Обложка
ищется

Обложка
ищется

XXVII Сем. № 7.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

15 Апрѣля № 319. 1902 г.

XI съѣздъ

Русскихъ Естествоиспытателей и Врачей.

Русская Ассоціація Естествоиспытателей и Врачей.

Членамъ происходившаго недавно XI Съѣзда Русскихъ Естествоиспытателей и Врачей было доложено о настоящемъ положеніи дѣла по утвержденію устава „Русской Ассоціаціи Естествоиспытателей и Врачей".

Знакомя ниже читателей „Вѣстника" съ содержаніемъ проэкта этого устава, считаемъ нелишнимъ напомнить вкратцѣ исторію возникновенія и развитія мысли объ учрежденіи „Русской Ассоціаціи".

Организаціей съѣздовъ естествоиспытателей въ Россіи, которой мы обязаны проф. К. Ѳ. Кесслеру, имѣлось въ виду дать людямъ науки возможность широкаго обмѣна мыслей, содѣйствовать объединенію разрозненныхъ силъ для совмѣстной работы и, наконецъ, содѣйствовать выясненію нуждъ и потребностей дѣла естествознанія въ Россіи.

Но даже первые съѣзды показали, что, при своей кратковременности и случайности, они не въ состояніи дать всего того, чего отъ нихъ ожидали; въ виду этого и возникла мысль о созданіи органа, который, съ одной стороны, служилъ бы въ качествѣ связующаго звена между разрозненными съѣздами, а съ другой стороны, былъ бы исполнительнымъ органомъ постановленій съѣздовъ.

Первые шаги для осуществленія этой мысли были сдѣланы на VIII съѣздѣ Естествоиспытателей и Врачей; профессора Н. П. Вагнеръ и И. И. Боргманъ вошли тогда съ предложеніемъ объ учрежденіи „Постояннаго Комитета съѣздовъ", а проф. А. П. Богдановъ — объ учрежденіи „Русской Ассоціаціи для развитія наукъ".

Вслѣдствіе неутвержденія г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія „Постояннаго Комитета съѣздовъ", была образована при IX съѣздѣ, бывшемъ въ Москвѣ въ 1894 г., особая коммиссія для обсужденія предложенія проф. А. П. Богданова и для выработки устава „Русской Ассоціаціи", проэктъ коего и былъ представленъ графу Делянову въ 1895 году.

Въ теченіе трехъ лѣтъ не было никакихъ свѣдѣній о положеніи этого дѣла. Лишь въ 1898 году Министръ Народнаго Просвѣщенія Боголѣповъ далъ ему ходъ, а въ іюнѣ минувшаго года было получено проф. Н. А. Меншуткинымъ извѣщеніе о томъ, что со стороны Министерства Народнаго Просвѣщенія, по соглашенію съ Министерствомъ Внутреннихъ Дѣлъ, не встрѣтится препятствій къ утвержденію проэкта устава „Русской Ассоціаціи", если въ немъ будутъ сдѣланы предложенныя измѣненія. Распорядительный Комитетъ послѣдняго Съѣзда передалъ вопросъ объ измѣненіяхъ въ уставѣ на заключеніе секцій Съѣзда съ просьбой представить свои рѣшенія ко второму Общему Собранію Съѣзда.

Вотъ въ какомъ положеніи находился вопросъ объ утвержденіи устава „Русской Ассоціаціи Естествоиспытателей и Врачей" къ началу послѣдняго XI Съѣзда.

Ознакомимся теперь въ общихъ чертахъ съ проэктомъ устава.

Ассоціація учреждается въ видахъ обезпеченія будущности русскихъ естественно научныхъ съѣздовъ. Не посягая на дѣятельность другихъ ученыхъ обществъ, Ассоціація ставитъ себѣ задачей путемъ періодическихъ съѣздовъ способствовать сношенію между собою лицъ, занимающихся естествознаніемъ; возбуждать въ обществѣ интересъ къ научнымъ вопросамъ; привлекать къ научнымъ занятіямъ возможно большее количество силъ; способствовать болѣе систематическому направленію научныхъ изслѣдованій и возможно болѣе широкому изученію Россіи въ естественно-историческомъ отношеніи; облегчать научныя изслѣдованія и помогать изданію научныхъ трудовъ; учреждать преміи и медали и присуждать ихъ за работы по естествознанію.

Ассоціація состоитъ изъ членовъ почетныхъ, дѣйствительныхъ (съ ежегоднымъ взносомъ въ 3 рубля) и соревнователей.

Въ члены принимаются преподаватели высшихъ и среднихъ учебныхъ заведенiй и лица, заявившiя себя учеными трудами.

Администрацiя Ассоцiацiи состоитъ изъ: 1) Совѣта Ассоцiацiи, 2) Правленiя Ассоцiацiи и 3) Мѣстнаго Комитета.

Совѣтъ Ассоцiацiи стоитъ во главѣ ея и завѣдуетъ текущими дѣлами. Отъ него исходитъ инцiатива и ему принадлежитъ рѣшенiе всѣхъ текущихъ дѣлъ Ассоцiацiи. Совѣтъ функцiонируетъ во время съѣздовъ. Онъ состоитъ изъ президентовъ бывшихъ съѣздовъ, изъ завѣдывавшихъ секцiями и подсекцiями предшествовавшаго съѣзда, изъ членовъ Правленiя Ассоцiацiи и изъ избранныхъ дѣйствительныхъ членовъ, по два отъ секцiи. Предсѣдателемъ Совѣта состоитъ президентъ текущаго съѣзда.

Совѣтъ утверждаетъ программы занятiй съѣзда и общихъ собранiй, сносится съ подлежащими учрежденiями, избираетъ почетныхъ членовъ, членовъ соревнователей и членовъ Правленiя Ассоцiацiи и управляетъ финансовыми дѣлами Ассоцiацiи. Для провѣрки денежныхъ отчетовъ избирается Общимъ Собранiемъ Съѣзда ревизiонная коммиссiя, представляющая свое заключенiе Общему Собранiю.

Правленiе Ассоцiацiи избирается Совѣтомъ текущаго съѣзда изъ числа Членовъ Ассоцiацiи, имѣющихъ пребыванiе въ Петербургѣ, на срокъ отъ одного съѣзда до другого. Въ промежуткѣ между съѣздами оно исполняетъ тѣ же функцiи, что и Совѣтъ (функцiонирующiй только во время съѣздовъ), на основанiи инструкцiи послѣдняго. На обязанности Правленiя лежитъ приведенiе въ исполненiе постановленiй Ассоцiацiи, веденiе списковъ членовъ, печатанiе трудовъ съѣздовъ и Ассоцiацiи и распоряженiе имуществомъ и средствами Ассоцiацiи.

Мѣстный Комитетъ состоитъ изъ членовъ физико-математическаго и медицинскаго факультетовъ, а въ неуниверситетскихъ городахъ—изъ лицъ, принадлежащихъ къ мѣстнымъ ученымъ обществамъ и учрежденiямъ. Онъ функцiонируетъ въ томъ городѣ, гдѣ имѣетъ собраться ближайшiй съѣздъ.

Мѣстный Комитетъ приготовляетъ программы занятiй ближайшаго съѣзда по секцiямъ и программы общихъ собранiй, избираетъ завѣдующихъ секцiями и подсекцiями, принимаетъ на себя работу по устройству во время съѣзда экскурсiй, выставокъ и т. д. и, вообще, принимаетъ всѣ мѣры къ обезпеченiю удобствъ членамъ съѣзда.

Во время съѣзда функцiи Мѣстнаго Комитета передаются Совѣту Ассоцiацiи.

Члены Ассоцiацiи собираются разъ въ 2 или 3 года въ одномъ изъ городовъ Россiи, и съѣздъ длится не болѣе 10 дней. Членами съѣзда могутъ быть, кромѣ членовъ Ассоцiацiи, и постороннiя лица, внесшiя 5 рублей.

Собранiя съѣздовъ бываютъ общiя и по секцiямъ. На общихъ собранiяхъ дѣлаются сообщенiя, имѣющiя общiй научный интересъ, рѣшаются вопросы, касающіеся задачъ Ассоціаціи, и производятся выборы президента будущаго съѣзда и вице-президента текущаго.

Собранія секцій распадаются по слѣдующимъ одиннадцати группамъ наукъ:

1) Математика, механика и астрономія; 2) физика съ метеорологіей и геофизикой; 3) химія; 4) минералогія, геологія и палеонтологія; 5) ботаника; 6) зоологія и сравнительная анатомія; 7) анатомія и физіологія; 8) географія и антропологія; 9) научная агрономія; 10) экспериментальная медицина и 11) гигіена.

По мѣрѣ надобности могутъ быть открыты новыя секціи и подсекціи.

Средства Ассоціаціи составляются изъ членскихъ взносовъ, пожертвованій и доходовъ отъ изданій, лекцій и проч. Капиталы Ассоціаціи дѣлятся на основной и оборотный. Расходы изъ основного капитала производятся по постановленію двухъ третей членовъ Совѣта и по утвержденію Общимъ Собраніемъ Ассоціаціи.

Изданія Ассоціаціи заключаются въ дневникѣ и трудахъ съѣзда, выдаваемыхъ всѣмъ членамъ безплатно и поступающихъ въ продажу по цѣнѣ, назначаемой Правленіемъ.

Предложеніе объ измѣненіи устава Ассоціаціи должно исходить не менѣе, какъ отъ 10 членовъ и, по одобренію Совѣтомъ, вносится въ Общее Собраніе.

Таково въ общихъ чертахъ содержаніе устава Ассоціаціи.

Измѣненія, предложенныя Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія, касаются, во-первыхъ, самаго названія „Ассоціація" и, во-вторыхъ, отношеній Ассоціаціи къ органамъ Государственнаго Управленія. Министерство предлагаетъ назвать проэктируемое учрежденіе не „Ассоціаціей", а „Обществомъ", и устанавливаетъ болѣе тѣсную зависимость между органами министерства и проэктируемымъ учрежденіемъ.

На второмъ общемъ собраніи минувшаго Съѣзда постановлено ходатайствовать о сохраненіи названія „Ассоціація" или, въ крайнемъ случаѣ, о замѣнѣ его словомъ „Союзъ", въ виду того, что проэктируемое учрежденіе имѣетъ болѣе общій характеръ чѣмъ отдѣльныя общества, которыя войдутъ въ его составъ; при этомъ были представлены и соотвѣтствующія указаніямъ Министерства измѣненія нѣкоторыхъ пунктовъ.

Въ такомъ положеніи находится въ настоящее время вопросъ объ утвержденіи устава Ассоціаціи.

Пожелаемъ проэктируемому учрежденію скорѣйшаго осуществленія на благо и преуспѣяніе естествознанія въ Россіи.

Этюды по основаніямъ геометріи.

Измѣреніе объемовъ многогранниковъ.

С. Шатуновскаго въ Одессѣ.

*(Продолженіе *).*

Перейдемъ теперь къ доказательству общей теоремы.

Теорема. *При всякомъ разложеніи пирамиды на пирамиды инваріантъ разлагаемой пирамиды равенъ суммѣ инваріантовъ составляющихъ пирамидъ.*

Пусть ABCD будетъ разлагаемая пирамида, P_1, P_2, ... P_m, ... P_k — составляющія пирамиды. Проектируемъ каждую изъ пирамидъ P_1, P_2, ... P_m, ... P_k изъ центра A на плоскость BCD. Центръ проекцій A находится внѣ каждой изъ тѣхъ пирамидъ P_1, P_2, P_m, ..., P_k, для которой онъ не служитъ вершиной. Всѣ проектирующіе лучи встрѣчаютъ плоскость BCD или внутри треугольника BCD, или на его сторонахъ, ибо вершины пирамидъ P_1, P_2, ... P_k либо лежатъ *внутри* пирамиды ABCD, либо на ея граняхъ. Проекціи пирамидъ P_1, P_2, ..., P_m, ... P_k будутъ вообще налагаться другъ на друга и дадутъ разложеніе треугольника BCD на многоугольники. Разлагая каждый изъ этихъ многоугольниковъ на треугольники q_1, q_2, ... q_2, ..., q_r, ..., мы, вмѣстѣ съ тѣмъ, вообще говоря, будемъ разлагать на составляющіе треугольники и тѣ треугольники, которые составляютъ проекціи пирамидъ P_1, P_2, ... P_m, ... P_k. Такимъ образомъ проекція каждой изъ пирамидъ P_1, P_2, ..., P_m, ... P_k будетъ разложена на треугольники q_1, q_2 ... Если теперь построимъ рядъ пирамидъ Oq_1, Oq_2, ... Oq_r, ... Oq_s, то получимъ разложеніе каждой пирамиды P_1, P_2, ... P_m, ... P_n на составляющія пирамиды способомъ проектированія пирамидъ P_1, P_2, ..., P_m, ... изъ центра A на плоскость BCD. Допустимъ, что вообще пирамида P_m разложилась на составляющія пирамиды $\overset{(1)}{p_m}$, $\overset{(2)}{p_m}$, ... $\overset{(n_m)}{p_m}$.

Въ виду вышеуказаннаго положенія центра проэкціи A и плоскости проекцій BCD, будемъ имѣть

$$J(P_m)=J\left(\overset{(1)}{p_m}\right)+J\left(\overset{(2)}{p_m}\right)+\ldots+J\left(\overset{(n_m)}{p_m}\right).$$

Давая въ этомъ равенствѣ m значенія 1, 2, ... k и складывая полученныя равенства, можемъ кратко записать результатъ такъ:

$$\Sigma J(P_m)=\Sigma J\left(\overset{(t)}{p_m}\right)\begin{pmatrix}m=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ k\\ t=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n_m\end{pmatrix}.$$

---

*) См. № 317 „Вѣстника“.

Обратимъ теперь вниманіе на то, что каждая изъ пирамидъ Oq_r $(r = 1, 2, \dots s)$ выдѣляетъ изъ нѣкоторыхъ изъ пирамидъ $P_1, P_2, \dots P_m, \dots, P_k$ пирамиды

$$p_r^{(l_1)},\ p_r^{(l_2)}, \dots,\ p_r^{(l_r)}\ ,$$

причемъ вершины всѣхъ этихъ пирамидъ $p_r^{(l_1)}, p_r^{(l_2)}, \dots$ лежатъ исключительно на ребрахъ пирамиды Oq_r, исходящихъ изъ вершины O. Такимъ образомъ, система пирамидъ

$$p_r^{(l_1)},\ p_r^{(l_2)}, \dots\ p_r^{(l_r)}$$

составляетъ разложеніе пирамиды Oq_r на составляющія пирамиды по второму способу.

Отсюда слѣдуетъ, что къ разложенію пирамиды ABCD на составляющія пирамиды

$$p_m^{(t)} \begin{pmatrix} m = 1, 2, 3, \dots k \\ t = 1, 2, \dots n_m \end{pmatrix},$$

къ которому мы пришли путемъ проэктированія, можно придти также по третьему способу, т. е., разлагая основаніе BCD на треугольники $q_1, q_2, \dots q_s$, построивъ пирамиды $Oq_1, Oq_2, \dots Oq_s$ и разложивъ каждую изъ этихъ пирамидъ на пирамиды, коихъ вершины лежатъ исключительно на ребрахъ разлагаемой пирамиды, исходящихъ изъ вершины O. Отсюда слѣдуетъ, что

$$J(ABCD) = \Sigma J\left(p_n^{(t)}\right) \begin{pmatrix} m = 1, 2, 3, \dots, k \\ t = 1, 2, 3, \dots n_m \end{pmatrix}.$$

Изъ послѣднихъ двухъ равенствъ имѣемъ

$$J(ABCD) = \Sigma J(P_m), \quad (m = 1, 2, \dots k)$$

что и требовалось доказать.

Теорема. *Если многогранникъ Q будемъ разлагать различными способами на составляющія пирамиды, то сумма инваріантовъ пирамидъ при каждомъ способѣ разложенія будетъ величина постоянная.*

Пусть по одному способу многогранникъ Q разложенъ на пирамиды $Q_1, Q_2, \dots$, по другому способу многогранникъ Q разложенъ на пирамиды $q_1, q_2, \dots$ Построимъ такую пирамиду P, чтобы многогранникъ Q былъ ея частью. Разложимъ опредѣленнымъ способомъ на пирамиды $p_1, p_2, \dots$ многогранникъ, ограниченный поверхностью многогранника Q и поверхностью пирамиды P. Мы будемъ имѣть два разложенія:

$$1)\ Q_1, Q_2, \dots, p_1, p_2, \dots$$

$$2)\ q_1, q_2, \dots, p_1, p_2, \dots$$

пирамиды P на составляющія пирамиды и, по доказанному,

$$J(P) = J(Q_1) + J(Q_2) + \dots + J(p_1) + J(p_2) + \dots$$

$$J(P) = J(q_1) + J(q_2) + \dots + J(p_1) + J(p_2) + \dots,$$

откуда слѣдуетъ, что

$$J(Q_1) + J(Q_2) + \dots = J(q_1) + J(q_2) + \dots,$$

что и требовалось доказать.

Мы будемъ называть инваріантомъ многогранника Q сумму инваріантовъ пирамидъ, на которыя разлагается по какому либо способу многогранникъ Q.

Теорема. *Какъ бы мы ни разлагали многогранникъ Q на составляющіе многогранники Q_1, Q_2, ..., инваріантъ Q будетъ равенъ суммѣ инваріантовъ составляющихъ многогранниковъ.*

Разложимъ:

Q_1 на пирамиды q_1, r_1, s_1, ...

Q_2 на пирамиды q_2, r_2, s_2, ...

и т. д.

При этомъ многогранникъ Q разложится на пирамиды

$$q_1,\ r_1,\ s_1, \dots,\ q_2,\ r_2,\ s_2, \dots$$

Такимъ образомъ получимъ

$$J(Q_1) = J(q_1) + J(r_1) + J(s_1) + \dots$$

$$J(Q_2) = J(q_2) + J(r_2) + J(s_2) + \dots$$

и т. д.

Складывая эти равенства, получимъ

$$J(Q_1) + J(Q_2) + \dots = J(Q),$$

что и требовалось доказать.

Легко также видѣть, что инваріанты двухъ многогранниковъ, составленныхъ изъ соотвѣтственно конгруэнтныхъ частей, равны и что инваріантъ цѣлаго многогранника Q больше инваріанта многогранника Q_1, составляющаго часть многогранника Q, если только постоянная μ есть положительное число, а Q и Q_1 дѣйствительно суть тѣла. Въ послѣдующемъ то и другое всегда будетъ предполагаться.

Разложеніе многогранника M на нѣкоторое число m многогранниковъ и составленіе новаго многогранника M_1 изъ всѣхъ этихъ частей, мы будемъ называть преобразованіемъ многогранника M. Если $m=1$, то многогранникъ M_1 есть не что иное, какъ многогранникъ M. Изъ предыдущаго слѣдуетъ, что

$$J(M) = J(M_1),$$

Пусть M_1 и M_2 будутъ два многогранника, полученные отъ какихъ-либо двухъ преобразованій многогранника M. Пусть N_1 и N_2 два многогранника, полученные отъ какихъ либо двухъ преобразованій многогранника N. Легко доказать слѣдующую теорему:

Теорема. *Если многогранники M_1 и N_1 конгруэнтны, то изъ двухъ многогранниковъ M_2 и N_2 ни одинъ не можетъ составить части другого. Если же N_1 можетъ составить часть M_1, то многогранники M_2 и N_2 не конгруэнтны и M_2 не можетъ составить части N_2.*

Доказательство. Имѣемъ очевидно

$$J(M) = J(M_1) = J(M_2)$$

$$J(N) = J(N_1) = J(N_2).$$

Если многогранники M_1 и N_1 конгруэнтны, то $J(M_1) = J(N_1)$, а потому

$$J(M_2) = J(N_2),$$

слѣдовательно, M_2 не можетъ составить части N_2 и N_2 не можетъ составить части M_2, ибо инваріантъ цѣлаго не равенъ инваріанту части.

Чтобы убѣдиться въ справедливости второй половины теоремы, слѣдуетъ только замѣтить, что, если N_1 можетъ составить часть M_1, то $J(M_1) > J(N_1)$, и, слѣдовательно,

$$J(M_2) > J(N_2)$$

но, въ такомъ случаѣ, M_2 и N_2 не конгруэнтны, и M_2 не можетъ составить части N_2, такъ какъ, допуская противное, нашли бы, что

$$J(M_2) \leqslant J(N_2),$$

а это противорѣчитъ предыдущему неравенству.

Возвратимся теперь къ тѣмъ опредѣленіямъ понятій о *равномъ*, *большемъ* и *меньшемъ*, которыя явно даются или неявно подразумѣваются въ обычномъ изложеніи теоріи объемовъ. Мы можемъ формулировать эти опредѣленія такъ:

I. Многогранники M и N имѣютъ равные объемы, если путемъ преобразованій можно изъ M и N получить соотвѣтственно два конгруэнтныхъ многогранника M_1 и N_1.

II. Объемъ $M >$ объема N, если, преобразовывая M и N, можно соотвѣтственно получить два такихъ многогранника M_1 и N_1, чтобы второй могъ составить часть перваго.

III. Объемъ $M <$ объема N, если, преобразовывая M и N, можно получить соотвѣтственно два такихъ многогранника M_1 и N_1, чтобы первый могъ быть сдѣланъ частью второго.

Изъ послѣдней теоремы вытекаетъ, что эти опредѣленія, какъ не противорѣчащія общимъ опредѣленіямъ понятій о равномъ, большемъ и меньшемъ, допустимы, т. е., не можетъ оказаться, чтобы, имѣя два опредѣленныхъ многогранника M и N, мы, въ силу нашихъ опредѣленій, вынуждены были бы принять одновременное существованіе двухъ изъ трехъ соотношеній:

$$\text{об. } M = \text{об. } N; \quad \text{об. } M > \text{об. } N; \quad \text{об. } M < \text{об. } N,$$

что случилось бы, напримѣръ, если бы при одномъ преобразованіи мы получили два конгруэнтныхъ многогранника M_1, N_1, а при другомъ преобразованіи пришли бы къ двумъ многогранникамъ M_2 и N_2, изъ коихъ одинъ могъ-бы составить часть другого.

Опредѣленія I—III удовлетворяютъ такимъ образомъ требованію, чтобы существовала дизъюнкція понятій: „равно", „больше" и „меньше"; однако, дизъюнкція эта *не полная*, то есть, возможны два многогранника M и N такого свойства, что, какъ бы мы ни преобразовывали каждый изъ нихъ, мы будемъ получать соотвѣтственно только такіе многогранники M_1 и N_1, которые не могутъ быть приведены ни въ совпаденіе, ни въ такое положеніе, при которомъ одинъ будетъ частью другого. Къ такимъ двумъ многогранникамъ M и N опредѣленія I—III непримѣнимы. Въ силу этихъ опредѣленій объемъ M не равенъ, не больше и не меньше объема N.

Обычная теорія объемовъ дополняетъ поэтому опредѣленіе о равныхъ объемахъ еще слѣдующимъ:

IV. Если изъ двухъ конгруэнтныхъ многогранниковъ P и Q первый разложенъ на два: M и m, второй также на два: N и n, и если многогранники m и n конгруэнтны, то объемы многогранниковъ M и N равны. (На этомъ опредѣленіи основано доказательство теоремы о приведеніи объема наклонной призмы къ объему прямой призмы).

Но такъ какъ и при наличности этого новаго опредѣленія все еще не устанавливается полная дизъюнкція понятій „равно", „больше" и „меньше" въ отношеніи объемовъ, то прибѣгаютъ и къ пятому опредѣленію равныхъ объемовъ, основанному на понятіи о предѣлѣ, причемъ не доказываютъ ни того, что эти новыя опредѣленія не противорѣчатъ другъ другу, ни того, что они не противорѣчатъ предыдущимъ опредѣленіямъ. (На послѣднемъ опредѣленіи основано доказательство основной теоремы въ теоріи объемовъ пирамидъ).

Мы не станемъ здѣсь заниматься вопросомъ о совмѣстимости этихъ опредѣленій, такъ какъ доказанныя нами выше теоремы даютъ возможность установить въ отношеніи объемовъ такія опредѣленія понятій „равно", „больше" и „меньше", которыя дѣлаютъ понятіе „объемъ" величиной въ томъ смыслѣ, какъ это было указано въ началѣ этой статьи.

Для лучшаго согласованія съ обычной теоріей объемовъ выберемъ сначала значеніе постояннаго произвольнаго множителя μ, входящаго въ выраженіе инваріанта J(M) каждаго многогранника M подъ условіемъ, чтобы инваріантъ куба, каждое ребро котораго равно единицѣ, былъ равенъ единицѣ. Діагональная плоскость этого куба разлагаетъ его на двѣ треугольныя призмы, изъ коихъ каждая разлагается обычнымъ пріемомъ на три пирамиды съ инваріантами равными $\frac{1}{2}\mu$. Инваріантъ нашего куба равенъ поэтому 3μ. Этотъ инваріантъ будетъ равенъ единицѣ, если возмемъ $\mu = \frac{1}{3}$.

Предполагая отнынѣ $\mu = \frac{1}{3}$, имѣемъ:

$$\text{Инваріантъ пирамиды} = \frac{1}{3} hA$$

гдѣ h—высота, A—площадь основанія пирамиды. Затѣмъ обычнымъ пріемомъ докажемъ слѣдующія положенія:

$$\text{Инваріантъ многоугольной пирамиды} = \frac{1}{3} hA$$

$$\text{Инваріантъ усѣченной пирамиды} = \frac{1}{3} h(A+B+\sqrt{AB})$$

$$\text{Инваріантъ призмы} = hA \text{ и т. д.,}$$

гдѣ h высоты, A и B—площади основаній разсматриваемыхъ многогранниковъ.

Теперь дадимъ такія опредѣленія:

α) Об. M=об. N, если J(M)=J(N)

β) Об. M>об. N, если J(M)>J(N)

γ) Об. M<об. N, если J(M)<J(N)

δ) Числовымъ выраженіемъ объема многогранника будемъ считать числовое значеніе его инваріанта.

Тремя первыми опредѣленіями, на основаніи доказанныхъ выше теоремъ, устанавливается дизъюнкціи и притомъ *полная* дизъюнкція понятій „равно“, „больше“ и „меньше“ относительно объемовъ многогранниковъ, ибо инваріанты многогранниковъ всегда могутъ быть найдены (путемъ разложенія на составляющія пирамиды) и сравнены. Не трудно убѣдиться и въ томъ, что при этихъ опредѣленіяхъ удовлетворены всѣ общія, указанныя въ началѣ статьи, требованія относительно понятій „равно“, „больше„ и „меньше“, т. е., что

Об. M=об. M.

Если об. M=об. N, то об. N=об. N.

Если об. M=об. N и об. N=об. P, то об. M=об. P.

Если об. M>об. N и об. N>об. P, то об. M>об. P.

Если об. M<об. N и об. N<об. P, то об. M<об. P.

При этихъ-же опредѣленіяхъ объемы конгруэнтныхъ многогранниковъ будутъ равны; объемъ многогранника, не сводящагося къ плоской фигурѣ, не равенъ нулю; объемъ цѣлаго больше объема части, объемъ суммы многогранниковъ равенъ суммѣ ихъ объемовъ и, въ силу опредѣленія δ), числовыя выраженія объемовъ многогранниковъ совпадаютъ съ тѣми, которыя даются обычной теоріей. Отсюда выводимъ, какъ слѣдствіе:

Теорія объемовъ многогранниковъ не нуждается въ понятіи о предѣлѣ.

Послѣднее положеніе требуетъ однако оговорки: Изложенными выше соображеніями доказывается, что изучаемый нами *объемъ* (т. е., многообразіе, элементами котораго служатъ геометрическія мѣста точекъ, расположенныхъ внутри всевозможныхъ многогранниковъ) *можетъ быть разсматриваемъ, какъ величина.*

Къ каждому элементу этого многообразія (т. е., къ каждой совокупности точекъ, лежащихъ внутри опредѣленнаго многогранника) можетъ быть отнесено опредѣленное число (инваріантъ многогранника), причемъ число нуль не отнесено ни къ одному многограннику, не сводящемуся къ плоской фигурѣ; конгруэнтнымъ многогранникамъ соотвѣтствуютъ равныя числа, а число, соотвѣтствующее цѣлому многограннику, равно суммѣ чиселъ, соотвѣтствующихъ его частямъ (если эти части суть многогранники).

Къ теоріи предѣловъ необходимо было бы прибѣгнуть къ для доказательства слѣдующей теоремы:

Инваріанты многогранниковъ, взятыя при $\mu = \frac{1}{3}$, суть единственныя числа, выражающія ихъ отдѣльные объемы при условіи соблюденія слѣдующихъ четырехъ требованій: 1) Объемъ многогранника, не сводящагося къ плоской фигурѣ, не равенъ нулю; 2) Объемъ куба, котораго всѣ измѣренія равны единицѣ, равенъ единицѣ; 3) Объемы конгруэнтныхъ многогранниковъ выражаются равными числами; 4) Объемъ цѣлаго многогранника, разложеннаго на многогранныя части, равенъ суммѣ объемовъ этихъ частей.

Обычная теорія объемовъ многогранниковъ и представляетъ доказательство этой теоремы, причемъ постулируется отсутствіе противорѣчій въ указанныхъ четырехъ требованіяхъ. Геометрія, какъ мы это показали, въ этомъ постулатѣ не нуждается.

Новые планетоиды 1901-го года.

Измѣнчивость Эроса и другихъ планетоидовъ *).

A. Berberich'a.

(*Переводъ Д. Шора*).

Усовершенствованные инструменты Гейдельбергской Астрофизической Обсерваторіи, которыми она располагаетъ благодаря пожертвованію миссъ K. W. Bruce, дали возможность директору ея проф. Max'у Wolf'у и его помощникамъ Carnera и Kopff'у не только констатировать на предвычисленныхъ мѣстахъ многіе извѣстные раньше планетоиды, но и открыть до трехъ дюжинъ (34) несомнѣнно новыхъ членовъ этой группы планетъ. Только *одинъ* планетоидъ открытъ фотографическимъ способомъ въ другомъ мѣстѣ, а именно, H. W. Stewart'омъ въ Areguiba (Перу). Послѣдній № 1900-го года былъ 463, такъ что теперь можно было бы считать почти 500 планетоидовъ; но, къ сожалѣнію, около половины изъ открытыхъ въ прошломъ (1901) году не могутъ еще быть пронумерованы, такъ какъ для этого наблюденія ихъ еще не достаточны. Въ нижеслѣдующей таблицѣ сопоставлены всѣ новооткрытые планетоиды—съ одной стороны по степени ихъ яркости въ моментъ открытія (*Я*), а съ другой стороны указано, для какихъ изъ нихъ можно было вычислить эллиптическій путь (*Элл.*) и для какихъ—только приблизительный круговой (*Кр.*); остальные планетоиды можно считать потерянными (*п.*):

Я	*Элл.*	*Кр.*	*п.*
10 до 11 вел.	1	0	0
11 „ 12 „	8	6	2
12 „ 13 „	1	3	1
13 „ 14 „	5	3	4
неизвѣстно	1	0	0

Въ слѣдующей таблицѣ сопоставлены важнѣйшія данныя относительно 16 пронумерованныхъ планетоидовъ, наблюденія надъ кото-

*) Нѣмецкій оригиналъ настоящаго реферата напечатанъ въ журналѣ „Naturwissenschaftliche Rundschau", 1902, № 13.

рыми были достаточны для вычисленія ихъ эллиптическихъ путей:

Планета	Открылъ	Время открытія	Величина
464 (*FV*)	Wolf	9-го янв.	12,5
465 (*FW*)	„	13-го „	13,5
466 (*FX*)	Wolf-Carnera	17-го „	11,7
467 (*FY*)	Wolf	9-го „	14,0
468 (*FZ*)	„	13-го „	13,7
469 (*GB*)	Carnera	13-го февр.	10,7
470 (*GJ*)	„	21-го апр.	11,9
471 (*GN*)	„	18-го мая	11,0
472 (*GP*)	„	11-го іюля	11,7
473 (*GC*)	Wolf	13-го февр.	13,5
474 (*GD*)	„	13-го „	13,5
475 (*HN*)	Stewart	14-го авг.	?
476 (*GQ*)	Carnera	17-го „	11,0
477 (*GR*)	„	23-го „	11,0
478 (*GU*)	„	21-го сент.	11,5
479 (*HJ*)	„	12-го ноябр.	11,3

Особенно любопытны пути планетоидовъ 470, 471 и 476, которые обладаютъ очень большими эксцентрицитетами (0,34—0,38), и планетоидовъ 466 и 474, плоскости которыхъ сильно (подъ углами въ $19{,}4^0$ и $27{,}8^0$) наклонены къ плоскости эклиптики. Время обращенія планетоидовъ 466 и 469 незначительно продолжительнѣе времени оборота Юпитера; въ этомъ отношеніи они сходны съ планетоидомъ *Оттилія* (401), который годъ тому назадъ былъ снова найденъ Wolff'омъ. Наименьшій во всей планетной системѣ уголъ ($0{,}5^0$) съ эклиптикой составляетъ путь планеты 468.

Только въ одномъ случаѣ было замѣчено сходство пути новооткрытой планеты съ уже извѣстной. На Гейдельбергскомъ снимкѣ 17-го января оказалась планета, мѣсто которой точно совпадало съ мѣстомъ *Эдны* (445), эфемерида которой была вычислена Coddington'омъ; эти планетоиды сочли идентичными, между тѣмъ какъ на разстояніи полуградуса обнаруженъ былъ новый, болѣе яркій планетоидъ, движеніе котораго происходило такъ, какъ по вычисленію должна была двигаться *Эдна*. Нѣкоторое время оставалось неизвѣстнымъ, какая изъ двухъ этихъ планетъ и есть *Эдна*; но дальнѣйшія наблюденія въ Кёнигсбергѣ и Копенгагенѣ доказали, что вторая изъ этихъ планетъ вновь открыта; это планета 466. Но близость этой послѣдней къ Эднѣ не была кажущейся; въ пространствѣ обѣ планеты дѣйствительно были близки одна къ другой: онѣ находились вблизи пересѣченія ихъ путей. Если онѣ когда либо пройдутъ одновременно чрезъ это мѣсто, то наименьшее разстояніе между ними будетъ 3 милліона километровъ, что составляетъ одну пятидесятую радіуса земного пути. Онѣ будутъ казаться тогда одна съ другой на десять величинъ ярче, чѣмъ съ земли, т. е., будутъ представляться приблизительно свѣтилами 2-ой или 3-ьей величины. Главные элементы ихъ путей слѣдующіе:

Планета	ω	Ω	i	e	a
446	261^0	$291{,}7^0$	$19{,}4^0$	0,063	3,338
445	78	293,4	21,4	0,207	3,185

Значительно бо́льшій интересъ, чѣмъ открытіе новыхъ планетоидовъ, возбудилъ въ истекшемъ году фактъ *колебанія яркости Эроса.* E. v. Oppolzer'у принадлежала заслуга впервые (9-го февраля) отмѣтить этотъ фактъ. Впослѣдствіи оказалось, что различные астрономы, Valentiner, H. Struve, O. Knopf, еще раньше замѣтили или, по крайней мѣрѣ, предполагали колебанія яркости Эроса. Многочисленныя наблюденія, сдѣланныя въ февралѣ, дали скоро болѣе точныя свѣдѣнія о колебаніи яркости. Первымъ опредѣленіемъ періода этихъ колебаній можно считать сообщеніе F. Deichmüller'а въ Боннѣ, который нашелъ его равнымъ 2*h* 37 m. Между тѣмъ вскорѣ обнаружилось, что это значеніе вдвое меньше дѣйствительнаго и что полный періодъ (по наблюденіямъ André въ Ліонѣ равный 5*h* 16 m. 9*s*) состоитъ изъ двухъ нѣсколько неравныхъ половинъ въ 2*h* 51 m. и 2*h* 25 m. Разница между наименьшею и наибольшею яркостью доходила приблизительно до двухъ величинъ. Чрезвычайно страннымъ казалось то, что эти столь замѣтныя колебанія не были обнаружены уже раньше, въ годъ открытія планеты (1898). Также и на многочисленныхъ снимкахъ *Гарвардской Обсерваторіи*, произведенныхъ въ 1893, 1894 и 1896 годахъ, на которыхъ Эросъ былъ найденъ уже послѣ открытія, нельзя было почти нигдѣ замѣтить колебаній яркости, которыя не объяснялись бы атмосферными условіями. Только 5-го февраля 1894 года замѣтно ослабленіе слѣда планеты на 0,4 величины, и 6-го апрѣля 1896 года замѣчается усиленіе яркости. Далѣе, на пластинкахъ можно было видѣть, что maximum яркости Эроса былъ 5-го, 29-го и 30-го іюня. Въ 1898 году въ Гарвардской Обсерваторіи были предприняты многочисленныя систематическія измѣренія яркости, которыя могутъ служить для установленія періода имѣвшихъ въ то время мѣсто слабыхъ колебаній. Подобныя же измѣренія были начаты и въ іюлѣ 1900 года. Они, а также и наблюденія въ другихъ мѣстахъ, напр. въ Ліонѣ и Боннѣ, привели къ поразительному результату; а именно, съ марта 1901 года измѣненіе величины стало все больше и больше убывать. 12-го марта колебаніе было еще равно 1,1 величины, четыре недѣли позже 0,4, а въ маѣ оно почти совершенно исчезло. André констатировалъ также, что въ концѣ марта оба полу-періода стали равными другъ другу. *Такимъ образомъ колебаніе яркости Эроса оказалось только преходящимъ явленіемъ.*

Для объясненія этого явленія необходимо, очевидно, принять вращеніе Эроса. При этомъ нужно еще предположить, что отдѣльныя части поверхности этой планеты отражаютъ очень неравномѣрно солнечный свѣтъ, или вообще, что Эросъ представляетъ собой совершенно неправильное тѣло. Этой гипотезы придерживался Seeliger въ Мюнхенѣ; онъ предполагалъ, что Эросъ есть не что иное, какъ обломокъ бо́льшей планеты, разрушенной при какомъ-нибудь столкновеніи. Какъ слѣдствіе этой катастрофы, объясняется также и своеобразный путь Эроса. Возможно, что впослѣдствіи будутъ найдены еще другія части разрушенной планеты; до сихъ поръ же найденъ только одинъ планетоидъ, путь котораго близко подходитъ къ пути Эроса, а именно, *Агата* (228). Въ мѣстѣ предполагаемой катастрофы должны пересѣкаться пути всѣхъ обломковъ, даже если она и произошла очень давно и даже если пути отдѣльныхъ обломковъ съ тѣхъ поръ сильно измѣнены пертурбаціями.

Послѣ того, какъ было доказано, что одинъ изъ планетоидовъ даетъ замѣтныя колебанія яркости, вполнѣ естественно было искать подобное же явленіе и у другихъ планетъ этой группы. И дѣйствительно, уже за годъ раньше поиски увѣнчались успѣхомъ. Снимки Wolf'a и Schwassmann'a въ октябрѣ и ноябрѣ 1899 года обнаружили измѣненіе яркости планеты 345 *Терцидина;* слѣдъ, даваемый ею на фотографической пластинкѣ, періодически суживался и становился свѣтлѣе; явленіе это было періодично и періодъ былъ равенъ 230 минутамъ. Но при повтореніи снимковъ въ 1901 году, свѣтъ планетоида оказался вполнѣ равномѣрнымъ, такъ что гипотетическое „вращеніе" Терцидины, очевидно, прекратилось. Этотъ результатъ казался первое время въ высшей степени страннымъ, но какъ разъ къ тому времени наблюденія Эроса дали тоже прекращеніе колебаній яркости. Поэтому нѣтъ основаній скептически относиться къ снимкамъ 1899 года потому только, что фотографіи, полученныя 22-го апрѣля 1901-го года, по предварительному соглашенію, одновременно въ Гейдельбергѣ и Потсдамѣ, даютъ вполнѣ равномѣрный слѣдъ Терцидины. Фотометрическія измѣренія, предпринятыя въ Гарвардской Обсерваторіи О. С. Wendell'емъ, дали 16-го мая 1901-го года правильное убываніе яркости этой планеты на 0,3 величины въ 100 минутъ. Подобныя же наблюденія были предприняты и надъ планетоидомъ *Вестой* (4), который оказался по яркости вполнѣ неизмѣннымъ.

Такимъ образомъ, мы видимъ, что нѣтъ основанія не довѣрять наблюдателямъ, которые утверждали, что такая-то планета обладала въ такой-то моментъ сравнительно чрезвычайно большою яркостью; въ настоящее время очевидно, что нѣтъ основанія объяснять такія явленія особенною случайною прозрачностью воздуха или вліяніемъ неравномѣрнаго освѣщенія небеснаго свода (свѣтъ луны, проэктированіе планетоида на туманности, относительное положеніе въ млечномъ пути). Уже въ 1879 году, когда была снова найдена на опредѣленномъ вычисленіемъ мѣстѣ планета 77 *Фригга*, которую не могли найти въ 1866, 1871, 1873 и 1875 годахъ, C. H. F. Peters обратилъ на вопросъ объ измѣнчивости яркости особенное вниманіе. Еще въ годъ открытія (1862) блескъ этого планетоида показался ему нѣсколько страннымъ, и опредѣленіе величины въ 1879 году привело къ несомнѣнно значительному измѣненію яркости въ теченіе нѣсколькихъ дней.—Въ мартѣ 1893 года Charlois открылъ планету 9,5 величины, которая оказалась впослѣдствіи *Юліей* (89). Почти въ томъ же положеніи находилась эта планета и въ 1873 году, но тогда ея величина была опредѣлена приблизительно на 1 слабѣе. Если вычислить изъ всѣхъ прежнихъ наблюденій величину, которою должна была бы обладать Юлія въ оппозиціи при среднемъ разстояніи отъ солнца, то получается 9,8; изъ наблюденій же 1893-го года получается почти на единицу бо́льшая яркость 8,5. Уже въ апрѣлѣ 1893-го года Юлія стала значительно менѣе яркой, по опредѣленію Knopf'а въ Іенѣ, 11-ой величины. Вообще, эта планета даетъ колебанія въ $1^1/_2$ величины между наблюденными въ различные годы яркостями, если вычислить для средняго разстоянія.

Abetti въ Atcetri указалъ на цѣлый рядъ планетъ, яркость которыхъ, очевидно, постоянно мѣняется. Особенно замѣчательна слабая яркость планетоида 363 *Падуа* 8-го февраля 1897 года, при совершенно прозрачномъ воздухѣ и высокомъ положеніи планеты на небесномъ сводѣ.

Наконецъ, есть основанія предполагать, что и планета 391 *Ингеборгъ*,—которая послѣ Эроса (и не совсѣмъ точно вычисленной *Бруціи*) обладаетъ самымъ малымъ разстояніемъ перигелія при очень замѣтномъ эксцентрицитетѣ,— обладаетъ перемѣнною яркостью. Такъ, въ іюлѣ и августѣ прошлаго года яркость этой планеты была чрезвычайно незначительна, нѣсколько же позже она достигла 11 величины. Millosevich въ Римѣ замѣтилъ значительныя колебанія яркости въ продолженіе нѣсколькихъ дней.

Чтобы охарактеризовать вкратцѣ современное состояніе нашихъ свѣдѣній о группѣ планетоидовъ, достаточно привести слѣдующія данныя. Изъ 479 планетоидовъ, открытыхъ до сихъ поръ, 400 были наблюдаемы болѣе, чѣмъ при одной оппозиціи; ихъ пути можно считать достовѣрно опредѣленными. Наиболѣе долго не находятъ планеты 99 *Дикэ,* а именно, съ 1868 года. Съ этого времени до 1891 года (начало примѣненія фотографическаго метода) „утеряны" 18 планетъ, а изъ открытыхъ затѣмъ, считая до конца 1899-го года,—39; найти ихъ снова мѣшаетъ ихъ незначительная яркость или неблагопріятное положеніе на небѣ.

Метеорологія Гольфштрёма.

Привать-доцента Л. Г. Данилова.

[Доложено секціи физической географіи XI съѣзда Русскихъ Естество-испытателей и Врачей въ засѣданіи 22, 26 и 27 декабря 1901 г.].

Скоро минетъ 100 лѣтъ съ тѣхъ поръ, какъ знаменитый Александръ Гумбольдтъ, которому такъ много обязана, между прочимъ, и русская метеорологія, въ одномъ изъ своихъ изслѣдованій указалъ впервые на громадное значеніе мощнаго океаническаго теченія—Гольфштрёма, какъ климатическаго фактора. Соображенія А. Гумбольдта, высказанныя имъ въ то время, когда наблюдательный матеріалъ не отличался еще ни тщательностью, ни полнотой, оказались, тѣмъ не менѣе, провиденціальными и были вполнѣ подтверждены позднѣйшими изслѣдованіями, показавшими, что, по мѣрѣ увеличенія положительной аномаліи температуры въ сѣверной части Атлантическаго океана, здѣсь усиливается циклоническая дѣятельность, достигающая ежегодно наибольшаго напряженія въ срединѣ зимы, въ эпоху наибольшаго развитія аномалій. Это давало возможность заключать о существованіи между ненормальной перегрѣтостью водъ Гольфштрёма и циклонической дѣятельностью на сѣверныхъ моряхъ Европы—не только связи, но и причинной зависимости. Благодаря этимъ изслѣдованіямъ, идея климатическаго значенія Гольфштрёма прочно установилась въ наукѣ, и уже давно никто не отрицаетъ вліянія его термическихъ особенностей на климатическія условія прилегающихъ мѣстностей. Наоборотъ даже, какъ въ чисто научной литературѣ, такъ и въ болѣе или менѣе популярныхъ статьяхъ гораздо чаще приходится встрѣчать едва ли не преувеличенныя представленія о Гольфштрёмѣ, какъ источникѣ тепла для Европы. Несмотря на такую значительную опредѣленность общераспространенныхъ воззрѣній, положеніе дѣла до самаго послѣдняго времени было таково, что, при желаніи выяснить вопросъ глубже, не замедлило бы обнаружиться, насколько, въ сущности говоря, шатки наши представленія въ этомъ отношеніи и какъ часто мы, за отсутствіемъ или недостаткомъ строго установленныхъ фактовъ, привыкаемъ довольствоваться одними гипотезами.

Такъ какъ связь ненормально-высокой температуры водъ Гольфштрёма съ аномально-теплой зимой значительной части континента Стараго Свѣта представляется несомнѣнной, то въ высокой степени желательнымъ представляется выясненіе, такъ сказать, механизма этой связи, физической подкладки названнаго взаимодѣйствія. Эта физическая подкладка можетъ быть, однако, выяснена лишь по предварительномъ разрѣшеніи цѣлаго ряда вопросовъ, среди которыхъ на первомъ мѣстѣ должны быть поставлены вопросы о точномъ опредѣленіи границъ Гольфштрёма въ океанѣ и береговыхъ моряхъ Европы въ различное время года, о количествѣ тепловой энергіи, сообщаемой прилегающимъ воздушнымъ массамъ поверхностью Гольфштрёма въ зимнее время года, о характерѣ расходованія этой тепловой энергіи и, наконецъ, о постоянствѣ Гольфштрёма, какъ источника тепла.

Современное состояніе нашихъ свѣдѣній въ области гидрографіи таково, что отвѣтъ, который мы въ состояніи дать на поставленные вопросы, не можетъ быть признанъ вполнѣ удовлетворительнымъ, такъ какъ свѣдѣнія наши въ этомъ отношеніи, выражаясь фигурально, представляютъ собою не что иное, какъ результатъ первой рекогносцировки на границахъ обширной и неизслѣдованной страны. Прежде, когда изслѣдованіе сѣверныхъ морей велось почти исключительно въ лѣтнее время года, свѣдѣнія эти были еще болѣе скудными, но теперь они замѣтно уже пополнились. Этимъ мы обязаны, съ одной стороны, международной гидрографической экспедиціи, работавшей въ Нѣмецкомъ и Балтійскомъ морѣ въ маѣ, августѣ и ноябрѣ 1893 г. и февралѣ и маѣ 1894 г., отчасти сопоставленію найденныхъ ею результатовъ съ данными шведскаго изслѣдованія Балтійскаго моря въ 1877 г., Скагеррака и Каттегата въ 1890—1895 г., норвежскаго изслѣдованія ближайшихъ частей сѣвернаго океана въ 1877 г., и, конечно, датскихъ наблюденій на Исландіи, Фарерскихъ островахъ и т. д.

Состояніе западныхъ береговыхъ морей Европы, по скольку оно выясняется по даннымъ этихъ систематическихъ изслѣдованій и болѣе отрывочныхъ наблюденій, таково.

Мощный потокъ океанической воды прорѣзываетъ сѣверную часть Нѣмецкаго моря въ направленіи съ сѣверо-запада на юго-востокъ. Вода эта, при содержаніи соли до 35‰, даже въ наиболѣе холодное время года обладаетъ температурой не ниже 6°С. Другая вѣтвь океанической воды съ такимъ же содержаніемъ соли и нѣсколько болѣе высокой температурой проникаетъ черезъ Британскій каналъ. Обыкновенно эти два пространства теплыхъ океаническихъ водъ другъ отъ друга отдѣлены полосой сравнительно болѣе холодной воды, но иногда (при усиленіи Гольфштрёма) они сливаются и образуютъ среди моря обширную площадь теплой гольфштрёмной воды, окруженной со всѣхъ сторонъ сравнительно прѣсными и болѣе холодными береговыми водами. Въ западной части моря, при переходѣ отъ лѣта къ зимѣ, тепловыя условія мѣняются сравнительно очень слабо и постепенно, тогда какъ въ восточной перемѣна эта весьма замѣтна. Еще замѣтнѣе она въ Балтійскомъ морѣ. Лѣтомъ крайній поверхностный слой, до извѣстной глубины, варьирующей изъ года въ годъ, имѣетъ температуру до 16—18°С. въ южной части моря и 12—15°С. — въ сѣверной. Осенью теплота, накопленная за лѣто въ этомъ слоѣ, начинаетъ путемъ конвекціи постепенно передаваться атмосферѣ; когда запасъ тепла въ крайнемъ поверхностномъ слоѣ истощится, то возникаетъ вертикальная циркуляція, охватывающая толщу до 50—60^m. Болѣе глубокіе слои въ этой циркуляціи не участвуютъ, сохраняя и среди зимы постоянную температуру, которая въ средней части моря не падаетъ ниже 4°С. Что касается зимней температуры воды на болѣе высокихъ уровняхъ, то она тѣмъ ниже, чѣмъ выше уровень, а въ верхнемъ слоѣ до глубины 50—70^m къ марту падаетъ до 1°С. Качественно то же явленіе происходитъ и въ Нѣмецкомъ морѣ съ его частями, и въ частяхъ Атлантическаго океана къ западу отъ Шотландіи и къ югу отъ Исландіи до широты 35°W. (отъ Гринвича), но масштабъ явленій тутъ уже болѣе значителенъ. Позднимъ лѣтомъ весь Скагерракъ и Каттегатъ, а также Норвежскія отмели покрыты тонкимъ слоемъ воды съ температурой до 17°С.; въ то же время температура океаническихъ водъ въ сѣверо-западной части Нѣмецкаго моря не поднимается выше 12—13°С. Въ сентябрѣ и октябрѣ балтійскій токъ ослабляется, и вся поверхность Скагеррака и Каттегата покрывается береговой водой съ содержаніемъ соли до 32‰. Такъ какъ охлажденіе суши происходитъ значительно быстрѣе — соотвѣтственно ея меньшей теплоемкости— охлажденія воды, то воды Балтійскаго моря, со всѣхъ сторонъ замкнутыя среди континентальныхъ пространствъ, охлаждаются значительно быстрѣе водъ Нѣмецкаго моря, такъ что къ ноябрю температуры поверхностныхъ слоевъ ихъ сравниваются и между ними устанавливается тепловое равновѣсіе.

(Продолженіе слѣдуетъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Телефонія безъ проводовъ. 16, 17 и 18 января въ замкѣ Марше (Marchais), въ присутствіи принца Монакскаго, предоставившаго свое имѣніе для изслѣдованій относительно безпроводной телеграфіи, были произведены опыты, имѣющіе громадный научный интересъ, въ виду чего мы и приводимъ здѣсь ихъ описаніе.

Опыты заключались въ испытаніи способа передачи безъ проводовъ электрическихъ волнъ черезъ землю, предложеннаго *Луи Мэшемъ* (Louis Maiche), имя котораго не безызвѣстно въ области телеграфіи и телефоніи; изобрѣтатель достигъ возможности передавать слова и сигналы азбуки Морзе посредствомъ земныхъ токовъ.

Вотъ вкратцѣ результаты опытовъ, произведенныхъ съ аппаратами Мэша, при токѣ въ 0,003 ампера и 8 вольтъ.

1) При 1500 метрахъ разговоръ передавался на столько же отчетливо, какъ при лучшихъ телефонныхъ системахъ обыкновеннаго типа.

2) При 4 km разговоръ слышенъ еще весьма отчетливо, но, повидимому, уже близокъ предѣлъ ясной передачи рѣчи,

3) При 7 km вибраціи телефонной пластинки достаточны для передачи сигналовъ Морзе съ совершенною точностью.

На дальнѣйшихъ разстояніяхъ опыты не производились, такъ какъ этого не позволяли размѣры имѣнія Марше. Передающій приборъ, примѣняемый Мэшемъ, состоитъ, кромѣ источника тока, изъ усовершенствованнаго микрофона и индукціонной катушки, обмотанной особымъ образомъ. Въ случаѣ передачи сигналовъ Морзе, вмѣсто микрофона примѣнялись ключъ и вибраторъ.

Пріемникомъ же, въ обоихъ случаяхъ, служилъ чувствительный телефонъ.

Земляныя соединенія въ нѣкоторыхъ опытахъ состояли изъ двухъ электродовъ, погруженныхъ въ воду, а въ другихъ — изъ электродовъ, зарытыхъ во влажную почву. Электроды на каждой станціи были соединены другъ съ другомъ изолированной проволокой, составлявшею базисъ, съ которымъ соединялись соотвѣтственно передатчикъ или пріемникъ.

Какъ указываетъ Мэшъ, лишь опытами, произведенными для значительныхъ разстояній, возможно опредѣлить, какая длина базиса соотвѣтствовалала бы усиленію передаваемаго тока. Для этихъ опытовъ принцъ Монакскій предоставилъ въ распоряженіе изобрѣтателя свою яхту, и въ ближайшемъ будущемъ опыты эти будутъ произведены въ Средиземномъ морѣ, между французскимъ и итальянскимъ берегами. Такъ какъ указывается на усиленіе тока, то очевидно, что рѣчь будетъ идти о передачѣ сигналовъ Морзе, причемъ пріемникомъ будетъ телефонъ.

(„Элект. Вѣстн.“).

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Назначеніе А. А. Иванова.—Адъюнктъ-астрономъ Пулковской Обсерваторіи *А. А. Ивановъ* назначенъ старшимъ наблюдателемъ Главной Палаты Мѣръ и Вѣсовъ и приватъ-доцентомъ астрономіи и геодезіи С.-Петербургскаго Университета.

Назначеніе проф. Ляпунова академикомъ. Ординарный профессоръ Харьковскаго Университета *А. М. Ляпуновъ* утвержденъ ординарнымъ академикомъ Императорской Академіи Наукъ по прикладной математикѣ.

Премія Institut de France.—Въ одномъ изъ послѣднихъ засѣданій Institut de France присудилъ оставшуюся отъ фонда *Desbrousse'а* сумму въ 20000 франковъ *P. Curie* (Парижъ), для продолженія изслѣдованій радія.

Международный конгрессъ прикладной химіи.—Въ началѣ іюня (н. с.) 1903 года будетъ происходить въ Берлинѣ *5-ый международный конгрессъ прикладной химіи*, подъ предсѣдательствомъ проф. *O. N. Witt'a.* Первымъ президентомъ конгресса избранъ проф. *Winkler* (Фрейбургъ въ Саксоніи). 4 предыдущихъ конгресса происходили—первый въ Брюсселѣ (въ 1894 г.), второй въ Парижѣ (1896), третій въ Вѣнѣ (1898), четвертый въ Парижѣ (въ 1900 г., во время всемірной выставки).

Международный конгрессъ медицинской электрологіи и радіологіи.— Въ Бернѣ назначенъ на 1—6 сентября (н. с.) текущаго года 2-ой международный конгрессъ медицинской электрологіи и радіологіи.

Присужденіе медали проф. Boltzmann'у. — Премію въ 12-тысячъ марокъ имени *Vohlbruch'a* получилъ въ этомъ году профессоръ Лейпцигскаго Университета *Ludwig Boltzmann.* Премія эта выдается за лучшую работу въ области естественныхъ наукъ, написанную на нѣмецкомъ языкѣ и изданную за послѣднихъ два года; присуждается она разъ въ два года. Послѣднее сочиненіе *Boltzmann'a*—это „Theorie der Gase“, въ которой онъ рѣшаетъ много до него не рѣшенныхъ вопросовъ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 178 (4 сер.). Въ данную окружность вписать пятиугольникъ $ABCDE$, зная AE, $AB+DE$ и уголъ между сторонами AE и CD.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 179 (4 сер.). Опредѣлить геометрическое мѣсто вершинъ треугольниковъ, имѣющихъ общее основаніе AB и обладающихъ тѣмъ свойствомъ, что квадраты ихъ медіанъ образуютъ ариѳметическую прогрессію, средній членъ которой есть квадратъ медіаны, проведенной къ сторонѣ AB.

Е. Буницкій (Одесса).

№ 180 (4 сер.). Построить четыреугольникъ, зная положеніе проэкцій точки пересѣченія его діагоналей на его четыре стороны.

(Заимств.) *Д. Коварскій* (Двинскъ).

№ 181 (4 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе:

$$\frac{x}{2}=2^{\frac{x}{y}}.$$

Заимств. изъ *Casopis.*

№ 182 (4 сер.). Доказать, что сумма произведеній по два изъ трехъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ не дѣлится ни на одно изъ цѣлыхъ чиселъ 3, 4, 5, 7.

Заимств. изъ *Journal de Mathématiques élémentaires.*

№ 183 (4 сер.). Двѣ барометрическія трубки возвышаются на 80 сантиметровъ надъ поверхностью ртути. При 0^0 въ первой трубкѣ, свободной отъ воздуха, ртуть стоитъ на высотѣ 76 сантиметровъ, а высота ртути во второй, содержащей воздухъ трубкѣ равна 75 сантиметровъ. При повышеніи температуры до 27^0 и измѣненіи давленія ртуть поднялась въ первой трубкѣ на 5 миллиметровъ. Не принимая во вниманіе расширенія стекла и ртути, вычислить высоту столба ртути во второй трубкѣ при новыхъ условіяхъ.

(Заимств.) *М. Г.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 94 (4 сер.). *Въ данной окружности проведена хорда* AB. *Вписать въ эту окружность треугольникъ* xAy *такъ, чтобы хорда* AB *дѣлила уголъ* xAy *пополамъ и чтобы отношеніе* $\frac{Ax}{Ay}$ *было равно отношенію данныхъ отрѣзковъ* a *и* b.

Такъ какъ дуги xB и yB должны быть равны, то прямая xy должна быть перпендикулярна къ діаметру OB, и потому уголъ между прямыми xy и AB извѣстенъ.

Пусть K есть точка встрѣчи прямыхъ xy и AB. Тогда, такъ какъ AB биссектриса угла xAy,

$$\frac{xK}{Ky}=\frac{Ax}{Ay}=\frac{a}{b}.$$

Отсюда вытекаетъ возможность построить треугольникъ $A'x'y'$, подобный треугольнику Axy. Для этого произвольный отрѣзокъ $x'y'$ дѣлимъ при помощи извѣстнаго построенія въ точкѣ K' внутреннимъ и въ точкѣ K'' внѣшнимъ образомъ въ отношеніи $\frac{a}{b}$ и проводимъ черезъ точку K' прямую $K'M$ подъ такимъ угломъ къ прямой $x'y'$, какой образуютъ прямыя KA и xy (этотъ уголъ, какъ указано выше, извѣстенъ). Затѣмъ строимъ на прямой $K'K''$, какъ на діаметрѣ, окружность; пусть A' — точка встрѣчи прямой $K'M$ и этой окружности. Тогда

$$\frac{A'x'}{A'y'}=\frac{x'K'}{y'K'}=\frac{a}{b},$$

и потому $\angle x'A'k'=\angle y'A'k'$.

Отложимъ теперь на прямой AB отрѣзокъ $AK_1=A'k'$, опустимъ изъ точки k_1 перпендикуляръ на діаметрѣ OB и отложимъ на немъ по разныя стороны отъ точки k_1 отрѣзки $k_1x_1=k'x'$ и $k_1y_1=k'y'$. Соединимъ прямыми точки x_1 и y_1 съ точкой A. Пусть прямыя Ax_1 и Ay_1 встрѣчаютъ окружность соотвѣтственно въ точкахъ x и y. Треугольникъ Axy есть искомый. Доказательство построенія предоставляемъ читателю.

Г. Семеновскій (Перновъ); *Б. Заславскій* (Полтава); *Н. С.* (Одесса).

№ 96 (4 сер.). *Найти два цѣлыхъ числа, разность которыхъ равняется ихъ удвоенному частному.*

Пусть x и y—искомыя числа. Тогда

$$x-y=2\,\frac{x}{y}. \qquad (a)$$

Лѣвая часть этого равенства есть число цѣлое. Поэтому и правая часть должна оказаться числомъ цѣлымъ. При этомъ можно отличать два случая: когда y нечетное и когда y четное. Если y число нечетное, то $\frac{x}{y}$ есть число цѣлое, которое мы обозначимъ черезъ z. Тогда

$$x=yz \qquad (1),$$

$$yz-y=2z,$$

откуда

$$y=\frac{2z}{z-1}=2+\frac{2}{z-1} \qquad (2).$$

Изъ равенства (2) видно, что $z-1$ есть дѣлитель 2-хъ, притомъ не равный числамъ 1 или -1. Дѣйствительно, если $z-1=\pm 1$, то y равно (см. (2)) 4 или 0, а мы предположили, что y есть число нечетное. Полагая $z-1=\pm 2$, найдемъ (см. (2), (1)):

$$z_1=3,\ z_3=-1;\ y_1=3;\ y_2=1;\ x_1=9,\ x_2=-1. \qquad (3)$$

Положимъ теперь, что y есть число четное, т. е.,

$$y=2u, \qquad (4),$$

гдѣ u есть число цѣлое. Тогда число $\frac{2x}{y}=\frac{2x}{2u}=\frac{x}{u}$ есть число цѣлое, которое мы обозначимъ черезъ t. Въ этомъ случаѣ уравненіе (a) приметъ видъ

$$ut-2u=t, \quad \text{гдѣ } t=\frac{x}{u} \qquad (5),$$

откуда

$$u=\frac{t}{t-2}=1+\frac{2}{t-2}.$$

Слѣдовательно, $t-2$ есть дѣлитель 2-хъ, а потому имѣетъ мѣсто одно изъ равенствъ:

$$t-2=\pm 1;\quad t-2=\pm 2,$$

откуда имѣемъ (см. (5)):

$$t_1=3;\quad t_2=1;\quad t_3=4;\quad t_4=0.$$

$$u_1=3;\ u_2=-1;\quad u_3=2;\quad u_4=0.$$

$$u_3=6;\ y_4=-2;\quad y_5=4;\quad y_6=0.$$

$$x_3=9;\ x_4=-1;\quad x_5=8;\quad x_6=0.$$

Среди послѣднихъ двухъ строчекъ этой таблицы содержатся всѣ четныя значенія y и соотвѣтствующія имъ значенія x, которыя *могутъ* удовлетворять условію задачи. Но x_6 и y_6 не даютъ правильнаго рѣшенія, а остальныя рѣшенія удовлетворяютъ вопросу. Всего получаемъ пять рѣшеній:

$$x_1=9;\quad x_2=-1;\quad x_3=9;\quad x_4=-1;\quad x_5=8$$

$$y_1=3;\quad y_2=1;\quad x_3=6;\quad y_4=2;\quad y_5=4.$$

В. Толстовъ (Тамбовъ); *Д. Коварскій* (Двинскъ); *М. Семеновскій* (Шерновъ); *М. Поповъ* (Асхабадъ); *Г. Огановъ* (Эривань); *М. Гальперинъ* (Бердичевъ); *Н. Готлибъ* (Митава); *Х. Ежикъ* (Двинскъ); *Б. Д.* (К.); *В. Гудковъ* (Свеаборгъ).

№ 97 (4 сер.). *Рѣшить систему уравненій*

$$\frac{x^5-a}{x-b}=y^4$$

$$\frac{y^5-a}{y-b}=x^4.$$

Представивъ первое уравненіе въ видѣ

$$\frac{x^4 . x - a}{x - b} = y^4,$$

подставимъ въ него значеніе x^4 изъ второго уравненія. Тогда имѣемъ:

$$\frac{\frac{y^5 - a}{y - b} \cdot x - a}{x - b} = y^4,$$

или

$$-ax - ay + ab = -by^5 - bxy^4 + b^2y^4,$$

$$a(b - x - y) = by^4(b - x - y),$$

$$(x + y - b)(by^4 - a) = 0.$$

Поэтому или

$$x + y - b = 0 \quad (1),$$

или

$$by^4 - a = 0 \quad (2).$$

Остановившись на первомъ предположеніи, подставимъ изъ уравненія (1) значеніе y въ первое изъ данныхъ уравненій. Тогда найдемъ:

$$y = b - x; \quad x^5 - a = (x - b)^5 \quad (3).$$

Полагая въ уравненіи (3) $x = z + \alpha$, гдѣ $\alpha = \frac{b}{2}$, приводимъ его къ биквадратному уравненію

$$10\alpha z^4 + 20\alpha^3 z^4 + \alpha^4 - a = 0,$$

откуда находимъ z, а затѣмъ x и y. Остановившись на уравненіи (2), находимъ

$$y = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}.$$

Подставивъ это значеніе y въ первое изъ данныхъ уравненій, найдемъ

$$x^5 b - ax = 0,$$

откуда либо

$$x = 0, \quad \text{либо } x = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}.$$

Подстановкой убѣждаемся, что *вообще* имѣетъ мѣсто лишь рѣшеніе $x = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$, совмѣстное съ $y = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$.

Д. Коварскій (Двинскъ); *М. Поповъ* (Асхабадъ); *Л. Гальперинъ* (Бердичевъ); *Н. Готлибъ* (Митава); *Д. Дьяковъ* (Новочеркасскъ); *В. Гаевскій* (Луцкъ); *В. Гудковъ* (Свеаборгъ).

Редакторы: **В. А. Циммерманъ** и **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса 6-го Апрѣля 1902 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.

Обложка
ищется

Обложка
ищется