

№ 430.

# БУСТИКИ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— 6 —

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

*В. А. Гернетович*

подъ редакціей

*Приват-Доцента В. Д. Кацана.*

---

XXXVI-го Семестра № 10-й.

---

ОДЕССА

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельского, д. № 66.  
1906.

# МАТНЕСИС

Издательство научныхъ и популярно-научныхъ сочиненій изъ области физико-математическихъ наукъ.

1. Г. АБРАГАМЪ, проф. СВОРНИКЪ ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ ОПЫТОВЪ ПО ФИЗИКѢ, составленный при участіи многихъ профессоровъ и преподавателей физики. Переводъ съ французского подъ редакціей Приватъ-доцента Б. П. Вайнберга. Часть I: Работы въ мастерской. Различные рецепты—Геометрия. Механика—Гидростатика. Гидродинамика. Капиллярность Теплота—Числовыя таблицы. Ученымъ комитетомъ допущено въ ученическія библиотеки среднихъ учебныхъ заведеній, учительскихъ семинарій и городскихъ, по Положенію 31 мая 1872 г., училищъ, а равно и въ бесплатныя народныя читальни и библиотеки.

XVI+272 стр. Со многими (свыше 300) рисунками. Цѣна 1 р. 50 к.

2. Г. АБРАГАМЪ, проф. СВОРНИКЪ ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ ОПЫТОВЪ ПО ФИЗИКѢ. Переводъ съ французского подъ редакціей Приватъ-доцента Б. П. Вайнберга. Часть II: Звукъ—Свѣтъ—Электричество—Магнитизмъ.

LXXV+434 стр. Со многими (свыше 400) рисунками. Цѣна 2 р. 75 к.

3. С. АРРЕНУСЬ, проф. ФИЗИКА НЕБА. Разрѣшенный авторомъ и дополненный по его указаніямъ, переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента А. Р. Орбінскаго. Содержаніе: Неподвижныя звѣзды—Солнечная система—Солнце—Планеты, ихъ спутники и кометы—Космогонія.

VIII+250 стр. Съ 66 черными и 2 цветными рисунками въ текстѣ и 1 черной и 1 цветной отдѣльными таблицами. Цѣна 2 руб.

Ученымъ Комитетомъ М. Н. П. допущено въ ученическія, старшаго возраста, библиотеки среднихъ учебныхъ заведеній, а равно и въ бесплатныя народныя библиотеки и читальни.

4. УСПѢХИ ФИЗИКИ, сборникъ статей о важнѣйшихъ открытияхъ послѣднихъ лѣтъ въ общедоступномъ изложеніи. Подъ редакціей „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“. Содержаніе: Винеръ, Расширеніе нашихъ чувствъ—Пильчиковъ, Радій и его лучи—Лебернъ, Радій и радиоактивность—Рихарцъ, Электрическія волны—Слаби, Телеграфированіе безъ проводовъ—Шмидтъ. Задача объ элементарномъ веществѣ (основанія теоріи электроновъ).

IV+157 стр. Съ 41 рисункомъ и 2 таблицами. Цѣна 75 коп.

5. АУЭРБАХЪ, проф. ЦАРИЦА МІРА И ЕЯ ТѢНЬ. Общедоступное изложеніе оснований учения объ энергіи и энтропіи. Пер. съ нѣмецкаго. Съ предисловіемъ Ш. Э. Гильома, Вице-Директора Международнаго Бюро Мѣръ и Вѣсовъ.

VIII+56 стр. Цѣна 50 к.

6. С. НЬЮКОМЪ, проф. АСТРОНОМІЯ ДЛЯ ВСѢХЪ. Переводъ съ англійска го. Съ предисловіемъ Приватъ-доцента А. Р. Орбінскаго

XXIV+285 стр. Съ портретомъ Автора, 64 рисунками въ текстѣ и 1 таблицей.

Цѣна 1 р. 50 к.

7. Г. ВЕБЕРЪ и И. ВЕЛЬШТЕЙНЪ. ЭНЦИКЛОПЕДІЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ. Томъ I. Энциклопедія элементарной алгебры, обраб. проф. Веберомъ. Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента В. Ф. Кагана. Книга I. Основанія ариѳметики, гл. I—X. Книга II. Алгебра, гл. XI—XIX. Книга III. Анализъ, гл. XX—XXVI. Выпускъ I. Стр. 1—256. Главы I—XII. Цѣна 1 р. 50 к.

Выпускъ II печатается.

8. Дж. ПЕРРИ, проф. ВРАЩАЮЩІЙСЯ ВОЛЧОКЪ. Публичная лекція съ 63 рисунками. Переводъ съ англійскаго. VII+96 стр. Цѣна 60 к.

9. Р. ДЕДЕКИНДЪ, проф. НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА. переводъ Приватъ-доцента С. Шатуновскаго съ приложеніемъ его статьи: Доказательство существования трансцендентныхъ чиселъ. 40 стр. Цѣна 40 к.

10. К. ШЕЙДЪ, проф. ПРОСТЫЕ ХИМИЧЕСКИЕ ОПЫТЫ для юношества. Переводъ съ нѣмецкаго, подъ редакціей Лаборанта Новороссійскаго Университета Е. С. Ельчанинова. Цѣна 1 р. 20 к.

СЪ ТРЕБОВАНІЯМИ ОБРАЩАТЬСЯ.

Одесса, Типографія М. Шпенцера, ул. Новосельскаго 66.

# ВѢСТИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

**№ 430.**

**Содержание:** Введеніе въ геодезію. (Продолженіе) *Проф. Вихерта*. — О наблюденіи полныхъ солнечныхъ затмений. Докладъ гр. А. Лабомъ-Плювинеля, вице-президента Французскаго Астрономическаго Общества, читанный на годичномъ общемъ собраніи 4-го апрѣля 1906 года. *Переводъ Ю. А. Говснєва*. — Построеніе правильнаго семнадцатигольника. — Научная хроника: Кончина Н. А. Меншуткина. — Задачи для учащихся №№ 823—828 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 680, 682, 691, 698. — Поправки. — Объявленія.

20-го Января 1907 г.

скончался въ С.-Петербургѣ

**Дмитрій Иванович**

**МЕНДЕЛѢЕВЪ**

*http://vofem.ru*

# Введение въ геодезию.

Професора Э. Вихерта.

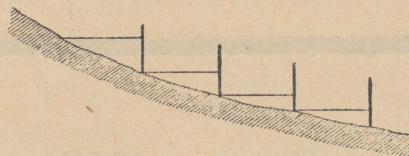
Лекціи для преподавателей среднихъ учебныхъ заведеній.

(Продолжение \*).

## § 10. Нивелирование.

Совершенно такъ же, какъ при измѣрениі длинъ, и при измѣрениі высотъ можно пользоваться методомъ уступовъ; здѣсь его называютъ „нивелированіемъ“. Тогда какъ раньше (фиг. 6) мы принимали во вниманіе только перемѣщеніе въ горизонтальномъ направленіи, теперь нужно принимать во вниманіе только перемѣщеніе по вертикальному направленію.

Можно пользоваться, казалось бы, уложенными, какъ раньше, горизонтально рейками и опредѣлять разность высотъ при переходѣ отъ одной къ другой, соседней, при помощи прокладыванія масштаба (фиг. 37). Въ такой формѣ этотъ пріемъ употребляется только при болѣе грубыхъ работахъ, такъ какъ обыкновенно нельзя



Фиг. 37.

добиться съ достаточной точностью горизонтальной установки реекъ. Но мы можемъ приспособиться къ условіямъ задачи самымъ удачнымъ образомъ, замѣнивъ рейки линіями визированія.

Для полученія горизонтальныхъ визирныхъ линій существуютъ три способа: водяной уровень, нивелиръ съ діоптромъ и нивелиръ съ зрителной трубой.

Водяной уровень (10—20 марокъ) обыкновенно состоить изъ горизонтальной металлической трубки, загнутые кверху концы которой оканчиваются стеклянными трубками. При употребленіи трубку наполняютъ водой и со стороны смотрятъ на оба мениска, которые по закону сообщающихся сосудовъ должны лежать на одной высотѣ. Въ приборѣ передъ Вами разстояніе концовъ составляетъ 1 метръ, а діаметръ трубокъ 3 сантиметра.

Нивелиръ съ діоптромъ состоить изъ глазного прорѣза и предметного волоска, съ какими вы познакомились при описаніи экскеровъ и алидады съ діоптромъ. Только здѣсь прорѣзъ и волос-

\* См. № 428 „Вѣстника“.

сокъ направлены горизонтально, и разстояніе, въ виду требуемой большої точности, дѣлается возможно больше, въ 20—40 сантиметровъ.—*Нивеллиръ со зрителльной трубой* имѣеть для опредѣленія визирной линіи перекрестная нити.—Тогда какъ въ водяномъ уровнѣ горизонтальная визирная линія дается непосредственno, въ нивеллирѣ съ діоптромъ или со зрителльной трубой ее нужно сперва опредѣлить. Для этого служить отвѣсъ или чаще уровень, устанавливаемый параллельно визирной линіи. Въ такомъ случаѣ, въ виду его назначенія, уровню даются название „*нивеллирнаю уровень*“; отъ такого уровня большою частью требуется особенная чувствительность.

Приспособленіе для визирования — будеть ли это водяной уровень, или діоптръ, или зрителльная труба — устанавливается на деревянномъ штативѣ и на удобной для наблюденія высотѣ такъ, чтобы его можно было вращать по произволу безъ замѣтныхъ измѣненій высоты. При этомъ „*визирная линія*“ описывается „*визирную плоскость*“.

Для того, чтобы опредѣлить разность высотъ двухъ точекъ *A* и *B*, устанавливаются на нихъ поочередно раздѣленную „*нивеллирную рейку*“ вертикально, направляютъ на нее приборъ для визирования и отсчитываютъ. Если мы будемъ вести счетъ снизу вверхъ и обозначимъ отсчеты *[A]* и *[B]* соотвѣтственно, то напр. *[A]* будеть означать высоту визирной линіи или визирной плоскости надъ *A*. Значитъ, *[A]* — *[B]* дастъ намъ искомую разность высотъ между *A* и *B*. Если *B* находится такъ далеко отъ *A*, что нѣть возможности при одной установкѣ прибора визировать на обѣ эти точки, то между ними вводятъ промежуточныя точки. Если мы обозначимъ послѣднія по порядку чрезъ *a*, *b*, *c* и т. д., то при помощи ряда установокъ *нивеллирного прибора по способу уступовъ*, мы послѣдовательно получимъ

$$[A] - [a]_1, \quad [a]_2 - [b]_2, \dots$$

и, наконецъ, искомую разность высотъ между *A* и *B* въ формѣ:

$$[A]_1 - [a]_1 + [a]_2 - [b]_2 + [b]_3 - \dots - [B]_n;$$

при этомъ каждый промежуточный пунктъ будеть визироваться дважды: одинъ разъ по направленію „*впередъ*“ и другой разъ по направленію „*назадъ*“.

Это и даетъ въ самомъ простомъ видѣ схему общей теоріи. Будеть полезно прибавить къ этому еще *несколько замѣчаний о деталяхъ выполнения*.

Прежде всего я хочу обратить вниманіе на то, что при водяномъ уровнѣ и при нивеллирѣ съ діоптромъ было бы совершенно нецѣлесообразно дѣлать отсчетъ на рейкѣ непосредственno самому наблюдателю. Невооруженнымъ глазомъ онъ не могъ бы использовать всю силу инструмента. Чаще пользуются „*мар-*

кой" вродѣ представленной на фиг. 38, состоящей изъ квадратной дощечки со сторонами около 20 сантиметровъ, окрашенной въ видѣ 4 квадратовъ, черныхъ и бѣлыхъ попере-  
мѣнно (или красныхъ и бѣлыхъ). Эта марка укрѣплена  
на рейкѣ такъ, что ее можно передвигать. Ее передви-  
гаетъ по указанію визирующего тотъ помощникъ, ко-  
торый держитъ рейку. При маркѣ, вродѣ представлен-  
ной на рисункѣ, устанавливать надо на горизонтальную раздѣльную  
линию малыхъ квадратовъ. Отсчетъ производится послѣ того,  
также помощникомъ.—Рейка большей частью довольно длинна-  
въ нашемъ случаѣ 2 метра—и имѣеть вверху и внизу по 1  
маркѣ, изъ которыхъ можно визировать ту и другую по желанію,  
съ выгодой для работы.—Рейка съ передвижной маркой назы-  
вается "нивеллирной рейкой". Ясно, что ея примѣненіе представляетъ  
собой значительное осложненіе и замедленіе работы въ виду не-  
обходимости въ помощи сотрудника; поэтому нивеллиръ со зритель-  
ной трубой гораздо лучше другихъ приборовъ уже въ томъ отно-  
шении, что даетъ возможность дѣлать отсчеты непосредственно  
самому наблюдателю. *Несмотря на это, очень часто применяется и водянной уровень, въ виду простоты вспомогательныхъ средствъ къ нему.*

Мнѣ нужно еще остановиться на тѣхъ *особенностяхъ съемки*  
при употребленіи діоптра и зрительной трубы, которая *обусловли-  
вается применениемъ уровня*. Такъ какъ, по существу, разницы  
между діоптромъ и зрительной трубой нѣть, то нѣть нужды  
останавливаться здѣсь отдельно на діоптрахъ.

Нивеллиръ со зрительной трубой, который вы видите здѣсь  
въ различныхъ конструкціяхъ и изображенія котораго вы найдете  
въ указываемыхъ ниже книгахъ, имѣеть обыкновенно отдельный  
небольшой металлическій штативъ, посредствомъ котораго онъ  
устанавливается на высокій трехногій полевой штативъ. Устано-  
вочные винты этого металлическаго штатива могутъ въ такомъ  
случаѣ служить для приведенія визирной линіи къ горизонталь-  
ности. Для этого устанавливаютъ ось вращенія зрительной трубы  
почти вертикально—пользуясь, напр., обычнымъ образомъ, указа-  
ніями нивеллирного уровня—тогда при движеніи трубы отъ  
одного визируемаго предмета къ другому, визирная линія будетъ  
наклоняться только немного и уже, соответственно указанію нивеллирного  
уровня, ее легко будетъ устанавливать точно передъ  
каждымъ отдельнымъ отсчетомъ. Небольшое измѣненіе высоты,  
которое производится при этомъ вращеніемъ установочныхъ вин-  
товъ, не имѣеть значенія. Такъ какъ очень неудобно пользоваться  
чувствительнымъ нивеллирнымъ уровнемъ для установки  
оси вращенія, то лучшіе инструменты снабжаются для этой цѣли  
отдельнымъ, менѣе чувствительнымъ круглымъ уровнемъ. Такъ  
какъ, кроме того, неудобно пользоваться установочными винтами  
штатива для очень малыхъ измѣненій визирной линіи, то къ ин-  
струменту прикладываются отдельный винтъ съ очень мелкой на-  
рѣзкой, "поправочный винтъ", который позволяетъ слегка накло-



Фиг. 38.

нять зрительную трубу около поперечной оси. Если вы будете пользоваться въ качествѣ нивеллира маленькимъ теодолитомъ, который я уже рекомендовалъ Вамъ, то у васъ будутъ въ рукахъ всѣ эти очень исклесообразныя вспомогательныя приспособленія. Поправочнымъ винтомъ будетъ служить тотъ микрометрическій винтъ, который двигаетъ трубу въ вертикальной плоскости.

Теперь мы переходимъ къ главному предмету, къ определенію визирной линіи. Представляя схематически теорію, я принималъ что визирная линія направлена строго горизонтально. Теперь мы замѣтимъ, прежде всего, что этимъ условиемъ можно совершенно пренебречь, если инструментъ установленъ на одинаковыхъ разстояніяхъ отъ тѣхъ двухъ точекъ, высоты которыхъ сравниваются, или, говоря технически, нивелируютъ „изъ средины“. Тогда, очевидно, необходимо только, чтобы визирная линія была наклонена оба раза на равные углы, а добиться этого очень легко, устанавливая уровень совершенно одинаково въ обоихъ случаяхъ. Такимъ образомъ, съ небольшой затратой труда можно добиться всякой желаемой точности. Поэтому при нивелировкахъ высокой точности нивелируютъ всегда изъ средины.

Чѣмъ лучше вывѣрена горизонтальность визирной линіи, тѣмъ больше могутъ отличаться другъ отъ друга разстоянія визируемыхъ точекъ. Поэтому для удобства съемки весьма важно, чтобы горизонтальность была возможно точна, а когда обстоятельства не позволяютъ нивелированія изъ средины, то это безусловно необходимо. Простый способъ повѣрки горизонтальности смыкающій: опредѣляютъ разность высотъ двухъ точекъ нивелированіемъ изъ средины, затѣмъ выходятъ изъ средины и ищутъ такой установки уровня, при которой получается правильная разность высотъ. Ей и отвѣчаетъ горизонтальное положеніе визирной линіи. Если при этомъ уровень уклонился отъ средняго положенія слишкомъ сильно, то нужно его теперь не регулировать лучше.—Дѣйствую этимъ способомъ, который на практикѣ въ огромномъ большинствѣ случаевъ удовлетворителенъ, а для школы достаточенъ всегда, нужно быть увѣреннымъ, что соединеніе уровня съ трубой во время работы не измѣняется, (а это можетъ произойти, напр., отъ измѣненія температуры) и это выдвиганіе зрительной трубы не вводить никакихъ невѣрностей. Отъ влиянія этихъ ошибокъ инструмента можно избавиться, если зрительная труба сдѣлана такъ, что ее можно вращать около ея продольной оси, прибѣгая при этомъ къ помощи „оборотного уровня“, или же если зрительная труба можетъ перекладываться въ своихъ подставкахъ. Но мнѣ, конечно, нѣть необходимости входить здѣсь въ подробности, такъ какъ вы сами легко выработаете нужные пріемы и такъ какъ, кромѣ того, мы познакомились въ нивелированіи изъ средины съ другимъ пріемомъ, исключающимъ влияніе ошибокъ инструмента.

Я могу вамъ показать нѣсколько нивеллирныхъ реекъ для отсчетовъ зрительной трубы. На фиг. 39 представлено очень простое и цѣлесообразное дѣленіе. При отсчетѣ здѣсь можно опредѣливать десятыхъ доли сантиметровъ, т. е. миллиметры, или же при помощи поправочнаго винта можно наводить крестъ нитей на ближайшія сантиметровыя дѣленія, отсчитывать оба раза нивеллирный уровень и интерполировать. Этотъ способъ сложнѣе, но точнѣе, и потому находитъ примѣненіе при самыхъ точныхъ нивеллировкахъ. — Дециметровыя дѣленія позволяютъ пользоваться этой рейкой и для тахиметрическихъ работъ.

Для прочной отмѣтки высотныхъ точекъ пользуются болѣею частью желѣзными гвоздями или болтами, которые запускаются сверху или сбоку въ какой-нибудь камень, а еще лучше въ каменную стѣну болѣе крупнаго зданія. Выдающаяся головка имѣть при закрѣпляемыхъ сбоку болтахъ диаметръ до 7 сантиметровъ. На нее и устанавливается нивеллирная рейка. Соответственная высота опредѣляется въ этомъ случаѣ не срединой болта, а верхней касательной плоскостью. — Всюду на вокзалахъ вы найдете такие болты съ указаніемъ самой высоты. Ихъ много ставить на шоссе также государственная съемка; при этомъ берутъ камни длиною въ 1 метръ, которые закапываются на три четверти. Каждый такой болтъ имѣть свой номеръ, и высоту его можно найти въ соответственныхъ изданіяхъ.

Очень интересно замѣтить, какъ накапливаются ошибки наблюдений при нивеллировкахъ на большія разстоянія. Можно было бы думать на первый взглядъ, что ошибки возрастаютъ пропорціонально разстоянію; но на дѣлѣ это не такъ: ошибка растетъ медленнѣе. Причина этого лежитъ въ томъ, что ошибки наблюдений при отдельныхъ сравненіяхъ во время нивеллировки иногда меняться отсчеты въ одну сторону, иногда въ другую; вслѣдствіе этого въ разности высотъ конечныхъ пунктовъ, которую даетъ сумма результатовъ отдельныхъ сравненій, получается частичная компенсація этихъ ошибокъ наблюдений. Рѣшеніе этой задачи на основаніи теоріи вѣроятностей обнаруживается, что ошибка окончательного результата должна увеличиваться пропорціонально квадратному корню изъ длины линій нивеллирования. Такимъ образомъ при длине въ 100 километровъ ошибка будетъ не въ 100 разъ, а только въ 10 разъ больше ошибки для линіи въ 1 километръ.

Средняя ошибка на 1 километръ, „километровая ошибка“, при тщательныхъ нивеллировкахъ не превосходить нѣсколькихъ миллиметровъ.



Фиг. 39.

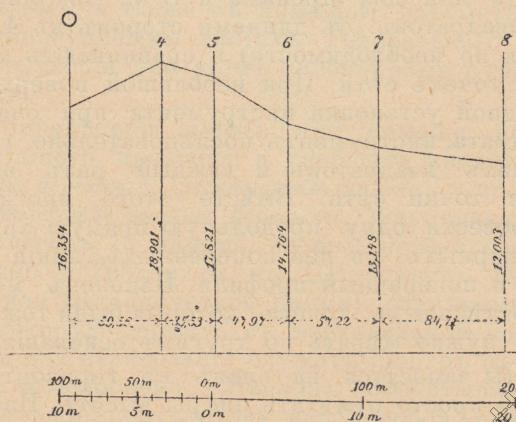
Я хочу еще замѣтить здѣсь, что и при измѣрениіи длины при помощи реекъ или мѣрной ленты накопленіе ошибокъ происходитъ такъ же, какъ и при нивеллировкахъ; но при этомъ играетъ замѣтную роль другая ошибка, которая растетъ вмѣстѣ съ длиной. Вамъ, это конечно, легко понятно.

### § 11. Нивеллированіе линій и поверхности.

При нивеллировкѣ рѣдко требуется опредѣленіе разности высотъ только двухъ отдельныхъ точекъ. Обыкновенно приходится опредѣлять соотношенія высотъ на линіяхъ или поверхностиахъ; такимъ образомъ приходится имѣть дѣло съ „нивеллированіемъ линій“ или „нивеллированіемъ поверхности“.

Разсмотримъ сначала „нивеллированіе линій“. Къ нему обращаются, напримѣръ, когда нивеллируютъ вдоль улицы, желѣзной дороги, рѣки; и при государственной съемкѣ оно образуетъ основу опредѣленія высотъ, покрывая страну сѣтью нивеллировыхъ линій. Какъ мы увидимъ, нивеллированіе поверхности на небольшомъ пространствѣ можно свести также на нивеллированіе линій.

Линія нивеллированія обыкновенно представляетъ ломаную прямую съ большимъ числомъ изломовъ. Но какова бы ни была ея форма, то вертикальное сѣченіе, которое даетъ она сочетаніемъ горизонтальныхъ разстояній и высотъ на поверхности земли, всегда называется „профилемъ“. Для того, чтобы представить профиль на чертежѣ, его представляютъ разложенными на плоскости и для изображенія высотъ берутъ несолько болѣе масштабъ, чѣмъ для горизонтальныхъ линій. Это въ результатѣ даетъ рисунокъ вродѣ фиг. 40. Высоты можно считать либо отъ



Фиг. 40.

произвольной точки, либо же ихъ можно включить въ систему государственной нивеллировки, о чѣмъ я буду говорить ниже.

Если нужно прокладывать улицу или дорогу, то сначала очень приближенно определяютъ ея направление, а затѣмъ изслѣдуютъ условия мѣстности въ полосѣ достаточной ширины, чтобы на основаніи этой съемки имѣть возможность выработать точный проектъ. Для горизонтальной съемки сначала прокладываются ходовые линіи вдоль взятой полосы и, соответственно имъ, опредѣляютъ „продольный профиль“. Для того, чтобы получить представление объ условіяхъ мѣстности поперекъ продольного направления, производятъ на соответственныхъ разстояніяхъ поперечная нивелировка, т. е. снимаютъ „поперечные профили“. Вмѣстѣ съ продольнымъ профилемъ они позволяютъ судить о необходимыхъ земляныхъ работахъ, взрывахъ и т. д. Подысканіе удобнаю положенія пути и ею указаніе въ полѣ обозначается общимъ названіемъ „трацировки“.

Для школы можно рекомендовать съемку съ зачерчиваніемъ небольшой части продольного профиля и одного поперечного профиля уже готовой дороги. Для повышенія значенія съемки важно, чтобы продольный профиль приходился на *искривленной* части пути; поперечный профиль долженъ представлять *прямолинейный* разрѣзъ, охватывающій также рвы по сторонамъ дороги.—Если имѣется въ распоряженіи нивелиръ со зрительной трубой (теодолитъ) и водяной уровень, то можно одновременно снимать продольный профиль зрительной трубой и поперечный водянымъ уровнемъ; въ такомъ случаѣ работа потребуетъ не болѣе часа. Результаты съемки должны быть затѣмъ указаны на чертежахъ (фиг. 40).

При *нивелированіи* *поверхностей* можно дѣйствовать различнымъ образомъ. Если дѣло идетъ о подготовительныхъ работахъ для разбивки плана или для дренажа и т. п., то обыкновенно разбиваются сѣть квадратовъ (съ длинами сторонъ въ 4,5, 10, 20, 40 метровъ, смотря по необходимости) и сравниваются между собою высоты этихъ точекъ сѣти. При небольшой поверхности достаточно иногда одной установки инструмента; при очень широкихъ петляхъ квадрата, инструментъ послѣдовательно устанавливаются въ срединахъ квадратовъ и каждый разъ визируютъ только 4 сосѣднія точки сѣти. Вмѣсто этого, иногда можно рекомендовать провести одну продольную прямую линію и систему перпендикулярныхъ къ ней поперечныхъ линій и затѣмъ опять продольный и поперечный профили. Наконецъ можно выбрать нѣсколько отдельныхъ точекъ, которыя были тоже промѣрены или которыя нужно мѣрять по другимъ основаніямъ.

Эти результаты заносятся на планъ въ горизонтъ. Часто бываетъ достаточно просто отмѣтить цифры высотъ. Изображеніе будетъ гораздо нагляднѣе и отчетливѣе, если начертить „изогипсы“—кривыя равной высоты. Ихъ выбираются такъ, чтобы между ними были постоянныя круглые разности высотъ:  $\frac{1}{2}$ , 1, 5, 10 ме-

тровъ. Для ихъ черченія на планѣ придется интерполировать между точками извѣстной высоты.

Я замѣчу еще, что изогипсы можно опредѣлять и прямо въ полѣ. Въ этомъ случаѣ наблюдатель при нивеллирѣ посыпаетъ на каждый отдельный изъ выбранныхъ пунктовъ помощника, который переставляетъ нивеллирную рейку, всего лучше рейку съ маркой, или даже просто палку съ мѣткой, выше и ниже до тѣхъ поръ, пока не попадеть на надлежащую высоту. Тогда изогипсы на планѣ получатся простой съемкой въ горизонтѣ. Прекрасный примѣръ изображенія мѣстности при помощи изогипсъ представляютъ листы мензульной съемки Генерального Штаба.

*§ 12. Непрямое измѣреніе высотъ; одновременные съемки высотъ и въ горизонтѣ; фотограмметрія.*

Гдѣ не требуется очень точныхъ опредѣленій высотъ, тамъ можно пользоваться, вмѣсто нивеллировокъ, наблюденіями вертикальныхъ угловъ въ связи съ измѣреніями длины. Если  $i$  обозначаетъ уголъ наклона визирной линіи къ горизонту,  $l$  горизонтальное разстояніе,  $h$  высоту надъ точкой установки инструмента, то эта высота опредѣляется простой формулой  $h = ltgi$ . Въ качествѣ углового инструмента можетъ служить прежде всего теодолитъ, если онъ снабженъ вертикальнымъ кругомъ. Пользуясь такимъ теодолитомъ при съемкахъ въ горизонтѣ, можно безъ дальнѣйшихъ усложненій получать и высоты. Я уже упоминалъ, что этимъ можно пользоваться и при тахиметрическихъ съемкахъ. Если зрительная труба кипрегеля имѣть вертикальный кругъ, какъ это всегда бываетъ, когда мѣряютъ разстоянія тахиметрически, то высоты можно получать и при мензульной съемкѣ. Такимъ образомъ, а также съ помощью барометра, получены изогипсы на мензульныхъ листахъ Генерального Штаба. Точками сравненія служили при этомъ нивеллирные пункты государственной съемки.

Для опредѣленія высотъ при помощи наблюденій угловъ построено много простыхъ и удобныхъ инструментовъ: „измѣритель высоты деревьевъ“, „измѣритель уклона“ и пр. Здѣсь вы видите, напр., „измѣритель высоты деревьевъ“ Фаустмана (изъ дерева марокъ, штативъ 10 марокъ, но онъ не безусловно необходимъ, найти можно у Тесдорпфа въ Штутгартѣ). Онъ состоитъ изъ дощечки (или металлической рамки) размѣрами въ  $8 \times 18$  сантиметровъ, которую держать въ вертикальной плоскости. Приспособленіемъ для визирования служить діоптръ съ горизонтальнымъ прорѣзомъ и волоскомъ. Наклонъ отсчитывается посредствомъ отвѣса, который виситъ сбоку надъ особой щіалой и виденъ въ зеркало во время самаго визирования. Дѣленія щіалы даются не уголъ наклона  $i$ , а непосредственно его тангенсъ. Я думаю, что такой инструментъ, очень удобный для ношения въ карманѣ, можетъ заинтересовать учениковъ, если мѣрять съ ними уклоны дорогъ и обрывовъ, высоты деревьевъ, башень и т. п.

Впрочемъ, опредѣленія высотъ можно дѣлать и безъ специальныхъ инструментовъ, какъ показываетъ фиг. 41. Вамъ также, конечно, хорошо извѣстно *измѣреніе высоты при помощи барометра*.

Я только что говорилъ объ одновременныхъ съемкахъ въ горизонтѣ и съемкахъ высоты и замѣчу еще мимоходомъ, что ихъ можно производить также при помощи фотографической камеры. Этотъ способъ носитъ название „*фотограмметрии*“. Для этихъ цѣлей камера снабжается передъ пластинкой перекрестными нитями, что позволяетъ точно опредѣлять положеніе пластинки относительно объектива. Если, кромѣ того, она имѣеть горизонтальный кругъ для точного ориентированія, то ею можно пользоваться совершенно такъ же, какъ теодолитомъ, съ той лишь разницей, что одинъ снимокъ соответствуетъ визировкѣ множества точекъ. *Двухъ снимковъ изъ извѣстныхъ точекъ достаточно для получения плана въ горизонте и высоты.* Чертежъ плана можно получить, либо непосредственно использовавъ снимки при помощи графическихъ приемовъ, либо же обходнымъ путемъ: промѣривъ фотографіи и произведя соответственныя вычислениія.

Если на снимкахъ имѣются пункты, положеніе которыхъ уже извѣстно, то горизонтальный кругъ не нуженъ. А если прѣгнуть къ приему „обратной засѣчки“, то необходимости даже знать заранѣе положеніе установочныхъ точекъ.

Изъ всѣхъ этихъ замѣчаній вы можете видѣть, что во многихъ случаяхъ, прежде всего въ горахъ или на воздушномъ шарѣ, фотография чрезвычайно выгодна и цѣлесообразна.

(Окончаніе слѣдуетъ).

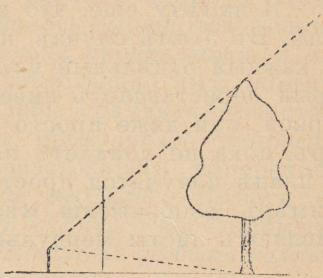
## О наблюденій полныхъ солнечныхъ затменій

Докладъ гр. А. Лабомъ-Плювинеля, вице-президента Французскаго Астрономическаго Общества, читанный на годичномъ общемъ собраний 4-го апрѣля 1906 года.

Переводъ Ю. А. Говспѣева.

(Окончаніе \*).

Голландцы организовали очень серьезную экспедицію по случаю затменія, которое происходило въ 1901 году въ ихъ вла-



Фиг. 41.

\* ) См. № 429 „Вѣстника“.

дѣніяхъ на островѣ Суматрѣ. Они воспользовались этимъ случаемъ, чтобы пріобрѣсти хорошия инструменты, и намѣрены продолжать свои работы и въ будущемъ.

Можно пожалѣть, что мы уже не встрѣчаемъ Таккини, который съ такимъ достоинствомъ представлялъ собою итальянскую науку. Онъ оставилъ намъ очень хорошо написанный трудъ, гдѣ изложены результаты его пяти экспедицій. Рикко также участвовалъ въ нѣсколькихъ экспедиціяхъ, и весьма желательно, чтобы эта замѣчательный спектроскопистъ продолжалъ свои весьма поучительныя наблюденія.

Наконецъ, и Россія нѣсколько разъ была достойно представлена въ лицѣ гг. Донича и Ганскаго.

Что касается французскихъ астрономовъ, то они всегда проявляли значительный интересъ къ солнечнымъ затменіямъ. Мнѣ нѣтъ надобности вами указывать, что Жансенъ является маститымъ главой французскихъ наблюдателей, и мы все знаемъ, какую дѣятельную роль игралъ онъ въ астрономическихъ экспедиціяхъ за послѣднія сорокъ лѣтъ. Онъ наблюдалъ съ десятокъ затменій, складывая продолжительность которыхъ, мы получимъ почти 20 минутъ,—рекордъ, который трудно побить. Открытие, которое онъ сдѣлалъ во время затмѣнія 1868 года, показало важность этихъ наблюденій и положило начало цѣлому ряду систематическихъ наблюденій полнаго солнечнаго затмѣнія. Нашъ ученый собратъ Деландръ также наблюдалъ большое число затменій и былъ авторомъ весьма замѣчательныхъ открытій. Упомянемъ, наконецъ, изъ числа нашихъ астрономовъ Бигурдана, Ами, Пюизе, Трепье и пр...

Но вернемся къ нашимъ инструментамъ. Иногда бываетъ полезно, въ день затмѣнія, или вскорѣ послѣ того, сдѣлать рядъ снимковъ, чтобы опредѣлить ориентировку аппаратовъ, измѣрить фокусное разстояніе объективовъ и пр. Во всякомъ случаѣ нѣтъ надобности сѣшьшить съ разборкой инструментовъ. Иногда бываетъ необходимо снять видъ всего научнаго лагеря, чтобы замѣтить расположение инструментовъ.

Разборку и упаковку инструментовъ производятъ въ порядке и не спѣша. На слѣдующую недѣлю астрономъ долженъ превратиться въ упаковщика, ибо, если онъ цѣнитъ свои аппараты, онъ не можетъ довѣрить ихъ мѣстнымъ работникамъ.

Что касается фотографическихъ пластинокъ, то ихъ проявленіе обыкновенно начинается въ ближайшій вечеръ и продолжается непрерывно. Нечего говорить, что эта операциѣ должна быть обставлена мельчайшими предосторожностями и въ этомъ отношеніи нельзя щадить усилий. Если это невозможно, то лучше отложить дѣло до возвращенія домой. Въ этомъ случаѣ нужно каждую пластинку вынуть изъ кассеты и запаковать такъ, какъ она была запакована на фабрикѣ. Если вы проявляете негативы на мѣстѣ, не слѣдуетъ ихъ показывать всѣмъ безъ разбора, чтобы не рисковать какими-нибудь случайностями; не нужно дѣлать

оттисковъ на бумагѣ, лучше, въ случаѣ надобности, пообщать выслатъ отпечатки позже.

Наконецъ, часъ отѣзда наступаетъ. Ящики отправляются на вокзалъ или на пароходъ. Черезъ нѣсколько недѣль или мѣсяцѣвъ весь астрономическій инвентарь возвращается на родину. Инструменты распакованы и привѣрены; тѣ, которые получили поврежденія, отправлены къ конструктору, другіе просто почищены и спрятаны. Въ то же время мы начинаемъ изученіе негативовъ, печатаемъ позитивы на стеклѣ и на бумагѣ, испытываемъ различные препараты, различные сроки экспозиціи и различные проявители, для того чтобы получить болѣе точное воспроизведеніе деталей и полуутьней негативовъ. Ориентированіе изображеній короны опредѣляется ихъ отношеніемъ къ оси вращенія солнца. Затѣмъ устанавливаются въ компараторѣ негативы спектровъ, и тщательно опредѣляется положеніе лучей, ихъ размѣры и интенсивность. Такъ какъ измѣренія сдѣланы нѣсколькими наблюдателями, то берутъ среднюю. Затѣмъ предаются довольно долгимъ вычисленіямъ, чтобы опредѣлить по положенію лучей длину ихъ волнъ. Эту длину сравниваютъ съ длиною известныхъ лучей, для того чтобы опредѣлить ихъ тожество,—однимъ словомъ, путемъ изученія негативовъ выводятъ тѣ многочисленныя заключенія, которыя и составляютъ непосредственные результаты наблюденія затменія. Остается лишь редактировать полный отчетъ объ экспедиціи, иллюстрируя его, насколько возможно, привезенными снимками. Лишь послѣ этого наблюдатель затменій можетъ считать свою миссію законченной и ожидать въ болѣе или менѣе отдаленномъ будущемъ новой экспедиціи.

Мы показали различные этапы, черезъ которые долженъ пройти наблюдатель затменій. Но мы плохо знали бы характеръ научныхъ экспедицій, если бы думали, что при навыкѣ Вы гарантированы отъ всякихъ случайностей и затрудненій. И съ рискомъ охладить рвение тѣхъ, кого привлекаетъ призваніе странствующаго астронома, мы покажемъ обратную сторону медали и перечислимъ нѣкоторыя изъ неудачъ, жертвою которыхъ часто является астрономъ. Можно было бы написать интереснѣйшую книгу о тѣхъ безчисленныхъ затрудненіяхъ, которыя приходилось преодолѣвать наблюдателямъ затменій, но только трудно было собрать для этого матеріаль, такъ какъ каждый предпочитаетъ умалчивать о своихъ неудачахъ.

Начнемъ съ предупрежденія, чтобы астрономъ ~~никогда~~ не полагался на особенную аккуратность въ средствахъ передвиженія, въ особенности, когда имѣть дѣло съ моремъ. Запозданіе на нѣсколько часовъ можетъ вызвать такую пертурбацію въ корреспонденці, которая причинить, въ свою очередь, задержку на нѣсколько дней въ мѣстности, гдѣ вы совершиенно беспомощны. Всякий путешественникъ испытать на своеемъ вѣку эти маленькия неудачи, когда приходится терять дорогое время, поджидая отхода почты. Конечно, мы уже не живемъ въ эпоху, когда Жан-

тиль, по причинѣ противныхъ вѣтровъ и войны между Англіей и Франціей, не могъ своевременно высадиться въ Индіи, чтобы наблюдать прохожденіе Венеры въ 1761 г., и долженъ быть удовлетвориться наблюденіемъ явленія съ палубы своего корабля, но все же не надобно терять изъ виду, что мореплаваніе и въ настоящее время сопряжено съ нѣкоторыми случайностями, съ которыми надо считаться. Какъ общее правило, нужно разсчитать свое путешествіе такимъ образомъ, чтобы прибыть на мѣсто за три или четыре недѣли до затменія, смотря по количеству и размѣрамъ инструментовъ, которые мы веземъ съ собою.

Въ 1883 году Жансенъ, отправляясь на островъ Каролины, въ Тихомъ океанѣ, во главѣ значительной экспедиціи, въ которой участвовало много иностраннѣхъ ученыхъ, прибылъ на мѣсто своевременно, лишь благодаря тому, что имѣлъ предосторожность захватить большой запасъ угля, который онъ навалилъ на самую палубу своего парохода. Этотъ дополнительный запасъ спасъ положеніе и далъ ему возможность прибыть на мѣсто за 12 дней до начала затменія.

Когда я отправился въ 1889 году наблюдать затменіе на острова Спасенія, недалеко отъ Кайенны, я прибылъ вовремя въ англійскую Кайенну, но мнѣ пришлось ждать въ Демерерѣ, пока маленький пароходъ, принадлежавшій одной частной компаніи, рѣшился пуститься въ путь. По дорогѣ капитанъ сообщилъ мнѣ, что моя судьба зависитъ отъ одного изъ поршней паровой машины, такъ какъ этотъ важный органъ обнаруживаетъ признаки слабости и каждую минуту можетъ отказаться служить. Къ счастью, этого не случилось, но изъ предосторожности пришлось ограничить скорость шестью или семью узлами хода, такъ что я прибылъ на мѣсто лишь за недѣлю до затменія.

Много досады могутъ причинить таможенные учрежденія, и потому до отѣзда необходимо принять необходимыя мѣры, чтобы обеспечить себѣ хорошій пріемъ со стороны начальниковъ этихъ непріятныхъ учрежденій, которыхъ, къ сожалѣнію, еще существуютъ между всѣми странами.

Какъ мы уже сказали, необходимо лично наблюдать за нагрузкой ящиковъ, для того чтобы ничего не затерялось. Несоблюденіе этой предосторожности стоило мнѣ одного ящика на островѣ Барбада. Къ счастью, дѣло шло лишь о деревянной подножкѣ, которую легко было возстановить.

Для тѣхъ, кто избираетъ мѣстомъ наблюденія не центръ зоны полной видимости, а периферию, чтобы наблюдать нѣкоторые явленія, лучше видимыя при этихъ условіяхъ, можно рекомендовать не очень полагаться на вычислениія и держаться поближе къ центру, безъ чего они рискуютъ совсѣмъ не видѣть затменія. Лѣть пять тому назадъ, одинъ искусный англійскій наблюдатель, желая специально изучить хромосферу, помѣстился у южной оконечности зоны полнаго затменія, но такъ какъ на дѣлѣ эта зона оказалась гораздо меньше, нежели выходило по

вычисленијамъ, то онъ испыталъ горькое разочарованіе, такъ какъ не было ни одного момента, когда бы луна совершенно закрыла солнечный дискъ.

Непріятные сюрпризы, которые могутъ васъ ожидать при распаковкѣ ящиковъ не имѣютъ границъ. Сухость или влажность заставляютъ дерево коробиться, и это отражается на исправности фотографическихъ аппаратовъ. Въ такихъ случаяхъ приходится подстругать дерево или при помощи прессовъ привести его въ первоначальный видъ. Много несчастій происходит отъ плохой упаковки. Если вещи были плохо прикреплены, онъ могутъ разладиться, или повредить другія части, или сломать винты, которые были оставлены на своихъ мѣстахъ.

Во время самой установки всевозможные казусы также не рѣдкость. Иногда поднимается буря, которая опрокидываетъ палатки и даже инструменты. Такъ, въ 1875 г. у Тиссерана ураганъ опрокинулъ на землю его шестидюймовый экваторіалъ. Въ нѣкоторыхъ странахъ, какъ напр. въ Испанії, пыль также является серьезнымъ врагомъ, такъ какъ она проникаетъ въ колеса часовыхъ механизмовъ и замедляетъ ихъ движеніе.

Но разумѣется, опаснѣе всего именно то, что можетъ произойти во время самого затменія. Это уже непоправимо. Многочисленныя репетиціи приведутъ къ тому, что вы застрахованы отъ всякаго вліянія эмоціи и можете считать себя равнымъ машинѣ, и тѣмъ не менѣе можетъ случиться какая-нибудь забывчивость или промахъ. Фотографическія кассетки, которыхъ отлично функционировали вплоть до дня затменія, когда ихъ пускали въ ходъ безъ торопливости, отказываются войти въ аппараты при быстрыхъ движеніяхъ: это влечетъ за собою сотрясеніе инструментовъ, потерю времени, дезорганизацію всей программы. Иногда часовые механизмы, которые дѣйствовали великолѣпно до момента, когда въ нихъ явилась наибольшая надобность, вдругъ отказываются служить. Во время послѣдняго затменія, за нѣсколько минутъ до начала его, когда уже всѣ были на своихъ мѣстахъ, ожидая сигнала для начала операций, одинъ изъ моихъ коллегъ заявилъ, что его целестать пересталъ дѣйствовать. Мы тотчасъ засутились около упрямаго инструмента, подлили масла, ослабили винты, и не прошло минуты, какъ регуляторъ пошелъ въ ходъ. Суматоха была ужасная, но къ счастью, инцидентъ обошелся безъ послѣдствій. Другіе наблюдатели имѣли еще болѣе печальная случайности: такъ, у одного изъ нихъ за нѣсколько минутъ до затменія лопнула проволока на которой были подвѣшены гири его часового механизма. Облачное небо, дѣлающее невозможнымъ всякое наблюденіе, это такое несчастье, съ которымъ приходится мириться. У какаго астронома въ этомъ отношеніи есть свое счастье, и одинъ изъ нашихъ иностранныхъ товарищѣй извѣстенъ тѣмъ, что ему особенно не везетъ, такъ что многіе избѣгаютъ помѣщаться по близости къ его станціи, чтобы не раздѣлять его участія.

Мѣстные помощники, къ которымъ иногда приходится прѣбывать во время затменій, всегда одушевлены наилучшими на-мѣреніями, но часто причиняютъ много хлопотъ. Во время послѣдняго затменія я хотѣлъ довѣрить такому помощнику смѣну кассетокъ въ одномъ изъ аппаратовъ. При первыхъ пробахъ дѣло идетъ хорошо, но затѣмъ я замѣчаю, что, вынимая кассетки, онъ открываетъ ихъ, обнажая пластинки. Онъ, видите ли, хотѣлъ по-смотрѣть на результаты снимка. Я тотчасъ счелъ нужнымъ раз-статься съ такимъ любопытнымъ ассистентомъ. Одинъ изъ моихъ друзей довѣрилъ туземцу, добровольно вызвавшемуся, управле-ніе однимъ изъ аппаратовъ. За нѣсколько времени до полнаго затменія навѣсь, которымъ прикрывался аппаратъ, былъ сдви-нутъ, и помощникъ помѣстился на своемъ посту. Спустя нѣ-сколько минутъ наивный малый, видя, что, несмотря на затменіе, солнце все-таки сильно грѣеть, рѣшилъ искать спасенія въ тѣни и не нашелъ ничего лучшаго, какъ снова надвинуть навѣсь. Разумѣется, онъ закрылъ вмѣстѣ съ тѣмъ и инструментъ, и изъ этого послѣдняго не получилось никакихъ результатовъ.

Послѣ затменія приступаютъ къ проявленію пластинокъ. Эта операциѣ также чревата осложненіями. Кто знакомъ съ фотографіей, тотъ знаетъ, какъ многочисленны причины неудачъ. Если мы находимся въ жаркомъ климатѣ, необходимо охладить посредствомъ льда всѣ ванны и въ особенности воду для про-мышки, безъ чего желатина можетъ расплываться, и вся пластин-ка будетъ усѣяна дырочками. Аntи-гало, которымъ покрываются задняя поверхность пластинки, иногда отстаетъ, грязнить ванны и вызываетъ пятна. Если дуль сильный вѣтеръ, то необходимо обмахнуть всякую пластинку, передъ тѣмъ какъ класть ее въ кассетку и передъ проявленіемъ. Нужно быть увѣреннымъ, что вода для промывки достаточно чиста, нужно сушить негативы въ защищенномъ отъ пыли мѣстѣ. Всѣ, кто наблюдалъ затменія 1900 и 1905 годовъ въ Испаніи, знаютъ, насколько важна эта предосторожность. Когда вы опустили пластинку въ проявитель, вы всегда рискуете, что негативъ завуалируется; или на немъ покажутся пятна; или полоски бумаги, служившія для упаковки, оставятъ черные слѣды на интереснѣйшихъ частяхъ снимка; или жилки дерева, изъ котораго сдѣлана кассетка, оставятъ свои слѣды на пластинкѣ. Послѣднее случилось недавно въ Болгаріи съ однимъ англійскимъ астрономомъ, который, однако, забылъ снимки подъ всѣми широтами. Упомяну, наконецъ, о нарапинахъ ногтемъ, о недостаткѣ чувствительного слоя, о дефектахъ стекла, которые особенно обнаруживаются, когда совпадаютъ съ интересны-ми частями изображенія. Одно особенно непріятное несчастіе по-стигло въ прошлый разъ одного изъ астрономовъ. Онъ опустилъ пластинку въ ванну для проявленія и былъ удивленъ, что не получается никакого изображенія. Наскучивъ ждать, онъ выни-мааетъ пластинку и съ ужасомъ видитъ, что весь слой броми-стаго серебра исчезъ. Что же случилось? Оказалось, что кюветки

были перепутаны, и, вмѣсто проявительной ванны, пластинка была опущена въ фиксирующей раствор гипосульфита.

Когда уже выйдешь побѣдителемъ изъ всѣхъ этихъ испытаний и получишь хорошіе негативы, надо еще много вниманія, чтобы благополучно довезти ихъ домой, чтобы ихъ не разбили, не растеряли, не раскрыли. Послѣ затменія 1898 года въ англійскихъ научныхъ журналахъ появилось слѣдующее несобытіе обыкновенное объявление: „Утеряна синематографная лента, изображающая различныя фазы послѣдняго солнечнаго затменія. Сообщенія адресовать маюру X. Доставившему будетъ выдано вознагражденіе“.

Намъ кажется, изъ этого уже можно понять, какъ велики и разнообразны заботы, поглощающія астронома въ теченіе нѣсколькихъ мѣсяцевъ, когда онъ занятъ своей экспедиціей. Вѣдь въ сущности, дѣло идетъ о томъ, чтобы установить въ отдаленной странѣ и всегда среди тяжелыхъ условій настоящую астрономическую обсерваторію, снабженную полнымъ научнымъ инвентаремъ. А между тѣмъ цѣль, которая преслѣдуется при этомъ, повидимому, не соотвѣтствуетъ затраченному усилію, ибо имѣется въ виду произвести одно наблюденіе, которое продолжается лишь нѣсколько минутъ. При этомъ успѣхъ зависитъ отъ капризовъ погоды и, мобилизовавъ цѣною большихъ усилій и большихъ издержекъ, цѣлый матеріальный инвентарь и личный персоналъ, вы можете вернуться домой, не видавши затменія. Но именно эти затрудненія, весь этотъ рискъ и составляютъ прелесть подобныхъ научныхъ экспедицій, придавая имъ нѣкоторымъ образомъ характеръ спорта.

## Построеніе правильнаго семнадцатиугольника.

(По статьѣ „Sulle costruzioni dell'ettadecagono regolare“ di *Ermengildo Daniele* a Torino, изъ сборника „Questioni riguardanti la Geometria elementare... raccolte e coordinate da *Federigo Enriques*, Bologna 1900).

1. Геометрическая задача построенія правильнаго  $n$ -угольника или—что то же самое—дѣленія окружности на  $n$  равныхъ частей тѣсно связана съ задачей чисто алгебраической, сокращеніемъ двучленного уравненія

$$x^n - 1 = 0.$$

Не входя здѣсь въ общія разсужденія, обнаружимъ это для случая правильнаго 17-угольника <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Общее изложеніе теоріи дѣленія окружности на равныя части читатели найдутъ въ статьѣ проф. Г. Вебера „Дѣленіе окружности на равныя части“. Вѣстн. № 416. См. также указанный выше сборникъ *Enriques'a*, artic. XI.

**2.** Разсмотримъ двучленное уравненіе

$$x^{17} - 1 = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

Полагая для сокращенія

$$\varepsilon = \cos \frac{2\pi}{17} + i \sin \frac{2\pi}{17},$$

имѣемъ:

$$\varepsilon^k = \cos \frac{2k\pi}{17} + i \sin \frac{2k\pi}{17}, \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^{17-k} &= \cos \frac{2(17-k)\pi}{17} + i \sin \frac{2(17-k)\pi}{17} = \\ &= \cos \frac{2k\pi}{17} - i \sin \frac{2k\pi}{17}, \quad \dots \dots \dots \quad (3) \end{aligned}$$

$$\varepsilon^{17k} = \cos 2k\pi + i \sin 2k\pi = 1 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

Изъ соотношенія (4) видно, что любая степень  $\varepsilon$  является корнемъ уравненія (1). Но, принимая во вниманіе, что

$$\varepsilon^{17k+r} = \varepsilon^{17k}\varepsilon^r = \varepsilon^r,$$

можемъ представить всѣ различные корни уравненія (1) въ видѣ ряда

$$\varepsilon, \varepsilon^2, \varepsilon^3, \varepsilon^4, \dots \varepsilon^{16}, \varepsilon^{17}.$$

Первые 16 степеней числа  $\varepsilon$  являются корнями уравненія

$$\frac{x^{17}-1}{x-1} = x^{16} + x^{15} + \dots + x^2 + x + 1 = 0. \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

**3.** Складывая равенства (2) и (3), найдемъ

$$\varepsilon^k + \varepsilon^{17-k} = 2 \cos \frac{2k\pi}{17}. \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

Въ частномъ случаѣ, при  $k=1$ ,

$$\varepsilon + \varepsilon^{16} = 2 \cos \frac{2\pi}{17}.$$

Послѣднее равенство позволяетъ установить связь между задачей дѣленія окружности на 17 равныхъ частей и решеніемъ уравненія (1). Въ самомъ дѣлѣ, примемъ радиусъ окружности, которую желаемъ дѣлить, за единицу; тогда число  $2 \cos \frac{2\pi}{17}$

выразится нѣкоторымъ отрѣзкомъ. Если удастся построить этотъ отрѣзокъ, то дѣленіе окружности на 17 равныхъ частей не представить никакихъ затрудненій. Для того, чтобы отрѣзокъ могъ быть построенъ при помощи циркуля и линейки (ибо только о такомъ построении мы и говоримъ), необходимо и достаточно, чтобы длина его выражалась, въ зависимости отъ линейныхъ

данныхъ, или рационально или при помощи конечнаго числа извлечений квадратного корня. Въ дальнѣйшемъ мы покажемъ, что во 1) послѣднее требование выполняется и, во 2) что нѣтъ надобности отдельно опредѣлять значенія  $\varepsilon$  и  $\varepsilon^{16}$ , такъ какъ вычисленіе суммы

$$\varepsilon + \varepsilon^{16}$$

въ нашемъ разсужденіи будеть предшествовать вычисленію каждого изъ слагаемыхъ.

#### 4. Величины

$$\varepsilon, \varepsilon^2, \varepsilon^3, \dots, \varepsilon^6 \dots \dots \dots \quad (7)$$

можно расположить такъ, чтобы показатели степени при буквѣ  $\varepsilon$  составляли геометрическую прогрессію. Для этого возьмемъ *первообразный корень 17-ти*, равный 3, и напишемъ слѣдующій рядъ:

$$\varepsilon, \varepsilon^3, \varepsilon^{3^2}, \varepsilon^{3^3}, \dots, \varepsilon^{3^{14}}, \varepsilon^{3^{15}} \dots \dots \dots \quad (8)$$

По свойству первообразнаго корня, числа

$$1, 3^1, 3^2, 3^3, \dots, 3^{14}, 3^{15}, \dots \dots \dots \quad (9)$$

при дѣленіи на 17, должны дать 16 различныхъ положительныхъ остатковъ, т. е. остатки

$$1, 2, 3, \dots, 16, \dots \dots \dots \quad (10)$$

развѣ только расположенные не въ натуральномъ порядкѣ. Слѣдовательно, мы можемъ представить рядъ (8) въ видѣ

$$\varepsilon^{17k_0+r_0}, \varepsilon^{17k_1+r_1}, \varepsilon^{17k_2+r_2}, \dots, \varepsilon^{17k_{15}+r_{15}},$$

гдѣ рядъ остатковъ

$$r_0, r_1, r_2, \dots, r_{15}$$

разнится отъ ряда (10) развѣ только порядкомъ членовъ. Принимая во вниманіе, что

$$\varepsilon^{17k+r} = \varepsilon^r,$$

заключаемъ, что ряды (7) и (8) состоять изъ однихъ и тѣхъ же членовъ, расположенныхъ развѣ только въ различномъ порядке. Непосредственнымъ вычисленіемъ убѣждаемся, что члены ряда (8) соотвѣтственно равны членамъ ряда

$$\varepsilon^1, \varepsilon^3, \varepsilon^9, \varepsilon^{10}, \varepsilon^{13}, \varepsilon^5, \varepsilon^{15}, \varepsilon^{11}, \varepsilon^{16}, \varepsilon^{14}, \varepsilon^8, \varepsilon^7, \varepsilon^4, \varepsilon^{12}, \varepsilon^2, \varepsilon^6. \quad (11)$$

5. Суммируемъ члены ряда (11), т. е. первыя 16 степеней числа  $\varepsilon$ . Для этого замѣтимъ, что  $\varepsilon$  есть корень уравненія (5), а потому

$$\varepsilon^{16} + \varepsilon^{15} + \varepsilon^{14} + \dots + \varepsilon^2 + \varepsilon + 1 = 0,$$

откуда, обозначая черезъ  $\eta$  искомую сумму, получимъ:

$$\eta = -1 \dots \dots \dots \quad (12)$$

Разобъемъ тепрь  $\eta$  на двѣ суммы:

$$\varepsilon^3 + \varepsilon^{10} + \varepsilon^5 + \varepsilon^{11} + \varepsilon^{14} + \varepsilon^7 + \varepsilon^{12} + \varepsilon^6 = \eta_1$$

и

$$\varepsilon^1 + \varepsilon^9 + \varepsilon^{13} + \varepsilon^{15} + \varepsilon^{16} + \varepsilon^8 + \varepsilon^4 + \varepsilon^2 = \eta_2,$$

гдѣ  $\eta_1$  состоитъ изъ членовъ занимающихъ въ ряду (11) четныя мѣста, а  $\eta_2$ —нечетныя. Подобнымъ же образомъ, изъ суммъ  $\eta_1$  и  $\eta_2$  послѣдовательно образуемъ:

$$\eta_{1,1} = \varepsilon^3 + \varepsilon^5 + \varepsilon^{14} + \varepsilon^{12}, \quad \eta_{1,2} = \varepsilon^{10} + \varepsilon^{11} + \varepsilon^7 + \varepsilon^6$$

$$\eta_{2,1} = \varepsilon^1 + \varepsilon^{13} + \varepsilon^{16} + \varepsilon^4, \quad \eta_{2,2} = \varepsilon^9 + \varepsilon^{15} + \varepsilon^8 + \varepsilon^2$$

$$\eta_{2,1,1} = \varepsilon^1 + \varepsilon^{16}, \quad \eta_{2,1,2} = \varepsilon^{13} + \varepsilon^4.$$

Эти суммы носятъ название „Гауссовыъ періодовъ“ о 8-ми, 4-хъ, 2-хъ членахъ. Такимъ образомъ, наша задача сводится къ опредѣлению значенія періода  $\tau_{211}$  о двухъ членахъ.

6. Постараемся вычислить періоды  $\eta_1$  и  $\eta_2$ . Мы имѣмъ (ур. (12)):

$$\eta_1 + \eta_2 = \eta = -1 \dots \dots \dots \quad (13)$$

Съ другой стороны, непосредственнымъ умноженіемъ убѣждаемся, что

$$\eta_1 \eta_2 = 4(\varepsilon^1 + \varepsilon^2 + \varepsilon^3 + \dots + \varepsilon^{16}) = 4\eta = -4 \quad (14)$$

Равенства (13) и (14) показываютъ, что  $\eta_1$  и  $\eta_2$  суть корни квадратнаго уравненія

$$x^2 + x - 4 = 0. \quad (I)$$

Для опредѣлія періодовъ  $\eta_{11}$ ,  $\eta_{12}$ ,  $\eta_{21}$  и  $\eta_{22}$  воспользуемся тождествами:

$$\eta_{1,1} + \eta_{1,2} = \eta_1, \quad \eta_{2,1} + \eta_{2,2} = \eta_2 \dots \dots \dots \quad (15)$$

$$\eta_{1,1} \cdot \eta_{1,2} = \eta_1, \quad \eta_{2,1} \cdot \eta_{2,2} = \eta_2 = \eta_1 + \eta_2 = -1, \quad \dots \dots \quad (16)$$

откуда заключаемъ, что  $\eta_{1,1}$  и  $\eta_{1,2}$  суть корни квадратнаго уравненія

$$x^2 - \eta_1 x - 1 = 0, \quad (II)$$

а  $\eta_{2,1}$  и  $\eta_{2,2}$  — корни уравненія

$$x^2 - \eta_2 x - 1 = 0. \quad (III)$$

Наконецъ, изъ тождествъ

$$\eta_{2,1,1} + \eta_{2,1,2} = \eta_2, \quad \eta_{2,1,1} \eta_{2,1,2} = \eta_{1,1}. \quad \dots \dots \quad (17)$$

<sup>1)</sup> Тождество (14), равно какъ и аналогичные ему (16) и (17), является слѣдствиемъ общей теоремы, доказываемой на основаніи свойствъ первообразнаго корня: произведеніе двухъ періодовъ, о  $2^n$  членахъ каждый, составляющихъ въ суммѣ періодъ о  $2^{n+1}$  членахъ, выражается линейно черезъ періоды о  $2^{n+1}$  членахъ. Доказательство этого предложенія приведено, между прочимъ, въ главѣ XI сборн. Enriques'a.

выводимъ уравненіе

$$x^2 - \eta_{2,1} x + \eta_{1,1} = 0, \quad (\text{IV})$$

корнями котораго будутъ  $\eta_{2,1,1}$  и  $\eta_{2,1,2}$ .

6. Построеніемъ системы уравненій I—IV алгебраическое решеніе нашей задачи исчерпывается. Решая каждое изъ этихъ уравненій въ отдѣльности и принимая во вниманіе, что (см. (5))

$$\begin{aligned} 1) \quad \eta_1 &= 2 \left( \cos \frac{6\pi}{17} + \cos \frac{10\pi}{17} + \cos \frac{12\pi}{17} + \cos \frac{14\pi}{17} \right) = \\ &= 2 \left[ \left( \cos \frac{6\pi}{17} + \cos \frac{14\pi}{17} \right) + \cos \frac{10\pi}{17} + \cos \frac{12\pi}{17} \right] = \\ &= 2 \left( 2 \cos \frac{10\pi}{17} \cos \frac{4\pi}{17} + \cos \frac{10\pi}{17} + \cos \frac{12\pi}{17} \right) < 0, \end{aligned}$$

$$2) \quad \eta_{1,1} = 2 \left( \cos \frac{6\pi}{17} + \cos \frac{10\pi}{17} \right) = 4 \cos \frac{8\pi}{17} \cos \frac{2\pi}{17} > 0,$$

$$3) \quad \eta_{2,1} = 2 \cos \frac{2\pi}{17} + \cos \frac{8\pi}{17} > 0,$$

$$4) \quad \eta_{2,1,1} = 2 \cos \frac{2\pi}{17} > 0, \quad \eta_{2,1,2} = 2 \cos \frac{8\pi}{17},$$

находимъ:

$$\eta_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}, \quad \eta_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2},$$

$$\eta_{1,1,1} = \frac{\eta_1 + \sqrt{\eta_1^2 + 4}}{2}, \quad \eta_{1,1,2} = \frac{\eta_1 - \sqrt{\eta_1^2 + 4}}{2},$$

$$\eta_{2,1} = \frac{\eta_2 + \sqrt{\eta_2^2 + 4}}{2}, \quad \eta_{2,1,2} = \frac{\eta_2 - \sqrt{\eta_2^2 + 4}}{2},$$

$$\eta_{2,1,1,1} = \frac{\eta_{2,1} + \sqrt{\eta_{2,1}^2 - 4\eta_{1,1}}}{2}, \quad \eta_{2,1,1,2} = \frac{\eta_{2,1} - \sqrt{\eta_{2,1}^2 - 4\eta_{1,1}}}{2}.$$

1) При проверкѣ этихъ неравенствъ, необходимо замѣтить, что  $\cos \frac{k\pi}{17} < 0$ , когда  $\frac{3}{2} > \frac{k}{17} > \frac{1}{2}$  и положителенъ въ остальныхъ случаяхъ.

2) Величина интересующаго насъ периода  $\eta_{2,1,1}$  выражается полностью въ такомъ видѣ:

$$\begin{aligned} \eta_{2,1,1} &= 2 \cos \frac{2\pi}{17} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \sqrt{17} + \frac{1}{8} \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} \\ &\quad - \frac{1}{4} \sqrt{17 + 3\sqrt{17} - \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} - 2\sqrt{34 + 2\sqrt{17}}}. \end{aligned}$$

(Замѣст. изъ „Лексикона чист. математики“ Буняковскаго).

(Продолженіе слѣдуетъ).

## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Кончина Н. А. Меншуткина.** Вследъ за Д. И. Менделеевымъ сошелъ въ могилу одинъ изъ наиболѣе выдающихся русскихъ химиковъ профессоръ Н. А. Меншуткинъ. О научной дѣятельности Меншуткина будетъ помѣщена специальная статья въ одномъ изъ ближайшихъ номеровъ „Вѣстника“.

## ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція просить не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстнике“ и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція просить лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстнике“, либо присыпать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

**Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будуть помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.**

**№ 823** (4 сер.). Разложить на первоначальныхъ множителей число

$$2^{18} + 3^{18}.$$

*H. Агрономовъ* (Вологда).

**№ 824** (4 сер.). Доказать, что разность

$$N^{N \cdot 2^{2^n}-n} - 1$$

дѣлится на  $2^{2^n}N + 1$ , если  $N$  — цѣлое и  $2^{2^n}N + 1$  — простое число.

*A. Брюхановъ* (Иркутскъ).

**№ 825** (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^3 + 2x - \sqrt[3]{75} = 0.$$

*C. Адамовичъ* (Двинскъ).

**№ 826** (4 сер.). Построить прямую, проходящую черезъ вершину  $A$  данного треугольника  $ABC$  и встрѣчающую описанную около него окружность въ точкѣ  $x$  такъ, чтобы отрезокъ  $Ax$  дѣлился въ точкѣ пересѣченія со стороною  $BC$  въ крайнемъ и среднемъ отношеніи.

*I. Коровинъ* (Екатеринбургъ).

**№ 827** (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$16(x^4 + y^4 + z^4 + u^4) = 289,$$

$$xy - zu = z + u = \frac{3}{2},$$

$$x + y = 3.$$

(Заданіе).

**№ 828** (4 сер.). Найти многочленъ седьмой степени  $f(x)$ , если известно, что  $f(x) + 1$  дѣлится на  $(x-1)^4$ , а  $f(x) - 1$  дѣлится на  $(x+1)^4$ .

(Заданіе).

# Рѣшенія задачъ

№ 680 (4 сер.). Доказать справедливость тождества:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{a_1+r}{a_1 a_2} + \frac{(a_1+r)(a_2+r)}{a_1 a_2 a_3} + \dots + \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{n-1}+r)}{a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n}$$

$$= \frac{1}{r} \left( \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{n-1}+r)(a_n+r)}{a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n} - 1 \right).$$

Введемъ обозначенія:  $\frac{1}{a_1} = u_1$ ,  $\frac{a_1+r}{a_1 a_2} = u_2$ ,  $\frac{(a_1+r)(a_2+r)}{a_1 a_2 a_3} = u_3$ , вообще

$$\frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{m-1}+r)}{a_1 a_2 \dots a_{m-1} a_m} = u_m \quad (1),$$

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{m-1}+r)(a_m+r)}{a_1 a_2 \dots a_{m-1} a_m} - 1 \right] = P_m \quad (2).$$

При  $m = 1$  имѣемъ (см. (2))

$$P_1 = \frac{1}{r} \left[ \frac{a_1+r}{a_1} - 1 \right] = \frac{(a_1+r-a_1)}{r a_1} = \frac{1}{a_1} = u_1 \quad (3).$$

При  $m > 1$  (см. (2), (1)) справедлива формула

$$P_m - P_{m-1} = \frac{1}{r} \left[ \frac{(a_1+r) \dots (a_{m-1}+r)(a_m+r)}{a_1 a_2 \dots a_{m-1} a_m} - 1 \right] -$$

$$- \frac{1}{r} \left[ \frac{(a_1+r) \dots (a_{m-2}+r)(a_{m-1}+r)}{a_1 a_2 \dots a_{m-2} a_{m-1}} - 1 \right] =$$

$$= \frac{1}{r} \cdot \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{m-1}+r)}{a_1 a_2 \dots a_{m-1}} \left( \frac{a_m+r}{a_m} - 1 \right) =$$

$$= \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{m-1}+r)}{a_1 a_2 \dots a_{m-1} a_m} = u_m \quad (4).$$

Принимая во вниманіе формулу (3) и полагая въ формулы (4)  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 3$ ,  $\dots$ ,  $a_n$ , получимъ рядъ равенствъ:

$$u_1 = P_1,$$

$$u_2 = P_2 - P_1,$$

$$\dots, \dots$$

$$u_{n-1} = P_{n-1} - P_{n-2},$$

$$u_n = P_n - P_{n-1},$$

складывая которыхъ, получимъ:

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = P_n,$$

т. е.

$$\frac{1}{a_1} + \frac{a_1+r}{a_1 a_2} + \frac{(a_1+r)(a_2+r)}{a_1 a_2 a_3} + \dots + \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{n-1}+r)}{a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n} =$$

$$= \frac{1}{r} \left( \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{n-1}+r)(a_n+r)}{a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n} - 1 \right).$$

Г. Лебедевъ (Харьковъ); Н. Доброгаевъ (Немировъ); Э. Лейнъкъ (Рига).

№ 682 (4 сер.). Кусокъ металла, коэффициентъ расширения которого равенъ  $\alpha$ , погружаютъ въ ртуть. При этомъ металъ теряетъ въ своемъ вѣсѣ  $r$  граммовъ при  $0^\circ$  и  $r'$  граммовъ при  $60^\circ$ . Выразить коэффициентъ абсолютного расширения ртути въ функции величинъ  $\alpha$ ,  $r$  и  $r'$ . Примынить полученнюю формулу къ тому случаю, когда  $\alpha=857.10^{-8}$ ,  $r=50$  граммовъ,  $r'=49,5415$  граммовъ.

Обозначимъ объемъ куска металла при  $0^\circ$ , выраженный въ куб. сантиметрахъ, черезъ  $v$ , плотность ртути при  $0^\circ$  черезъ  $\delta$ , температуру  $60^\circ$  черезъ  $t$ , искомый коэффициентъ абсолютного расширения ртути черезъ  $x$ . Погруженный въ ртуть (подъ погружениемъ подразумѣвается полное погружение) металъ теряетъ въ своемъ вѣсѣ столько, сколько вѣситъ ртуть въ объемѣ  $v$ , т. е.  $v\delta = p$  (1).

Какъ известно, коэффициентъ объемного расширения металла можно принять съ значительнымъ приближенiemъ равнымъ тройному коэффициенту линейного расширения, т. е.  $3z$ ; поэтому объемъ, занимаемый кускомъ металла при температурѣ  $t^0$ , равенъ  $v(1+3zt)$  куб. сантиметровъ.

Плотность ртути при  $t^0$  равна  $\frac{\delta}{1+xt}$ ; следовательно, потеря въ вѣсѣ куска металла при температурѣ  $t^0$ , т. е. вѣсъ вытѣсняемой имъ ртути, равна  $v(1+3zt) \frac{\delta}{1+xt}$ . Согласно съ условиемъ, эта величина равна  $p'$ , а потому

$$v(1+3zt) \cdot \frac{\delta}{1+xt} = p' \quad (2),$$

Дѣля уравненіе (1) на уравненіе (2), имѣемъ

$$\frac{1+xt}{1+3zt} = \frac{p}{p'}, \text{ откуда } x = \frac{p(1+3zt)-p'}{tp'} \quad (3).$$

Подставляя въ формулу (3) данныя значения  $p$ ,  $\alpha$ ,  $t$  и  $p'$ , находимъ

$$x = \frac{50(1+180.00000857) - 49,5415}{60.49,5415} = \frac{10(1+18.0.0000857) - 9,9083}{6.99,083} \\ = 0,00018,$$

что даетъ величину, весьма близкую къ коэффициенту абсолютного расширения ртути.

А. Варениковъ (Ростовъ н/Д); Н. Доброгаевъ (Немировъ).

✓ № 691 (4 сер.). Доказать, что разность

$$N^{2N} - 1$$

делится на  $4N+1$ , если  $4N+1$  число простое.

Представимъ разность  $N^{2N} - 1$  въ видѣ

$$\begin{aligned} N^{2N} - 1 &= N^{2N} - (4N)^{2N} + (4N)^{2N} - 1 = [(4N)^{2N} - 1] - N^{2N}(4^{2N} - 1) = \\ &= [(4N)^{2N} - 1^{2N}] - N^{2N}(2^{4N} - 1) \quad (1). \end{aligned}$$

Такъ какъ разность четныхъ степеней  $(4N)^{2N} - 1^{2N}$  кратна суммы  $4N + 1$  и такъ какъ 2 не дѣлится на  $4N + 1$  и поэтому, по теоремѣ Фермата, разность  $2^{4N} - 1 = 2^{(4N+1)-1} - 1$  дѣлится на  $4N + 1$ , то (см. (1)) число  $N^{2N} - 1$  дѣлится на  $4N + 1$ .

*A. Турчаниновъ* (Одесса); *Д. Колянковскій* (Немировъ).

№ 698 (4 сер.). Доказати, что

$$C_m^1 + 2C_m^2 + 3C_m^3 + \dots + mC_m^m = m \cdot 2^{m-1},$$

ідеи  $C_m^k$  ( $k=1, 2, \dots, m$ ) обозначаютъ число сочетаній изъ  $m$  элементовъ по  $k$ .

Такъ какъ

$$\begin{aligned} kC_m^k &= k \cdot \frac{m(m-1)\dots(m-k+1)}{1 \cdot 2 \dots (k-1) \cdot k} = m \cdot \frac{(m-1)(m-2)\dots[(m-1)-(k-1)+1]}{1 \cdot 2 \dots (k-1)} = \\ &= mC_{m-1}^{k-1}, \quad \text{то} \end{aligned}$$

$$C_m^1 + 2C_m^2 + 3C_m^3 + \dots + mC_m^m = m(1 + C_{m-1}^1 + C_{m-1}^2 + \dots + C_{m-1}^{m-2} + C_{m-1}^{m-1}) \quad (1).$$

Но сумма внутри скобокъ во второй части формулы (1), какъ сумма коэффициентовъ бинома  $(m-1)$ -ой степени, равна  $2^{m-1}$ ; поэтому

$$C_m^1 + 2C_m^2 + 3C_m^3 + \dots + mC_m^m = m \cdot 2^{m-1}.$$

*И. Озембловскій* (Харьковъ); *Г. Лебедевъ* (Полтава); *Г. Оганянцъ* (Ялта); *Ә. Лейникъ* (Рига); *А. П. (Сосновицы)*; *А. Турчаниновъ* (Одесса).

### Поправки.

1) Въ № 427 „Вѣстника Оп. Физики“ вкрадились досадныя опечатки:

На страницѣ 152: въ строкахъ 4 и 9 сверху напечатано;

$$a^{m-2n+1},$$

следуетъ читать:

$$a^{m-(2n+1)}$$

На страницѣ 154: строки 5 и 6 сверху; напечатано: „когда  $m$  четно, есть число  $l$ , ... когда  $m$  нечетно есть число  $l'$ “. Слова „есть число  $l'$ “ должны быть выброшены.

Тамъ-же, строка 11 сверху; напечатано:

$$\text{то } p_m^2 > q_m^2 \vee N$$

следуетъ:

$$\text{то } p_m^2 > q_m^2 \cdot N.$$

## Отъ Физического Отдѣленія

Русск. Физ.-Хим. Общества при Императорскомъ С.П.Б. Университетѣ.

Физическое отдѣленіе съ 1907 г. издастъ свой отдѣльный журналъ:

# ЖУРНАЛЪ Р. Ф.-Х. О. ФИЗИЧЕСКІЙ ОТДѢЛЬ

Подобно предыдущимъ тридцати восьми годамъ XXXIX-ый томъ журнала Физического Отдѣленія будетъ состоять изъ двухъ частей:

Первая часть заключаетъ въ себѣ оригиналъя статьи русскихъ физиковъ и протоколы засѣданій Ф. О.

Вторая часть состоить изъ обзоровъ, преимущественно по новѣйшимъ вопросамъ физики, рефератовъ, библиографіи и статей, посвященныхъ вопросамъ лабораторной критики.

Первый шагъ преобразованія второй части, разчитываемой для широкихъ круговъ публики, былъ уже сдѣланъ въ Физ. Отдѣль Ж. Р. Ф.-Х. О. за 1906 г. \*), Въ этомъ начинаніи Физ. Отдѣленіе принимаютъ участіе:

К. Баумгарть, проф. И. И. Боргманъ, пр.-доц. Н. А. Булгаковъ, пр.-доц. Б. П. Вейнбергъ, проф. Н. А. Гезехусъ, проф. А. Л. Корольковъ, В. Я. Курбатовъ, В. К. Лебединскій, пр.-доц. В. В. Лермонтовъ, С. О. Майзель, Д. С. Рождественскій, проф. О. Д. Хвольсонъ, А. А. Шапошниковъ, И. С. Щегляевъ и др.

Подписанная цѣна на „Физический Отдѣль“ Ж. Р. Ф.-Х. О. (обѣ части) 5 руб. въ годъ съ доставкой и пересылкой.

---

Въ видахъ большаго распространенія физическихъ знаній Физическое Отдѣленіе постановило открыть съ 1907 г. отдѣльную подпиську на вторую часть своего журнала, выпускаемую въ свѣтъ подъ названіемъ

## ВОПРОСЫ ФИЗИКИ

„Вопросы Физики“ будутъ выходить 10 разъ въ годъ выпусками приблизительно по 2 листа каждый. Подписанная цѣна 2 рубля въ годъ съ доставкой и пересылкой.

Цѣна отдѣльного выпуска 30 коп.

Редакторъ В. Н. Лебединскій.

---

Подписька на оба изданія принимается казначеемъ Физического Отдѣленія Аполлономъ Павловичемъ Асанасьевымъ.

Адресъ редакціи: С.-Петербургъ, Университетъ, Физический Институтъ.

---

\*) „Обзоры по Физикѣ за 1906 г.“ изданы двумя отдѣльными выпусками по 5 коп. каждый.

http://vofsem.ru

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1906<sup>й</sup> ГОДЪ (III-Й ГОДЪ ИЗДАНІЯ).

# „ФИЗИКЪ-ЛЮБИТЕЛЬ“.

Журналъ по опытнымъ и прикладнымъ физическимъ наукамъ, выходящій 2 раза въ мѣсяцъ за исключениемъ июня и июля) выпусками въ 32 страницы съ чертежами и рисунками.

## ПОДПИСНАЯ ПЛАТА:

за годъ съ августа по май (20 номеровъ) 3 руб., за  $\frac{1}{2}$  года (10 номеровъ) 1 руб. 50 коп.

Адресъ редакціи и конторы журнала г. Николаевъ (Херс. губ.).

Можно выписывать открытымъ письмомъ, наложеннымъ платежемъ на первую книжку журнала, въ размѣрѣ годовой или полугодовой платы съ прибавкою 20 коп.

Учебнымъ заведеніямъ высылается по первому требованію, независимо отъ времени уплаты подписныхъ денегъ.

Журналъ за 1905/6 годъ (II-й годъ изданія) высылается за 3 руб.

Редакторы-Издатели: { Кандидатъ Моск. Универс. К. А. Чернышевъ.  
Инженеръ-Технологъ В. В. Рюминъ.

## ИЗДАНІЯ ЖУРНАЛА „ФИЗИКЪ-ЛЮБИТЕЛЬ“.

- |  |       |
|--|-------|
| 1) Изъ жизни Павла Николаевича Яблочкива. К. А. Чернышева.   | 25 к. |
| Съ 3 рис. и портретомъ. Цѣна . . . . .   |       |
| 2) Говорящая машина. Исторія изобрѣтенія фонографа и граммофона. Составилъ В. Р. Съ 8 рис. Цѣна . . . . .          | 25 к. |
| 3) Любительское приготовленіе картинъ для волшебного фонаря. К. Чернышева. . . . .                                 | 25 к. |
| 4) Химія безъ лабораторії. Составилъ В. Рюминъ. . . . .  | 25 к. |
| 5) Замѣтки фотографа-любителя. Гр. Ф. . . . .  | 25 к. |
| 6) Электричество въ домашнемъ быту. К. Ч. . . . .  | 25 к. |
| 7) О. А. Бредихинъ. очеркъ его жизни и дѣятельности. С. Константинова, старшаго астронома Пулковской Обсерваторіи. | 15 к. |
| 10) Тригонометрія для самообразованія. Д-ръ Энгель . . . . .   | 45 к. |

Выписывающіе изъ конторы журнала за пересылку не платить. Суммы менѣе рубля—марками.