Обложка
ищется

Обложка
ищется

XXXIII Сем.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

28 Февраля. № 388. 1905 г.

ВЕРТЯЩІЙСЯ ВОЛЧОКЪ.

Публичный докладъ, прочитанный въ засѣданіи „Британской Ассоціаціи" въ Лидсѣ.

Проф. Джона Перри.

Однажды въ одной частной школѣ города Лидса учитель сказалъ ученикамъ своего класса: «Въ Британской Ассоціаціи въ Лидсѣ состоится вечернее засѣданіе. Что Вы знаете по этому поводу? Кто такіе члены Британской Ассоціаціи? Что они тамъ дѣлаютъ?» Въ отвѣтъ на это послѣдовала продолжительная пауза. Наконецъ, она была прервана однимъ способнымъ, шустрымъ мальчикомъ. «Позвольте, господинъ учитель! я знаю— они вертятъ волчокъ!»*) гласилъ отвѣтъ. Къ сожалѣнію, я долженъ сознаться, что этотъ отвѣтъ расходился съ истиной. Члены и докладчики Британской Ассоціаціи забросили верченіе волчка уже съ десятаго года своей жизни. Но если бы подробному изслѣдованію особенностей вертящагося волчка было удѣлено больше вниманія, то успѣхи человѣчества въ области прикладной

*) О публичныхъ докладахъ оповѣщали въ прежнее время большими афишами.

механики и во многихъ отрасляхъ промышленности были бы гораздо болѣе значительны. Общія астрономическія свѣдѣнія были бы лучше. Геологи не дѣлали бы ошибокъ въ миллiоны лѣтъ, и наши знанія о свѣтѣ, о лучистой теплотѣ и о другихъ электромагнитныхъ явленiяхъ развивались бы много скорѣе, чѣмъ сейчасъ.

Въ концѣ моего доклада я покажу, какъ самъ собою сдѣлался бы замѣтнымъ тотъ фактъ, что земля есть тѣло, вращающееся вокругъ оси, если бы мы жили въ подземномъ пространствѣ, подобно грядущему поколѣнію одного остроумнаго писателя. *) Этотъ фактъ есть самая главная и самая дѣятельная причина многихъ явленій, которыя происходятъ вокругъ насъ и подъ нами, и возможно даже, что и земной магнетизмъ принадлежатъ также къ числу этихъ явленій.

Въ самомъ дѣлѣ, возможно лишь одно объясненiе того, что Vril-ya не знали о вращенiи земли вокругъ оси. Ихъ свѣдѣнія въ области механики и динамики были прямо необыкновенны. Ни одинъ членъ собранiя Британской Ассоцiацiи не имѣетъ даже приблизительно такихъ большихъ познаній, я не хочу сказать о Vril, но хотя бы только о совершенно обыкновенномъ электричествѣ и магнетизмѣ; и однако, этотъ великій народъ, который такъ горячо выражаетъ презрѣніе къ англосаксонскому Koom—Poschery, дѣйствительно не зналъ, что безчисленныя его поколѣнія жили внутри тѣла, которое вращается вокругъ своей оси.

Можемъ ли мы себѣ представить хотя бы на одно мгновенiе, чтобы дѣти этого народа никогда не играли волчкомъ или никогда не катали обруча и, такимъ образомъ, не имѣли ни одного удобнаго случая, который побудилъ бы ихъ къ настойчивому изученiю природы? Нѣтъ, единственное объясненiе заключается въ томъ, что самъ великій разсказчикъ никогда этого не дѣлалъ.

Можетъ быть, еще мальчикомъ онъ проявлялъ недостаточное вниманiе къ изученiю природы,—онъ былъ маленькимъ Pelham'омъ, а потому въ зрѣломъ возрастѣ ему пришлось остаться въ невѣдѣнiи даже относительно тѣхъ силъ, которыми распоряжался народъ, созданный его воображенiемъ.

Невѣдѣніе народа Vril-ya относительно свойствъ вращающихся тѣлъ наряду съ его глубокими познанiями въ области магнетизма станетъ тѣмъ болѣе удивительно, когда мы узнаемъ, что явленія магнетизма и свѣта несомнѣнно тѣсно связаны со свойствами вращающихся тѣлъ и что, безъ сомнѣнія, точное знанiе свойствъ вращающихся тѣлъ безусловно необходимо для правильнаго пониманія большинства явленій, совершающихся въ природѣ.

---

*) Bulwer Lytton, Грядущее Поколѣніе. Фантастическій разсказъ о названномъ авторомъ Vril-ya.

Инстинктивное стремленіе изслѣдовать эти явленія проявляется, повидимому, уже съ того момента, какъ мы получаемъ даръ слова, и кто знаетъ, насколько меньшія умственныя способности женщины зависятъ отъ небрежнаго отнощенія къ упражненію въ верченіи волчка; но, къ сожалѣнію, юношескій умъ и мускулы мальчиковъ въ ихъ стремленіи къ усовершенствованію въ дѣлѣ запусканія волчковъ предоставлены единственно и всецѣло тому руководству, которое даетъ опытъ товарищей, тоже молодыхъ и недостаточно ученыхъ. Я ясно помню, что я наталкивался ежедневно на множество задачъ, приводившихъ меня въ смущеніе. То попадались волчки, которыхъ никто не могъ заставить вертѣться, то попадались, наоборотъ, другіе, весьма высоко цѣнившіеся, особенности которыхъ неоднократно подвергались изученію и которые, благодаря своимъ весьма выдающимся качествамъ, становились предметомъ домогательства, такъ какъ они, несмотря на ихъ грубую обработку, кружились очень хорошо. И все-таки никто, даже и само лицо, дѣлавшее волчокъ, не зналъ, почему одни волчки выходили хорошими, а другіе плохими.

Я не скрываю отъ себя того обстоятельства, что довольно трудная задача—говорить о верченіи волчковъ людямъ, уже давно утратившимъ ту ловкость, которой они удивляются въ своихъ дѣтяхъ,—ловкость, выражающуюся въ близкомъ знакомствѣ съ дѣломъ запусканія и верченія волчка,—искусство, давшее имъ столь большую мощь надъ предметомъ, котораго я не рѣшаюсь отнести къ неодушевленной природѣ.

Къ задачѣ, отъ рѣшенія которой безнадежно отказываются въ дѣтствѣ, рѣдко опять возвращаются въ болѣе поздніе годы. Взрослый человѣкъ загоняетъ свое стремленіе къ знанію въ темные чуланы своего сознанія, и тамъ лежитъ оно подъ накопившейся пылью жизни въ качествѣ почти позабытаго инстинкта. Нѣкоторые изъ Васъ, можетъ быть, повѣрятъ, что этотъ инстинктъ остается только у того, кто даже и при концѣ жизни не выходитъ изъ дѣтства; и, можетъ быть, никто изъ Васъ не имѣлъ случая подмѣчать, какъ иногда слетаетъ старая пыль жизни обыкновеннаго человѣка и какъ все-таки не разъ пробуждается у него снова сильное стремленіе познать тайны, его окружающія. Не одинъ я чувствовалъ въ себѣ это стремліе; я имѣлъ случай подмѣтить его въ жадныхъ взорахъ толпы людей, которая по цѣлымъ часамъ стояла подъ вишневымъ деревомъ въ полномъ цвѣту у храма Азакузы съ его красными колоннами въ восточной столицѣ Японіи и созерцала tedzu-mashi,*) который управлялъ вращеніемъ своего тяжелаго котта, обитаго желѣзными обручами. Сначала онъ бросаетъ наискось отъ себя въ воздухъ большой волчокъ и подхватываетъ его во время вращенія концемъ палки, остріемъ меча или другого подходящаго предмета; онъ заставляетъ его бѣжать по краю перилъ лѣстницы черезъ двери въ домъ и снова выкатываться къ окну и въ заключеніе странствовать вверхъ по большому пробковому винту. Потомъ онъ задерживаетъ его своими руками и какими-то ловкими пріемами сообщаетъ ему новый запасъ вращательной силы. Онъ заставляетъ его бѣгать вдоль по вытянутому шнуру или по лезвею меча; онъ продѣлываетъ со своимъ волчкомъ всевозможныя удивительныя вещи, но потомъ сразу выходитъ изъ роли распорядителя и, въ концѣ своего представленія, нищенски вымаливаетъ нѣсколько мѣдныхъ монетъ.

Какъ ничтожно должно показаться Вамъ все это теперь, когда Вы уже забыли болѣе, чѣмъ наполовину, свое дѣтское стремленіе проникнуть въ тайны природы; но будьте увѣрены, что, если бы я былъ въ состояніи сдѣлать такъ, чтобы старый вращатель волчка показалъ Вамъ свои волшебные фокусы на этомъ мѣстѣ, къ Вамъ вернулась бы способность восхищаться и наслаждаться этимъ прекраснымъ движеніемъ. Можетъ быть, представленіе такого рода возможно только въ Японіи, въ странѣ, гдѣ съ нѣжностью взираютъ и на волнующійся бамбукъ, и на кружащагося ястреба, и на взволнованное лѣтнимъ дуновеніемъ вѣтра озеро, и на всякое прекрасное движеніе въ природѣ; и, можетъ быть, наблюдая японцевъ, мы научаемся понимать причину нашего дѣтскаго воодушевленія.

Жрецы искусства изящнаго движенія и мѣняющейся игры цвѣтовъ,—искусства, возвышавшаго душу человѣка съ древнѣйшихъ временъ, въ большинствѣ случаевъ, нищіе, подобно Гомеру, и живутъ они на чердакахъ, подобно Джонсону и Саважу; но уже провозглашается разсвѣтъ новой эры, или, скорѣе, эта эра уже окончательно наступила съ того момента, какъ человѣчество пріобрѣло ученіе сэра Вилліама Томсона (лорда Кельвина) о вращающихся тѣлахъ,—ученіе, которое принадлежитъ не къ числу маловажныхъ среди его замѣчательныхъ трудовъ.

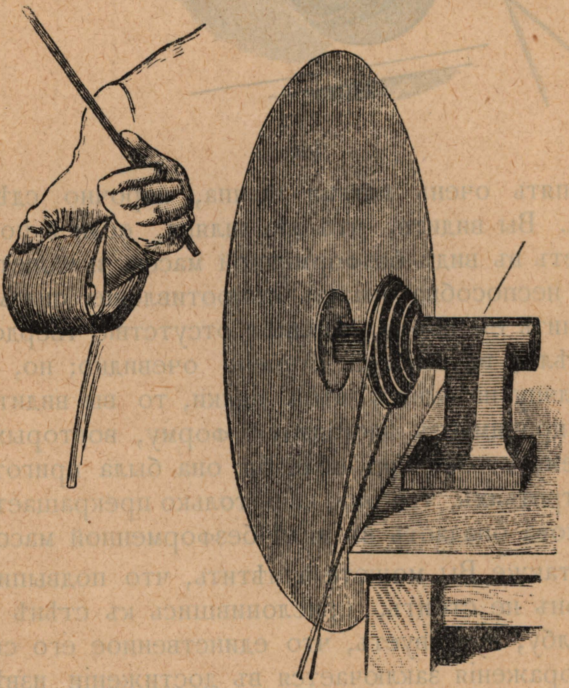
Если только Вы пожелаете хорошо обдумать этотъ вопросъ, то Вы признаете, что поведеніе обыкновеннаго волчка въ высшей степени удивительно. Если онъ не вертится, то, какъ Вы видите,

*) Японскій жонглеръ.

онъ сразу опрокидывается, и я не въ состоянiи удержать его въ равновѣсiи на его нижнемъ наконечникѣ. Но это совершенно другой предметъ, когда онъ кружится: Вы видите, что онъ не только не падаетъ, но, наоборотъ, если я его толкаю, онъ проявляетъ удивительное сопротивленiе и, вообще, принимаетъ все болѣе и болѣе вертикальное положенiе. Разъ мы пробудимъ въ себѣ интересъ къ научному наблюденiю, мы замѣтимъ, что природа преподноситъ намъ явленiя такого рода въ большомъ числѣ.

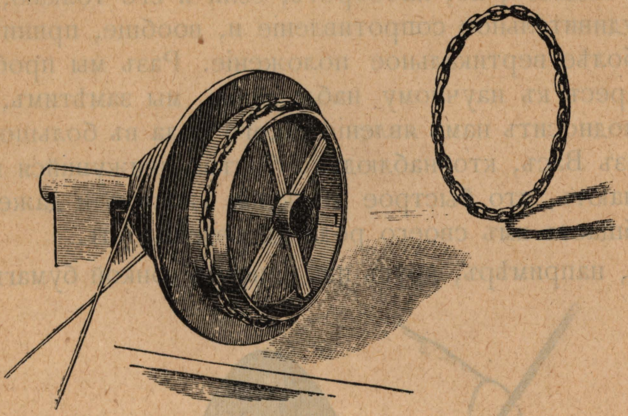
Тѣ изъ Васъ, кто наблюдалъ быстро движущiйся поясъ или канатъ, знаютъ, что быстрое движенiе гибкихъ и даже жидкихъ тѣлъ сообщаетъ имъ своего рода одеревенѣлость.

Вотъ, напримѣръ, кругъ изъ совсѣмъ тонкой бумаги (фиг. 1);



Фиг. 1.

если я приведу его въ быстрое вращенiе, то Вы замѣчаете, что онъ оказываетъ сопротивленiе силѣ моей руки или удару моего кулака, какъ если бы это былъ кругъ изъ стали. Вы слышите, какъ онъ звучитъ, когда я его ударяю палкой. Куда дѣвалась его гибкость? Вотъ опять кольцеобразная цѣпь, совсѣмъ гибкая (фиг. 2). Кажется смѣшнымъ, что ее можно заставить стоять, какъ твердый обручъ, а между тѣмъ, если я сообщу ей на этомъ стержнѣ быстрое вращательное движенiе и дамъ ей соскользнуть на полъ, то она бѣжитъ черезъ весь столъ совсѣмъ такъ, какъ если бы это было твердое кольцо, и когда эта цѣпь падаетъ на насъ, то она подскакиваетъ вверхъ, какъ игрушечный обручъ мальчика.

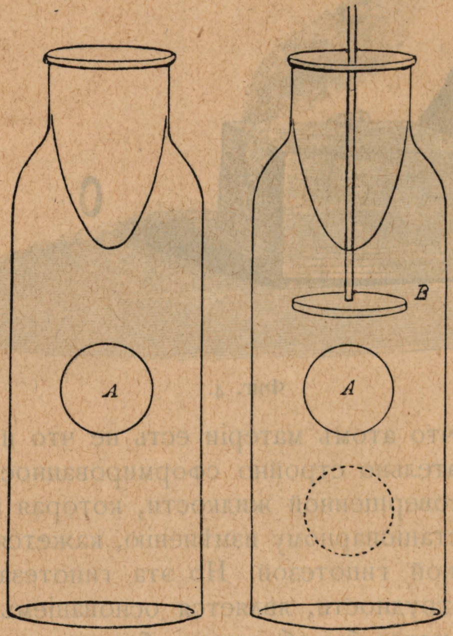


Фиг. 2.

Вотъ опять очень мягкая шляпа, нарочно сдѣланная для этого опыта. Вы видите, что эта шляпа, если я положу ее на столъ, падаетъ въ видѣ безформенной массы, и кажется, что она совершенно неспособна оказать сопротивленіе силамъ, стремящимся измѣнить ея форму. Полное отсутствіе твердости здѣсь, въ самомъ дѣлѣ, въ высшей степени очевидно; но, если закрутить эту шляпу на концѣ этой палки, то вы видите, что она вопервыхъ, принимаетъ элегантную форму, вовторыхъ, бѣжитъ вдоль по всему столу, какъ если бы она была приготовлена изъ стали, и, въ третьихъ, что она, какъ только прекращается быстрое движеніе, снова опадаетъ въ видѣ безформенной массы матеріи.

Точно также Вы можете замѣтить, что подвыпившій человѣкъ, если онъ не стоитъ, прислонившись къ стѣнѣ или къ фонарному столбу, чувствуетъ, что единственное его спасеніе отъ позорнаго пораженія заключается въ достиженіи извѣстной скорости движенія, и что, такимъ образомъ, быстротой своего движенія онъ получаетъ возможность соблюсти наружное приличіе своего поведенія.

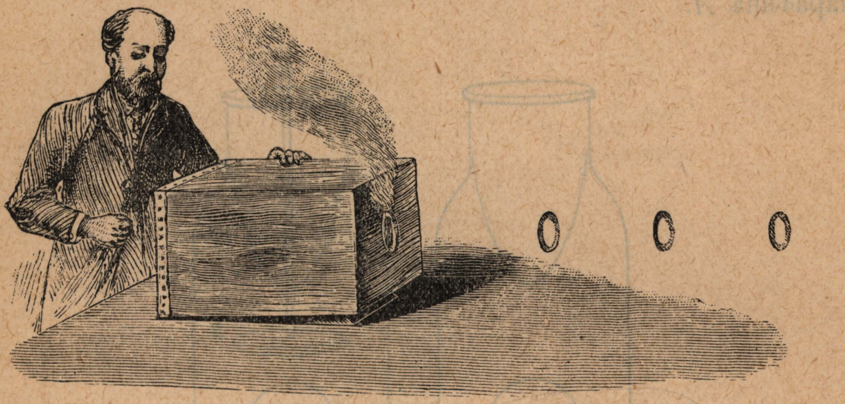
Вода внутри этого стекляннаго сосуда (фиг. 3) находится въ состояніи быстраго движенія, вращаясь вмѣстѣ съ сосудомъ. Смотрите теперь на этотъ погруженный въ воду кусокъ парафина А, и Вы замѣтите, что онъ дрожитъ, если я толкну его палкой, совершенно такъ, какъ еслибы онъ былъ окруженъ густымъ студнемъ. Теперь примѣнимъ къ этому опыту Вильяма Томсона улучшеніе, предложенное профессоромъ Фитцжеральдомъ. Здѣсь на концѣ этой палки прикрѣпленъ кружокъ *B*. Когда я ввожу кружокъ B, Вы видите, что онъ, хотя и не касается куска *A*, всетаки отталкиваетъ его. И далѣе Вы можете замѣтить, что, если я быстро вращаю кружокъ *B*, онъ какъ бы притягиваетъ кусокъ парафина *A*.



Фиг. 3.

Вблизи круглаго отверстія съ передней стороны этого ящичка (фиг. 4.) находится небольшое количество воздуха, смѣшаннаго, чтобы сдѣлать его видимымъ для глаза, съ дымомъ; этому воздуху сообщаютъ быстрое движеніе, и такимъ образомъ получается кольцо дыма. Это кольцо движется на значительное разстояніе, не измѣняя направленія, почти какъ твердое тѣло, и я не знаю навѣрно, нельзя ли было бы послать большое отравленное кольцо дыма такъ далеко, чтобы оно истребило или оглушило армію, отстоящую на нѣсколько миль. Не забывайте и того, что за все время опыта мы имѣемъ дѣло все съ тѣмъ же самымъ воздухомъ. Вы можете далѣе замѣтить, что два кольца дыма, выходящіе изъ двухъ ящичковъ, оказываютъ замѣчательное дѣйствіе другъ на друга; изученіе этихъ взаимодѣйствій дало поводъ къ возникновенію Томсоновой теоріи дымовыхъ колецъ, или теоріи вихреваго строенія матеріи.

Идею молекулярныхъ вихрей высказалъ впервые при разъясненіи тепловыхъ и электрическихъ явленій Ранкинъ, великій вождь всѣхъ инженеровъ. Идея эта заключается въ томъ, что всякая частица матеріи есть маленькій волчокъ. Однако, теперь я хочу говорить только о теоріи Томсона.

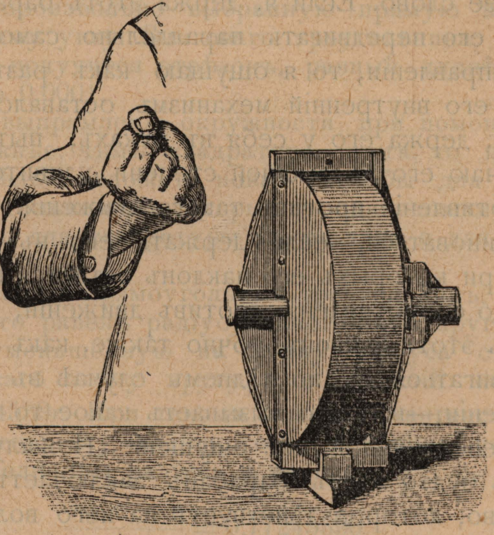


Фиг. 4.

Допущеніе, что атомъ матеріи есть не что иное, какъ удивительное, замѣчательно стройно сформированное кольцо дыма, находящееся въ совершенной жидкости, которая никогда не можетъ подлежать стаціонарному измѣненію, кажется весьма странной и искусственной гипотезой. Но эта гипотеза, несмотря на нѣкотораго рода трудности, является основаніемъ теоріи, которая лучше всего могла бы объяснить большую часть подмѣченныхъ изслѣдователями молекулярныхъ явленій. Во всякомъ случаѣ, какова бы ни была цѣнность этой теоріи, Вы видите уже изъ этихъ показанныхъ Вамъ опытовъ, что движеніе сообщаетъ малымъ количествамъ жидкости удивительныя свойства упругости, притяженія и отталкиванія; что каждая изъ этихъ частей вещества оказываетъ сопротивленіе раздѣленію на двѣ части; что не сразу можно разрѣзать дымовое кольцо ножомъ; и что столкновеніе двухъ колецъ такого рода не такъ сильно отличается отъ столкновенія двухъ каучуковыхъ колецъ.

Другой примѣръ отвердѣнія, котораго достигаетъ жидкость, находящаяся въ быстромъ движеніи, получается изъ ощущенія полной безпомощности, которое овладѣваетъ даже самыми сильными пловцами, если ихъ охватываетъ подъ водою водоворотъ. Я могъ бы, если бы захотѣлъ, привести еще много примѣровъ кажущейся твердости, которую сообщаетъ движеніе всѣмъ гибкимъ или жидкимъ тѣламъ. Въ Невадѣ примѣняютъ при прорытіи шахтъ струю воды, подобную струѣ, выходящей изъ наконечника кишки пожарнаго, только гораздо большей силы, которая, однако, можетъ быть также легко пущена въ любомъ направленіи; и громадныя массы камня быстро раскалываются текущей водой, которая по своей силѣ скорѣе напоминаетъ стальной стержень, чѣмъ струю воды.

Можетъ быть, Вы больше заинтересуетесь этой латунной жестянкой, которую я держу у себя въ рукахъ. Вы не замѣча-



Фиг. 5.

ете въ ней ничего, находящагося въ движеніи, между тѣмъ какъ въ дѣйствительности внутри этого барабана находится маховое колесо, которое приведено въ быстрое вращеніе. Посмотрите теперь, какъ я ставлю этотъ барабанъ на столъ острымъ ребромъ, похожимъ на лезвіе или край коньковъ, а между тѣмъ, онъ не опрокидывается, какъ это случилось бы съ обыкновеннымъ барабаномъ и какъ это произойдетъ черезъ нѣкоторое время и съ этимъ барабаномъ, когда его внутренній механизмъ остановится.

Затѣмъ вы видите, что я могу подвергнуть этотъ барабанъ сильнымъ ударамъ безъ того, чтобы онъ замѣтно наклонился, выйдя изъ вертикальнаго положенія; онъ только немного поворачивается, но не наклоняется, какъ бы сильно я его ни билъ. Замѣтьте также, что барабанъ, если я приведу его въ нѣсколько наклонное положеніе, не опрокидывается, но медленно поворачивается, приходя въ такъ называемое „предходящее" движеніе (процессію*). Позвольте мнѣ въ теченіе всей лекціи удержать выраженіе предходящее движеніе (прецессія) или короче „предхожденіе", если онъ приходитъ въ движеніе такого рода. Можетъ быть, Вы имѣете вѣсскія выраженія противъ выраженія, что барабанъ „предходитъ", если онъ приходитъ въ движеніе такого рода; но я дѣйствительно не имѣю никакого другого выбора, такъ какъ я долженъ употребить какое-нибудь слово, а, вмѣстѣ съ тѣмъ, я совсѣмъ не имѣю времени, чтобы подыскать или выдумать болѣе подходящее слово. Если я, держа этотъ барабанъ у себя въ рукахъ, стану его передвигать параллельно самому себѣ въ какомъ либо направленіи, то я ощущаю какъ разъ то же самое, какъ если бы его внутренній механизмъ оставался въ покоѣ; но какъ только я, держа его у себя въ рукахъ, пытюсь его наклонить, я встрѣчаю его въ высшей степени удивительное и значительное сопротивленіе противъ такого движенія. Эта готовность барабана повиноваться,—если держать его въ рукахъ,—всѣмъ движеніямъ, при которыхъ его наклонъ остается неизмѣннымъ и, наоборотъ, его сопротивленіе противъ движеній, которыя стараются измѣнить этотъ наклонъ, точно также, какъ и неожиданное стремленіе двигаться въ послѣднемъ случаѣ въ противоположномъ направленіи,—все это вызываетъ какое то таинственное и въ высшей степеци непріятное ощущеніе. Пожалуй, можетъ показаться, какъ будто этотъ барабанъ заключаетъ въ себѣ невидимое существо, которое дѣйствуетъ на него волшебными силами. И дѣйствительно, внутри него находится своего рода одухотворенное существо, которое образованные алгебристы называютъ мнимой величиной, а другіе математики—операторомъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Механическіе способы квадратуры круга и выпрямленія окружности съ достаточнымъ приближеніемъ.

Н. Фоменко (Одесса).

Въ 1885 г. директоромъ Балтійскаго вагоннаго завода въ Ригѣ Бингомъ былъ опубликованъ найденный имъ способъ приближенной квадратуры круга при помощи особо изготовленнаго для этой цѣли прямоугольнаго треугольника, отношеніе катетовъ котораго равно дроби $\frac{23}{44}$, такъ что, взявши, напр., для одного катета длину 115 мм., а для другого 220 мм., мы получимъ удобный въ практическомъ отношенiи треугольникъ Бинга *). Пользованiе этимъ треугольникомъ крайне просто: если мы черезъ одинъ изъ концовъ дiаметра данной окружности проведемъ хорду подъ угломъ, равнымъ меньшему острому углу треугольника Бинга, то длина этой хорды и будетъ стороной квадрата, равновеликаго данному кругу съ точностью до 0,00001. Для полученiя длины окружности на отрѣзкѣ произвольно выбранной прямой, равномъ четыремъ радiусамъ даннаго круга, строятъ треугольникъ, подобный Бинговому, и черезъ вершину прямого угла построеннаго такимъ образомъ треугольника проводимъ прямую, которая пересѣкла бы нашу произвольно выбранную прямую подъ угломъ, равнымъ меньшему углу Бинговаго треугольника; тогда на послѣдней прямой получится отрѣзокъ, равный длинѣ окружности съ точностью до 0,0001.

Такъ какъ выпрямленiе окружности при помощи треугольника Бинга сложнѣе, чѣмъ квадратура круга, то настоящая замѣтка имѣетъ цѣлью изложить новые способы для изготовленiя чертежныхъ треугольниковъ, которые съ одинаковымъ удобствомъ служили бы какъ для квадратуры круга, такъ и для выпрямленiя окружности.

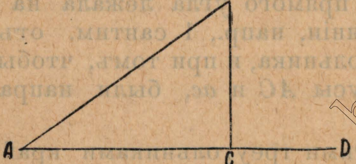
Вообразимъ себѣ прямоугольный треугольникъ, бо́льшiй изъ катетовъ котораго равенъ радiусу какого-либо круга, а меньшiй представляетъ уменьшенную на длину радiуса сторону квадрата, равновеликаго этому кругу, т. е. меньшiй катетъ равенъ $r\sqrt{\pi} - r = 0{,}7724539r$. При такомъ условiи тангенсъ угла, противолежащаго меньшему катету, есть величина постоянная, не зависящая отъ величины радiуса и равная

$$\frac{r\sqrt{\pi} - r}{r} = 0{,}77245390.$$

Если мы примемъ за величину этого тангенса число

$$\sqrt{\frac{108}{181}} = 0{,}77245393,$$

отличающееся отъ истиннаго значенiя тангенса на величину, меньшую 0,0000001, то построенiе прямоугольнаго треугольника, тангенсъ одного изъ острыхъ угловъ котораго равенъ $\sqrt{\frac{108}{181}}$, не представляетъ никакихъ затрудненiй: стоитъ только на произвольной прямой AD (фиг. 1) построить среднюю пропорциональ-



Фиг. 1.

*) Подробное изложенiе этого способа помѣщено въ „Вѣстн. Опытн. Физ. и Элем. Мат.“ за 1886-й годъ, № 4.

ную BC между двумя отрѣзками AC и CD, соотвѣтственно пропорціональными числамъ 181 и 108, или равными, напр., 18,1 сантиметра и 10,8 сант. Тогда треугольникъ ABC есть искомый, такъ какъ въ немъ $\operatorname{tang} A = \sqrt{\frac{108}{181}}$. Дѣйствительно,

$$BC = \sqrt{AC \cdot CD} = \sqrt{18{,}1 \cdot 10{,}8}$$

и

$$BC = AC \cdot \operatorname{tang} A = 18{,}1 \operatorname{tang} A,$$

откуда

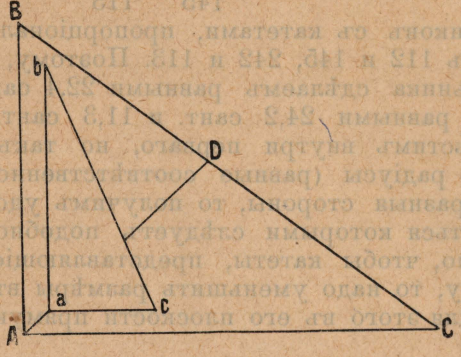
$$\operatorname{tang} A = \frac{\sqrt{18{,}1 \cdot 10{,}8}}{18{,}1} = \sqrt{\frac{108}{181}}.$$

Отсюда понятно, что, если въ построенномъ такимъ образомъ прямоугольномъ треугольникѣ ABC бо́льшій катетъ примемъ за радіусъ круга, то меньшій представитъ намъ длину стороны квадрата, равновеликаго этому кругу, уменьшенную на длину радіуса.

Совершеоно такимъ же образомъ мы можемъ построить и длину полуокружности, уменьшенную на длину радіуса. Для этого замѣтимъ, что въ прямоугольномъ треугольникѣ, у котораго меньшій катетъ равенъ радіусу какого-либо круга, а бо́льшій представляетъ длину полуокружности, уменьшенную на величину радіуса, тангенсъ угла, противолежащаго послѣднему катету, долженъ быть равенъ дроби $\frac{\pi r - r}{r} = 2{,}14159265$, или дроби $\sqrt{\frac{133}{29}} = 2{,}1415429$ (съ точностью до 0,0001). Построеніе такого прямоугольнаго треугольника подобно предыдущему: стоитъ только построить прямую BC (фиг. 1), среднюю пропорціональную между двумя отрѣзками AC и CD, соотвѣтственно пропорціональными числамъ 29 и 133, или равными, напр., 5,8 сантиметра и 26,6 сант.

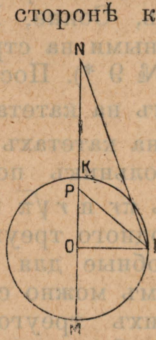
Оба разсмотрѣнныхъ треугольника, въ виду практическихъ цѣлей, можно изготовить изъ какого-либо металла, напр., изъ мѣди, и при томъ такъ, чтобы одинъ помѣщался въ другомъ. Для этого сначала нужно изготовить первый изъ разсмотрѣнныхъ треугольниковъ, взявши для его катетовъ указанныя выше длины, и затѣмъ, проведя въ его плоскости биссекторъ прямого угла, вырѣзать внутри этого треугольника другой изъ разсмотрѣнныхъ треугольниковъ съ указанными длинами его катетовъ, но такъ, чтобы вершина его прямого угла лежала на проведенномъ биссекторѣ, въ разстояніи, напр., 1 сантим. отъ вершины прямого угла перваго треугольника, и при томъ, чтобы катеты, разсматриваемые, какъ радіусы AC и ac, были направлены въ одну сторону (фиг. 2).

Пользованіе этими треугольниками крайне просто: проведя при ихъ помощи въ данномъ кругѣ діаметръ KM и перпендикулярный къ нему радіусъ OJ (фиг. 3), проведемъ затѣмъ черезъ конецъ послѣдняго прямыя JP и JN подъ углами, соотвѣтственно равными угламъ C и c нашихъ чертежныхъ треугольниковъ, до пересѣченія съ діаметромъ и его продолженіемъ въ точкахъ P и N; тогда прямая PM представитъ сторону искомаго квадрата, а NM длину полуокружности.



Фиг. 2.

Для рѣшенія обратной задачи, т. е. когда требуется найти радіусъ круга по данной сторонѣ квадрата PM (фиг. 3), про-



Фиг. 3.

водятъ черезъ одинъ изъ концовъ P данной прямой прямую PJ подъ угломъ, равнымъ углу B нашего чертежнаго треугольника ABC, а при другомъ концѣ M строимъ уголъ въ 45^0, для чего этотъ конецъ соединяемъ съ точкой, совпадающей съ концомъ D биссектора, проведеннаго на чертежномъ треугольникѣ, при соотвѣтственномъ положеніи послѣдняго. Если затѣмъ черезъ точку пересѣченія J проведенныхъ двухъ прямыхъ начертимъ прямую JO подъ угломъ, равнымъ углу C къ прямой PJ, то линія JO и будетъ искомымъ радіусомъ. Совершенно такимъ образомъ слѣдуетъ поступить и при нахожденіи радіуса по данной длинѣ полуокружности NM, пользуясь для этого треугольникомъ abc.

Для построенія чертежныхъ треугольниковъ можно воспользоваться другими данными: если мы за величину

$$\frac{r\sqrt{\pi}-r}{r}=0{,}7724539 \text{ примемъ дробь } \frac{112}{145}=0{,}7724138$$

(съ точн. до 0,0001), а за величину $\frac{\pi r-r}{r}=2{,}14159265$ дробь

$\frac{242}{113} = 2,1415929$ (съ точн. до 0,000001), то построеніе прямоугольныхъ треугольниковъ, тангенсы острыхъ угловъ которыхъ были бы равны соотвѣтственно $\frac{112}{145}$ и $\frac{242}{113}$, сводится къ построенію треугольниковъ съ катетами, пропорціональными соотвѣтственно числамъ 112 и 145, 242 и 113. Поэтому, если мы катеты одного треугольника сдѣлаемъ равными 22,4 сант. и 29 сант., а катеты другого равными 24,2 сант. и 11,3 сант. и второй треугольникъ помѣстимъ внутри перваго, но такъ, чтобы катеты, представляющіе радіусы (равные соотвѣтственно 29 сант. и 11,3 сант.), шли въ разныя стороны, то получимъ удобные треугольники, пользоваться которыми слѣдуетъ подобно предыдущему. Если желательно, чтобы катеты, представляющіе радіусы, шли въ одну сторону, то надо уменьшить размѣры второго треугольника, проведя для этого въ его плоскости прямую, параллельную гипотенузѣ.

При изготовленіи чертежныхъ треугольниковъ можно воспользоваться геометрическими построеніями π и $\sqrt{\pi}$, предложенными патеромъ Кохансвимъ, Сонне, Шпехтомъ (см. геометрію Давидова) или же изложенными на страницахъ настоящаго журнала за 1904-й годъ въ № 9 *). Построивши по даннымъ радіусамъ $r\sqrt{\pi}$ и πr, отложимъ на катетахъ одного прямоугольнаго треугольника r и $r\sqrt{\pi}$, а на катетахъ другого r и πr (или $2\pi r$); если затѣмъ одинъ треугольникъ помѣстимъ въ другомъ, для чего необходимо построить πr и $r\sqrt{\pi}$ при разныхъ радіусахъ, но такихъ, чтобы помѣщеніе одного треугольника въ другомъ было возможно, то получимъ удобные для практическихъ цѣлей треугольники, которые при томъ можно сдѣлать желательныхъ размѣровъ. При помощи такихъ треугольниковъ искомыя линіи какъ въ прямой, такъ и въ обратныхъ задачахъ находятся весьма просто.

Хотя изготовленіе чертежныхъ треугольниковъ однимъ изъ изложенныхъ способовъ сложнѣе, чѣмъ изготовленіе треугольника Бинга, но, тѣмъ не менѣе, пользоваться ими удобнѣе въ виду того, что требуется меньше построеній, какъ при выпрямленіи окружности, такъ и при нахожденіи радіуса круга, что, конечно, уменьшаетъ погрѣшности, неизбѣжныя при всякомъ механическомъ построеніи, и, кромѣ того, въ этомъ случаѣ требуется для черченія меньше мѣста.

---

*) Изъ послѣднихъ способы: II-й (дающій результаты до $\frac{1}{5000}$ однимъ раскрытіемъ циркуля) и способы III и IV являются простѣйшими изъ всѣхъ извѣстныхъ способовъ; способъ же I даетъ результатъ съ весьма значительной точностью (до одной двухсотъ-милліонной радіуса), такъ что, если бы построить πr по радіусу, равному 50 километрамъ, то πr получилось бы съ точностью до $^1/_4$ мм., т. е. отличалось бы отъ истинной величины почти на толщину линіи.

Первымъ изъ разсмотрѣнныхъ выше треугольниковъ можно пользоваться также для нахожденія стороны квадрата, равновеликаго данному эллипсу, и для нахожденія меньшей полуоси эллипса и по данной его большей полуоси (или наоборотъ) и по сторонѣ квадрата, равновеликаго этому эллипсу.

ПРИБЛИЖЕННОЕ ВЫЧИСЛЕНІЕ.

Проф. В. П. Ермакова.

Большой недостатокъ среднихъ школъ заключается въ неумѣніи производить вычисленія. При всякомъ вычисленіи нужно отвѣтить на вопросъ: съ какой точностью найденъ результатъ? Это основной вопросъ. Далѣе, нужно позаботиться, чтобы вычисленія были возможно просты, чтобы не производить лишнихъ дѣйствій, чтобы результатъ получался возможно быстрѣе. Для выполненія этой цѣли нужно знать рѣшеніе слѣдующей задачи: сколько въ каждомъ изъ данныхъ чиселъ удержать цифръ, чтобы результатъ получился съ данною точностью. О приближенномъ вычисленіи въ среднихъ школахъ ученики не имѣютъ никакого представленія. Это можно судить по тому, что ученикъ беретъ $\pi=3,14$ и вычисляетъ окончательный результатъ при помощи семизначныхъ логариѳмовъ. Всякое дѣло нужно производить съ толкомъ и съ разумѣніемъ. Толковое вычисленіе въ среднихъ школахъ должно быть поставлено на первомъ планѣ. Сознательное вычисленіе по приближенію особенно важно въ высшихъ техническихъ училищахъ, такъ какъ оно даетъ возможность быстро получать правильный результатъ. Сочиненія, трактующія о приближенномъ вычисленіи, довольно обширны; изъ нихъ трудно извлечь простыя правила, годныя въ практикѣ. Въ виду сказаннаго, я намѣренъ здѣсь предложить самыя краткія правила приближеннаго вычисленія. При помощи этихъ правилъ, послѣ немногихъ упражненій, можно сознательно производить правильныя вычисленія.

1.

Ошибка абсолютная и относительная, погрѣшность.

Абсолютная ошибка есть ошибка, сдѣланная на самомъ дѣлѣ въ числѣ. Если мы абсолютную ошибку раздѣлимъ на число, то получимъ такъ называемую *относительную ошибку*.

Мы предполагаемъ, что числа, съ которыми приходится имѣть дѣло, выражены въ десятичныхъ дробяхъ. Однако, это не препятствуетъ вводить въ наши вычисленія обыкновенныя дроби. Въ вычисленіе могутъ входить, кромѣ приближенныхъ чиселъ, еще и точныя числа. Обыкновенная дробь есть отношеніе двухъ точныхъ чиселъ.

Чтобы не производить лишнихъ дѣйствій, мы удерживаемъ въ каждомъ числѣ нужное число десятичныхъ цифръ, а остальныя отбрасываемъ; при этомъ въ каждомъ числѣ получается абсолютная ошибка, которая не превосходитъ единицы послѣдней удерживаемой цифры.

Мы можемъ всегда сдѣлать такъ, чтобы абсолютная ошибка не превосходила половины единицы послѣдней удерживаемой цифры. Для достиженія это цѣли нужно выполнить слѣдующее правило: *если первая отбрасываемая цифра равна или болѣе 5, то, отбросивъ ненужныя цифры, увеличимъ послѣднюю удерживаемую цифру на единицу.* Правило это ясно, но для новичковъ, быть можетъ, не мѣшаетъ пояснить на примѣрѣ. Возьмемъ два числа:

$$3,2543 \qquad 0,7468$$

Положимъ, что для нашихъ вычисленій достаточно удержать сотыя доли; тогда послѣднія двѣ цифры нужно отбросить. Но такъ какъ во второмъ числѣ первая отбрасываемая цифра 6 болѣе 5, то послѣднюю удерживаемую цифру 4 нужно увеличить на единицу. Вмѣсто данныхъ чиселъ мы будемъ имѣть приближенныя числа:

$$3,25 \qquad 0,75$$

Въ первомъ числѣ мы сдѣлали положительную ошибку, во второмъ отрицательную; эти ошибки будутъ:

$$+0,0043 \qquad -0,0032$$

Каждая изъ этихъ ошибокъ по величинѣ менѣе половины единицы послѣдней удерживаемой цифры, т. е. менѣе половины одной сотой, $\frac{0,01}{2} = 0,005$,

$$0,0043 < 0,005 \qquad 0,0032 < 0,005.$$

Отсюда приходимъ къ слѣдующему заключенію:

При отбрасываніи ненужныхъ цифръ можно достигнуть того, чтобы абсолютная ошибка не превосходила половины единицы послѣдней удерживаемой цифры.

Введемъ необходимый терминъ. Назовемъ *погрѣшностью* тотъ предѣлъ, котораго не превосходитъ ошибка. Погрѣшность, какъ и ошибка, можетъ быть абсолютною и относительною. Выше было сказано, что абсолютная ошибка не превосходитъ половины единицы послѣдней удерживаемой цифры; поэтому, согласно данному опредѣленію погрѣшности, имѣемъ слѣдующее правило:

При отбрасываніи ненужныхъ цифръ можно достигнуть того, чтобы абсолютная погрѣшность равнялась половинѣ единицы послѣдней удерживаемой цифры.

Изъ сказаннаго вытекаетъ еще слѣдующее заключеніе:

Абсолютная погрѣшность вполнѣ опредѣляется числомъ цифръ, удерживаемыхъ послѣ запятой.

Если мы имѣемъ дѣло съ точною десятичною дробью, то нули, стоящіе на концѣ, можно отбросить; въ приближенномъ числѣ этого не слѣдуетъ дѣлать. Если дано приближенное число

3,730, то нуль, стоящій на концѣ, показываетъ, что въ этомъ числѣ вѣрны три десятичныя цифры.

2.

Относительная ошибка, относительная погрѣшность.

Обозначимъ точное число черезъ A, его приближенное значеніе черезъ a, абсолютную ошибку черезъ α; имѣемъ

$$A = a + \alpha. \tag{1}$$

Относительная ошибка, по опредѣленію, равна абсолютной ошибкѣ, раздѣленной на число. Но намъ нужно знать только приближенное значеніе ошибки, поэтому вмѣсто того, чтобы дѣлить α на A, можно раздѣлить α на a. Итакъ, относительная ошибка будетъ

$$\beta = \frac{\alpha}{a}.$$

Покажемъ теперь, что относительная ошибка не измѣнится, когда мы число увеличимъ или уменьшимъ въ нѣсколько разъ.

Умножимъ равенство (1) на m,

$$Am = am + \alpha m.$$

Здѣсь мы имѣемъ точное число Am, его приближенное значеніе am, абсолютную ошибку αm. Относительная ошибка будетъ

$$\frac{\alpha m}{am} = \beta.$$

Раздѣлимъ равенство (1) на m.

$$\frac{A}{m} = \frac{a}{m} + \frac{\alpha}{m}.$$

Здѣсь мы имѣемъ точное число $\frac{A}{m}$, его приближенное значеніе $\frac{a}{m}$, абсолютную ошибку $\frac{\alpha}{m}$. Относительная ошибка будетъ

$$\frac{\alpha}{m} : \frac{a}{m} = \beta.$$

Если число выражено десятичною дробью, то при перестановкѣ запятой черезъ одну цифру число увеличится или уменьшится въ 10 разъ. Отсюда приходимъ къ слѣдующему заключенію:

Относительная ошибка не измѣнится, если приближенное число увеличимъ или уменьшимъ въ нѣсколько разъ, если переставимъ запятую съ одного мѣста на другое.

Отъ ошибки перейдемъ къ ея предѣлу, т. е. къ погрѣшности; получимъ слѣдующее правило:

Относительная погрѣшность не измѣнится, если мы въ приближенномъ числѣ переставимъ запятую съ одного мѣста на другое.

Пояснимъ сказанное на примѣрѣ. Возьмемъ приближенныя числа:

$$0{,}072 \qquad 0{,}72 \qquad 7{,}2 \qquad 72$$

Такъ какъ эти приближенныя числа получаются одно изъ другого перестановкою запятой, то ихъ относительныя погрѣшности должны быть одинаковы. Повѣримъ это. Припомнимъ, что абсолютная погрѣшность равна половинѣ единицы послѣдней цифры. Абсолютныя погрѣшности данныхъ приближенныхъ чиселъ будутъ:

$$0{,}0005 \qquad 0{,}005 \qquad 0{,}05 \qquad 0{,}5$$

Раздѣливъ эти погрѣшности на соотвѣтствующія числа, найдемъ относительныя погрѣшности:

$$\frac{0{,}0005}{0{,}072}=\frac{0{,}005}{0{,}72}=\frac{0{,}05}{7{,}2}=\frac{0{,}5}{72}=0{,}007.$$

Относительную погрѣшность мы вычисляемъ въ формѣ десятичной дроби; при чемъ, для избѣжанія лишнихъ вычисленій, достаточно знать только первую значащую цифру.

3.

Показатель точности.

Теперь нужно выяснить, въ какой зависимости находится относительная погрѣшность отъ приближеннаго числа. Выше было сказано, что относительная погрѣшность не измѣняется съ перестановкою запятой. Отсюда приходимъ къ тому заключенію, что относительная погрѣшность зависитъ отъ числа удерживаемыхъ значащихъ цифръ. Эту зависимость нужно выяснить болѣе точно.

Положимъ, что относительная погрѣшность дана; обозначимъ ее черезъ β. Нужно рѣшить такую задачу:

Сколько въ данномъ числѣ удержать значащихъ цифръ, чтобы относительная погрѣшность приближеннаго числа не превосходила даннаго предѣла β?

Такъ какъ относительная погрѣшность не измѣняется съ перестановкою запятой, то перенесемъ запятую на конецъ приближеннаго числа; получимъ цѣлое число, которое обозначимъ черезъ N. Абсолютная погрѣшность цѣлаго приближеннаго числа равна 0,5. Раздѣливъ эту абсолютную погрѣшность на само число, получимъ относительную погрѣшность равную $\frac{0{,}5}{N}$. Согласно сказанному требованію, эта погрѣшность не должна превосходить β,

$$\frac{0{,}5}{N}\leqslant\beta.$$

Отсюда находимъ:

$$N\geqslant\frac{0{,}5}{\beta}.$$

Это выраженіе назовемъ *показателемъ точности*; оно на самомъ дѣлѣ показываетъ, сколько въ данномъ числѣ нужно удержать значащихъ цифръ, чтобы относительная погрѣшность приближеннаго числа не превосходила β. Замѣтимъ прежде всего, что показатель точности есть цѣлое число. Для избѣжанія лишнихъ дѣйствій, достаточно вычислить первую цифру показателя точности; остальныя цифры можно замѣнить нулями. Число удерживаемыхъ значащихъ цифръ опредѣляется слѣдующимъ правиломъ.

Если первая значащая цифра равна или болѣе первой цифры показателя точности, то нужно удержать столько значащихъ цифръ, сколько цифръ въ показатель точности. Если первая значащая цифра менѣе первой цифры показателя точности, то число удерживаемыхъ значащихъ цифръ должно быть на единицу болѣе числа цифръ показателя точности.

Пояснимъ сказанное на примѣрѣ. Даны числа:

0,13074	40,378	0,613405
2,1453	0,053421	72,314

Требуется показать, сколько въ каждомъ изъ этихъ чиселъ удержать значащихъ цифръ, чтобы относительная погрѣшность каждаго приближеннаго числа не превосходила 0,001. Принявъ во вниманіе, что $\beta=0,001$, вычислимъ по формулѣ (1) показатель точности:

$$N \geqslant \frac{0,5}{0,001}; \quad N \geqslant 500.$$

Согласно данному правилу, нужно удержать три значащихъ цифры, если первая значащая цифра равна или болѣе 5; если же первая значащая цифра менѣе 5, то нужно удержать четыре значащія цифры. Сдѣлавъ это, получимъ слѣдующія приближенныя числа:

0,1307	40,38	0,613	(2)
2,145	0,0534	72,3	

Повѣримъ найденный результатъ. Повѣрка должна быть двоякая: нужно показать, что относительная погрѣшность каждаго приближеннаго числа (2) менѣе 0,001; далѣе, нужно показать, что мы не удержали лишней цифры.

Абсолютныя погрѣшности приближенныхъ чиселъ (2) будутъ:

0,00005	0,005	0,0005
0,0005	0,00005	0,05

Если мы раздѣлимъ эти абсолютныя погрѣшности на соотвѣтствующія числа (2), то получимъ относительныя погрѣшности, каждая изъ которыхъ не превзойдетъ 0,001. Если же мы въ какомъ-нибудь изъ чиселъ (2) отбросимъ послѣднюю цифру, то въ результатѣ получимъ такое приближенное число, относительная погрѣшность котораго превзойдетъ 0,001. Этимъ подтверждается, что данное выше правило вполнѣ точно.

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

Къ теоріи непрерывныхъ дробей.

Положимъ, что намъ надо найти $\sqrt{N}$. Представимъ N въ видѣ суммы $1+b$. Тогда $\sqrt{N}=\sqrt{1+b}$.

Возьмемъ тожество $\sqrt{1+b}=1+\dfrac{b}{1+\sqrt{1+b}}$.

Въ правую часть вмѣсто радикала подставляемъ его значеніе. Тогда

$$\sqrt{1+b}=1+\cfrac{b}{2+\cfrac{b}{2+\cfrac{b}{2\ldots}}}$$

Отбрасываемъ сначала цѣлую часть. Составляемъ приближенія:

$$\frac{P_1}{Q_1}=\frac{b}{2};\quad \frac{P_2}{Q_2}=\frac{2b}{4+b};\quad \frac{P_3}{Q_3}=\frac{4b+b^2}{8+4b}\ \text{и т. д.}$$

Сразу усматриваемъ зависимость:

$$\frac{P_{n+1}}{Q_n}=\frac{2P_{n-1}+bP_{n-2}}{2Q_{n-1}+bP_{n-2}}.$$

Наша задача состоитъ въ томъ, чтобы выразить P_n лишь въ функціи N и n, что мы и постараемся сдѣлать.

Положимъ

$$P_n=xp^n+yt^n, \qquad (1)$$

гдѣ x, p, y, t величины пока неопредѣленныя.

Аналогично этому

$$\left.\begin{aligned}P_{n-1}&=xp^{n-1}+yt^{n-1}\\ P_{n-2}&=xp^{n-2}+yt^{n-2}\end{aligned}\right\}\ (2).$$

Но мы имѣемъ зависимость $P_n=2P_{n-1}+bP_{n-2}$.

Подставляемъ сюда полученныя въ 1 и 2 выраженія. Тогда по упрощенію

$$xp^{n-2}(p^2-2p-b)+yt^{n-2}(t^2-2t-b)=0 \qquad (3).$$

Для того, чтобы лѣвая часть обратилась въ нуль, необходимо положить

или

$$\left.\begin{aligned}p^2-2p-b&=0\\ t^2-2t-b&=0\end{aligned}\right\}\ (4).$$

Рѣшая, получимъ:

$$\left.\begin{aligned}p&=\frac{2+\sqrt{4+4b}}{2}=1+\sqrt{1+b}\\ t&=\frac{2-\sqrt{4+4b}}{2}=1-\sqrt{1+b}\end{aligned}\right\}\ (5).$$

По аналогии съ уравненіемъ 1-ымъ, полагаемъ:

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= xy' + gt' \\ P_2 &= xp'' + gt'' \end{aligned}\right\} \quad (6).$$

Вносимъ сюда значенія p и t. Тогда получимъ:

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= (1+\sqrt{1+b})\,x + (1-\sqrt{1+b})\,y \\ P_2 &= (2+b+2\sqrt{1+b})\,x + (2+b-2\sqrt{1+b})\,y \end{aligned}\right\} \quad (7).$$

Рѣшаемъ относительно x и y:

$$x = \frac{b+\sqrt{1+b}}{(1+\sqrt{1+b})^2+b}; \quad y = \frac{b-\sqrt{1+b}}{(1-\sqrt{1+b})^2+b} \quad (8).$$

Все полученное вносимъ въ формулу 1-ую:

$$P_n = \frac{b+\sqrt{1+b}}{(1+\sqrt{1+b})^2+b}\cdot(1+\sqrt{1+b})^n +$$

$$+ \frac{b-\sqrt{1+b}}{(1-\sqrt{1+b})^2+b}\cdot(1-\sqrt{1+b})^n \quad (9).$$

Но b у насъ связано зависимостью $N = b+1$. Подставляемъ и приводимъ къ приличному виду. Теперь, пользуясь аналогичными соображеніями, выводимъ Q_n и опредѣляемъ $\frac{P_n}{Q_n}$

$$\frac{P_n}{Q_n} = (N-1)\sqrt{N}\left[\frac{(1+\sqrt{N})^n - (1-\sqrt{N})^n}{(N+\sqrt{N})(1+\sqrt{N})^n + (N-\sqrt{N})(1-\sqrt{N})^n}\right] = R.$$

Но $\sqrt{N} = 1+R$; поэтому, опредѣливъ R, и, прибавивши 1, мы получимъ значенія $\sqrt{N}$.

Развертываемъ по формулѣ бинома, производимъ упрощенія:

$$\sqrt{N} = 1+(N-1)\cdot\frac{2\left(n\,.\,N + \frac{n(n-1)\,n-2)}{1\,.\,2\,.\,3}N^2 + \ldots\right)}{2N\left(1+\frac{n(n-1)}{1\,.\,2}N+\ldots\right) + 2N\left(n+\frac{n(-1)(n-2)}{1\,.\,2\,.\,3}N+\ldots\right)}$$

Сокращаемъ, что можно:

$$\sqrt{N} = 1+(N-1)\cdot\frac{n+\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}N+\ldots}{\left(1+\frac{n(n-1)}{1.2}N+\ldots\right)+\left(n+\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}N+\ldots\right)}$$

Вычислимъ для примѣра $\sqrt{3}$ при $n = 5$.

$$\sqrt{3} = 1 + 2\cdot\frac{5+30+9}{1+15+45+5+30+9} = 1{,}742.$$

Ошибка на 0,01.

Не ручаясь за новизну способа, тѣмъ не менѣе думаю, что для читателей Вѣстника онъ окажется интереснымъ.

Н. Агрономовъ (Вологда).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

О природѣ радіевыхъ γ-лучей. До послѣдняго времени испускаемые радіемъ, обладающіе очень большой проницательной способностью и не отклоняемые магнитомъ, т. наз. γ-лучи считались родственными или тождественными съ рентгеновскими лучами. Новые опыты Пашена показываютъ, однако, что этотъ взглядъ ошибоченъ и что γ-лучи несутъ съ собой отрицательный зарядъ и потому должны считаться катодными лучами. Прежде всего Пашенъ нашелъ, что заключающая въ себѣ радій толстая свинцовая коробка заряжается положительно; такъ какъ чрезъ толстый слой свинца проникаютъ только γ-лучи, то только они могли уносить съ собой отрицательный зарядъ. Затѣмъ удалось обнаружить и прямое заряженіе изолированной свинцовой оболочки γ-лучами, отъ которыхъ электромагнитомъ были отдѣлены всѣ отклонимые β-лучи. Въ своихъ послѣднихъ опытахъ Пашенъ изслѣдуетъ, не отклоняются ли эти γ-лучи болѣе сильнымъ электромагнитомъ. Пучокъ радіевыхъ лучей, проходящій чрезъ отверстіе въ свинцовомъ экранѣ (1 мм. въ поперечникѣ), пропускался чрезъ магнитное поле длиной 6 см. и дѣйствовалъ въ теченіе 24 часовъ на фотографическую пластинку. При силѣ поля въ 1000 см.-гр.-сек.-единицъ получилось изображеніе отверстія безъ всякаго отклоненія; вблизи этого изображенія пластинка почернѣла очень мало; затѣмъ, на разстояніи 3 см., появилась сильная черная полоса отъ β-лучей. Когда магнитное поле было усилено до 30000 единицъ, всѣ β-лучи отклонились такъ сильно, что вовсе уже не падали на фотографическую пластинку, но изображеніе отверстія, вызванное γ-лучами, не потерпѣло ни малѣйшаго измѣненія.

(„Электричество").

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ. будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 592 (4 сер.). Построить треугольникъ ABC по двумъ высотамъ h_a и h_b и медіанѣ m_c, проведенной къ третьей сторонѣ.

И. Коровинъ (Екатеринбургъ).

№ 593 (4 сер.). Доказать, что число

$$(b+1)^{2n+1}+b^{n+2},$$

гдѣ b—цѣлое, а n тоже цѣлое и не отрицательное число, дѣлится на число

$$b^2+b+1.$$

Н. Готлибъ (Юрьевъ).

№ 594 (4 сер.). Найти истинное значеніе выраженія

$$\frac{2\sin\Theta - \sin 2\Theta}{2\Theta - \sin 2\Theta}$$

при $\Theta = 0$.

Н. С. (Одесса).

№ 596 (4 сер.). Къ сторонамъ AB и BC треугольника ABC возставляютъ соотвѣтственно въ точкахъ A и C перпендикуляры, которые встрѣчаются въ точкѣ J. Показать, что разстоянія точекъ B и J отъ перпенцикуляра, возставленнаго къ сторонѣ AC въ ея срединѣ, равны.

(Заимств.).

№ 597 (4 сер.). Въ барометрическую пустоту введено 0,1 грамма нѣкоторой жидкости, вполнѣ тамъ испарившейся. Затѣмъ трубка поднята на 1 метръ отъ поверхности ртути въ чашкѣ, при чемъ высота столба ртути оказалась равной 66 сантиметровъ. Внѣшнее давленіе во время опыта было 76 сантиметровъ. Опредѣлить плотность пара испарившейся жидкости, если дано, что сѣченіе трубки равно 4 квадратныхъ сантиметра, коэффиціентъ расширенія газа и паровъ равенъ 0,0013, и что температура опыта равна $27^0,3$.

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 501 (4 сер.). *Тѣло, брошенное у основанія башни вертикально вверхъ, взлетаетъ выше башни и возвращается на землю черезъ* $8\frac{4}{5}$ *секунды послѣ того, какъ его бросили. Промежутокъ между двумя послѣдовательными моментами достиженія тѣломъ вышки башни равняется* $3\frac{4}{5}$ *секунды. Опредѣлить высоту башни.*

Обозначимъ время поднятія и возвращенія къ основанію башни брошеннаго тѣла черезъ $\tau = 8\frac{4}{3} = 8,8$ секунды, промежутокъ времени между двумя послѣдовательными моментами достиженія вышки башни черезъ $\Theta = 3\frac{4}{3} = 3,8$ секунды, высоту башни черезъ x, скорость, съ которой было брошено тѣло вверхъ, черезъ y, время, за которое тѣло достигаетъ въ первый разъ вышки башни, черезъ z, ускореніе силы тяжести въ мѣстѣ опыта черезъ g. Пространство, пройденное тѣломъ вверхъ отъ основанія башни за время t, выражается, при введенныхъ нами обозначеніяхъ, формулой $t = yt - \frac{gt^2}{2}$. Полагая послѣдовательно $t = \tau$, $t = z$ и $t = z + \Theta$, найдемъ, согласно съ условіемъ:

$$y\tau - \frac{g\tau^2}{2} = 0 \quad (1), \quad yz - \frac{gz^2}{2} = x \quad (2),$$

$$y(z+\Theta) - \frac{g(z+\Theta)^2}{2} = x \quad (3).$$

Изъ равенства (1) имѣемъ

$$y = \frac{g\tau}{2} \quad (4).$$

Вычитая равенство (3) изъ равенства (2), находимъ:

$$\Theta y - g\Theta z - \frac{g\Theta^2}{2} = 0, \quad \text{или} \quad y - gz - \frac{g\Theta}{2} = 0 \quad (5).$$

Подставивъ значенiе y изъ равенства (4) въ равенство (5), получимъ: $gz = \frac{g\tau}{2} - \frac{g\Theta}{2}$, откуда

$$z = \frac{\tau - \Theta}{2} \quad (6).$$

Представивъ равенство (2) въ видѣ $x = z\left(y - \frac{gz}{2}\right)$ и подставивъ въ него значенiя z и y изъ равенствъ (6) и (4), имѣемъ:

$$x = \frac{\tau - \Theta}{2} \cdot \left(\frac{g\tau}{2} - \frac{g(\tau - \Theta)}{4}\right) = \frac{g(\tau^2 - \Theta^2)}{8} \quad (7).$$

Полагая $g = 9,8$ метр., получимъ (см. (7))

$$x = \frac{9,8(8,8^2 - 3,8^2)}{8} = \frac{9,8(8,8 + 3,8)(8,8 - 3,8)}{8} = 77,175 \text{ метр.}$$

Формулу (7) можно получить и скорѣе, если опираться на извѣстныя теоремы, относящiяся къ движенiю тѣла, брошеннаго вверхъ: 1) Время поднятiя равно времени паденiя; такъ что время поднятiя тѣла до наивысшей точки равно $\frac{\tau}{2}$. 2) Если примѣнить ту же теорему ко времени поднятiя отъ вышки башни до наивысшей точки поднятiя, то найдемъ, что это время равно $\frac{\Theta}{2}$. Поэтому время поднятiя (см. 1)) до вышки башни равно $\frac{\tau - \Theta}{2}$. 3) Скорость въ высшей точкѣ равна нулю; поэтому (см. 1)) $y - \frac{g\tau}{2} = 0$, такъ что $y = \frac{g\tau}{2}$. Слѣдовательно, высота башни равна пространству, пройденному брошеннымъ вверхъ со скоростiю $\frac{g\tau}{2}$ тѣломъ за время $\frac{\tau - \Theta}{2}$, т. е.

$$x = \frac{g\tau}{2} \cdot \frac{(\tau - \Theta)}{2} - \frac{g(\tau - \Theta)^2}{2.4} = \frac{g(\tau^2 - \Theta^2)}{8}.$$

В. Гейманъ (Θеодосiя).

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса 28-го Марта 1905 г.

Типографiя Бланкоиздательства М. Шпенцера. ул. Новосельскаго, д. № 66.

Обложка
ищется

Обложка
ищется