

№ 410.

# ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

*В. А. Терпегомъ*

подъ редакціей

*Приватъ-Доцента В. Д. Кагана.*

XXXV-го Семестра № 2-й.

ОДЕССА.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.  
1906

<http://vofem.ru>



Издательство научных и популярно-научных сочинений из области физико-математических наук.

ВЫШЛИ ИЗЪ ПЕЧАТИ:

1. Г. АБРАГАМЪ, проф. **СБОРНИКЪ ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ ОПЫТОВЪ ПО ФИЗИКЪ**. Составленный при участіи многихъ профессоровъ и преподавателей физики. Переводъ съ французскаго подъ редакціей Приватъ-доцента *Б. П. Вейнберга*. Часть I: Работы въ мастерской. Различные рецепты—Геометрія. Механика—Гидростатика. Гидродинамика. Капиллярность—Теплота—Числовыя таблицы.

Ученымъ Комитетомъ допущено въ ученическія бібліотеки среднихъ учебныхъ заведеній, учительскихъ семинарій и городскихъ, по Положенію 31 мая 1872 г., училищъ, а равно и въ бесплатныя народныя читальни и бібліотеки.

XVI+272 стр. Со многими (свыше 300) рисунками. Цѣна 1 р. 50 к.

2. Г. АБРАГАМЪ, проф. **СБОРНИКЪ ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ ОПЫТОВЪ ПО ФИЗИКЪ**. Переводъ съ французскаго подъ редакціей Приватъ-доцента *Б. П. Вейнберга*. Часть II: Звукъ—Свѣтъ—Электричество—Магнитизмъ.

LXXV+434 стр. Со многими рисунками. Цѣна 2 р. 75 к.

3. С. А. АРРЕНИУСЪ, проф. **ФИЗИКА НЕБА**. Разрѣшенный авторомъ и дополненный по его указаніямъ переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента *А. Р. Орбинскаго*. Содержаніе: Неподвижныя звѣзды—Солнечная система—Солнце—Планеты, ихъ спутники и кометы—Космогонія.

VIII+250 стр. Съ 66 черными и 2 цвѣтными рисунками въ текстѣ и 1 черной и 1 цвѣтной отдѣльными таблицами. Цѣна 2 руб.

Ученымъ Комитетомъ М. Н. П. допущено въ ученическія, старшаго возраста, бібліотеки среднихъ учебныхъ заведеній, а равно и въ бесплатныя народныя бібліотеки и читальни.

4. **УСПѢХИ ФИЗИКИ**, сборникъ статей о важнѣйшихъ открытіяхъ послѣднихъ лѣтъ въ общедоступномъ изложеніи. Подъ редакціей „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“. Содержаніе: *Винеръ*, Расширеніе нашихъ чувствъ—*Пильчиковъ*, Радій и его лучи—*Дебьернъ*, Радій и радиоактивность—*Рихарцъ*, Электрическія волны—*Слаби*, Телеграфированіе безъ проводовъ—*Шмидтъ*, Задача объ элементарномъ веществѣ (основанія теоріи электроновъ).

IV+157 стр. Съ 41 рисункомъ и 2<sup>1/2</sup> таблицами. Цѣна 75 коп.

5. АУЗРБАХЪ, проф. **ЦАРИЦА МИРА И ЕЯ ТѢНЬ**. Общедоступное изложеніе основаній ученія объ *энергіи и энтропіи*. Пер. съ нѣмецкаго. Съ предисловіемъ Ш. Э. Гильома, Вице-директора Международнаго Бюро Мѣръ и Вѣсовъ.

VIII+56 стр. Цѣна 50 к.

6. С. НЬЮКОМЪ, проф. **АСТРОНОМІЯ ДЛЯ ВСѢХЪ**. Переводъ съ англійскаго. Съ предисловіемъ приватъ-доцента *А. Р. Орбинскаго*.

XXIV+285 стр. Съ портретомъ Автора, 64 рисунками въ текстѣ и 1 таблицей. Цѣна 1 р. 50 к.

ПЕЧАТАЕТСЯ:

1. ВЕБЕРЪ и ВЕЛЬШТЕЙНЪ. **ЭНЦИКЛОПЕДІЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ**. Часть I. Энциклопедія элементарной алгебры, обраб. проф. *Веберомъ*. Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента *В. Ф. Кагана*.

СЪ ТРЕБОВАНІЯМИ ОБРАЩАТЬСЯ:

Одесса, Типографія М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, 66.



# Вѣстникъ Опытной Физики

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 410.

**Содержаніе:** Жизнь и труды Генриха Герца. Посмертный неизданный мемуаръ Гельмгольца. Перевелъ *И. Л.* — Объ опредѣленіи дня празднованія Пасхи. *В. Шидловскаго.* — Ортодіагональный четырехугольникъ. *Е. Григорьева.* — Разныя извѣстія: Второй конгрессъ Нѣмецкаго Рѣнтгеновскаго общества. Избраніе сэра Вильяма Крукса членомъ-корреспондентомъ физическаго отдѣленія Парижской Академіи наукъ. Метеорологическія станціи японцевъ въ Корей и Манджуріи. — Рецензіи: Jules Tannery. *Leçons d'algèbre et d'analyse à l'usage des élèves des classes de mathématiques spéciales.* *М. Попруженко.* — Задачи для учащихся, №№ 713—718 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ. №№ 615, 617, 618, 619. — Объявленія.

### Жизнь и труды Генриха Герца.

#### Посмертный неизданный мемуаръ Г. Гельмгольца.

Перевелъ *И. Л.*

Перваго января 1894 г. умеръ Г. Герцъ.

Вѣсть о смерти этого гениальнаго человѣка была страшнымъ ударомъ для всѣхъ тѣхъ, которые видятъ прогрессъ человѣчества въ наиболѣе широкомъ развитіи его умственныхъ силъ, въ торжествѣ духа надъ роковой враждой силъ природы. Надѣленный самыми рѣдкими дарами ума и характера, онъ за свою столь увы! короткую жизнь собралъ на нивѣ мысли обильную жатву, которая превзошла всякія надежды и затмила все то, чего достигли въ теченіе всего столѣтія самые талантливые изъ его товарищей. Во времена классической древности о смерти его сказали бы, что онъ палъ жертвой зависти боговъ. Казалось, что природа и судьба, надѣляя его столь дивными дарами, желали развить въ немъ духъ, который соединялъ бы въ себѣ всѣ качества, необходимыя для разрѣшенія самыхъ трудныхъ проблемъ науки. Въ свои разсужденія онъ вносилъ наибольшую точность и наибольшую ясность, а при наблюденіи онъ проявлялъ вниманіе, отъ котораго ничего не ускользало: тамъ, гдѣ равнодушно про-



ходилъ недостаточно внимательный наблюдатель, его пытливому, глубоко проникающему взору открывались новыя неизвѣданныя тайны природы.

Казалось, что Г. Герцу предназначено было открыть человечеству доступъ ко многимъ еще неизвѣданнымъ областямъ; всѣ эти надежды были безжалостно разбиты его болѣзнию, которая медленно, но неустанно разрушала эту драгоцѣнную жизнь и всѣ связанныя съ нею надежды.

Для меня самого его смерть была ударомъ въ самое сердце: онъ былъ однимъ изъ тѣхъ моихъ учениковъ, которые были наиболѣе интимно посвящены въ мои научныя идеи, и на него я возлагалъ самыя большія надежды.

## I.

Г. Герцъ родился 22-го февраля 1857 г. въ Гамбургѣ; онъ былъ старшій сынъ юрисконсульта, доктора Герца, назначеннаго впослѣдствіи сенаторомъ. Среднее образованіе онъ получилъ въ родномъ городѣ, въ учебномъ заведеніи *Johanneum*, которое онъ кончилъ съ аттестатомъ зрѣлости въ 1875 г. Чувство долга было развито въ немъ въ необыкновенно высокой степени, поражающей его родителей и учителей. Въ свободное время онъ вмѣстѣ со своими товарищами практически занимался механикой, работая рубанкомъ и на токарномъ станкѣ. По воскресеньямъ онъ посѣщалъ Школу Искусствъ и Ремеселъ, стараясь усовершенствоваться въ геометрическомъ черченіи; помощью самыхъ простыхъ средствъ онъ старался построить себѣ наиболѣе употребительные приборы Оптики и Механики.

Когда ему пришлось выбрать карьеру, онъ рѣшилъ сдѣлаться инженеромъ. Повидимому, скромность, составлявшая основную черту его характера, въ молодости внушала ему нѣкоторыя сомнѣнія въ его способности къ научной дѣятельности; кромѣ того, онъ лучше чувствовалъ себя въ своихъ практическихъ работахъ по механикѣ, всю важность которыхъ онъ уже тогда хорошо понималъ. Возможно также, что на рѣшеніе его повлияло и то практическое направленіе, которое господствовало въ его родномъ городѣ. Впрочемъ, подобная скромность или робость встрѣчается часто у исключительно одаренныхъ молодыхъ людей. Они имѣютъ ясное представленіе о трудностяхъ, которыя имъ придется преодолѣть, чтобы достигнуть той возвышенной цѣли, которую они себѣ намѣчаютъ, и они должны сперва испытать свои силы на практикѣ, чтобы получить ту увѣренность въ себѣ, которая необходима для выполненія труднаго предпріятія. Но даже достигнувъ полного расцвѣта, возвышенныя натуры тѣмъ менѣе удовлетворяются своей работой, чѣмъ крупнѣе ихъ дарованія и чѣмъ возвышеннѣе ихъ идеалъ. Самыя одаренныя изъ нихъ не достигаютъ своего идеала, такъ какъ они очень чувствительны ко всякимъ несовершенствамъ своихъ произведеній и работаютъ безъ устали надъ исправленіемъ ихъ.



Этотъ періодъ нерѣшительности тянулся у Герца цѣлыхъ два года. Въ 1877 году онъ рѣшилъ поступить въ университетъ, такъ какъ, пополняя свои познанія, онъ убѣдился, что лишь въ научныхъ занятіяхъ онъ найдетъ то глубокое и несомнѣнное удовлетвореніе, къ которому онъ стремился. Весною 1878 года онъ прибылъ въ Берлинъ; здѣсь я впервые познакомился съ нимъ, когда онъ работалъ по физикѣ въ лабораторіи, состоявшей подъ моимъ управленіемъ. Уже изъ знакомства съ его элементарными работами я убѣдился, что имѣю дѣло съ человѣкомъ, одареннымъ дѣйствительно выдающимися способностями. Въ концѣ лѣта мнѣ пришлось предложить студентамъ тему для научной работы. Я остановился на вопросѣ изъ области электродинамики, такъ какъ я былъ увѣренъ, что Герцъ заинтересуется этой темой, и работа его будетъ плодотворна. Дѣйствительность оправдала мое предположеніе.

Въ то время нѣмецкіе физики большей частью выводили законы электродинамики изъ гипотезы Вебера; всѣ электрическія и магнитныя явленія они объясняли съ помощью гипотезъ, аналогичныхъ ньютоновымъ, при чемъ они исходили изъ представленія о силахъ, дѣйствующихъ прямолинейно и непосредственно на разстояніе; эти силы убываютъ съ увеличеніемъ разстоянія, слѣдуя въ первыхъ закону, который Ньютонъ принялъ для силы тяжести, или, что то же, закону, предложенному Кулономъ для двухъ малыхъ наэлектризованныхъ массъ, а именно: напряженіе силы обратно пропорціонально квадрату разстоянія между дѣйствующими электрическими массами и прямо пропорціонально произведенію этихъ массъ, при чемъ въ случаѣ одноименности массъ имѣетъ мѣсто отталкиваніе, въ случаѣ разноименности — притяженіе. Кромѣ того, по гипотезѣ Вебера, предполагается, что сила передается мгновенно съ безконечной скоростью на безконечное разстояніе. Единственная разница между гипотезой Вебера и гипотезой Кулона состоитъ въ слѣдующемъ: Веберъ полагалъ, что скорость, съ которой электрическія массы приближаются другъ къ другу или удаляются, а также ускоренія этихъ скоростей могутъ имѣть вліяніе на силу, съ которой разсматриваемыя массы дѣйствуютъ другъ на друга. Наряду съ этой гипотезой Вебера предложено было еще нѣсколько аналогичныхъ гипотезъ, имѣвшихъ ту общую черту, что всѣ они допускали измѣненіе Кулоновой силы подъ вліяніемъ некоторой слагающей скорости движущихся электрическихъ массъ. Назовемъ гипотезы Ф. Неймана и его сына К. Неймана, Римана, Грассмана и гипотезу Клаузіуса, имѣющую позднѣйшее происхожденіе. По этой гипотезѣ намагнитенныя молекулы служатъ осями круговыхъ электрическихъ токовъ. Выводы изъ этихъ



теорій были весьма неясны и для получения ихъ приходилось прибѣгать къ сложнымъ вычисленіямъ, къ всевозможнымъ разложеніямъ силъ и т. д. Въ ту пору область электродинамики представляла собою хаотическое царство, въ которомъ трудно было разобратъся. Результаты наблюденій и выводы изъ теоріи подводились подъ одну рубрику и не были достаточно разграничены другъ отъ друга. Я попытался разобратъся въ этой путаницѣ и рѣшилъ разработать по мѣрѣ своихъ силъ область электродинамики; для этого я разобралъ тѣ характерныя для каждой теоріи слѣдствія, которыя могли бы имѣть рѣшающее значеніе въ вопросѣ о принятіи ея, при чемъ я имѣлъ въ виду по возможности разрѣшить эти вопросы помощью подходящихъ экспериментовъ.

Я пришелъ къ слѣдующему общему выводу: всѣ явленія, которыми сопровождаются совершенно замкнутые токи, циркулирующіе по замкнутымъ круговымъ металлическимъ проводникамъ и не испытывающіе замѣтнаго измѣненія въ величинѣ электрическаго заряда,—всѣ эти явленія съ одинаковымъ успѣхомъ можно дедуцировать изъ всѣхъ выше перечисленныхъ гипотезъ. Всѣ сопутствующія обстоятельства вполне согласуются съ законами Ампера и съ законами Фарадея, Ленца и Ф. Неймана объ общихъ свойствахъ индуцированныхъ токовъ. Наоборотъ, тѣ же гипотезы даютъ существенно различныя выводы въ примѣненіи къ токамъ, не вполне замкнутымъ. То обстоятельство, что въ явленіяхъ, которыя наблюдаются въ совершенно замкнутыхъ токахъ, всѣ теоріи даютъ согласныя между собой результаты, объясняется слѣдующимъ образомъ: замкнутые токи можно получить какой-угодно силы; поддерживать ихъ можно сколько угодно долго,—по крайней мѣрѣ настолько долго, чтобы силы, проявляющіяся при этомъ, могли съ полною ясностью обнаружить свои свойства, такъ что эти послѣднія, а равно и соответственные законы могутъ быть хорошо изслѣдованы и точно установлены. Въ этой вполне изслѣдованной области всякое противорѣчіе между результатомъ наблюденій и какой-нибудь новой теоріей сейчасъ же бросалось бы въ глаза и служило бы опроверженіемъ такой теоріи.

Въ концахъ же незамкнутой цѣпи, отдѣленныхъ другъ отъ друга изолирующими веществами, при каждомъ движеніи электричества вдоль цѣпи образуются электрическіе заряды вслѣдствіе того, что электричество не можетъ пройти черезъ изоляторъ. Въ этомъ случаѣ достаточно тока въ теченіе самаго короткаго промежутка времени, чтобы взаимное отталкиваніе одноименныхъ электричествъ совершенно задержало ихъ движенія, вслѣдствіе чего сначала наступаетъ задержка, а затѣмъ послѣ мгновеннаго покоя—быстрое возвращеніе электричества.

Всѣмъ компетентнымъ лицамъ было ясно, что полное пониманіе электромагнитныхъ явленій могло быть достигнуто лишь путемъ тщательныхъ изслѣдованій этихъ незамкнутыхъ токовъ,



столь быстро прекращающихся. В. Веберъ старался устранить или уменьшить нѣкоторыя затрудненія, связанныя съ его электродинамической гипотезой: онъ допустилъ, что электричество, подобно тяжелымъ тѣламъ, до нѣкоторой степени обладаетъ свойствомъ инерціи. Дѣйствительно, въ моментъ замыканія и размыканія тока происходятъ явленія, наводящія на мысль о подобнаго рода инерціи. Но эти явленія стоятъ въ связи съ такъ называемой электродинамической индукціей, то есть съ побочнымъ дѣйствіемъ проводника, законы котораго хорошо извѣстны со временъ Фарадея. Настоящая инерція должна была бы зависѣть только отъ массы передвигающагося электричества, а не отъ положенія проводника. Если бы нѣчто подобное инерціи дѣйствительно существовало, то мы бы замѣтили это благодаря увеличенію продолжительности электрическихъ колебаній, какъ это бываетъ при каждомъ рѣзкомъ перерывѣ электрическихъ токовъ въ хорошо проводящихъ проволокахъ. Такимъ образомъ можно было бы установить хотя бы предѣльное значеніе этой инерціи. Я предложилъ поэтому задачу, состоящую въ томъ, чтобы изслѣдовать силу экстратоковъ. Такимъ образомъ я надѣялся опредѣлить величину предѣльнаго значенія перемѣщающихся массъ. Нужно было развитъ экстратоки въ двойныхъ спираляхъ, черезъ вѣтви которыхъ токи пробѣгаютъ въ противоположныхъ направленіяхъ. Рѣшеніе этой проблемы было первой крупной работой Герца. На предложенный вопросъ онъ далъ точный отвѣтъ и показалъ, что въ такой двойной спирали дѣйствію упомянутой электрической инерціи можно было приписать  $\frac{1}{30}$  или, самое большое,  $\frac{1}{20}$  экстратока. Эта работа была удостоена преміи.

Герцъ, однако, вышелъ за предѣлы намѣченнаго изслѣдованія. Онъ усмотрѣлъ, что дѣйствіе индукціи въ металлическихъ проволокахъ, вытянутыхъ въ видѣ прямой линіи, несмотря на свою сравнительно гораздо меньшую интенсивность, можетъ быть вычислено съ гораздо большей точностью, чѣмъ въ спираляхъ съ многочисленными витками, потому что въ этомъ послѣднемъ случаѣ нельзя съ точностью опредѣлить отношенія, обусловленныя взаимнымъ расположеніемъ проводниковъ. Для своихъ послѣдующихъ изслѣдованій Герцъ воспользовался проводниками, составленными изъ двухъ прямолинейныхъ проволокъ, расположенныхъ подъ прямымъ угломъ, и такимъ путемъ нашелъ, что экстратокъ, обусловленный инерціей, представляетъ собою самое большое  $\frac{1}{250}$  величины индуцированнаго тока.

Изслѣдованія о вліяніи центробѣжной силы быстро вращающейся пластинки на движеніе проходящаго черезъ нее тока заставили его отодвинуть еще дальше верхній предѣлъ предполагаемой инерціи электричества.

Эти изысканія несомнѣнно дали ему точное понятіе о чрезвычайной скорости распространенія электричества, и расчистили ему путь къ болѣе важнымъ открытіямъ.



## II.

Въ Англіи Фарадей составилъ себѣ совершенно иное представленіе о сущности электричества. Свои идеалы онъ облекъ въ абстрактную и малодоступную форму и потому онъ оставались почти совершенно неизвѣстными вплоть до того времени, пока не нашли себѣ достойнаго комментатора въ лицѣ Кларка Максвелля. Желая объяснить электрическія явленія, онъ создалъ теорію, исходя изъ гипотезы о явленіяхъ и субстанціяхъ, недоступныхъ непосредственному воспріятію. Подобно Ньютону въ началѣ его научной дѣятельности, онъ прежде всего отбросилъ гипотезу о силахъ, дѣйствующихъ на разстояніе. Приверженцы старыхъ теорій допускали, что тѣла, разьединенныя въ пространствѣ, могутъ непосредственно дѣйствовать другъ на друга, при чемъ промежуточная среда не испытываетъ никакого измѣненія; Фарадей же считалъ это невозможнымъ. Поэтому онъ прежде всего началъ искать слѣды измѣненій въ средѣ, отдѣляющей два намагниченныхъ или наэлектризованныхъ тѣла. Въ результатѣ ему удалось доказать существованіе магнетизма или діаманетизма почти во всѣхъ тѣхъ тѣлахъ, которыя до того времени считались не магнитными. Онъ показалъ также, что подъ вліяніемъ электрическихъ силъ изолирующія тѣла подвергаются измѣненію, которому онъ далъ названіе „діэлектрической поляризаціи изоляторовъ“.

Невозможно было не замѣтить, что притяженіе между двумя наэлектризованными проводниками или двумя магнитными полюсами, происходящее по направленію ихъ силовыхъ линій, должно значительно увеличиться, если помѣстить между тѣлами діэлектрическую или магнитно поляризованную среду. Наоборотъ, перпендикулярно къ направленію силовыхъ линій имѣло мѣсто отталкиваніе. Послѣ этихъ открытій нельзя было отрицать, что магнитное или электрическое дѣйствіе на разстояніе отчасти обусловливается присутствіемъ промежуточныхъ поляризованныхъ средъ и лишь отчасти зависитъ непосредственно отъ дѣйствующей силы.

Фарадей и Максвелль склонялись къ болѣе простой мысли, что не существуетъ вовсе дѣйствія на разстояніе, и Максвелль развилъ математическую теорію, представлявшую собою отрицаніе гипотезъ, которыя допускались до того времени.

Согласно этой теоріи среду тѣхъ измѣненій, которыми обусловливаются электрическія и магнитныя явленія, слѣдовало искать исключительно въ изоляторахъ; появленіе въ ней поляризаціи или исчезновеніе послѣдней служить причиной видимыхъ движеній, которыя наблюдаются въ наэлектризованныхъ проводникахъ. Пришлось отрицать существованіе незамкнутыхъ токовъ: нарастаніе электрическихъ зарядовъ на концахъ проводника и діэлектрическая поляризація изоляторовъ, находящихся между ними, обусловливали эквивалентное движеніе электричества, которое замыкало токъ. Еще Фарадей, благодаря своему глубокому по-



ниманію механики и геометріи, понялъ, что распредѣленіе дѣйствій на разстояніе въ пространствѣ должно совершенно совпадать съ тѣмъ распредѣленіемъ, которое вытекаетъ изъ старой теоріи.

Максвелль подтвердилъ это предположеніе и съ помощью математическаго анализа построилъ полную теорію электродинамики. Я также усмотрѣлъ поразительные выводы, вытекавшіе изъ фактовъ, открытыхъ Фарадеемъ; я сперва разслѣдовалъ, существуютъ ли дѣйствія на разстояніи, которыя могутъ быть приняты во вниманіе.

Сначала я сомнѣвался въ томъ, возможно ли научное предсказаніе въ столь запутанныхъ вопросахъ и можно ли установить рѣшающіе опыты.

Въ такомъ положеніи находился вопросъ, когда на сцену выступилъ Герцъ, послѣ того какъ онъ окончилъ свою выше указанную работу, увѣнчанную преміей.

Рѣшающее и существенное значеніе для теоріи Максвелля имѣлъ слѣдующій вопросъ: обусловливаетъ ли возникновеніе и исчезновеніе діэлектрической поляризаціи изолятора электродинамическія дѣйствія въ сосѣдствѣ съ нимъ, какъ, напримѣръ, гальваническаго тока въ проводникѣ? Рѣшеніе этого вопроса показалось мнѣ достаточно важнымъ, чтобы сдѣлать его предметомъ работы на соисканіе большой преміи Берлинской Академіи.

Послѣдующія открытія Герца находятся въ связи съ только что указанными подготовительными идеями его современниковъ; въ предисловіи къ своей интересной книгѣ: *„Исслѣдованія о распространеніи электрической силы“* онъ далъ ясное и увлекательное изложеніе этой теоріи, не оставляющее желать ничего лучшаго. Эта работа представляетъ собою исчерпывающее изложеніе одного изъ важнѣйшихъ и плодотворнѣйшихъ открытій; къ сожалѣнію, у насъ мало подобныхъ трудовъ, открывающихъ намъ внутреннюю психологическую исторію науки; мы должны быть признательны автору за то, что онъ далъ намъ проникнуть глубоко въ его мысли и даже въ исторію его минутныхъ ошибокъ.

Остается кое-что прибавить о результатахъ этихъ открытій.

Еще раньше Фарадей и Максвелль показали полную правдоподобность тѣхъ идей, справедливость которыхъ установилъ позднѣе Герцъ; но заслуга опытнаго доказательства этихъ идей принадлежитъ исключительно послѣднему. Эту работу могъ совершить наблюдатель, одаренный совершенно выдающеюся внимательностью, понимавшій значеніе всякаго впервые наблюдаемаго явленія, умѣвшій понять значеніе неизвѣстныхъ дотола фактовъ, которые могли указать ему вѣрный путь. Нельзя было ожидать, что переменные токи, чередующіеся другъ съ другомъ каждую десятитысячную или даже миллионную долю секунды, можно уловить помощью гальванометра или другого какого-либо извѣстнаго прибора. Ибо всѣ конечныя силы требуютъ конечнаго промежутка времени, чтобы породить конечныя скорости и пере-



мѣстить тѣло, хотя бы и столь легкое, какъ магнитная стрѣлка нашего гальванометра. Но электрическія искры можно сдѣлать видимыми между концами проводника уже за одну миллионную долю секунды, если только напряженіе электричества на нихъ достигаетъ въ теченіе этого промежутка такой степени, чтобы искра могла проскочить черезъ тонкій слой воздуха. Благодаря своимъ предыдущимъ изслѣдованіямъ, Герць хорошо зналъ регулярность и поразительную скорость весьма быстрыхъ электрическихъ колебаній и ему почти не стоило труда придумать опыты, съ помощью которыхъ можно было открыть и сдѣлать видимыми самыя быстрыя движенія электричества. Онъ скоро нашелъ условія, необходимыя для того, чтобы получать колебанія въ разомкнутыхъ токахъ съ такой правильностью, которая позволяла бы опредѣлить какъ зависимость ихъ отъ самыхъ разнообразныхъ побочныхъ обстоятельствъ, такъ и законы ихъ движенія, и даже длину ихъ волны въ воздухѣ. и, наконецъ, скорость ихъ распространенія въ пространствѣ. Во всемъ этомъ изслѣдованіи постоянно удивляешься поразительно счастливому сочетанію тонкости теоретика и ловкости экспериментатора.

Своими физическими изслѣдованіями Герць пролилъ яркій свѣтъ на явленія природы. Теперь уже не подлежитъ сомнѣнію, что свѣтовые колебанія представляютъ собою электрическія колебанія, которыя совершаются въ эфирѣ, наполняющемъ вселенную, и что самъ эфиръ имѣетъ свойства изолятора и среды, которая можетъ быть намагничена. По своей скорости электрическія колебанія эфира занимаютъ среднее мѣсто между сравнительно медленными движеніями звуковыхъ колебаній магнитныхъ камертоновъ и между необычайно быстрыми свѣтовыми колебаніями; оставалось еще доказать, что электрическія колебанія по скорости распространенія, по своему поперечному направленію, наконецъ, по обнаруживаемымъ ими явленіямъ поляризаціи, отраженія и преломленія вполнѣ сходны съ тепловыми и свѣтовыми явленіями. Электрическимъ колебаніямъ недостаетъ лишь свойства вызывать впечатлѣніе въ сѣтчатой оболочкѣ: въ этомъ отношеніи они сходны съ тепловыми лучами, число колебаній которыхъ также не особенно велико.

Понятно, сколь велико было значеніе открытія, которое сдѣлало несомнѣннымъ тотъ фактъ, что свѣтъ, этотъ столь интереснѣйшій и таинственнѣйшій дѣятель природы, находится въ самой тѣсной связи съ другимъ дѣтелемъ, столь же таинственнымъ, но, быть можетъ, въ различныхъ отношеніяхъ еще болѣе плодотворнымъ—съ электричествомъ. Съ теоретической точки зрѣнія еще, быть можетъ, важнѣе было объяснить, какимъ образомъ кажущееся дѣйствіе на разстояніе сводится къ постепенной передачѣ силы черезъ промежуточную среду. Неразгаданной остается еще одна лишь таинственная сила—тяжесть, которую мы до сихъ поръ представляемъ себѣ какъ силу, дѣйствующую на разстояніе.



## III.

Благодаря своимъ открытіямъ, Герцъ занялъ почетное мѣсто въ наукѣ. Въ памяти всѣхъ знавшихъ его сохранилось воспоминаніе о немъ, не только благодаря его научнымъ заслугамъ, но и благодаря его привлекательному характеру, неизмѣнной скромности, справедливой оцѣнкѣ заслугъ другихъ и признательности къ учителямъ. Онъ былъ неутомимъ въ поискахъ за истиной, но никогда онъ не обнаруживалъ ни малѣйшаго признака зависти или своекорыстія. Даже тамъ, гдѣ честь открытія принадлежала ему одному безраздѣльно, онъ предпочиталъ сохранять молчаніе. Вообще молчаливый, онъ принималъ участіе въ дружеской бесѣдѣ, которую часто оживлялъ своими мѣткими замѣчаніями. Онъ никогда не имѣлъ личныхъ враговъ, хотя ему случалось давать рѣзкіе отзывы о поверхностныхъ, но претенціозныхъ работахъ. Его научная карьера такова: въ 1880 г. онъ вступилъ въ качествѣ ассистента въ физическую лабораторію берлинскаго университета; въ 1883 г. прусскій министръ пригласилъ его въ Киль, обѣцая назначеніе. Въ 1885 г. онъ былъ назначенъ штатнымъ профессоромъ физики въ высшей технической школѣ въ Карлсруэ. Здѣсь именно онъ сдѣлалъ свои главные открытія; здѣсь же онъ женился на дочери своего коллеги Елизаветѣ Долль. По истеченіи двухъ лѣтъ онъ былъ назначенъ ординарнымъ профессоромъ физики въ Боннскомъ университетѣ.

За этотъ, къ несчастію, столь короткий періодъ его современники осыпали его знаками почести и признательности. Въ 1888 г. онъ получилъ отъ Италіанскаго Общества медаль имени Матеучи; въ 1889 году онъ получилъ отъ Парижской Академіи Наукъ премію имени Ласазе и отъ Императорской Вѣнской Академіи наукъ—премію Baumgartner'a; въ 1890—медаль Румфорда отъ Королевскаго Общества въ Лондонѣ; въ 1891 г. премію Bress'a—отъ королевской Академіи въ Туринѣ.

Академіи въ Берлинѣ, Мюнхенѣ, Вѣнѣ, Геттингенѣ, Римѣ, Туринѣ и Волонѣ и много другихъ ученыхъ обществъ избрали его своимъ членомъ-корреспондентомъ; прусское правительство преподнесло ему орденъ Короны.

Ему суждено было лишь недолго наслаждаться своей все болѣе возрастающей славой. У него обнаружилась жестокая болѣзнь костей; въ 1892 г. болѣзнь приняла угрожающій характеръ; пришлось сдѣлать операцію, которая на нѣкоторое время облегчила его страданія. Съ жаромъ взялся онъ за свои занятія, которыми предавался до 7 декабря 1893 г.; перваго января 1894 года смерть положила конецъ его мученіямъ.

Насколько Герцъ интересовался общими вопросами науки, показываетъ послѣдній памятникъ его дѣятельности—его книга „*Принципы Механики*“.

Въ этой книгѣ онъ старался дать строго логическое изложеніе системы механики, дедуцируя всѣ частные законы этой



науки изъ одного основного принципа, который съ точки зрѣнія логики можно разсматривать, какъ правдоподобную гипотезу. При этомъ онъ обратилъ вниманіе на самыя старыя теоретическія понятія, которыя онъ могъ считать для своей дѣли самыми простыми и естественными, и постарался разслѣдовать, нельзя ли при ихъ помощи дедуцировать и заново доказать всѣ общіе принципы, даже тѣ, которые до того времени разсматривались, какъ дедуктивныя обобщенія.

Первая стадія въ развитіи научной механики характеризуется изслѣдованіями законовъ равновѣсія и движенія твердыхъ тѣлъ, непосредственно соединенныхъ другъ съ другомъ; примѣромъ такихъ тѣлъ служатъ простыя машины: рычагъ, валъ, наклонная плоскость и блокъ. Законъ возможныхъ скоростей представляетъ собою первое общее рѣшеніе относящихся сюда задачъ. Позже Галилей ввелъ понятіе инерціи и понятіе о движущей силѣ, какъ о силѣ ускоряющей, которую онъ разсматривалъ, какъ рядъ толчковъ. Ньютонъ первый ввелъ представленіе о силѣ, дѣйствующей на разстояніе, и далъ точное опредѣленіе ея въ принципѣ о равенствѣ дѣйствія и противодѣйствія. Всѣмъ извѣстно, какой отпоръ встрѣтила сперва идея дѣйствія на разстояніе какъ въ самомъ творцѣ ея, такъ и въ современникахъ его.

Механика продолжала развиваться подъ вліяніемъ идей Ньютона и опредѣленія силы; мало по малу научились рѣшать вопросы, въ которыхъ консервативныя силы, дѣйствующія на разстояніе, сочетаются съ неизмѣняемыми связями; въ общемъ видѣ рѣшеніе ихъ заключено въ принципѣ Даламбера. Общіе принципы механики: законъ движенія центра тяжести, законъ площадей для вращающихся системъ, принципъ сохраненія живой силы, принципъ наименьшаго дѣйствія—всѣ они развиваются изъ гипотезы Ньютона о свойствахъ постоянныхъ притяженій и консервативныхъ системъ и о существованіи неизмѣняемыхъ связей между матеріальными точками. Изъ этой гипотезы принципы возникли; съ ея же помощью они и доказываются. Позже, однако, наблюденія показали, что эти принципы могутъ имѣть гораздо большее значеніе для пониманія природы, чѣмъ это слѣдовало изъ ихъ доказательства; отсюда сдѣлали выводъ, что нѣкоторыя общія свойства Ньютонovýchъ притягательныхъ силъ присущи всѣмъ вообще силамъ природы, но что нельзя установить это обобщеніе, исходя изъ одного основного принципа. Герцъ старался найти для механики такое основное понятіе, съ помощью котораго онъ могъ бы вывести всѣ точныя законы явленій механики, которые были тогда извѣстны; съ необыкновенной глубиной и поразительной эрудицій онъ вывелъ ихъ изъ обобщенныхъ кинематическихъ идей. Своей единственной исходной точкой онъ выбралъ представленіе, принятое въ наиболѣе старыхъ теоріяхъ, а именно идею о томъ, что всѣ явленія механики совершаются такъ, какъ если бы между различными частями системы, дѣйствующими другъ на друга, существовали неизмѣняемыя связи. Онъ долженъ



былъ присоединить сюда еще гипотезу о существованіи множества недоступныхъ воспріятію массъ и невидимыхъ движеній, которая была нужна ему для объясненія силъ, дѣйствующихъ между видимыми тѣлами, которые непосредственно не связаны другъ съ другомъ. Къ сожалѣнію, онъ не могъ дать частныхъ примѣровъ, которые объяснили бы, какъ онъ представляетъ себѣ эти промежуточные гипотетическіе члены; требовалась огромная сила научнаго воображенія, чтобы объяснить простѣйшіе случаи физическихъ силъ. Вставляя между невидимыми движеніями циклическія системы, онъ, повидимому, возлагалъ на это особенныя надежды.

Англійскіе физики, напр., Лордъ Кельвинъ въ своей вихре-

вой теоріи атомовъ и Максвеллъ въ своей гипотезѣ о вращающихся пузырькахъ, съ помощью которой онъ старался объяснить механически электромагнитныя явленія, повидимому предпочитали подобныя объясненія простому изложенію фактовъ и ихъ законовъ, какое представляютъ собою дифференціальныя уравненія физики. Я долженъ сознаться, что лично я до сихъ поръ придерживался именно такого изложенія помощью уравненій: оно мнѣ кажется наиболѣе удовлетворительнымъ; но принципиально я ничего не могу возразить противъ метода, избраннаго тремя столь выдающимися физиками.

При изложеніи различныхъ главъ физики помощью принциповъ, предложенныхъ Герцемъ, придется еще преодолѣть большія трудности. Въ общемъ однако изложеніе основныхъ законовъ механики представляетъ собою книгу, которая можетъ въ высокой степени заинтересовать читателей, цѣнящихъ безукоризненно логическую систему и прекрасное математическое изложеніе. Быть можетъ въ будущемъ эта книга приобрететъ эвристическій интересъ, и послужитъ путеводной нитью для открытія новыхъ общихъ свойствъ силъ природы.

## Объ опредѣленіи дня празднованія Пасхи.

*В. Шидловскаго.*

Нѣкоторымъ изъ читателей журнала: „Вѣстникъ Опытной физики и элементарной математики“, можетъ быть будетъ не безынтересно узнать или припомнить о вычисленіи дня Пасхи, въ виду скорого наступленія этого Великаго праздника; это и побудило меня помѣстить эту краткую замѣтку на страницахъ „Вѣстника“.

Праздникъ Пасхи сдѣлался подвижнымъ праздникомъ у христіанскихъ народовъ только послѣ Вселенскаго Собора, имѣвшаго мѣсто въ Никее въ 325 году, гдѣ постановлено было праздновать



Пасху послѣ еврейской, въ Воскресенье, слѣдующее за весеннимъ полнолуніемъ (не ранѣе 21 марта). Это постановленіе исходило изъ невѣрнаго предположенія, что весеннее равноденствіе всегда наступаетъ 21 марта Юліанскаго лѣтоисчисленія, какъ это дѣйствительно случилось въ годъ Никейскаго собора. Вышло, однако, не такъ. Въ основаніе Юліанскаго календаря поставлена продолжительность тропическаго года, равнаго  $365\frac{1}{4}$  днямъ, между

тѣмъ какъ на самомъ дѣлѣ она есть  $365,242264$ , т. е. на 11 минутъ и 6 секундъ, или 0,007736 сутокъ короче. Такимъ образомъ въ промежутокъ отъ Никейскаго собора до папства Григорія XIII, т. е. въ теченіе 1257 лѣтъ тропическій годъ постоянно опережалъ гражданскій и къ сказанному времени накопилась разница въ 9,724 сутокъ. вмѣстѣ съ тѣмъ, разумѣется, весеннее равноденствіе тоже наступало все ранѣе и ранѣе и въ 1582 г., когда послѣдовало исправленіе Юліанскаго календаря и введенъ Григоріанскій, весеннее равноденствіе совершилось не 21, а 11 марта.

Само собою разумѣется, что постановленіе о празднованіи Пасхи требовало знанія дня и числа Пасхальныхъ новолуній и полнолуній. Послѣ разныхъ соображеній и поправокъ, основанныхъ на движеніи солнца, православная Церковь, для опредѣленія дни Пасхи, остановилась на періодѣ времени въ  $19,28=532$  года, извѣстнымъ подъ названіемъ великаго индикта (19 лѣтъ составляетъ кругъ луны, въ теченіе котораго фазы луны почти повторяются въ то же время; этотъ періодъ заимствованъ аѳинскимъ астрономомъ Метаксомъ отъ Египтянъ), по истеченіи котораго новолунія и полнолунія, а слѣдовательно и Пасха, со всѣми зависящими отъ нея праздниками, повторяются въ томъ же самомъ порядкѣ. Начало великаго индиктіана ведется отъ сотворенія міра, которое Церковь считаетъ за 5508 лѣтъ до Р. Х.

Первоначальная Пасха установлена евреями, какъ праздникъ освобожденія ихъ отъ Египетскаго рабства за 1609 лѣтъ до Р. Х. и празднуется ими неизмѣнно отъ 14 до 21 числа мѣсяца Низана (Ниссама), въ какой бы день 14 число ни случилось, при чемъ первые дни Пасхи носятъ названіе „пейсахъ“.

Какъ сказано выше, при опредѣленіи на Никейскомъ соборѣ празднованія христіанской Пасхи исходили изъ того, чтобы не было совпаденія съ еврейской Пасхой, но вычисленіе дня христіанской Пасхи послѣ Никейскаго собора осложнилось вслѣдствіе различія Юліанскаго и Григоріанскаго стилей и нѣкоторыхъ другихъ обстоятельствъ, такъ что теперь церковное постановленіе о времени Пасхи формулируется такъ: „Праздновать Пасху въ первый Воскресный день послѣ того полнолунія, отысканнаго по такъ называемому кругу основаній, къ которому если прибавить 3, то оно будетъ соотвѣтствовать не ранѣе какъ 21 марта“.

Русскій математикъ Савичъ далъ слѣдующія четыре фор-



мулы для опредѣленія дня празднованія Пасхи. Называя черезъ  $N$  число разсматриваемаго года, и называя остатокъ отъ дѣлений:

$$N + 1 \text{ на } 19 \text{ черезъ } a;$$

$$19a - 4 \text{ на } 30 \text{ черезъ } b;$$

$$N + \frac{1}{2}N - 2 + b \text{ на } 7 \text{ черезъ } d,$$

число марта мѣсяца, опредѣляющее первый день Пасхи, будетъ

$$e = 19 + b + 7 - d, \text{ или } e - 31 \text{ Апрѣля.}$$

Такъ для 1906 года имѣемъ:

$$\frac{N + 1}{19} = \frac{1907}{19}, \text{ остатокъ } a = 7$$

$$\frac{19a - 4}{30} = \frac{129}{30} \dots b = 9$$

$$\frac{N + \frac{1}{4}N - 2 + b}{7} = \frac{2389}{7} \dots d = 2$$

$$e = 19 + 9 + 7 - 2 = 33; \quad e - 31 = 2 \text{ Апрѣля. (По Юлианскому лѣтоисчисленію).}$$

Кромѣ Савича \*) пасхальными формулами занимался и Геттингенскій математикъ Гауссъ, упростившій еще болѣе формулы, предложенныя Савичемъ.

Формулы Гаусса:

$$\frac{N}{19}, \text{ остатокъ } \dots a$$

$$\frac{N}{4} \dots b$$

$$\frac{N}{7} \dots c$$

$$\frac{19a + 15}{30} \dots d$$

$$\frac{2b + 4c + 6d + 6}{7} \dots e$$

$$22 + d + e \text{ Марта, или}$$

$$d + e - g \text{ Апрѣля.}$$

\*) По Савичу: Пасха должна праздноваться въ первое Воскресенье послѣ полнолунія, которое случится не ранѣе 19 Марта; иначе она откладывается до слѣдующаго апрѣльскаго полнолунія. и въ обоихъ случаяхъ дѣлается еще отсрочка на недѣлю, если полнолуніе упадетъ на пятницу, субботу или воскресенье.



Примѣръ для 1906 года.

$$a = 6; \quad b = 2; \quad c = 2; \quad d = g; \quad e = 2$$

$$d + e - g = g + 2 - g = 2 \text{ Апрѣля.}$$

Академикъ Буняковскій переложилъ формулы въ подвижную таблицу, изъ которой день празднованія Пасхи опредѣляется безъ всякихъ вычисленій. Описание этой таблицы помѣщено въ „Морскомъ Сборникѣ“ за 1857 г. № 12-й.

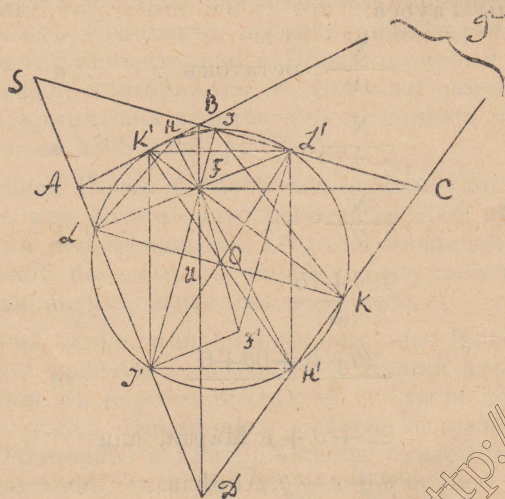
Въ заключеніе замѣтимъ, что промежутокъ въ 35 дней, отъ 22 Марта до 25 Апрѣля, есть предѣлъ для празднованія Пасхи и для передвиженія всѣхъ зависящихъ отъ нея праздниковъ. 21-е Марта служитъ предѣломъ, котораго не долженъ достигать первый день Св. Пасхи.

## ОРТОДІАГОНАЛЬНЫЙ ЧЕТЫРЕУГОЛЬНИКЪ.

*Е. Григорьева въ Казани.*

### I.

Ортодіагональнымъ четырехугольникомъ называется четырехугольникъ, діагонали котораго взаимно перпендикулярны.



Фиг. 1.

Пусть ABCD (фиг. 1) — четырехугольникъ, діагонали котораго пересѣкаются въ F подъ прямымъ угломъ; H, J, K и L —



основанія перпендикулярновъ, опущенныхъ изъ F соотвѣтственно на стороны AB, BC, CD и DA, иначе говоря,—проекціи F на эти стороны. Условимся называть точки пересѣченія H', J', K' и L' тѣхъ же перпендикулярновъ съ противоположными сторонами четырехугольника *антипроекціями* точки F на стороны CD, DA, AB и BC.

Четырехугольники HJKL и H'J'K'L' будемъ называть соотвѣтственно *четыреугольниками проекцій и антипроекцій* точки F.

**Теорема 1.** *Антипроекціи точки пересѣченія діагоналей ортодіагональнаго четырехугольника суть вершины прямоугольника.*

Пусть U—ортоцентръ тр-ка ADC. Такъ какъ KK' и LL' соотвѣтственно параллельны высотамъ этого тр-ка, то

$$\frac{BK'}{K'A} = \frac{BF}{FU} \text{ и } \frac{BL'}{L'C} = \frac{BF}{FU}, \text{ слѣд. } \frac{BK'}{K'A} = \frac{BL'}{L'C};$$

отсюда заключаемъ, что K'L' параллельна діагонали AC.

Точно также докажемъ, что и J'H' параллельна діагонали AC, а L'H' и K'J' параллельны BD. Но AC и BD взаимно перпендикулярны, поэтому фигура K'L'H'J'—прямоугольникъ.

**Слѣдствія. 1.** *Антипроекціи точки пересѣченія діагоналей ортодіагональнаго четырехугольника делятъ стороны его въ отношеніи произведенія отрезковъ одной діагонали къ произведенію отрезковъ другой.*

Покажемъ это, напримѣръ, относительно антипроекціи L'.

Извѣстно, что точка, симметричная съ U—ортоцентромъ тр-ка ADC—относительно его стороны AC, принадлежитъ окружности, описанной около этого тр-ка; такимъ образомъ по теоремѣ о пересѣкающихся хордахъ имѣемъ:

$$FU \cdot FD = AF \cdot FC,$$

откуда

$$FU = \frac{AF \cdot FC}{FD}.$$

Но при доказательствѣ теоремы I мы нашли:

$$\frac{BL'}{L'C} = \frac{BF}{FU}.$$

Пользуясь здѣсь предыдущимъ значеніемъ FU, получаемъ:

$$\frac{BL'}{L'C} = \frac{BF \cdot FD}{AF \cdot FC}.$$

**2.** *Площадь ортодіагональнаго четырехугольника равна суммѣ площадей двухъ тръвъ, имѣющихъ основаніями противоположныя стороны четырехугольника, а вершинами антипроекцій на эти стороны точки пересѣченія діагоналей.*

Докажемъ, напримѣръ, что сумма площадей тр-въ AL'D и BJ'C равна площади даннаго четырехугольника ABCD. Тр-къ



$AL'D$  составленъ изъ трехъ тр-ковъ:  $AFD$ ,  $AL'F$  и  $DL'F$ ; послѣдніе два изъ нихъ соответственно равновелики тр-камъ  $AK'F$  и  $DH'F$ , какъ имѣющіе съ ними общія основанія и равныя высоты. Слѣдовательно:

$$\text{пл. } AL'D = \text{пл. } AFD + \text{пл. } AK'F + \text{пл. } DH'F.$$

Точно также имѣемъ:

$$\text{пл. } BJ'C = \text{пл. } BFC + \text{пл. } BK'F + \text{пл. } CH'F.$$

Складывая найденныя равенства, убѣждаемся, что

$$\text{пл. } AL'D + \text{пл. } BJ'C = \text{пл. } ABCD.$$

**3. Перпендикуляры изъ срединъ вписаннаго ортодіагональнаго четырехугольника на противоположныя стороны его проходятъ черезъ точку пересѣченія діагоналей <sup>1)</sup>.**

Извѣстно, что во вписанномъ четырехугольникѣ  $BFFD = CF.FA$ ; слѣдоват., по слѣдствію 1 имѣемъ:  $BL' = L'C$ , — другими словами, антипроекція  $L'$ ,  $K'$ ,  $J'$  и  $H'$  суть середины сторонъ вписаннаго ортодіагональнаго четырехугольника.

**Теорема II. Четырехугольникъ проекцій точки пересѣченія діагоналей ортодіагональнаго четырехугольника вписывается въ окружность.**

Антипроекціи точки  $F$ , какъ вершины прямоугольника, лежать на окружности, центромъ которой служить общая середина  $O$  діагоналей этого прямоугольника; но всякая окружность есть геометрическое мѣсто точекъ, изъ которыхъ ея диаметръ виденъ подъ прямымъ угломъ; поэтому необходимо, чтобы точки  $H$ ,  $J$ ,  $K$  и  $L$ , какъ вершины прямыхъ угловъ, опирающихся на диаметры  $K'H'$  и  $L'J'$ , лежали на той же окружности. Такимъ образомъ окружность проходить какъ черезъ проекціи, такъ и черезъ антипроекціи точки  $F$ .

**Слѣдствіе. Центръ  $O$  этой окружности лежитъ на прямой Гаусса <sup>2)</sup>, т. е. не прямой, проходящей черезъ середины діагоналей даннаго четырехугольника.**

Точка  $O$  есть середина прямой, параллельной діагонали  $BD$  и соединяющей середины противоположныхъ сторонъ  $K'L'$  и  $J'H'$  прямоугольника антипроекцій; концы этой прямой, очевидно, лежатъ на медианахъ тр-ковъ  $ABC$  и  $ADC$ , проходящихъ черезъ  $B$  и  $D$ ; общимъ основаніемъ этихъ медіанъ служить середина діагонали  $AC$ , соединяя которую съ серединой  $BD$ , найдемъ, что эта прямая пройдетъ черезъ  $O$ , какъ середину прямой, параллельной  $BD$ .

<sup>1)</sup> Другое доказательство этого свойства вписаннаго ортодіагональнаго четырехугольника встрѣчается въ „Новой геометріи треугольника“ Д. Ефремова, стр. 108. На той же страницѣ доказывается и слѣдующая теорема II, но только въ примѣненіи къ частному виду ортодіагональныхъ четырехугольниковъ — четырехугольниковъ ортодіагональныхъ вписанныхъ.

<sup>2)</sup> О прямой Гаусса см. „Новую геометрію треугольника“ Д. Ефремова стр. 21.



**Теорема III** *Перпендикуляры, возставленные къ сторонамъ ортогональнаго четырехугольника въ вершинахъ прямоугольника антипроекции точки пересѣченія его діагоналей, пересѣкаются въ одной точкѣ.*

Пусть  $F'$ —точка, симметричная съ  $F$  относительно центра  $O$  (фиг. 1). Соединяя ее съ  $L'$  и  $J'$ , получаемъ четырехугольникъ  $FL'F'J'$ , діагонали котораго взаимно дѣлятся пополамъ; итакъ, этотъ четырехугольникъ—параллелограммъ, а поэтому  $F'L' \parallel F'J'$  и  $F'J' \parallel FL'$ , но  $FJ'$  и  $FL'$  соответственно перпендикулярны къ  $BC$  и  $AD$ , слѣд.,  $F'L'$  и  $F'J'$  тоже перпендикулярны къ этимъ сторонамъ. Подобнымъ образомъ можно доказать, что  $F'K'$  и  $F'H'$  соответственно перпендикулярны къ  $AB$  и  $CD$ .

**Слѣдствія.** 1. Разстояніе точки  $F'$  отъ стороны четырехугольника  $ABCD$  равно разстоянію точки  $F$  отъ ея антипроекции на противоположную сторону.

По свойству параллелограмма имѣемъ, напримѣръ:  $F'J' = FL'$ .

2. Сумма площадей двухъ тр-ковъ, имѣющихъ общей вершиной центръ  $O$ , а основаниями противоположныя стороны четырехъ-ка  $ABCD$ , равна суммѣ площадей двухъ другихъ такихъ же тр-ковъ <sup>1)</sup>.

Легко видѣть, что разстоянія центра  $O$  отъ сторонъ  $AD$  и  $BC$  равны соответственно  $\frac{1}{2} LL'$  и  $\frac{1}{2} JJ'$ , а поэтому (см. теор. I слѣд. 2), имѣемъ:

$$\text{пл. } AOD + \text{пл. } BOC = \frac{1}{2} \text{пл. } ABCD.$$

Точно также

$$\text{пл. } AOB + \text{пл. } DOC = \frac{1}{2} \text{пл. } ABCD.$$

3. *Произведеніе разстояній точекъ  $F$  и  $F'$  отъ каждой стороны ортогональнаго четырехугольника есть величина постоянная.*

Такъ какъ  $HN'$ ,  $JJ'$ ,  $KK'$  и  $LL'$  суть хорды окружности, проходящія черезъ общую точку  $F$ , то

$$HF \cdot HF' = JF \cdot J'F = KF \cdot K'F = LF \cdot L'F;$$

но мы доказали (теор. III слѣд. 1), что

$$HF = K'F, \quad J'F = L'F, \quad K'F = HF', \quad L'F = J'F;$$

поэтому

$$HF \cdot K'F = JF \cdot L'F = KF \cdot HF' = LF \cdot J'F.$$

Пусть  $S$  и  $T$ —точки пересѣченія противоположныхъ сторонъ четырехугольника  $ABCD$ . Предыдущаго свойства вполне доста-

<sup>1)</sup> Подобное свойство имѣетъ центръ круга вписаннаго во всякомъ описанномъ четырехугольникѣ.



точно, чтобы убедиться въ томъ, что точки  $F$  и  $F'$ —суть изогональныя точки тр-ка  $DSC$ , равно какъ и тр-ка  $ATD$  <sup>1)</sup>.

По свойству изогональныхъ точекъ, имѣемъ:

4. *Прямая, изогональная съ діагоналями ортодіагональнаго четырехугольника относительно его угловъ, перестѣкаются въ одной точкѣ* <sup>2)</sup>.

Соединяя точку  $F'$  съ вершинами  $A, B, C, D$ , мы получаемъ прямая  $AF', BF', CF', DF'$  соответственно изогональныя съ  $AF, BF, CF, DF$  относительно угловъ четырехугольника.

Точно также черезъ точку  $F'$  проходятъ прямая  $SF'$  и  $TF'$  соответственно изогональныя съ  $SF$  и  $TF$  относительно угловъ  $S$  и  $T$ .

5. Сходственные стороны и діагонали четырехугольника проекцій и прямоугольника антипроекцій точки  $F$  антипаралельны относительно угловъ  $A, B, C, D, S$  и  $T$ .

6. Прямая  $LN, HJ, JK, KL, LJ, HK$  соответственно перпендикулярны къ прямымъ  $AF', BF', CF', DF', SF'$  и  $TF'$ , а діагонали прямоугольника антипроекцій точки  $F$ — $K'H'$  и  $L'J'$  соответственно перпендикулярны къ  $TF$  и  $SF$ .

7. *Сумма угловъ, подъ которыми видны изъ точки  $F'$  противоположныя стороны ортодіагональнаго четырехугольника, равна двумъ прямымъ.*

Въ самомъ дѣлѣ, по перпендикулярности сторонъ

$$\angle AFD + \angle HLK = 2d$$

и

$$\angle BF'C + \angle HJK = 2d.$$

Складывая эти равенства и замѣчая, что сумма противоположныхъ угловъ вписаннаго въ кругъ четырехугольника  $LNJK$  равна  $2d$ , находимъ:

$$\angle AFD + \angle BJC = 2d.$$

8. Если ортодіагональный четырехугольникъ вписывается въ кругъ, то, какъ мы видѣли выше (теор. I слѣд. 3), вершины прямоугольника антипроекцій точки  $F$  суть середины сторонъ четырехугольника, слѣдовательно точка  $F'$  совпадаетъ съ центромъ круга описаннаго, а діагонали прямоугольника  $K'L'H'J'$  будутъ медианами четырехугольника. Такимъ образомъ въ этомъ случаѣ всѣ свойства точки  $F'$ , которыя здѣсь излагаются, будутъ относиться къ центру круга описаннаго.

(Продолженіе слѣдуетъ).

<sup>1)</sup> Объ изогональныхъ точкахъ и изогональныхъ прямыхъ см. „Новую геометрію треугольника“ Д. Ефремова, стр. 117—123.

<sup>2)</sup> Самостоятельное доказательство этого свойства ортодіагональнаго четырехугольника можно найти въ статьѣ г. Zacharias „Vierecke mit rechtwinkligen Diagonalen“ (Archiv der Mathem. und Physik B. 9, H. 1, 1905).



## РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Второй конгрессъ Нѣмецкаго Рѣнтгеновскаго общества состоится въ первыхъ числахъ апрѣля (н. с.) въ Берлинѣ, подъ предсѣдательствомъ проф. Эберлейна.

Сэръ *Вильямъ Крукс* избранъ членомъ-корреспондентомъ физическаго отдѣленія Парижской Академіи Наукъ.

Метеорологическія станціи японцевъ въ Корей и Манджуріи. Во главѣ метеорологическихъ работъ японцевъ въ Корей и Манджуріи стоитъ профессоръ Wada, которому дѣло это было поручено въ началѣ русско-японской войны. До настоящаго времени онъ учредилъ четырнадцать метеорологическихъ станцій. Первоклассная обсерваторія учреждена въ Чемульпо; прочія станціи (въ Мукденѣ, Фузанѣ, Портъ-Артурѣ и др.)—второклассныя. Береговые станціи ежедневно выпускаютъ предсказанія погоды и оповѣщаютъ ихъ посредствомъ флаговъ. Центральная обсерваторія заранѣе предупреждаетъ о штормѣ, если, судя по состоянію атмосферы, таковой предвидится вблизи береговъ Кореи и Манджуріи.

## РЕЦЕНЗІИ.

Jules Tannery. Leçons d'algèbre et d'analyse à l'usage des élèves des classes de mathématiques spéciales. Tome premier. 1906. Gautier-Villars.

Рекомендовать г.г. преподавателямъ книгу извѣстнаго математика-педагога Tannery было бы съ моей стороны нескромно,—поэтому я ограничиваюсь только сообщеніемъ о выходѣ ея въ свѣтъ и нѣсколькими замѣчаніями.

Содержаніе сочиненія исчерпывается слѣдующими статьями:

1-ая глава. Понятіе о сѣченіяхъ (Notion de coupure). Ирраціональныя числа. Вычисленіе радикаловъ. Дробные отрицательные и ирраціональные показатели. 2-ая. Полиномы. 3-ья. Дѣленіе полиномовъ. 4-ая. Раціональныя дроби. 5-ая. Общій наибольшій дѣлитель. 6-ая. Мнимыя числа. 7-ая. Изученіе полиномовъ съ мнимыми коэффициентами при мнимыхъ значеніяхъ переменныхъ. 8-ая. Размѣщенія, сочетанія и пр. Формула бинома. 9-ая. Уравненія первой степени. 10-ая. Опредѣлители. Уравненія 1-ой степени.

Это сравнительно небольшое содержаніе уложено въ 419 страницъ, что уже одно указываетъ на элементарность изложенія. И дѣйствительно: написанныя рукою большого мастера, страницы читаются легко и съ неослабѣвающимъ интересомъ даже



въ областяхъ, хорошо извѣстныхъ каждому. Если сравнить изложенье того же автора въ его довольно хорошо у насъ извѣстномъ „Introduction à la théorie des fonctions d'une variable“ и здѣсь, то весьма существенная разница въ смыслѣ доступности будетъ въ пользу послѣдняго изданія, что, конечно, объясняется и его школьными цѣлями.

Въ заключеніе позволю себѣ привести нѣсколько мыслей изъ „Предисловія“ автора, тѣмъ болѣе для меня дорогихъ, что я самъ имѣлъ случай неоднократно высказывать ихъ въ печати, хотя, разумѣется, не въ такой блестящей формѣ: „J'ai horreur, пишетъ г. Tannery, d'un enseignement qui n'est pas toujours sincère: le respect de la vérité est la première leçon morale, sinon la seule, qu'on puisse tirer de l'étude des sciences. Sans doute, il y a des démonstrations qui ne sont pas rigoureuses et qui sont excellentes, parce qu'elles laissent dans l'esprit une image qui ne s'efface pas, que l'on voit en même temps que la proposition et dont la clarté suffit à guider dans les applications; si elles présentent quelque lacune, il faut le savoir, et il est bon de savoir où est cette lacune“.

Какъ только наша средняя школа стала на ту точку зрѣнія, что въ ней нѣтъ наукъ, а есть только „учебные предметы“, такъ сейчасъ же развязность въ области всякой „самодѣльности“ замѣтно увеличилась, что къ добру не приведетъ. Поэтому полезно отмѣтить вышеприведенные взгляды Tannery.

А вотъ еще одна мысль Tannery по поводу историческаго элемента въ наукѣ: „Il est fâcheux qu'un élève de mathématiques spéciales ne connaisse Descartes que par la règle des signes, Newton que par la méthode d'approximation ou la formule du binôme et qu'il soit tenté de regarder Rolle comme un aussi grand mathématicien que Descartes ou Newton“.

А у насъ даже лица, окончившія физико-математическій факультетъ университета, большею частью совершенно не знакомы съ исторіей математики.

Этотъ существенный пробѣлъ можно было бы восполнить на существующихъ кое-гдѣ педагогическихъ курсахъ.

М. Попруженко

## ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“ и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать



задачи указаниѣмъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе. Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 713 (4 сер.). Найти четыре такихъ цѣлыхъ числа, чтобы ихъ произведение равнялось суммѣ ихъ квадратовъ. Показать, что задача имѣетъ безконечное множество рѣшеній. Показать, какъ изъ одного рѣшенія получаются другія. Найти наименьшія числа, удовлетворяющія задачѣ.

Проф. В. Ермаковъ (Кіевъ).

№ 714 (4 сер.). Построить треугольникъ  $ABC$ , если даны сторона его  $a$ , отношеніе  $\frac{b}{h_b}$  другой стороны къ соответствующей ей высотѣ и отношеніе  $\frac{c}{m_c}$  третьей стороны къ соответствующей ей медианѣ.

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 715 (4 сер.). Три полуокружности, имѣющія центры на дной прямой и расположенныя по одну сторону послѣдней, пересѣкаются въ точкахъ  $M$ ,  $N$  и  $P$ . Доказать, что сумма угловъ въ криволинейномъ треугольникѣ, составленномъ дугами  $MN$ ,  $NP$  и  $MP$ , меньше  $2d$ .

В. Каламъ (Одесса).

№ 716 (4 сер.). Доказать, что число

$$[n - k(k-1)]^{2n} - 1$$

дѣлится на  $4n+1$ , если  $4n+1$  простое число, на которое не дѣлится  $2k-1$ .

А. Брюхановъ (Иркутскъ).

№ 717 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x^{2n} - y^{n+1} z^{n-1} \sqrt{\frac{z}{x}} = ay,$$

$$y^{2n} - z^{n+1} x^{n-1} \sqrt{\frac{x}{y}} = bz,$$

$$z^{2n} - x^{n+1} y^{n-1} \sqrt{\frac{y}{z}} = cx.$$

Н. Арономовъ (Вологда).

№ 718 (4 сер.). Однородный цилиндръ, масса котораго  $M$  и радиусъ  $R$ , можетъ вращаться вокругъ своей оси, расположенной горизонтально. На этотъ цилиндръ правильно накрута нить, толщиной и массой которой можно пренебречь. Одинъ конецъ нити прикрѣпленъ къ периферіи цилиндра, а къ другому ея концу привязанъ грузъ, масса котораго  $m$  и который своимъ паденіемъ приводитъ цилиндръ во вращеніе. Пренебрегая треніемъ, требуется узнать: а) Въ концѣ какого времени угловая скорость цилиндра будетъ равна одному обороту въ секунду, предполагая, что движеніе начинается безъ начальной скорости. Дано:  $R=10$  сантим.,  $M=35$  килогр.,  $m=250$  грамм., ускореніе силы тяжести  $g=981$  сантиметръ. Извѣстно, что моментъ инерціи однороднаго цилиндра, радиусъ котораго  $R$  и масса  $M$ , по отношенію къ его оси равенъ  $\frac{1}{2} MR^2$ . б) Какова должна быть зависимость между  $M$  и  $m$ ,

чтобы ускореніе массы  $m$  было равно  $\frac{1}{10}$  ускоренія силы тяжести  $g$ .

(Займств.) М. Гербановскій.



## РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

№ 615 (4 сер.). Решить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$2^x + 2^{y+1} = 3z.$$

Пусть  $m$  и  $n$  два цѣлыхъ не отрицательныхъ числа. Пусть разность  $m - n$  есть число нечетное, такъ что числа  $m$  и  $n$  не равны, напр.,  $m > n$ . Тогда

$$2^m + 2^n = 2^n(2^{m-n} + 1) \quad (1).$$

Такъ какъ  $m - n$ , по предположенію, нечетно, то сумма  $2^{m-n} + 1 = 2^{m-n} + 1$  кратна  $2 + 1 = 3$ , а потому (см. (1))  $2^m + 2^n$  кратно 3. Пусть теперь разность  $m - n$  четна; тогда одинъ изъ показателей, напр.,  $m$  не меньше другого, т. е.  $m \geq n$ . Въ этомъ случаѣ представимъ  $2^m + 2^n$  въ такомъ видѣ:

$$2^m + 2^n = 2^n(2^{m-n} + 1) = 2^n[2^{m-n}(2-1) + 1] = 2^n[(2^{m-n+1} + 1) - 2^{m-n}] \quad (2).$$

Но при четности  $m - n$  показатель  $m - n + 1$  нечетенъ, а потому  $2^{m-n+1} + 1$  кратно 3; слѣдовательно (см. (2))  $2^m + 2^n$  не кратно 3. Предположимъ теперь, что оба цѣлыхъ числа  $m$  и  $n$  или одно изъ нихъ отрицательно. Въ этомъ случаѣ сумма  $2^m + 2^n$  некрата 3. Дѣйствительно, если только одно изъ чиселъ  $m$  и  $n$  отрицательно, то сумма  $2^m + 2^n$  обращается въ смѣшанное число; если же оба они отрицательны, то пусть  $m = -\alpha < 0$ ,  $n = -\beta < 0$ . Такъ какъ одно изъ чиселъ  $\alpha$ ,  $\beta$  всегда не меньше другого, то пусть, напри-  
мѣръ,  $\alpha \geq \beta$ . Тогда, если бы  $2^m + 2^n = \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{2^\beta}$  было цѣлымъ, то

$$2^\alpha(2^m + 2^n) = 2^\alpha\left(\frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{2^\beta}\right) = 1 + 2^{\alpha-\beta} \text{ было бы четнымъ цѣлымъ числомъ, что}$$

возможно лишь при  $\alpha = \beta$ . Но тогда  $2^m + 2^n = \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{2^\alpha} = \frac{1}{2^{\alpha-1}}$ , а послѣднее выраженіе представляетъ цѣлое число лишь при  $\alpha = 1$ . Итакъ при отрицательныхъ  $m$  и  $n$  выраженіе  $2^m + 2^n$  можетъ быть цѣлымъ числомъ лишь при  $m = n = -1$ , обращаясь въ  $2^{-1} + 2^{-1} = 1$ ; слѣдовательно при отрицательныхъ  $m$  и  $n$  число  $2^m + 2^n$  не можетъ быть кратно 3. Изъ всего сказаннаго вытекаетъ, что  $2^x + 2^{y+1}$  кратно 3 тогда и только тогда, если  $x \geq 0$ ,  $y+1 \geq 0$  (т. е.  $y \geq -1$ ) и если разность  $x - (y+1)$  нечетна, т. е.  $x - y$  четно. Слѣдовательно, полагая  $p$  и  $q$  равными цѣлымъ числамъ, либо  $x = 2p$ ,  $y = 2q$ , гдѣ  $2p \geq 0$ ,  $2q \geq -1$  (т. е.  $p \geq 0$ ,  $q \geq 0$ ); тогда  $z = \frac{2^{2p} + 2^{2q+1}}{3}$ , либо  $x =$   
 $= 2p + 1$ ,  $y = 2q + 1$ , гдѣ  $2p + 1 \geq 0$ ,  $2q + 1 \geq -1$  (т. е.  $p \geq 0$ ,  $q \geq -1$ ),



$z = \frac{2^{2p+1} + 2^{2q+2}}{3}$ . Итакъ искомыя рѣшенія суть:

$$x=2p, \quad y=2q, \quad z = \frac{2^{2p} + 2^{2q+1}}{3} \quad (3),$$

$$x=2p+1, \quad y=2q+1, \quad z = \frac{2^{2p+1} + 2^{2q+2}}{4} \quad (4),$$

причемъ въ формулахъ (3)  $p$  и  $q$  суть цѣлыя числа, удовлетворяющія неравенствамъ  $p \geq 0$ ,  $q \geq 0$ , а въ формулахъ (4)—неравенствамъ  $p \geq 0$ ,  $q \geq -1$ .

*Н. Пляхово* (Винница); *Г. Оганянцъ* (Эривань); *Н. Агрономовъ* (Вологда); *Г. Лебедевъ* (Полтава).

№ 617 (4 сер.). Въ одной плоскости даны окружность  $O$  и уголъ  $ABC$ . Провести въ заданномъ направленіи сѣкущую, опредѣляющую въ окружности хорду  $xu$ , а въ уголъ отрѣзокъ  $zu$ , равные между собой.

Предположимъ, что задача рѣшена. Опустимъ изъ центра  $O$  данной окружности перпендикуляръ  $Ov$  на прямую  $xu$ , а изъ точки  $B$  перпендикуляръ  $BD$  на прямую  $Ov$ . Изъ произвольной точки  $m$  на сторонѣ  $AB$  данного угла проведемъ прямую, параллельную  $xu$ , и пусть она встрѣчаетъ прямыя  $BC$ ,  $Dv$  и  $Ov$  соответственно въ точкахъ  $n$ ,  $q$  и  $p$ . Тогда, вслѣдствіе параллельности прямыхъ  $xu$ ,  $mp$  и  $BD$ , имѣемъ (полагая, что  $n$  лежитъ на  $BC$ ):

$$\frac{mn}{zu} = \frac{Bn}{Bv} = \frac{Dq}{Dx} = \frac{qp}{xv} = \frac{qp}{xy:2} = \frac{2qp}{xy} \quad (1).$$

Итакъ, (см. (1))

$$\frac{mn}{zu} = \frac{mn}{xy} = \frac{2qp}{xy}, \quad \text{откуда } qp = \frac{mn}{2} \quad (2).$$

Отсюда вытекаетъ построение: строимъ прямую  $Ot$ , перпендикулярную къ заданному направленію искомой сѣкущей, опускаемъ изъ  $B$  перпендикуляръ  $BD$  на прямую  $Ot$  и изъ произвольной (но отличной отъ  $B$ ) точки  $m$  прямой  $AB$  опускаемъ перпендикуляръ  $mp$  на  $Ot$ . Пусть  $n$ —точка встрѣчи прямыхъ  $mp$  и  $BC$ ; отложимъ на прямой  $mp$  отрѣзокъ  $pq = \frac{mn}{2}$  и соединимъ точки  $q$  и  $D$  прямой. Пусть  $x$ —одна изъ точекъ встрѣчи прямой  $qD$  съ окружностью. Прямая, проведенная черезъ  $x$  перпендикулярно къ  $Ot$ , есть искомая сѣкущая. Задача можетъ имѣть два, одно или ни одного рѣшенія, смотря потому, будетъ ли прямая  $qD$  пересѣкать окружность  $O$ , касаться ея или вовсе не встрѣчать ея.

*Д. Колянковскій* (с. Степановка); *Г. Оганянцъ* (Эривань).

№ 618 (4 сер.). Около правильнаго треугольника  $ABC$  описана окружность. Показать, что разстоянія  $x$ ,  $y$ ,  $z$  всякой точки  $M$  этой окружности отъ сторонъ треугольника связаны соотношеніемъ.

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

Точка  $M$  лежитъ на какой-либо изъ трехъ дугъ  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  описанной окружности, напримѣръ, на  $AB$ ; пусть  $MD=x$ ,  $ME=y$ ,  $MF=z$  суть соответственно разстоянія точки  $M$  отъ сторонъ  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$  правильнаго треугольника. Примѣняя къ четырехугольнику  $ACBM$  теорему Птолемея, получимъ:  $AB \cdot MC = BC \cdot AM + AC \cdot BM$ ; (1) но  $AB=BC=AC$ ; поэтому (см. (1))

$$MC = AM + BM \quad (2).$$



Вписанные углы  $MAV$  и  $MCB$ , опирающиеся на общую дугу  $MB$ , равны; подобным же образом равны углы  $MBA$  и  $MCA$ ; следовательно прямоугольные треугольники  $MAF$  и  $MCD$  подобны; точно также подобны треугольники  $MBF$  и  $MCE$ . Поэтому

$$\frac{AM}{CM} = \frac{MF}{MD} \quad (3); \quad \frac{BM}{CM} = \frac{MF}{ME} \quad (4).$$

Сложив равенства (3) и (4), получим  $\frac{AM+BM}{CM} = \frac{MF}{MD} + \frac{MF}{ME}$ ,  
или (см. (2))

$$1 = \frac{MF}{MD} + \frac{MF}{ME},$$

откуда

$$\frac{1}{MF} = \frac{1}{MD} + \frac{1}{ME}, \quad \text{т. е.}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

Д. Коляниковский (с. Степановка); Г. Оланин (Эривань); Н. Плахово (Винница); А. Турчанинов (Бресть).

№ 619 (4 сер.). При каких целых и положительных значениях  $x$  число

$$2^{4x+1} - 3 \cdot 7^x + 5^{x+1} \cdot 6^x$$

делится на 23?

Представив рассматриваемое выражение в видѣ

$$\begin{aligned} 2^{4x+1} - 3 \cdot 7^x + 5^{x+1} \cdot 6^x &= 2 \cdot 2^{4x} - 3 \cdot 7^x + 5 \cdot 7^x - 5 \cdot 7^x + 5 (5^x \cdot 6^x) = \\ &= 2(2^4)^x + 2 \cdot 7^x + 5[(5 \cdot 6)^x - 7^x] = 2(16^x + 7^x) + 5(30^x - 7^x) \quad (1). \end{aligned}$$

Число  $30^x - 7^x$  (см. (1)) при всякомъ цѣломъ положительномъ  $x$  кратно разности  $30 - 7 = 23$ . При нечетномъ положительномъ  $x$  число  $16^x + 7^x$  также кратно суммы  $16 + 7 = 23$ , такъ что при нечетномъ положительномъ  $x$  рассматриваемое выражение (см. (1)) кратно 23. Если же  $x$  четное положительное число, то изъ равенства

$$\begin{aligned} 16^x + 7^x &= 16 \cdot 16^{x-1} + 7 \cdot 7^{x-1} = 9 \cdot 16^{x-1} + 7 \cdot 16^{x-1} + 7 \cdot 7^{x-1} = \\ &= 9 \cdot 16^{x-1} + 7(16^{x-1} + 7^{x-1}) \quad (2) \end{aligned}$$

видно, что число  $16^{x-1} + 7^{x-1}$ , какъ сумма одинаковыхъ нечетныхъ степеней, кратно суммы  $16 + 7 = 23$ , число же  $9 \cdot 16^{x-1}$  не кратно 23, такъ что при четномъ  $x$  число  $16^x + 7^x$  не кратно (см. (2)) 23, а потому предложенное въ условиі задачи выраженіе тоже не кратно 23. Итакъ искомыя значенія  $x$  суть нечетныя положительныя числа.

В. Винокуровъ (Калязинъ); Г. Оланинъ (Эривань); Н. Плахово (Винница); Н. Добролюбовъ (Немировъ); Г. Лебедевъ (Полтава).



# ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА ИЗВѢСТІЯ МОСКОВСКАГО СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ИНСТИТУТА.

Годъ XII.  
1906.

Извѣстія выходятъ **четырьмя** книгами въ годъ, составляющими не менѣе 35 листовъ текста in 8°.

## ПРОГРАММА ИЗВѢСТІЙ:

### Официальный отдѣлъ.

- I. Правительственныя распоряженія, касающіяся М. С. Х. Института.
- II. Постановленія Совѣта Института и относящіеся къ нимъ приложенія:  
а) программы и планы лекцій и практическихъ занятій въ Институтѣ;  
б) отчеты объ экскурсіяхъ, ежегодно совершаемыхъ студентами Института подъ руководствомъ профессоровъ, преподавателей и пр.; в) работы комиссій, назначаемыхъ Совѣтомъ Института для разслѣдованія различныхъ вопросовъ и г) отчеты о командировкахъ членовъ совѣта и другихъ лицъ, служащихъ въ Институтѣ.
- III. Нѣкоторые изъ журналовъ засѣданій Сельскохозяйственнаго комитета, состоящаго при Институтѣ, а именно тѣ, которые имѣютъ особенное значеніе для учебной и ученой дѣятельности Института.
- IV. Годичный отчетъ о состояніи Института.
- V. Каталоги и описанія бібліотеки, разнообразныхъ коллекцій и учебныхъ пособій, находящихся при Институтѣ.

### Неофициальный отдѣлъ.

- I. Труды профессоровъ, преподавателей, ассистентовъ, студентовъ Института и постороннихъ лицъ, а именно:  
а) естественно-историческіе и  
б) статистико-экономическіе (преимущественно касающіеся изученія русскаго народнаго хозяйства).
- Сюда входятъ какъ отдѣльныя самостоятельныя изслѣдованія, такъ и совмѣстныя работы, исполненныя въ лабораторіяхъ, кабинетахъ, на опытномъ полѣ или на предполагаемой опытной станціи, пасѣхъ, въ лѣсной дачѣ, огородѣ, питомникѣ и пр.
- II. Критическія и бібліографическія статьи о выдающихся произведеніяхъ народнохозяйственной и естественноисторической литературы.
- III. Метеорологическія наблюденія, произведенныя на обсерваторіи Института.
- Работы могутъ сопровождаться рисунками, таблицами, чертежами, диаграммами и пр. и, по желанію автора, краткимъ резюме на какомъ-либо иностранномъ языкѣ (резюме должно быть составлено самимъ авторомъ и прислано въ редакцію одновременно со статьею). Оглавленія каждой книги Извѣстія, кромѣ русскаго языка, печатаются еще на французскомъ языкѣ.

**ПОДПИСКА** принимается въ канцеляріи Московскаго Сельскохозяйственнаго Института и въ книжн. магазин. Карбасникова (Москва, Варшава, Вильна, С.-Петербургъ) и „Трудъ“ (Москва, Тверская).

**ПОДПИСНАЯ ЦѢНА** въ годъ, за четыре книги, 5 руб.; для студентовъ высшихъ учебныхъ заведеній 2 руб 50 к.; цѣна отдѣльной книги 1 р. 50 коп.; отдѣльные оттиски статей естественноисторическихъ и статистико-экономическихъ высылаются названными книжными магазинами наложеннымъ платежемъ по разсчету 20 коп. за листъ.

Редакторы: { С. И. Ростовцевъ.  
Д. Н. Приишниковъ.



# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

выходить 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками не менѣе 24-хъ стр. каждый.

**ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:** Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на испытаніяхъ зрѣлости. Библиографическій обзоръ. Замѣтки о новыхъ книгахъ. Объявленія.

**Подписная цѣна съ пересылкой.**

Въ годъ . . . . . 6 руб. || Въ полугодіе . . . . . 3 руб.

(12 №№ составляютъ отдѣльный томъ).

Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся при непосредственныхъ сношеніяхъ съ конторой редакціи платятъ

Въ годъ . . . . . 4 руб. || Въ полугодіе . . . . . 2 руб.

Допускается разсрочка платы. Отдѣльные номера текущаго семестра продаются по 30 коп., прошлыхъ семестровъ по 25 коп. Пробный номеръ высылается безплатно. Книгопродавцамъ 5% уступки. Журналъ за прошлые годы (семестры 1—... по 2 руб. 50 коп., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 руб. за семестръ.

**Семестры II, XVI и XXIII распроданы.**

**Адресъ для корреспонденціи:** Одесса. Въ Редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.

**Городской адресъ:** Елисаветинская, 4.

Редакторъ прив.-доц. В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

**Ежемѣсячный журналъ искусствъ и литературы**

# „ВѢСЫ“

**1906. Годъ изданія третій.**

Задачи „Вѣсовъ“—знакомить съ новѣйшими теченіями литературы и искусствъ, какъ въ Россіи, такъ и въ другихъ странахъ. Въ 1906 г. программа журнала расширена и въ немъ будутъ печататься: романы, повѣсти, рассказы, драматическія произведенія, стихотворенія, статьи по вопросамъ общественнымъ и философскимъ, біографіи и характеристики современныхъ писателей и художниковъ. Кромѣ того, каждый № „Вѣсовъ“ даетъ подробный обзоръ культурной жизни всего міра, въ критическихъ замѣткахъ о новыхъ книгахъ, русскихъ и иностранныхъ, въ отчетахъ о художественныхъ выставкахъ, о замѣчательныхъ спектакляхъ и концертахъ, и т. п. „Вѣсы“ имѣютъ собственныхъ корреспондентовъ въ главныхъ городахъ Зап. Европы. Всѣ №№ „Вѣсовъ“ иллюстрированы оригинальными рисунками и виньетками.

Участіе въ „Вѣсахъ“ принимаютъ: К. Бальмонтъ, Валерій Брюсовъ, Андрей Бѣлый, Максъ Волошинъ, З. Гиппиусъ, Вяч. Ивановъ, Маркъ Криницкій, Н. Лернеръ, Д. Мережковский, проф. В. Морфитъ, Н. Перцовъ, Ст. Шибшевскій, В. Ребиковъ, В. Розановъ, Ѳ. Сологубъ, Д. Filosofovъ и мн. др.

Подписная цѣна на годъ (12 книгъ) съ пересылкой по Россіи пять рублей. Подписка принимается въ редакціи: Москва, Театральная пл., д. Метрополь, кв. 23.

Редакторъ-издатель С. А. Поляковъ.