

Обложка
щется

Обложка
щется

Вѣстникъ Опытной Физики

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 406.

Содержаніе: Вертящійся волчокъ. Публичный докладъ, прочитанный въ засѣданіи „Британской Ассоціаціи“ въ Лидсѣ (Продолженіе). Проф. Джона Перри. — Исторія математической физики Пуанкаре. Переводъ Г. Л. — О прямой Эйлера. (Окончаніе) Дм. Ефремова. — Объ одномъ видѣ кратныхъ чиселъ. М. Бритмана — Научная хроника: О механизмѣ электрическаго распыленія. — Разныя извѣстія: Задачи на преміи Парижской Академіи наукъ. Премія имени Лагранжа Бельгійской Академіи наукъ. Союзъ нѣмецкихъ инженеровъ. Избраніе профессора Ф. Клейна почетнымъ докторомъ техническихъ наукъ въ Мюнхенѣ. — Задачи для учащихся, №№ 695—700 (4 сер.). — Решенія задачъ, №№ 591, 592, 593, 596, 598, 607. — Объявленія.

ВЕРТЯЩІЙСЯ ВОЛЧОКЪ.

Публичный докладъ, прочитанный въ засѣданіи
„Британской Ассоціаціи“ въ Лидсѣ.

Проф. Джона Перри.

(Продолженіе *).

Всѣ Вы знаете, что звукъ требуетъ времени для своего распространенія. Это положеніе есть выводъ изъ обыденныхъ наблюденій. Напримѣръ, мы видимъ, какъ находящійся вдали дровосѣкъ уже второй разъ поднимаетъ свой топоръ, прежде чѣмъ мы успѣваемъ воспринять звукъ отъ перваго удара. Опустошительная морская волна достигла береговъ Японіи многими часами позже того, какъ землетрясеніе всколыхнуло далекіе берега Америки, такъ какъ нужно время для того, чтобы волны совершили путь черезъ Тихій океанъ. Хотя свѣтъ распространяется

*) См. №№ 404—405 „Вѣстника“.

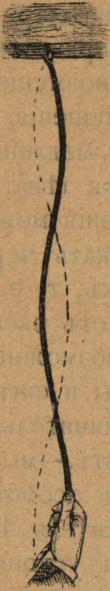
быстрѣе, чѣмъ звукъ или чѣмъ движеніе волны по поверхности моря, но все-таки онъ распространяется не съ безконечной скоростью, и моментъ наступленія затмѣнія спутника Юпитера замедляется на замѣтное число минутъ, такъ какъ свѣтъ нуждается во времени для своего распространенія. При помощи наблюденій такого рода скорость свѣта была измѣрена, и мы знаемъ, что свѣтъ распространяется со скоростью 187 000 миль или же 30 000 милліоновъ сантиметровъ въ секунду. Нѣтъ сомнѣній, что эти числа почти вполнѣ точны, такъ какъ скорость свѣта была измѣрена въ лабораторіи при помощи метода, совершенно исключающаго возможность ошибокъ.

Самое интересное пріобрѣтеніе физики со временъ Ньютона—это опыты, произведенные Фарадеемъ и ихъ теоретическая оцѣнка, сдѣланная Томсономъ и Максвелемъ. Эта теорія состоитъ въ томъ, что свѣтъ и лучистая теплота суть не что иное, какъ распространяющіяся въ пространствѣ электромагнитныя возмущенія. Поэтому я осмѣливаюсь ограничиться простымъ указаніемъ на основную идею, хотя это предметъ величайшей важности, и я могу только сказать, что изъ всѣхъ явленій, наблюденныхъ при изслѣдованіи свѣта, электричества и магнетизма, ни одно не противорѣчитъ теоріи Максвелля и что, наоборотъ, мы знаемъ много явленій, которыя ее подтверждаютъ. Самое значительное и первое по времени подтвержденіе, которое нашла эта теорія, состояло въ слѣдующемъ. Если эта теорія вѣрна, то въ результатъ нѣкоторыхъ надлежащихъ измѣреній должна получиться величина, которая совершенно совпадаетъ со скоростью свѣта. Между прочимъ я долженъ замѣтить, что эти электрическія измѣренія касаются величинъ, которыя, повидимому, не имѣютъ никакого отношенія къ свѣту, если только не принимать въ расчетъ необходимости пользоваться зрѣніемъ для производства измѣреній; для этой цѣли достаточно имѣть въ своемъ распоряженіи линейку въ 65 сантиметровъ длиною, магнитную стрѣлку, катушки, обмотанныя проволокой, и электрическій токъ. Произвести точно вышеупомянутое измѣреніе очень трудно. Цѣлый рядъ искусныхъ экспериментаторовъ, работавшихъ совершенно независимо другъ отъ друга и примѣнявшихъ совершенно различные методы, все-таки пришли къ результатамъ, изъ которыхъ только одинъ разнился на 5% отъ наблюденной скорости свѣта, между тѣмъ какъ нѣкоторые изъ нихъ, а именно тѣ, къ которымъ можно отнести съ наибольшимъ довѣріемъ, совершенно совпадаютъ съ среднимъ значеніемъ скорости свѣта.

Итакъ, наблюдается удивительное совпаденіе между этими двумя измѣреніями; но, не имѣя болѣе подробнаго разъясненія, чѣмъ то, которое я Вамъ далъ, Вы не можете оцѣнить всей важности этого совпаденія между двумя, повидимому, независимыми величинами. Во всякомъ случаѣ мы знаемъ, благодаря работамъ профессора Герца, что теорія Максвелля правильна и что свѣтъ есть не что иное, какъ электромагнитное возмущеніе; кромѣ того, мы знаемъ, что электромагнитныя возмущенія, которыя распространяются, правда, несравненно медленнѣе, чѣмъ свѣтъ и теплота, проходятъ теперь черезъ наши тѣла; что этотъ самый новый по времени открытія родъ излученія можетъ отражаться и преломляться, а также можетъ проникать черезъ кирпичъ, каменные стѣны и черезъ туманный воздухъ, т. е. черезъ такія вещества, черезъ которыя свѣтъ не можетъ распространяться; теоретически представляется даже возможнымъ, что въ будущемъ всѣ военные мореходные сигналы и сигналы маяковъ будутъ передаваться съ помощью этого удивительнаго рода лучистой энергіи, по отношенію къ которой свѣтъ,—мы желаемъ это категорически высказать,—является лишь особой ея формой. Такимъ образомъ теперь, напримѣръ, два жителя Лидса могли бы сноситься другъ съ другомъ при помощи условныхъ знаковъ на разстояніи полумили черезъ цѣлую массу домовъ, однимъ изъ которыхъ является и эта зала, въ которой мы собрались.

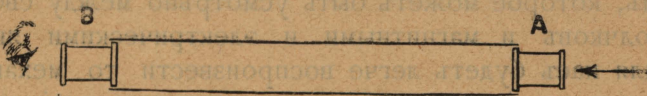
Я упоминаю объ этомъ величайшемъ открытіи современной физики, такъ какъ зародышъ его мы находимъ уже въ работѣ, опубликованной тѣмъ же самымъ Томсономъ еще въ 1856 году. Къ тому же оно находится въ непосредственной связи съ тѣмъ сходствомъ, которое можетъ быть усмотрѣно между свойствами нашихъ волчковъ и магнитными и электрическими явленіями. Однако, для насъ будетъ легче воспроизвести то механическое наглядное поясненіе вращенія плоскости поляризаціи свѣта посредствомъ магнетизма, которое далъ Томсонъ въ 1874 году. На это явленіе, по моему мнѣнію, надо смотрѣть, какъ на самое значительное изъ открытій Фарадея. Открытіе это оказалось весьма важнымъ для науки, такъ какъ оно было сдѣлано въ порядкѣ такой идеи, при которомъ было очень трудно натолкнуться на явленіе новаго рода. Относительно своего открытія индуктивныхъ токовъ, которому всѣ общества электрическаго освѣщенія и передачи электрической энергіи обязаны своимъ существованіемъ, самъ Фарадей говоритъ, что оно было естественнымъ

слѣдствіемъ открытій его предшественника, а именно естествоиспытателя Эрстеда. Это же оптически-магнитное открытіе явилось совершенно неожиданнымъ. Теперь я хочу описать это явленіе.



Фиг. 57.

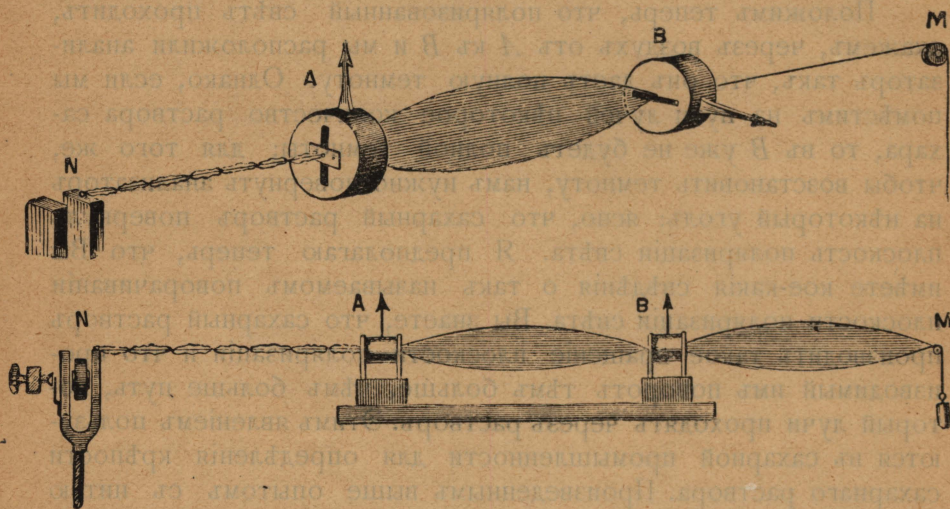
Нѣкоторые изъ Васъ, можетъ быть, знаютъ, что если черезъ этотъ приборъ, носящій названіе Николевой призмы, пропустить свѣтовой лучъ, то онъ поляризуется, т. е. становится, такъ сказать, одностороннимъ; другими словами, всякій свѣтъ, который проникаетъ черезъ эту призму, распространяется далѣе при помощи колебаній, которыя совершаются только въ одной определенной плоскости. Этотъ канатъ (фиг. 57), свѣшивающійся съ потолка, даетъ наглядное представленіе о плоско-поляризованномъ свѣтѣ, такъ какъ всѣ точки каната совершаютъ колебанія въ одной и той же плоскости. Призма *A* (фиг. 58) пропускаетъ лишь свѣтъ, поляризованный въ вертикальной плоскости. Въ *B* я имѣю второй приборъ такого же рода, который я располагаю такъ, что сквозь него такимъ же образомъ можетъ проникнуть лишь свѣтъ, поляризованный въ вертикальной плоскости. Поэтому большая часть свѣта, который проходитъ черезъ поляризаторъ, какъ называютъ первую призму, пройдетъ также безъ препятствія черезъ анализаторъ, какъ называется вторая призма; и такимъ образомъ я даю возможность этому свѣту проникнуть



Фиг. 58.

въ мой глазъ. Но какъ только я поверну анализаторъ на прямой уголъ, я перестаю видѣть свѣтъ; и уже во время поворачиванія анализатора мало по малу наступаетъ потемнѣніе. Теперь анализаторъ можетъ пропускать только тотъ свѣтъ, который поляризованъ въ горизонтальной плоскости, а такого свѣта онъ не получаетъ.

Эта модель (фиг. 59) хорошо иллюстрирует наше представление о поляризованном свѣтѣ. Эта бѣлая, особеннымъ образомъ приготовленная, ярко блестящая нить MN натянута при помощи противовѣса, прикрѣпленнаго къ ней по ту сторону блока M , а конецъ ея N прикрѣпленъ къ одной изъ вѣтвей камертона. Особого рода куски волокнистой нити, которые придѣланы вокругъ части нити NA , не даютъ ей колебаться въ какомъ-либо опредѣленномъ направленіи; наоборотъ, отъ A до M нить свободна отъ всякаго препятствія, задерживающаго колебанія. Прямоугольный прорѣзь въ A , сквозь который проходитъ нить, опредѣляетъ характеръ ея колебаній въ промежуткѣ AB : каждая часть нити отъ A до B можетъ колебаться только вверхъ и



Фиг. 59.

внизъ. Далѣе, вертикальный прорѣзь въ B даетъ возможность распространяться вертикальнымъ колебаніямъ сквозь него, а потому Вы видите, что часть нити BM колеблется такимъ же образомъ, какъ и AB . Я могъ бы указать цѣлый рядъ случаевъ, въ которыхъ эта наглядная модель не исчерпываетъ хотя бы даже приблизительно всѣхъ особенностей свѣтового явленія, указаннаго на фиг. 58; но для той цѣли, которую я теперь имѣю въ виду, я удовольствуюсь такой моделью. Прорѣзь A представляетъ поляризаторъ колебаній: онъ даетъ возможность пройти движеніямъ, происходящимъ только вверхъ и внизъ; точно также и прорѣзь B пропускаетъ только движенія вверхъ и внизъ. Если же начать поворачивать прорѣзь B , то онъ все меньше и меньше про-

пускаетъ движенія вверхъ и внизъ, пока, придя во второе положеніе, изображенное на нижней части рисунка, онъ не перестаетъ совершенно пропускать какое бы то ни было движеніе вверхъ и внизъ; тогда прекращается всякое видимое движеніе между B и M . Вы легко поймете, что, если бы мы не знали, въ какой плоскости (въ данномъ случаѣ эта плоскость вертикальна) происходятъ колебанія нити между A и B , то намъ достаточно было бы повернуть прорѣзь B , пока не прекратились бы какія бы то ни было колебанія, чтобы отсюда сдѣлать заключеніе о направленіи этой плоскости. Поэтому, въ случаѣ, когда мы имѣемъ дѣло со свѣтомъ, мы можемъ назвать A поляризаторомъ, а B анализаторомъ колебаній.

Положимъ теперь, что поляризованный свѣтъ проходитъ, скажемъ, черезъ воздухъ отъ A къ B и мы расположили анализаторъ такъ, что онъ даетъ полную темноту. Однако, если мы помѣстимъ на пути лучей нѣкоторое количество раствора сахара, то въ B уже не будетъ полной темноты; для того же, чтобы возстановить темноту, намъ нужно повернуть анализаторъ на нѣкоторый уголъ; ясно, что сахарный растворъ повернулъ плоскость поляризаціи свѣта. Я предполагаю теперь, что Вы имѣете кое-какія свѣдѣнія о такъ называемомъ поворачиваніи плоскости поляризаціи свѣта. Вы знаете, что сахарный растворъ производитъ такое вращеніе плоскости поляризаціи и что производимый имъ поворотъ тѣмъ больше, чѣмъ больше путь, который лучи проходятъ черезъ растворъ. Этимъ явленіемъ пользуются въ сахарной промышленности для опредѣленія крѣпости сахарнаго раствора. Произведеннымъ выше опытомъ съ нитью я обязанъ профессору Сильванусу Томсону; ему же принадлежитъ и аппаратъ къ которому я теперь обращаюсь.

(Окончаніе слѣдуетъ).

<http://vofem.ru>

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ.

Изъ книги Пуанкаре: „*La Valeur de la Science*“.

Переводъ I. Л.

Прошлое и будущее физики. Каково современное состояніе математической физики? Какія задачи она призвана рѣшить? Каково ея будущее? Переживаетъ ли она теперь переходный моментъ? Останутся ли методъ и цѣль ея черезъ десять лѣтъ въ неизмѣнномъ видѣ, или же, наоборотъ, мы присутствуемъ при коренномъ переворотѣ? Попытаемся отвѣтить на эти вопросы.

Но поставить эти вопросы гораздо легче, чѣмъ отвѣтить на нихъ. Слѣдуетъ относиться осторожно къ искушенію сдѣлать такого рода прогнозъ: стоитъ только представить себѣ, какихъ бы несообразностей наговорили наиболѣе выдающіеся ученые прошлаго столѣтія, если бы у нихъ спросили, какова будетъ наука XIX вѣка. Какъ смѣлы были бы они, вѣроятно, въ своихъ предсказаніяхъ, и сколь робкими они оказались бы впоследствии! Поэтому не ждите отъ меня пророчествъ.

Но, отказываясь подобно благоразумному медику отъ прогноза, я не могу отказать себѣ въ небольшомъ діагнозѣ. Да, конечно, есть указанія, что мы переживаемъ серьезный кризисъ, что мы должны въ ближайшемъ будущемъ ждать глубокой перемѣны. Не будемъ, однако, слишкомъ беспокоиться. Мы увѣрены, что наша больная не умретъ; наоборотъ, мы можемъ даже надѣяться, что кризисъ будетъ имѣть благотворныя послѣдствія: исторія служитъ намъ въ этомъ гарантіей. Дѣйствительно, этотъ кризисъ не первый, и чтобы понять, въ чемъ онъ состоитъ, намъ нужно обратиться къ тѣмъ кризисамъ, которые наша наука уже пережила. Мы сдѣлаемъ краткое историческое отступленіе.

Физика центральныхъ силъ. Какъ извѣстно, математическая физика обязана своимъ существованіемъ небесной механикѣ, которая зародила ее въ концѣ XVIII вѣка, въ ту пору, когда она сама достигла полной зрѣлости. Во время своего младенчества дитя поразительно походило на свою мать.

Вселенная астрономовъ состоитъ изъ матеріальныхъ тѣлъ, весьма, конечно, большихъ, но столь отдаленныхъ другъ отъ друга, что въ сравненіи съ этими разстояніями они могутъ считаться точками. Эти тѣла притягиваются другъ къ другу съ силой, обратно пропорціональной квадратамъ разстояній, и это единственная сила, которая обуславливаетъ ихъ движенія. Но если бы наши чувства были даже столь тонки, что могли бы открыть намъ мельчайшія подробности строенія тѣлъ, изучаемыхъ физикой, то зрѣлище, которое представилось бы намъ, мало чѣмъ отличалось бы отъ того міра, который созерцаютъ астрономы. Здѣсь мы также

увидѣли бы матеріальныя точки, отдѣленные другъ отъ друга разстояніями, неизмѣримо большими, чѣмъ онѣ сами, и описывающія орбиты, слѣдую опредѣленнымъ законамъ. Эти безконечно-малыя звѣзды суть атомы. Подобно настоящимъ звѣздамъ онѣ взаимно притягиваются или отталкиваются, и это притяженіе или отталкиваніе атомовъ, направленное вдоль прямой, соединяющей ихъ, зависитъ только отъ отдѣляющаго ихъ разстоянія. Законъ измѣненія этой силы въ зависимости отъ разстоянія не есть непременно законъ Ньютона, но во всякомъ случаѣ представляетъ полную съ нимъ аналогію; вмѣсто экспонента — 2 мы тамъ имѣемъ, быть можетъ, другой, но однимъ этимъ различіемъ показателей степени обусловливается все разнообразіе физическихъ явленій, разнообразіе качествъ и ощущеній, весь окружающій насъ міръ красокъ и звуковъ, однимъ словомъ, вся природа.

Такова первоначальная концепція во всей ея чистотѣ. Задача заключается лишь въ томъ, чтобы въ различныхъ случаяхъ подобрать такой показатель степени, чтобы результаты были согласны съ дѣйствительностью. Съ помощью такой именно модели Лапласъ, напримѣръ, создалъ свою прекрасную теорію капиллярности. Эту силу онъ разсматриваетъ лишь какъ частный случай притяженія, или, какъ онъ выражается, всемірнаго тяготѣнія; никому поэтому не кажется страннымъ, что ученіе о капиллярности помѣщено въ одномъ изъ пяти томовъ небесной механики. Нѣсколько позже Вріо открылъ всѣ тайны оптики; такъ думалъ онъ самъ, показавши, что атомы эфира притягиваются съ силой, обратно пропорціональной шестой степени разстоянія; и даже Максвеллъ, великій Максвеллъ не полагалъ ли, что атомы газа отталкиваются съ силой, обратно пропорціональной пятой степени разстояній? Вмѣсто Ньютонова показателя — 2 мы имѣемъ показатель — 5 или показатель — 6: вотъ и вся разница.

Между всѣми теоріями, относящимися къ этой эпохѣ, единственное исключеніе составляетъ теорія распространенія свѣта Фурье; здѣсь мы также имѣемъ дѣло съ атомами, дѣйствующими другъ на друга на разстояніе; они взаимно обмѣниваются теплотой, но они не притягиваются и не колеблются. Въ этомъ пунктѣ теорія Фурье должна была казаться его современникамъ и ему самому временной и несовершенной.

Эта концепція не лишена была величія; она была заманчива и многіе изъ насъ и теперь еще не отказались отъ нея окончательно; они знаютъ, что до сущности вещей можно добраться, лишь терпѣливо распутывая сложный клубокъ, который доставляютъ намъ наши чувства; что идти впередъ можно, лишь ступая шагъ за шагомъ, не пропуская ни одного промежуточнаго пункта; что наши отцы сдѣлали ошибку, стараясь миновать промежуточные этапы; за то они вѣрили, что, добравшись до послѣднихъ элементовъ, они здѣсь обрѣтутъ величественную простоту Небесной Механики.

Эта концепція не была также бесплодной; она оказала намъ неоцѣнимую услугу, такъ какъ она содѣйствовала тому, что мы точно уяснили себѣ фундаментальное понятіе о физическомъ законѣ. Объяснимъ это: какъ понимали древніе Законъ? Для нихъ это была внутренняя гармонія, вѣчная и неизмѣнная; или, пожалуй, это была нѣкоторая модель, которую природа старалась имитировать. Для насъ законъ совсѣмъ не то; это есть постоянное соотношеніе между сегодняшнимъ явленіемъ и завтрашнимъ; словомъ, это есть дифференціальное уравненіе.

Такова идеальная форма идеальнаго закона. Первымъ закономъ, представшимъ предъ нами въ такой формѣ, былъ законъ Ньютона. Если эта форма акклиматизировалась въ физикѣ, то лишь благодаря подражанію закону Ньютона, благодаря имитациі Небесной Механики.

Физика принциповъ. Однакоже, въ концѣ концовъ концепція центральныхъ силъ оказалась неудовлетворительной, и въ этомъ то заключается первый изъ кризисовъ, о которыхъ я выше говорилъ вамъ.

Что же мы тогда придумали? Мы отказались отъ надежды проникнуть въ глубины строенія вселенной, отъ попытки разобратъ составныя части этой огромной машины, рассмотреть одну за другой управляющія ею силы; мы ограничились тѣмъ, что выбрали себѣ въ качествѣ проводниковъ нѣкоторые общіе принципы, назначеніе которыхъ заключалось въ томъ, чтобы сдѣлать ненужнымъ кропотливое изслѣдованіе. Въ чемъ же дѣло? Предположимъ, что передъ нами какая-нибудь машина; видны лишь начальное колесо и конечное, но передаточныя части, тѣ промежуточныя колеса, черезъ которыя послѣдовательно передается движеніе, спрятаны внутри и скрыты отъ нашего взора. Мы не знаемъ, совершается ли передача помощью зубчатыхъ колесъ, или ремней, или рычаговъ, или какъ-нибудь иначе. Скажемъ ли мы, что, пока намъ не дадутъ разобрать машину на части, мы ничего не въ состояніи въ ней понять? Нѣтъ! Вы вѣдь, знаете что принципъ сохраненія энергіи можетъ дать намъ важныя свѣдѣнія объ этомъ скрытомъ механизмѣ. Мы легко констатируемъ, что конечное колесо вращается въ десять разъ медленнѣе начальнаго: вѣдь эти два колеса доступны нашему глазу. Мы съ увѣренностью заключаемъ, что пара, приложенная къ первому колесу, уравновѣшиваетъ въ десять разъ большую пару, приложенную къ послѣднему. Для такого заключенія нѣтъ ни малѣйшей надобности проникнуть въ механизмъ этого равновѣсія и узнать, какимъ образомъ уравновѣшиваются силы внутри машины. Достаточно имѣть увѣренность въ томъ, что это уравновѣживаніе неминуемо имѣетъ мѣсто.

Такую же самую услугу принципъ сохраненія энергіи окажетъ намъ по отношенію къ вселенной. Вѣдь и она есть машина, безконечно болѣе сложная, чѣмъ всѣ машины нашей индуст-

стрій, почти всѣ части ея глубоко скрыты отъ насъ. Но наблюдая движенія тѣхъ частей, которыя доступны нашему глазу, мы съ помощью нашего принципа можемъ сдѣлать заключенія, которыя останутся вѣрными, каковы бы ни были детали обуславливающего ихъ механизма.

Принципъ сохраненія энергіи, или принципъ Майера есть несомнѣнно важнѣйшій, но не единственный; есть еще и другіе полезные принципы. Таковы:

Принципъ Карно, или принципъ деградации энергіи.

Принципъ Ньютона, или принципъ равенства дѣйствія и противодѣйствія.

Принципъ относительности, согласно которому законы физики остаются неизмѣнными независимо отъ того, находится ли наблюдатель въ покоѣ, или же онъ участвуетъ въ равномерномъ поступательномъ движеніи; такъ что мы не знаемъ и не можемъ знать, испытываемъ ли мы такое движеніе или нѣтъ.

Принципъ сохраненія массы, или принципъ Лавуазье.

Я прибавлю сюда еще принципъ наименьшаго дѣйствія.

Приложеніе этихъ пяти или шести общихъ принциповъ къ различнымъ физическимъ явленіямъ даетъ намъ о нихъ тѣ свѣдѣнія, на полученіе которыхъ мы имѣли основаніе надѣяться. Самымъ замѣчательнымъ образцомъ этой новой математической физики служитъ несомнѣнно Максвеллева электромагнитная теорія свѣта. Что такое эфиръ, какъ расположены его молекулы, притягиваютъ ли онѣ другъ друга или отталкиваютъ? Объ этомъ мы ничего не знаемъ. Мы знаемъ, однако, что эта среда одновременно передаетъ и оптическія и электрическія пертурбаціи; мы знаемъ еще, что эта передача совершается согласно общимъ принципамъ механики, и этого достаточно, чтобы установить уравненія электромагнитнаго поля.

Эти принципы представляютъ собою весьма обобщенные результаты опыта. Но, повидимому, благодаря своей всеобщности, они достигли высокой степени достовѣрности. Въ самомъ дѣлѣ, чѣмъ больше охватываетъ законъ, тѣмъ чаще представляется возможность контролировать его, и подобныя провѣрки, постоянно нарастающія численно и принимающія самыя разнообразныя формы, порою совершенно неожиданныя, въ концѣ концовъ сообщаютъ закону характеръ полной достовѣрности.

Значеніе старой физики. Такова вторая фаза исторіи математической физики: этотъ періодъ еще не окончился. Скажемъ ли мы, что первый періодъ былъ безплоденъ, что въ теченіе пятидесяти лѣтъ наука шла ложнымъ путемъ, что намъ остается лишь предать забвенію такую массу усилій, которая изъ за ложной теоріи съ самаго начала были осуждены на неудачу? Нѣтъ, скажемъ мы рѣшительно. Думаете ли вы, что вторая фаза могла бы начаться, если бы не было первой? Гипотеза центральныхъ силъ

тапла въ себѣ въѣ принципы; они вытекали изъ нея, какъ необходимы слѣдствія; эта гипотеза носила въ себѣ и принципъ сохраненія энергіи и массъ, и равенство дѣйствія и противодѣйствія, и законъ наименьшаго дѣйствія. Всѣ они, правда, представлялись не въ видѣ экспериментальныхъ истинъ, но въ видѣ теоремъ, которыя излагались почему-то и въ болѣе точной и въ менѣе общей формѣ, чѣмъ въ настоящемъ ихъ видѣ.

Математическая физика нашихъ отцовъ познакомила насъ постепенно съ этими различными принципами и приучила насъ распознавать ихъ подъ разнообразными покровами, которые ихъ скрываютъ. Сравнивая слѣдствія принциповъ съ данными опыта, мы увидали, какимъ образомъ слѣдуетъ измѣнить ихъ, чтобы приспособить къ этимъ опытнымъ даннымъ: этимъ путемъ они сдѣлались болѣе общими и надежными. Пришлось установить на нихъ взглядъ, какъ на экспериментальныя истины; концепція центральныхъ силъ оказалась тогда излишней и даже вредной, потому что она сообщала принципамъ свой гипотетическій характеръ.

Эти рамки не были сломаны въ виду того, что они были эластичны; онѣ лишь расширились. Наши отцы, которые создали ихъ, работали не напрасно: въ современной наукѣ мы распознаемъ основныя черты того эскиза, который они намъ оставили.

О прямой Эйлера.

Д.м. Ефремова (Иваново-Вознесенскъ).

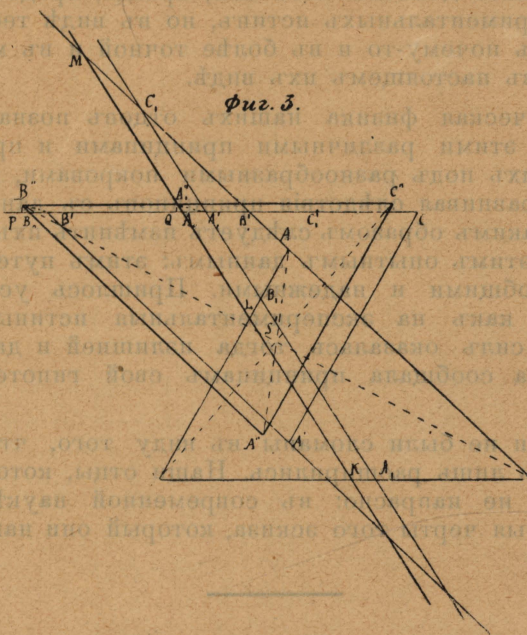
(Окончаніе *).

18. Положимъ, какъ и раньше, что (фиг. 3) стороны тр-ка ABC пересѣкаются съ его прямою Эйлера въ точкахъ A_1, B_1, C_1 и что прямыя Эйлера тр-въ AB_1C_1, BC_1A_1 и CA_1B_1 образуютъ тр-къ $A'B'C'$. Проведемъ прямую, параллельную $A_1B_1C_1$ и пересѣкающую стороны тр-ка ABC въ точкахъ K, L, M ; тр-къ, составленный прямыми Эйлера тр-въ ALM, BKM и CKL , обозначимъ чрезъ $A''B''C''$.

Пусть x, y, z и x_1, y_1, z_1 суть разстоянія вершинъ даннаго тр-ка A, B, C отъ прямыхъ $B'C', C'A', A'B'$ и $B''C'', C''A'', A''B''$; разстоянія прямыхъ $A_1B_1C_1$ и KLM отъ тѣхъ же вершинъ пусть будутъ m, n, p и m_1, n_1, p_1 .

*, См. № 404 „Вѣстника“.

Такъ какъ $B''C''$ и $B'C'$ суть соответственныя прямая подоб-
ныхъ тр-въ ALM и AB_1C_1 , то



Фиг. 3.

$$\frac{x_1}{x} = \frac{m_1}{m};$$

отсюда, обозначивъ разстояніе между прямыми $A_1B_1C_1$ и KLM
черезъ g , т. е. положивъ

$$m_1 = m + g,$$

находимъ, что

$$x_1 = x \left(1 + \frac{g}{m} \right);$$

подобнымъ же образомъ изъ тр-въ BKM и BC_1A_1 , CKL и CA_1B_1
найдемъ, что

$$y_1 = y \left(1 + \frac{g}{n} \right)$$

и

$$z_1 = z \left(1 - \frac{g}{p} \right);$$

на основаніи формулъ (14) эти выраженія принимаютъ видъ:

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{2\Delta_1}{a} \left(1 + \frac{g}{m}\right), \\y_1 &= \frac{2\Delta_2}{b} \left(1 + \frac{g}{n}\right), \\z_1 &= \frac{2\Delta_3}{c} \left(1 - \frac{g}{p}\right).\end{aligned}\tag{16}$$

Изъ этихъ равенствъ слѣдуетъ, что

$$by_1 + cz_1 - ax_1 = 2(\Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1) + g \left(\frac{2\Delta_2}{b} - \frac{2\Delta_3}{p} - \frac{2\Delta_1}{a} \right);$$

но

$$\frac{2\Delta_2}{n} = A_1 C_1, \quad \frac{2\Delta_3}{p} = A_1 B_1, \quad \text{и} \quad \frac{2\Delta_1}{m} = B_1 C_1;$$

поэтому

$$\frac{2\Delta_2}{b} - \frac{2\Delta_3}{p} - \frac{2\Delta_1}{a} = A_1 C_1 - A_1 B_1 - B_1 C_1 = 0;$$

слѣдовательно,

$$by_1 + cz_1 - ax_1 = 2\Delta. \tag{XII}$$

19. Если разстоянія между параллельными прямыми BC и $B''C''$, CA и $C''A''$, AB и $A''B''$ обозначить чрезъ ξ_1 , η_1 , ζ_1 , то, при прежнихъ значеніяхъ ξ , η , ζ ,

$$\xi_1 = \xi + (x_1 - x) = \xi + x \frac{g}{m},$$

$$\eta_1 = \eta + (y_1 - y) = \eta - y \frac{g}{n},$$

$$\zeta_1 = \zeta + (z_1 - z) = \zeta + z \frac{g}{p}.$$

Подставивъ сюда значенія ξ , η , ζ (15) и x , y , z (14), получимъ:

$$\begin{aligned}\xi_1 &= \frac{2}{a} \left(\Delta + \Delta_1 + g \frac{\Delta_1}{m} \right), \\ \eta_1 &= \frac{2}{b} \left(\Delta - \Delta_2 - g \frac{\Delta_2}{n} \right), \\ \zeta_1 &= \frac{2}{c} \left(\Delta - \Delta_3 + g \frac{\Delta_3}{p} \right).\end{aligned}\tag{17}$$

Изъ этихъ формулъ, принимая во вниманіе равенство

$$\frac{\Delta_1}{m} - \frac{\Delta_2}{n} + \frac{\Delta_3}{p} = 0,$$

находимъ, что

$$a\xi_1 + b\eta_1 + c\zeta_1 = 4\Delta. \quad (\text{XIII})$$

20. Теорема. Если данный тр-къ (ABC) пересѣчь прямою, параллельною его прямой Эйлера, то прямая Эйлера тр-ва, составленныхъ этою прямою со сторонами даннаго тр-ка, образуютъ тр-къ (A'B'C'), равный данному.

Тр-ки ABC и A'B'C' (фиг. 3), очевидно, гомотетичны; обозначимъ чрезъ S' ихъ центръ гомотетіи и чрезъ ξ'_1 , η'_1 , ζ'_1 разстояніе его отъ сторонъ тр-ка BC, CA, AB.

Такъ какъ

$$\frac{\xi'_1}{\xi_1 - \xi'_1} = \frac{\eta'_1}{\eta_1 - \eta'_1} = \frac{\zeta'_1}{\zeta_1 - \zeta'_1},$$

то

$$\begin{aligned} \frac{\xi'_1}{\xi_1} &= \frac{\eta'_1}{\eta_1} = \frac{\zeta'_1}{\zeta_1} = \\ &= \frac{a\xi'_1 + b\eta'_1 + c\zeta'_1}{a\xi_1 + b\eta_1 + c\zeta_1} = \frac{2\Delta}{4\Delta} = \frac{1}{2}; \end{aligned}$$

слѣдовательно, точка S' равно отстоитъ отъ сторонъ тр-ва AB и A'B', BC и B'C', CA и C'A', а потому тр-ки ABC и A'B'C' равны.

Доказанная теорема есть обобщеніе предыдущей теоремы, относящейся къ тому случаю, когда сѣкущая KLM тр-ка ABC совпадаетъ съ его прямою Эйлера $A_1B_1C_1$.

21. Теорема. Сѣкущая тр-ка ABC, параллельная его прямой Эйлера, служитъ прямою Эйлера для тр-ка A'B'C'.

Положимъ, что общая прямая Эйлера $A_1B_1C_1$ тр-ва ABC и A'B'C' (фиг. 3) пересѣкается съ B'C' въ точкѣ A₁', а параллельная ей сѣкущая KLM пересѣкается съ B'C' въ точкѣ A₁". Такъ какъ, на основаніи послѣднихъ теоремъ, тр-ки A'B'C' и A''B''C'' гомотетичны, то для доказательства теоремы достаточно доказать, что A₁' и A₁" суть соответственныя точки этихъ тр-въ, т. е. что A₁'A₁" = B'B''.

Обозначимъ чрезъ P и Q проекціи точекъ B'' и A₁" на прямую B'C' и найдемъ разность отрезковъ B'P и A₁'Q.

Если B'C' пересѣкается съ A'B'' и KLM въ B₀ и A₀, то

$$B'P = B'B_0 + B_0P$$

и

$$A_1'Q = A_1'A_0 + A_0Q;$$

но

$$B'B'_0 = \frac{z - z_1}{\sin B} = \frac{zg}{p \sin B} = \frac{2\Delta_3 g}{p \sin B}$$

$$= - \frac{g \cos C \cdot \cos \gamma}{\sin B \sin \alpha \sin \beta},$$

$$B_0P = (x_1 - x) \cot g B = \frac{xg}{m} \cot g B =$$

$$= \frac{2\Delta_1 g \cos B}{m \sin B} = \frac{g \cos A \cos \alpha \cos \beta}{\sin \beta \sin \gamma \sin B},$$

$$A'_1 A_0 = \frac{g}{\sin \alpha}$$

и

$$A_0Q = (x_1 - x) \cot g \alpha = \frac{xg}{m} \cot g \alpha =$$

$$= \frac{2\Delta_1 g \cos \alpha}{m \sin \alpha} = \frac{g \cos A \cdot \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma};$$

поэтому

$$B'P = -g \frac{\cos C \cdot \cos \gamma}{\sin B \sin \alpha \sin \beta} + g \frac{\cos A \cos \beta \cos \alpha}{\sin B \sin \beta \sin \gamma} =$$

$$= \frac{g}{\sin B \sin \beta} \cdot \frac{\cos A \cos \beta \sin \alpha \cos \alpha - \cos C \sin \gamma \cos \gamma}{\sin \alpha \sin \gamma}$$

и

$$A'_1Q = \frac{g}{\sin \alpha} + g \frac{\cos A \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma} =$$

$$= \frac{g}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \beta \sin \gamma + \cos A \cos^2 \alpha}{\sin \beta \sin \gamma}.$$

Отсюда находимъ, что

$$B'P - A'_1Q =$$

$$= \frac{g}{\sin B \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma} \left[\cos A \cos \alpha \sin(\alpha - B) - \sin \gamma (\cos C \cdot \cos \gamma - \sin B \sin \beta) \right];$$

или, на основаніи равенствъ (III),

$$B'P - A'_1Q =$$

$$= \frac{g \cos A \cos \alpha}{\sin B \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma} \left[\sin(\alpha - B) - \sin \gamma \right];$$

Но (II)

$$\alpha - B = 180^\circ - \gamma$$

и потому

$$\sin(\alpha - B) - \sin \gamma = 0;$$

слѣдовательно,

$$B'P = A'_1Q;$$

отсюда слѣдуетъ, что и

$$B'B'' = A'_1A''_1,$$

что и требовалось доказать.

Изъ доказанной теоремы слѣдуетъ, что центръ гомотетіи тр-въ ABC и $A''B''C''$ равно отстоитъ отъ прямой Эйлера $A_1B_1C_1$ тр-ка ABC и параллельной ей сѣкущей KLM .

Замѣчаніе.

Найденныя выше соотношенія между углами тр-ка и углами, составленными прямою Эйлера съ его сторонами, приводятъ къ нѣкоторымъ зависимостямъ между углами тр-ка, если исключить изъ нихъ углы α , β , γ при помощи формулъ (3) и (4). Такимъ образомъ изъ равенствъ (I), (III), (IV), (VI) получаются слѣдующія тождества:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \cos A \cdot \sin(B-C) + \cos B \cdot \sin(C-A) + \cos C \cdot \sin(A-B) = 0; \\ & \sin A \cdot (\cos A - 2\cos B \cdot \cos C) = \cos B \sin(C-A) - \cos C \cdot \sin(A-B), \\ 2) \quad & \sin B (\cos B - 2\cos C \cos A) = \cos C \sin(A-B) - \cos A \sin(B-C), \\ & \sin C (\cos C - 2\cos A \cos B) = \cos A \sin(B-C) - \cos B \cdot \sin(C-A); \\ 3) \quad & \sin 2A (2\cos B \cos C - \cos A) \sin(B-C) + \\ & + \sin 2B (2\cos C \cos A - \cos B) \sin(C-A) + \\ & + \sin 2C (2\cos A \cos B - \cos C) \sin(A-B) = 0. \end{aligned}$$

Сложивъ тождества 2), на основаніи тождества 1), найдемъ еще, что

$$\begin{aligned} 4) \quad & \sin A (\cos A - 2\cos B \cos C) + \sin B (\cos B - 2\cos C \cos A) + \\ & + \sin C (\cos C - 2\cos A \cos B) = 0. \end{aligned}$$

Объ одномъ видѣ кратныхъ чиселъ.

М. С. Бритмана.

(Окончаніе *).

Очевидно, что для данного цѣлаго числа a , не содержащаго множителей 2 и 5, существуетъ безчисленное множество кратныхъ чиселъ вида $11 \dots 1$. Самое малое изъ такихъ чиселъ назовемъ наименьшимъ кратнымъ вида $11 \dots 1$ для цѣлаго числа a .

*) См № 400 „Вѣстника“.

Докажемъ, что вышеприведенный способъ нахождения кратнаго числа вида $111\dots 1$ даетъ наименьшее кратное этого вида. Мы будемъ основываться на леммѣ: „Обыкновенной дроби, знаменатель которой не содержитъ множителей 2 и 5, соответствуетъ только одна чистая періодическая дробь съ десятичными знаками, не превышающими 9 каждый“. Эту лемму мы докажемъ въ концѣ настоящей статьи.

Положимъ, что для даннаго числа a существуетъ кратное вида $11\dots 1$, меньшее, чѣмъ то, которое найдено описаннымъ выше способомъ, т. е. обращеніемъ дроби $\frac{1}{a}$ въ чистую періодическую. Первое кратное пусть состоитъ изъ m цифръ, а второе изъ n цифръ, при чемъ, конечно, $m < n$. Пусть a не содержитъ множителя 3.

Тогда

$$\frac{11\dots 1}{a} (m \text{ цифръ}) = b,$$

гдѣ b цѣлое число.

Отсюда имѣемъ:

$$\frac{1}{a} = \frac{b}{11\dots 1} (m \text{ цифръ});$$

слѣдовательно,

$$\frac{1}{a} = \frac{9b}{99\dots 9} (m \text{ цифръ}).$$

При томъ способѣ, которымъ мы обращаемъ дробь $\frac{1}{a}$ въ чистую періодическую, періодъ не можетъ содержать менѣе n цифръ, а изъ того, что данной дроби соответствуетъ только одна періодическая съ десятичными знаками, меньшими 9 каждый, слѣдуетъ, что дробь $\frac{1}{a}$ не можетъ вообще имѣть въ періодѣ менѣе n цифръ. Между тѣмъ наше положеніе, что для числа a есть кратное вида $11\dots 1$ съ меньшимъ, чѣмъ n числомъ цифръ, привело къ равенству $\frac{1}{a} = \frac{9b}{99\dots 9} (\text{цифръ})$, которое показываетъ, что $\frac{1}{a}$ обращается въ чистую періодическую дробь съ періодомъ, содержащимъ m цифръ, т. е. менѣе n цифръ.

Еслибы мы имѣли дѣло съ числомъ a' , содержащимъ множителя 3, то пришлось бы пользоваться выводомъ

$$\frac{1}{9a'} = \frac{b'}{99\dots 9}.$$

Способомъ отъ противнаго легко доказать, что всякое кратное вида $11\dots 1$ для даннаго числа a (не содержащаго, конечно,

множителей 2 и 5) содержит цифру въ цѣлое число разъ больше, чѣмъ наименьшее кратное этого вида для числа a . Изъ этого слѣдуетъ, что всякое кратное вида $11...1$ для данного числа дѣлится безъ остатка на наименьшее кратное этого вида для того же данного числа.

Въ заключеніе настоящей статьи докажемъ лемму, о которой упомянули ранѣе.

„Обыкновенной дроби, знаменатель которой не содержитъ множителей 2 и 5, соответствуетъ только одна чистая періодическая дробь съ десятичными знаками, не превышающими 9 каждый“.

Пусть $\frac{a}{b} = 0, (cde...k)$ и $\frac{a}{b} = 0, (c'd'e'...l')$, гдѣ $a < b$, b не содержитъ множителей 2 и 5 и числа $c, d, e, \dots, k, c', d', e', \dots, l'$ не превышаютъ каждое 9.

Положимъ, что $c' > c$. Очевидно, что

$$\frac{a}{b} \leq 0, c(9) = \frac{c+1}{10} \text{ и } \frac{a}{b} > \frac{c'}{10},$$

откуда имѣемъ:

$$\frac{c'}{10} < \frac{c+1}{10},$$

и, слѣдовательно, $c' < c+1$. Последнее неравенство противорѣчитъ тому, что c' цѣлое число, большее цѣлага числа c .

Точно такъ же докажемъ, что c' не меньше c . Итакъ, $c' = c$. Тѣмъ же способомъ легко доказать, что $d' = d, e' = e$ и т. д.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

О механизмѣ электрическаго распыленія.

Если пропустить зарядъ отъ батареи Лейденскихъ банокъ сквозь тонкую проволоку, помѣщенную между двумя стеклянными пластинками, то происходитъ электрическая пульверизация. Въ нѣкоторыхъ обстоятельствахъ при этомъ наблюдается строение, на подобіе микроскопической сѣти. По мнѣнію Ф. Браунъ*) процессъ этотъ совершается приблизительно слѣдующимъ образомъ. Въ теченіе чрезвычайно малаго промежутка времени (нѣсколькихъ сто-тысячныхъ долей секунды) мы сообщаемъ металлу большое количество теплоты, достаточное для того, чтобы привести металлъ въ газообразное состояніе. Произведенное такимъ образомъ высокое давленіе паровъ, напирая на металлическій газъ, гонитъ его во все стороны. Охлаждаясь по пути, газъ сгущается въ маленькія частички, оставляя при этомъ промежутки, не занятые металломъ. Вблизи металлической нити частички падаютъ одниъ сбоку и сверху другихъ, образуя при этомъ настоящее плотный слой, что въ падающемъ свѣтѣ онъ кажется

*) Annalen der Physik, n° 7 1905.

сплошнымъ. На нѣсколько большемъ разстояніи между частичками, расположенными по линіямъ, почти вертикальнымъ по отношенію къ проволокамъ, образуются щели, не заполненные металломъ.

Происхожденіе этихъ щелей недостаточно выяснено; можно думать, что здѣсь сказывается дѣйствіе гидродинамическихъ силъ. Авторъ, однако, склоненъ принять слѣдующее: частички, надающія съ краевъ сплошного слоя, прикрываютъ, можетъ быть, послѣдующія части отъ металлическихъ паровъ по пути ихъ распространенія, или же онѣ предопредѣляютъ путь второго колебанія и такимъ образомъ обуславливаютъ дальнѣйшее испареніе.

Браунъ полагаетъ, что полученные указаннымъ образомъ сѣти состоятъ изъ сравнительно широкихъ металлическихъ полосъ, отдѣленныхъ другъ отъ друга узкими щелями воздуха, и подобны сѣткѣ Герца, составленной изъ полосъ толя.

Покаместъ доказано лишь то, что металлъ переходитъ въ газообразное состояніе. Помимо косвенныхъ доказательствъ въ пользу этого обстоятельства, оно явствуетъ также изъ фотографическихъ изображеній, полученныхъ въ камерѣ обскурѣ при скрѣпленіи стеклянныхъ пластинокъ сверху и снизу помощью бумажной ленты, покрытой клеемъ. При этомъ замѣчаютъ облачка свѣтлаго пара, выходящаго со всѣхъ сторонъ. Если стеклянные пластинки не трескаются, то мы получаемъ поразительно точное изображеніе совершающагося электрическаго распыленія.

Чтобы показать, что фотографическій эффектъ обусловленъ не твердыми или расплавленными частичками, авторъ фотографируетъ спектръ цинковыхъ проволокъ, pulverизованныхъ указаннымъ образомъ, при чемъ спектръ получается помощью призмъ и чечевицы изъ кварца. Спектръ этотъ оказался прерывистымъ и въ немъ можно было различить главные линіи цинка. Щель освѣщалась парами, которыя подымались отъ проволоки, положенной на горизонтальной стеклянной пластинкѣ, сверху свободной. Длина линій указывала, что лучи менѣе преломляемые (синіе) испускались (въ теченіе болѣе продолжительнаго времени) дольше, чѣмъ сильнѣе преломляемые лучи (фіолетовые и ультрафіолетовые).

Pulverизованныя этимъ же способомъ тонкія нити угля дали сплошной спектръ. Авторъ замѣчаетъ, что аналогичные опыты могутъ пролить свѣтъ на вопросъ о возможности получить уголь въ состояніи газа. Браунъ могъ безъ труда рассмотреть подъ микроскопомъ шарики расплавленнаго угля, похожіе на шарики расплавленныхъ металловъ, полученные при аналогичныхъ обстоятельствахъ.

Что касается вопроса, содержатъ ли въ себѣ расплавленные металлы еще и окислы, то такое предположеніе съ одной стороны подтверждается матовой чернью, которую мы находимъ въ нѣкоторыхъ металлахъ въ pulverизованномъ состояніи, съ другой стороны, оно встрѣчаетъ нѣкоторыя возраженія.

Нѣкоторыя наблюденія наводятъ автора на мысль, что путемъ пульверизаціи можно разложить металлическіе сплавы на ихъ составныя части. Пропуская зарядъ черезъ латунную проволоку толщиною въ 0^м,388, нашли, дѣйствительно, что цинкъ почти цѣликомъ остался между стеклянными пластинками, тогда какъ мѣдь осѣла на вертикально расположенныхъ предохранительныхъ пластинкахъ въ видѣ вертикальныхъ тонкихъ полосъ. Подобнымъ же образомъ разлагаются и сплавы платины и серебра.

Предлагаемое авторомъ объясненіе состоитъ въ слѣдующемъ: чтобы разложить сплавъ, нужно прибѣгнуть къ такой температурѣ, при которой латунь легко плавится. Тогда цинкъ, начиная испаряться, разбрасываетъ въ обѣ стороны частички расплавленной латуни. Эти послѣднія на своемъ пути выпускаютъ новыя количества цинка, который перегоняется, такъ что послѣднія частички состоятъ по преимуществу изъ чистой мѣди.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Задачи на преміи Парижской Академіи наукъ на 1906 г. Премія имени Франсуаза (1000 фр.) тому, кто напишетъ работы, или сдѣлаетъ открытія, которыя окажутся полезными для развитія чистыхъ или прикладныхъ математическихъ наукъ.—Премія Монтіона (700 фр.) за открытіе или усовершенствованіе орудій, способствующихъ развитію земледѣлія, механическихъ искусствъ или точныхъ наукъ.—Премія Понселе за работу по чистой математикѣ.—Премія Лаланда (540 фр.) за наиболѣе цѣнныя наблюденія или изслѣдованіе по астрономіи.—Премія имени Valz (460 фр.) за наиболѣе интересное астрономическое наблюденіе въ теченіе этого года.—Премія Jansen'a: золотая медаль за крупный успѣхъ физической астрономіи.—Премія имени Saintour (3000 фр.) будетъ присуждена сообразно съ интересами науки.

На 1910 г. назначена премія въ сто тысячъ франковъ (имени Pierre Guzman) тому, кто найдетъ способъ войти въ сношенія съ какой-либо звѣздой, при чемъ планета Марсъ исключается.

Премія имени Лагранжа Бельгійской Академіи наукъ. Эта премія присуждена постоянноному сотруднику Геодезическаго института въ Потсдамѣ, профессору д-ру Нескеру за его изслѣдованіе „объ опредѣленіяхъ силы тяжести въ атлантическомъ океанѣ въ 1901 году“.

Союзъ нѣмецкихъ инженеровъ образовалъ комиссію для разработки вопросовъ преподаванія точныхъ наукъ въ средней и высшей школѣ. Въ эту комиссію вошли между прочимъ профессоръ Зоммерфельдъ (Аахенъ) и Фрике (Брауншвейгъ).

Высшая техническая школа въ Мюнхенѣ избрала профессора Ф. Клейна почетнымъ докторомъ техническихъ наукъ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакция просит не помещать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникъ“ и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакция не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакция проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помещенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помещены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 695 (4 сер.). Изъ ряда цѣлыхъ чиселъ отъ 1 до 99 выбрать девять различныхъ чиселъ и поставить ихъ въ кѣтки квадрата, раздѣленнаго на 9 частей, такимъ образомъ, чтобы произведеніе чиселъ въ каждомъ горизонтальномъ ряду, въ каждомъ вертикальномъ ряду и въ каждой діагонали было одно и то же.

Проф. В. Ермаковъ (Кіевъ).

№ 696 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$\begin{aligned}y + z &= a + u, \\z + x &= a + v, \\x + y &= c + w, \\x + y + z &= u + v + w, \\x^3 + u^3 &= y^3 + v^3 = z^3 + w^3.\end{aligned}$$

Е. Григорьевъ (Ташкентъ).

№ 697 (4 сер.). Число N выбрано такъ, что числа

$$2N - 1, \quad 2N + 1, \quad 4N - 1, \quad 4N + 1$$

оказываются простыми, причемъ наименьшее изъ нихъ больше 5; доказать, что разность $2^N - 1$ кратна 32767.

А. Брюхановъ (Иркутскъ).

№ 698 (4 сер.). Доказать, что

$$C_m^1 + 2C_m^2 + 3C_m^3 + \dots + mC_m^m = m \cdot 2^{m-1},$$

гдѣ C_m^k ($k=1, 2, \dots, m$) обозначаетъ число сочетаній изъ m элементовъ по k .

Н. Кузьминскій (Годзядянь, Манчурія).

№ 699 (4 сер.). Построить равнобокую трапецію по длинѣ ея діагонали δ , если даны положенія точки встрѣчи діагоналей O , точки встрѣчи непараллельныхъ сторонъ O' и нѣкоторой точки M , черезъ которую проходитъ одна изъ параллельныхъ сторонъ.

Н. С. (Одесса).

№ 700 (4 сер.). Двѣ тонкія собирательныя чечевицы A и B имѣютъ общую главную ось. Разстояніе ихъ оптическихъ центровъ равно $d = 20$ сантиметрамъ. Фокусныя разстоянія ихъ равны $f_1 = 1$ метр. для чечевицы A и $f_2 = 50$ сантим. для B . Передъ чечевицей A въ плоскости нормальной къ главной оси, и вблизи послѣдней помещенъ освѣщенный предметъ, разстояніе котораго отъ A очень велико по сравненію съ фокусными разстояніями чечевицъ. Лучи, исходящіе отъ предмета, проходятъ черезъ обѣ чечевицы, сначала черезъ A , а потомъ черезъ B . Найти положеніе и видъ изображенія и построить его. Рѣшить ту же задачу, предполагая, что чечевица B , имѣя то же фокусное разстояніе, не собирательная, а разсѣивающая.

(Заимств.) М. Гербановскій.

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ

№ 591 (4 сер.). Въ жидкости плотности D установлены неподвижно на одной и той же вертикали два тѣла: сверху тѣло A объема v_1 и плотности Δ_1 и внизу тѣло B объема v_2 и плотности Δ_2 . Предполагается, что $\Delta_1 > D > \Delta_2$. Предоставленные въ одинъ и тотъ же моментъ самимъ собой, оба тѣла начинаютъ двигаться: A падаетъ, а B поднимается. 1) Написать уравненія движенія обоихъ тѣлъ. 2) Какое соотношеніе должно существовать между D , Δ_1 и Δ_2 , чтобы встрѣча тѣлъ произошла на срединѣ вертикали AB ?

Масса тѣла A равна $v_1\Delta_1$, а масса вытѣсненной имъ жидкости равна v_1D ; такъ какъ, согласно съ условіемъ, $v_1\Delta_1 > v_1D$, то, по закону Архимеда, тѣло A будетъ двигаться внизъ подъ вліяніемъ постоянной силы $v_1\Delta_1g - v_1Dg$, гдѣ g — ускореніе силы тяжести; эта сила сообщитъ тѣлу A ускореніе g_1 , опредѣляемое равенствомъ $g_1(v_1\Delta_1) = v_1\Delta_1g - v_1Dg$, откуда

$$g_1 = \left(1 - \frac{D}{\Delta_1}\right)g \quad (1).$$

Поэтому, называя черезъ s_1 пространство, проходимое тѣломъ A отъ начального его положенія внизъ за t секундъ, получимъ (см. (1))

$$s_1 = \left(1 - \frac{D}{\Delta_1}\right) \frac{gt^2}{2} \quad (2).$$

Подобнымъ же образомъ тѣло B , согласно съ неравенствомъ $D > \Delta_2$, будетъ двигаться вверхъ подъ вліяніемъ постоянной силы $v_2Dg - v_2\Delta_2g$, сообщаящей ему ускореніе g_2 , опредѣляемое равенствомъ $g_2(v_2\Delta_2) = v_2Dg - v_2\Delta_2g$, откуда

$$g_2 = \left(\frac{D}{\Delta_2} - 1\right)g \quad (3).$$

Поэтому пространство s_2 , которое тѣло B пройдетъ вверхъ отъ начального положенія за t секундъ, выражается формулой

$$s_2 = \left(\frac{D}{\Delta_2} - 1\right) \frac{gt^2}{2} \quad (4).$$

Если встрѣча тѣлъ A и B происходитъ въ срединѣ вертикали AB , то, называя черезъ τ промежутокъ времени отъ начала движенія тѣлъ до ихъ встрѣчи, получимъ (см. (2), (4))

$$\left(1 - \frac{D}{\Delta_1}\right) \frac{g\tau^2}{2} = \left(\frac{D}{\Delta_2} - 1\right) \frac{g\tau^2}{2}, \quad \text{откуда } 1 - \frac{D}{\Delta_1} = \frac{D}{\Delta_2} - 1, \quad \text{т. е.}$$

$$\frac{D}{\Delta_1} + \frac{D}{\Delta_2} = 2, \quad \text{или} \quad \frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{\Delta_2} = \frac{2}{D};$$

такимъ образомъ плотность жидкости должна быть въ рассматриваемомъ случаѣ средней гармонической между плотностями тѣлъ A и B .

А. Варенцовъ (Ростовъ н/Д); Н. С. (Одесса).

№ 592 (4 сер.). Построить треугольникъ ABC по двумъ высотамъ h_a и h_b и медианѣ m_c , проведенной къ третьей сторонѣ.

Предположимъ, что задача рѣшена. Пусть медиана $CM = m_c$, и высоты AE и BD равны соответственно h_a и h_b . Отложимъ на продолженіи CM отрѣзокъ $MC' = MC$ и опустимъ изъ точки C' перпендикуляры $C'E'$ и $C'D'$ со-

отвѣтственно на прямыя CB и CA ; тогда фигура $ACBC'$ есть параллелограммъ, а потому $C'E' = AE = h_a$ и $C'D' = BD = h_b$. Кромѣ того, такъ какъ $\angle CD'C' = \angle CE'C' = \frac{\pi}{2}$, то окружность, описанная на отрезкѣ CC' , какъ на диаметрѣ, проходитъ черезъ точки D' и E' . Отсюда вытекаетъ построение: отложивъ на произвольной прямой отрезокъ $CC' = 2m_c$, строимъ на немъ, какъ на диаметрѣ, окружность; по разнымъ сторонамъ диаметра CC' дѣлаемъ изъ точки C' засѣчки E' и D' соответственно радиусами h_a и h_b ; затѣмъ проводимъ изъ точки C' прямыя, параллельныя соответственно прямымъ CE' и CD' , до встрѣчи съ прямыми CD' и CE' соответственно въ точкахъ A и B тогда треугольникъ ABC есть искомый.

И. Гринфельдъ (Одесса); С. Котоховъ (Никитовка); Э. Лейнкъ (Рига); Г. Оганниъ (Эривань); А. Турчаниновъ (Брестъ); Н. Пазово (Винница).

№ 593 (4 сер.). Доказать, что число

$$(b+1)^{2n+1} + b^{n+2},$$

гдѣ b — чѣтное, а n тоже чѣтное и не отрицательное число, дѣлится на

$$b^3 + b + 1.$$

Представимъ число $(b+1)^{2n+1} + b^{n+2}$ въ слѣдующемъ видѣ:

$$\begin{aligned} (b+1)^{2n+1} + b^{n+2} &= (b+1)^{2n+1} + b^{n+2} + b^{2(2n+1)} - b^{2(2n+1)} = [(b+1)^{2n+1} + b^{2(2n+1)}] - \\ &- [b^{2(2n+1)} - b^{n+2}] = [(b+1)^{2n+1} + (b^2)^{2n+1}] + b^{n+2}[(b^3)^n - 1] \quad (1). \end{aligned}$$

Такъ какъ $2n+1$ число нечетное, то выраженіе $(b+1)^{2n+1} + (b^2)^{2n+1}$ дѣлится (см. (1)) на $(b+1) + b^2 = b^2 + b + 1$, а число $(b^3)^n - 1$ дѣлится на $b^3 - 1 = (b-1)(b^2 + b + 1)$, а потому и на $b^2 + b + 1$, такъ что и все данное число кратно $b^2 + b + 1$.

Д. Колянковскій (Немировъ); Г. Оганниъ (Эривань); А. Турчаниновъ (Брестъ); А. Брюхановъ (Иркутскъ); Н. Доброгаевъ (Немировъ); Е. Хандановъ (Тифлисъ).

№ 596 (4 сер.). Къ сторонамъ AB и BC треугольника ABC возставляютъ соответственно въ точкахъ A и C перпендикуляры, которые встрѣчаются въ точкѣ J . Показать, что разстоянія точекъ B и J отъ перпендикуляра, возставленнаго къ сторонѣ AC въ ея серединѣ, равны.

(Заимств. изъ *Bulletin de Sciences mathématiques et physiques*).

Около четырехугольника $AB CJ$ можно описать кругъ, такъ какъ $\angle BAJ = \angle BCJ = \frac{\pi}{2}$; отрезокъ BJ , на который опирается вписанный прямой уголъ BAJ , есть диаметръ этого круга, такъ что прямая BJ проходитъ черезъ центръ O этого круга. Перпендикуляръ, возставленный къ хордѣ AC круга O въ ея серединѣ, также проходитъ черезъ центръ круга, а потому въ случаѣ, если этотъ перпендикуляръ пересѣкается съ прямой BJ , то точка пересѣченія совпадаетъ съ центромъ O . Опустивъ изъ точекъ B и J соответственно перпендикуляры BX и JY на перпендикуляръ, возставленный къ хордѣ AC въ ея серединѣ, находимъ, что прямоугольные треугольники OJY и OBX равны, такъ какъ гипотенузы ихъ OJ и OB равны, какъ радиусы одного

круга, и $\angle JOY = BOX$; следовательно $BX = JY$. Мы предположили, что прямая BJ не совпадаетъ съ перпендикуляромъ къ отръзку AC въ его срединѣ; но если прямая BJ совпадаетъ съ этимъ перпендикуляромъ, то разстоянія BX и JY , обращаясь въ нули, и въ этомъ случаѣ оказываются равными.

С. Конюговъ (Никитовка); Г. Оганянцъ (Эривань).

№ 598 (4 сер.). Решить уравненіе

$$x^4 - 2x^3 - 8x^2 - 24x - 16 = 0.$$

Представимъ данное уравненіе въ видѣ

$$x^4 - 2x^3 + x^2 - x^2 - 8x^2 - 24x - 16 = 0,$$

$$(x^4 - 2x^3 + x^2) - (9x^2 + 24x + 16) = 0,$$

или $(x^2 - x)^2 - (3x + 4)^2 = 0$ (1). Разлагая лѣвую часть уравненія (1) на множителей, получимъ

$$[x^2 - x + (3x + 4)][x^2 - x - (3x + 4)] = (x^2 + 2x + 4)(x^2 - 4x - 4) = 0 \quad (2).$$

Такимъ образомъ (см. (2)) предложенное уравненіе распадается на два, а именно

$$x^2 + 2x + 4 = 0 \quad \text{и} \quad x^2 - 4x - 4 = 0,$$

изъ которыхъ находимъ:

$$x = -1 \pm i\sqrt{3} \quad (\text{или } x = 2\alpha, \text{ гдѣ } \alpha - \text{одинъ изъ двухъ мнимыхъ корней 3-ей степени изъ единицы})$$

и

$$x = 2 \pm 2\sqrt{2}.$$

Г. Оганянцъ (Эривань); Д. Коляковский (Брацлавъ); Н. Доброгаевъ (Спб.); Г. Лебедевъ (Полтава).

№ 607 (4 сер.). Найти истинное значеніе выраженія

$$z = \frac{\operatorname{tg} y - \operatorname{cot} y}{\sin y - \operatorname{cot} y}$$

$$\text{при } y = \frac{\pi}{4}.$$

$$z = \frac{\frac{\sin y}{\cos y} - \frac{\cos y}{\sin y}}{\sin y - \frac{\cos y}{\sin y}} = \frac{\frac{\sin^2 y - \cos^2 y}{\sin y \cos y}}{\sin y \cos y (\sin y - \frac{\cos y}{\sin y})} = \frac{\sin y + \cos y}{\sin y \cos y} \quad (1)$$

Поэтому при $y = \frac{\pi}{4}$ значеніе z равно (см. (1))

$$\frac{\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4}}{\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}} = 2\sqrt{2}.$$

Э. Лейткэ (Рига); Д. Коляковский (Немировъ); А. Турчаниновъ (Брестъ); Г. Оганянцъ (Эривань); И. Озембловскій (Харьковъ); В. Смирновъ (Москва); Н. Астрономовъ (Вологда); Г. Лебедевъ (Полтава).

Обложка
щется

Обложка
щется