

Обложка
щется

Обложка
щется

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

31 Января.

№ 386.

1905 г.

Содержаніе: М. В. Ломоносовъ: первый русскій физикъ и химикъ. (Продолженіе). Проф. Б. Меншуткина. — Гауссово доказательство теоремы о возможности существованія плоскости. М. Волкова. — Геометрія фигуръ. Д. С. Шора. — Объ электрическомъ прерывателѣ. П. Эренфеста. — Научная хроника: † Ernst Abbe. И. Адамовича. Вліяніе психическихъ и физиологическихъ процессовъ на электрическую проводимость человеческого тѣла. Вліяніе радія на температуру земли. — Разныя извѣстія: Избраніе лорда Кельвина канцлеромъ Глазговскаго Университета. — Задачи для учащихся, №№ 580 — 585 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 495, 496, 497, 499. — Объявленія.

М. В. Ломоносовъ: первый русскій физикъ и химикъ.

Б. Н. Меншуткина.

(Продолженіе *).

III.

Возврънїя М. В. Ломоносова на физическія явленія представляютъ стройную систему, основанную на его *атомистической теоріи*: эта теорія связываетъ между собою разнородныя явленія и дала путеводную нить, позволившую ему разобраться въ массѣ физическихъ явленій. На взглядахъ М. В. Ломоносова видно и вліяніе лекцій учителя его, барона Х. Вольфа, — вліяніе, выразившееся главнымъ образомъ въ математическомъ способѣ разработки теорій; но взгляды эти вполне самостоятельны и оригинальны и нерѣдко прямо противоположны тому, что признавалъ Вольфъ. Поэтому необходимо передать въ общихъ чертахъ прежде всего сущность атомистической теоріи, наиболѣе полно высказанной въ незаконченной диссертациі на латинскомъ языкѣ „о составляющихъ тѣла природы нечувствительныхъ физическихъ частичкахъ, въ которыхъ находится достаточное основаніе частныхъ свойствъ“ (1742 или 1743 года).

*) См. № 385 „Вѣстника“.

Атомистическая теорія М. В. Ломоносова. Всѣ тѣла состоятъ изъ нечувствительныхъ физическихъ частичекъ, образующихся при физическомъ дѣленіи, движеніемъ отдѣляясь другъ отъ друга. Каждая частичка имѣетъ нѣкоторое ничтожно малое протяженіе, а потому обладаетъ определенной фигурой и заключаетъ определенное количество вещества, т. е. является тѣломъ со всѣми признаками и атрибутами послѣдняго, — обладаетъ свойствомъ непроницаемости, силой инерціи, подчиняется всѣмъ законамъ движенія, принципу дѣйствія и противодѣйствія; природа частичекъ — дѣятельная сила и движенія, подчиненныя законамъ механики. Различіе тѣла зависитъ отъ различія частичекъ; частички же обуславливаютъ такія качества тѣлъ, какъ теплота и холодъ, сдѣлленіе, плотность, упругость, магнитизмъ, электричество и т. п. — производятъ ихъ измѣненіями, при чемъ частички или соединяются, или отдѣляются, или мѣняютъ свое положеніе. Измѣненія эти могутъ совершаться только отъ движенія, а потому достаточная причина всѣхъ частичныхъ качествъ тѣла находится въ протяженности, силѣ инерціи, фигурѣ и движеніи частичекъ. А отсюда вытекаетъ прямое слѣдствіе, что всѣ эти качества могутъ быть объяснены законами механики, приложенными къ движеніямъ частичекъ. Въ тѣлахъ одного рода частички совершенно подобны по величинѣ и всѣмъ своимъ свойствамъ, а въ разнородныхъ отличаются массой, движеніемъ, силой инерціи и расположеніемъ. Частички всѣхъ тѣлъ шарообразны съ очень незначительными шероховатостями. Первоначальныя частички тѣла Ломоносовъ называетъ иногда физическими монадами; монады очень крѣпки, упруги и не подвержены какому-либо физическому измѣненію, такъ что ихъ можно назвать атомами.

Такова атомистическая система Ломоносова, въ общихъ чертахъ довольно близкая къ господствующимъ теперь взглядамъ, — во всякомъ случаѣ болѣе близкая къ нимъ, чѣмъ система Р. И. Босковича, считавшагося до сихъ поръ основателемъ новѣйшихъ ученій объ атомахъ. Главное отличіе атомистической теоріи Босковича (опубликованной въ 1764 году) отъ системы Ломоносова и современной атомистической теоріи заключается въ томъ, что Босковичъ спуталъ атомы математическими точками, надѣленными свойствами массы.

Разсмотримъ теперь, какъ развивалъ М. В. Ломоносовъ основныя положенія своей атомистической гипотезы, и прежде всего обратимся къ взглядамъ его на теплоту.

Механическая теорія теплоты М. В. Ломоносова высказана въ диссертациі „Размышленія о причинѣ теплоты и холода“ (на латинскомъ языкѣ, написана въ 1744 году) и въ другихъ сочиненіяхъ. Многіе опыты, напр., накаливаніе желѣза отъ ударовъ молота, показываютъ, что достаточная причина теплоты заключается въ движеніи; а такъ какъ движеніе немислимо безъ матеріи, то необходимо допустить, что теплота состоитъ въ невидимомъ внутреннемъ движеніи той матеріи, частички которой образуютъ тѣло. Движеніе частичекъ можетъ быть троякимъ: поступатель-

нымъ, колебательнымъ и вращательнымъ. Первые два нельзя допустить для тѣлъ твердыхъ — ихъ частички слишкомъ крѣпко связаны между собою, поэтому теплота есть внутреннее вращательное движеніе частичекъ. Это допущеніе вполне объясняетъ всѣ явленія. При треніи тѣла нагрѣваются, потому что частички ихъ приходятъ въ движеніе; чѣмъ сильнѣе треніе, тѣмъ больше движеніе и сильнѣе разогрѣваніе. При соприкосновеніи холоднаго тѣла съ горячимъ послѣднее ускоряетъ движеніе частичекъ перваго, что происходитъ при соотвѣстной потерѣ движенія частичками горячаго тѣла: поэтому холодное тѣло нагрѣвается, теплое — охлаждается. Чѣмъ сильнѣе вращательное движеніе частичекъ, тѣмъ больше становятся и силы, отталкивающія ихъ другъ отъ друга: это дѣлаетъ то, что твердость тѣла уменьшается, и оно плавится. Поэтому тѣла жидки вслѣдствіе движенія частичекъ ихъ, а испареніе обуславливается тѣмъ, что отталкивательныя силы при быстромъ вращеніи становятся настолько значительными, что сцѣпленіе частичекъ нарушается, и онѣ разлетаются во всѣ стороны. Жидкія, а тѣмъ болѣе газообразныя тѣла, всегда имѣютъ тепловое движеніе, какъ бы они не казались холодными. Какъ нельзя представить себѣ наивысшую скорость движенія, такъ нельзя себѣ представить и высшую степень теплоты; наибольшая же степень холода состоитъ въ абсолютномъ покоѣ частичекъ и не можетъ быть на землѣ.

Такіе взгляды Ломоносова на теплоту тѣмъ интереснѣе, что въ его время, да и потомъ, до 60-хъ или 70-хъ годовъ XIX столѣтія, причиной теплоты признавалась особая матерія — теплородъ; лишь единичныя личности, сумѣвшія проникнуть въ сущность явленій глубже современниковъ, не признавали теплорода. Такими были друзья Ломоносова — знаменитый математикъ Леонардъ Эйлеръ и Даниилъ Бернулли — оба члены Россійской Академіи Наукъ. Ученые же вообще встрѣтили теорію Ломоносова чрезвычайно враждебно; особенно суровой критикѣ подвергли ее нѣмецкіе ученые (повидимому не безъ участія нѣмецкой партіи нашей Академіи Наукъ). Въ отвѣтъ Ломоносовъ написалъ въ 1755 году антикритику подъ заглавіемъ „О должности журналистовъ въ изложеніи ими сочиненій, назначенныхъ для поддержанія свободы разсужденія“. Съ этимъ сочиненіемъ, особенно съ „правилами для журналистовъ“ не мѣшало бы ознакомиться и теперешнимъ критикамъ.

Механическая теорія строенія газовъ М. В. Ломоносова есть необходимое слѣдствіе какъ атомистической системы его, такъ и только что изложенной механической теоріи теплоты; теорія строенія газовъ очень близка къ нынѣшней кинетической теоріи строенія газовъ. Она изложена въ диссертациі „Попытка теоріи упругой силы воздуха“ (написана въ 1748 году). Основная мысль ея заимствована, вѣроятно, изъ сочиненія Даниила Бернулли „Гидродинамика“ (1738), гдѣ для вывода нѣкоторыхъ свойствъ воздуха, принимается упругая жидкость, состоящая изъ маленькихъ корпускулъ, двигающихся съ огромной быстротой. Какъ ма-

тематикъ, Бернулли обратилъ главное свое вниманіе на математическую разработку этого основного положенія, чтобы вывести законы движенія упругихъ жидкостей; Ломоносовъ же старался создать картину явленій, происходящихъ въ газѣ при допущеніи, что онъ состоитъ изъ свободно движущихся частичекъ. Вотъ сущность его теоріи.

Всѣ свойства воздуха показываютъ, что онъ состоитъ изъ мельчайшихъ, очень крѣпкихъ частичекъ, которыя надо назвать атомами. Они не прикасаются другъ съ другомъ въ воздухѣ—такъ какъ его можно сжать до $\frac{1}{30}$; взаимодействие же мыслимо только при взаимномъ соприкосновеніи: согласовать эти два положенія возможно лишь при допущеніи, что не всѣ атомы воздуха находятся въ каждый данный моментъ въ одинаковомъ состояніи и что состояніе это продолжается безконечно малое время, т. е. что атомы сталкиваются съ сосѣдными, отпрыгиваютъ отъ нихъ и стремятся разлетѣться во всѣ стороны отъ частыхъ взаимныхъ столкновеній. Атомы воздуха имѣютъ вращательное тепловое движеніе; извѣстно, что два быстро вращающихся тѣла, приходящихъ въ соприкосновеніе, не могутъ не отпрыгнуть другъ отъ друга: въ этомъ и есть причина взаимнаго отталкиванія атомовъ. Такъ какъ атомы тѣлесны, то они имѣютъ вѣсъ и падаютъ къ центру земли; вслѣдствіе безконечнаго числа атомовъ невозможно, чтобы при этомъ каждый упалъ какъ разъ на верхнюю точку другого: паденія будутъ происходить на разныя точки нижнихъ атомовъ, и падающіе атомы будутъ отталкиваться по разнымъ направленіямъ, такъ что упругость воздуха будетъ проявляться во всѣ стороны. Атмосфера состоитъ изъ безчисленнаго множества атомовъ; нижніе отталкиваютъ во всѣ стороны падающихъ сверху, эти послѣдніе, оттолкнувшись, опять сталкиваются съ другими и т. д. Чѣмъ выше атмосфера надъ поверхностью земли, тѣмъ меньше въ ней атомовъ, находящіеся на самомъ верху тяжестью свою увлекаются внизъ, отталкиваются отъ ближайшихъ нижнихъ, опять сталкиваются, отталкиваются и такъ безъ конца. Чѣмъ теплѣе воздухъ, тѣмъ сильнѣе отталкиваются атомы, и тѣмъ больше его упругость. Наконецъ, такое строеніе воздуха подтверждается и распространеніемъ звука, который ничто иное, какъ колебательное движеніе атомовъ упругаго воздуха.

Эти представленія М. В. Ломоносова весьма приближаются къ кинетической теоріи; хаотическая картина состоянія частицъ газа воспроизводится нынѣ во всякомъ учебникѣ физики. Нечего и говорить, что какъ сочиненіе Бернулли, такъ и диссертациі Ломоносова были вскорѣ послѣ опубликованія позабыты; современная же кинетическая теорія основана англичаниномъ Уотерстономъ (1845) и, главнымъ образомъ, работами Крѣйнига и Клаузиуса (1856—1857). Въ связи съ этой теоріей надо упомянуть объ опытахъ Ломоносова, произведенныхъ въ 1752 году для опредѣленія коэффиціента расширенія воздуха отъ нагрѣванія; этотъ коэффиціентъ, по перечисленіи на градусы Цельзія, оказывается равнымъ 0,0030 вмѣсто 0,00367.

Также интересно и „Дополненіе къ размышленіямъ объ упругой силѣ воздуха“, написанное Ломоносовымъ въ 1750 году, чтобы показать, что, по его теоріи, упругость воздуха, при небольшихъ давленіяхъ пропорціональная плотности, при большихъ дѣлается непропорціональной. Эта непропорціональность была подмѣчена какъ Бернули при опытахъ горѣнія пороха (при чемъ принималось, что пороховые газы—воздухъ), такъ и Ломоносовымъ при опытахъ разрыва стекляннхъ и чугунныхъ бомбъ при замерзаніи воды въ нихъ (Ломоносовъ считалъ, что разрывъ производился воздухомъ, находившимся въ парахъ воды и освободившимся при ея замерзаніи).

При увеличеніи сжатія воздуха атомы его сталкиваются все чаще и чаще, по мѣрѣ уменьшенія свободнаго пространства между ними; чѣмъ чаще удары, тѣмъ сильнѣе взаимное отталкиваніе атомовъ и тѣмъ больше упругость. Такъ какъ число ударовъ растетъ пропорціонально уменьшенію объема, то упругости должны относиться какъ объемы, или пропорціонально плотностямъ. Но атомы обладаютъ нѣкоторыми объемами: поэтому при большихъ давленіяхъ столкновенія между ними становятся чаще, вслѣдствіе близости ихъ другъ къ другу, и сопротивленіе воздуха будетъ больше, чѣмъ слѣдуетъ по занимаемому объему—очевидно, отношеніе упругостей должно отличаться отъ отношенія плотностей.

Такъ выводы, не имѣющіе какой-либо связи съ опытами, на основаніи которыхъ они сдѣланы, привели Ломоносова къ совершенно вѣрному слѣдствію его механической теоріи газовъ. Болѣе, чѣмъ черезъ 100 лѣтъ, физики пришли къ необходимости считаться съ величиною атомовъ: впервые послѣ Ломоносова высказалъ это А. Дюпре (1864), но лишь въ 1873 году голландскій физикъ фанъ-деръ-Вальсъ въ своемъ извѣстномъ сочиненіи о непрерывности газообразнаго и жидкаго состояній тѣлъ ввелъ въ формулу, дающую зависимость между давленіемъ и объемомъ газа, величину объема частицъ газа и взаимнаго ихъ притяженія, тоже оказывающаго вліяніе на непропорціональность сжатія газа при большихъ давленіяхъ.

Жидкія и твердыя тѣла состоятъ, по М. В. Ломоносову, изъ такихъ же твердыхъ, упругихъ, шарообразныхъ частичекъ, какъ и тѣла газообразныя. Частички жидкихъ тѣлъ могутъ двигаться поступательнымъ, вращательнымъ и колебательнымъ движеніемъ, частички же твердыхъ тѣлъ—лишь вращательнымъ. Частички твердыхъ тѣлъ удерживаются во взаимномъ сѣпленіи давленіемъ частичекъ эфира, окружающихъ ихъ; частички всѣхъ тѣлъ круглы, что доказано механической теоріей теплоты. Въ разной величинѣ частичекъ полагается причина разныхъ свойствъ тѣла: чѣмъ больше частички, тѣмъ крѣпче ихъ взаимный союзъ, чѣмъ меньше—тѣмъ слабѣе. Тѣла съ частичками мелкими легче расплавить, чѣмъ тѣла съ частичками крупными. Ломоносовъ пытался также опредѣлить, насколько можетъ измѣняться при плавленіи объемъ

тѣла, предполагая, что при твердомъ состояніи тѣла частички расположены наиболѣе тѣсно, при жидкомъ—болѣе свободно. Наиболѣе подробно развиты эти взгляды въ „Словѣ о твердости и жидкости тѣла“ (1760), написанномъ по случаю открытія, сдѣланнаго его пріятелемъ—академикомъ І. А. Брауномъ. Послѣдній занимался изслѣдованіемъ разныхъ холодильныхъ смѣсей, и 25-го декабря 1759 г. впервые заморозилъ ртуть. Слѣдующіе опыты Браунъ дѣлалъ вмѣстѣ съ Ломоносовымъ на слѣдующій день, 26-го декабря, пользуясь большими морозами: въ этотъ день въ С.-Петербургѣ въ 10 ч. утра было 212° мороза или, по Цельзію,—41 $\frac{1}{3}$ °. Эти опыты подробно описаны Ломоносовымъ въ своемъ „Словѣ“. Онъ опредѣлилъ ковкость замерзшей ртути и нашелъ, что она хорошо проводитъ электричество.

Строеніе кристалловъ затронуто Ломоносовымъ въ диссертациі о селитрѣ (1749), написанной для соисканія преміи, предложенной Берлинской Академіей Наукъ. Диссертациа эта не представляетъ большого значенія и преміи не получила. Подобно частичкамъ всѣхъ другихъ тѣлъ, частички селитры принимаются круглыми, а чтобы объяснить происхожденіе шестигранныхъ призмъ селитры, М. В. Ломоносовъ предполагаетъ, что частички размѣщаются при образованіи кристалловъ такъ, что линіи, соединяющія центры ихъ, образуютъ равнобедренные треугольники: такое расположеніе позволяетъ вывести всѣ формы, въ которыхъ кристаллизуется селитра. Для другихъ веществъ частички располагаются, конечно, иначе; такъ, для поваренной соли линіи, соединяющія центры частичекъ, образуютъ квадраты и т. д. Это—едва ли не первая по времени попытка объяснить кристаллическое строеніе твердыхъ тѣлъ.

Эфиръ или Ефиръ, какъ писалъ всегда Ломоносовъ, есть та матерія, съ помощью которой передается чувство свѣта и тепла, матерія тончайшая и весьма способная ко всякаго рода движеніямъ, производящимъ тепло и свѣтъ. Всѣ три движенія присущи частичкамъ эфира: поступательное, вращательное и колебательное. Въ „Словѣ о происхожденіи свѣта“ (1756) Ломоносовъ выступаетъ рѣшительнымъ противникомъ матеріальной теоріи свѣта и доказываетъ, что свѣтъ распространяется колебательнымъ движеніемъ эфира; это волнообразное колебательное движеніе подробно описано въ одномъ изъ изъясненій къ „слову о явленіяхъ воздушныхъ, отъ Электрической силы происходящихъ“ (1753). Вращательнымъ же движеніемъ распространяется въ эфирѣ теплота. Такъ какъ распространеніе свѣта почти безконечно скоро, то частички эфира должны быть всегда въ соприкосновеніи одна съ другой—иначе скорость свѣта была бы также невелика, какъ скорость звука въ воздухѣ, гдѣ частички далеко отстоятъ одна отъ другой. Кромѣ теплого, эфиръ имѣетъ еще электрическое вращательное движеніе, несравненно болѣе быстрое, которымъ электричество передается по проводникамъ.

Передача движенія частичекъ эфира къ частичкамъ тѣла

совершается при помощи принципа *совмѣщенія*; подъ совмѣщеніемъ Ломоносовъ понималъ способность частицъ совмѣстныхъ, т. е. подобныхъ, передавать другъ другу движеніе, подобно тому, какъ передаютъ другъ другу движеніе зубчатія колеса разной величины, но съ одинаковыми зубцами: достаточно повернуть одно такое колесо, чтобы повернулись все, находящіеся съ нимъ въ сдѣвленіи. На этомъ можно закончить изложеніе взглядовъ Ломоносова на эфиръ; дальнѣйшее развитіе ихъ, выразившееся въ допущеніи трехъ родовъ частичекъ эфира разной величины, производящихъ своими колебаніями три основныхъ цвѣта, не представляютъ нынѣ интереса.

Электричество. По электричеству М. В. Ломоносовъ работалъ всю свою жизнь. Началъ онъ съ сѣверныхъ сіяній, наблюдалъ ихъ какъ въ раннемъ дѣтствѣ, такъ и по возвращеніи изъ-за границы, и скоро убѣдился, что сѣверныя сіянія — электрическаго характера. Въ 1751 году для объясненія ихъ онъ сдѣлалъ оригинальное предположеніе: именно, что при вхожденіи болѣе холоднаго воздуха въ теплый должно наступить сильное частичное движеніе, производящее электричество. Точно такимъ же путемъ объяснялъ онъ и происхожденіе атмосфернаго электричества, которое впервые въ 1753 году наблюдалъ въ отсутствіи какихъ-либо грозовыхъ тучъ. Опыты эти производилъ онъ вмѣстѣ съ академикомъ Рихманомъ; 26-го іюля 1753 года при опытахъ Рихманъ былъ убитъ молніей, а Ломоносовъ чудомъ избѣжалъ смерти: онъ находился у своихъ приборовъ въ совершенно такомъ же положеніи, какъ Рихманъ. Приборъ этотъ назывался громовой машиной Рихмана и состоялъ изъ высокаго шеста съ желѣзной стрѣлой, отъ которой въ комнату была проведена подвѣшенная на шелковинкахъ проволока; на концѣ проволоки была желѣзная палка, опущенная въ сухія древесныя опилки, и шелковая нить, которая поднималась при присутствіи электричества. Въ рѣчи, произнесенной на актѣ того же 1753 года, Ломоносовъ подробно развилъ свою теорію погруженія верхней холодной атмосферы въ нижнюю теплую и происхожденія атмосфернаго электричества отъ тренія воздушныхъ частичекъ; рѣчь эта носитъ заглавіе „Слово о явленіяхъ воздушныхъ, отъ Электрической силы происходящихъ“ и содержитъ много метеорологическихъ наблюденій. Особенно подробно описаны здѣсь грозы, средства, какъ уберечься отъ молніи, описанъ громоприводъ (идея та же, что у громоотвода Франклина, но громопроводъ Ломоносова долженъ былъ ставиться въ мѣстахъ, удаленныхъ отъ жилья, и служилъ для ослабленія силы электричества въ тучахъ). Въ рукописяхъ имѣются записи числа грозъ и описанія наиболѣе замѣчательныхъ случаевъ; изъ шестидѣятныхъ наблюденій Ломоносовъ сдѣлалъ такой подсчетъ грозъ: 5 было поутру, 7 около полудня и 38 пополудни.

Дальнѣйшія занятія привели Ломоносова къ теоріи электричества; въ чемъ именно состояла эта теорія — сказать невозможно,

такъ какъ статья его на латинскомъ языкѣ „Теорія электричества, разработанная математическимъ путемъ“ (1756) осталась неза-
конченной. Несомнѣнно, однако, что онъ представлялъ себѣ
электричество особымъ движеніемъ эфира—именно, быстрымъ
вращательнымъ движеніемъ частичекъ его, которое черезъ со-
вмѣщеніе передавалось частичкамъ проводниковъ и распростра-
нялось по нимъ, несмотря ни на какіе изгибы проводниковъ; какъ
и для свѣта, Ломоносовъ не признавалъ электрическихъ матерій.
Всѣ свои наблюденія надъ сѣверными сіяніями и надъ электри-
чествомъ онъ хотѣлъ подробно изложить въ русской диссертациі
„Испытаніе причинъ сѣверныхъ сіяній“ (вѣроятно, 1763 года), но
успѣлъ написать только 2 параграфа ея.

Необходимо еще упомянуть и о работахъ М. В. Ломоносова
надъ *силою тяжести*. Сперва онъ разбиралъ теоретическую сто-
рону предмета; его воззрѣнія сохранились въ длинномъ письмѣ
къ своему другу Л. Эйлеру отъ 5 іюля 1748 года, гдѣ онъ до-
казываетъ положеніе, что плотность тѣла непропорціональна ихъ
вѣсу, т. е., напр., въ одномъ объемѣ золота матеріи не въ 20
приблизительно разъ больше, чѣмъ въ такомъ же объемѣ воды.
Написанная впоследствии Ломоносовымъ диссертациа на эту тему
„de ratione massae et ponderis“ (1757) не дошла до насъ. Даль-
нѣйшія занятія его этимъ предметомъ приняли затѣмъ иной ха-
рактеръ: онъ сталъ изслѣдовать, „всегда ли земли центръ, при-
тягающій къ себѣ тяжкія тѣла, стоитъ неподвижно или переме-
няетъ мѣсто“ съ помощью изученія качаній маятника. Часть ре-
зультатовъ была опубликована въ „разсужденіи о большей точ-
ности морскаго пути“ (1759); къ сожалѣнію, диссертациа „de
turbationibus gravitatis“ (1764), гдѣ были подробно изложены всѣ
опыты и особая теорія притяженія земли, не отыскалась среди
бумагъ М. В. Ломоносова.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Гауссово доказательство теоремы о возможности существованія плоскости.

М. Волкова.

Одно изъ допущеній, дѣлаемыхъ въ геометріи, — а именно,
допущеніе о существованіи *поверхности, обладающей тѣмъ свой-
ствомъ, что всякая прямая линія, имѣющая съ этою поверхностью двѣ
общія точки, вся лежитъ на этой поверхности*, — несомнѣнно, пред-
ставляется чрезвычайно сложнымъ: оно заключаетъ въ себѣ та-
кую массу требованій, что, кажется, нѣтъ никакой возможности
ихъ выполнить. Я давно искалъ строгаго доказательства воз-
можности существованія такой поверхности и очень былъ обра-
дованъ, узнавъ изъ журнала „Mathesis“ (Décembre 1904), что та-

кое доказательство имѣется и принадлежитъ Gauss'у. Въ виду важности этого предмета, я рѣшился изложить его для русскихъ читателей и при томъ съ нѣкоторыми краткими дополненіями, которыя должны показать, гдѣ (при совершенно строгомъ изложеніи геометріи)—мѣсто теоремъ о существованіи плоскости.

Допущеніе. *Существуетъ линія, вполне опредѣляемая двумя точками пространства.*

Опредѣленіе. *Линія, вполне опредѣляемая двумя точками пространства, называется прямою.*

Опредѣленіе. *Система двухъ прямыхъ, исходящихъ изъ одной точки, называется угломъ.*

Опредѣленіе. *Два угла называются равными, если при наложеніи могутъ совмѣщаться: Наложимъ $\angle DEF$ на $\angle ABC$ такъ, чтобы вершина E упала на вершину B и сторона EF совпала со стороною BC ; будемъ поворачивать налагаемый уголъ около BC ; если сторона ED при этомъ совпадаетъ съ BA , то $\angle DEF = \angle ABC$.*

Опредѣленіе. *Каждый изъ равныхъ смежныхъ угловъ называется прямымъ угломъ.*

Теорема 1. *Всѣ прямые углы равны.*

Если $\angle ABC$ — прямой, то $\angle ABC = \angle CBG$, гдѣ BG продолженіе AB ; если $\angle DEF$ — прямой, то $\angle DEF = \angle FEH$, гдѣ EH продолженіе DE . — Если бы $\angle ABC$ былъ больше $\angle DEF$, то и $\angle CBG$ былъ бы больше $\angle FEH$; а потому, налагая вторую пару угловъ на первую такъ, чтобы прямая DH совпала съ AG и точка E съ точкою B , увидимъ, что—при вращеніи второй пары угловъ около AG —прямая EF должна *раздвоиться* и пройти одновременно между BA и BC и между BG и BC , что невозможно.—Также докажемъ невозможность того, чтобы $\angle ABC$ былъ меньше $\angle DEF$.

Опредѣленіе. *Система трехъ прямыхъ, пересѣкающихся по двѣ, называется треугольникомъ.*

Опредѣленіе. *Треугольники называются равными, если при наложеніи могутъ совмѣщаться.*

Теорема 2. *Если двѣ стороны одного треугольника соответственно равны двумъ сторонамъ другого и углы, заключенные между этими сторонами также равны, то и треугольники равны.* Пусть $AB = DE$, $AC = DF$, $\angle A = \angle D$. Наложимъ $\triangle DEF$ на $\triangle ABC$ такъ, чтобы вершина D упала на вершину A и сторона DF на сторону AC . Тогда вершина F упадетъ въ C ; поворачивая $\triangle DEF$ около AC , достигнемъ того, что сторона DE совпадетъ съ AB , точка E упадетъ въ B ; сторона EF совпадетъ со стороною BC . Итакъ, системы совмѣстимы; слѣдовательно, онѣ равны.

Теорема 3. *Въ равнобедренномъ треугольникѣ углы при основаніи равны.*

Пусть $\triangle ABC$ равнобедренный, т. е. $AB = BC$.

Пусть $\triangle A'B'C'$ есть тотъ же $\triangle ABC$ въ обратномъ положеніи.

Эти треугольники могутъ быть совмѣщены и при томъ

такъ, что вершина B' будетъ въ B , сторона $A'B'$ на сторонѣ BC и сторона $B'C'$ на сторонѣ AB .—Отсюда слѣдуетъ, что $\angle A$ совмѣстился съ $\angle C'$, т. е. $\angle A = \angle C'$; слѣд., $\angle A = \angle C$.

Опредѣленіе. Геометрическое мѣсто перпендикуляровъ, возставленныхъ къ прямой въ какой-либо ея точкѣ, назовемъ **плоскостью**. Самые перпендикуляры назовемъ **производящими** этой плоскости.

Теорема 4. Прямая, имѣющая съ плоскостью двѣ общія точки, вся лежитъ въ этой плоскости.

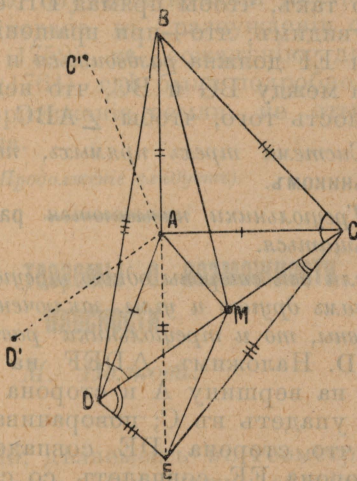
Разсмотримъ слѣдующіе три случая:

1.) Прямая, имѣющая съ плоскостью двѣ общія точки и проходящая черезъ третью точку плоскости, служащую общимъ основаніемъ производящихъ плоскость перпендикуляровъ, — вся лежитъ въ этой плоскости.

Дѣйствительно, если точка A есть основаніе производящихъ плоскость перпендикуляровъ, а точки B и C принадлежать плоскости, то AB есть одинъ изъ производящихъ плоскость перпендикуляровъ, AC — также; слѣд., и AB , и AC , и, слѣд., вся прямая BC совпадаетъ съ плоскостью.

2.) Прямая, имѣющая съ плоскостью двѣ общія точки, равно отстоящая отъ общаго основанія производящихъ плоскость перпендикуляровъ, — вся лежитъ въ этой плоскости.

Пусть AC и AD (фиг. 1) — какія-либо производящія плоскости;



Фиг. 1.

слѣд., $AC \perp AB$ и $AD \perp AB$; пусть $AC = AD$.—Докажемъ, что прямая DC вся лежитъ въ этой плоскости.

Продолжимъ AB подъ плоскость такъ, чтобы $AE = AB$. Соединяя точки B и E съ точками D и C , получимъ (по теор. 2)

$$BD = BC = DE = CE.$$

Отсюда слѣдуетъ, что $\triangle DBC$ и $\triangle DEC$ равнобедренные и, слѣдовательно,

$$\angle BDC = \angle BCD \text{ и } \angle CDE = \angle DCE.$$

Будемъ совмѣщать систему $EACD$ съ системою $BACD$: для этого совмѣстимъ сначала прямую AE съ прямою AB такъ, чтобы точка A осталась на мѣстѣ; тогда точка E упадетъ въ B ; $\triangle CAD$ приметъ положеніе $C'AD'$. Повернемъ теперь систему $BAC'D'$ около AB такъ, чтобы AD' совпала съ AC . Тогда точка D' совпадетъ съ C ; всѣ производящія части плоскости $D'AC' = \angle CAD$, то AC' пойдетъ по AD и точка C' упадетъ въ D .

Отсюда слѣдуетъ, что $\triangle EDC$ совмѣщается съ $\triangle DCB$; слѣд., они равны и потому

$$\angle BDC = \angle BCD = \angle CDE = \angle DCE.$$

Возьмемъ теперь произвольную точку на прямой DC , напр., точку M . Соединивъ ее съ точками B и E , получимъ:

$$\triangle BDM = \triangle MDE \text{ (теор. 2);}$$

слѣд., $AM = ME$; слѣд., $\triangle BME$ равнобедренный; слѣд.,

$$\angle MBA = \angle MEA \text{ (теор. 3);}$$

слѣд.,

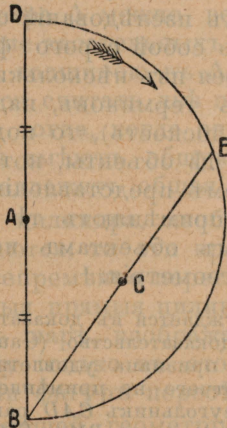
$$\triangle BAM = \triangle MAE \text{ (теор. 2);}$$

слѣд.,

$$\angle BAM = \angle MAE; \text{ слѣд., } AM \perp AB,$$

т. е. точка M принадлежитъ плоскости, проходящей черезъ AC и AD .

Такимъ образомъ докажемъ, что всякая точка на прямой DC принадлежитъ этой плоскости.



Фиг. 2.

3.) Прямая, имѣющая съ плоскостью двѣ общія точки, не равно

отстоящая от общего основанія производящих плоскость перпендикулярно, — вся лежитъ въ этой плоскости.

Пусть точка А (фиг. 2) общее основаніе производящихъ плоскость перпендикулярно; точки В и С на плоскости, при чемъ $AB > AC$. — Пусть кривая BED — геометрическое мѣсто точекъ плоскости, равно отстоящихъ отъ точки А. Часть плоскости, ограниченная этою кривою и прямою BD , содержитъ точку С. — По (2), всякая прямая, соединяющая любую точку кривой DEB съ точкою В, вся лежитъ на данной плоскости. — Поэтому, если прямая BD будетъ двигаться около точки В, при чемъ другой ея конецъ D будетъ скользить по кривой DEB , то она опишетъ часть плоскости $BDEB$. — При нѣкоторомъ положеніи эта подвижная прямая пройдетъ черезъ точку С *); пусть такое положеніе BE . — Прямая BE вся лежитъ въ плоскости (2); прямая BC съ ней совпадаетъ; слѣд., и прямая BC вся лежитъ въ этой плоскости.

ГЕОМЕТРІЯ ФИГУРЪ.

Д. С. Шора.

Въ редакцію доставлено начало статьи, предназначенной безвременно скончавшимся въ прошломъ году Д. С. Шоромъ для „Вѣстника Оп. Физики“. Мы воспроизводимъ здѣсь этотъ отрывокъ не только потому, что онъ принадлежитъ нашему неожиданно погибшему сотруднику, но и потому, что онъ представляетъ, на нашъ взглядъ, несомнѣнный интересъ. Мы пояснимъ только задачу, которую себѣ ставитъ авторъ, небольшимъ введениемъ.

Новѣйшія изслѣдованія по основаніямъ геометріи выяснили съ большой ясностью истинное значеніе геометріи. Въ немногихъ словахъ результатъ этихъ изслѣдованій сводится къ слѣдующему. Геометрія представляетъ собой строго формальную дисциплину, логически развивающуюся изъ нѣсколькихъ основныхъ посылокъ. Что касается основныхъ терминовъ, надъ которыми мы оперируемъ (точка, прямая, плоскость), то подъ ними нѣтъ необходимости разумѣть именно тѣ объекты, которые мы обычно связываемъ съ ними въ нашемъ представленіи. Могутъ быть и другіе объекты, къ которымъ примѣняютъ тѣ же основныя посылки, и въ примѣненіи къ такимъ объектамъ необходимо будетъ справедлива вся евклидова геометрія.

*) Это утвержденіе нуждается въ доказательствѣ. У Гаусса есть попытка воспроизвести это доказательство (Gauss werke, Bd. VIII, 195), но врядъ ли она можетъ быть признана удовлетворительною. У читателей можетъ возникнуть вопросъ, отчего не примѣняется обычное доказательство, не предполагающее, что треугольникъ CAD равнобедренный. Дѣло въ томъ, что обычное доказательство того, что $BM = EM$ основано на теоремѣ о равенствѣ двухъ треугольниковъ по тремъ сторонамъ; доказательство же этого предложенія, въ свою очередь, уже основывается на томъ свойствѣ плоскости, которое имѣется въ виду обосновать.

Эта мысль вполне выясняется, если действительно указать такіа системы объектовъ, къ которымъ примѣняется евклидова геометрія. Одну такую систему авторъ излагаетъ въ настоящемъ отрывкѣ.

§ 1.

Всякій шаръ, діаметръ котораго равенъ некоторой постоянной длинѣ Δ , мы условимся называть точкой геометріи фигуръ.

Всякій безконечный цилиндръ, діаметръ поперечнаго сѣченія котораго также равенъ Δ , будемъ называть прямой линіей геометріи фигуръ.

Плоскостью геометріи фигуръ мы условимся называть ограниченный двумя параллельными плоскостями слой, толщиною въ Δ .

Если шаръ лежитъ цѣликомъ внутри цилиндра, касаясь его по большому кругу, мы будемъ говорить, что въ геометріи фигуръ точка лежитъ на прямой.

Если шаръ лежитъ цѣликомъ внутри слоя, касаясь его границъ въ двухъ діаметрально противоположныхъ точкахъ, то мы будемъ говорить, что въ геометріи фигуръ точка лежитъ въ плоскости или плоскость проходитъ черезъ точку.

Точно такъ же, если цилиндръ лежитъ цѣликомъ внутри слоя, касаясь его границъ по двумъ діаметрально противоположнымъ образующимъ, то мы будемъ говорить, что въ геометріи фигуръ прямая лежитъ въ плоскости или плоскость проходитъ черезъ прямую.

Очевидно, что въ нашей геометріи фигуръ всякія двѣ точки опредѣляютъ собой прямую: вѣдь вокругъ двухъ шаровъ діаметра Δ можно всегда описать цилиндръ, касающійся ихъ внѣшне; и діаметромъ поперечнаго сѣченія этого цилиндра будетъ служить Δ .

Точно такъ же убѣждаемся, что всякія три точки геометріи фигуръ опредѣляютъ собой одну и только одну плоскость: ибо къ тремъ шарамъ діаметра Δ можно всегда построить одну и только одну пару внѣшне-касательныхъ плоскостей, которыя и опредѣляютъ собой слой толщиною въ Δ .

Далѣе, мы условимся считать двѣ прямыя геометріи фигуръ пересѣкающимися только тогда, когда онѣ имѣютъ общую точку; двѣ плоскости—если онѣ имѣютъ общую прямую; плоскость и прямую—если имъ принадлежитъ общая точка.

Поэтому, когда два цилиндра, изображающихъ прямыя геометріи фигуръ, пересѣкаются, то эти прямыя геометріи фигуръ еще отнюдь не должны непременно пересѣкаться. Только въ томъ случаѣ, когда центральныя прямыя цилиндровъ пересѣкаются, мы можемъ вписать въ нихъ шаръ, изображающій собой точку геометріи фигуръ; а поэтому только въ этомъ случаѣ мы будемъ считать прямыя геометріи фигуръ пересѣкающимися.

Покажемъ, что въ нашей геометріи фигуръ имѣетъ мѣсто аксіома о параллельныхъ, т. е. во всякой плоскости изъ любой ея точки можно провести къ любой ея прямой, черезъ точку не проходящей, одну и—только одну параллельную.

Возьмемъ въ обыкновенномъ пространствѣ ограниченный двумя параллельными плоскостями слой толщиною въ Δ и впишемъ въ него цилиндръ, діаметръ сѣченія котораго тоже равенъ Δ . По опредѣленіямъ, эти образы дадутъ намъ то, что мы называемъ плоскостью и лежащей на ней прямою геометріи фигуръ. Затѣмъ впишемъ въ слой шаръ діаметра Δ ; при чемъ центръ шара выберемъ не лежащимъ на центральной линіи построеннаго цилиндра. Шаръ этотъ будетъ, очевидно, изображать въ геометріи фигуръ лежащую въ построенной плоскости точку, черезъ которую построенная прямая не проходитъ. Опишемъ теперь вокругъ нашего шара касающійся его по большому кругу цилиндръ такъ, чтобъ образующія этого цилиндра были параллельны образующимъ построеннаго выше. Цилиндръ этотъ, очевидно, также будетъ вписанъ въ слой, т. е. онъ представитъ собой прямую, лежащую въ плоскости геометріи фигуръ и параллельную первой прямой; вѣдь общей точки у этихъ прямыхъ быть не можетъ—чтобы въ два цилиндра можно было вписать общій шаръ, касающійся ихъ поверхностей, необходимо, чтобъ ихъ центральныя прямая пересѣкались. Итакъ, въ геометріи фигуръ изъ всякой точки плоскости, лежащей внѣ любой прямой плоскости, можно провести къ послѣдней параллельную. Теперь покажемъ, что эта параллельная единственная. Дѣйствительно, если мы вокругъ нашего шара діаметра Δ опишемъ любой касающійся его цилиндръ такъ, чтобы онъ лежалъ внутри нашего слоя толщины Δ , и если его образующія не параллельны образующимъ перваго цилиндра, то и центральныя прямая этихъ цилиндровъ будутъ не параллельны другъ другу; но такъ какъ оба цилиндра эти вписаны въ одинъ и тотъ же слой, то центральныя линіи ихъ лежатъ въ одной плоскости; итакъ, онѣ пересѣкаются. Описавъ изъ точки ихъ пересѣченія шаръ діаметра Δ , получимъ шаръ, одновременно вписанный въ оба цилиндра; т. е. эти цилиндры изображаютъ въ геометріи фигуръ пересѣкающіяся прямая. Этимъ аксіома параллельныхъ доказана для всякой плоскости нашей геометріи фигуръ.

Покажемъ теперь, что въ геометріи фигуръ точки расположены на прямыхъ, а прямая въ плоскостяхъ, и, наконецъ, плоскости въ трехмѣрномъ пространствѣ точно такъ же, какъ обыкновенныя точки на обыкновенныхъ прямыхъ, обыкновенныя прямая на обыкновенныхъ плоскостяхъ и послѣднія въ обыкновенномъ пространствѣ трехъ измѣреній. Для этого мы установимъ слѣдующее однозначное соотвѣтствіе между образами геометріи фигуръ и обыкновеннаго пространства.

Пусть всякой плоскости обыкновеннаго пространства соотвѣтствуетъ та плоскость геометріи фигуръ, которая получится, если провести къ первой по обѣ ея стороны двѣ параллельныя плоскости на разстояніи обыкновенной прямой $\frac{\Delta}{2}$. Пусть, далѣе, всякой обыкновенной прямой соотвѣтствуетъ та прямая геометріи фигуръ, которая получится, если мы вокругъ первой, какъ во-

кругъ центральной прямой, опишемъ цилиндръ діаметра Δ . Наконецъ, всякой точкѣ обыкновеннаго пространства пусть соответствуетъ та точка геометріи фигуръ, которая получится, если мы вокругъ первой, какъ центра, опишемъ діаметромъ Δ шаръ.

Нетрудно убѣдиться въ томъ, что соотвѣтствіе, установленное такимъ образомъ, однозначно, т. е. каждому образу геометріи фигуръ соответствуетъ одинъ и только одинъ образъ обыкновеннаго пространства и наоборотъ.

Но что еще важнѣе,—это соотвѣтствіе такого рода, что при немъ распредѣленіе элементовъ какой-либо фигуры въ обыкновенномъ пространствѣ переносится безъ измѣненія на соотвѣтствующую фигуру нашей геометріи фигуръ. Такъ, напримѣръ, ряду точекъ нѣкоторой прямой обыкновеннаго пространства соответствуетъ въ геометріи фигуръ рядъ точекъ, расположенныхъ на соотвѣтствующей прямой и притомъ въ томъ же порядкѣ.

Читатель, безъ сомнѣнія, уже видитъ, что наша геометрія фигуръ, съ формальной точки зрѣнія, ничѣмъ не отличается отъ геометріи обыкновеннаго пространства. Для полного совпаденія необходимо еще установить, что мы будемъ въ геометріи фигуръ понимать подъ разстояніемъ и угломъ. Но, послѣ сказаннаго выше, это не можетъ представить затрудненія.

Подъ разстояніемъ двухъ точекъ геометріи фигуръ мы будемъ понимать разстояніе между центрами тѣхъ шаровъ обыкновеннаго пространства, которые изображаютъ собой эти точки геометріи фигуръ; т. е. мы выбираемъ опредѣленіе разстоянія такъ, чтобъ въ вышеприведенномъ соотвѣтствіи разстоянія между любыми двумя точками геометріи фигуръ было бы равно разстоянію соотвѣтствующихъ имъ обыкновенныхъ точекъ.

Аналогично этому опредѣляемъ и уголъ въ геометріи фигуръ: *подъ угломъ двухъ прямыхъ геометріи фигуръ мы будемъ понимать уголъ, образуемый центральными прямыми цилиндровъ, служащихъ изображеніемъ этихъ прямыхъ геометріи фигуръ.*

Изъ всего вышесказаннаго мы можемъ теперь безъ труда заключить, что, съ формальной точки зрѣнія, наша геометрія фигуръ есть не что иное, какъ Евклидова геометрія трехъ измѣреній. Она, какъ и обыкновенное пространство, даетъ намъ систему объектовъ, подходящую подъ логическую схему Евклидовой геометріи.

Объ электрическомъ прерывателѣ.

П. Эренфеста.

(Переводъ съ нѣмецкаго).

Всякому извѣстно, конечно, устройство электромагнитныхъ прерывателей въ Румкорфовой катушкѣ, электрическомъ звонкѣ и т. п. приборахъ; извѣстно также и обычное схематическое объясненіе его дѣйствія, вродѣ слѣдующаго: „когда токъ зам-

кнутъ, ядро притягиваетъ якорь вслѣдствіе этого контактъ, а вмѣстѣ съ тѣмъ и токъ прерывается. Пружина, заставляющая якорь стать на мѣсто, восстанавливаетъ контактъ; слѣдуетъ новое притяженіе якоря и т. д. Пружина приходитъ въ правильное колебаніе, вслѣдствіе котораго токъ періодически замыкается и размыкается“ (Рике—„Курсъ опытной физики“).

Обращаемъ особенное вниманіе на то, что упомянутыя колебанія могутъ продолжаться безконечно долго и прекращаются только въ случаѣ разрыва цѣпи: треніе, поглощеніе энергіи, благодаря нагреванію, и т. п. обстоятельства не останавливаютъ этихъ колебаній. Отсюда слѣдуетъ, что прерыватель постоянно получаетъ отъ тока новый запасъ энергіи, необходимый на преодоленіе всѣхъ этихъ сопротивленій.

Посмотримъ однако, заключаются ли въ приведенномъ объясненіи тѣ данныя, которыя необходимы для постояннаго переноса энергіи въ одномъ и томъ же направленіи—отъ тока къ прерывателю.

Предположимъ одно соображеніе общаго характера: всякій разъ, когда силы, дѣйствующія на тѣло, совершающее колебанія по одной опредѣленной линіи, зависятъ только отъ его положенія (и не зависятъ, напр., отъ величины или направленія скорости),—энергія, получаемая имъ во время движенія въ одну сторону, равняется энергіи, теряемой при обратномъ движеніи. Въ самомъ дѣлѣ, если силу, дѣйствующую на тѣло въ какомъ-нибудь опредѣленномъ его положеніи, назовемъ черезъ P , а элементъ пути черезъ ds , то энергія, получаемая тѣломъ при перемѣщеніи вдоль этого элемента, равняется Pds ; такъ какъ сила зависитъ только отъ мѣста, то при прохожденіи того же положенія обратно сила будетъ та же, а элементъ пути измѣнить знакъ, и потому при обратномъ движеніи тѣло теряетъ въ каждой точкѣ—какъ разъ столько энергіи— Pds (получаетъ $(-Pds)$), сколько оно приобрѣло въ той же точкѣ при движеніи впередъ. Въ концѣ полного колебанія окажется, что полная энергія, полученная тѣломъ, равна нулю.

Нетрудно видѣть, что силы, приведенныя въ описаніи дѣйствія прерывателя, если это описаніе принять безъ оговорокъ, какъ разъ такого же характера, какъ только что рассмотрѣнныя: это сила упругости пружины и сила магнитнаго притяженія. О первой нѣтъ надобности распространяться: она, очевидно, зависитъ только отъ положенія якоря; вторая же требуетъ нѣкотораго вниманія. Если разрывъ контакта происходитъ мгновенно, то она вовсе не дѣйствуетъ во все время движенія якоря, а дѣйствуетъ только въ первый моментъ; въ такомъ случаѣ, принимая во вниманіе, что она не безконечно велика, когда токъ замкнутъ, можно сказать, что передаваемая токомъ къ якорю энергія равна нулю, такъ какъ величина Pds для всѣхъ точекъ пути равна нулю, благодаря $P=0$, а для начальной точки равна нулю, т. е. $P \neq 0$, но ds —безконечно мало. (Кстати, читатель сообразитъ, что при такихъ условіяхъ якорь вообще не могъ бы удалиться на конечное разстояніе отъ первоначальнаго положенія).

Если же предположить, что и здѣсь, какъ всюду, въ природѣ, нѣтъ мгновеннаго скачка, а вмѣсто него совершается непрерывный, хотя и очень быстрый переходъ отъ контакта къ отсутствію контакта (напр., благодаря постепенному ослабленію давленія), то опять придется примѣнить наше заключеніе, если только допустить, какъ это, въ сущности, молча дѣлается въ приведенномъ выше объясненіи, что сопротивление цѣпи, а стало быть, и сила тока зависить только отъ положенія якоря и что степень намагничиванія ядра зависить только отъ силы тока въ данный моментъ, а слѣдовательно, опять только отъ положенія якоря. При такихъ условіяхъ якорь долженъ былъ бы, благодаря тренію и т. п., весьма быстро потерять весь запасъ энергіи, сообщенный первоначальнымъ нарушеніемъ равновѣсія, и долженъ былъ бы весьма скоро остановиться. Одинъ вопросъ о томъ, въ какомъ же мѣстѣ своего пути онъ остановился бы, указываетъ, въ чемъ заключается ошибка предыдущаго разсужденія.

Переходъ отъ контакта къ отсутствію контакта и обратно долженъ заключать какой-нибудь элементъ, нарушающій симметрію, но ускользнувшій въ приведенномъ объясненіи. Какія-нибудь вторичныя дѣйствія тока должны нарушать симметрію между движеніемъ якоря впередъ и обратно потому что, какъ мы убѣдились, полная симметрія приводитъ къ нулю полную энергію, сообщаемую якорю токомъ во время одного полнаго колебанія.

Изъ такихъ вторичныхъ дѣйствій приведемъ тѣ, которыя, повидимому, играютъ въ этомъ случаѣ главную роль: искру, самоиндукцію и гистерезисъ.

Искра, какъ извѣстно, весьма замѣтна въ моментъ прерыванія тока; въ моментъ замыканія ея не видать или почти не видать. Искра прерыванія служитъ хорошимъ замыкателемъ, и такимъ образомъ токъ, а вмѣстѣ съ тѣмъ электромагнитъ, продолжаетъ дѣйствовать и послѣ видимаго разрыва (металлическаго) контакта въ томъ же направленіи и, слѣдовательно, продолжаетъ сообщать якорю положительную энергію. Во время большей части обратнаго движенія якоря электромагнитъ остается безъ тока, такъ какъ только чрезвычайно близко отъ положенія полнаго (металлическаго) контакта слабая искра замыканія снова возста новляетъ токъ. Во время этой фазы движенія отсутствуетъ вліяніе магнитной силы такой величины, которая теперь производила бы уже отрицательную работу. Такимъ образомъ асимметрія между искрой замыканія и искрой разрыва уже обезпечиваетъ то, что полная энергія, сообщаемая токомъ якорю во время одного полнаго колебанія, оказывается уже положительной — неравной нулю.

Самоиндукція дѣйствуетъ въ томъ же смыслѣ: во время первой фазы, слѣдующей за размыканіемъ, когда энергія, сообщаемая якорю, положительна, она удерживаетъ токъ на нѣсколько большей высотѣ, чѣмъ слѣдовало бы безъ самоиндукціи. Во время второй фазы — фазы замыканія — когда сообщаетъ токъ якорю энергія отрицательная, самоиндукція ослабляетъ токъ.

Легко сообразить, что и гистерезисъ дѣйствуетъ въ томъ же смыслѣ.

Итакъ, безъ участія вторичныхъ дѣйствій тока нельзя было бы возбудить непрерывнаго дѣйствія въ электромагнитномъ прерывателѣ. Однако, точное *вычисленіе* всѣхъ этихъ вторичныхъ дѣйствій и ихъ относительной важности пока невозможно, такъ какъ для этого недостаточно изучены свойства искры. Для опытнаго же рѣшенія этого вопроса потребовалось бы подобрать такую комбинацію сопротивленій въ цѣпи и такую установку приборовъ, при которыхъ возможны были бы быстрые и замѣтные колебанія тока безъ возбужденія искры.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

† Ernst Abbe. 14 января (н. ст.) 1904 г. скончался профессоръ физики Ernst Abbe. Онъ родился въ 1840 г. въ Eisenbach'ѣ и былъ сыномъ простаго фабричнаго рабочаго. Первоначальное образованіе онъ получилъ въ народной школѣ, а затѣмъ въ реальномъ училищѣ родного городка. Счастливая случайность и выдающіяся способности дали ему возможность изучать математику и физику въ Іенскомъ и Геттингенскомъ университетахъ подъ руководствомъ Риманна и Вебера. По окончаніи высшаго образованія Abbe нѣкоторое время былъ учителемъ гимназіи во Франкфуртѣ, а съ 1861 г. — приватъ-доцентомъ въ Іенѣ, гдѣ онъ, близко сошелся съ владѣльцемъ небольшой въ то время оптико-механической мастерской Карла Цейса и принялъ живѣйшее участіе въ разработкѣ теоріи микроскоповъ этой фирмы, которой онъ, по смерти самого Цейса, посвятилъ всю свою жизнь и тѣмъ создалъ ей міровую извѣстность. Можно съ полнымъ правомъ сказать, что всѣми достоинствами современныхъ микроскоповъ мы обязаны главнымъ образомъ только Abbe, который далъ полную теорію этого могущественнаго и полезнѣйшаго оптическаго инструмента. Вся научная дѣятельность Abbe ограничивается, за немногими исключеніями, только оптикой. Къ выдающимся трудамъ его надо отнести разработку теоріи абберраціи, расчетъ оптическихъ системъ для разнообразныхъ цѣлей и ученіе о диафрагмахъ въ связи со свойствами получающихся изображеній тѣлъ самосвѣтящихся и освѣщаемыхъ, чѣмъ онъ совершилъ цѣлый переворотъ въ конструкціи микроскоповъ. Изъ приборовъ, сконструированныхъ Abbe, назовемъ спектрометръ съ обратнымъ ходомъ лучей, особой формы рефрактометръ, нѣкоторыя усовершенствованія въ приборѣ Физо для изученія расширенія твердыхъ тѣлъ и цѣлый рядъ оптическихъ измѣрительныхъ приборовъ. Идея общеизвѣстныхъ призматическихъ биноклей и разнаго рода стереоскопическихъ аппаратовъ принадлежитъ всецѣло Abbe. Если прибавить ко всему этому еще оригинальность его лекцій, неутомимость и самостоятельность въ работѣ, то будетъ ясно,

что смерть этого выдающегося ученаго, создавшаго цѣлую школу оптиковъ, не только теоретиковъ, но и практиковъ, должна быть признана крупною потерею для современной науки.

И. Адамовичъ.

Вліяніе психическихъ и фізіологическихъ процессовъ на электрическую проводимость человѣческаго тѣла. Въ прежнее время часто пользовались проводимостью человѣческаго тѣла для опредѣленія того, находится ли оно въ здоровомъ или въ больномъ состояніи. Но по мѣрѣ того, какъ стало обнаруживаться, съ какими большими затрудненіями сопряжено точное измѣреніе этого фактора и какимъ большимъ колебаніямъ онъ подверженъ, этотъ приемъ былъ постепенно оставленъ.

Однако, въ послѣднее время стали вновь заниматься этимъ вопросомъ. Е. К. Müller изъ своихъ изслѣдованій о вліяніи переменныхъ токовъ на проводимость человѣческаго тѣла приходитъ къ заключенію, что такого рода измѣренія, дѣйствительно, могутъ служить къ выясненію фізіологическаго и психологическаго состоянія организма даннаго индивидуума.

Авторъ прежде всего былъ пораженъ значительной измѣнчивостью проводимости человѣческаго тѣла въ зависимости отъ часа дня, въ который производится опытъ. Родъ пищи, которую принимаетъ изслѣдуемое лицо, также оказываетъ болѣе или менѣе значительное вліяніе.

Другое странное обстоятельство заключается въ томъ, что въ рядѣ опытовъ, продолжающихся по 10—15 минутъ, въ тѣ же минуты и для того же лица систематически возвращаются тѣ же цифры, хотя опыты отдѣлены другъ отъ друга интерваломъ въ нѣсколько дней.

То обстоятельство, находится ли испытуемое лицо одно въ спеціальномъ залѣ или въ обществѣ съ другимъ лицомъ, также оказываетъ большое вліяніе. Какъ только входитъ какое-либо постороннее лицо или происходитъ неожиданный шумъ, сопротивленіе тѣла подвергается внезапному и значительному измѣненію.

Не только объективныя причины, но также всякаго рода психическія, внутреннія и вѣшнія вліянія непосредственно вызываютъ колебанія въ сопротивленіи, достигающія иногда довольно значительныхъ размѣровъ. Всякая же сколько-нибудь интенсивная сенсация, или психическая эмоція моментально уменьшаетъ сопротивленіе человѣческаго тѣла отъ 3 до 5 разъ. Всякій разъ, какъ обращаются къ испытуемому лицу съ рѣчью, или заставляютъ его, тѣмъ или инымъ путемъ, сосредоточить свое вниманіе, сейчасъ же обнаруживаются колебанія въ его проводимости. Проявленіе того или иного желанія, усиліе, сдѣланное, чтобы услышать отдаленный шумъ, всякая попытка самовнушенія оказываетъ замѣтное вліяніе. То же самое оказывается при вся-

комъ, проявленіи внѣшнихъ чувствъ, даже, напр., если лучъ свѣта падаетъ на закрытый глазъ или если испытуемое лицо нюхаетъ какое-либо тѣло, хотя бы оно въ дѣйствительности не имѣло никакого запаха. Аналогичное дѣйствіе оказываетъ также всякій сколько-нибудь интенсивный физиологическій актъ, какъ, напримеръ, вздохъ, остановка дыханія и т. п. Иамѣренія, произведенныя до и послѣ сна, позволяютъ установить характеръ сна и живость сновидѣній.

Всякое усиліе, дѣйствительное или только внушенное, вліяетъ на сопротивленіе тѣла.

Индивидуальное сопротивленіе человѣческаго тѣла зависитъ отъ нервной возбудимости, человѣка и отъ условій его жизни. Нервные лица, также какъ люди курящіе и пьющіе, отличаются весьма слабой проводимостью. Тѣ же факторы вліяютъ также и на ходъ измѣненія проводимости въ теченіе опыта.

Результаты, полученные въ нѣкоторыхъ опытахъ подъ гипнозомъ, имѣютъ особенный интересъ. Въ этомъ состояніи обнаруживается замѣчательное спокойствіе нервной системы всякій разъ, какъ загипнотизированное лицо испытываетъ самое малое внѣшнее возбужденіе. Что касается до порядка величины сопротивленія, то авторъ получаетъ значеніе около 3,000 омъ при измѣреніи отъ одной руки къ другой.

Вліяніе радія на температуру земли. Въ статьѣ, помѣщенной въ *Physikalische Zeitschrift*, г. С. Liebenau доказываетъ вычисленіемъ, что одной пятитысячной доли миллиграмма радія на каждый кубическій метръ земного шара вполне достаточно, чтобы компенсировать ту потерю теплоты, которая происходитъ, благодаря теплопроводности земной коры, и такимъ образомъ поддерживать температуру земли на одномъ и томъ же уровнѣ. Вышеуказанная пропорція значительно ниже того процентнаго содержанія радія въ земной корѣ, которое высчитали гг. Elster и Geitel. Возможно, конечно, что земная кора содержитъ больше радія, чѣмъ глубокіе слои земли. Какъ бы тамъ ни было, при изслѣдованіи вопроса объ охлажденіи земного шара нельзя упускать изъ виду замѣчательныхъ термическихъ эффектовъ радиоактивныхъ веществъ.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Лордъ Кельвинъ избранъ канцлеромъ Глазговскаго Университета; такъ называется лицо, состоящее почетнымъ главой университета и представителемъ его въ парламентъ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 580 (4 сер.). Найти три цѣлыхъ положительныхъ числа, каждое изъ которыхъ болѣе единицы, подъ условіемъ, чтобы произведеніе каждыхъ двухъ изъ нихъ, увеличенное единицей, дѣлилось на третье.

Проф. В. Ермаковъ (Кіевъ).

№ 581 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\sqrt[7]{16330+6x} + \sqrt[7]{182-6x} = 6.$$

Н. Пытуховъ (Екатеринбургъ).

№ 582 (4 сер.). Найти цѣлыя значенія x и y , удовлетворяющія равенству

$$x^3 + 4096 = 2^y.$$

Н. С. (Одесса).

№ 583 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^4 + ax + a \left(\frac{a}{64} - 1 \right) = 0.$$

(Заимств.).

№ 584 (4 сер.). Въ треугольникъ ABC проводятъ параллельную BC прямую, пересѣкающую стороны AB и AC соответственно въ точкахъ D и E . Доказать, что общая хорда круговъ, имѣющихъ діаметрами отрезки DC и BE перпендикулярна къ BC и проходитъ черезъ вершину A .

(Заимств.).

№ 585 (4 сер.). Шаръ, наполненный сухимъ воздухомъ при 0° и атмосферномъ давленіи въ 758 миллиметровъ, уравновѣшенъ на вѣсахъ. Когда затѣмъ внутреннее давленіе воздуха, находящагося въ шарѣ, было приведено къ 8 миллиметрамъ, то для равновѣсія потребовалось положить грузъ вѣсомъ 9,7 грамма на чашку вѣсовъ, на которой помѣщенъ шаръ. Определить объемъ полости шара. Удельный вѣсъ воздуха въ нормальныхъ условіяхъ равенъ 0,0013.

(Заимств.) М. Г.

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

№ 495 (4 сер.) *Деревянный шаръ погружается на $\frac{5}{3}$ своего радиуса въ чистую воду. Вычислить удѣльный вѣсъ дерева, изъ котораго сдѣланъ шаръ.*

Пусть P — вѣсъ шара въ граммахъ, r — его радиусъ въ сантиметрахъ, x — удѣльный вѣсъ дерева, изъ котораго сдѣланъ шаръ, V — объемъ шара въ кубическихъ сантиметрахъ, v — объемъ погруженной части, имѣющей въ данномъ случаѣ форму сегмента, стрѣлка котораго равна, по условію, $\frac{5}{3} r$. По закону Архимеда, вѣсъ шара P равенъ вѣсу воды, вытѣсненной погруженной частью, т. е. воды, занимающей объемъ v , а вѣсъ этого объема воды равенъ столькожъ граммамъ, сколькожъ кубическимъ сантиметрамъ онъ равенъ; поэтому

$$P = v \quad (1).$$

Кромѣ того,

$$P = Vx \quad (2).$$

Изъ равенствъ (1) и (2) слѣдуетъ, что $Vx = v$, откуда

$$x = \frac{v}{V} \quad (3).$$

Но, по формулѣ объема сегмента $\left[v = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3} \right) \right]$, гдѣ r и h суть соответственно радиусъ шара и стрѣлка сегмента],

$$v = \pi \left(\frac{5}{3} r \right)^2 \left(r - \frac{5}{9} r \right) = \frac{100}{81} \pi r^3 \quad (4),$$

и

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (5).$$

Слѣдовательно, (см. (3), (4), (5))

$$x = \frac{100}{81} \pi r^3 : \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{25}{27} = 0,93 \text{ (съ точностью до 0,01 съ избыткомъ).}$$

С. Бонюховъ (Никитовка); *В. Гейманъ* (Θеодосія); *А. Хмелевскій* (Александровскъ); *А. Минаевъ* (Александровскъ).

№ 496 (4 сер.). *Рѣшить систему уравненій*

$$(x+y)(xy+1)=4,5xy,$$

$$(x^2+y^2)(x^2y^2+1)=6,25x^2y^2.$$

Предположимъ, что $xy=0$; тогда изъ перваго уравненія системы слѣдуетъ, что и $x+y=0$, а потому $x=y=0$, что и даетъ одно изъ рѣшеній системы. Пусть теперь ни x , ни y не равны 0. Раскрывая скобки въ первомъ уравненіи системы и дѣля обѣ части на xy , получимъ:

$$x^2y+xy^2+x+y=4,5xy, \quad x+y+\frac{1}{y}+\frac{1}{x}=4,5,$$

или

$$\left(x + \frac{1}{x} \right) + \left(y + \frac{1}{y} \right) = 4,5 \quad (1).$$

Раскрывая скобки и дѣля обѣ части на x^2y^2 во второмъ уравненіи системы, получимъ:

$$x^2 + y^2 + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{x^2} = 6,25, \text{ или } \left(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(y^2 + 2 + \frac{1}{y^2}\right) = 6,25 + 2 + 2, \text{ т. е.}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = 10,25 \quad (2).$$

Полагая

$$x + \frac{1}{x} = u, \quad y + \frac{1}{y} = v \quad (3),$$

приводимъ систему уравненій (1), (2) къ виду:

$$u + v = 4,5 \quad u^2 + v^2 = 10,25,$$

$$\text{откуда } u^2 + (4,5 - u)^2 = 10,25; \quad 2u^2 - 9u + 10 = 0 \quad (4).$$

Рѣшая уравненіе (4), находимъ для u два значенія:

$$u = 2 \frac{1}{2}, \quad 2,$$

которымъ отвѣчаютъ значенія v (см. (3)):

$$v = 2, \quad 2 \frac{1}{2}.$$

Такимъ образомъ предложенная система уравненій приводится къ слѣдующимъ двумъ системамъ (см. (3)):

$$x + \frac{1}{x} = 2 \frac{1}{2}, \quad y + \frac{1}{y} = 2; \quad x + \frac{1}{x} = 2, \quad y + \frac{1}{y} = 2 \frac{1}{2},$$

или

$$2x^2 - 5x + 2 = 0, \quad y^2 - 2y + 1 = 0; \quad 2y^2 - 5y + 2 = 0, \quad x^2 - 2x + 1 = 0.$$

Рѣшая каждое изъ этихъ четырехъ уравненій, находимъ слѣдующія рѣшенія:

$$x = 2, \quad \frac{1}{2}, \quad 1, \quad 1$$

$$y = 1, \quad 1, \quad 2, \quad \frac{1}{2},$$

при чемъ соотвѣтственные значенія x и y подписаны одно подъ другимъ.

В. Гейманъ (Θεοδοσία).

№ 497 (4 сер.). На плоскости лежитъ вокругъ точки A этой плоскости n равныхъ прямыхъ конусовъ такъ, что каждая изъ вершинъ находится въ точкѣ A и каждый изъ конусовъ касается двухъ соседнихъ конусовъ *). Найти предѣлъ, къ которому стремится сумма боковыхъ поверхностей этихъ конусовъ, если образующая ихъ l остается постоянной, а число ихъ n безпредѣльно увеличивается.

Половина угла α осевого сѣченія одного изъ разсматриваемыхъ въ условіи задачи n конусовъ опредѣляется формулой (см. рѣшеніе задачи № 394 въ 371 „Вѣстника“):

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \frac{\pi}{n} \quad (1).$$

Боковая поверхность одного изъ этихъ n конусовъ опредѣляется фор-

*) См. зад. № 394 въ № 355 „Вѣстника“.

мудой $\pi r l$, а сумма ихъ S -формулой $n\pi r l$; такъ какъ $r = l \sin x$, то

$$S = n\pi l^2 \sin x = n\pi l^2 \operatorname{tg} x \cos x = \frac{\pi l^2 \operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}},$$

или (см. (1))

$$S = \frac{n\pi l^2 \sin \frac{\pi}{n}}{\sqrt{1 + \sin^2 \frac{\pi}{n}}} = \pi^2 l^2 \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}} \cdot \frac{1}{1 + \sin^2 \frac{\pi}{n}} \quad (2).$$

Поэтому (см. (2))

$$\lim_n S = \pi^2 l^2 \lim_n \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}} \cdot \lim_n \frac{1}{1 + \sin^2 \frac{\pi}{n}} \quad (3).$$

При безконечномъ возрастаніи n уголъ $\frac{\pi}{n}$ стремится къ нулю, а потому, какъ извѣстно,

$$\lim_{n=\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}} = 1, \quad \lim_{n=\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 \frac{\pi}{n}}} = 1 \quad (4).$$

Такимъ образомъ (см. (3), (4)):

$$\lim_{n=\infty} S = \pi^2 l^2.$$

№ 499 (4 сер.). Показать, что при нечетномъ x число

$$x^6 - 35x^4 + 259x^2 - 225$$

дѣлится на 46080.

(Займств. изъ *L'Éducation Mathématique*).

Представляя разсматриваемое выраженіе послѣдовательно въ видѣ

$$\begin{aligned} x^6 - 35x^4 + 259x^2 - 225 &= (x^6 - x^4) - 34(x^4 - x^2) + 225(x^2 - 1) = \\ &= (x^2 - 1)x^4 - 34(x^2 - 1)x^2 + 225(x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x^4 - 34x^2 + 225) = \\ &= (x^2 - 1)(x^2 - 9)(x^2 - 25) = (x - 5)(x - 3)(x - 1)(x + 1)(x + 3)(x + 5) \end{aligned}$$

и полагая $x = 2k + 1$, гдѣ k —число цѣлое, находимъ:

$$\begin{aligned} x^6 - 35x^4 + 259x^2 - 225 &= (2k - 4)(2k - 2)2k \cdot (2k + 2)(2k + 4)(2k + 6) = \\ &= 2^6(k - 2)(k - 1)k(k + 1)(k + 2)(k + 3) \quad (1). \end{aligned}$$

Произведеніе $(k - 2)(k - 1)k(k + 1)(k + 2)(k + 3)$ шести послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ дѣлится на $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$. Поэтому разсматриваемое выраженіе при нечетномъ x дѣлится (см. (1)) на $2^6 \cdot 720 = 64 \cdot 720$, т. е. на 46080.

В. Гейманъ (Θеодосія); В. Винокуровъ (Калязинъ).

Редакторъ приватъ-доцентъ В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Дозволено цензурою, Одесса 8-го Марта 1905 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66

Обложка
щется

Обложка
щется