№ 362.

# ВѢСТНИКЪ

# ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

# ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

*В. А. Гернетомъ*

подъ редакціей

*Профессора В. А. Циммермана*

и

*Приватъ-Доцента В. Ф. Кагана.*

XXXI-го Семестра № 2-й.

ОДЕССА.
Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.
1904.

XI Сем. № 2.

# Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

31 Января № 362. 1904 г.



## Полученіе и измѣреніе весьма низкихъ температуръ. *)

**M. W. Travers'a,**

*профессора химіи Лондонскаго Университета.*

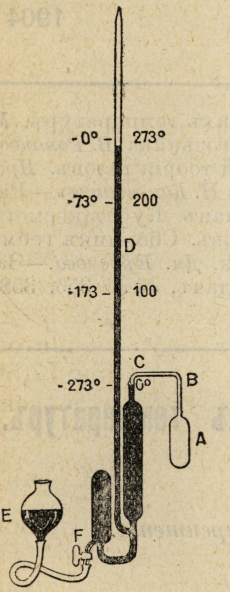
(Переводъ съ французскаго).

Низкія температуры, получаемыя при обыкновенныхъ экспериментахъ, могутъ быть непосредственно измѣрены при помощи минимальнаго термометра; температура же жидкаго водорода лежитъ далеко за предѣлами этой области температуръ. Поэтому неудивительно, если возникаетъ затрудненіе при оцѣнкѣ того факта, что жидкій водородъ имѣетъ температуру въ 252,5° ниже нуля по стоградусной скалѣ. Въ настоящей статьѣ я постараюсь разъяснить, какъ производится, при посредствѣ водороднаго термометра, измѣреніе температуръ льда, жидкаго воздуха и жидкаго водорода. Затѣмъ я позволю себѣ привести краткое описаніе пріема, примѣняемаго мною для ожиженія водорода.

*) Мы заимствуемъ эту статью изъ *Revue général des sciences*; она составлена на основаніи двухъ докладовъ, прочитанныхъ Travers'омъ въ Лондонскомъ Университетѣ.

## I.

Изображенный на фиг. 1. термометръ построенъ на основанiи того же принципа, что и термометръ, описанный Jacquerod'омъ и мною въ прошломъ году въ „Philosophical Transactions of the Royal Society“. Водородъ находится въ шарикѣ *A*, въ трубкѣ *B* и въ небольшомъ утолщенiи ея *C*. Къ стѣнкѣ трубки, внутри пространства *C*, прикрѣплено небольшое стеклянное острiе, къ концу котораго приводятъ постоянно уровень ртути. Давленiе газа измѣряется высотою ртути, находящейся въ трубкѣ *D*, надъ уровнемъ *C*. Надъ ртутью въ трубкѣ *D* господствуетъ барометрическая пустота.




Фиг. 1. *Газовый термометръ Travers'а и Jacquerod'а.* *A*—шарикъ термометра; *B*—трубка съ водородомъ; *C*—расширенiе, въ которомъ находится острiе для урегулированiя уровня; *D*—барометрическая трубка; *E*—резервуаръ со ртутью; *F*—кранъ.

Какъ извѣстно, если газъ мѣняетъ температуру, сохраняя неизмѣнный объемъ, давленiе его уменьшается или возрастаетъ при уменьшенiи или увеличенiи температуры; при этомъ измѣненiе давленiя равно $^1/_{273}$ части давленiя газа при 0°C (при томъ же объемѣ), если измѣнить температуру на 1°C. Слѣдовательно, если мы положимъ давленiе газа при 0°C равнымъ 273 единицамъ, то въ точкѣ кипѣнiя воды оно будетъ равно 373(=273+100), а въ точкѣ кипѣнiя водорода 20,5(=273—252,5). Такимъ образомъ, давленiе газа будетъ численно равно температурѣ по ска́лѣ газоваго термометра; эту послѣднюю температуру, однако, я не называю абсолютной по причинамъ, указаннымъ ниже. Вычитывая число 273 изъ температуры, взятой по газовому термометру, получаемъ значенiе, соотвѣтствующее ска́лѣ стоградуснаго термометра. Градуируя нашъ термометръ, мы допустили, для простоты, что объемъ утолщенiя *C*, которое сохраняетъ во время измѣренiй температуру окружающаго воздуха, можетъ быть не принятъ во вниманiе, равно какъ и сокращенiе стеклянной трубки. При очень точныхъ измѣренiяхъ оба эти фактора должны быть приняты во вниманiе.

Теперь предположимъ, что ртуть, какъ сказано выше, приведена въ соприкосновенiе съ острiемъ, находящимся въ *C*. Этотъ уровень ртути обозначимъ 0° на ска́лѣ газоваго термометра и —273° по стоградусному термометру (на фиг. 1. газовая ска́ла изображена справа трубки *D*, обыкновенная же стоградусная—слѣва); при этой гипотетической температурѣ газъ не оказывалъ бы вовсе давленiя. Уровень, на которомъ ртуть останавливается въ трубкѣ $D$, если окружить шарикъ $A$ тающимъ льдомъ (при чемъ, понятно, остріе въ $C$ касается поверхности ртути), опредѣляетъ температуру въ 273° по газовой ска́лѣ и 0° по стоградусной. Интервалъ между 0° и 273° (по газовой ска́лѣ) дѣлится на 273 равныхъ части, соотвѣтствующихъ градусамъ.

Для измѣренія температуры жидкаго воздуха *) помѣщаютъ сосудъ съ нимъ подъ резервуаръ термометра (сосуды для жидкихъ газовъ построены такъ, что между ихъ двойными стѣнками господствуетъ пустота); затѣмъ этотъ сосудъ медленно поднимаютъ до тѣхъ поръ, пока резервуаръ термометра не погрузился совершенно въ жидкость. Но прежде, чѣмъ производить эту манипуляцію, необходимо понизить уровень ртути въ $C$; иначе при уменьшеніи давленія ртуть можетъ проникнуть въ шарикъ $A$. Чтобъ достигнуть этого, опускаютъ резервуаръ $E$ и открываютъ кранъ $F$. Когда же резервуаръ $A$ термометра принялъ температуру окружающаго его жидкаго воздуха, уровень ртути снова приводятъ въ соприкосновеніе съ остріемъ въ $C$.

Давленіе водорода, въ то время какъ шарикъ термометра былъ окруженъ тающимъ льдомъ, было равно 273 единицамъ; теперь же, при погруженіи шарика въ жидкій воздухъ, оно равняется (приблизительно) 90 единицамъ. Такимъ образомъ, температуры льда и жидкаго воздуха соотвѣтственно равны 273° и 90°. Впрочемъ, температура жидкаго воздуха, вообще, непостоянна, такъ какъ кислородъ кипитъ при 90,1°, а азотъ при 77,5° (по водородной ска́лѣ); вслѣдствіе этого, азотъ испаряется скорѣе кислорода. Въ пустотѣ температура кипѣнія жидкаго воздуха ниже —200°C, т. е. приблизительно 79° по ска́лѣ газоваго термометра.

Принимая тѣ же предосторожности, что и при пониженіи температуры съ комнатной на температуру жидкаго воздуха (т. е. понижая ртуть въ $C$), замѣнимъ теперь сосудъ съ жидкимъ воздухомъ сосудомъ съ жидкимъ водородомъ. Когда мы теперь снова приведемъ ртуть въ $C$ въ соприкосновеніе съ остріемъ, ртуть въ барометрической трубкѣ $D$ остановится на высотѣ, соотвѣтствующей приблизительно 20 единицамъ. Такимъ образомъ, температура жидкаго водорода по ска́лѣ водороднаго термометра съ постояннымъ объемомъ равна 20,5°, что соотвѣтствуетъ — 252,5°C $(-273 + 20{,}5 = -252{,}5)$. Едва ли необходимо отмѣтить, что газъ внутри шарика термометра не ожижается, потому что онъ находится подъ весьма незначительнымъ давленіемъ.

Во время опытовъ съ жидкимъ водородомъ необходимо покрывать отверстіе сосуда, наполненнаго имъ, полотномъ; въ противномъ случаѣ, проникающій извнѣ воздухъ, вслѣдствіе сильнаго

*) Въ точкѣ его кипѣнія при атмосферномъ давленіи. Авторъ повсюду ниже выпускаетъ, для краткости, это прибавленіе.

*Примѣчаніе переводчика.*

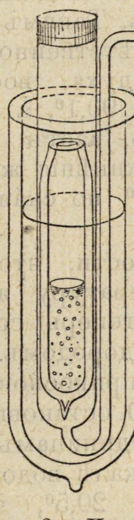
охлажденія, образуетъ снѣжные осадки, что ускоряетъ испареніе водорода. Также цѣлесообразно помѣщать сосудъ съ водородомъ въ другой сосудъ бо́льшихъ размѣровъ, содержащій жидкій воздухъ; испареніе водорода при примѣненіи этого пріема значительно замедляется. Небезъинтересно отмѣтить, что, когда холодные пары подымаются изъ сосуда, содержащаго водородъ, путь ихъ обозначается тонкими струйками тумана; послѣдній возникаетъ отъ конденсаціи окружающаго воздуха.

Удалимъ теперь сосудъ съ жидкимъ водородомъ. Шарикъ термометра покрывается немедленно слоемъ твердаго воздуха, похожаго на бѣлесоватый туманъ; затѣмъ твердый воздухъ начинаетъ быстро таять и, падая каплями съ шарика термометра, быстро испаряется.

Мы позволимъ себѣ теперь отклониться въ сторону отъ вопроса о газовомъ термометрѣ и укажемъ нѣсколько опытовъ, иллюстрирующихъ свойства жидкаго водорода.

При посредствѣ весьма простого прибора (изображеннаго на фиг. 2) можно надежнымъ способомъ *зажечь* жидкій водородъ. Небольшой стеклянный стаканчикъ погружаютъ въ сосудъ съ жидкимъ водородомъ и наполняютъ его этою жидкостью. Затѣмъ вынимаютъ его и подвѣшиваютъ на проволочной подвѣскѣ, снабженной платиновою спиралью. Если теперь приблизить къ стакану огонь, то заключающійся въ немъ жидкій водородъ воспламеняется. При этомъ пламя накаляетъ платиновую спираль добѣла, тогда какъ въ нижней части стаканчика собирается сконденсированный твердый воздухъ.

Фиг. 2.—*Аппаратъ для сжиганія жидкаго водорода.*



Фиг. 3.—*Приборъ для замораживанія жидкаго водорода.*

Другой любопытный опытъ состоитъ въ замораживаніи водорода. Сосудъ съ двойными стѣнками, между которыми заключается безвоздушное пространство, наполняютъ водородомъ и заключаютъ въ закупоренную съ одной стороны трубку, другой конецъ которой соединенъ съ воздушнымъ насосомъ. Все это помѣщается во второй сосудъ съ двойными стѣнками и пустымъ между ними пространствомъ (см. фиг. 3). Послѣ того какъ насосъ нѣсколько минутъ находился въ дѣйствіи, водородъ отвердѣваетъ, такъ что весь аппаратъ можетъ быть перевернутъ. Точка плавленія водорода, по опредѣленію, произведенному Jacquerod'омъ и мною при посредствѣ термометра, въ которомъ водородъ былъ замѣненъ геліемъ, лежитъ около $14{,}1^0$.

Наконецъ, упомянемъ, что жидкій водородъ можно налить вполнѣ безопасно на руку человѣка. Жидкость принимаетъ форму сплюснутыхъ шариковъ, которые отдѣляются слоемъ пара отъ кожи. При этомъ испытываешь весьма странное ощущеніе, какъ будто бы вещество это лишено было вѣса.

## II. *)

Нерѣдко ска́лу газоваго термометра отождествляютъ съ абсолютной скалой; это неправильно. Пояснимъ вкратцѣ, что́ означаетъ терминъ „абсолютная температура". Уже давно было указано французскимъ физикомъ Carnot, что экономическій коэффиціентъ обратимой паровой машины зависитъ только отъ температуръ нагрѣвателя и охладителя, но не отъ спеціальныхъ свойствъ веществъ, производящихъ работу. Въ половинѣ истекшаго столѣтія профессоръ W. Thomson (нынѣ лордъ Kelvin) показалъ, что экономическій коэффиціентъ кругового процесса **) выражается отношеніемъ $\frac{T_1-T_2}{T_1}$, гдѣ $T_1$ и $T_2$ соотвѣтственно температуры нагрѣвателя и охладителя, взятыя по ска́лѣ, которая не зависитъ отъ особенностей веществъ, входящихъ въ термометръ, а потому можетъ быть названа абсолютной.

Ска́ла термометра, содержащаго совершенный газъ, т. е. идеальный газъ, который бы точно удовлетворялъ простымъ законамъ (какъ, напр., Бойля-Маріотта и т. п.) и не ожижался бы ни при какой температурѣ и давленіи,—такая ска́ла выполняла бы всѣ условія, требуемыя Thomson'овой теоріей отъ абсолютной ска́лы. Условія эти, понятно, въ природѣ невыполнимы; и намъ остается лишь вычислить отклоненія ска́лъ газовыхъ термометровъ отъ абсолютной, пользуясь свойствами этихъ газовъ, которыя доступны опредѣленію.

---

*) Мы позволили себѣ въ переводѣ выпустить весь II параграфъ оригинала, имѣющій, на нашъ взглядъ, лишь спеціальный интересъ. Здѣсь сообщаются лишь численные результаты измѣреній упругости паровъ жидкаго водорода и жидкаго кислорода. Соотвѣтственно этому, номера параграфовъ отличаются въ переводѣ отъ нумеровъ оригинала.

*Прим. пер.*

**) Круговымъ процессомъ называютъ такой термодинамическій процессъ, при которомъ въ концѣ состояніе тѣла тождественно съ первоначальнымъ. Источники тепла, при помощи которыхъ работающее тѣло нагрѣвается, называютъ нагрѣвателемъ, тѣла же, которымъ оно отдаетъ часть своего тепла,—охладителемъ или холодильникомъ. Если $Q_1$ количество тепла, заимствованнаго въ теченіе процесса отъ нагрѣвателя, $Q_2$—тепло, отданное охладителю, то въ концѣ процесса количество тепла $Q_1 - Q_2$ обратилось въ работу. Экономическимъ коэффиціентомъ называютъ отношеніе этого послѣдняго къ количеству $Q_1$ всего затраченнаго тепла, т. е. $\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}$.

*Примѣчаніе переводчика.*

Такое свойство было указано впервые въ 1850-омъ году Joule'емъ и W. Thomson'омъ. Совершенный, или идеальный газъ при свободномъ расширенiи не долженъ былъ бы мѣнять своей температуры; между тѣмъ, газы, встрѣчающiеся въ природѣ, расширяясь, либо охлаждаются, либо нагрѣваются. Величина этого измѣненiя температуры и служитъ мѣрою отклоненiя газа отъ идеальнаго. Въ послѣднее время этотъ вопросъ былъ подробно изслѣдованъ Callendar'омъ, который нашелъ, что абсолютныя температуры кипѣнiя кислорода и водорода лежатъ посерединѣ тѣхъ значенiй, которыя я для нихъ опредѣлилъ при посредствѣ водороднаго термометра и термометра съ гелiемъ. Скáлы термометровъ, наполненныхъ этими газами, отличаются на равныя значенiя, но въ противоположныхъ направленiяхъ отъ обсолютной скáлы.

Для весьма низкихъ температуръ терминъ „градусъ“ прiобрѣтаетъ нѣсколько иное значенiе, чѣмъ обыкновенно. При нормальной температурѣ экономическiй коэффицiентъ термическаго обратимаго процесса равенъ при пониженiи температуры на $1^0$C приблизительно $^1/_{300}$. При $15^0$ абсолютной скáлы онъ равенъ $^1/_{15}$ при пониженiи на $1^0$. Если построить линейное изображенiе абсолютной скáлы температуръ, то градусы будутъ, слѣдовательно, тѣмъ больше, чѣмъ они ближе къ нулю. Самый же нуль никогда не будетъ достигнутъ, такъ какъ длина послѣдняго градуса безконечно велика.

Объ абсолютномъ нулѣ нельзя сказать многаго. Въ качествѣ нуля абсолютной скáлы, онъ является чисто математическимъ понятiемъ. Я не могу представить себѣ физическихъ условiй, которыя имѣли бы мѣсто вблизи него.

*(Продолженiе слѣдуетъ).*

# О двухъ свойствахъ треугольника и многоугольника.

*В. Романовскаго.*

## I.

1. Свойства треугольниковъ и многоугольниковъ, о которыхъ я пишу въ настоящемъ очеркѣ, излагаются въ аналитической геометрiи и доказываются тамъ аналитически *). Здѣсь я даю ихъ геометрическiя доказательства, очень несложныя, основанныя на свойствахъ пропорцiональныхъ линiй и слѣдующихъ двухъ предложенiяхъ о треугольникахъ.



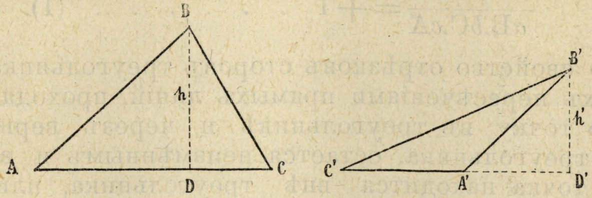
---

*) Теоремы Менелая и Чевы. По отношенiю къ треугольникамъ имѣются доказательства и въ элементарныхъ руководствахъ. Оригинальныя доказательства автора примѣняются также къ многоугольникамъ; въ этомъ заключаются ихъ преимущества. *Прим. Ред.*

Площади треугольниковъ, имѣющихъ по равному углу, относятся, какъ произведенія сторонъ, заключающихъ этотъ уголъ.

Площади треугольниковъ, у которыхъ уголъ одного составляетъ съ угломъ другого два прямыхъ, относятся тоже, какъ произведенія сторонъ, заключающихъ эти углы.

Первая теорема доказывается въ элементарныхъ учебникахъ по геометріи, вторая тамъ обыкновенно не приводится. Она доказывается очень просто и совершенно аналогично тому, какъ доказывается первая теорема. Пусть у треугольниковъ ABC и A′B′C′ уголъ A съ угломъ A′ составляетъ два прямыхъ угла, т. е. $A+A'=2d$. Площади треугольниковъ относятся, какъ произведенія ихъ основа-



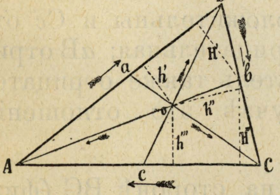

Фиг. 1.

ній на ихъ соотвѣтственныя высоты: $\frac{\Delta ABC}{\Delta A'B'C'}=\frac{AC.h}{A'C'.h'}\cdot$ Изъ подобія треугольниковъ ABD и A′B′D′, которое легко показать, заключаемъ, что $\frac{h}{h'}=\frac{AB}{A'B'}\cdot$ Произведя подстановку, получимъ соотношеніе:

$$\frac{\Delta ABC}{\Delta A'B'C'}=\frac{AB.AC}{A'B'.A'C'},$$

которое и выражаетъ доказываемую теорему.

2. Теперь я перейду къ самой темѣ очерка. Возьмемъ произвольный треугольникъ ABC, въ немъ точку $o$ и проведемъ



Фиг. 2.

черезъ нее и вершины треугольника прямыя линіи до пересѣченія ихъ со сторонами треугольника въ точкахъ $a$, $b$ и $c$. Условимся считать направленія отъ A къ B и далѣе, по контуру треугольника, какъ показано стрѣлками, положительными, такъ же, какъ и направленіе отъ $o$ къ вершинамъ и сторонамъ треугольника*). Такъ что отрѣзки, напр., A$a$, $a$B, $o$A, $oa$ будутъ считаться положительными, а отрѣзки $a$A, C$b$, C$o$, $bo$—отрицательными, т. е. въ первомъ случаѣ отношенія отрѣзковъ къ положительной единицѣ длины будутъ числа положительныя, а во второмъ—отрица-

*) Это условіе будетъ считаться и во всемъ дальнѣйшемъ. Вездѣ на чертежахъ стрѣлки будутъ указывать на положительное направленіе.

тельныя. Опустимъ изъ $o$ на АВ, ВС и СА перпендикуляры $h'$, $h''$ и $h'''$. Треугольники $Aoa$ и $Cob$, $Boa$ и $Coc$, $Bob$ и $Aoc$ имѣютъ по равному углу при точкѣ $o$, поэтому имѣютъ мѣсто слѣдующія отношенія:

$$\frac{Aa.h'}{bC.h''}=\frac{oA.oa}{oC.ob},\ \frac{Bb.h''}{cA.h'''}=\frac{oB.ob}{oA.oc},\ \frac{Cc.h'''}{aB.h'}=\frac{oC.oc}{oB.oa}\ \ldots\ldots (\alpha)$$

Перемножая эти отношенія почленно, получаемъ:

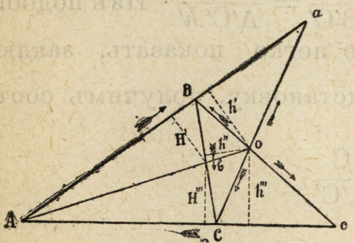
$$\frac{Aa.h'.Bb.h''.Cc.h'''}{bC.h''.cA.h'''.aB.h'}=\frac{oA.oa.oB.ob.oC.oc}{oC.ob.oA.oc.oB.oa},$$

или

$$\frac{Aa.Bb.Cc}{aB.bC.cA}=+1\ \ldots\ldots\ldots (1).$$

3. Это свойство отрѣзковъ сторонъ треугольника, отрѣзковъ, получаемыхъ пересѣченіями прямыхъ линій, проходящихъ черезъ какую-либо точку въ треугольникѣ и черезъ вершины его, со сторонами треугольника, остается неизмѣннымъ и въ томъ случаѣ, когда точка находится внѣ треугольника, или на его сторонѣ, или совпадаетъ съ одной изъ его вершинъ.

Возьмемъ какую-нибудь точку $o$ внѣ произвольнаго треугольника АВС и проведемъ опять прямыя $Abo$, $Boc$ и $Coa$. Въ треугольникахъ $boC$ и $Aoa$ $\angle boC+\angle Aoa=2d$ и въ треугольникахъ $Aoc$ и $Bob$ $\angle Aoc+\angle Bob=2d$; кромѣ того, $\angle Coc=\angle Boa$. Основываясь на теоремахъ, данныхъ въ параграфѣ 1, получимъ опять соотношенія ($\alpha$), которыя, по перемноженіи ихъ, дадутъ опять отношеніе (1):



Фиг. 3.

$$\frac{Aa.Bb.Cc}{aB.bC.cA}=+1.$$

Въ этомъ отношеніи отрѣзки $Aa$ и $Bb$ положительны и $Cc$ отрицателенъ, поэтому числитель—величина отрицательная; $aB$ отрицателенъ, $bC$ и $cA$—положительны,—знаменатель также отрицателенъ. Такимъ образомъ, и въ данномъ случаѣ это отношеніе равно $+1$.

4. Положимъ теперь, что точка $o$ дана на сторонѣ ВС (фиг. 2 и 3). При такомъ ея положеніи отрѣзки $aB$ и $Cc$ имѣютъ величину нуль, и поэтому отношеніе (1) принимаетъ видъ $\frac{Aa.Bb.0}{0.bC.cA}=$ $=\frac{0}{0}=1$. Возникаетъ вопросъ, дѣйствительно ли въ данномъ случаѣ $\frac{0}{0}=1$ *), и, чтобы рѣшить его, нужно раскрыть неопредѣ-

*) Выраженіе не совсѣмъ правильное. *Прим. Ред.*

ленность $\frac{0}{0}$ и показать ея истинное значеніе. Это мы сдѣлаемъ, разсматривая положеніе точки $o$ на BC, какъ предѣльное положеніе ея, когда она, положимъ для простоты, неопредѣленно приближается по линіи $Ao$ къ сторонѣ BC. Изъ отношеній ($\alpha$), для какого-нибудь непредѣльнаго положенія точки $o$, имѣемъ:

$$\frac{Cc.h'''}{aB.h'}=\frac{oC.oc}{oB.oa},$$

или

$$\frac{Cc}{aB}=\frac{oC.oc}{oB.oa}\cdot\frac{h'}{h'''}.$$

Разсмотримъ теперь, къ какому предѣлу стремится отношеніе $\frac{Cc}{aB}$ при безконечно-маломъ $ob$. Изъ чертежей видно, что

$$\lim\left|\frac{oC}{oB}\right|_{ob=o}=\frac{bC}{Bb},\ \lim\left|\frac{oc}{oa}\right|_{ob=o}=\frac{bC}{Bb},\ \lim\left|\frac{h'}{h'''}\right|_{ob=o}=\frac{H'}{H'''};$$

кромѣ того, $H'=Bb.\sin B$ и $H'''=bC\sin C$, гдѣ B и C означаютъ углы ABC и ACB. Слѣдовательно,

$$\lim\left|\frac{Cc}{aB}\right|_{ob=o}=\frac{bC.\sin B}{Bb.\sin C}$$

и

$$\lim\left|\frac{Aa.Bb.Cc}{aB.bC.cA}\right|_{ob=o}=\frac{AB.Bb.bC.\sin B}{Bb.\sin C.bC.CA}=\frac{AB\sin B}{CA\sin C},$$

такъ какъ $\lim|Aa|_{ob=o}=AB$ и $\lim|cA|_{ob=o}=CA$. Изъ тригонометріи извѣстно, что

$$\frac{AB}{CA}=\frac{\sin C}{\sin B},\ \text{т. е.}\ \frac{AB\sin B}{CA\sin C}=+1,$$

и поэтому

$$\lim\left|\frac{Aa.Bb.Cc}{aB.bC.cA}\right|_{ob=o}=+1.$$

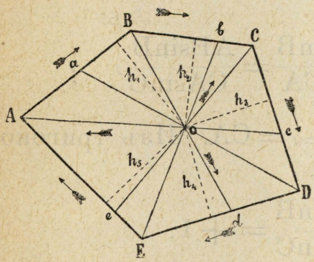
То же самое будетъ, когда точка $o$ будетъ имѣть предѣломъ не положеніе $b$ на BC, а какое-нибудь другое $b'$, т. е. когда она будетъ приближаться къ BC не по линіи $Ao$. Въ этомъ случаѣ предѣльныя величины для $Aa$ и $cA$ останутся тѣ же, а для $Bb$ и $bC$ будутъ $Bb'$ и $b'C$, и предѣлъ отношенія (1) останется тотъ же. При отыскиваніи этого предѣла величины $bC$ и $bc$ въ числителѣ и знаменателѣ сокращаются, и поэтому отношеніе (1) будетъ имѣть мѣсто и тогда, когда точка будетъ, положимъ, имѣть предѣльное положеніе, совпадающее съ точкой C. Очевидно, что всѣ эти замѣчанія имѣютъ силу для случая совпаденія точки съ какой-угодно вершиной треугольника и для положенія ея на какой-угодно сторонѣ его.

Итакъ, гдѣ-бы какая-либо точка $o$ ни находилась въ плоскости какого-либо треугольника ABC, если черезъ нее провести прямыя линіи $Ao$, $Bo$, $Co$ до пересѣченія ихъ со сторонами треугольника или ихъ продолженіями въ точкахъ $a$, $b$ и $c$, для AB, BC и CA соотвѣтственно, между получаемыми отрѣзками сторонъ треугольника существуетъ зависимость

$$\frac{Aa.Bb.Cc}{aA.bC.cA} = +1.$$

5. Посредствомъ способа доказательства, употребленнаго въ предыдущихъ параграфахъ, это свойство можно обобщить отчасти и для многоугольниковъ, именно, для выпуклыхъ многоугольниковъ (у которыхъ каждая сторона не пересѣкаетъ болѣе двухъ другихъ и въ другихъ точкахъ, кромѣ вершинъ, при чемъ не принимаются въ расчетъ продолженія сторонъ) и съ точкой внутри, выбранной притомъ съ тѣмъ ограниченіемъ, что каждая изъ прямыхъ, проведенныхъ черезъ нее и какую-нибудь вершину многоугольника, пересѣкаетъ всякій разъ, какъ мѣняется, вершина, другую сторону, такъ какъ на каждой сторонѣ находится не больше одного пересѣченія

Возьмемъ произвольный выпуклый пятиугольникъ ABCDE и внутри его точку $o$, выбранную съ упомянутымъ ограниченіемъ. Черезъ нее проведемъ линіи $Ao$, $Bo$, $Co$, $Do$ и $Eo$; пусть ихъ пересѣченія со сторонами пятиугольника AB, BC, CD, DE и EA будутъ $a$, $b$, $c$, $d$ и $e$. Треугольники $Aoa$ и $Doc$, $Bob$ и $Eod$, $Coc$ и $Aoe$, $Dod$ и $Boa$, $Eoe$ и $Cob$ имѣютъ при $o$ по равному углу. Поэтому имѣютъ мѣсто слѣдующія отношенія:



Фиг. 4.

$$\frac{Aa.h_1}{cD.h_3} = \frac{oA.oa}{oD.oc}, \quad \frac{Bb.h_2}{dE.h_4} = \frac{oB.ob}{oE.od}, \quad \frac{Cc.h_3}{eA.h_5} = \frac{oC.oc}{oA.oc},$$

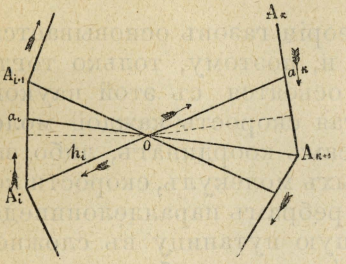
$$\frac{Dd.h_4}{aB.h_1} = \frac{oD.od}{oB.oa}, \quad \frac{Ee.h_5}{bC.h_2} = \frac{oE.oe}{oC.ob},$$

перемноживъ которыя почленно, получимъ, по сокращеніи,

$$\frac{Aa.Bb.Cc.Dd.Ee}{aB.bC.cD.dE.eA} = +1.$$

6. Возьмемъ теперь $n$-угольникъ $A_1A_2 \ldots A_{n-1}A_n$ и положимъ, что часть его представляетъ черт. Точка $o$ выбрана здѣсь

съ тѣмъ же ограниченіемъ, о которомъ говорилось въ предыдущемъ параграфѣ; черезъ нее и вершины многоугольника проведены прямыя, которыя пересѣкаютъ стороны $A_1A_2$, $A_2A_3$, . . . . , $A_{n-1}A_n$, $A_nA_1$ въ точкахъ $a_1$, $a_2$, . . . . , $a_{n-1}$, $a_n$, и изъ нея на тѣ же стороны опущены перпендикуляры $h_1$, $h_2$, . . . . , $h_{n-1}$, $h_n$. Чертежъ представляетъ ту часть многоугольника, въ которой линіи, проведенныя изъ $A_i$ и $A_{i+1}$ черезъ $o$, встрѣчаютъ въ $a_k$ и $a_{k+1}$ стороны $A_kA_{k+1}$ и $A_{k+1}A_{k+2}$; перпендикуляры изъ $o$ на $A_iA_{i+1}$ и $A_kA_{k+1}$ обозначены на чертежѣ черезъ $h_i$ и $h_k$. Треугольники $A_ioa_i$ и $A_{k+1}oa_k$ даютъ возможность составить такое соотношеніе:




Фиг. 5.

$$\frac{A_ia_i \cdot h_i}{a_kA_{k+1} \cdot h_k} = \frac{oA_i \cdot oa_i}{oA_{k+1} \cdot oa_k}.$$

Оно имѣетъ мѣсто для какой-угодно части многоугольника, такъ какъ всѣ онѣ построены аналогично одна другой. Будемъ давать $i$ значенія 1, 2, 3, . . . . , $n$—1, $n$ и $k$ значенія 1, 2, 3, . . . . , $n$—1, $n$, считая значекъ $k=n+1$ за 1, и изъ написаннаго соотношенія мы получимъ такія же соотношенія для всѣхъ частей многоугольника. Перемножимъ ихъ всѣ почленно и получимъ:

$$\frac{A_1a_1 . A_2a_2 \ldots . A_na_n . h_1 . h_2 \ldots . h_n}{a_1A_2 . a_2A_3 \ldots . a_nA_1 . h_1 . h_2 \ldots . h_n} = \frac{oA_1 . oA_2 \ldots . oA_n . oa_1 . oa_2 \ldots . oa_n}{oA_1 . oA_2 \ldots . oA_n . oa_1 . oa_2 \ldots . oa_n},$$

что̀ приводится къ отношенію

$$\frac{A_1a_1 . A_2a_2 \ldots . A_{n-1}a_{n-1} . A_na_n}{a_1A_2 . a_2A_3 \ldots . a_{n-1}A_n . a_nA_1} = +1, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2).$$

которое короче можно написать еще такъ:

$$\prod_{i=1,\, i=n} \frac{A_ia_i}{a_iA_{i+1}} = +1 \text{ (при } n+1=1),$$

гдѣ П—знакъ произведенія, распространеннаго на всѣ множители вида $\frac{A_ia_i}{a_iA_{i+1}}$, когда $i$ принимаетъ послѣдовательно значенія 1, 2, . . . . , $n$.

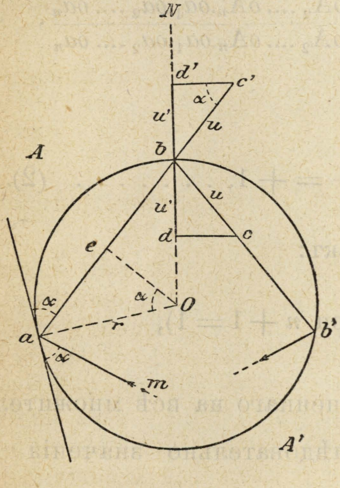
*(Продолженіе слѣдуетъ).*

# Простой выводъ основного уравненія кинетической теоріи газовъ. *)

*Профессора Θ. Шведова.*

Выводъ уравненій кинетической теоріи газовъ основывается, какъ извѣстно, на теоріи вѣроятностей и, поэтому, только тогда становится понятнымъ, когда учащіеся освоятся съ этой наукой. Принято упрощать выводъ, либо разлагая скорость каждой молекулы на три слагающія, параллельныя осямъ координатъ, либо замѣняя молекулы тройнымъ числомъ новыхъ молекулъ, скорости которыхъ направлены параллельно тремъ ребрамъ параллелопипеда. Но такія допущенія вносятъ еще бо́льшую путаницу въ сложное и безъ того движеніе роя молекулъ, что́ едва ли облегчитъ учащимся трудную задачу представить себѣ картину явленія.

Между тѣмъ, кинетическая теорія газовъ не только имѣетъ громадное значеніе вообще для естествознанія, но является также прекраснымъ педагогическимъ средствомъ, чтобы логически связать запутанныя явленія въ газахъ и парахъ; поэтому весьма желательно, по крайней мѣрѣ, основныя формулы этого ученія ввести въ общій курсъ обученія, но въ такой формѣ, чтобы слишкомъ сложнымъ объясненіемъ не затемнить еще болѣе представленія о таинственномъ мірѣ молекулъ. Въ виду сказаннаго, я позволю себѣ изложить здѣсь выводъ основного уравненія въ формѣ, которой, какъ мнѣ кажется, нельзя отказать въ ясности.




Фиг. 1.

Вмѣсто параллелопипеда мы предпочтемъ взять сферическій баллонъ, внутри котораго находится разсматриваемый нами объемъ газа. Мы предполагаемъ, что этотъ объемъ состоитъ изъ весьма большого числа совершенно упругихъ молекулъ, которыя движутся прямолинейно по всевозможнымъ направленіямъ, пока не натолкнутся на стѣнку сосуда или другъ на друга, вслѣдствіе чего отражаются по законамъ удара упругихъ тѣлъ и продолжаютъ дальнѣйшее движеніе. Чтобы упростить задачу, дадимъ молекуламъ шарообразную форму.

Пусть (черт. 1) $AA'$ шарообразный сосудъ, въ которомъ движется молекула газа $m$ со скоростью $u$ по направленію стрѣлки. Если молекула встрѣтитъ на своемъ пути въ

*) Настоящій выводъ былъ доложенъ проф. Θ. Н. Шведовымъ математическому отдѣленію Новороссійскому Обществу Естествоиспытателей и затѣмъ опубликованъ имъ въ „Zeitschrift f. d. Physik. u. Chem. Unterricht“ Heft 4, 1903. Съ любезнаго разрѣшенія автора мы помѣщаемъ здѣсь переводъ этой статьи.

какой-нибудь точкѣ $a$ стѣнку подъ нѣкоторымъ угломъ $\alpha$, то она отразится подъ тѣмъ же угломъ и съ той же скоростью будетъ продолжать свой путь въ плоскости большого круга, сперва по направленію прямой $ab$, потомъ $bb'$ и т. д., пока столкновеніе съ другой молекулой не отклонитъ ее отъ этого пути. Такой рядъ ударовъ молекулъ о стѣнку выразится въ нѣкоторомъ давленіи на поверхность сосуда, которое можно вычислить.

Изъ элементарной механики извѣстно, что давленіе, которое ударъ тѣла оказываетъ на стѣнку, равно приращенію количества движенія въ продолженіе секунды. Мы можемъ вычислить это приращеніе въ нашемъ случаѣ для одного толчка, и полученную величину умножимъ на число толчковъ въ секунду.

Пусть (черт. 1) $\overline{bc} = u$ будетъ величина и направленіе скорости послѣ толчка; $\overline{bc'} = u$—скорость передъ толчкомъ; $\overline{ON}$—нормаль, $\overline{bd} = u_1$ нормальная слагающая скорости $\overline{bc}$; $\overline{bd'} = -u_1$—слагающая скорости $\overline{bc'}$; $m$—масса молекулы; $q$—искомое приращеніе количества движенія. Тогда имѣемъ:

$$q = m[u_1 - (-u_1)] = 2mu_1 = 2mu\sin\alpha.$$

Пусть далѣе

$r$—радіусъ баллона; $\overline{ab} = 2l$ — длина хорды; $t$ — промежутокъ времени между двумя толчками; N—число толчковъ въ секунду.

Тогда

$$2l = ut; \quad l = r\sin\alpha, \quad \mathrm{N} = \frac{1}{t}.$$

Слѣдовательно, $\quad \mathrm{N} = \dfrac{u}{2r\sin\alpha}.$

Если, наконецъ, черезъ $p_s$ обозначимъ давленіе на поверхность баллона, то

$$p_s = q.\mathrm{N} = \frac{mu^2}{r}.$$

Послѣдняя величина представляетъ не что иное, какъ центробѣжную силу.

Итакъ, мы можемъ высказать слѣдующее положеніе: Если упругая молекула движется по всевозможнымъ направленіямъ внутри шарообразнаго сосуда и стѣнка сосуда испытываетъ удары, то давленіе, получаемое такимъ образомъ, имѣетъ ту же величину, какъ если бы молекула вращалась вдоль внутренней поверхности сосуда съ той же самой скоростью. При этомъ надо замѣтить, что давленіе происходитъ только въ точкахъ окружности большого круга, въ плоскости котораго движется молекула.

Перейдемъ къ случаю, когда въ сосудѣ находятся двѣ молекулы различныхъ массъ $m$ и $\mu$, движущіяся съ различными скоростями $u$ и $\eta$, при чемъ плоскости, въ которыхъ происходитъ ихъ движеніе, образуютъ между собой любой уголъ. Чтобы опредѣлить производимое ими давленіе на стѣнку, мы можемъ, на основаніи сказаннаго, замѣнить ихъ истинное движеніе внутри сосуда по внутренней поверхности вдоль окружностей большихъ круговъ ихъ пути. Возможн , что въ какой-нибудь точкѣ пересѣченія этихъ круговъ обѣ молекулы окажутся въ одно время. Тогда произойдетъ столкновеніе между ними. Обѣ молекулы тогда, говоря вообще, будутъ продолжать свое движеніе по другимъ направленіямъ и съ другими скоростями. Пусть $u'$ и $\eta'$ новыя скорости ихъ и $p'_s$ новое поверхностное давленіе. Передъ ударомъ давленіе, вызванное обѣими молекулами, равнялось

$$p_s = \frac{mu^2}{r} + \frac{\mu\eta^2}{r} = \frac{1}{r}(mu^2 + \mu\eta^2).$$

Послѣ удара

$$p'_s = \frac{mu'^2}{r} + \frac{\mu\eta'^2}{r} = \frac{1}{r}(mu'^2 + \mu\eta'^2).$$

Но живая сила послѣ удара останется той же самой, какъ и до удара, такъ какъ силы упругости суть внутреннія силы. Слѣдовательно, правыя части обоихъ послѣднихъ уравненій равны, и $p_s = p'_s$. Такимъ образомъ, столкновеніе между двумя молекулами не измѣнитъ давленія, которое онѣ производили на стѣнку сосуда. Это заключеніе можно распространить на случай любого числа молекулъ. Поэтому мы можемъ сказать: Если въ сосудѣ находится большое число газовыхъ молекулъ съ массами $m'$, $m''$, $m'''$, ...., обладающихъ скоростями $u'$, $u''$, $u'''$, ...., то ихъ давленіе на внутреннюю поверхность будетъ

$$p_s = \frac{1}{r}\Sigma mu^2.$$

При этомъ надо замѣтить, что мы можемъ не дѣлать никакого различія между центральными и нецентральными ударами. Въ самомъ дѣлѣ, для разсматриваемаго нами случая между ними не можетъ быть никакой разницы. По предположенію, молекулы газа суть абсолютно упругіе, слѣдовательно, неспособные къ тренію шары; но тогда нецентральный ударъ не можетъ вызвать никакого вращающаго движенія молекулы. Живая сила поступательнаго движенія не претерпѣваетъ въ этомъ случаѣ никакой потери.

Какъ было сказано, $p_s$ есть давленіе на всю поверхность сосуда. Чтобы получить давленіе $p$ на единицу поверхности, надо $p_s$ раздѣлить на величину площади поверхности. Обозначимъ черезъ $v$ объемъ сосуда, тогда

$$p = \frac{p_s}{4\pi r^2} = \frac{1}{3}\frac{\Sigma mu^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{1}{3}\frac{\Sigma mu^2}{v}.$$

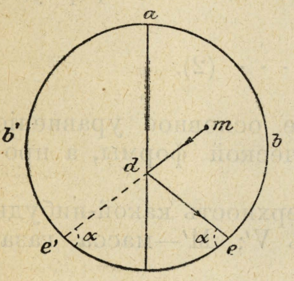
Пусть въ нашемъ баллонѣ находится какой-нибудь газъ, число молекулъ котораго будетъ $n$, а M масса газа; мы получимъ:

$$pv = \frac{1}{3} nm.\Sigma u^2 = \frac{1}{3} \mathrm{MU}^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

Это—основное уравненіе кинетической теоріи газовъ; оно выражаетъ слѣдующее: произведеніе давленія на объемъ равняется

$\frac{1}{3}$ произведенія массы газа на среднюю величину квадрата скорости U молекулъ газа.

Представимъ себѣ теперь, что баллонъ раздѣленъ на двѣ равныя части $abc$ и $ab'c$ плоскою стѣнкой $ac$, проходящей черезъ центръ шара (см. черт. 2; точка $c$ на немъ находится сзади) и лѣвая сторона $ab'c$ срѣзана. Въ правой половинѣ баллона останется только объемъ газа массы $\frac{M}{2}$. Найдемъ величину давленія на плоскую стѣнку $ac$. Замѣтимъ предварительно, что условія давленія на сферическую поверхность $abc$, вслѣдствіе введенія раздѣляющей стѣнки, нисколько не измѣнится. Въ самомъ дѣлѣ, если раньше молекула $m$, двигавшаяся по направленію $md$ (черт. 2), достигла бы точки $e'$ лѣвой стороны подъ угломъ $\alpha$, то теперь она коснется правой стороны $abc$ въ точкѣ $e$ подъ тѣмъ же угломъ $\alpha$ послѣ отраженія отъ плоской стѣнки. Длина ея пути останется прежняя, ибо $de = de'$. Правда, число ударовъ на правой половинѣ сферы будетъ вдвое больше, чѣмъ раньше, потому что всѣ удары, которые раньше происходили на лѣвой сторонѣ, теперь будутъ на правой половинѣ сферической поверхности. Но, такъ какъ масса газа равняется только половинѣ прежней, то единица поверхности сферической стѣнки будетъ испытывать то же давленіе $p$.




Фиг. 2.

Что касается плоской стѣнки, то давленіе на нее будетъ то же самое; иначе силы, производящія давленіе на полусферу вправо и влѣво, были бы неравны; тѣло подъ дѣйствіемъ внутреннихъ силъ получило бы поступательное движеніе, что противорѣчитъ законамъ механики.

Такъ какъ эту плоскую раздѣляющую стѣнку мы можемъ представить въ любомъ положеніи, то давленіе во всемъ пространствѣ сосуда таково же, какъ и на его внутренней поверхности.

Теперь намъ остается выяснить, какъ распредѣляется плотность газа внутри сосуда. По предположенію, молекулы движутся совершенно произвольно, по всѣмъ направленіямъ, безъ всякаго порядка. Поэтому нельзя считать очевиднымъ, что число молекулъ въ единицѣ объема вездѣ одинаково. Предположимъ, что внутри разсматриваемаго объема газа выдѣленъ пузырекъ— сферическій сосудъ объема $\beta$. Пусть этотъ пузырекъ заключаетъ въ себѣ массу газа $\mu$. Согласно сказанному, давленіе внутри этого пузырька будетъ такимъ же, какъ и внѣ:

$$p = \frac{1}{3}\,\frac{M}{V}\,U^2.$$

Такъ какъ пузырекъ есть, въ свою очередь, шарообразный сосудъ, то внутри его давленіе будетъ

$$p = \frac{1}{3} \frac{\mu}{\beta} \cdot U^2.$$

Изъ этихъ двухъ равенствъ слѣдуетъ:

$$\frac{M}{V} = \frac{\mu}{\beta}.$$

Итакъ, средняя плотность въ каждой части пространства равняется средней плотности всей массы газа, т. е. плотность вездѣ одинакова.

Если мы приложимъ это заключеніе къ основной формулѣ (1), то получимъ

$$p = \frac{1}{3} \delta U^2; \quad \delta = \frac{3p}{U^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \ (2).$$

Теперь мы можемъ доказать, что наше основное уравненіе (1) приложимо къ сосуду не только сферической формы, а произвольной.

Представимъ себѣ, что замкнутая поверхность какой-нибудь формы внутри шара ограничиваетъ объемъ $V'$; $M'$—масса газа, заключеннаго въ этомъ объемѣ.

Плотность этой массы газа во всякомъ случаѣ равна $\frac{M'}{V'}$. Но, согласно уравненію (2), плотность должна быть равна $\frac{3p}{U^2}$; отсюда слѣдуетъ, что

$$\frac{M'}{V'} = \frac{3p}{U^2} \quad \text{или} \quad pV' = \frac{1}{3} M'U^2.$$

# МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

## Загадка.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 |
| 3 | 3 | 5 | 9 | 17 | 33 | 65 |
| 5 | 6 | 6 | 10 | 18 | 34 | 66 |
| 7 | 7 | 7 | 11 | 19 | 35 | 67 |
| 9 | 10 | 12 | 12 | 20 | 36 | 68 |
| 11 | 11 | 13 | 13 | 21 | 37 | 69 |
| 13 | 14 | 14 | 14 | 22 | 38 | 70 |
| 15 | 15 | 15 | 15 | 23 | 39 | 71 |
| 17 | 18 | 20 | 24 | 24 | 40 | 72 |
| 19 | 19 | 21 | 25 | 25 | 41 | 73 |
| 21 | 22 | 22 | 26 | 26 | 42 | 74 |
| 23 | 23 | 23 | 27 | 27 | 43 | 75 |
| 25 | 26 | 28 | 28 | 28 | 44 | 76 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 27 | 27 | 29 | 29 | 29 | 45 | 77 |
| 29 | 30 | 30 | 30 | 30 | 46 | 78 |
| 31 | 31 | 31 | 31 | 31 | 47 | 79 |
| 33 | 34 | 36 | 40 | 48 | 48 | 80 |
| 35 | 35 | 37 | 41 | 49 | 49 | 81 |
| 37 | 38 | 38 | 42 | 50 | 50 | 82 |
| 39 | 39 | 39 | 43 | 51 | 51 | 83 |
| 41 | 42 | 44 | 44 | 52 | 52 | 84 |
| 43 | 43 | 45 | 45 | 53 | 53 | 85 |
| 45 | 46 | 46 | 46 | 54 | 54 | 86 |
| 47 | 47 | 47 | 47 | 55 | 55 | 87 |
| 49 | 50 | 52 | 56 | 56 | 56 | 88 |
| 51 | 51 | 53 | 57 | 57 | 57 | 89 |
| 53 | 54 | 54 | 58 | 58 | 58 | 90 |
| 55 | 55 | 55 | 59 | 59 | 59 | 91 |
| 57 | 58 | 60 | 60 | 60 | 60 | 92 |
| 59 | 59 | 61 | 61 | 61 | 61 | 93 |
| 61 | 62 | 62 | 62 | 62 | 62 | 94 |
| 63 | 63 | 63 | 63 | 63 | 63 | 95 |
| 65 | 66 | 68 | 72 | 80 | 96 | 96 |
| 67 | 67 | 69 | 73 | 81 | 97 | 97 |
| 69 | 70 | 70 | 74 | 82 | 98 | 98 |
| 71 | 71 | 71 | 75 | 83 | 99 | 99 |
| 73 | 74 | 76 | 76 | 84 | 100 | 100 |
| 75 | 75 | 77 | 77 | 85 | | |
| 77 | 78 | 78 | 78 | 86 | | |
| 79 | 79 | 79 | 79 | 87 | | |
| 81 | 82 | 84 | 88 | 88 | | |
| 83 | 83 | 85 | 89 | 89 | | |
| 85 | 86 | 86 | 90 | 90 | | |
| 87 | 87 | 87 | 91 | 91 | | |
| 89 | 90 | 92 | 92 | 92 | | |
| 91 | 91 | 93 | 93 | 93 | | |
| 93 | 94 | 94 | 94 | 94 | | |
| 95 | 95 | 95 | 95 | 95 | | |
| 97 | 98 | 100 | | | | |
| 99 | 99 | | | | | |

Лицо *A* задумываетъ нѣкоторое число $0 < x \leqq 100$ (напримѣръ, свой возрастъ). Вышеприведенная таблица даетъ возможность лицу *B* отгадать, какое число задумало лицо *A*. Для этого *A* говоритъ *B*, въ какихъ столбцахъ находится задуманное число. *B* складываетъ верхнія числа указанныхъ столбцовъ и получаетъ искомое число. Напр., пусть задуманное число $x = 67$; оно встрѣчается въ I-омъ, II-омъ и VII-омъ столбцахъ; сложивъ верхнія числа этихъ столбцовъ, получаемъ: $1 + 2 + 64 = 67$. *Найти и объяснить принципъ, по которому построена эта таблица.*

(Заимствовано изъ „Annuaire astronomique pour 1904“).

Сообщилъ *Н. Каменщиковъ.*

# РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

**Гауссъ или Бессель?** — Въ № 333 нашего журнала (стр. 208—209; XXVIII Сем. № 9) сообщалось о выходѣ въ свѣтъ *„Научнаго дневника Gauss'a“, къ которому приложенъ не опубликованный раньше портретъ Gauss'a, когда ему было 26 лѣтъ.* Послѣ того какъ дневникъ этотъ былъ распространенъ въ большомъ числѣ экземпляровъ, возникли сомнѣнія въ подлинности названнаго портрета. Заинтересованныя лица принялись за изслѣдованіе этого дѣла и вскорѣ собрали матеріалъ, *доказывающій съ большою достовѣрностью, что названный портретъ принадлежитъ не Gauss'y, а Bessel'ю.* Матеріалъ этотъ опубликованъ F. Klein'омъ и K. Schwarzschild'омъ (профессорами Геттингенскаго университета) въ № 2 журнала „Nachrichten der königl. Gesellschaft d. Wissenschaften“ (Geschäftliche Mitteilungen) за 1903 годъ.

# РЕЦЕНЗІИ.

**Дм. Ройтманъ.** — *Курсъ космографіи (Начальная астрономія).* — 8° Спб. 1904.—Ц. 1 р. 10 к.

Курсъ космографіи г. Ройтмана представляетъ собою довольно объемистую книгу (239 стр.) и предназначается, какъ то видно изъ предисловія, для реальныхъ училищъ, хотя авторъ, въ томъ же предисловіи, даетъ указанія и относительно примѣнимости его книги для гимназій.

По содержанію своему, книга г. Ройтмана раздѣляется на два существенно-различающіеся отдѣла. Часть первая содержитъ описаніе и изученіе механизма движеній (видимыхъ и истинныхъ) небесныхъ свѣтилъ съ попутнымъ разборомъ связанныхъ съ нимъ задачъ теоретическаго и практическаго характера (стр. 6—160); вторая часть заключаетъ описаніе небесныхъ свѣтилъ и вопросъ объ ихъ природѣ и происхожденіи.

Какъ первая, такъ и вторая части курса г. Ройтмана составлены достаточно полно и обстоятельно, иллюстрированы большимъ числомъ чертежей и рисунковъ (105, не считая удачной звѣздной карты сѣв. полушарія) и, если и вызываетъ иногда возраженія, то лишь со стороны порядка изложенія тѣхъ или иныхъ вопросовъ, или же со стороны языка. Примѣровъ недостатковъ второго вида мы приводить не будемъ, — слишкомъ это утомительно и неблагодарно: не найдется книги, въ которой при желаніи нельзя найти подобныхъ недостатковъ; но, чтобы не быть голословными въ отношеніи недостатковъ перваго изъ указанныхъ недостатковъ, укажемъ на слѣдующіе: намъ кажется неудобнымъ и нежелательнымъ изложеніе вопросовъ о рефракціи и суточномъ параллаксѣ послѣ разбора видимаго и истиннаго движеній звѣздъ, солнца и планетъ; точно также намъ казалось бы удобнѣе говорить объ опредѣленіи положенія небесныхъ свѣтилъ до объясненія видимаго движенія Солнца, а не послѣ, какъ дѣлаетъ г. Ройтманъ. Возраженіе, основанное на томъ, что для изложенія вопроса объ опредѣленіи склоненій и прямыхъ восхожденій необходимо знакомство съ явленіями аберраціи и прецессіи, конечно, не играетъ существенной роли, такъ какъ въ свое время могутъ быть сдѣланы необходимыя поправки, а между тѣмъ, разборъ этого вопроса въ указанномъ нами мѣстѣ курса облегчаетъ изложеніе многихъ отдѣловъ, хотя бы того же отдѣла объ истинномъ движеніи Солнца.

Надобно, впрочемъ, оговориться, что порядокъ изложенія, до нѣкоторой степени, является дѣломъ вкуса и, при наличности достоинствъ книги, не играетъ важной роли. Но о достоинствахъ —послѣ.

Что касается недостатковъ разбираемаго курса космографіи, то обращаетъ на себя вниманіе невыдержанность его въ одномъ отношеніи, а именно, въ отношеніи точности изложенія; иногда авторъ черезчуръ строгъ (напр., опредѣленіе звѣздныхъ сутокъ, на стр. 11), а иногда, наоборотъ, допускаетъ нѣсколько смѣлыя утвержденія (напр., опредѣленіе полуденной линіи, на стр. 10 и 20); во многихъ мѣстахъ авторъ доводитъ свою щепетильность до того, что не оставляетъ безъ указанія различныхъ мелкихъ обстоятельствъ, могущихъ быть пропущенными безъ ущерба для дѣла (напр., довольно подробное описаніе уровня и его примѣненія для установки инструментовъ). Кромѣ того, встрѣчаются и неправильности; напр., говоря о небесной сферѣ, какъ о „чисто геометрическомъ построеніи", г. Ройтманъ почему-то считаетъ радіусъ ея „неопредѣленно большимъ". Впрочемъ, недочетовъ подобнаго рода, повидимому, немного; по крайней мѣрѣ, при чтеніи книги они не бросаются въ глаза.

Во всякомъ случаѣ, немногочисленные недостатки курса космографіи г. Ройтмана вполнѣ искупаются достоинствами книги, которыя, повторяемъ, заключаются въ полнотѣ и обстоятельности, съ которыми авторъ излагаетъ предметъ. Нѣкоторые §§, на нашъ взглядъ, особенно удачны, напр., § 17 (о возмущеніяхъ и объ устойчивости солнечной системы), § 24 (астрономическій счетъ времени), § 26 (Опредѣленіе вида земли и картографія; здѣсь весьма удачно изложены свойства стереографической проекціи) и мн. др.; хорошо изложено явленіе прецессіи — камень преткновенія авторовъ почти всѣхъ учебниковъ космографіи.

Но что̀ является особенно цѣннымъ въ книгѣ г. Ройтмана, это—вниманіе, которое авторъ удѣляетъ взаимной связи явленій между собою, для чего иногда ему приходится дѣлать небольшія экскурсіи въ область исторіи науки и касаться такихъ вопросовъ, которые обыкновенно въ учебникахъ опускаются.

Все сказанное позволяетъ намъ высказать пожеланіе распространенія книги г. Ройтмана, дающей достаточно матеріала для класснаго изученія, а въ нѣкоторыхъ частяхъ, и для чтенія (въ послѣднемъ отношеніи особенно 2-ая часть).

Остается сказать о внѣшности изданія; но здѣсь не можетъ быть сдѣлано упрековъ: рисунки и чертежи отчетливы и удачно подобраны, шрифтъ и бумага—хороши. Ко всему этому и цѣна книги—умѣренная.

*В. А. Егуновъ.*

---

*Сборникъ геометрическихъ задачъ на вычисленіе. Часть I. Планиметрія.* Составилъ **П. Д. Смирновъ**, преподаватель женской гимназіи и кадетскаго корпуса. Владикавказъ. 1902. Цѣна 35 коп.

При составленіи этого сборника, какъ видно изъ предисловія, авторъ имѣлъ въ виду „облегчить преподавателямъ работу" по подбору систематически составленныхъ примѣровъ, „съ помощію которыхъ можно было бы закрѣпить въ памяти учащихся выводы и теоремы, которые разбираются на урокахъ".

Всѣхъ задачъ въ сборникѣ 573. Онѣ раздѣлены на четыре главы: глава I, связь между сторонами, высотами, периметромъ и діагоналями треугольниковъ и четыреугольниковъ (110 задачъ); глава II, вписанные и описанные четыреугольники и многоугольники (187 задачъ); глава III, площади фигуръ (243 задачи) и глава IV, окружность и кругъ съ ихъ частями (33 задачи).

Сборникъ состоитъ изъ ряда таблицъ съ тремя графами; въ 1-й графѣ указываются № задачи и необходимыя алгебраическія свѣдѣнія для рѣшенія ея; во 2-ой графѣ стоятъ буквенныя обозначенія и числовыя величины *данныхъ;* 3-я графа содержитъ буквенныя обозначенія и числовыя величины *искомыхъ.*

Каждая задача касается только одной какой-нибудь геометрической фигуры и даетъ матеріалъ лишь для механическихъ вычисленій, основанныхъ на формулахъ или теоремахъ геометріи.

Конечно, такого рода задачи, требуя постояннаго и многократнаго повторенія выводовъ геометріи, тѣмъ самымъ способствуютъ закрѣпленію ихъ въ памяти учащихся; но, вмѣстѣ съ тѣмъ, такія задачи не даютъ почти никакого матеріала для осмысленной самодѣятельности, необходимой какъ для общаго развитія учащихся, такъ и для развитія ихъ математическихъ способностей.

*Дм. Ефремовъ.*

(Иваново-Вознесенскъ).

---

# ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

**Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.**

**№ 436** (4 сер.). Исключить $x$ и $y$ изъ уравненій:

$$\sin x + \cos y = a, \quad \operatorname{tg} x + \cot y = b, \quad \sec x + \operatorname{cosec} y = c.$$

*Е. Григорьевъ* (Казань).

**№ 437** (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\left(\frac{a+b}{x} + \frac{a+x}{b} + \frac{b+x}{a} + 2\right)\left(\frac{x}{a+b} + \frac{b}{a+x} + \frac{a}{b+x} + \frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{2}.$$

*Е. Григорьевъ* (Казань).

**№ 438** (4 сер.). Изъ центра $O$ круга, описаннаго около даннаго треугольника $ABC$, опущены перпендикуляры $O\alpha$, $O\beta$, $O\gamma$ соотвѣтственно на стороны $BC$, $AC$, $AB$; затѣмъ построены параллелограммы $\alpha O\gamma M_2$, $\alpha O\beta M_3$, $\beta O\gamma M_1$. *) Выразить стороны и площадь треугольника $M_1M_2M_3$ черезъ элементы треугольника $ABC$.

*В. Тюнинъ* (Уфа).

**№ 439** (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^5 + 5ax^3 + 5a^2x + b = 0$$

и примѣнить общую формулу къ случаю, когда $a=2$, $b=31$. Предполагая, что числа $a$ и $b$ дѣйствительны, найти, какимъ необходимымъ и достаточнымъ условіямъ должны они удовлетворять для того, чтобы всѣ корни даннаго уравненія были также дѣйствительны.

*А. Колегаевъ* (Короча).

**№ 440** (4 сер.). Вычислить стороны прямоугольнаго треугольника и построить его по биссектору прямого угла и отрѣзку гипотенузы между биссекторомъ и медіаной.

*Л. Ямпольскій* (Braunschweig).

**№ 441** (4 сер.). Внѣ батареи $P$ токъ развѣтвляется между точками $A$ и $B$ на двѣ части, а именно $ACB$ сопротивленіемъ въ 1 омъ и $ADB$ въ 3 ома. Сопротивленія частей цѣпи $PA$ и $PB$ равны соотвѣтственно 1 и 2 омамъ. Электродвижущая сила батареи 2,5 вольта, а внутреннее ея сопротивленіе—10 омовъ. Опредѣлить силу тока въ разныхъ частяхъ цѣпи.

*М. Гербановскій* (Заимств.).

---

*) См. задач. № 343 (4 сер.).

# РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 356 (4 сер.). *Найти наибольшее значеніе, котораго можетъ достигнуть острый уголъ между медіанами, проведенными къ двумъ катетамъ прямоугольнаго треугольника.*

Называя черезъ $BM$ и $CN$ медіаны, проведенныя къ катетамъ $AC$ и $AB$ прямоугольнаго треугольника, черезъ $G$—точку встрѣчи медіанъ, черезъ $x$ уголъ $MGC$ и замѣчая, что площадь треугольника $BGC$ равна $\frac{1}{3}$ всего треугольника $ABC$, имѣемъ: *)

$$\sin x . a^2 \sqrt{\sin^2 B + \frac{1}{4}\cos^2 B}.\ \sqrt{\cos^2 B + \frac{1}{4}\sin^2 B}.\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{6}a^2 \sin B \cos B,$$

гдѣ $a$—длина гипотенузы и $B$—острый уголъ $ABC$. Поэтому

$$\operatorname{cosec}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{(4\sin^2 B + \cos^2 B)(4\cos^2 B + \sin^2 B)}{3\sin^2 B\cos^2 B} =$$

$$= \frac{(4\operatorname{tg}^2 B + 1)(\operatorname{tg}^2 B + 1)}{9\operatorname{tg}^2 B} = \frac{4\operatorname{tg}^2 B + 4 + 17\operatorname{tg}^2 B}{9\operatorname{tg}^2 B} = \frac{1}{9}\left[17 + 4\left(\operatorname{tg}^2 B + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 B}\right)\right] \quad (1).$$

Произведеніе положительныхъ величинъ $\operatorname{tg}^2 B$ и $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 B}$ остается постояннымъ; поэтому сумма ихъ $\operatorname{tg}^2 B + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 B}$, а вмѣстѣ съ тѣмъ, и $\operatorname{cosec}^2 x$ (см. 1)) достигаетъ minimum'а при условіи

$$\operatorname{tg}^2 B = \frac{1}{\mathrm{t}^2 B\mathrm{g}} \quad (2),$$

т. е. при $\operatorname{tg}^2 B = 1$, откуда $B = 45^0$. Итакъ, (см. (2)) въ равнобедренномъ прямоугольномъ треугольникѣ $\operatorname{cosec}^2 x$ достигаетъ minimum'а, а вмѣстѣ съ тѣмъ острый уголъ $x$ достигаетъ maximum'а. Наибольшее значеніе $\sin x$ находится изъ равенства (1) при $\operatorname{tg}^2 B = 1$; оно равно $\sqrt{1 : \frac{1}{9}(17 + 4 . 2)} = \frac{3}{5}$, откуда при помощи таблицъ получимъ, что наибольшее значеніе остраго угла между медіанами прямоугольнаго треугольника равно $36^0 52' 11''$.

*Л. Ямпольскій* (Braunschweig); *Н. С.* (Одесса); *Я. Дубновъ* (Вильна).

№ 358 (4 сер.). *Найти наименьшее цѣлое число, которое при дѣленіи на* n *даетъ въ остаткѣ* r, *при дѣленіи на* n+1 *даетъ остатокъ* r+1, *при дѣленіи на* n+2—*остатокъ* r+2 *и т. д., наконецъ, при дѣленіи на* n+m *даетъ остатокъ* r+m.

Въ этой *ариѳметической* задачѣ числа $n$, $r$ и искомое число предполагаются положительными; иначе выраженіе „найти *наименьшее* число", какъ это будетъ видно изъ хода рѣшенія, не имѣло бы смысла. Назовемъ искомое число черезъ $x$. Составимъ сумму $x + n - r$; такъ какъ, по условію, $x = ny + r$, гдѣ $y$—число цѣлое, то

$$x + n - r = ny + r + n - r = n(y + 1) \quad (1).$$

---

*) См. задача № 281 (4 сер.).

Точно также, по условію, $x=(n+k)y_k+r+k$ $(0<k\leqslant m)$, гдѣ $y_k$ — цѣлое число, откуда

$$x+n-r=(n+k)y_k+r+k+n-r=(n+k)(y_k+1) \qquad (2).$$

Изъ равенства (1) и ряда равенствъ (2) слѣдуетъ, что число $x+n-r$ кратно каждаго изъ чиселъ $n$, $n+1$, $n+2$ и т. д. $n+m$, а потому кратно ихъ наименьшаго кратнаго $\mu$, такъ что

$$x+n-r=t\mu,$$

гдѣ $t$—число цѣлое, откуда

$$x=t\mu-n+r \qquad (3).$$

Наоборотъ, изъ равенства $t\mu-n+r=t\mu-(n+k)+r+k$ видно, что при всякомъ цѣломъ $t$ формула (3) даетъ число, которое при дѣленіи на $n+k$ даетъ остатокъ $r+k$ $(m\geqslant k\geqslant 0)$. Слѣдовательно, наименьшее положительное значеніе $x$ отвѣчаетъ значенію $t=1$ (слѣдуетъ замѣтить, что $\mu>n$), такъ что

$$x=\mu-n+r \qquad (4).$$

Напримѣръ, полагая $n=4$, $m=2$, $r=2$, найдемъ по формулѣ (4), что наименьшее число, которое при дѣленіи на 4, 5, 6 даетъ соотвѣтственно остатки 2, 3, 4, есть $60-4+2=58$.

*Н. С.* (Одесса).

**№ 364** (4 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$(x-a)(x-2a)(x-3a)(x-4a)=b.$$

Раскрывая скобки въ лѣвой части, представимъ уравненіе въ видѣ:

$$x^4-10ax^3+35a^2x^2-50a^3x+24a^4=b \qquad (1).$$

Положимъ

$$x^2-5ax+6a^2=t \qquad (2),$$

откуда

$$t^2=(x^2-5ax+6a^2)^2=x^4-10ax^3+37a^2x^2-60a^3x+36a^4 \qquad (3).$$

Представивъ уравненіе (1) въ видѣ (см. (2), (3)):

$$x^4-10ax^3+37a^2x^2-60a^3x+36a^4-2a^2x^2+10a^3x-12a^4=$$

$$=(x^2-5ax+6a^2)^2-2a^2(x^2-5ax+6a^2)=b,$$

получимъ:

$$t^2-2a^2t=b,$$

откуда

$$t=a^2\pm\sqrt{a^4+b} \qquad (4).$$

Слѣдовательно, (см. (4)) уравненіе (2) принимаетъ видъ:

$$x^2-5ax+5a^2\mp\sqrt{a^4+b}=0,$$

откуда

$$x=\frac{5a\pm\sqrt{25a^2-4(5a^2\mp\sqrt{a^4+b})}}{2}=\frac{5a\pm\sqrt{5a^2\pm4\sqrt{a^4+b}}}{2}.$$

Къ подстановкѣ (1) можно прійти постепенно такимъ путемъ: положить раньше $x=y+\frac{5}{2}a$ (5) что приводитъ данное уравненіе къ виду

$$\left(y+\frac{3}{2}a\right)\left(y+\frac{a}{2}\right)\left(y-\frac{a}{2}\right)\left(y-\frac{3}{2}a\right)=\left(y^2-\frac{9a^4}{4}\right)\left(y^2-\frac{a^4}{4}\right)=b,$$

откуда видно, что выгодно принять за неизвѣстное $y^2 - \frac{a^4}{4}$; это же выраженіе (см. (5)) равно $x^2 - 5ay + 6a^2$.

*Л. Ямпольскій* (Braunschweig); *Н. Пѣтуховъ* (Екатеринбургъ); *Я. Дубновъ* (Вильно).

**№ 366** (4 сер.). *Въ полушаръ даннаго радіуса* R *вписать цилиндръ наибольшаго объема (подъ вписаннымъ въ полушаръ подразумѣвается такой цилиндръ, одна изъ окружностей основаній котораго лежитъ на кривой, а другая на плоской части поверхности полушара).*

Пусть $x$—радіусъ основанія, а $y$—высота искомаго цилиндра. Опустивъ изъ центра $O$ шара перпендикуляръ на плоскость верхняго основанія цилиндра, найдемъ, какъ извѣстно, что основаніе этого перпендикуляра пройдетъ черезъ центръ $O'$ верхняго основанія цилиндра. Поэтому взявъ какую-нибудь точку $A$ верхняго основанія цилиндра, имѣемъ:

$$\overline{O'A}^2 + \overline{O'O}^2 = \overline{OA}^2,$$

или

$$x^2 + y^2 = R^2 \qquad (1).$$

Объемъ $V$ искомаго цилиндра равенъ

$$V = \pi x^2 y \qquad (2).$$

Слѣдовательно, maximum $V$ будетъ достигнутъ одновременно съ maximum'омъ функціи $x^2y$, а также одновременно съ maximum'омъ функціи (см. (1)):

$$z = (x^2y)^2 = x^4y^2 = x^4(R^2 - x^2) = (x^2)^2(R^2 - x^2) \qquad (2).$$

Такъ какъ сумма выраженій $x^2$ и $(R^2 - x^2)$ (см. (2)) постоянна, то maximum $z$, а вмѣстѣ съ тѣмъ и $V$ будетъ достигнутъ, какъ извѣстно, при условіи:

$$\frac{x^2}{2} = \frac{R^2 - x^2}{1} \qquad (3).$$

откуда (см. (3), (1))

$$x = R\sqrt{\frac{2}{3}}, \quad y = R\sqrt{\frac{1}{3}}.$$

Итакъ, для построенія искомаго цилиндра достаточно провести плоскость, параллельную основанію полушара, въ разстояніи $R\sqrt{\frac{1}{3}}$ отъ нея и принять параллельное сѣченіе за верхнее основаніе цилиндра, а разстояніе между плоскостями сѣченія и основанія полушара за высоту.

*А. Колегаевъ* (Короча); *В. Винокуровъ* (Москва); *Я. Дубновъ* (Вильна).

## Поправки.

Въ задачѣ № 360 въ № 349 „Вѣстника“ въ началѣ условія надо читать „квадраты сторонъ $AB$ и $AC$“ вмѣсто „.... $AB$ и $BC$“.

Въ рецензію книги Mach'а, напечатанную въ № 358, вкралась искажающая смыслъ опечатка: на страницѣ 235 (строки 18—17 снизу) напечатано *движеніе*—должно быть *давленіе*.

**Редакторы: В. А. Циммерманъ и В. Ф. Каганъ.** Издатель **В. А. Гернетъ.**

Дозволено цензурою, Одесса 4-го Февраля 1904 г.

**Типографія** Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1904 ГОДЪ НА ЖУРНАЛЪ

VI г. изд. **Новый Міръ** VI г. изд.

# Новый Міръ

**Иллюстрированный вѣстникъ современной жизни, политики, литературы, науки, искусства прикладныхъ знаній, съ преміями и приложеніями,**

Изданіе Товарищества **М. О. Вольфъ.** — Общая редакція **П. М. Ольхина.**

Въ теченіе года каждый подписчикъ „НОВАГО МІРА" получаетъ съ доставкой и пересылко

**слѣдующія изданія и преміи къ нимъ:**

**НОВЫЙ МІРЪ** богато иллюстрированный литературно-художественный журналъ, въ форматѣ лучшихъ европейскихъ иллюстрацій, заключающій въ себѣ: беллетристику, поэзію, исторію, критику и статьи по всѣмъ отраслямъ знаній. Всего въ годъ 24 №№

**ЖИВОПИСНАЯ РОССІЯ** иллюстрированный вѣстникъ отчизновѣдѣнія, исторіи, культуры, государственной, общественной и экономической жизни Россіи. Въ годъ 24 №№

**ЛИТЕРАТУРНЫЙ КУРЬЕРЪ** обзоръ событій и явленій въ русскомъ и иностранномъ литературномъ мірѣ, составляющій, вмѣстѣ со „Всемірной Лѣтописью", составную часть нумера „Новаго Міра",—24 №№

**ВСЕМІРНАЯ ЛѢТОПИСЬ** иллюстрированный обзоръ текущей жизни — политической, общественной и художественной — 24 №№

**ВРЕМЕННИКЪ** Живописной Россіи — обзоръ текущей русской жизни, представляющій собою газету-лѣтопись,—24 №№

**МОЗАИКА** иллюстрированный журналъ срикладныхъ знаній и новѣйшихъ изобрѣтеній, съ хроникой самообразованія и пправочнымъ отдѣломъ,—24 №№

Изданія, преміи и приложенія, которыя получать въ 1904 году гг. подписчики „НОВАГО МІРА" уплачивая по **2** РУБЛЯ въ теченіи семи мѣсяцевъ

**ЛИТЕРАТУРНЫЕ ВЕЧЕРА** въ колич. 2 книж., въ составъ которыхъ войдутъ

**20 романовъ въ 24 томахъ**

русскихъ и иностранныхъ беллетристовъ. Серія эта будетъ заключать въ себѣ исторические, бытовые и социальные романы.

БИБЛІОТЕКА

**РУССКИХЪ и ИНОСТРАННЫХЪ ПИСАТЕЛЕЙ**

въ 24 книгахъ, въ составъ которыхъ войдутъ:

**СОЧИНЕНІЯ ЛЕССИНГА**

въ 10 томахъ, въ переводѣ русскихъ писателей, подъ редакціей **П. Н. Полевого**, с портретомъ и біографіей Лессинга.

ПОЛНОЕ СОБРАНІЕ

**ПОСЛОВИЦЪ РУССКАГО НАРОДА,**

поговорокъ, реченій, присловій, частоговорокъ, прибаутокъ, загадокъ, повѣрі и пр. Капитальный трудъ **В. И. Даля** в 8-ми томахъ.

**ЭНЦИКЛОПЕДІЯ ОСТРОУМІЯ**

собраніе перловъ всемірнаго остроумія в 2-хъ томахъ, составленное **В. Поповымъ.**

Независимо отъ всего вышеперечисленнаго, всѣ подписчики получатъ еще:

Великолѣпное художественное, историч. изданіе:

**ЦАРЬ ІОАННЪ ГРОЗНЫЙ**

его царствованіе, его дѣянія, его жизнь, современники и дѣятели въ портретахъ, гравюрахъ, живописи, скульптурѣ, памятникахъ зодчества и пр. и пр. (около 300 иллюстрацій), подъ редакціей **Н. Б. Головина.**

Особую, цѣнную, роскошную премію:

**17 ГЕЛІОГРАВЮРЪ**

съ картинъ всемірно-извѣстныхъ художниковъ, исполненныхъ въ Лондонѣ въ художественномъ ательe Rembrand Printing Co, которыя могутъ служить для украшенія стѣнъ и для большого настольнаго кипсека или альбома.

Годовая подписная цѣна „Новаго Міра" на *веленевой* бумагѣ на 1904 г. со всѣми вышеобъявленными преміями и прилож., съ доставкою и пересылкою. **14 руб.**

Годовые подписчики, уплачивающіе сразу всю подписную сумму, получаютъ всѣ 17 геліогравюръ при самой подпискѣ.

Допускается льготная разсрочка платежа по 2 р. въ мѣс., или же, по желанію, отъ 2 р. при подпискѣ и отъ 1 р. въ мѣсяцъ, до полной уплаты всей подписной суммы. **2 руб**

Печатается ограниченное количество экземпляровъ журнала на лучшей *слоновой* бумагѣ. Подписн. цѣна такого изданія, съ указанными выше преміями и приложеніями **18 р.**

Подписка на „**Новый Міръ**" принимается въ книжныхъ магазинахъ Товарищества М. О. ВОЛЬФЪ: въ С.-Петербургѣ, Гостиный Дворъ, 18, и въ Москвѣ, Кузнецкій Мостъ, 12, домъ Джамгаровыхъ, а также въ редакціи журнала: С.-Петербургъ, Вас. Остр., 16 л., 5—7, с. д.