

№№ 431—432.

ВЕСТНИК

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

издаваемый

*В. А. Терстоль*

подъ редакцией

*Приватъ-Доцента В. Ф. Кагана.*

XXXVI-го Семестра №№ 11—12-й.

ОДЕССА

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельского, д. № 66.  
1906.



Издательство научных и популярно-научных сочинений из области физико-математических наук.

1. Г. АБРАГАМЪ, проф. **СВОРНИКЪ ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ ОПЫТОВЪ ПО ФИЗИКЪ**, составленный при участіи многихъ профессоровъ и преподавателей физики. Переводъ съ французскаго подъ редакціей Приватъ-доцента *Б. П. Вейнберга*. Часть I. Работы въ мастерской. Различные рецепты—Геометрія. Механика—Гидростатика. Гидродинамика. Капиллярность. Теплота—Числовыя таблицы.

Ученымъ комитетомъ допущено въ ученическія бібліотеки среднихъ учебныхъ заведеній, учительскихъ семинарій и городскихъ, по Положенію 31 мая 1872 г., училищъ, а равно и въ безплатныя народныя читальни и бібліотеки.

**XVI+272 стр.** Со многими (свыше 300) рисунками. Цѣна 1 р. 50 к.

2. Г. АБРАГАМЪ, проф. **СВОРНИКЪ ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ ОПЫТОВЪ ПО ФИЗИКЪ**. Переводъ съ французскаго подъ редакціей Приватъ-доцента *Б. П. Вейнберга*. Часть II: Звукъ—Свѣтъ—Электричество—Магнитизмъ.

**LXXV+434 стр.** Со многими (свыше 400) рисунками. Цѣна 2 р. 75 к.

3. С. АРРЕНИУСЪ, проф. **ФИЗИКА НЕБА**. Разрѣшенный авторомъ и дополненный по его указаніямъ переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента *А. Р. Орбинскаго*. Содержаніе: Неподвижныя звѣзды—Солнечная система—Солнце—Планеты, ихъ спутники и кометы—Космогонія.

**VIII+250 стр.** Съ 66 черными и 2 цвѣтными рисунками въ текстѣ и 1 черной и 1 цвѣтной отдѣльными таблицами. Цѣна 2 руб.

Ученымъ Комитетомъ М. Н. П. допущено въ ученическія, старшаго возраста, бібліотеки среднихъ учебныхъ заведеній, а равно и въ безплатныя народныя бібліотеки и читальни.

4. **УСПѢХИ ФИЗИКИ**, сборникъ статей о важнѣйшихъ открытіяхъ послѣднихъ лѣтъ въ общедоступномъ изложеніи. Подъ редакціей „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“. Содержаніе: *Винеръ*, Распиреніе нашихъ чувствъ—*Пильчиковъ*, Радій и его лучи—*Дебьернъ*, Радій и радиоактивность—*Рихарцъ*, Электрическія волны—*Слаби*, Телеграфированіе безъ проводовъ—*Шмидтъ*, Задача объ элементарномъ веществѣ (основанія теоріи электроновъ).

**IV+157 стр.** Съ 41 рисункомъ и 2 таблицами. Цѣна 75 коп.

5. АУЗРБАХЪ, проф. **ЦАРИЦА МІРА И ЕЯ ТѢНЬ**. Общедоступное изложеніе основаній ученія объ *энергіи* и *энтропіи*. Пер. съ нѣмецкаго. Съ предисловіемъ *Ш. Э. Гильома*, Вице-Директора Международнаго Бюро Мѣръ и Вѣсовъ.

**VIII+56 стр.** Цѣна 50 к.

6. С. НЬЮКОМЪ, проф. **АСТРОНОМІЯ ДЛЯ ВСѢХЪ**. Переводъ съ англійскаго. Съ предисловіемъ Приватъ-доцента *А. Р. Орбинскаго*.

**XXIV+285 стр.** Съ портретомъ Автора, 64 рисунками въ текстѣ и 1 таблицей. Цѣна 1 р. 50 к.

7. Г. ВЕБЕРЪ и І. ВЕЛЬШТЕЙНЪ. **ЭНЦИКЛОПЕДІЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ**. Томъ I. Энциклопедія элементарной алгебры, обраб. проф. *Веберомъ*. Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента *В. Ф. Кагана*. Книга I, Основанія ариометики, гл. I—X. Книга II. Алгебра, гл. XI—XIX. Книга III. Анализъ, гл. XX—XXVI. Выпускъ I. Стр. 1—256. Главы I—XII. Цѣна 1 р. 50 к.

Выпускъ II печатается.

8. Дж. ПЕРРИ, проф. **ВРАЩАЮЩІЙСЯ ВОЛЧОКЪ**. Публичная лекція съ 63 рисунками. Переводъ съ англійскаго. **VII+96 стр.** Цѣна 60 к.

9. Р. ДЕДЕКИНДЪ, проф. **НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ИРРАЦІОНАЛЬНЫЯ ЧИСЛА**, переводъ Приватъ-доцента *С. Шатуновскаго* съ приложеніемъ его статьи: **Доказательство существованія трансцендентныхъ чиселъ**. 40 стр. Цѣна 40 к.

10. К. ШЕЙДЪ, проф. **ПРОСТЫЕ ХИМИЧЕСКІЕ ОПЫТЫ для юношества**. Переводъ съ нѣмецкаго, подъ редакціей Лаборанта Новороссійскаго Университета *Е. С. Ельчанинова*. Цѣна 1 р. 20 к.

СЪ ТРЕБОВАНІЯМИ ОБРАЩЕНІЯ:

Одесса, Типографія М. Шпенцера, ул. Новосельскаго 66.



# Вѣстникъ Опытной Физики

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 431—432.

**Содержаніе:** О современномъ состояніи періодической системы элементовъ. *Е. Ельчанинова.* — Введеніе въ геодезію. (Окончаніе) *Проф. Вихерта.* — Построеніе правильнаго семнадцатугольника. (Окончаніе). — Задачи для учащихся №№ 829—834 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 692. — Содержаніе „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“ за XXXVI семестръ. — Поправка. — Объявленія.

### О современномъ состояніи періодической системы элементовъ.

*Е. Ельчанинова.*

20-го января текущаго года все русское общество и особенно научные круги были взволнованы неожиданнымъ извѣстіемъ о кончинѣ знаменитаго химика, создателя періодической системы элементовъ, Дмитрія Ивановича Менделѣева. Надо замѣтить, что въ первомъ и второмъ мѣсяцѣ наступившаго года какой-то злой рокъ преслѣдуетъ химию. У насъ въ Россіи вслѣдъ за М. И. Коноваловымъ скончались Ѳ. Ѳ. Бейльштейнъ и Н. А. Меншуткинъ, а за границей умерли Муассанъ, Ризебоомъ. Каждое изъ перечисленныхъ именъ занимаетъ выдающееся положеніе въ наукѣ, но имя Менделѣева выдѣляется даже изъ этого блестящаго ряда ученыхъ силъ, благодаря пріобрѣтенной имъ мировой славѣ и положенію среди классиковъ науки. Такое исключительно выдающееся мѣсто Менделѣевъ занялъ главнымъ образомъ послѣ открытія имъ періодическаго закона и почти 40-лѣтней защиты главнѣйшихъ его положеній. Хотя, помимо этого изслѣдованія, Менделѣевымъ совершено было много работъ, но въ краткомъ обзорѣ, имѣющемъ цѣлью очертить его научную дѣятельность, приходится главное вниманіе посвятить періодической системѣ.

Мысль о періодически мѣняющихся свойствахъ элементовъ не была новой даже въ 1868 г., когда Менделѣевъ впервые ясно и опредѣленно сформулировалъ ее въ формѣ основныхъ положеній



закона. Интересно прослѣдить главнѣйшіе моменты ея развитія, отъ возникновенія до 1906 г., года восьмого изданія „Основъ Химіи“, гдѣ онъ имѣлъ возможность послѣдній разъ о ней высказаться.

Послѣ Бойля и Лавуазье въ наукѣ установилось понятіе, что элементъ входитъ въ составъ матеріи, какъ недѣлимая, неразлагаемая и непревращаемая ея часть. При дальнѣйшемъ развитіи химіи развивались также свѣдѣнія объ элементахъ и, между прочимъ, обнаружились такіе признаки, на основаніи которыхъ можно было придти къ заключенію о близкомъ сходствѣ нѣкоторыхъ изъ нихъ, при странномъ отношеніи ихъ атомныхъ вѣсовъ. Такъ, Döbereiner (1817) обратилъ вниманіе на близкое сходство въ группѣ *Ca*, *Sr* и *Ba* и на то обстоятельство, что атомный вѣсъ *Sr* почти равенъ полусуммѣ атомныхъ вѣсовъ *Ca* и *Ba*. Подобное же явленіе замѣчено было среди группы галлоидовъ *Cl*, *Br* и *J*, Эти случаи вызвали стремленіе сгруппировать по степени сходства всѣ элементы въ „тріады“. Наиболѣе широкаго развитія достигла эта мысль въ попыткѣ Ленсена (1875). Ньюландсъ (1864 г.) видоизмѣнилъ идею группированія элементовъ. Онъ сталъ собирать ихъ въ группы, заключающія по 7 элементовъ, и при этомъ замѣтилъ, что 8-й, 16-ый и т. д. элементы повторяютъ свойства перваго. Интересное наблюденіе также сдѣлалъ въ 1850 году Петенкоферъ. Онъ, именно, обратилъ вниманіе на то, что атомные вѣса сходственныхъ элементовъ являются членами арифметической прогрессіи. Но всѣ эти любопытныя наблюденія не имѣли особеннаго значенія, такъ какъ авторы ихъ и не пытались сдѣлать изъ нихъ сколько-нибудь серьезныхъ выводовъ. Только въ 1868 г. Лотаръ Мейеръ, почти одновременно съ Менделѣевымъ, построилъ таблицу, въ которой всѣ элементы распределены были по ихъ возрастающимъ атомнымъ вѣсамъ, причемъ замѣчено было періодическое повтореніе ихъ свойствъ. Этотъ опытъ Л. Мейера и до сихъ поръ еще даетъ основаніе нѣкоторымъ историкамъ химіи оспаривать пріоритетъ Менделѣева и считать Л. Мейера авторомъ періодическаго закона. Мнѣніе это совершенно не состоятельно. Оно опровергается не только хронологическими данными, но и самою сущностью дѣла. Л. Мейеръ смотрѣлъ на періодическую систему лишь какъ на способъ классификаціи и довольно категорично отказался признать за ней болѣе широкое значеніе. Онъ, напримѣръ, заявилъ, что совершенно невозможно измѣнять установленные атомные вѣса, на ней лишь основываясь, тогда какъ Менделѣевъ имѣлъ рѣшимость развить систему до степени важнѣйшаго закона химіи и сдѣлать изъ него выводы, оказавшіе вліяніе на все развитіе науки. Попытки построения системъ сходственныхъ элементовъ не могли, какъ видно изъ предыдущаго изложенія, имѣть значительныхъ послѣдствій, такъ какъ онѣ не основывались на солидномъ базисѣ. Выборъ сходственныхъ для элементовъ признаковъ былъ случайнымъ и заключенія носили характеръ субъективный.



Менделѣевъ старался, оставаясь на почвѣ совершенно объективной, найти въ элементѣ такой признакъ, въ которомъ отражались бы главнѣйшіе его свойства. Онъ остановился на массѣ его. Масса элемента служить выразителемъ всѣхъ его свойствъ, концентрирующихся въ ней, какъ въ фокусѣ. Постигнувъ массу элемента, мы постигаемъ и его самого. Но масса непосредственному изслѣдованію не подлежитъ, а приходится вмѣсто нея имѣть дѣло съ пропорціональнымъ ей вѣсомъ. Въ виду такихъ соображеній, атомный вѣсъ элемента приобрѣлъ особенное значеніе. Менделѣевъ распредѣлилъ всѣ элементы въ порядкѣ ихъ возрастающаго атомнаго вѣса, начиная съ  $H = 1$  и кончая  $U$  (уранъ) съ ат. в. 238,5. Возрастающіе атомные вѣса размѣщаются въ горизонтальныхъ рядахъ. При этомъ наблюдается, что элементы, помѣщенные въ такихъ рядахъ, повторяютъ свойства каждаго изъ элементовъ, выше находящихся. Сходственные элементы помѣщаются въ одномъ вертикальномъ столбцѣ. Первый горизонтальный рядъ является какъ бы прототипомъ для остальныхъ элементовъ, умѣщающихся по его складу.

Приводимая таблица (см. стр. 236) является послѣдней изъ составленныхъ самимъ Менделѣевымъ; она наглядно показываетъ основныя положенія періодическаго закона. Появленіе столбцовъ, составленныхъ изъ сходственныхъ элементовъ, привело къ тому заключенію, что свойства элементовъ и ихъ соединеній находятся въ періодической зависимости отъ величины ихъ атомныхъ вѣсовъ. Таблица, какъ видно, состоитъ изъ 12 горизонтальныхъ рядовъ и 9 вертикальныхъ группъ. Эти вертикальныя группы образованы по типамъ, обозначеннымъ формулами  $R_2O_3$ ,  $RH_3$  и пр. Первая изъ нихъ указываетъ типъ кислородныхъ соединеній членовъ группы, а вторая—водородныхъ. Замѣчательно, что атомность кислородныхъ соединеній никогда не превышаетъ 8, и сумма атомностей по кислороду и водороду также выражается восемью. Это обстоятельство соответствуетъ давнишнему ученію Франкланда о наибольшей атомности. Относительно горизонтальныхъ рядовъ Менделѣевымъ были высказаны слѣдующія заключенія: а) всѣхъ горизонтальныхъ рядовъ умѣщается въ таблицѣ 12, б) они распредѣляются на четные и нечетные, в) каждый рядъ есть малый періодъ, а два малыхъ періода образуютъ одинъ большой. Хотя сходство наблюдается и между членами малыхъ періодовъ, но значительно рѣзче оно проявляется между двумя большими. Первую половину послѣднихъ образуютъ четные ряды, а вторую нечетные. Въ самой же срединѣ большого періода между четными и нечетными рядами, помѣщаются члены восьмой группы. Очевидно, что вслѣдствіе такого состава въ большомъ періодѣ одинъ и тѣ же свойства могутъ встрѣчаться дважды. Первая часть большого періода состоитъ изъ элементовъ характера основнаго, а вторая—кислотнаго. Наблюдается замѣчательное отношеніе элементовъ къ кислороду и водороду. Именно, по мѣрѣ возрастанія способности соединяться съ кислородомъ, по отношенію къ







водороду, замѣчается пониженіе ея. Но вообще можно замѣтить, что водородныя соединенія особенно легко получаются съ элементами высокой атомности, какъ  $R_2O_7$ ,  $R_2O_5$ . Примѣромъ этому могутъ служить галоидо-водородныя соединенія. Изъ всего вышесказаннаго можно заключить, что свойства элементовъ опредѣляются:

а) Формой его окисла указывается, въ какой вертикальной группѣ онъ долженъ быть помѣщенъ, и дается. Ею дается возможность судить о типѣ его соединеній.

б) Положеніемъ въ четномъ или нечетномъ горизонтальномъ ряду. Этимъ положеніемъ опредѣляются основныя или кислыя свойства элементовъ.

с) Вѣсомъ атома. Атомный вѣсъ указываетъ мѣсто элементу среди другихъ, и служитъ поэтому главнѣйшимъ выразителемъ его характерныхъ свойствъ.

Не только относительная, но и абсолютная величина атомнаго вѣса даетъ уже нѣкоторыя цѣнныя указанія. Замѣчено, на примѣръ, что элементы съ малымъ атомнымъ вѣсомъ отличаются по большей части сильной реакціонной способностью и значительнымъ распространеніемъ въ природѣ, но благодаря первому свойству, они должны рѣдко встрѣчаться въ свободномъ состояніи. Менделѣевъ ихъ называлъ типическими. Элементы же съ болѣебольшимъ атомнымъ вѣсомъ отличаются свойствами совершенно противоположными.

Таковы основныя положенія періодической системы, впервые изложенныя Менделѣевымъ въ 1868—1869. Эта система очень напоминаетъ систему астрономическую. Элементы координированы, подобно небеснымъ тѣламъ, и находятся въ такой же взаимной зависимости, какъ и послѣднія. Зависимость эта можетъ быть выражена математическими расчетами, очень несложными. Менделѣевъ установилъ, что атомный вѣсъ каждаго элемента можетъ быть найденъ, если сумму атомныхъ вѣсовъ четырехъ ближайшихъ къ нему элементовъ раздѣлить на 4. На примѣръ, атомный вѣсъ *Se* почти равняется  $32 + 127 + 75 + 80$ , т. е. онъ вычисляется изъ атомныхъ вѣсовъ *S*, *Te*, *As* и *Br*. Свойства же селена, судя по положенію въ таблицѣ, должны быть средними между свойствами *As* и *Br*, что и наблюдается въ дѣйствительности. Когда Менделѣевъ въ 1869 году построилъ свою таблицу, то многія мѣста внутри ея оказались незаполненными, и кромѣ того, нѣкоторые элементы не вполне удобно умѣщались въ указанныхъ имъ мѣстахъ. Эти пробѣлы внутри объяснялись отсутствіемъ необходимыхъ для ихъ заполнения элементовъ, а не совѣмъ гладкое распредѣленіе ихъ обусловливалось неточнымъ опредѣленіемъ атомныхъ вѣсовъ. Менделѣевъ былъ такъ увѣренъ въ справедливости основныхъ положеній періодическаго закона, что рѣшился заполнить пробѣлы и исправить неточности путемъ



интерполяции. Онъ искалъ элементы такъ же, какъ Леверье планету Нептунъ, и его расчеты увѣнчались такимъ же успѣхомъ, какъ расчеты знаменитаго астронома. Мы видѣли уже, какъ вычисляется атомный вѣсъ элемента изъ атомныхъ вѣсовъ окружающихъ его сосѣдей. На основаніи сдѣланнаго такимъ способомъ опредѣленія, точно указывается мѣсто элемента въ горизонтальныхъ и вертикальныхъ рядахъ таблицы, чѣмъ выясняются его главнѣйшія свойства. Разсужденія эти привели Менделѣева къ убѣжденію, что должны быть найдены элементы, подобные *Al*, *Si* и *B*. Ожидаемымъ элементамъ онъ предсказалъ ихъ главнѣйшія свойства, и, какъ извѣстно, предсказанія эти блестяще подтвердились. Винклеръ, Лекокъ де Буабодранъ и Нильсонъ открыли элементы: германій, галлій и скандій, свойства которыхъ совпали съ указаніями Менделѣева. Точно также увѣнчались успѣхомъ старанія химиковъ исправить неправильныя опредѣленія атомныхъ вѣсовъ. Періодическая система, на примѣръ, указывала на необходимость удвоить атомный вѣсъ урана (120). Тщательное изслѣдованіе доказало, что атомный вѣсъ урана дѣйствительно близокъ къ 240. Система во многихъ еще случаяхъ служила толчкомъ для провѣрки имѣющихся данныхъ относительно элементовъ. Особенно оживленную работу вызвалъ вопросъ о положеніи *Be* и *Jn*, и онъ разрѣшился согласно предположеніямъ.

Періодическая система, начиная съ 1870 г., стала центромъ, вокругъ котораго совершалось движеніе общей химіи. Вновь открываемые факты стали говорить за то, что многія свойства простыхъ и сложныхъ тѣлъ находятся въ зависимости отъ этой системы. Вслѣдствіе этого, въ умахъ химиковъ все болѣе укореняется мысль, что предположенія Менделѣева дѣйствительно имѣютъ значеніе общаго закона природы. Этотъ законъ проявляется не только въ явленіяхъ химическихъ, но и физическихъ. На примѣръ, стало извѣстно, что элементы четныхъ рядовъ магнитны, а нечетныхъ — діаманитны.

Періодическая система невольно наводитъ на мысль, что въ явленіяхъ химическаго и астрономическаго порядка дѣйствуютъ однообразно однѣ и тѣ же причины, въ числѣ которыхъ важнѣйшую роль играетъ всеобщее тяготѣніе.

Слишкомъ мало, однако, прошло времени, для того, чтобы періодическій законъ получилъ всеобщее признаніе. При этомъ, несмотря на энергичную, почти сорокалѣтнюю, защиту Менделѣевымъ его положеній, онъ въ моментъ смерти своего знаменитаго создателя оказался далеко не свободнымъ отъ упрековъ.

Періодическая система, какъ было уже указано, послужила толчкомъ къ переработкѣ имѣвшихся относительно элементовъ данныхъ. Во многихъ случаяхъ въ результатѣ наступало исправленіе благопріятное системѣ, но иногда получались результаты либо неблагопріятные для нея, либо несогласные съ нашими свѣ-



дѣяніями обѣ элементахъ. Напримѣръ, мѣдь и ртуть пришлось размѣстить въ различныхъ вертикальныхъ рядахъ, что не соотвѣтствуетъ ихъ природѣ. Все положеніе восьмой группы признается неудовлетворительнымъ.

Атомные вѣса не всегда служатъ правильнымъ выразителемъ свойствъ элементовъ. Такъ, напр., разница въ свойствахъ кобальта и никкеля довольно велика, а между тѣмъ ихъ атомные вѣса почти сходятся на 59. Совершенно необъяснимымъ остается положеніе *Te* и *J*. У перваго атомный вѣсъ нѣсколько больше, а между тѣмъ онъ стоитъ передъ іодомъ. Трудно предсказать, въ какомъ направленіи разрѣшается послѣднее недоразумѣніе. Пытаются разбить теллуръ на два элемента, подобно тому какъ это нѣкогда удалось относительно дидимія. Но всѣ такія попытки до сихъ поръ оканчивались неудачно.

Періодическая система переживала критическое время послѣ открытія Рылеемъ и Рамзаемъ аргона и его спутниковъ. Первоначально вновь открытые элементы были помѣщены въ восьмую группу. Но свойства и атомные вѣса совершенно не соотвѣтствовали такому ихъ положенію. Наступилъ моментъ въ высшей степени критическій, но выходъ былъ найденъ въ 1900 въ Бельгіи. Эррера предложилъ дополнить систему созданіемъ нулевой группы, въ составъ которой и должны войти всѣ аргоновые элементы. Предложеніе основывалось на томъ соображеніи, что эти элементы неспособны ни къ какимъ соединеніямъ. Ихъ атомность оказывается равной 0.

Поэтому они должны стоять передъ первой группой, гдѣ атомность = 1. Аргоновые элементы, такимъ образомъ, не разрушили системы, а напротивъ ее укрѣпили. Менделѣевъ уже послѣ прибавленія нулевой группы говорилъ, что онъ Рамзаю въ дѣлѣ укрѣпленія періодическаго закона отводитъ такую же роль, какъ Винклеру и Лекокъ де Буабодрану. Но исходъ, предложенный Эррера, не удовлетворилъ всѣхъ. Многіе продолжаютъ указывать на ненормальное положеніе аргона и калія, такъ какъ, по нѣкоторымъ даннымъ, атомный вѣсъ у перваго выше.

Въ послѣднее время обстоятельства опять начинаютъ складываться неблагопріятно для періодическаго закона. Все чаще и чаще устанавливаются случаи измѣненія атомности элементовъ. Кислородъ въ нѣкоторыхъ случаяхъ является четырехатомнымъ, углеродъ—двух-и трехатомнымъ. Атомность иныхъ элементовъ подымается до 9 и даже до 11. Если бы всѣ эти случаи убѣдительнымъ образомъ были доказаны, то нельзя было бы настаивать на основномъ положеніи закона о постоянной атомности и наибольшей атомности. Теперь уже для объясненія упомянутыхъ случаевъ прибѣгаютъ къ допущенію о существованіи у элементовъ главныхъ и побочныхъ сходствъ. Тогда нужно еще допустить, что законъ Менделѣева справедливъ только по отношенію къ первымъ.



Возникающіе вопросы слишкомъ сложны и глубоки, чтобы можно было въ настоящее время позволить себѣ относительно нихъ какія либо предположенія.

Во всякомъ случаѣ успѣшное ихъ разрѣшеніе будетъ зависеть отъ участія въ работѣ крупныхъ научныхъ силъ, подобныхъ Менделѣву.

Періодическая система все время находилась въ періодѣ формаціи. Она поэтому и не могла отличаться достаточною полнотой и законченностью, но въ послѣдніе годы жизни Менделѣвъ расширилъ ея рамки предположеніемъ о существованіи газовъ съ меньшимъ атомнымъ вѣсомъ, чѣмъ у водорода. Этотъ вопросъ чрезвычайно интересенъ, такъ какъ онъ касался мірового ээира, къ которому, такимъ образомъ, впервые подходить со своей точкой зрѣнія химикъ.

Исторія созданія нулевой группы и обнаруженныя свойства членовъ ея принуждаютъ изслѣдователя перейти за предѣлы 12-ти горизонтальныхъ рядовъ таблицы. Если для открытія германія и галлія пришлось пользоваться методомъ интерполяціи, то въ настоящее время, при расширеніи рамокъ системы, нужно уже прибѣгнуть къ эксполаціи. Настоящій методъ, впрочемъ, не можетъ дать такихъ опредѣленныхъ результатовъ, какіе получаются при нахожденіи промежуточныхъ элементовъ, такъ какъ при расчетахъ приходится опираться на данныя весьма еще мало обоснованныя. Тѣмъ не менѣе Менделѣвъ въ 1905—1906 г. рѣшается сдѣлать экскурсію въ эту темную область. При этомъ онъ не только не настаивалъ на правильности своихъ выводовъ, но, напротивъ, самъ неоднократно указывалъ на ихъ проблематичность. Несмотря на такой ихъ характеръ, они все-таки заслуживаютъ большого вниманія, какъ послѣднее сказаніе великаго мыслителя, предвидѣнія котораго ранѣе неоднократно уже сбывались.

Соображенія Менделѣва относительно нулевого ряда, и въ частности относительно ээира, основываются на взаимномъ отношеніи атомныхъ вѣсовъ въ элементахъ двухъ сосѣднихъ рядовъ. Оказывается, что отношеніе это послѣдовательно возрастаетъ при переходѣ отъ вышихъ въ низшіе группы и ряды, гдѣ уменьшаются атомные вѣса сравниваемыхъ элементовъ. Это наблюденіе удалось использовать только въ самое послѣднее время, ранѣе же оно считалось слабымъ мѣстомъ системы.

Указанное обстоятельство мы можемъ ясно, провѣрить на элементахъ, начиная, напримѣръ, съ *Ce* (140) и *Bi* (114). Ихъ отношеніе равно 1,18. Далѣе въ болѣе легкихъ элементахъ оно



все время возрастаетъ. Для второго и третьяго ряда можно составить такую таблицу:

группа VII	— $Cl:F = 1,86$
„ VI	— $S:O = 2,00$
„ V	— $P:N = 2,21$
„ IV	— $Si:C = 2,37$
„ III	— $Al:B = 2,45$
„ II	— $Mg:Be = 2,67$
„ I	— $Na:Li = 3,28$
„ 0	— $Ne:He = 4,98$ .

Она ясно обнаруживаетъ увеличеніе отношеній при переходѣ отъ высшихъ группъ къ низшимъ, при томъ увеличеніе прогрессирующее. Приведенныя числовыя данныя даютъ основаніе предполагать, что отношеніе членовъ второго ряда къ неоткрытому еще первому будетъ еще выше, а въ частности отношеніе *He* къ первому элементу этой группы — *y* — выразится, вѣроятно, числомъ 10. Въ такомъ случаѣ атомный вѣсъ этого — *y* — будетъ равенъ  $4\frac{1}{10} = 0,4$ , или еще менѣе. Этимъ элементомъ можетъ быть короній, относительно существованія котораго сдѣланы были первыя указанія Локіеромъ, подтвержденныя затѣмъ Юнгомъ и Харкнесомъ въ 1869 г. Плотность этого газа по отношенію къ воздуху должна быть менѣе 0,2, слѣдовательно частицы его должны двигаться въ 2,24 быстрѣе водорода. Изъ этихъ расчетовъ видно, что элементъ этотъ можетъ находиться только въ атмосферѣ солнца или ему подобнаго свѣтила. Полученныя числа, однако, слишкомъ велики, чтобы можно было ихъ приписать ээиру. Ээиръ долженъ по системѣ находиться на первомъ мѣстѣ нулевого ряда. Его возможный атомный вѣсъ Менделѣевъ высчитываетъ слѣдующимъ образомъ. Атомный вѣсъ *Xe* относится къ атомному вѣсу *Kr*, какъ 1,56:1.

$$Kr:Ar = 2,15:1$$

$$Ar:He = 9,50:1.$$

Вычисляя далѣе по параболѣ второго порядка, онъ нашелъ, что  $He:X = 23,6:1$ , гдѣ *X* — ээиръ. Такъ какъ атомный вѣсъ гелія = 4,0, то для *X* онъ долженъ равняться 0,17. Гораздо вѣроятнѣе, что этотъ *X* обладаетъ атомнымъ вѣсомъ еще во много разъ меньшимъ. Эти расчеты имѣютъ цѣлью показать, что періодическая система можетъ вмѣстить элементы съ тѣми свойствами, которыя приписываются міровому ээиру и которыя могутъ быть предвидѣны на основаніи этой же системы. Однако, самъ авторъ приглашалъ относиться къ его выводамъ съ большою



осторожностью. Если онъ, вообще осторожный въ нихъ, и позволилъ себѣ нѣкоторый рискъ, то произошло это подъ вліяніемъ мысли о своемъ преклонномъ возрастѣ и предчувствіи близкой смерти. Свою статью о міровомъ эфирѣ онъ заключалъ слѣдующими словами. „Если въ изложенныхъ мысляхъ есть хоть доля природной правды, которую мы всѣ ищемъ, попытка моя—не напрасна, ее разработаютъ, дополняютъ и направятъ, а если моя мысль невѣрна въ основаніяхъ, ея изложеніе, послѣ того или иного вида опроверженія, предохранитъ другихъ отъ повторенія. Другого пути для медленнаго, но прочнаго движенія впередъ я не знаю“.

Міровой эфиръ и вообще элементы съ малыми атомными вѣсами постоянно интересовали химиковъ, такъ какъ существовало стремленіе найти среди нихъ предполагаемую первичную матерію, изъ которой будто бы построены всѣ элементы. Менделѣевъ всегда осуждалъ это стремленіе. Хотя онъ не отрицалъ общности происхожденія элементовъ, но настаивалъ, что они съ момента созданія, независимаго отъ какой либо первичной матеріи, оставались индивидуальными, и потому не можетъ быть рѣчи о превращеніи ихъ въ настоящее время. Эти взгляды нашли себѣ выраженіе въ построеніи періодической системы. Именно, атомный вѣсъ въ ней возрастаетъ все время съ перерывами, такъ что періодическій законъ не можетъ быть выраженъ сплошной функцией. Всѣ попытки графическаго изображенія его, въ видѣ спиралей, или геометрическихъ фигуръ, начиная съ de Chancartois и кончая позднѣйшими, Менделѣевъ также осуждалъ, такъ какъ онѣ не передаютъ сущности періодическаго закона. Прерывистость въ рядахъ и группахъ объясняется тѣмъ, что матерія, подъ вліяніемъ какихъ то очень глубокихъ причинъ, можетъ быть мірового тяготѣнія, сконцентрировалась въ элементы, и между двумя сосѣдними въ системѣ элементами не можетъ быть ничего промежуточнаго. Это характерное обстоятельство передается только способомъ изображенія, предложеннымъ Менделѣевымъ.

Періодическій законъ существуетъ въ мышленіи натуралистовъ еще сравнительно такъ недавно, что невозможно выразить увѣренности относительно его дальнѣйшей судьбы. Но какова бы она ни была, въ исторіи развитія химіи уже сказалось его громадное значеніе, онъ открылъ новыя области для изслѣдованія, онъ указывалъ имъ направленія, онъ служилъ, можно сказать, центромъ, вокругъ котораго совершалось развитіе общей химіи. Поэтому становится понятнымъ ореолъ славы, окружающій имя его создателя, понятна печаль, вызванная извѣстіемъ о его кончинѣ, и понятно наше стремленіе увѣковѣчить память создавшаго его народнаго генія.



# Введеніе въ геодезію.

Профессора Э. Вихерта.

Лекціи для преподавателей среднихъ учебныхъ заведеній.

(Окончаніе \*).

## II. Приложенія.

### § 13. Высота надъ N. N.

Мои доклады имѣли главной цѣлью обзоръ методовъ полевой съемки, т. е. *низшей геодезіи*. Я не могу, однако, оставить совершенно въ сторонѣ высшую геодезію, такъ какъ, если имѣть ее въ виду, преподаванію низшей геодезіи можно придать больше значенія: высшая геодезія учитъ смотрѣть на эту работу съ болѣе высокой точки зрѣнія. Во всякомъ случаѣ я долженъ быть очень кратокъ и могу остановиться только на нѣкоторыхъ пунктахъ.

До сихъ поръ мы принимали, что вертикальныя линіи суть параллельныя прямыя, а горизонтальныя направленія, соотвѣтственно этому, лежатъ въ параллельныхъ плоскостяхъ. Еслибы это было справедливо, то, идя постоянно впередъ въ горизонтальномъ направленіи, мы должны были бы удалиться въ бесконечность. Но мы знаемъ, что на дѣлѣ это не такъ, и наше представленіе обмануло насъ. Море съ его горизонтальной поверхностью *не* простирается до бесконечности, а омываетъ шарообразную въ общемъ землю.

Представьте себѣ, что, исходя изъ произвольной точки, мы проводимъ поверхность, которая вездѣ горизонтальна, т. е. перпендикулярна къ направленію силы тяжести. Важныя физическія данныя говорятъ тогда, что *эта поверхность есть поверхность замкнутая*, что она окружаетъ землю со всѣхъ сторонъ. Такая поверхность называется „*поверхностью уровня силы тяжести*“ данной точки, или же ея „*дѣйствительнымъ горизонтомъ*“. Отъ *дѣйствительнаго* горизонта нужно отличать *видимый*, т. е. ту плоскость, которая горизонтальна и проходитъ черезъ данную точку, которая, слѣдовательно, касается дѣйствительнаго горизонта въ данной точкѣ; нужно также отличать еще „*кажущійся горизонтъ*“—ту линію, которая видимо раздѣляетъ небо и землю.

Та поверхность уровня, которую представляетъ поверхность спокойнаго моря, въ геодезіи считается „*поверхностью земли*“; ее называютъ „*поверхностью геоида*“ или короче „*геоидомъ*“. Ее нужно представлять себѣ продолженною и внутрь суши. Форма поверхности геоида и, соотвѣтственно этому, форма поверхностей

\* См. № 430 „Вѣстника“



уровня для точекъ, не слишкомъ далекихъ отъ поверхности земли, въ первомъ приближеніи можно считать сферой, а въ гораздо лучшемъ приближеніи эллипсоидомъ. Сжатіе послѣдняго можно принимать равнымъ 1:297, причемъ погрѣшность знаменателя не превышаетъ нѣсколькихъ единицъ.

Совершенно такъ же, какъ горизонтальныя поверхности не суть поверхности плоскія, и вертикальныя линіи не суть прямыя. Но, конечно, искривленіе ихъ въ доступныхъ намъ небольшихъ протяженіяхъ такъ ничтожно, что мы можемъ имъ пренебречь.

*Когда двѣ точки „одинаково высоки“, что нужно понимать подъ „разностью высотъ“ двухъ точекъ?* На первый вопросъ отвѣтить очень легко, такъ какъ, очевидно, мы должны считать двѣ точки одинаково высокими, если ихъ можно соединить линіями, горизонтальными на всемъ протяженіи, т. е. если онѣ лежатъ на одной и той же поверхности уровня.—Несравненно больше трудностей представляетъ отвѣтъ на вторую часть нашего вопроса. Прежде всего, конечно, ясно, что для точекъ на одной вертикальной линіи разность высотъ нужно мѣрять вдоль это вертикальной линіи. Но представьте себѣ точки на различныхъ вертикальныхъ линіяхъ. Построивъ двѣ соответствующія поверхности уровня, мы получимъ всѣ точки равныхъ высотъ. Но тогда разность высотъ между парами точекъ на одной вертикали вовсе не будетъ одинаковой всюду, она будетъ измѣняться съ географической широтой. Такимъ образомъ, взятыя двѣ поверхности уровня не даютъ опредѣленной разности высотъ. Объ измѣненіи разстоянія поверхностей уровня можно легко составить себѣ представленіе, если принять во вниманіе, что, согласно началу энергіи, механическая работа, которую производитъ сила тяжести при переходѣ отъ одной поверхности уровня къ другой, должна быть вездѣ одна и та же. А отсюда слѣдуетъ, что это разстояніе измѣняется обратно пропорціонально силѣ тяжести. Но для послѣдней имѣетъ мѣсто формула

$$g = 9,81 (1 - 0,0026 \cos 2\varphi),$$

гдѣ  $\varphi$  означаетъ географическую широту; отсюда мы приходимъ къ заключенію, что разстояніе двухъ поверхностей уровня измѣняется съ широтой пропорціонально величинѣ

$$\frac{1}{1 - 0,0026 \cos 2\varphi}.$$

Значитъ, это разстояніе тѣмъ больше, чѣмъ ближе подвигаемся мы къ экватору; на каждый метръ разстоянія между двумя поверхностями уровня на полюсѣ, приходится на экваторѣ 5,2 миллиметровъ лишнихъ. Въ предѣлахъ Германіи соответственное увеличеніе отъ самаго сѣвернаго пункта до самаго южнаго составляетъ около 0,7 миллиметра.

Эти соображенія показываютъ, что понятіе разности высотъ остается неопредѣленнымъ, пока не будетъ точно указано, какъ



долженъ быть сдѣланъ переходъ отъ одной точки къ другой. Въ основу кладутся при этомъ слѣдующія положенія:

„Высота“ точки отъсчитывается длиной вертикали отъ нея до уровня, принятаго за нулевой для всей разсматриваемой области. Разностью высотъ двухъ точекъ считается разность опредѣляемыхъ такимъ образомъ высотъ. Нулевой уровень нужно выбирать по возможности ближе къ уровню моря, т. е. къ поверхности геоида.

Для Германіи нулевой уровень теоретически дается точкой нуля футштока въ Амстердамѣ, возможно точно отвѣчающей среднему стоянію воды Сѣвернаго моря. На практикѣ высоты отнесены обыкновенно къ нулевой точкѣ небольшой шкалы, вѣданной въ одинъ изъ столбовъ Берлинской обсерваторіи. Согласно тщательнымъ нивелировкамъ ея высота составляетъ ровно 37 метровъ надъ нулемъ Амстердамскаго футштока; этой величиной и пользуются при вычисленіяхъ. Относительно опредѣленныхъ такимъ образомъ высотъ говорятъ, что онѣ отнесены къ *N. N.*, т. е. къ нормальному нулю (*Normal-null*).

Теперь вамъ ясно, что въ принципѣ мы имѣемъ вообще дѣло съ высотами надъ поверхностью геоида или съ высотами надъ уровнемъ моря. Однако, неточность опредѣленія средняго уровня моря въ сравненіи съ точностью нивелировокъ заставляеть прибѣгать къ помощи искусственныхъ опорныхъ точекъ. Съ другой же стороны, ошибки нивелировокъ при большихъ разстояніяхъ настолько велики, что въ настоящее время еще нѣтъ возможности принять общую опорную точку для всей Европы.

Я хочу еще замѣтить, что измѣнчивость разстоянія поверхностей уровня другъ отъ друга не играетъ большой роли при нивелировкахъ; однако, соотвѣтственные поправки непосредственныхъ результатовъ наблюдений, такъ называемыя „*ортометрическія поправки*“, могутъ достигать при очень длинныхъ линіяхъ по меридіану (напр. отъ Сѣвернаго до Средиземнаго моря) величины нѣсколькихъ дециметровъ и потому онѣ должны быть принимаемы въ расчетъ.

#### § 14. Замѣчанія относительно измѣренія высотъ.

Теперь мы нѣсколько ближе разсмотримъ измѣрительныя приемы при опредѣленіи высотъ. При этомъ намъ надобно имѣть въ виду только нивелированіе и опредѣленіе высотъ помощью наблюдений вертикальныхъ угловъ при довольно длинныхъ визирныхъ линіяхъ. Визирныя линіи идутъ тогда либо совершенно горизонтально, либо же подъ небольшимъ наклономъ. При этомъ нужно прежде всего помнить, что горизонтально идущая прямая уже по причинѣ кривизны земли, точнѣе говоря, по причинѣ кривизны поверхностей уровня очень скоро приводитъ къ замѣтно отличающимся высотамъ. Мы можемъ здѣсь считать землю шаромъ съ радіусомъ въ 6370 километровъ и тогда простое вычисленіе, въ которое мы нѣмало впадаемъ, дастъ для отклоненія  $\alpha$  горизонтально идущей прямой отъ поверхности уровня



на разстояніи  $e$  отъ начальнаго пункта формулу

$$1000a = 78,5 \cdot \left( \frac{e}{1000} \right)^2;$$

$e$  и  $a$  должны быть выражены здѣсь въ метрахъ 10.0  $a$  обозначаетъ отклоненіе въ миллиметрахъ,  $\left( \frac{e}{1000} \right)$  — разстояніе въ километрахъ. Это уклоненіе растеть пропорціонально квадрату разстоянія; на разстояніи 36 метровъ оно достигаетъ уже 1/10 миллиметра, на разстояніи 113 метровъ 1 миллиметра, на разстояніи 1 километра оно составляетъ 78,5 миллиметровъ, на разстояніи 10 километровъ 7,85 метровъ, а на разстояніи 100 километровъ уже даже 785 метровъ. Отсюда ясно, что при точныхъ нивелированіяхъ, равно какъ и при тригонометрическихъ опредѣленіяхъ высотъ, необходимо принимать въ расчетъ кривизну поверхностей уровня. При нивелировкахъ вліяніе этого уклоненія исключается, если нивелировка производится изъ середины.

Можетъ быть, вы замѣтили, что я только что говорилъ не о „линіяхъ визировація“, а о „прямыхъ лініяхъ“. Я поступилъ такъ намѣренно, такъ какъ *при нашей теперешней точкѣ зрѣнія мы не должны упускать изъ вида, что, по причинѣ атмосферной рефракціи, свѣтъ распространяется не прямолинейно.* Такъ какъ плотность воздуха убываетъ по направленію кверху, то обыкновенно лучъ свѣта описываетъ криволинейный путь, обращенный вогнутостью къ землѣ; этотъ путь можно считать большей частью дугой круга. Радиусъ кривизны этой дуги мѣняется въ зависимости отъ состоянія атмосферы. Въ среднемъ его можно считать приблизительно въ 7 разъ больше радіуса земли; но иногда онъ превышаетъ радіусъ земли только въ 5 разъ, а иногда въ безконечное число разъ; иногда путь луча бываетъ даже обращенъ къ землѣ своей выпуклостью; въ послѣднемъ случаѣ лучъ загибается кверху и мы иногда наблюдаемъ „миражъ“. Вслѣдствіе атмосферной рефракціи, поправки высотъ для визирныхъ ліній нѣсколько отличаются отъ тѣхъ, которыя мы нашли для прямыхъ ліній. Если мы примемъ радиусъ кривизны равнымъ  $n$  радіусамъ земли, то указанное уклоненіе нужно уменьшить въ отношеніи  $n: n-1$ .

Итакъ, мы знаемъ теперь, что простыя представленія низшей геодезіи о вертикальныхъ прямыхъ и о горизонтальныхъ плоскостяхъ, которыя казались, однако, на первый взглядъ, такими понятными, оказываются несостоятельными при расширеніи нашего кругозора. Все дѣлается сложнее; но мы знаемъ также теперь, что „верхъ“ и „низъ“ не представляютъ собою чего-то само собою понятнаго, а видимъ на нихъ власть силы природы, тяготѣнія, которая господствуетъ надъ нашимъ міромъ. Совершенно такъ же при актѣ зрѣнія мы бываемъ вынуждены обращать вниманіе на объективную природу явленія. И здѣсь, какъ вездѣ, наши чувственные впечатлѣнія не есть сама дѣйствительность, а только одностороннія и несовершенныя отображенія ея, возникающія въ насъ.



### § 15. Съёмки государствъ и измѣреніе земли.

Время, предоставленное для моихъ лекцій, близится къ концу и я теперь долженъ закончить свое изложеніе.

Въ большинствѣ культурныхъ государствъ въ настоящее время надо различать два рода съемоковъ всей страны: *съёмки генеральнаго межеванія и топографическія*. Основой служить *триангуляціи и нивеллировка государства*, дающія систему постоянныхъ точекъ, къ которымъ примыкають дальнѣйшія съёмки.

Далеко наибольшихъ работъ и издержекъ стоятъ работы генеральнаго межеванія, карты которыхъ въ масштабѣ отъ 1: 5000 до 1: 500 и даже больше должны представлять самымъ точнымъ образомъ все то, что можетъ затронуть правовыя отношенія.

Тогда какъ при межевыхъ съёмкахъ высоты не принимаются въ расчетъ, на топографическихъ картахъ онѣ играютъ существенную роль.—Масштабъ топографическихъ картъ гораздо мельче, чѣмъ межевыхъ, 1: 25000 и меньше.

Въ Пруссіи межевыя съёмки производятся отчасти самими межевными учрежденіями, отчасти „Генеральной Комиссіей“. Задачей этихъ учрежденій является прежде всего перераспредѣленіе земли, гдѣ соотношенія владѣльцевъ такъ усложнились, что отъ этого страдаетъ хозяйственная сторона. Съ этимъ обыкновенно связывается новая съёмка.

Триангуляція и нивеллировка страны и топографическія съёмки во многихъ странахъ, въ томъ числѣ и въ Германіи, производятся Генеральными Штабами. Въ Пруссіи соответственный отдѣлъ штаба по своей дѣятельности носитъ названіе *государственной съёмки* (Landesaufnahme)<sup>1)</sup>.

Для основной сѣти треугольниковъ государственной триангуляціи, сѣти „перваго порядка“, стороны треугольниковъ берутся, какъ можно длиннѣе, до 100 километровъ и даже больше. Для того, чтобы при вычисленіи сторонъ треугольниковъ ошибки наблюденій не накопились въ слишкомъ большой мѣрѣ, въ различныхъ мѣстахъ сѣти дѣлается нѣсколько измѣреній базисовъ. Въ Пруссіи въ общемъ было измѣрено 8 базисовъ длиною отъ 1,8 до 7 километровъ (возлѣ Кенигсберга въ Пруссіи, Берлина, Геттингена, Бонна); благодаря этому ошибка длинъ сторонъ треугольниковъ не превышаетъ 1/100000.

Въ прусскую сѣть треугольниковъ „перваго порядка“ затѣмъ включается сѣть „второго порядка“ со сторонами отъ 10 до 20 километровъ и, наконецъ, сѣть „третьяго порядка“ со сторонами отъ 3 до 10 километровъ. Сигналами служатъ пирамиды, о которыхъ я упомянулъ въ началѣ моихъ лекцій, и шпицы церквей. Тѣ пункты, на которыхъ не приводились собственно угловыя измѣренія, но которые были только „примкнуты“, называются пунктами

<sup>1)</sup> въ Россіи Военно-Топографическій Отдѣлъ Главнаго Штаба.



„четвертаго порядка“; ими бываютъ фабричныя трубы, отдѣльно стоящіе дома и тому подобныя предметы. Государственная съемка вводитъ также пункты „пятаго порядка“, которые предназначаются исключительно для удобства примыканія топографическихъ работъ. Въ среднемъ, на каждыя  $5\frac{1}{2}$  квадратныхъ километровъ приходится одинъ тригонометрическій пунктъ отъ 1 до 4 порядка.

Обработка съѣти треугольниковъ составляетъ задачу высшей геодезіи; здѣсь недостаточно принимать землю за шаръ, а приходится нерѣдко принимать во вниманіе даже отклоненія ея отъ эллипсоида. Я уже упоминалъ, что Гауссу принадлежитъ огромная заслуга выработки способа вычисленія, особенно способъ выравниванія ошибокъ и что онъ самъ производилъ въ Ганноверѣ обширныя съемки. Съ этимъ онъ связалъ глубокія изслѣдованія о геометріи кривыхъ поверхностей; и при промѣркѣ наибольшаго изъ своихъ треугольниковъ (Hoher Hagen возлѣ Геттингена, Брокенъ и Инзельсбергъ) онъ тщательно опредѣлялъ, дѣйствительно ли сумму его угловъ можно принять, согласно евклидовой геометріи, равной двумъ прямымъ. Такъ онъ всегда связывалъ даже самыя простыя работы съ экскурсіями на самыя большія высоты наукъ.

Для практическаго использованія триангуляцій, для всѣхъ ея пунктовъ *вычисляются координаты и притомъ не только географическія, долгота и широта, но также и сферически-прямоугольныя*. Въ послѣднемъ случаѣ—это ввелъ *Зольднеръ* въ началѣ 19 вѣка въ южно-германскихъ съемкахъ—опредѣляютъ положенія не углами, а длинами, теперь, слѣдовательно, и метрами. Осью абсцисъ служатъ меридіанъ, а ординаты отсчитываются на большихъ кругахъ (точнѣе геодезическихъ линіяхъ) перпендикулярно къ первому. Большая выгода этихъ координатъ заключается въ томъ, что при не очень большихъ разстояніяхъ ихъ можно разсматривать, какъ плоскія прямоугольныя координаты. Вы можете сами составить себѣ представленіе о ихъ ошибкахъ при помощи совершенно простыхъ вычисленій. Для одной такой системы Пруссія была бы слишкомъ велика и потому было выбрано 40 начальныхъ пунктовъ, такъ что на каждую изъ этихъ 40 координатныхъ системъ приходится круглымъ числомъ 9000 квадратныхъ километровъ.—Если, напр., межевой чиновникъ связываетъ свои съемки съ тригонометрическими пунктами государственной съемки, то, пользуясь соответственной системой координатъ, онъ можетъ самымъ удобнымъ образомъ использовать результаты государственной съемки и въ то же время включить собственныя съемки въ общую систему.

Линіи *государственной нивелировки*, которыя проходятъ, многократно пересѣкаясь, по главнымъ дорогамъ страны, имѣютъ въ Пруссіи въ общемъ длину свыше 16000 километровъ. Для опредѣленія высотъ служатъ 10000 (приблизительно) болтовъ частью въ камняхъ у дорогъ, частью въ стѣнахъ зданій и т. п.

*Топографическая съемка* страны въ Пруссіи производится, какъ я уже говорилъ, при помощи мензулы. Всего должно быть изго-



товлено около 5000 листовъ, большая часть которыхъ уже готова. Предъ началомъ работы въ полѣ на нихъ заносятся тригонометрическіе пункты и всѣ особенности, какія указываются межевыми, лѣсническими и другими заслуживающими довѣрія картами. Высоты даются, какъ я также уже сообщалъ, изогипсами; въ ихъ основѣ лежатъ измѣренія при помощи кипрегеля и барометра.

Сопоставленіе мензульных съемокъ даетъ „*Карту Германіи въ масштабѣ 1: 100000*“, которая предназначена непосредственно для военныхъ нуждъ и вамъ, конечно, извѣстна. Высоты представлены на ней отчасти числами, отчасти штрихами (гашюрами) по системѣ Лемана-Мюфлинга. Вся Германія будетъ представлена приблизительно на 700 листахъ, которые будутъ готовы лѣтъ черезъ 10.

Всѣ эти съемки почти цѣликомъ составляютъ завоеваніе 19-го вѣка. Прусскій Генеральный Штабъ началъ свою работу тотчасъ послѣ освободительныхъ войнъ въ 1816 году. Генеральная комисія была основана въ 1811 году.

Не менѣе важными, чѣмъ эти государственныя съемки, являются съемки для *научныхъ цѣлей*. Въ этомъ отношеніи, культурныя государства соединились въ „*Международное измѣреніе земли*“. „*Центральное Бюро*“ ея „*Постоянной Комиссіи*“ находится въ *Потсдамскомъ Геодезическомъ Институтѣ* (директоръ *Гельмертъ*).—Нерѣдко также научныя работы возлагаются на военные штабы. Въ Пруссіи этого нѣтъ, здѣсь мы имѣемъ только что упомянутый самостоятельный институтъ; конечно, государственными съемками здѣсь пользуются широко.

Изъ очень разнообразныхъ работъ по измѣренію земли, для насъ интереснѣе всего *триангуляція*, которая, въ соединеніи съ астрономическими опредѣленіями географическихъ координатъ, даютъ возможность опредѣлять форму земли. Объ этомъ вамъ, конечно, извѣстно много, особенно о градусныхъ измѣреніяхъ по долготѣ и широтѣ. Я могъ бы еще прибавить только, что *здесь дѣло идетъ не только объ опредѣленіи размѣровъ и сжатія земли, но также о болѣе тонкихъ изслѣдованіяхъ формы геоида, именно о тѣхъ неправильностяхъ, которыя производятся неравномѣрнымъ распредѣленіемъ массъ въ горахъ и долинахъ, на сушѣ и на морѣ и которыя выражаются въ „уклоненіяхъ отвѣса“*. Всѣ эти изслѣдованія о сжатіи земли и о аномаліяхъ силы тяжести, ведущія въглубь физики земли, въ послѣднее время находятъ превосходную поддержку въ прямыхъ измѣреніяхъ напряженія тяжести посредствомъ маятника.

При измѣреніи земли предпринимаются также самыя обширныя *Нивелировки*. Съ ихъ помощью сравнили, напр., уровни Сѣвернаго и Средиземнаго морей, причемъ оказалось, что разность ихъ высотъ не превосходитъ во всякомъ случаѣ одного-двухъ дециметровъ и лежитъ въ предѣлахъ нынѣшнихъ ошибокъ



## Построение правильного семнадцатиугольника.

(По статьѣ „Sulle costruzioni dell'ettadecagono regolare“ di *Ermengildo Daniele* a Torino, изъ сборника „*Questioni riguardanti la Geometria elementare*“... raccolte e coordinate da *Federigo Enriques*, Bologna 1900).

(Продолженіе \*).

7. Система (А) показываетъ, что дѣленіе окружности на 17 равныхъ частей выполнимо при помощи циркуля и линейки. Въ то же время, она непосредственно даетъ способъ построения. Этотъ способъ, практиковавшійся уже со временъ Евклида, существенно основывается на построении корня квадратнаго изъ суммы или разности квадратовъ при помощи прямоугольнаго треугольника и на другихъ элементарныхъ построенияхъ. Именно такимъ образомъ было изложено дѣленіе окружности на 17 равныхъ частей у *Serret*, въ его „*Algèbre supérieure*“, v. II. Мы приведемъ это построение въ нѣсколько усовершенствованной редакціи, принадлежащей *Bachmann*'у <sup>1)</sup>. Единственнымъ отступленіемъ отъ духа древнихъ является здѣсь употребленіе отрицательныхъ отрѣзковъ.

8. Совершенно на другомъ принципѣ основано построение *Staudt*'а, напечатанное имъ въ 1842 г. въ „*Журналѣ Крелла*“ т. 24. Методъ, которымъ пользуется *Staudt*, принадлежитъ *Poncelet* и *Steiner*'у и состоитъ въ непосредственномъ построении корней квадратнаго уравненія по коэффициентамъ его; слѣдовательно, *Staudt*'у нѣтъ надобности вычислять отдѣльные періоды  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{2,1,2}$ , какъ это неизбежно въ построении *Serret*; ему достаточно воспользоваться системой уравненій I—IV. Одной изъ особенностей этого въ высшей степени изящнаго построения является то обстоятельство, что всѣ операціи (кроме отложенія на данной прямой отрѣзка данной длины) производятся одной линейкой, если въ плоскости чертежа данъ неподвижный кругъ.

9. Наконецъ, наша задача допускаетъ еще разрѣшеніе при помощи одного циркуля, такъ называемымъ методомъ *Mascheroni*. Такое построение дано *Gérard*'омъ въ *Math. Annalen* т. 48 (1897). Оно оправдываетъ мысль *F. Klein*'а, выраженную имъ въ „*Ausgewählte Fragen der Elementargeometrie*“: „Eine Construction des 17—Ecks nach Mascheroni, nur mit Zirkel, ist noch nicht versucht, obgleicht sie jedenfalls möglich ist“.

10. Построение *Serret*, усовершенствованное *Bachmann*'омъ.

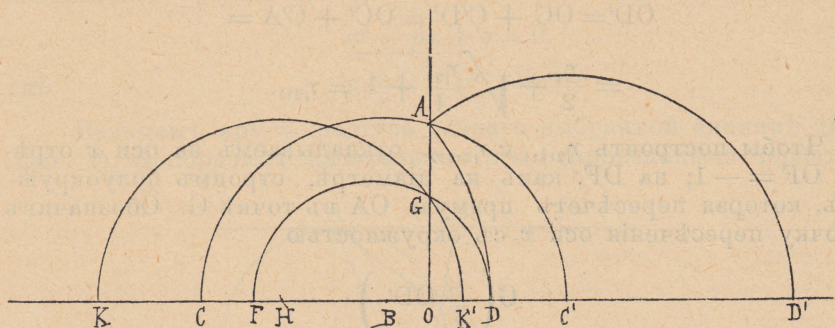
На неопредѣленной прямой  $x$  (фиг. 1) примемъ за начало точку  $O$ , отъ которой условимся откладывать положительные отрѣзки

<sup>1)</sup> *Bachmann*. Die Lehre von der Kreisteilung.

\*) См. № 430 „Вѣстника“.



вправо и отрицательные—влѣво. Изъ точки О возставимъ къ оси  $x$  перпендикуляръ, на которомъ отложимъ отрѣзокъ  $OA=1$  (принимая за единицу радіусъ окружности, которую желаемъ дѣлать).



Фиг. 1.

Отложивъ затѣмъ на прямой  $x$  отрѣзокъ

$$OB = -\frac{1}{4},$$

опишемъ окружность  $B(BA)^2$ , которая пересѣчетъ ось  $x$  въ двухъ точкахъ  $C$  и  $C'$ . Изъ прямоугольнаго  $\triangle$ -ка  $BAO$  находимъ:

$$BA = BC = BC' = \sqrt{\frac{1}{16} + 1} = \frac{\sqrt{17}}{4},$$

откуда, принимая во вниманіе знаки отрѣзковъ,

$$OC = OB + BC = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} = \frac{\eta_1}{2},$$

$$OC' = OB + BC' = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} = \frac{\eta_2}{2}.$$

Опишемъ теперь окружность  $C(CA)$ , и пусть она пересѣчетъ ось  $x$  съ положительной стороны въ точкѣ  $D$ . Имѣемъ

$$OD = OC + CD = OC + AC = OC + \sqrt{OC^2 + OA^2} =$$

$$= \frac{\eta_1}{2} + \sqrt{\frac{\eta_1^2}{4} + 1},$$

откуда, (см. (A))

$$OD = \eta_{1,1}.$$

<sup>2)</sup> Слѣдую весьма удобному обозначенію, принятому, между прочимъ, и въ книгѣ *Enriques'a*, мы будемъ обозначать символомъ

$$O(R)$$

окружность, описанную изъ точки  $O$  радіусомъ равнымъ  $R$ ,



Аналогично строится  $\eta_{2,1}$ . Описываемъ окружность  $C'(C'A)$ , которая пересѣчетъ ось  $x$  съ положительной стороны въ точкѣ  $D'$ , такъ что

$$\begin{aligned} OD' &= OC + C'D' = OC' + C'A = \\ &= \frac{\eta_2}{2} + \sqrt{\frac{\eta_2^2}{4} + 1} = \eta_{2,1}. \end{aligned}$$

Чтобы построить  $\eta_{2,1,1}$  и  $\eta_{2,1,2}$ , откладываемъ на оси  $x$  отрѣзокъ  $OF = -1$ ; на  $DF$ , какъ на діаметръ, строимъ полуокружность, которая пересѣчетъ прямую  $OA$  въ точкѣ  $G$ . Обозначивъ ту точку пересѣченія оси  $x$  съ окружностью

$$G\left(\frac{1}{2} OD'\right),$$

которая лежитъ влѣво отъ  $O$ , черезъ  $H$  <sup>3)</sup>, а точки встрѣчи оси  $x$  съ окружностью

$$H(HG)$$

черезъ  $K$  и  $K'$ , имѣемъ:

$$-OK + OK' = KK' = 2HG = OD' = \eta_{2,1}$$

$$-OK \cdot OK' = \overline{OG}^2 = -OF \cdot OD = OD = \eta_{1,1},$$

откуда слѣдуетъ что  $-OK$  и  $OK'$  суть корни уравненія (IV). Оба эти корни положительны, а такъ какъ  $-OK > OK'$ , то

$$-OK = \eta_{2,1,1} = 2\cos \frac{2\pi}{17}, \quad OK' = \eta_{2,1,2} = 2\cos \frac{8\pi}{17}.$$

Каждое изъ этихъ равенствъ даетъ способъ построения 17-угольника. 1) Для отрѣзковъ  $OK$  пополамъ, получимъ  $\cos \frac{2\pi}{17}$ ;

хорда дуги равной  $\arccos \frac{2\pi}{17}$  представить сторону правильного 17-угольника. 2) Пользуясь вторымъ равенствомъ, замѣтимъ, что

$$OK' = 2\cos \frac{8\pi}{17} = 2\sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{8\pi}{17} \right) = 2\sin \frac{\pi}{34}$$

есть сторона правильного 34-угольника; сторону правильного 17-угольника получимъ, соединяя двѣ крайнія изъ трехъ послѣдовательныхъ вершинъ 34-угольника.

<sup>3)</sup> Для того, чтобы убѣдиться въ существованіи точки пересѣченія оси  $x$  съ окружностью,  $G\left(\frac{1}{2} OD'\right)$ , замѣтимъ, что

$$OG = \sqrt{-OF \cdot OD} = \sqrt{OD} = \sqrt{\eta_{1,1}} = \sqrt{\eta_{2,1,1} \eta_{2,1,2}} < \frac{\eta_{2,1,1} + \eta_{2,1,2}}{2} = \frac{1}{2} \eta_{2,1} = \frac{1}{2} OD',$$



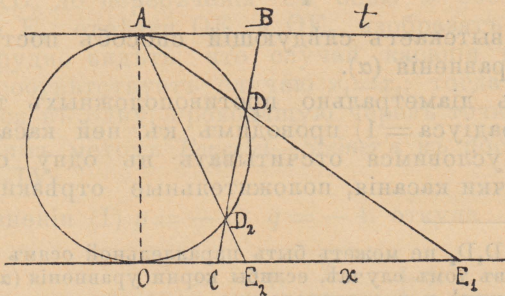
11. Построение *Staudt*'а основано, какъ мы уже сказали, на принадлежащемъ *Poncelet* и *Steiner*'у методу построения корней квадратнаго уравненія, заданнаго въ общемъ видѣ

$$x^2 - px + q = 0, \quad (\alpha)$$

гдѣ

$$p \neq 0 \text{ и } p^2 > 4a.$$

Возьмемъ кругъ радиуса равнаго выбранной единицѣ длины (фиг. 2). Вообразимъ касательныя  $x$  и  $t$ , проведенныя черезъ двѣ



Фиг. 2.

діаметрально противоположныя точки  $O$  и  $A$  окружности. Примемъ прямую  $x$  за ось абсциссъ, а прямую  $OA$  за ось ординатъ. Такъ какъ, по предположенію, корни  $x_1$  и  $x_2$  уравненія  $(\alpha)$  суть вещественныя числа, то они изобразятся на оси  $x$  двумя точками  $E_1$  и  $E_2$ . (См. примѣчаніе 5 на слѣд. страницѣ). Уравненія прямыхъ  $AE_1$  и  $AE_2$  будутъ

$$\frac{x}{x_1} + \frac{y}{2} = 1 \text{ и } \frac{x}{x_2} + \frac{y}{2} = 1$$

или

$$2x + x_1(y - 2) = 0 \text{ и } 2x + x_2(y - 2) = 0.$$

Перемножая эти уравненія, получимъ уравненіе системы двухъ прямыхъ

$$4x^2 + 2(x_1 + x_2)(y - 2)x + x_1x_2(y - 2)^2 = 0$$

или (см.  $(\alpha)$ )

$$4x^2 + 2px(y - 2) + q(y - 2)^2 = 0.$$

Вычитая отсюда уравненіе круга

$$x^2 + y(y - 2) = 0,$$

умноженное на 4, найдемъ

$$2px(y - 2) + q(y - 2)^2 - 4y(y - 2) = 0. \quad (\beta)$$

Это есть уравненіе коническаго сѣченія, проходящаго черезъ точки  $D_1$  и  $D_2$  пересѣченія окружности съ прямыми  $AE_1$  и  $AE_2$ . Не трудно видѣть, что уравненіе  $(\beta)$  изображаетъ систему двухъ прямыхъ:

$$1) y - 2 = 0$$



и

$$2) \quad 2px + q(y-2) - 4y = 0.$$

Первая изъ этихъ прямыхъ есть ось  $t$ , слѣдовательно вторая проходитъ черезъ точки  $D_1$  и  $D_2$ . Чтобы опредѣлить абсциссы точекъ  $B$  и  $C$  пересѣченія <sup>4)</sup> прямой  $D_1D_2$  съ осями  $t$  и  $x$ , положимъ въ уравненіи этой прямой сначала  $y=2$ , затѣмъ  $y=0$ . Получимъ

$$AB = \frac{4}{p}, \quad OC = \frac{q}{p}. \quad 5)$$

Отсюда вытекаетъ слѣдующій способъ построенія корней квадратнаго уравненія  $(\alpha)$ .

Въ двухъ діаметрально противоположныхъ точкахъ  $O$  и  $A$  окружности (радіуса = 1) проводимъ къ ней касательныя  $x$  и  $t$ , на которыхъ условимся отсчитывать въ одну сторону, напр. вправо отъ точки касанія, положительные отрѣзки, въ противо-

<sup>4)</sup> Прямая  $D_1D_2$  не можетъ быть параллельной осямъ  $x$  и  $t$ . Это могло бы быть только въ томъ случаѣ, еслибы корни уравненія  $(\alpha)$  были равны по абсолютной величинѣ и противоположны по знаку, что невозможно, такъ какъ мы предположили  $p \neq 0$ .

<sup>5)</sup> Читателямъ не знакомымъ съ аналитической геометрией предлагаемъ элементарное изложеніе того же вывода.

Пусть отрѣзки  $OE_1$  и  $OE_2$  (фиг. 2) изображаютъ соответственно корни  $x_1$  и  $x_2$  уравненія  $(\alpha)$ . Обозначая точки пересѣченія прямыхъ  $AE_1$  и  $AE_2$  съ окружностью соответственно черезъ  $D_1$  и  $D_2$ , а точки пересѣченія (см. предыд. выноски) прямой  $D_1D_2$  съ осями  $x$  и  $t$  черезъ  $C$  и  $B$ , постараемся вычислить отрѣзки  $OC$  и  $AB$ .—По теоремѣ Птолемея

$$E_1D_1 \cdot AD_2 \cdot E_2C = D_1A \cdot D_2E_2 \cdot CE_1,$$

откуда

$$E_2C = \frac{D_1A}{E_1D_1} \cdot \frac{D_2E_2}{AD_2} \cdot CE_1 \quad (O)$$

Замѣчая, что  $\angle OD_1A = \angle OD_2A = d$ , какъ углы опирающіеся на діаметръ, имѣемъ

$$\frac{D_1A}{E_1D_1} = \frac{AO^2}{OE_1^2} \quad \text{и} \quad \frac{D_2E_2}{AD_2} = \frac{OE_2^2}{AO^2},$$

откуда (см. (O))

$$CE_2 = \frac{AO^2}{OE_1^2} \cdot \frac{OE_2^2}{AO^2} \cdot CE_1 = \frac{OE_2^2}{OE_1^2} \cdot CE_1.$$

Обозначая искомый отрѣзокъ  $OC$  черезъ  $z$ , и замѣчая, что

$$OE_1 = x_1, \quad OE_2 = x_2, \quad CE_2 = x_2 - z \quad \text{и} \quad CE_1 = x_1 - z,$$

перепишемъ последнее уравненіе въ такомъ видѣ

$$x_2 - z = \frac{x_2^2}{x_1^2} (x_1 - z),$$

откуда

$$z = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} = \frac{q}{p}.$$



положную — отрицательные. Откладываемъ на одной изъ прямыхъ  $x$  и  $t$ , напр. на  $x$ , отръзокъ  $OC = \frac{q}{p}$ , а на другой ( $t$ ) отръзокъ

$AB = \frac{4}{p}$  (выражения  $\frac{q}{p}$  и  $\frac{4}{p}$  имѣютъ тутъ опредѣленный смыслъ, такъ какъ мы предположили  $p \neq 0$ ). Согласно предыдущему анализу, прямая  $AB$  непременно пересѣчетъ окружность, если только значенія  $x_1$  и  $x_2$  вещественны <sup>6)</sup>. Обозначая черезъ  $D_1$  и  $D_2$  точки пересѣченія прямой  $BC$  съ окружностью, проведемъ прямыя  $AD_1$  и  $AD_2$  до пересѣченія съ осью  $x$  соответственно въ точкахъ  $E_1$  и  $E_2$ ; отръзки  $OE_1$  и  $OE_2$  изобразятъ корни уравненія  $(\alpha)$ . (Нетрудно видѣть, что случай касанія прямой  $BC$  къ окружности соответствуетъ случаю  $x_1 = x_2$ ; тогда прямыя  $AE_1$  и  $AE_2$  сливаются въ одну, проходящую черезъ точку касанія).

Примѣнимъ методъ *Poncelet—Steiner*'а къ построенію корней уравненій I—IV.

Въ уравненіи (I)  $p = -1$ ,  $q = -4$ , откуда

$$\frac{4}{p} = -4, \quad \frac{q}{p} = +4.$$

Чтобы вычислить  $AB$ , замѣтимъ, что

$$\frac{AB}{E_1C} = \frac{AD_1}{D_1E_1} = \frac{OA^2}{OE_1^2}$$

или

$$\frac{AB}{x_1 - z} = \frac{4}{x_1^2},$$

$$\frac{AB}{x_1 - \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}} = \frac{4}{x_1^2},$$

откуда

$$AB = \frac{4}{x_1 + x_2} = \frac{4}{p}.$$

<sup>6)</sup> Это слѣдуетъ еще и изъ другихъ соображеній: необходимое и достаточное условіе для того, чтобы прямая  $BC$  встрѣтила окружность, выражается, какъ это нетрудно показать, неравенствомъ

$$AB \cdot OC \leq 1.$$

Въ разсматриваемомъ нами случаѣ

$$AB = \frac{4}{p}, \quad OC = \frac{q}{p},$$

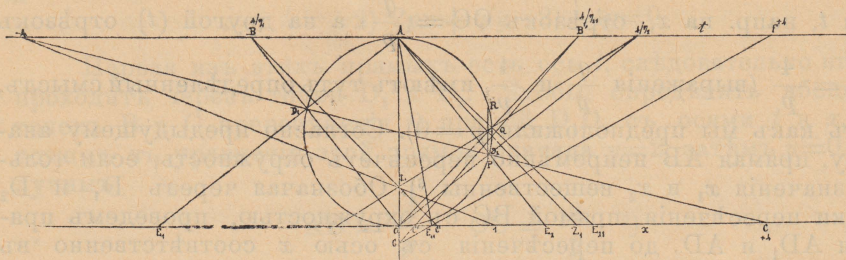
слѣдовательно должно быть

$$\frac{4q}{p^2} \leq 1,$$

а это есть необходимое и достаточное условіе вещественности корней  $x_1$  и  $x_2$ .



Отложимъ при помощи циркуля на оси  $x$  (фиг. 3) от-



Фиг. 3.

рѣзокъ  $OC = +4$ , т. е. двойному діаметру. Прямая, соединяющая точку  $C$  съ центромъ и встрѣчающая окружность въ точкахъ  $D_1$  и  $D_2$ , пересѣчетъ ось  $t$  въ точкѣ, абсцисса которой  $= -4$ . Обозначая черезъ  $E_1$  и  $E_2$  точки пересѣченія прямыхъ  $AD_1$  и  $AD_2$  съ осью  $x$ , имѣемъ:

$$OE_1 = r_1, \quad OE_2 = r_2.$$

Обращаясь къ уравненію (II), постараемся построить на осяхъ  $t$  и  $x$  точки, абсциссы которыхъ соответственно равны

$$\frac{4}{r_1} \quad \text{и} \quad -\frac{1}{r_1}.$$

Первую изъ этихъ точекъ получимъ, проведя прямую  $OD_1$  до пересѣченія съ осью  $t$  въ точкѣ  $B$ . Дѣйствительно, изъ подобія  $\triangle$ -ковъ  $AOE_1$  и  $AOB$  (стороны взаимно перпендикулярны, такъ какъ  $\angle AD_1O$ , опирающійся на діаметръ, равенъ  $d$ ), заключаемъ:

$$AB:AO = AO:OE_1,$$

$$AB = \frac{AO^2}{OE_1} = \frac{4}{r_1}.$$

Теперь нетрудно построить отрѣзокъ равный  $\left(-\frac{1}{r_1}\right)$ : соединяемъ точку  $(-4)$ , <sup>7)</sup> лежащую на оси  $t$  съ точкой  $(+1)$  лежащей на оси  $x$ , прямою, которая пересѣчетъ діаметръ  $AO$  въ точкѣ  $L$ . Очевидно, діаметръ раздѣлится въ этой точкѣ въ отношеніи 4:1, т. е.

$$AL:LO = 4:1.$$

Если теперь проведемъ прямую  $BL$  до пересѣченія съ осью  $x$  въ точкѣ  $C'$ , то

$$AB:OC' = AL:LO = 4:1,$$

<sup>7)</sup> Здѣсь, какъ и въ дальнѣйшемъ, будемъ сокращенно писать: „точка  $(a)$ “, вмѣсто словъ: „точка, абсцисса которой равна  $a$ “.



откуда

$$OC' = \frac{AB}{4}.$$

Принимая во вниманіе, что отрѣзки  $OC'$  и  $AB$  противоположны по направленію и что  $AB = \frac{4}{\eta_1}$ , можемъ написать:

$$OC' = -\frac{1}{\eta_1}.$$

Чтобы построить корни уравненія (II), остается соединить точку  $A$  съ каждой изъ двухъ точекъ, въ которыхъ прямая  $BC'$  встрѣчаетъ окружность, и полученные двѣ прямыя продолжить до пересѣченія съ осью  $x$ . Мы ограничимся только построениемъ одного изъ этихъ пересѣченій, именно  $E_{1,1}$  которое опредѣлитъ *положительный* отрѣзокъ  $OE_{1,1} = \eta_{1,1} (> 0)$ .

Совершенно аналогичнымъ образомъ строится корень  $\eta_{2,1}$ , уравненія (III); только вмѣсто точки  $D_1$  беремъ теперь точку  $D_2$ . Пересѣченіе прямой  $OD_2$  съ осью  $t$  опредѣлитъ на ней точку  $\left(\frac{4}{\eta_2}\right)$ . Чтобы провести прямую  $K$ , соединяющую точку  $\left(\frac{4}{\eta_2}\right)$  оси  $t$  съ точкой  $\left(-\frac{1}{\eta_2}\right)$  оси  $x$ , замѣтимъ, что эта прямая должна пройти черезъ точку  $L$ , уже ранѣе нами построенную. Корни уравненія (III), такимъ образомъ, получатся, если точку  $A$  соединить съ каждой изъ двухъ точекъ встрѣчи прямою  $K$  окружности, и полученные двѣ прямыя продолжить до пересѣченія съ осью  $x$ . Какъ и въ предыдущемъ случаѣ, мы ограничимся построениемъ точки  $E_{2,1}$ , выбранной въ томъ расчетѣ, чтобы отрѣзокъ  $OE_{2,1} = \eta_{2,1}$  былъ положительнымъ.

Переходимъ, наконецъ, къ уравненію (IV), въ которомъ

$$p = \eta_{2,1} \quad q = \eta_{1,1}.$$

Построимъ сначала на оси  $t$  отрѣзокъ равный  $\frac{4}{\eta_{2,1}}$ . Это достигается тѣмъ же приемомъ, какимъ мы раньше по отрѣзку  $AE_1 = \eta_1$  строили отрѣзокъ  $AB = \frac{4}{\eta_1}$ . Проведа прямую  $AE_{2,1}$ , назовемъ черезъ  $M$  (на чертежѣ буква не отмѣчена) вторую точку пересѣченія этой прямой съ окружностью. Проектируя точку  $M$  на ось  $t$  изъ точки  $O$ , получимъ точку  $V'$ , для которой

$$AV' = \frac{4}{\eta_{2,1}}.$$

Построимъ теперь на оси  $x$  точку  $\left(\frac{\eta_{1,1}}{\eta_{2,1}}\right)$ . Пусть  $F$  будетъ точка  $(+4)$  на оси  $t$ , и  $G$  точка пересѣченія прямой  $FE_{1,1}$  съ



прямой АО. Точка С'', въ которой прямая GB' пересѣчетъ ось  $x$ , опредѣлитъ отрѣзокъ  $OC'' = \frac{\eta_{1,1}}{\eta_{2,1}}$ . Дѣйствительно, изъ пропорцій

$$AF:AB' = OE_{11}:OC''$$

заключаемъ:

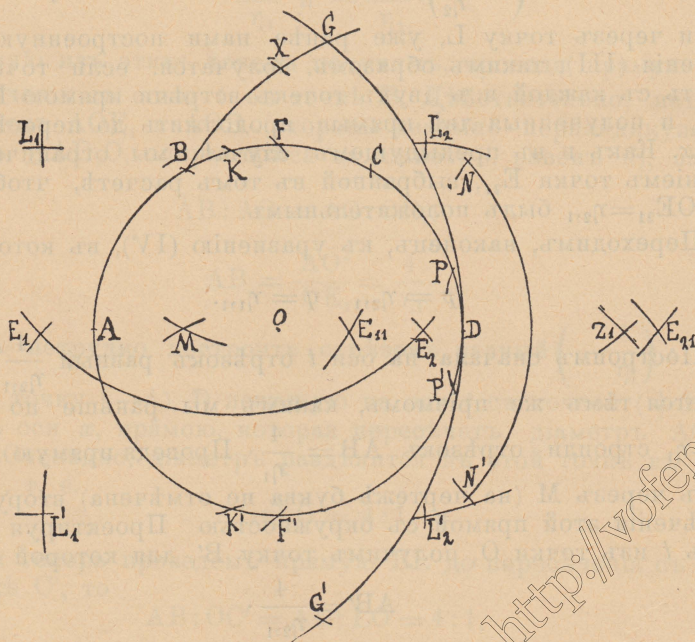
$$4:\frac{4}{\eta_{2,1}} = \eta_{1,1}:OC'',$$

$$OC'' = \frac{\eta_{1,1}}{\eta_{2,1}}.$$

Чтобы построить отрѣзки равные  $\eta_{2,1,1}$  и  $\eta_{1,1,2}$ , остается изъ точки А спроектировать на ось  $x$  точки пересѣченія прямой B'C'' съ окружностью. Изъ полученныхъ такимъ образомъ двухъ отрѣзковъ на оси  $x$  выбираемъ болѣебольшій OZ<sub>1</sub>, соответствующій корню  $\eta_{2,1,1}$  ( $> \eta_{2,1,2}$ ). Принимая во вниманіе, что

$$OZ_1 = 2\cos \frac{2\pi}{17}$$

заключаемъ, что прямая AZ<sub>1</sub> пересѣкаетъ діаметръ, параллельный оси  $x$  въ точкѣ, абсцисса которой равна  $\cos \frac{2\pi}{17}$ . Проведа



Фиг. 4.

черезъ эту точку прямую перпендикулярную къ направленію оси  $x$  и обозначая точки пересѣченія ея съ окружностью черезъ R и



P, а середину дуги PR через Q, получимъ въ точкахъ P, Q и R три послѣдовательныя вершины 17-угольника. <sup>8)</sup>

12. *Построение Gérard'a*. Полагая въ равенствахъ (A)

$$\eta_1 = 2\xi_1, \quad \eta_2 = 2\xi_2,$$

имѣемъ:

$$\xi_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}, \quad \xi_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$$

$$\eta_{1,1} = \xi_1 + \sqrt{\xi_1^2 + 1}, \quad \eta_{2,1} = \xi_2 + \sqrt{\xi_2^2 + 1}$$

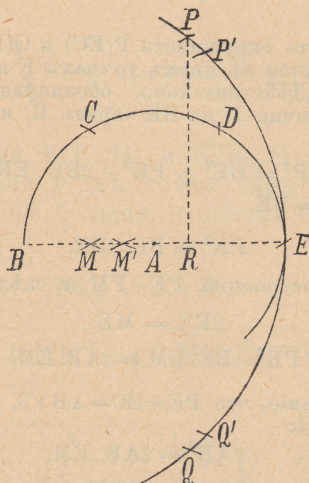
$$\eta_{2,1,1} = \frac{\eta_{2,1} + \sqrt{\eta_{2,1}^2 - 4\eta_{1,1}}}{4}.$$

Пусть будетъ O (фиг. 4) центръ окружности, которую желаемъ дѣлить. Наносимъ на ней точки A, B, C и D, представляющія собою четыре послѣдовательныя вершины правильного вписаннаго въ окружность шестиугольника. При помощи этихъ точекъ можно, какъ извѣстно, построить, пользуясь однимъ циркулемъ, середину M отрезка AO, заданнаго двумя точками A и O <sup>9)</sup>. Пересѣченіе окружностей A(AC) и D(AC) опредѣлитъ

<sup>8)</sup> Въ т. VI Math. Annalen (1873) *Аффольтеръ* показываетъ, что построение *Staudt'a* можетъ быть распространено на всѣ правильные многоугольники, строяемые при помощи циркуля и линейки. См. напр. построение правильного пятиугольника въ указанной выше статьѣ Г. Вебера (Вѣстн. № 417)

<sup>9)</sup> Это построение выполняется слѣдующимъ образомъ.

Пусть AB (фиг. 5) отрезокъ (заданный своими конечными точками), который желаемъ дѣлить. Изъ точки A, какъ изъ центра, опишемъ полуокружность BCDE, гдѣ B, C, D и E суть послѣдовательныя вершины пра-



Фиг. 5.

вильнаго шестиугольника, вписаннаго въ окружность A(AB). Описавъ окружность B(BE), сдѣлаемъ на ней двѣ засѣчки P и Q радіусомъ равнымъ



точку  $X'$  для которой

$$OX = \sqrt{AX^2 - AO^2} = \sqrt{3R^2 - R^2} = R\sqrt{2}.$$

Если теперь опишем окружность  $A(OX)$ , то она пересечетъ окр.  $O$  въ двухъ точкахъ  $F$  и  $F'$ , которыя вмѣстѣ съ точками  $A$  и  $D$ , изобразятъ вершины вписаннаго въ окружность  $O$  квадрата. Принявъ прямыя  $OD$  и  $OF$  за оси координатъ, постараемся построить на оси  $x$  точки  $(\xi_1)$ ,  $(\xi_2)$ ,  $(\eta_{1,1})$ ,  $(\eta_{2,1})$ ,  $(\eta_{2,1,1})$ .—Точки  $K$  и  $K'$  пересѣченія окружностей  $O$  и  $M(1)$  будутъ имѣть общую абсциссу  $= -\frac{1}{4}$ , а ординатами

$$\pm \sqrt{1 - \frac{1}{16}}.$$

Тогда абсциссы точекъ  $E_1$  и  $E_2$  пересѣченія окружностей  $K(OX)$  и  $K'(OX)$  будутъ имѣть соответственно абсциссами

$$1) -\frac{1}{4} - \sqrt{2 - \left(1 - \frac{1}{16}\right)} = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} = \xi_1$$

$$2) \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} = \xi_2.$$

Пересѣченіе окружности  $E_1(1)$  съ каждою изъ окружностей  $F(OE_1 = \xi_1)$  и  $F'(\xi_1)$  опредѣлитъ двѣ точки  $L_1$  и  $L'_1$ , имѣющія общую абсциссу  $\xi_1$ , а ординатами  $\pm 1$  (такъ какъ  $OFL_1E_1$  и

ЕС. Если теперь построить окружности  $P(EC)$  и  $Q(EC)$ , то изъ точки  $E$ , какъ изъ центра, онѣ пересѣкутся въ двухъ точкахъ  $E$  и  $M$ , послѣднія раздѣлитъ отрезокъ  $AB$  пополамъ. Дѣйствительно, обозначая основаніе перпендикуляра, опущеннаго изъ точки  $P$  на  $BE$  черезъ  $R$ , имѣемъ изъ равнобедреннаго  $\triangle$ -ка  $BPE$ :

$$\overline{BP}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{PE}^2 - 2BE \cdot ER,$$

откуда, замѣчая, что  $BP = BE$ ,

$$\overline{PE}^2 = BE \cdot 2ER.$$

А такъ какъ, по построенію,  $PE = PM$  и, слѣдовательно,

$$2ER = ME,$$

то

$$\overline{PE}^2 = BE \cdot EM = 2AB \cdot EM.$$

Принимая во вниманіе, что  $PE = EC = AB/\sqrt{3}$ , перепишемъ послѣднее равенство въ такомъ видѣ:

$$3AB^2 = 2AB \cdot EM,$$

откуда

$$3AB = 2EM,$$

$$AB = 2(EM - AB) = 2(EM - AE) = 2AM,$$

что и требовалось доказать.



$OF'L'E_1$  суть прямоугольники). Т.перь не трудно построить корни  $\eta_{1,1}$  и  $\eta_{2,1}$ . Для этого замѣтимъ, что

$$E_1X = \sqrt{E_1O^2 + OX^2} = \sqrt{\xi_1^2 + 2},$$

а потому окружности  $L_1(E_1X)$  и  $L'_1(E_1X)$  пересѣкутся на оси  $x$  въ двухъ точкахъ, для одной изъ которыхъ, именно для точки  $E_{11}$ , имѣющей положительную абсциссу, находимъ:

$$\begin{aligned} OE_{11} &= OE_1 + E_1E_{11} = \\ &= OE_1 + \sqrt{L_1E_{11}^2 - L_1E_1^2} = \xi_1 + \sqrt{(\xi_1^2 + 2) - 1} = \\ &= \xi_1 + \sqrt{\xi_1^2 + 1} = \eta_{1,1}. \end{aligned}$$

Совершенно аналогичнымъ образомъ строимъ точки  $L_2$  и  $L'_2$ , какъ пересѣченія окружности  $E_2(1)$  съ окружностями  $F(\xi_2)$  и  $F'(\xi_2)$ ; общая абсцисса этихъ двухъ точекъ будетъ  $\xi_2$ , а ординаты соответственно равны  $+1$  и  $-1$ . Тогда окружности  $L_2(E_2X)$  и  $L'_2(E_2X)$  дадутъ въ одномъ изъ пересѣченій точку  $E_{21}$ , имѣющую положительную абсциссу  $\eta_{2,1}$ .

Наконецъ, переходимъ къ построению  $\eta_{2,1,1}$ . Строимъ точки  $N$  и  $N'$  пересѣченія окружностей  $O(AE_{11})$  и  $E_{21}(AE_{11})$ , имѣющія общую абсциссу  $\frac{1}{2}\eta_{2,1}$ , а ординатами

$$\begin{aligned} \pm \sqrt{ON^2 - \frac{1}{4}\eta_{2,1}^2} &= \pm \sqrt{AE_{11}^2 - \frac{1}{4}\eta_{2,1}^2} = 1 \\ \pm \sqrt{(\eta_{1,1} + 1)^2 - \frac{1}{4}\eta_{2,1}^2} & \end{aligned}$$

Тогда окружности  $N(E_{11}B)$  и  $N'(E_{11}B)$  опредѣляютъ съ положительной стороны оси  $x$  двѣ точки, изъ которыхъ выбираемъ ту  $Z_1$ , абсцисса которой больше; отрезокъ  $OZ_1$  и выразить длину  $\eta_{2,1,1}$ . Дѣйствительно

$$\begin{aligned} NZ_1 &= E_{11}B = \\ &= \sqrt{ME_{11}^2 + MB^2} = \sqrt{ME_{11}^2 + OB^2 - OM^2} = \\ &= \sqrt{\left(\eta_{1,1} + \frac{1}{2}\right)^2 + 1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\eta_{1,1}^2 + \eta_{1,1} + 1}, \end{aligned}$$



откуда

$$\begin{aligned} OZ_1 &= \frac{1}{2} \eta_{2,1} + \sqrt{NZ_1^2 - \left(\frac{NN'}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \eta_{2,1} + \\ &+ \sqrt{\eta_{1,1}^2 + \eta_{1,1} + 1 - (\eta_{1,1} + 1)^2} + \frac{1}{4} \eta_{2,1}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \eta_{2,1} + \sqrt{\frac{1}{4} \eta_{2,1}^2 - \eta_{1,1}} = \eta_{2,1,1} = 2 \cos \frac{2\pi}{17}. \end{aligned}$$

Точки Р и Р' пересѣченія окружности  $Z_1(1)$  съ окр. О, общая абсцисса которыхъ равна  $\cos \frac{2\pi}{17}$ , взятая вмѣстѣ съ точкой D, представляютъ собой три послѣдовательныя вершины 17-угольника.

## ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ канторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникъ“ и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 829 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x^n - y^{n-1}z = a^n,$$

$$y^n - z^{n-1}x = ab^{n-1},$$

$$z^n - x^{n-1}y = b^n$$

въ каждомъ изъ трехъ слѣдующихъ случаевъ:  $n=4$ ,  $n=5$ ,  $n=6$ .

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 830 (4 сер.). Доказать, что радикальный центръ трехъ окружностей, имѣющихъ діаметрами стороны дополнительнаго \*) треугольника, совпадаетъ съ центромъ окружности, описанной около даннаго треугольника.

Н. Астрономовъ (Ревель).

\*) Треугольникъ называется дополнительнымъ по отношенію къ данному, если его вершины лежатъ въ серединахъ сторонъ даннаго треугольника.



№ 831 (4 сер.). Доказать, что разность

$$N^{2N-1} - 1$$

делится на  $4N-1$ , если  $4N-1$  число простое.

А. Брюхановъ (Иркутскъ).

№ 832 (4 сер.). Решить и построить прямоугольный треугольникъ по радиусу  $r$  круга вписаннаго и по высотѣ  $h$ , опущенной на гипотенузу.

А. Паренаго (Сосновицы).

№ 833 (4 сер.). Доказать, что  $\operatorname{tg} \frac{A}{2}$ ,  $\operatorname{tg} \frac{B}{2}$ ,  $\operatorname{tg} \frac{C}{2}$  суть корни уравненія

$$px^3 - (4R + r)x^2 + px - r = 0,$$

гдѣ  $A$ ,  $B$ ,  $C$ —углы,  $2p$ —периметръ,  $R$  и  $r$ —радиусы круговъ описаннаго и вписаннаго для треугольника  $ABC$

(Заимств.) Д. Е.

№ 834 (4 сер.). Съ вершины судна мачты, плывущаго прямолинейно со скоростью 21,6 километровъ въ часъ, наблюдатель бросаетъ горизонтально и прямо противоположно движенію судна поплавокъ, съ мгновенной скоростью 6 метровъ въ секунду. Разстояніе отъ вершины мачты до поверхности моря равно 20 метрамъ. Найти время, черезъ которое звукъ всплеска поплавка достигнетъ до наблюдателя.

Л. Ямпольскій (Одесса).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 692 (4 сер.). Решить уравненіе

$$\sqrt{1-x^2} = (a - \sqrt{x})^2.$$

Полагая  $\sqrt{x} = y$  (1),  $a - \sqrt{x} = z$  (2), приводимъ данное уравненіе къ виду  $\sqrt{1-y^4} = z^2$ , откуда  $1-y^4 = z^4$ ,

$$y^4 + z^4 = 1 \quad (3).$$

Сложивши уравненія (1) и (2), получимъ

$$y + z = a \quad (4).$$

Возвышая уравненіе (4) въ четвертую степень, находимъ

$$y^4 + 4y^3z + 6y^2z^2 + 4yz^3 + z^4 = a^4, \text{ или}$$

$$(y^4 + z^4) + 4yz(y^2 + z^2) + 6y^2z^2 = a^4 \quad (5).$$

Возвышая въ квадратъ уравненіе (4), имѣемъ  $y^2 + z^2 + 2yz = a^2$ , откуда



$y^2 + z^2 = a^2 - 2yz$  (6). Принимая во вниманіе равенства (3), (4), (5), можно записать уравненіе (5) въ видѣ

$$1 + 4yz(a^2 - 2yz) + 6y^2z^2 = a^4, \text{ или } 1 + 4a^2yz - 8y^2z^2 + 6y^2z^2 = a^4,$$

$$2(yz)^2 - 4a^2.yz + a^4 - 1 = 0,$$

откуда

$$yz = \frac{2a^2 \pm \sqrt{4a^4 - 2(a^4 - 1)}}{2} = \frac{2a^2 \pm \sqrt{2(a^4 + 1)}}{2} \quad (7).$$

Изъ равенствъ (4) и (7) видно, что  $y$  и  $z$  могутъ быть корнями каждаго изъ двухъ квадратныхъ уравненій

$$t^2 - at + \frac{2a^2 \pm \sqrt{2(a^4 + 1)}}{2} = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} y = t &= \frac{a \pm \sqrt{a^2 - \frac{4(2a^2 \pm \sqrt{2(a^4 + 1)}}{2})}}{2} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4a^2 \mp 2\sqrt{2(a^4 + 1)}}}{2} = \\ &= \frac{a \pm \sqrt{-3a^2 \mp 2\sqrt{2(a^4 + 1)}}}{2} \quad (8). \end{aligned}$$

Подставляя значеніе  $y$  (см. (8)) въ равенство (1), получимъ

$$\begin{aligned} x = y^2 &= \frac{(a \pm \sqrt{-3a^2 \mp 2\sqrt{2(a^4 + 1)}})^2}{4} = \\ &= \frac{a^2 + (-3a^2 \mp 2\sqrt{2(a^4 + 1)}) \pm 2a \sqrt{-3a^2 \mp 2\sqrt{2(a^4 + 1)}}}{4} = \\ &= \frac{-2a^2 \mp 2\sqrt{2(a^4 + 1)} \pm 2a \sqrt{-3a^2 \mp 2\sqrt{2(a^4 + 1)}}}{4} = \\ &= \frac{1}{2} \left[ (-a^2 \pm 2\sqrt{2(a^4 + 1)}) \pm a \sqrt{-3a^2 \mp 2\sqrt{2(a^4 + 1)}} \right] \quad (9). \end{aligned}$$

Формула (9) даетъ четыре рѣшенія, такъ какъ передъ радикаломъ  $\pm a \sqrt{-3a^2 \mp 2\sqrt{2(a^4 + 1)}}$ , а также передъ радикаломъ  $\mp 2\sqrt{2(a^4 + 1)}$  (въ обѣихъ мѣстахъ формулы одновременно) можно выбрать по произволу верхній или нижній знакъ.

Г. Лебедевъ (Полтава); Н. Добролюбовъ (Немировъ); А. Турчаниновъ (Одесса).

### Поправка.

Подъ задачей № 823 (Вѣстн. № 430) слѣдуетъ читать подпись *Е. Григорьевъ* (Казань) вмѣсто *Н. Аирономовъ* (Вологда);

Редакторъ приватъ-доцентъ В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.



ВѢСТНИКЪ  
О П Ы Т Н О Й   Ф И З И К И

— И —

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

ИЗДАВАЕМЫЙ

*В. А. Гернетомъ*

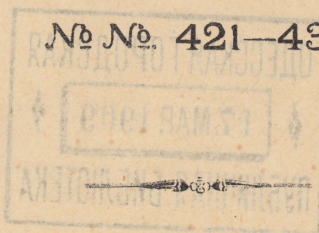
ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

*Приватъ-Доцента В. Ф. Капана.*



Тридцать шестой семестръ.

№ №. 421—432.



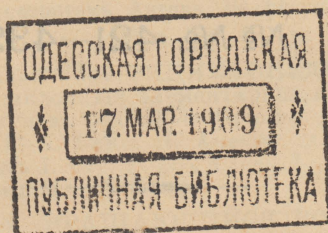
<http://vofem.ru>

ОДЕССА.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66  
1906.

474







## СОДЕРЖАНИЕ

### „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“

#### ЗА ТРИДЦАТЬ ШЕСТОЙ СЕМЕСТРЪ.

№ № 421 — 432.

Статьи, отмѣченныя звѣздочкой, имѣются въ отдѣльныхъ изданіяхъ.

### С т а т ь и.

Стр.

О чевіанахъ, пересѣкающихся въ одной точкѣ треугольника. <i>Дм. Ефремова.</i> №№ 421, 422, 423	1, 33, 55
Разговорный методъ въ алгебрѣ. № 421.	12
Введеніе въ геодезію. <i>Проф. Э. Вихерта.</i> Лекціи для преподавателей учебныхъ заведеній. №№ 422, 425—426, 428, 430, 431—432	25, 97, 161, 210, 243
Солнечный двуугольникъ. <i>Н. Адамовича.</i> № 422	43
Форма и спектръ атомовъ. <i>Проф. Ф. Лиллемана.</i> №№ 423, 424	49, 73
Батареи высокаго напряженія для электростатическихъ измѣреній. <i>Н. Малова.</i> № 423	65
Изъ исторіи алгебры. <i>Проф. Г. Вебера.</i> Изъ сочиненія „Энциклопедія Элементарной Алгебры“. № 424	80
Замѣтка о неопредѣленныхъ уравненіяхъ. <i>Е. Григорьева.</i> № 424	89
Элементарное ученіе объ электрическомъ потенциалѣ. <i>Ц. Шенслева.</i> №№ 425—426, 427, 428.	110, 137, 172
Зависимость между соответственными радіусами кривизны двухъ взаимно-полярныхъ относительно окружности кривыхъ и общее выраженіе радіуса кривизны кривыхъ второго порядка. <i>С. Гирмана.</i> №№ 425—426	121



	Стр.
О скорости Рентгеновских лучей. <i>Г. Иванова.</i> №№ 425—426	125
Модель абберации света. <i>К. И.</i> №№ 425—426	128
Теория приближенных дробей. <i>В. Н. Шмквича.</i> №№ 427, 429	149, 198
Новейшие успехи беспроволочной телеграфии. <i>Д. Х.</i> № 427	155
О наблюдениях полных солнечных затмений. Доклад г-р А. Лабомь-Плювинеля, Вице-президента Французского Астрономического Общества, читанный на годовичном общем собрании 4-го апреля 1906 года. <i>Переводъ Ю. А. Говсвева.</i> №№ 429, 430	185, 218
Строение внутренности земли. <i>Ω.</i> № 429	194
Построение правильного семнадцатиугольника. (По статье „Sulle costruzioni dell'ettadecagono regolare“ di <i>Ermengildo Daniele</i> a Torino, изъ сборника „Questioni riguardanti la Geometria elementare“... raccolte e coordinate da <i>Federigo Enriques</i> , Bologna 1900). №№ 430, 431—432	225, 250
О современном состоянии периодической системы элементов. <i>Ельчанинова.</i> №№ 431—432	233

### НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Радиоактивность света. № 421	15
Высота атмосферы. № 421	16
О природе осмотического давления. № 421	17
Фигура солнца. №№ 425—426	130
Кончина Н. А. Меншуткина. № 430	229



## РЕЦЕНЗИИ.

- Л. Д. Волковский. Собрание арифметических упражнений для гимназий и реальных училищ. Курсъ 3-го класса. Дополнительный курсъ къ арифметическому задачнику А. И. Гольдбергъ. И. Александровъ. № 421 18
- G. Parelher Начала анализа бесконечно-малыхъ въ элементарномъ изложеніи. Перев. съ франц. подъ ред. проф. А. П. Котельникова съ „Историческимъ очеркомъ анализа бесконечно-малыхъ“ проф. А. В. Васильева. Е. Григорьевъ. № 423 67
- Проф. С. П. Глазенапъ. Таблицы логарифмовъ съ пятью десятичными знаками, съ приложеніемъ другихъ таблицъ, упрощающихъ вычисления. *Приватъ-доцентъ* А. А. Ивановъ. № 428 181

## МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

- Выводъ формулы синуса кратной дуги посредствомъ непрерывныхъ дробей. D. № 421 19



## ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Четвертой сери.

№ № 777—782 . . .	въ № 421 стр.	21
„ 783—788 . . .	„ „ 422 „	45
„ 789—792 . . .	„ „ 423 „	69
„ 793—798 . . .	„ „ 424 „	94
„ 799—804 . . .	„ „ 425-6 „	131
„ 805—810 . . .	„ „ 427 „	157

№ № 811—816 . . .	въ № 428 стр.	181
„ 817—822 . . .	„ „ 429 „	205
„ 823—828 . . .	„ „ 430 „	229
„ 829—834 въ № № 431—432		261

## РЪШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

Четвертой сери.

№ 624 . . .	въ № 423 стр.	69
„ 629 . . .	„ „ 423 „	70
„ 640 . . .	„ „ 425-6 „	132
„ 659 . . .	„ „ 421 „	22
„ 660 . . .	„ „ 421 „	22
„ 661 . . .	„ „ 422 „	46
„ 662 . . .	„ „ 421 „	23
„ 663 . . .	„ „ 421 „	24
„ 664 . . .	„ „ 425-6 „	133
„ 665 . . .	„ „ 423 „	71
„ 666 . . .	„ „ 423 „	72

№ 667 . . .	въ № 424 стр.	94
„ 668 . . .	„ „ 424 „	95
„ 669 . . .	„ „ 424 „	95
„ 670 . . .	„ „ 424 „	96
„ 671 . . .	„ „ 425-6 „	135
„ 672 . . .	„ „ 425-6 „	135
„ 673 . . .	„ „ 425-6 „	135
„ 674 . . .	„ „ 422 „	48
„ 675 . . .	„ „ 425-6 „	136
„ 676 . . .	„ „ 427 „	158
„ 678 . . .	„ „ 427 „	159



## VII

№ 679 . . . . .	въ № 427 стр.	160
„ 680 . . . . .	„ „ 430 „	230
„ 681 . . . . .	„ „ 429 „	206
„ 682 . . . . .	„ „ 430 „	231
„ 685 . . . . .	„ „ 428 „	182
„ 686 . . . . .	„ „ 428 „	183

№ 687 . . . . .	въ № 428 стр.	183
„ 691 . . . . .	„ „ 430 „	231
„ 692 . . . . .	„ „ 431-2	263
„ 698 . . . . .	„ „ 430 „	232
„ 704 . . . . .	„ „ 429 „	207
„ 705 . . . . .	„ „ 428 „	184

### ПОПРАВКИ.

Въ № 423 . . . . .	стр.	72
„ „ 430 . . . . .	„	232
„ „ 431—432 . . . . .	„	264



187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828	829	830	831	832	833	834	835	836	837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900	901	902	903	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925	926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950	951	952	953	954	955	956	957	958	959	960	961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972	973	974	975	976	977	978	979	980	981	982	983	984	985	986	987	988	989	990	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008	1009	1010	1011	1012	1013	1014	1015	1016	1017	1018	1019	1020	1021	1022	1023	1024	1025	1026	1027	1028	1029	1030	1031	1032	1033	1034	1035	1036	1037	1038	1039	1040	1041	1042	1043	1044	1045	1046	1047	1048	1049	1050	1051	1052	1053	1054	1055	1056	1057	1058	1059	1060	1061	1062	1063	1064	1065	1066	1067	1068	1069	1070	1071	1072	1073	1074	1075	1076	1077	1078	1079	1080	1081	1082	1083	1084	1085	1086	1087	1088	1089	1090	1091	1092	1093	1094	1095	1096	1097	1098	1099	1100	1101	1102	1103	1104	1105	1106	1107	1108	1109	1110	1111	1112	1113	1114	1115	1116	1117	1118	1119	1120	1121	1122	1123	1124	1125	1126	1127	1128	1129	1130	1131	1132	1133	1134	1135	1136	1137	1138	1139	1140	1141	1142	1143	1144	1145	1146	1147	1148	1149	1150	1151	1152	1153	1154	1155	1156	1157	1158	1159	1160	1161	1162	1163	1164	1165	1166	1167	1168	1169	1170	1171	1172	1173	1174	1175	1176	1177	1178	1179	1180	1181	1182	1183	1184	1185	1186	1187	1188	1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1196	1197	1198	1199	1200	1201	1202	1203	1204	1205	1206	1207	1208	1209	1210	1211	1212	1213	1214	1215	1216	1217	1218	1219	1220	1221	1222	1223	1224	1225	1226	1227	1228	1229	1230	1231	1232	1233	1234	1235	1236	1237	1238	1239	1240	1241	1242	1243	1244	1245	1246	1247	1248	1249	1250	1251	1252	1253	1254	1255	1256	1257	1258	1259	1260	1261	1262	1263	1264	1265	1266	1267	1268	1269	1270	1271	1272	1273	1274	1275	1276	1277	1278	1279	1280	1281	1282	1283	1284	1285	1286	1287	1288	1289	1290	1291	1292	1293	1294	1295	1296	1297	1298	1299	1300	1301	1302	1303	1304	1305	1306	1307	1308	1309	1310	1311	1312	1313	1314	1315	1316	1317	1318	1319	1320	1321	1322	1323	1324	1325	1326	1327	1328	1329	1330	1331	1332	1333	1334	1335	1336	1337	1338	1339	1340	1341	1342	1343	1344	1345	1346	1347	1348	1349	1350	1351	1352	1353	1354	1355	1356	1357	1358	1359	1360	1361	1362	1363	1364	1365	1366	1367	1368	1369	1370	1371	1372	1373	1374	1375	1376	1377	1378	1379	1380	1381	1382	1383	1384	1385	1386	1387	1388	1389	1390	1391	1392	1393	1394	1395	1396	1397	1398	1399	1400	1401	1402	1403	1404	1405	1406	1407	1408	1409	1410	1411	1412	1413	1414	1415	1416	1417	1418	1419	1420	1421	1422	1423	1424	1425	1426	1427	1428	1429	1430	1431	1432	1433	1434	1435	1436	1437	1438	1439	1440	1441	1442	1443	1444	1445	1446	1447	1448	1449	1450	1451	1452	1453	1454	1455	1456	1457	1458	1459	1460	1461	1462	1463	1464	1465	1466	1467	1468	1469	1470	1471	1472	1473	1474	1475	1476	1477	1478	1479	1480	1481	1482	1483	1484	1485	1486	1487	1488	1489	1490	1491	1492	1493	1494	1495	1496	1497	1498	1499	1500	1501	1502	1503	1504	1505	1506	1507	1508	1509	1510	1511	1512	1513	1514	1515	1516	1517	1518	1519	1520	1521	1522	1523	1524	1525	1526	1527	1528	1529	1530	1531	1532	1533	1534	1535	1536	1537	1538	1539	1540	1541	1542	1543	1544	1545	1546	1547	1548	1549	1550	1551	1552	1553	1554	1555	1556	1557	1558	1559	1560	1561	1562	1563	1564	1565	1566	1567	1568	1569	1570	1571	1572	1573	1574	1575	1576	1577	1578	1579	1580	1581	1582	1583	1584	1585	1586	1587	1588	1589	1590	1591	1592	1593	1594	1595	1596	1597	1598	1599	1600	1601	1602	1603	1604	1605	1606	1607	1608	1609	1610	1611	1612	1613	1614	1615	1616	1617	1618	1619	1620	1621	1622	1623	1624	1625	1626	1627	1628	1629	1630	1631	1632	1633	1634	1635	1636	1637	1638	1639	1640	1641	1642	1643	1644	16
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	----



## ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1907 г.

на ежемѣсячный научно-популярный и педагогическій журналъ

# „ЕСТЕСТВОЗНАНІЕ и ГЕОГРАФІА“.

Выходить ежемѣсячно, за исключеніемъ двухъ лѣтнихъ мѣсяцевъ (іюня—іюля), книжками въ 5—6 печатныхъ листовъ.

Журналъ ОДОБРЕНЪ Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія для фундаментальныхъ библиотекъ всѣхъ среднихъ учебныхъ заведеній и для учительскихъ библиотекъ учительскихъ институтовъ и семинарій и городскихъ училищъ; Ученымъ Комитетомъ Министерства Земледѣлія и Государственныхъ имуществъ ОДОБРЕНЪ за всѣ годы существованія и доущенъ на будущее время въ библиотеки подвѣдомственныхъ Министерству учебныхъ заведеній.

Журналъ ставитъ себѣ задачей удовлетворять научному интересу читателей въ области естествознанія и географіи, а также способствовать правильной постановкѣ и разработкѣ вопросовъ по преподаванію естествознанія и географіи. Въ журналѣ имѣются отдѣлы: 1) научно-популярныя статьи по всѣмъ отраслямъ естествознанія и географіи, статьи по вопросамъ преподаванія естествознанія теоретическаго и прикладнаго (садоводство, пчеловодство и т. под.) и географіи; 2) акваріумъ и терраріумъ; 3) библиографія (обзоръ русской и иностранной литературы по естествознанію и географіи); 4) хроника; 5) смѣсь; 6) вопросы и отвѣты по предметамъ программы.

Очень желательно установленіе живой связи между лицами стоящими у дѣла преподаванія, и журналъ ставитъ себѣ цѣлью содѣйствовать этому. Редакція проситъ лицъ, заведующихъ учебными заведеніями, земскія управы и училищные совѣты высылать въ редакцію отчеты по училищному дѣлу.

Въ журналѣ были помѣщены статьи: И. Я. Акинфіева, А. П. Артари, проф. П. И. Бакштейна, Л. И. Бородавкова, проф. А. Ф. Брандта, В. В. Богданова, П. Вольфогорскаго, Н. Н. Вакуловскаго, проф. С. П. Глазенапа, М. И. Голенкина, проф. А. С. Догеля, М. И. Демкова, Л. Н. Елагина, Е. В. Жадовскаго, В. М. Житкова, Р. Заленскаго, проф. Н. Ю. Зографа, Н. Ф. Золотницкаго, проф. Н. Ф. Кащенко, проф. Н. И. Кузнецова, проф. И. А. Каблукова, проф. Н. М. Кулагина, проф. Г. А. Кожевникова, проф. А. Н. Краснова, М. Ф. Менделѣева, С. П. Меча, Г. А. Едсона, А. М. Никольскаго, К. Д. Носилова, проф. А. П. Павлова, А. Н. Рожде-вскаго, проф. В. В. Сапожникова, К. А. Сатунина, К. К. Сентъ-Илера, М. М. Сизова, В. И. Таліева, проф. К. А. Тимирязева, проф. А. А. Тихомирова, П. Р. Фрейберга, проф. Н. А. Холодовскаго, проф. В. М. Шимкевича, П. Ю. Шмидта, Э. В. Эриксона и нѣкоторыхъ друг.

**ПОДПИСНАЯ ЦѢНА:** на годъ съ доставкою и пересылкою 4 р. 50 коп., безъ доставки 4 руб.; на полгода съ пересылкою и доставкою 2 р. 50 коп.; за границу 7 руб. За ту же цѣну можно получить журналъ за 1903, 1904, 1905 гг.; за остальные годы (1896—1902), по 3 р. 50 к. за каждый годъ съ перес. Выписывающіе всю серію за 10 лѣтъ платятъ 35 р. съ перес. Книжки журнала въ отдѣльной продажѣ стоятъ 75 коп. каждая.

Книжные магазины, доставляющіе подписку, могутъ удерживать за комиссію и пересылку денегъ только 20 коп. съ cadaго годоваго полнаго экземпляра.

Подписка въ разсрочку отъ книжныхъ магазиновъ не принимается.

При непосредственномъ обращеніи въ контору допускается разсрочка: для городскихъ и иногороднихъ подписчиковъ съ доставкою—при подпискѣ 2 руб. 50 коп. и къ 1 іюня 2 руб.

Для городскихъ подписчиковъ въ Москвѣ безъ доставки допускается разсрочка по 1 руб. въ мѣсяцъ съ платежомъ—въ началѣ января, въ началѣ марта, въ началѣ мая, и, наконецъ, въ началѣ августа.

Другихъ условій разсрочки не допускается.

КОНТОРА РЕДАКЦІИ: Москва, Донская ул., д. Даниловой, кв. № 4.

Редакторъ-издатель М. П. Варавва



XX г. изд.

XX г. изд.

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

И

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Выходить 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый, подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

Предыдущіе семестры были рекомендованы: Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн., гор. род. уч., учит. инст. и семинарій; Главнымъ Управл. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; №№ 1 — 48 одобрены Уч. Ком. при Св. Синодѣ для дух. семин. и училищъ.

**ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:** Оригин. и переводн. статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященные вопросамъ преподаванія математики и физики. Научн. хроника. Разн. извѣстія. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія задачъ съ фамил. рѣшившихъ. Упражн. для учениковъ. Библиограф. отдѣлг: обзоръ иностран. журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются въ такой мѣрѣ популярно, въ какой это возможно безъ ущерба для научн. стороны дѣла. Статьи, посвящ. педагог. вопросамъ, имѣютъ цѣлью обменъ мнѣній преподавателей по различн. вопросамъ преподаванія элементарной мат. и физики. Въ отдѣлѣ „Научн. хроника“ помѣщ. рефераты о важнѣйшихъ научн. работахъ, отчеты о съѣздахъ, конгрессахъ и т. п. Въ отдѣлѣ „Разныя извѣстія“ помѣщаются свѣдѣнія о текущихъ событіяхъ въ жизни различн. учен. и учебн. заведеній. Задачи дѣляются на двѣ категоріи: болѣе легкія, доступн. хорошему ученику, и болѣе трудныя, требующія болѣе подготовкн. Отъ времени до времени предлагаются задачи и темы на премію.

### УСЛОВІЯ ПОДПИСКИ:

Подписная цѣна въ пересылкѣ за годъ 6 руб., за полгода 3 руб. Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся при непосредственныхъ сношеніяхъ съ конторой редакціи платятъ за годъ 4 руб., за полугодіе 2 руб. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Отдѣльные номера текущего семестра по 30 коп., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. Семестры XVI и XXIII распроданы.

Пробный номеръ высылается безплатно по первому требованію.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“. Городской адресъ: Елисаветинскій, 4.

Редакторъ приватъ-доцентъ В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.