ опредѣлить истинное положеніе источника. Но, если среда внутри мишени или телескопа неподвижна, волна перестаетъ смѣщаться въ поперечномъ направленіи, какъ только возмущеніе войдетъ во внутрь пріемника и, такимъ образомъ, какъ бы вступитъ въ полосу затишья; волна

*) Т. е. не существуетъ въ томъ смыслѣ, что наблюдатель видѣлъ объектъ въ томъ мѣстѣ, гдѣ онъ дѣйствительно находился въ моментъ, когда изъ него исходилъ воспринимаемый наблюдателемъ свѣтъ. *Ред.*

будетъ слѣдовать дальше по пути, по которому она на самомъ дѣлѣ все время двигалась въ средѣ, и выйдетъ въ точкѣ Y. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ — въ случаѣ неодинаковаго движенія среды внутри и внѣ телескопа — кажущееся направленіе, — напримѣръ, YA, — не есть истинное направленіе къ источнику. Лучъ въ дѣйствительности преломляется при входѣ въ иначе движущуюся среду (какъ показано на рис. 4).

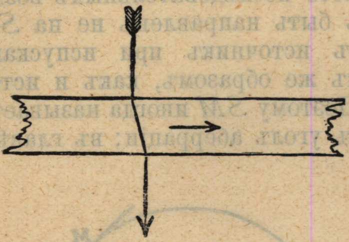


Рис. 4.

Прохожденіе луча черезъ движущійся слой.

Слой, движущійся медленнѣе, преломляетъ наклонный лучъ, скашивающійся вслѣдствіе движенія среды такъ, какъ будто бы онъ представлялъ собою среду большей плотности. Слой болѣе быстрый производитъ преломленіе луча противоположнымъ образомъ. Если среда одновременно и плотнѣе и движется болѣе быстро, то возможно, что оба преломленія будутъ равны и противоположны, и лучъ останется прямымъ. Замѣчу въ скобкахъ, что такъ именно и бываетъ, по теоріи Френеля, въ случаѣ наполненнаго водою телескопа, находящагося въ общемъ потокѣ эѳира, увлекаемаго землей.

Въ движущейся средѣ волны совершаютъ свое поступательное движеніе не въ перпендикулярномъ направленіи, а въ наклонномъ. Лучомъ собственно называется направленіе ихъ движенія. Лучъ не совпадаетъ съ нормалью къ волнѣ въ движущейся средѣ.

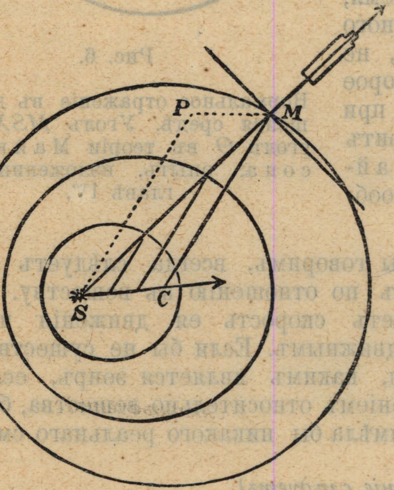


Рис. 5.

Фронтъ послѣдовательныхъ волнъ въ движущейся средѣ.

Все это хорошо видно изъ рис. 5.

S есть неподвижный источникъ, испускающій послѣдовательный рядъ волнъ, которыя, оставаясь шаровыми, сдвигаются вправо. Волна, достигшая точки M, имѣетъ центръ въ C, и CM есть ея нормаль; но возмущеніе, пришедшее въ M, въ дѣйствительности шло по пути SM, а, значитъ, это и есть лучъ. Какъ волна, оно шло отъ S къ P и было увлечено изъ P въ M. Возмущенія, произведенныя послѣ, расположены вдоль луча совершенно такъ, какъ на рис. 2. Неподвижный телескопъ для того, чтобы увидать свѣтъ, мы должны направить прямо на S. Зеркало M, чтобы оно отразило свѣтъ обратно, мы должны поставить нормально къ лучу, а не касательно къ фронту волны.

Чертежъ соотвѣтствуетъ также случаю движенія источника въ неподвижной средѣ. Источникъ, вышедши изъ C, передвинулся въ S, испуская по дорогѣ волны; волны эти распространялись просто въ видѣ шаровъ изъ мгновеннаго положенія источника, какъ изъ центра. Нормаль къ волнѣ и лучъ въ этомъ случаѣ совпадаютъ: SM есть уже не лучъ, а лишь геометрическое мѣсто послѣдовательныхъ возмущеній. Неподвижный телескопъ долженъ быть направленъ не на S, а вдоль линіи MC къ точкѣ, гдѣ былъ источникъ при испусканіи волны M; телескопъ, движущійся такимъ же образомъ, какъ и источникъ, долженъ быть направленъ на S. Поэтому SM иногда называется кажущимся лучомъ. Уголъ SMC есть уголъ аберраціи; въ главѣ X мы будемъ его обозначать черезъ ε.

Рис. 6 изображаетъ отраженіе по нормали въ случаѣ движущейся среды. Зеркало M отражаетъ свѣтъ, полученный изъ точки S_1, въ точку S_2, и на это требуется какъ разъ столько же времени, сколько нужно было бы для соотвѣтствующаго перемѣщенія источника, если бы онъ двигался вмѣстѣ со средою.

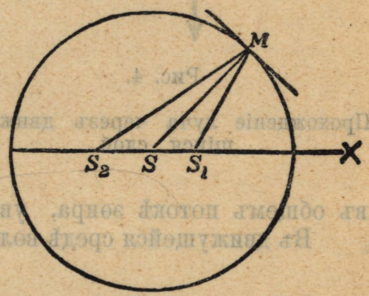


Рис. 6.

Нормальное отраженіе въ движущейся средѣ. Уголъ MSX есть уголъ Θ въ теоріи Майкельсона; опытъ, изложенный въ главѣ IV.

Въ скобкахъ замѣчу, что время, потребное на прохожденіе двойного пути S_1MS_2 при движеніи среды, не вполнѣ одинаково съ тѣмъ, которое нужно для двойного пути SMS при полномъ покоѣ; и въ этомъ состоитъ принципъ знаменитаго опыта Майкельсона, о которомъ мы сообщимъ впослѣдствіи.

Потокъ эѳира, о которомъ мы говоримъ, всегда слѣдуетъ представлять себѣ только, какъ потокъ по отношенію къ веществу. Абсолютная скорость вещества означаетъ скорость ея движенія черезъ эѳиръ, который принимается неподвижнымъ. Если бы не существовало такого физическаго образца покоя, какимъ является эѳиръ, если бы всякое движеніе было лишь движеніемъ относительно вещества, борьба Коперника и Галилея не имѣла бы никакого реальнаго смысла.

(Продолженіе слѣдуетъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Новые лучи. Извѣстный италіанскій физикъ Риги въ послѣднее время подробно изложилъ результаты опытовъ, приведшихъ его къ открытію „магнитныхъ лучей“ (raggi magnetici).

Эти новые лучи состоятъ, по его мнѣнію, подобно лучамъ катоднымъ, каналовымъ и др., изъ потока мельчайшихъ частицъ. Каждая частица является при этомъ сложной. Она представляетъ собой систему, состоящую изъ положительнаго іона и электрона, которые вращаются одинъ вокругъ другого подъ дѣйствіемъ взаимнаго притяженія. Такимъ образомъ, эту „бинарную систему“ можно сравнить или съ двойной звѣздой или же, принимая во вниманіе, что масса іона гораздо больше массы электрона, съ планетой, вокругъ которой вращается ея спутникъ-электронъ.

Новые лучи и образованы этими маленькими двойными звѣздами, расположенными такъ, что ихъ орбиты находятся въ плоскости, перпендикулярной къ магнитнымъ силовымъ линіямъ, и движущимися по траекторіи, совпадающей съ этими линіями.

Образованіе этихъ гипотетичныхъ магнитныхъ лучей Риги доказалъ слѣдующимъ образомъ. Онъ бралъ разрядную трубку, аллюминіевый катодъ которой въ формѣ диска имѣлъ отверстіе въ 1*мм.* въ діаметрѣ. Этотъ катодъ представлялъ собою основаніе цилиндра, внутри котораго находился маленькій кондукторъ, сообщающійся съ электрометромъ. Въ этомъ цилиндрѣ образовывались закатодные (каналовые) лучи и, встрѣчая по дорогѣ кондукторъ, отдавали электрометру свой положительный зарядъ.

Затѣмъ Риги подвергалъ этотъ пучекъ закатодныхъ лучей дѣйствію магнитвой силы. Эта сила должна была образовать пары, состоящія изъ положительныхъ іоновъ закатодныхъ лучей и электроновъ*), т. е. частицы магнитныхъ лучей. Такъ какъ эти частицы являются въ электрическомъ отношеніи нейтральными, то зарядъ электрометра долженъ былъ въ этомъ случаѣ уменьшиться. Это уменьшеніе и Риги удалось наблюдать.

Риги удалось даже сдѣлать эти лучи видимыми, отклоняя ихъ дѣйствіемъ другой катушки, помимо той, которая даетъ магнитное поле.

Разрядная трубка, построенная имъ для этой цѣли, состояла изъ цилиндрической части, въ одномъ концѣ которой находился анодъ, а въ другой катодъ, и изъ широкой части. Въ послѣдней распространялись закатодные лучи. Такъ какъ дискъ катода былъ немного наклоненъ по отношенію къ продольной оси трубки, то закатодные лучи имѣли также наклонное направленіе.

При возбужденіи магнитнаго поля катушкой, которая надѣвалась на цилиндрическую часть трубки, отъ катодныхъ лучей отдѣлялся новый пучекъ. Этотъ пучекъ направленъ по оси катушки,—слѣдовательно, горизонтально. При приближеніи второй катушки отдѣлившійся пучекъ изгибался, принимая форму новыхъ магнитныхъ силовыхъ линій.

Такъ какъ цвѣтъ отщепившихся магнитныхъ лучей сходенъ съ цвѣтомъ катодныхъ лучей, то Риги предстояло доказать, что получившіеся лучи не являются лучами катодными. Съ этой цѣлью онъ воспользовался слѣдующимъ обстоятельствомъ. Извѣстно, что лучи, образованные положительными іонами, возбуждаютъ на стеклѣ желтую флуоресценцію, тогда какъ лучи, образованные отрицательными электронами,—напримѣръ, катодные лучи —даютъ флуоресценцію зеленую. Такъ какъ въ составъ магнитныхъ лучей входятъ положительные іоны, то полученные ими лучи должны давать желтую флуоресценцію. Это и было обнаружено путемъ опыта.

---

*) Въ пучкѣ закатодныхъ лучей, состоящихъ изъ положительныхъ іоновъ, всегда есть свободные электроны.

Кромѣ закатодныхъ лучей и вторичные катодные лучи могутъ формироваться отчасти въ магнитные лучи въ томъ случаѣ, если они образуются въ магнитномъ полѣ извѣстной интенсивности.

Новый каталогъ двойныхъ звѣздъ. Въ 1874 г. Мэнъ (Main) и Причаръ (Pritschard) издали подъ руководствомъ Лондонскаго Королевскаго Астрономическаго Общества по рукописямъ, оставленнымъ Дж. Гершелемъ, каталогъ двойныхъ звѣздъ, отмѣченныхъ до того времени. Эта работа содержитъ около 10 000 объектовъ.

Но съ того времени число двойныхъ звѣздъ возрасло замѣчательнымъ образомъ: напримѣръ, одни лишь Шмидтъ (Schmidt) и Бёрнгэмъ (Boernhom), самые неутомимые изслѣдователи нашего полушарія, открыли болѣе двухъ тысячъ, а на южномъ небѣ Рёссель (Russell) и Си (See) нашли тысячу такихъ паръ.

Отмѣченныя въ современный періодъ двойныя звѣзды, сверхъ того, представляютъ, большей частью, совершенно особый интересъ; найденныя съ помощью весьма сильныхъ приборовъ, эти новыя звѣзды суть дѣйствительно весьма сжатыя пары, что часто соотвѣтствуетъ короткимъ періодамъ обращенія, для вычисленія которыхъ требуется лишь небольшое число лѣтъ наблюденія,—или же онѣ представляютъ собой системы изъ двухъ составляющихъ, одной блестящей и другой съ весьма слабымъ блескомъ: понятно, какой интересъ представляютъ подобныя пары для тѣхъ, кто желаетъ изучить образованіе системъ.

Составленный около 40 лѣтъ тому назадъ и, кромѣ того, довольно краткій каталогъ Гершеля въ наши дни является библіографическимъ источникомъ, совершенно недостаточнымъ для астрономовъ, занимающихся измѣреніемъ двойныхъ звѣздъ.

Теперь этотъ пробѣлъ восполненъ, по крайней мѣрѣ для нашего полушарія благодаря замѣчательному труду Бёрнгэма, недавно напечатанному въ изданіяхъ института Кэрнеджи въ Вашингтонѣ подъ названіемъ „A General Catalogue of double stars, within 121° of the north Pole".

Этотъ большой трудъ состоитъ изъ двухъ частей. Первая — содержитъ собственно каталогъ; она заключаетъ списокъ всѣхъ паръ, отмѣченныхъ до 1906 года, числомъ не менѣе 13 665.

Относительно каждой пары авторъ даетъ приближенныя координаты (прямое восхожденіе и склоненіе); для 1800 паръ — величины составляющихъ и относящееся къ опредѣленной, возможно новѣйшей, эпохѣ разстояніе между двумя составляющими, а также уголъ, образуемый прямой, которая соединяетъ ихъ съ направленіемъ часового круга.

Кромѣ того, введеніе содержитъ десятокъ весьма точныхъ таблицъ, содержащихъ отдѣльную классификацію паръ, представляющихъ извѣстныя особенности (пары типа 61 Лебедь; бинарныя пары; пары, составляющія которыхъ обладаютъ общимъ собственнымъ движеніемъ, и т. д.).

Вторая часть труда, озаглавленная „Notes to the Catalogue", окажетъ огромныя услуги наблюдателю; она содержитъ особенно цѣнныя свѣдѣнія относительно тѣхъ паръ, для которыхъ возможно было доказать относительное движеніе. Для каждой такой системы Бёрнгемъ даетъ таблицу измѣреній, произведенныхъ лучшими наблюдателями и распредѣленныхъ съ возможно большей правильностью по эпохамъ. Часто эти измѣренія представлены съ помощью діаграммы, что даетъ возможность весьма быстро составить себѣ понятіе о характерѣ перемѣщенія.

Эти примѣчанія окажутся весьма полезными при изученіи тѣхъ паръ, которыя приходится измѣрять особенно часто; изслѣдователь уже не будетъ болѣе поставленъ въ необходимость, какъ было до сихъ поръ, за отсутствіемъ достаточно полнаго списка, пренебрегать интересными объектами.

Авторъ не ограничился таблицей собственныхъ относительныхъ движеній, которыя получаются непосредственно изъ дифференціальныхъ измѣреній по углу положенія и разстоянію; онъ даетъ равнымъ образомъ собственныя абсолютныя движенія, когда результаты меридіанныхъ каталоговъ позволяютъ вывести ихъ съ достаточной увѣренностью. Соотвѣтствующая глава содержитъ большое число совершенно новыхъ измѣреній, произведенныхъ самимъ Бёрнгемомъ и относящихся къ парамъ, которыя раньше оставлялись безъ вниманія.

Затѣмъ выдающійся астрономъ разсматриваетъ вопросъ о физическихъ и чисто оптическихъ парахъ; онъ приходитъ къ выводу, который слѣдуетъ признать, если не совершенно точнымъ, то, по крайней мѣрѣ, весьма вѣроятнымъ, что изъ 14 тысячъ извѣстныхъ нынѣ двойныхъ звѣздъ нѣсколько тысячъ представляютъ собой лишь оптическія системы.

Наконецъ, Бёрнгэмъ не оставилъ безъ вниманія также и библіографической части, столь полезной для астронома; въ началѣ второй части читатель найдетъ весьма подробный перечень различныхъ работъ, содержащихъ измѣренія двойныхъ звѣздъ.

Легко понять, какое важное значеніе и цѣнность имѣетъ работа Бернгэма; начатая двадцать лѣтъ тому назадъ, она представляетъ собой плодъ огромныхъ трудовъ; ее встрѣтили съ признательностью всѣ тѣ, которые направили свои изысканія въ эту столь плодотворную отрасль астрономіи.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента **Е. Л. Буницкаго.**

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 300 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$(\sqrt{x+a}-\sqrt{x-a})(\sqrt{x+b}-\sqrt{x-b})(\sqrt{x+c}-\sqrt{x-c})$$

$$[\sqrt{(x+a)(x+b)(x+c)}+\sqrt{(x-a)(x-b)(x-c)}]=4abc.$$

Е. Григорьевъ (Саратовъ).

№ 301 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^4-2px^3+2p^2x^2-p^3x+m=0.$$

А. Фрумкинъ (Одесса).

№ 302 (5 сер.). Даны окружность и точка A въ ея плоскости, отстоящая отъ центра на разстояніи, равномъ сторонѣ вписаннаго въ данную окружность квадрата. Построить окружность, проходящую черезъ точку A и центръ даннаго круга такъ, чтобы она въ точкахъ встрѣчи съ данной окружностью дѣлилась пополамъ.

П. Безчеревныхъ (Козловъ).

№ 303 (5 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ, а затѣмъ въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ уравненіе

$$(x+y)^2-(x+y)-2x=150.$$

А. Д. (Лодзь).

№ 304 (5 сер.). Доказать справедливость тожества

$$a^2+b^2+c^2=4p^2-2D\,(h_a+h_b+h_c),$$

гдѣ a, b, c, p, D, h_a, h_b, h_c суть стороны, полупериметръ, діаметръ описаннаго круга и высоты нѣкотораго треугольника.

А. Фельдманъ (Одесса).

№ 305 (5 сер.). Доказать, что выраженіе

$$10^n+11^n-9n-9n\,.\,2^{n-1}-2^n-1$$

дѣлится на 81 при всякомъ цѣломъ и неотрицательномъ значеніи n.

Н. С. (Одесса).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 210 (5 сер.). *Рѣшить въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ уравненіе*

$$2^{x+1}+3^{y+2}=89.$$

Такъ какъ $3^5>89$, то $y+2<5$, или $y<3$, а потому y можетъ имѣть лишь одно изъ цѣлыхъ положительныхъ значеній 0, 1, 2. Но при $y=0$ и $y=1$ разсматриваемое уравненіе даетъ: $2^{x+1}=89-3^2=80$ и $2^{x+1}=89-3^3=62$, а при $y=2$ имѣемъ $2^{x+1}=89-3^4=8$, откуда $x+1=3$, $x=2$. Такъ какъ равенства $2^{x+1}=80$ и $2^{x+1}=62$ не даютъ цѣлыхъ корней относительно x, то данное уравненіе имѣетъ лишь одно рѣшеніе въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ, а именно $x=y=2$.

Н. Доброгаевъ (Одесса); *Г. Шварцманъ* (Варшава); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *И. Коровицкій* (Аккерманъ); *В. Моргулевъ* (Одесса); *А. Масловъ* (Москва); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *Б. Двойринъ* (Одесса); *А. Фельдманъ* (Одесса); *Б. Шуръ* (Одесса); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *Н. Мамуловъ* (Тифлисъ); *С. Каменецкій* (Весьегонскъ); *Нюта Г.* (Нижній-Новгородъ); *В. Колодій* (Нѣжинъ).

№ 215 (5 сер.). *Доказать, что*

$$(\sin A+\sin B+\sin C)(\sin A+\sin B-\sin C)(\sin A+\sin C-\sin B)$$

$$(\sin B+\sin C-\sin A)=4\sin^2 A\sin^2 B\sin^2 C,$$

гдѣ A, B, C — *углы нѣкотораго треугольника.*

Называя черезъ a, b, c, S, R стороны, площадь и радіусъ круга, описаннаго около треугольника, углы котораго суть A, B, C, имѣемъ, исходя изъ формулъ $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$:

$$(2R)^4 (\sin A + \sin B + \sin C)(\sin A + \sin B - \sin C)(\sin A + \sin C - \sin B)(\sin B + \sin C - \sin A) = (a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a) = 16S^2, \qquad (1)$$

$$(2R).\,4\sin^2 A \sin^2 B \sin^2 C = 4\,(2R \sin A)^2\,(2R \sin B)^2 \sin^2 C = 4a^2 b^2 \sin^2 C = 16S^2. \quad (2)$$

Приравнивая лѣвыя части равенствъ (1) и (2) и сокращая на $(2R)^4$, получимъ искомое тожество.

Другой способъ рѣшенія можетъ быть данъ съ помощью равенствъ:

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}, \quad \sin A + \sin B - \sin C = 4 \cos \frac{C}{2} \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2},$$

которымъ, какъ извѣстно, удовлетворяютъ углы A, B, C всякаго треугольника.

Н. Доброгаевъ (Одесса); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *В. Моргулевъ* (Одесса); *А. Масловъ* (Москва); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *В. Колодій* (Нѣжинъ); *И. Коровицкій* (Аккерманъ); *Б. Двойринъ* (Одесса); *Б. Шуръ* (Одесса); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *С. Розенблатъ* (Балта); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ); *Н. Howsepheanz* (Владикавказъ); *N. N.*; *Нюта Г.* (Нижній-Новгородъ); *С. Рудикъ* (Ровно).

№ 220 (5 сер.). *Доказать тожество*

$$(1 + x + x^2 + \cdots + x^n)^2 - x^n = (1 + x + \cdots + x^{n+1})(1 + x + \cdots + x^{n-1}).$$

(Заимств. изъ *Časopis*).

Вводя обозначеніе

$$1 + x + x^2 + \cdots + x^n = s,$$

имѣемъ:

$$(1 + x + \cdots + x^{n+1})(1 + x + \cdots + x^{n-1}) = (s + x^{n+1})(s - x^n) = s^2 + s(x^{n+1} - x^n) - x^{2n+1} = s^2 + s(x-1)x^n - x^{2n+1}. \qquad (1)$$

Но, по извѣстной формулѣ сокращеннаго умноженія,

$$s(x-1) = (1 + x + x^2 + \cdots + x^n)(x-1) = x^{n+1} - 1,$$

а потому [см. (1)]:

$$(1 + x + \cdots + x^{n+1})(1 + x + \cdots + x^{n-1}) = s^2 + (x^{n+1} - 1)x^n - x^{2n+1} = s^2 + x^{2n+1} - x^n - x^{2n+1} = s^2 - x^n = (1 + x + x^2 + \cdots + x^n)^2 - x^n.$$

Къ тому же результату можно придти нѣсколько инымъ путемъ, пользуясь формулой суммы геометрической прогрессіи, а именно:

$$(1+x+x^2+\cdots+x^n)^2-x^n=\left(\frac{x^{n+1}-1}{x-1}\right)^2-x^n=$$

$$=\frac{x^{2n+2}-2x^{n+1}+1-x^n(x^2-2x+1)}{(x-1)^2}=\frac{x^{2n+2}-2x^{n+1}+1-x^{n+2}+2x^{n+1}-x^n}{(x-1)^2}=$$

$$=\frac{x^{n+2}(x^n-1)-(x^n-1)}{(x-1)^2}=\frac{x^{n+2}-1}{x-1}\cdot\frac{x^n-1}{x-1}=$$

$$=(1+x+\cdots+x^{n+1})(1+x+\cdots+x^{n-1}).$$

А. Масловъ (Москва); *П. Колтыпинъ* (Торжокъ); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ); *М. Марчевскій; В. Моргулевъ* (Одесса); *И. Коровицкій* (Аккерманъ); *Б. Двойринъ* (Одесса). *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *Н. Мамуловъ* (Тифлисъ); *Б. Шуръ* (Одесса); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *С. Розенблатъ* (Балта); *Н. Ноwsерheanz* (Владикавказъ); *И. Чемисовъ* (Никольскъ-Уссурійскій); *А Фельдманъ* (Одесса); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *С. Каменецкій* (Весьегонскъ) *И. Бунятянцъ* (Баку); *Е. Бабицкій* (Минскъ); *Нюта Г.* (Нижній-Новгородъ).

№ 222 (5 сер.). *Доказать, что дробь*

$$\frac{a^4+3a^2+1}{a^3+2a}$$

несократима при всякомъ цѣломъ значеніи a.

Обращая разсматриваемую дробь съ помощью послѣдовательнаго дѣленія въ непрерывную, находимъ:

$$\frac{a^4+3a^2+1}{a^3+2a}=\frac{a(a^3+2a)+a^2+1}{a^3+2a}=a+\frac{a^2+1}{a(a^2+1)+a}=$$

$$=a+\cfrac{1}{a+\cfrac{a}{a^2+1}}=a+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{a}}},$$

откуда видно, что данная дробь есть послѣдняя подходящая дробь непрерывной дроби $a+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{a}}}$; слѣдовательно, данная дробь, по извѣстному свойству подходящихъ дробей, несократима.

А. Д. (Лодзь); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *И. Коровицкій* (Аккерманъ); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *Б. Двойринъ* (Одесса); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *В. Моргулевъ* (Одесса); *С. Розенблатъ* (Балта); *Н. Ноwsерheanz* (Владикавказъ); *П. Прозоровскій* (Тамбовъ); *Нюта Г.* (Нижній-Новгородъ).

№ 225 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$4\,.\,3^x-9\,.\,2^x=5\,.\,3^{\frac{x}{2}}\,.\,2^{\frac{x}{2}}.$$

Раздѣливъ обѣ части на $3^{\frac{x}{2}} \cdot 2^{\frac{x}{2}}$, получимъ

$$4 \cdot \frac{3^{\frac{x}{2}}}{2^{\frac{x}{2}}} - 9 \frac{2^{\frac{x}{2}}}{3^{\frac{x}{2}}} = 5,$$

или, вводя обозначеніе

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}} = y, \qquad (1)$$

$$4y - 9 \cdot \frac{1}{y} = 5, \text{ т. е. } 4y^2 - 5y - 9 = 0, \qquad (2)$$

откуда (принимая во вниманіе лишь положительный корень)

$$y = \frac{5 + \sqrt{169}}{8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}.$$

Итакъ, [см. (1)]

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}} = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2,$$

откуда $\frac{x}{2} = 2$, $x = 4$. Отрицательный корень уравненія (2) $y = \frac{5 - \sqrt{169}}{8} = -1$ не можетъ дать искомаго значенія для x ни при какомъ толкованіи показательной функціи $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}}$, такъ какъ равенство $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}} = -1$ невозможно; дѣйствительно, при $x = 0$ имѣемъ $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}} = 1$, а при x положительномъ или отрицательномъ абсолютная величина выраженія $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}}$ соотвѣтственно больше или меньше единицы.

В. Колодій (Нѣжинъ); *Т. Усенко* (Кіевъ); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *И. Коровицкій* (Аккерманъ); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *Б. Двойринъ* (Одесса); *С. Лѣсюкъ* (Вилькомиръ); *И. Чемисовъ* (Никольскъ-Уссурійскій); *А. Фельдманъ* (Одесса); *В. Моргулевъ* (Одесса); *С. Розенблатъ* (Балта); *А. Радевъ* (Ботево, Болгарія), *Н. Howsepheanz* (Владикавказъ); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ); *Н. Мамуловъ* (Тифлисъ); *С. Каменецкій* (Весьегонскъ); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *Нюта Г.* (Нижній-Новгородъ).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

Дм. Ройтманъ, преподаватель астрономіи въ С.-Петербургскомъ женскомъ педагогическомъ институтѣ, математики и космографіи въ С.-Петербургскомъ учительскомъ институтѣ и гимназіи К. Мая. *Курсъ элементарной* *геометріи* со включеніемъ началъ тригонометріи (плоской и сферической), изложенный по измѣненной системѣ и приспособленный для самостоятельнаго изученія. Второе изданіе, значительно переработанное и дополненное. Изъ „Книгъ для современной школы“, издаваемыхъ Т-вомъ И. Д. Сытина. Москва, 1910. Цѣна 1 р. 40 к. Стр. XXVIII + 408.

К. Н. Рашевскій, преподаватель Московскаго реальнаго училища г. Воскресенскаго. *Краткій курсъ геометріи.* Руководство для городскихъ по положенію 1872 г. училищъ, женскихъ гимназій, институтовъ и др. учебныхъ заведеній. Изданіе Т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1910. Цѣна 50 к. Стр. 128.

Поль Бэръ. *Начатки опытной геометріи въ приложеніи къ измѣренію линій, поверхностей и тѣлъ.* Переводъ съ французскаго подъ редакціей и съ предисловіемъ Ал. Гатлиха. Изданіе Т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1910. Цѣна 30 к. Стр. 112.

К. Н. Рашевскій, преподаватель Московскаго реальнаго училища г. Воскресенскаго. *Краткій курсъ ариѳметики для среднихъ учебныхъ заведеній.* 2-е изданіе, исправленное и дополненное курсомъ третьяго класса. Изданіе Т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1910. Цѣна 30 к. Стр. 88.

В. П. Свѣнцицкій, заслуженный преподаватель Московскаго Промышленнаго училища въ память 25-лѣтія царствованія Императора Александра II. *Краткій курсъ аналитической геометріи на плоскости.* Пособіе для начинающихъ изученіе аналитической геометріи. Москва, 1910. Цѣна 1 р. 75 к. Стр. XVI + 299 съ 166 черт. въ текстѣ.

К. Дубровскій. *Простые физическіе приборы и наглядныя пособія по космографіи.* Третье дополненное изданіе съ 250 рис. С.-Петербургъ, 1910. Цѣна въ переплетѣ 1 р. Стр. 110.

И. В. Фигуровскій. *Опытъ изслѣдованія климатовъ Кавказа.* Предварительное сообщеніе. Напечатано по распоряженію Императорской Академіи Наукъ.

М. Е. Шморгонеръ. *Сборникъ ариѳметическихъ задачъ.* Повторительный курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Кременчугъ, 1910. Ц. 50 к.

Давидъ Прищепенко. *Ключъ радикаловъ.* (Извлеченіе корней всѣхъ степеней посредствомъ простого дѣленія). Кронштадтъ, 1910. Цѣна 35 к. Стр. 23

Московскій Городской Народный Университетъ имени А. Л. Шанявскаго. 1910—1911 академическій годъ. Годъ 3-й. Москва, 1910.

Записки Императорской Академіи Наукъ. По физико-математическому отдѣленію Томъ XXV. № 4. *Отчетъ по Николаевской Главной Физической Обсерваторіи эа 1908 годъ*, представленный Императорской Академіи Наукъ Директоромъ Обсерваторіи М. Рыкачевымъ. С.-Петербургъ, 1910.

Извѣстія Императорской Академіи Наукъ. 1910. **М. М. Рыкачевъ** *Нѣкоторые результаты подъемовъ шаровъ-зондовъ въ Россіи.* С.-Петербургъ, 1910. Стр. 24.

B. Szilard. Лабор. m-me Кюри. *Таблицы рудъ урана и торія.* Переводъ съ французскаго Е. С. Буркcера. Подъ редакціей проф. М. Д. Сидоренко. Изданіе Химическаго Отдѣла Одесскаго Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества. Стр. 8.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Вѣстникъ Опытной Физики

— И —

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

СОРОКЪ ТРЕТІЙ СЕМЕСТРЪ.

№№ 505—516.

ОДЕССА.
Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печатнаго Дѣла.
(Пушкинская ул., соб. д., № 18).
1910.

СОДЕРЖАНІЕ

„Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“

ЗА СОРОКЪ ТРЕТІЙ СЕМЕСТРЪ.

№№ 505—516.

Статьи, отмѣченныя звѣздочкой, имѣются въ отдѣльныхъ изданіяхъ.

Статьи.

Сообщенія.

Рецензіи.

Научная хроника.

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

Поправки.

Иллюстраціи.

Задача на премію № 3.

Задачи.

Пятой серіи.

Рѣшенія задачъ.

Пятой серіи.

Объявленія.

А. П. ОХИТОВИЧЪ. Геометрія круга (Циклометрія).

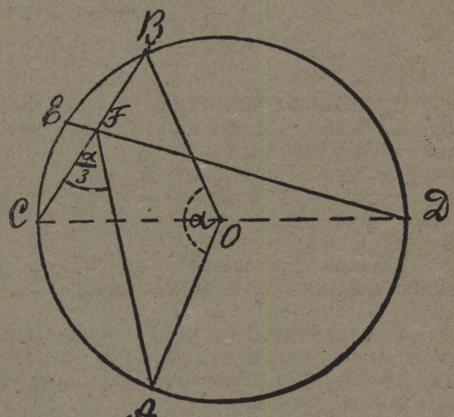
Рѣшеніе проблемы о геометрическомъ раздѣленіи дуги и угла на части пропорціональныя и равныя. Казань, 1908 г. Стр. XI+114+6=131. Цѣна 1 руб.

А. П. ОХИТОВИЧЪ. Новый (неопредѣленный) методъ рѣшенія алгебраическихъ уравненій. Ч. I-я.

Общее рѣшеніе уравненій первой степени: неопредѣленныхъ и опредѣленныхъ. Казань, 1900 г. 333 стр. Цѣна 2 р. 50 к.

Обращаться въ книжные магазины:

„Новаго Времени“ (СПБ., Москва, Харьковъ, Саратовъ, Одесса), Н. Н. Карбасникова (СПБ., Москва, Варшава, Вильна), А. А. Дубровина (Казань), „Общественная Польза“ (СПБ.), Оглоблина (Кіевъ), Т-ва Сытина (Москва), „Трудъ“ (Москва). „Сотрудникъ Школъ“ (Москва), Бельке (Кіевъ), „Товарищества“ (Самара), „Волжанинъ“ (Самара) и др.



$\smile AC = \smile CB$; $\smile AD = \smile DB$; $\smile CE = \smile EB$.

ПОСТУПИЛА ВЪ ПРОДАЖУ БРОШЮРА

„О ДѢЛЕНІИ“

А. ФИЛИППОВЪ

преподав. Могилевъ-Подольскаго Коммерч. Училища.

Цѣна 30 коп.

ОБРАЩАТЬСЯ ВЪ КНИЖНЫЕ МАГАЗИНЫ:

М. О. Вольфъ (СПБ.), Карбасникова (СПБ.), М. В. Попова (СПБ.), И. А. Розова (Кіевъ, Одесса), Л. Идзиковскаго (Кіевъ), Распопова (Одесса), „Образованіе“ (Одесса).

Выписывающіе отъ автора (Могилевъ-Подольскъ, Коммерч. училище) за пересылку не платятъ, деньги можно прислать почтовыми марками.