

Обложка
щется

Обложка
щется

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

15 Апрѣля

№. 295.

1901 г.

Содержаніе: Строеііе Вселенной. *К. Покровскаго*. — Свойства твердыхъ тѣлъ подъ давленіемъ, диффузіи твердаго вещества, внутреннія движенія въ твердомъ веществѣ. *W. Spring'a*. Переводъ *Д. Шора*. — Математическія мелочи: Теорема о равенствѣ вертикальныхъ угловъ. *С. Ш.* — Радиография. Приложение къ ст. Проф. Н. Пильчикова. „Радій и его лучи“. — Новыя программы по математикѣ въ средней школѣ Италіи. *Пр.-Доч. В. Капана*. — Научная хроника: Давленіе, оказываемое свѣтовыми лучами. *В. Оболенскаго*. Памятникъ *Ф. Бріоски*. *Д. С. Климатологическій атласъ Россіи*. — Разныя извѣстія: Названіе *А. Орбинскаго*. Избраніе проф. *Boltzmann'a*. Утраты въ физико-математическомъ мірѣ. — Рецензіи: *А. Гольденбергъ*. Собраніе ариметическихъ упражненій для гимназій и реальныѣ училищъ. Курсъ приготовительнаго класса. *С. Житкова*. — Задачи XX—XXI. — Задачи для учащихся №№ 34—39 (4 серіи). — Рѣшенія задачъ (3 сер.) №№ 599, 609, 614, 637. — Объявленія.

СТРОЕНІЕ ВСЕЛЕННОЙ.

(Новѣйшія изслѣдованія).

Астронома-Наблюдателя К. Покровскаго въ Юрьевѣ.

Великому философу Канту принадлежитъ первая, болѣе или менѣе опредѣленная и вѣрная идея о распредѣленіи звѣздъ въ пространствѣ, о строеніи звѣздной системы. Онъ зналъ, что Млечный Путь представляетъ собой безконечное число звѣздочекъ, и догадался, что это основная плоскость въ звѣздной системѣ, которая въ этомъ направленіи имѣетъ значительно большее притяженіе, чѣмъ въ перпендикулярномъ. Онъ рисовалъ себѣ такимъ образомъ звѣздную систему въ видѣ тонкаго слоя, растянутаго вдоль Млечнаго Пути, около центра котораго находится наше солнце. Солнечная система являлась для него подобіемъ звѣздной, потому что въ ней всѣ планеты движутся приблизительно въ одной плоскости. Какъ планеты удерживаются на своихъ орбитахъ дѣйствіемъ центробѣжной силы, мѣшающей имъ упасть на солнце и другъ на друга, такъ и звѣзды, по Канту, не сталкиваются между собой потому, что движутся по опредѣленнымъ путямъ около общаго центра, и если это движеніе незамѣтно, то только вслѣдствіе того, что періодъ обращенія звѣздъ очень великъ, что онѣ далеки и

смѣщаются для насъ мало. Кромѣ этой звѣздной системы, часть которой составляетъ и наше солнце есть еще другія, усматриваемыя нами въ видѣ слабо мерцающихъ туманныхъ пятенъ. Разстояніе ихъ настолько громадно, что отдѣльныя звѣзды, входящія въ составъ ихъ, недоступны нашимъ наблюденіямъ.

Предположенія Канта о движеніяхъ звѣздъ не вполне оправдались, такъ какъ эти движенія, какъ выясняется теперь, совершаются во всѣхъ направленіяхъ, а не только параллельно Млечному Пути.

Но общая идея о строеніи Вселенной нашла подтвержденіе въ наблюденіяхъ В. Гершеля, который своими могучими телескопами открылъ массу новыхъ звѣздныхъ скопленій и туманностей, а также предпринялъ специальное изслѣдованіе для выясненія строенія звѣздной системы.

Его методъ носить названія метода пробъ, метода „черпаній“.

Гершель наставлялъ свой телескопъ на различные мѣста неба и всякій разъ сосчитывалъ число звѣздъ, видимыхъ въ полѣ зрѣнія трубы. Предполагая, что звѣзды разбѣяны въ пространствѣ съ одинаковой густотой, онъ естественно долженъ былъ заключить что въ томъ направленіи, гдѣ усматривается больше звѣздъ, нашъ глазъ проникаетъ большую толщину звѣздного слоя.

Число звѣздъ въ пробахъ Гершеля прогрессивно и правильно уменьшалось по мѣрѣ удаленія отъ Млечнаго Пути. Слѣдовательно по направленію Млечнаго Пути звѣздная система вытянута, въ перпендикулярномъ направленіи она сжата. Она дѣйствительно имѣетъ форму кантовскаго слоя. Числа Гершеля позволяютъ установить и относительныя размѣры слоя въ различныхъ направленіяхъ. Въ плоскости Млечнаго Пути протяженіе его называется въ пять разъ большимъ, чѣмъ въ перпендикулярномъ направленіи. Можно выяснитъ и нѣкоторыя подробности въ строеніи системы. Гершель допускаетъ въ слоѣ существованіе нѣкотораго рода гигантской щели, которая простирается отъ края системы приблизительно на одну четверть всей длины. Эта щель соответствуетъ тому развѣтвленію Млечнаго Пути, которое идетъ отъ созвѣздія Лебеда черезъ созвѣздія Орла, Змѣя и Скорпіона въ южное полушаріе.

Большой интересъ для уясненія вопроса о строеніи звѣздной системы имѣютъ изслѣдованія В. Струве. Матеріаломъ для нихъ послужили тѣ звѣзды различныхъ величинъ, которыя наблюдалъ Бессель и „черпанія“ Гершеля. Главнѣйшія результаты, къ которымъ пришелъ Струве, заключаются въ слѣдующемъ: Звѣзды до пятой величины сплочены къ Млечному Пути не болѣе, чѣмъ въ другихъ частяхъ неба. Звѣзды шестой величины примыкаютъ къ Млечному Пути уже сравнительно больше, седьмой еще больше и т. д. Звѣздную систему можно представить себѣ изъ нѣсколькихъ слоевъ различной плотности, параллельныхъ Млечному Пути. Средній слой наиболѣе плотный, близъ центра его находится наше

солнце. Въ ту и другую сторону отъ этого слоя плотность словъ уменьшается, но опредѣленной границы достигъ нельзя.

Съ изданіемъ Бонскаго каталога содержащаго до 300000 звѣздъ, для которыхъ даются положеніе на небѣ и величина, открывається возможность къ еще болѣе опредѣленнымъ сужденіямъ о распредѣленіи звѣздъ различныхъ классовъ; многіе ученые — Арчелиндеръ, Гульдъ, Гузо, Скіапарелли и Зеелигеръ — занимаются изслѣдованіемъ этого вопроса, а недавно астрофизикъ ташкентской обсерваторіи В. Стратоновъ вновь поднимаетъ его. Въ большомъ изслѣдованіи „Etudes sur la structure de l'univers“ *) онъ старается войти въ детали относительно распредѣленія телескопическихъ звѣздъ.

Стратоновъ останавливается также на вопросѣ о распредѣленіи звѣздъ по спектральнымъ классамъ (раньше этимъ занимались: Дунеръ, Каптейль, Пикерингъ, Боастонъ) о распредѣленіи туманностей и звѣздныхъ скопленій.

По примѣру Скіапарелли онъ дѣлилъ небо на 36 поясовъ по 5 градусовъ широтою, а потомъ каждый поясъ на сферическія трапеціи, число которыхъ на всемъ небѣ доходило до 1800.

Для каждаго такого участка вычислялось число изслѣдуемыхъ объектовъ, т. е. звѣздъ того или другого класса; туманностей, или звѣздныхъ кучъ, равно какъ и плотность, т. е. число объектовъ, которое приходится на одинъ квадратный градусъ въ этомъ участкѣ.

Результаты этихъ статистическихъ подсчетовъ въ условныхъ единицахъ наносились на карту, которая раскрашивалась въ различныхъ мѣстахъ краской различной густоты въ зависимости отъ найденныхъ плотностей, такъ что получалась картина, которая наглядно показывала общую идею факта.

На основаніи полученныхъ результатовъ г. Стратоновъ приходитъ къ заключенію, что звѣзды первыхъ девяти величинъ составляютъ вообще часть скопленія въ огромномъ словѣ, образующемъ Млечный Путь, причемъ большинство звѣздъ сѣвернаго полушарія сосредоточено на протяженіи созвѣздіи Цефея, Ляры, Лебеда, Малой Лисицы и Стрѣлы. Онѣ образуютъ группу, сгущеніе, которое немного наклонено къ плоскости Млечнаго Пути. Подобныя сгущенія, только меньшихъ размѣровъ, можно замѣтить въ созвѣздіи Возничаго, потомъ еще въ Близнецахъ, Маломъ Псѣ, Единорогѣ и Большомъ Псѣ и наконецъ въ южныхъ зонахъ у Стрѣльца.

Весь Млечный путь, быть можетъ, представляетъ аггломератъ большихъ звѣздныхъ скопленій, такъ сказать „звѣздныхъ облаковъ“, которыя примыкаютъ другъ къ другу, сифилиются краями, входя одно въ другое, и располагаются приблизительно вдоль одной плоскости. Солнце, составляетъ часть перваго скопленія, которое въ свою очередь можетъ состоятъ изъ нѣсколькихъ мень-

*) „Publications de l'observatoire astronomique et physique de Tashkent“. №№ 1, 2. Tashkent. 1900.

шихъ скопленій. Указанная раньше Гуддомъ группа яркихъ (отъ 1-ой до 7-ой величины) звѣздъ числомъ 400, заключающая и наше солнце, можетъ быть, составляетъ часть, этого скопленія.

Можно отмѣтить также скученности звѣздъ 6—6½ величины у звѣзды α въ созвѣздіи Лебеда, и между созвѣздіями Геркулеса и Дракона, которые еще можно прослѣдить для звѣздъ до 7½ величины, но совершенно незамѣтныя для болѣе слабыхъ звѣздъ. Скученность звѣздъ 6—6½ величины около Падъ, звѣздъ 6—7 величины около Плеядъ. Скученность между Персеемъ и Кассіопеей и пр.

Второе большое скопленіе болѣе удалено отъ насъ. Оно распространяется въ томъ пространствѣ, гдѣ вообще находятся звѣзды 6,5—8,5 величины, и наконецъ третье скопленіе начинается на разстояніи, на которомъ находятся звѣзды 7,6—8,0 величины.

Возможно, что и эти два скопленія представляютъ собой аггломераты меньшихъ скопленій.

Представленіе о Млечномъ Пути, какъ о массѣ звѣздныхъ облаковъ, находится въ большомъ согласіи съ тѣмъ видомъ, который имѣетъ это образованіе на прекрасныхъ фотографическихъ снимкахъ новѣйшаго времени. При непосредственныхъ наблюденіяхъ Млечнаго Пути можно часто также получить такое впечатлѣніе, напримѣръ, при обзорѣни области между созвѣздіями Кассіопеи и Стрѣльца, равно какъ и той части, которая тянется въ южномъ полушаріи. Всѣ рисунки и описанія передаютъ ее, какъ очень неправильную по формѣ, клочковатую.

Съ другой стороны и всѣ особенности, наблюдаемыя въ распредѣленіи звѣздъ, лучше объясняются при такомъ предположеніи. Уклоненіе средней линіи мѣстностей съ наибольшей плотностью отъ Млечнаго Пути для звѣздъ яркихъ можетъ обуславливаться, по Гульду, положеніемъ самого скопленія, которое они составляютъ; то же самое имѣетъ мѣсто и для звѣздъ слабыхъ.

Первое скопленіе закрываетъ собой полюсъ Млечнаго Пути, маскируетъ общій законъ уменьшенія числа звѣздъ въ этомъ направленіи. Но для болѣе большихъ разстояній, для звѣздъ 8,5—9,5 величины этотъ выступаетъ ясно.

Эти идеи не противорѣчатъ и взглядамъ прежнихъ изслѣдователей Струве, Истона, Зеелитера, которые замѣтили, что скученность слабыхъ звѣздъ къ Млечному Пути выступаетъ тѣмъ болѣе опредѣленно, чѣмъ ниже величина этихъ звѣздъ.

При предположеніи, что Млечный Путь состоитъ изъ ряда звѣздныхъ облаковъ тѣ „угольные мѣтки“, которыя съ удивленіемъ открывалъ В. Гершель въ Млечномъ Пути, можно разсматривать какъ дѣйствительныя пустоты, просвѣты между облаками черезъ которыя можно видѣть и другія очень удаленныя скопленія звѣздъ.

Безформеннымъ соединеніемъ облаковъ можно объяснить всѣ неправильности и извилины въ Млечномъ Пути. Въ этомъ вѣроятно причина и видимаго раздвоенія его.

Возможно, что общій хаосъ, изъ котораго возникли различныя звѣзды не прямо разорвался на мириады отдѣльныхъ ключевъ, которыя и дали происхожденіе звѣздамъ, а раздѣлился сначала на нѣкоторое, сравнительно небольшое, число частей, а затѣмъ уже каждая часть, въ свою очередь, дѣлилась и производила міры. Вотъ эти большія клочья первобытной, хаотической матеріи и могли дать происхожденіе облакамъ звѣздъ.

Если это предположеніе справедливо, тогда является весьма вѣроятнымъ, что отдѣльныя звѣзды въ каждомъ облакѣ подчинены извѣстнымъ движеніямъ въ предѣлахъ облака подобно тому, что имѣетъ мѣсто въ нашей солнечной системѣ и въ системахъ различныхъ планетъ.

Возможно, что эта гипотеза окажется болѣе вѣроятной, чѣмъ гипотеза о движеніяхъ звѣздъ параллельно Млечному Пути или даже о движеніяхъ наклонныхъ, но совершающихся около одного общаго для всѣхъ центра, который находится въ плоскости Млечнаго Пути.

Что касается изученія распредѣленія звѣздъ по спектральнымъ типамъ, то оно еще менѣе полно и точно, такъ какъ не имѣется достаточнаго матеріала.

Тѣмъ не менѣе давно выяснено, что звѣзды I-го типа — звѣзды бѣлыя, находящіяся въ болѣе ранней стадіи своей жизни, располагаются главнымъ образомъ въблизи Млечнаго Пути, хотя средняя линія ихъ скученности отклоняется отъ его общаго направленія. Она начинается съ созвѣздія Лиры, пересѣкаетъ Млечный Путь въ Кассіопеѣ, переходитъ черезъ Персея и направляется къ Ориону.

Замѣтны сгущенія этихъ звѣздъ въ нѣсколькихъ мѣстахъ. Одно изъ нихъ въ созвѣздіи Лиры и отчасти Лебеда, затѣмъ длинная ломанная полоса отъ сѣвернаго полюса внизъ къ Кассіопеѣ и вдоль Млечнаго Пути, причемъ можно выдѣлить максимумы плотности въ созвѣздіи Цефея, въ Кассіопеѣ и между α и δ Персея; третье сгущеніе находится въ созвѣздіи Ориона.

Звѣзды II-го типа — звѣзды желтыя, къ которымъ надо отнести и наше солнце, конденсируются почти вокругъ сѣвернаго полюса, ниже между созвѣздіями Лиры и Геркулеса, между Б. Медвѣдицей и Ракомъ, и наконецъ въ Кассіопеѣ и Персеѣ.

Но нѣкоторые дополнительные изслѣдованія позволяютъ думать, что скученность около полюса является слѣдствіемъ неполноты каталога. Вѣроятно, звѣзды II типа и болѣе близкія къ нимъ распредѣлены довольно равномерно съ небольшимъ лишь сгущеніемъ въ Кассіопеѣ.

Для сужденія о распредѣленіи звѣздъ другихъ спектральныхъ типовъ пока имѣется совсѣмъ мало матеріаловъ.

Исслѣдованія о распредѣленіи туманностей и звѣздныхъ скопленій еще менѣе точно.

Выяснено, что Млечный Путь вообще бѣденъ туманностями. Это справедливо какъ по отношенію къ яркимъ, такъ и по отношенію къ слабымъ, къ малымъ и большимъ туманностямъ. Туманностей больше около полюсовъ плоскости Млечнаго Пути, причемъ у сѣвернаго полюса довольно рѣзко нарушается симметрія и выступаетъ концентрація: съ одной стороны въ нѣкоторыхъ областяхъ неба туманности скучиваются, образуютъ группы, скопленія.

Одно такое скопленіе видно у сѣвернаго полюса Млечнаго Пути, но они встрѣчаются и въ самомъ Млечномъ Пути. Скопленія въ Андромедѣ, Лисицѣ, Драконѣ образованы главнымъ образомъ изъ слабыхъ и малыхъ туманныхъ пятенъ. Въ южномъ полушаріи въ созвѣздіи Эридана можно отмѣтить группу большихъ и яркихъ туманностей. Повидимому общее распредѣленіе туманностей указываетъ, что онѣ вмѣстѣ съ Млечнымъ Путемъ образуютъ одну обширную систему. Звѣздныя скопленія въ противоположность туманностямъ встрѣчаются въ Млечномъ Пути.

Вотъ въ краткихъ словахъ главнѣйшіе результаты интереснаго изслѣдованія г-на Стратонова.

Свойства твердыхъ тѣлъ подѣ давленіемъ, диффузія твердаго вещества, внутреннія движенія въ твердомъ веществѣ.

W. Spring'a,

профессора университета въ Лютихѣ (Ліежѣ), члена Королевской

Бельгійской Академіи. Переводъ Д. Шора въ Геттингенѣ.

(Продолженіе *).

Диффузія въ твердыхъ тѣлахъ подѣ вліаніемъ электричества. — Возможность или, лучше сказать, реальность внутреннихъ движеній въ твердыхъ тѣлахъ не подлежитъ, на нашъ взглядъ, сомнѣнію, послѣ изслѣдованія интересныхъ явленій, которыя наблюдаются во время прохожденія электричества черезъ нѣкоторыя твердыя тѣла.

Прежде полагали, что только металлы или ихъ сплавы проводятъ электричество, не перетерпѣвая глубокаго химическаго из-

мѣненія, въ то время какъ растворы кислотъ и солей, проводя электричество, разлагаются. Такой взглядъ былъ слишкомъ категориченъ; мы даже скажемъ — слишкомъ узокъ. Уже Фарадей показалъ, что многія кристаллическія натуральныя сѣрнистыя соединения: обманка, сѣрнистый свинецъ, колчеданъ, халькопиритъ и др. — проводятъ электричество, какъ и металлы, оказывая ему только большее сопротивление. Позже Hittorf¹⁾, которому мы обязаны столькими важными наблюденіями въ области электролиза, констатировалъ, что сѣрнистое серебро (Ag_2S) и сѣрнистая мѣдь (Cu_2S) — электролиты. Впослѣдствіи было установлено, большею частью Gross'омъ,²⁾ что большое число твердыхъ солей обладаетъ тѣмъ же свойствомъ и что онѣ, кромѣ того, какъ и жидкіе электролиты, будучи нагрѣты, лучше проводятъ электричество. Извѣстно, что проводимость металловъ имѣетъ обратный характеръ.

Если принять во вниманіе, что во всѣхъ электролитахъ электричество передается въ силу перехода іоновъ, то мы придемъ естественно къ положенію, что въ твердыхъ тѣлахъ существуетъ внутреннее движеніе, по крайней мѣрѣ, для іонизированнаго вещества. Вотъ, сверхъ того, факты, которые доказываютъ, что этотъ выводъ не преувеличенъ.

Согласно Hittorf'у,³⁾ твердая сѣрнистая мѣдь электролитъ такого рода, что сѣра осаждается у анода, а мѣдь у катода; особенный интересъ представляетъ то обстоятельство, что мѣдь не отлагается слоями, а въ формѣ отдѣльныхъ нитей, которыя какъ бы выходятъ изъ твердаго тѣла. Чтобы металлъ принялъ такую форму безусловно необходимо, чтобы онъ былъ сдвинутъ вслѣдствіе накопленія іоновъ со стороны катода, другими словами, чтобы въ матеріи дѣйствительно произошло внутреннее перемѣщеніе частицъ.

Минералоги часто описывали природныя металлы въ нитевидномъ состояніи. Можно задаться вопросомъ, не обязаны ли металлы своей формаціей термоэлектрическому дѣйствию, развившемуся при прикосновеніи естественной сѣрнистой соли съ другими тѣлами; тѣмъ болѣе, что Вескье⁴⁾ показалъ уже давно (1821), что сѣрнистыя соли обладаютъ большой термоэлектрической силой.

Значительно позже Е. Warburg⁴⁾ обнаружилъ также нѣсколько еще болѣе интересныхъ фактовъ относительно перенесенія атомовъ металловъ сквозь стекло подъ вліяніемъ электрическаго тока. Наливъ амальгаму натрія въ одну изъ стеклянныхъ пробирокъ, которыя употребляются въ химическихъ лабораторіяхъ, онъ погрузилъ ее въ чистую ртуть; затѣмъ онъ соединилъ двѣ металлическія подставки съ батареей, составленной изъ 30 эле-

¹⁾ *Annalen Poggendorff's*, t. LXXXIV, p. 1; 1851.

²⁾ *Berliner Monatsberichte*, p. 500; 1877.

³⁾ *Loc. cit.*

⁴⁾ *Wiedemann's Annalen* t. XXI, p. 622—646; 1884.

ментовъ Вунзена такимъ образомъ, что чистая ртуть служила *катодомъ*. При этихъ условіяхъ электрическій токъ заставлялъ натрій переходить въ ртуть; количество перешедшаго натрія было равно по вѣсу серебру, которое онъ выдѣлилъ въ то же время изъ раствора азотнокислой соли этого послѣдняго металла. Амальгама натрія въ пробиркѣ освободилась, слѣдовательно, отъ своего щелочнаго металла, и онъ *проникъ сквозь стекло*, гоня впереди себя тотъ натрій, который тамъ былъ сначала. Констатировавъ, что пробирка сохраняла свой вѣсъ, несмотря на прохожденіе натрія, Warburg могъ вывести, что у *анода* образуется отложеніе кремнія. Электролизъ имѣетъ мѣсто, слѣдовательно, такъ, какъ - будто только *положительный іонъ* (натрій) пролагаетъ себѣ путь черезъ петли сѣти изъ кремнія. Такъ-же хорошо сохраняетъ стекло свою прозрачность даже послѣ того какъ сквозь него пройдетъ порядочное количество натрія. Изслѣдованіе—при помощи микроскопа—обломковъ пробирки не обнаруживаетъ никакого измѣненія въ ихъ строеніи.

Если вмѣсто того, чтобы воспользоваться натріемъ, какъ *анодомъ*, взять для этого чистую ртуть, то токъ скоро приостанавливается. Послѣдній не производитъ *поляризаціи электрода*, стекло же теряетъ у анода свои *іоны натрія*. Въ стеклѣ образуется слой кремнія, который не проводитъ тока. Этотъ слой видѣнъ благодаря тому, что онъ играетъ цвѣтами радуги, а слѣдовательно онъ состоитъ изъ тонкихъ пластинокъ. Итакъ, дѣйствительно приходится принять, что *іоны натрія* проходятъ сквозь стекло въ твердомъ состояніи ¹⁾.

Другое наблюденіе того же рода было произведено О. Lehmann'омъ ²⁾ при электролизѣ твердаго *іодистаго серебра*. Этотъ ученый констатировалъ, что только іоны *Ag* перемѣщаются во время этого электролиза; онѣ слѣдуютъ току въ *положительномъ* направленіи, въ то время какъ іоны *J* остаются неподвижными. Этотъ фактъ былъ установленъ различными способами.

Если помѣстить кристаллъ іодистаго серебра на предметное стекло микроскопа—между двумя серебряными электродами—то мы замѣчаемъ, что во время прохожденія тока *анодъ* уменьшается, въ то время какъ у катода накапливается серебро. Самый кристаллъ сохраняетъ свою структуру, свою прозрачность, свой цвѣтъ, но онъ кажется медленно перемѣщающимся въ *направленіи обратномъ* току. Если помѣстить какое-нибудь препятствіе на пути его кажущагося движенія, то онъ мѣняетъ форму какъ-будто бы онъ былъ подверженъ *давленію* со стороны катода и притяженію со стороны анода.

Вмѣсто того, чтобы помѣщать кристаллъ іодистаго серебра между серебряными электродами, Lehmann помѣстилъ его въ дру-

¹⁾ Опыты Warburg'a были повторены Roberts-Ausen'омъ и Stansfield'омъ (*Natur*, t. L, p. 41; 1894).

²⁾ *Wiedemann's Annalen*, t. XXIV, p. 18, и t. XXXVIII, p. 336; 1889.

гой разъ на расплавленной іодистой соли. Тогда токъ приближалъ его къ катоду, не смотря на то, что въ ваннѣ съ расплавленной іодистой солью не происходило въ это время никакого матеріальнаго теченія. Пока кристаллъ проходить области, гдѣ электрическій токъ равномеренъ, его форма не мѣняется; но когда онъ проникаетъ въ мѣста, гдѣ *напряженность тока* не равномерна, онъ *измѣняетъ свою форму*, потому что части его поверхности, подверженныя току большей напряженности, опережаютъ другія. Это измѣненіе формы не можетъ быть приписано дѣйствію механической силы, такъ какъ, если кристаллъ встрѣчаетъ на своемъ пути маленький пузырекъ воздуха, онъ не гонитъ его впереди себя, но окружаетъ его, не вызывая ни малѣйшаго движенія въ жидкости. Мы принуждены принять вмѣстѣ съ Lehmann'омъ что кристаллъ іодистаго серебра кажется перемѣщающимся потому, что вслѣдствіе перемѣщенія іонъ *Ag* онъ постоянно нарастаетъ съ одной стороны, въ то время какъ съ другой уменьшается.

Будетъ не лишнимъ упомянуть еще объ одномъ опытѣ того же физика ¹⁾, хотя въ этомъ опытѣ приходится оперировать не съ твердымъ тѣломъ въ дѣйствительномъ значеніи этого слова, но со *студнемъ* болѣе или менѣе густоты. За то этотъ опытъ имѣетъ то преимущество, что даетъ хорошій примѣръ *электрической диффузии*.

Lehmann отливалъ въ стеклянномъ корытѣ теплый растворъ желатинны, окрашенный при помощи зеленого малахита или другого красящаго вещества (красное Конго, кораллинъ, фуксинъ и т. д.); затѣмъ онъ погружалъ туда двѣ платиновыя нити, которыя должны были служить электродами. Послѣ охлажденія массы, пропускался черезъ нее токъ приблизительно въ 70 вольтъ, если студень былъ не твердъ; въ противномъ же случаѣ необходима напряженность, достигающая 10000 вольтъ. Тогда оказывается, что у катода образуется безцвѣтный слой, составленный изъ почекъ, вытянутыхъ по направленію тока, въ то время какъ у анода развивается слой почекъ, болѣешихъ по величинѣ, но не обезцвѣченныхъ. Оба слоя подвигаются навстрѣчу другъ къ другу со скоростью около 2 миллиметровъ въ минуту. Соприкоснувшись посреди корыта, они производятъ внезапно темнозеленый осадокъ. Въ то-же время возникаютъ въ желатинѣ мѣстные токи и температура возрастаетъ до тѣхъ поръ, пока студень не расплавится слоемъ въ нѣсколько миллиметровъ.

Вотъ какъ Lehmann объясняетъ это явленіе:

У *катода* окрашенная матерія претерпѣваетъ химическое превращеніе, вслѣдствіе котораго она обезцвѣчивается. У *анода* она окисляется безъ замѣтнаго обезцвѣчиванія. Оба слоя, измѣненные химически, вмѣсто того, чтобы выдѣляться, какъ это дѣлаютъ водородъ и кислородъ при обыкновенномъ электролизѣ, оттал-

¹⁾ *Electrochemische Zeitschrift*, Heft IV; 1894.

живаются отъ электродовъ и, заряженныя электричествами послѣднихъ, подвигаются въ студнѣ — что сопровождается паденіемъ потенціала—до тѣхъ поръ пока они не нейтрализуютъ свои заряды при встрѣчѣ. Тогда образуются мѣстные сильные токи, а красящая матерія химически возстановляется. Другими словами, въ желатинѣ происходитъ перемѣщеніе молекулъ заряженныхъ электричествомъ; однѣ спускаются по направленію тока, а другія поднимаются, причѣмъ самая желатина не приходитъ въ движеніе. Итакъ, мы видимъ *молекулярное движеніе* во время диффузіи одного вещества въ другомъ. Скорость этого движенія превосходитъ скорость диффузіи въ собственномъ смыслѣ этого слова. Такъ какъ въ данномъ случаѣ движущая сила—электричество, то естественно, что скорость будетъ тѣмъ больше, чѣмъ сильнѣе будетъ паденіе потенціала; но съ другой стороны она будетъ уменьшаться, по мѣрѣ увеличенія *твердости* матеріи.

Мы заключимъ этотъ параграфъ замѣчаніемъ, которое читатель, безъ сомнѣнія, уже самъ сдѣлалъ: *электрическая диффузія* послужить, очень вѣроятно, для окончательной провѣрки теоріи Spring'a о *спаиваніи твердыхъ тѣлъ*. Въ самомъ дѣлѣ, если это *спаиваніе* происходитъ отъ диффузіи матеріи черезъ поверхность соприкосновенія приложенныхъ другъ къ другу твердыхъ кусковъ, то слѣдуетъ ожидать, что два кристалла іодистаго серебра, которые соприкасаются, сростутся, если пропустить черезъ нихъ токъ. Возможно даже, что стекло дастъ явленіе того же рода, если дѣйствительно достигнуть необходимыхъ для этого условій, т. е. прежде всего физически абсолютнаго соприкосновенія частей, которыя желательно склеить.

(Окончаніе слѣдуетъ).

МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

Теорема. Вертикальные углы равны

Доказательство этой теоремы основываютъ обыкновенно на теоремѣ о суммѣ двухъ смежныхъ угловъ. Можно обойтись безъ этой послѣдней теоремы, прибѣгая къ методу доказательства отъ противнаго.

Пусть $\angle AOB$ и $\angle A_1OB_1$ будутъ два вертикальныхъ угла и допустимъ, что $\angle AOB < \angle A_1OB_1$. Тогда углу $\angle AOB$ можно дать такое положеніе, чтобы онъ составилъ часть угла $\angle A_1OB_1$. Сдѣлаемъ это, вращая въ плоскости чертежа всю фигуру около вершины O . Когда уголъ $\angle AOB$ придетъ въ такое положеніе $\angle aOb$, при которомъ онъ составитъ часть угла $\angle A_1OB_1$, то уголъ $\angle A_1OB_1$ приметъ такое положеніе $\angle a_1Ob_1$, при которомъ онъ составитъ часть угла $\angle aOb$, т. е., допуская что $\angle AOB < \angle A_1OB_1$, находимъ, что $\angle A_1OB_1 < \angle aOb$ и т. д.

Радіографія.

Приложеніе къ ст. Проф. Н. Пильчикова
„Радій и его лучи“.

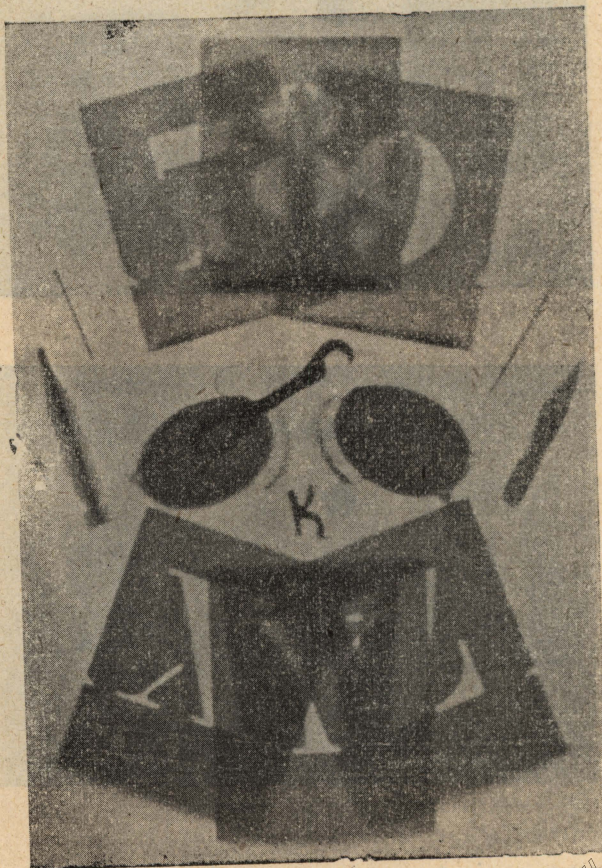
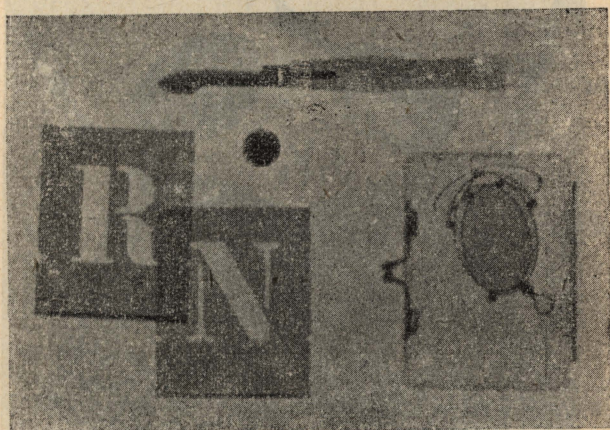
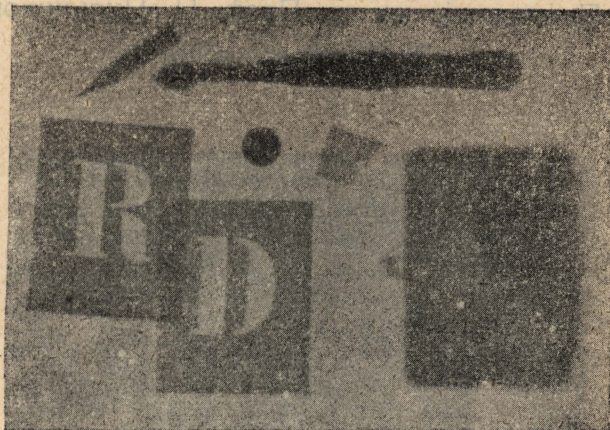


Табл. II.



Лучами радія (верхн. часть табл.) и лучами Рентгена (нижн. ч. табл.) сняты: карандашъ, ножъ съ костяной ручкой, кусочекъ эбонита, серебряная монета, алюминіевый портъ-табакъ съ пенснэ внутри, мѣдные трафареты, отчасти налегающія другъ на друга.

Новыя программы по математикѣ въ среднихъ школахъ Италіи.

Съ ноября истекшаго года въ средней школѣ въ Италіи введены новыя программы, которыя на нашъ взглядъ представляютъ значительный интересъ. Программы эти составляютъ результатъ довольно долгой совместной работы итальянскихъ педагоговъ и ученыхъ обществъ „Mathesis“ и „Società Italiana di Fizica“. Ниже мы приводимъ подлинныя программы; предварительно же сдѣлаемъ нѣсколько указаній, заимствованныхъ нами изъ небольшой статьи профессора *G. Lazzari* „*I nuovi programmi di Matematica nei Gymnasi e nei Licei*“, помѣщенной во II-ой книжкѣ „*Periodico di Matematica*“ за истекшій годъ.

Программа собственно раздѣляетъ математику, изучаемую въ средней школѣ на два предмета: геометрію съ тригонометріей и арифметику съ алгеброй.

Геометрія до сихъ поръ проходила въ Италіи по Евклиду; всякое отступленіе отъ его „Началъ“ даже въ смыслѣ измѣненія порядка въ распредѣленіи нѣкоторыхъ теоремъ считалось преступнымъ. Этимъ конечно игнорировалось все, что было сдѣлано по методологіи геометріи за два тысячелѣтія и главнымъ образомъ за послѣднее столѣтіе. Программы ввели распредѣленіе матеріала, принятое въ настоящее время и болѣе соответствующее тѣмъ примѣненіямъ геометріи, съ которыми учащимся приходится встрѣчаться въ другихъ наукахъ, главнымъ образомъ въ физикѣ. При обработкѣ новыхъ программъ среди преподавателей шелъ интенсивный споръ между сторонниками двухъ системъ: одни стояли за соединенное изложеніе планиметріи и стереометріи, другіе находили необходимымъ отдѣлить эти двѣ части курса геометріи. Можно сказать, что итальянское правительство нашло наилучшій исходъ изъ этого затрудненія. Распредѣливъ матеріалъ такимъ образомъ, чтобы было возможно вести преподаваніе по той или другой системѣ см. программу 1-го и 2-го класса лицей) правительство въ объяснительной запискѣ *оговорило*, что преподавателямъ предоставляется вести дѣло сообразно со взглядомъ cadaго изъ нихъ.

Другой, гораздо болѣе важный вопросъ, который предстояло разрѣшить составителямъ новой программы, заключался въ слѣдующемъ. Новыя возрѣнія на начала геометріи и анализа выдвинули на первый планъ формальную сторону дѣла и обнаружили несостоятельность тѣхъ доказательствъ, которыя апеллируютъ къ наглядности и которыми изобилуютъ старыя учебники. Съ другой стороны, формальныя разсужденія малодоступны учащимся, въ особенности начинающимъ дѣтямъ. Это противорѣчіе въ требованіяхъ дидактической и методологической стороны дѣла составляетъ для современнаго педагога труднѣйшій моментъ

въ дѣлѣ составленія учебныхъ книгъ и учебныхъ программъ по математикѣ. Изъ этого затрудненія новыя итальянскія программы избрали, на нашъ взглядъ, также наиболѣе удачный въ настоящее время исходъ.

Средняя школа въ Италіи состоитъ изъ двухъ учебныхъ заведеній: изъ пятиклассной *гимназіи* (соотвѣтствующей нашей *прогимназіи*) и изъ трехкласснаго *лицея*, составляющаго продолженіе гимназіи. Въ программу гимназіи введена *практическая ариометика*, имѣющая цѣлю научить производству основныхъ ариометическихъ дѣйствій и обучить дѣтей основнымъ приѣмамъ геометрическаго черченія и измѣренія. Лишь съ четвертаго класса ариометика и геометрія принимаютъ теоретическій характеръ. Возвращаясь къ дѣйствіямъ и понятіямъ, которыми учащійся уже владѣетъ, преподаватель находитъ уже почву подготовленной для болѣе серьезныхъ теоретическихъ разсужденій. Такая система имѣетъ несомнѣнныя преимущества передъ нашей; намъ приходится во второмъ классѣ проходить съ дѣтьми теоретическій курсъ, имъ почти недоступный. Периодическія дроби всегда производятъ на нашего учащагося впечатлѣніе фокуса, разгадки котораго онъ не знаетъ; итальянская программа отнесла ихъ къ 3-му классу лицея (т. е. по нашему къ восьмому классу гимназіи). Въ лицейѣ проходитъ общая ариометика, неразрывно сливающаяся съ алгеброй. Самая программа такъ составлена, что учащійся не замѣчаетъ, гдѣ кончается ариометика и гдѣ начинается алгебра.

Детали программы конечно могутъ вызвать нѣкоторыя возраженія; но это не такъ существенно, въ особенности, если преподавателю предоставлена въ извѣстныхъ предѣлахъ свобода въ видоизмѣненіи этихъ деталей.

Программы:

Программа гимназіи. I классъ. Практическая ариометика до дробей. Элементарныя наглядныя свѣдѣнія о точкѣ, прямой, плоскости, многоугольникѣ и кругѣ, о наиболѣе важныхъ многогранникахъ, о цилиндрѣ, конусѣ и сферѣ.

II классъ. Обыкновенныя и десятичныя дроби. Десятичная система мѣръ. Составныя именованныя числа.—Измѣреніе угловъ, поверхностей и объемовъ.

III классъ. Правило извлеченія квадратныхъ корней. Отношенія и пропорціи. Начала геометрическаго черченія и упражненія въ производствѣ измѣреній.

IV классъ. (*Рациональная ариометика*). Цѣлыя числа. Понятіе о первыхъ пяти дѣйствіяхъ надъ ними (сложеніе, вычитаніе, умноженіе, возвышеніе въ степень и дѣленіе) и формальныя свойства соотвѣтствующихъ выраженій. Общій наибольшій дѣлитель и общее наименьшее кратное.

(Геометрія). Предварительныя свѣдѣнія. Прямая и плоскость; отрѣзки и углы.—Треугольники, ихъ свойства, условія равенства

и неравенства.—Перпендикуляры и наклонныя—основныя задачи, относящіяся къ отрёзкамъ, угламъ и треугольникамъ.—Параллельныя линіи.—Плоскіе многоугольники, свойства ихъ сторонъ и угловъ; параллелограммы и трапеціи.

V классъ. (Рациональная ариметика). Дроби. Основныя пять дѣйствій надъ ними и формальныя свойства соотвѣтствующихъ выраженій. Приложеніе послѣднихъ къ чтенію, письму и производству вычисленій съ конечными десятичными дробями. Упражненія въ буквенныхъ вычисленіяхъ съ рациональными числами.

(Геометрія). Кругъ; дуги, секторы и хорды. Положеніе круга относительно прямой и относительно двухъ круговъ въ одной и той же плоскости. Центральные и вписанные углы. Элементарныя задачи относительно круга. Простѣйшіе случаи равновеликости многоугольниковъ и преобразованіе однихъ въ другіе. Теоремы о квадратѣ, построенномъ на суммѣ или разности двухъ прямолинейныхъ отрёзковъ, а также о квадратѣ, построенномъ на сторонѣ треугольника.

Программа Лицея. I классъ. (Общая ариметика и алгебра). Первые пять дѣйствій надъ рациональными числами, сопровождаемыми знаками и соотвѣтствующія буквенныя вычисленія. Основныя дѣйствія съ многочленами. Уравненія и системы уравненія 1-ой степени. Пропорціи.

(Геометрія). Прямая и плоскости. Двугранные углы. Перпендикулярныя прямая и плоскости. Параллельныя прямая и плоскости. Углы и разстоянія.—Многогранные углы. Тригранные углы и случаи ихъ равенства.—Призмы, пирамиды, цилиндры, конусы и сферы; основныя свойства и условія ихъ равенства. Правильные многоугольники и правильные многогранники. Равновеликость плоскихъ фигуръ и тѣлъ. Пропорціональность геометрическихъ величинъ и приложенія этой идеи къ отрёзкамъ, угламъ и треугольникамъ.

II классъ (Общая ариметика и алгебра). Извлеченіе корней; свойство радикаловъ. Уравненія второй степени, а также уравненія, къ нимъ приводимыя.

(Геометрія). Подобіе плоскихъ фигуръ и тѣлъ. Теорія измѣренія и ея примѣненіе къ плоскимъ многоугольникамъ, къ кругу и его окружности, къ многограннымъ и круглымъ тѣламъ и наиболѣе важнымъ частямъ ихъ. Примѣненіе алгебры къ геометріи и соотвѣтствующія задачи.

III классъ. (Общая ариметика и алгебра). Простыя числа, дѣлители и кратныя цѣлыхъ чиселъ, дѣлимость ихъ. Периодическія дроби. Иррациональныя числа и дѣйствія надъ ними. Прогрессіи, логарифмы и употребленіе таблицъ.

(Прямолинейная тригонометрія). Гониметрическія функціи и ихъ примѣненіе къ рѣшенію и изслѣдованію свойствъ прямолинейныхъ треугольниковъ.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Давленіе, оказываемое свѣтовыми лучами. Изъ электро-магнитной теоріи свѣта слѣдуетъ, что свѣтовые волны, падая на поверхность, оказываютъ на нее давленіе, аналогично электро-магнитнымъ волнамъ. Для подтвержденія этого, разными учеными, главнымъ образомъ Бартоли, былъ произведенъ рядъ опытовъ, но имъ не удалось прямымъ опытомъ обнаружить существованіе силъ давленія свѣта; однако, косвеннымъ путемъ, при помощи гипотетическихъ предположеній и теоретическихъ вычисленій, удалось произвести подсчетъ этого давленія. Вычислено было, что пучекъ солнечныхъ лучей производитъ на нормальную къ нему поверхность въ кв. 1 метръ давленіе, равное 0,4 mgr. для поглощающей (черной) поверхности и 0,8 mgr. для отражающей (зеркальной) поверхности. Неуспѣшность прямыхъ опытовъ объясняется тѣмъ, что одновременно съ силами давленія появляются силы, превышающія силы давленія и маскирующія эффектъ этихъ послѣднихъ. Такъ напримѣръ, лучистая энергія, падая на поверхность, нагреваетъ ее и смежный съ нею слой воздуха, который поднимается вверхъ и увлекаетъ за собой поверхность. Однако, проф. Московскаго университета П. Н. Лебеву удалось устранить эти побочныя силы и обнаружить силы давленія свѣта прямымъ опытомъ. Опытъ былъ расположенъ слѣдующимъ образомъ: на стеклянной тонкой нити былъ подвѣшенъ стеклянный стержень, къ которому были прикрѣплены двѣ пары крылышекъ изъ платиновой жести; крылышки эти имѣли видъ кружковъ. Одинъ кружокъ каждой пары былъ блестящимъ съ обѣихъ сторонъ, другой былъ электролитически покрытъ платиновой чернью съ обѣихъ сторонъ. На стержнѣ было прикрѣплено зеркальце, по которому можно было опредѣлить уголъ крученія нити. Приборъ этотъ помещался въ большой стеклянный баллонъ, изъ котораго былъ выкачанъ воздухъ. Когда затѣмъ пускали пучекъ электрическаго свѣта и рядомъ оптическихъ приспособленій направляли его на тотъ или другой кружокъ, то послѣдній отклонялся, а по закручиванью нити можно было судить о силѣ давленія. Опыты эти показали, что силы давленія въ предѣлахъ погрѣшности опытовъ равны силамъ, вычисленнымъ Бартоли. Съ помощью этихъ отталкивательныхъ силъ давленія проф. Лебевъ объясняетъ деформированіе головы кометы, трансформированіе ея въ кольцо метеоритовъ и т. д.

Вл. Оболенскій.

Памятникъ Ф. Біоски. 13-го декабря (н. ст.) прошлаго года состоялось торжественное открытіе въ Королевскомъ Высшемъ Техническомъ Институтѣ въ Миланѣ памятника первому директору-организатору Института знаменитому итальянскому ма-

мематику Fr. Brioschi, скончавшемуся 3 года назадъ. Памятникъ — бронзовая статуя работы миланскаго скульптора L. Secchi — сооруженъ на средства, собранныя подпискою. На церемоніи былъ прочтенъ рядъ адресовъ и привѣтствій итальянскихъ и иностранныхъ ученыхъ Обществъ и учрежденій и были произнесены рѣчи: проф. G. Colombo, директоръ Института и председатель Комитета для чествованія памяти Brioschi, познакомиль присутствующихъ съ дѣятельностью Комитета, употребившаго часть собранныхъ средствъ (всѣхъ подписчиковъ было 1128) на приобрѣтеніе для Института цѣнной бібліотеки покойнаго и на приобрѣтеніе права изданія его математическихъ сочиненій. Къ изданію ихъ уже приступлено и первый томъ долженъ скоро появиться. Проф. G. Colombo въ дальнѣйшей своей рѣчи, проф. P. Blaserna отъ имени Римской Accademia dei Lincei, гдѣ Brioschi былъ президентомъ многие годы, проф. G. Celoria председатель R. Jitituto Lombardo di Scienze, lettere ed arti, проф. G. Bardelli, одинъ изъ старѣйшихъ учениковъ Brioschi первыхъ лѣтъ его профессорской дѣятельности, студентъ Fr. Squasti дали въ своихъ рѣчахъ характеристику Brioschi, какъ ученаго, профессора, общественнаго дѣятеля и человека.

Brioschi представлялъ собою типъ человека, который при многосторонней и интенсивной научной и преподавательской дѣятельности находилъ энергію плодотворно работать на общественномъ поприщѣ. Его научные труды (онъ напечаталъ до 250 работъ) относятся къ самымъ разнообразнымъ отраслямъ чистой и прикладной математики: аналитической механикѣ, варіаціонному исчисленію, аналитической и дифференціальной геометріи, теоріи дифференціальныхъ уравненій, эллиптическихъ и абелевыхъ функцій, математической физикѣ и гидравликѣ; работы его по теоріи формъ и высшей алгебры ставятъ имя его на ряду съ Hermit'омъ и Cayley. Какъ профессоръ и издатель *Annali di Matematica* онъ являлся по общему мнѣнію вдохновителемъ той знаменитой школы итальянскихъ математиковъ, которая выдвинула итальянскую науку на уровень общеевропейской. Beltrami, Cremona и мн. др. были и непосредственными его учениками. Прекрасный профессоръ, тактичный и энергичный директоръ, онъ былъ кромѣ того и виднымъ общественнымъ дѣятелемъ: шесть лѣтъ онъ былъ Товарищемъ Министра Народнаго Просвѣщенія (*Segretario Generale*), 30 лѣтъ Членомъ Совѣта М. Н. Пр., сенаторомъ, членомъ и часто докладчикомъ Финансовой Коммиссіи; въ 70-хъ годахъ онъ стоялъ во главѣ изслѣдованія желѣзнодорожнаго дѣла, поведшаго къ его урегулированію и т. д. и т. д. Римъ и Миланъ по выраженію проф. P. Blaserna одинаково считали его своимъ.

Д. С. (Екатеринославъ).

Климатологическій атласъ Россіи. Николаевская Центральная Физическая Обсерваторія въ С.-Петербургѣ издала климатологическій атласъ Россіи. Онъ состоитъ: 1) изъ 89 картъ, представляющихъ географическое распрежденіе важнѣйшихъ метеороло-

гических элементов на всемъ пространствѣ отъ восточнаго берега Азіи до западной границы въ Европѣ; и 2) изъ 15 картъ объясняющихъ дневной и годичный ходъ главныхъ климатическихъ факторовъ.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Назначеніе А. Орбинскаго. Сверхштатный астрономъ Главной Николаевской Астрономической Обсерватори (Пулково) А. Р. Орбинскій назначенъ старшимъ астрономомъ Одесскаго Отдѣленія той-же обсерваторіи.

Избраніе проф. Boltzmann'a. Лейпцигская Академія Наукъ избрала проф. *L. Boltzmann'a* (Лейпцигъ) ординарнымъ членомъ.

Утраты въ физико-математическомъ мірѣ.

† Въ Парижѣ скончался математикъ *Theodor Moutard*.

† 2-го марта скончался *Dr. John. Minst Rise*, профессоръ математики въ Naval Academy въ Аннаполисѣ (гл. городъ республики Мерилендъ).

† Ординарный профессоръ опытной физики *Franz Melde* скончался въ Марбургѣ на 70-омъ году жизни.

† 21 (8) марта скончался физикъ профессоръ *G. E. Fitz Gerald*.

РЕЦЕНЗІИ.

А. И. Гольденбергъ. Собраніе ариметическихъ упражненій для гимназій и реальныхъ училищъ. Курсъ приготовительнаго класса. Второе исправленное изданіе. 1899 г. Цѣна 25 коп.

Послѣ задачъ на десятичное счисленіе въ предѣлахъ первыхъ четырехъ разрядовъ, большинство которыхъ состоятъ въ требованіи узнать, сколько десятковъ, сотенъ или тысячъ заключается въ данномъ числѣ, или же въ требованіи умножить данное число на 10 или 100, авторъ даетъ задачи на каждое изъ четырехъ дѣйствій отдѣльно и въ заключеніе задачи на всѣ дѣйствія. За предѣлы четырехзначнаго числа авторъ во всемъ задачникѣ не выходитъ; соответственно этому и ограничены вычисленія.

Мы рассмотримъ задачи каждаго отдѣла особо и первоначально со стороны предложенныхъ въ нихъ вычисленій, а потомъ и со стороны содержанія задачъ съ условіями.

Задачи на каждое дѣйствіе расположены въ порядкѣ сложности вычисленій. Въ этомъ отношеніи задачникъ систематизированъ и каждой группѣ задачъ для письменнаго рѣшенія предшествуетъ соответствующая группа задачъ для рѣшенія устнаго.

Устному счету и вообще вычисленіямъ надъ отвѣченными числами отведено довольно почетное мѣсто въ задачникѣ. Всѣхъ задачъ, предложенныхъ на каждое отдѣльное дѣйствіе 860, изъ нихъ для устнаго рѣшенія 318, для письменнаго 542. Въ числѣ этихъ 860 задачъ находятся и числовые примѣры, а также задачи съ непосредственнымъ требованіемъ произвести то

или иное дѣйствіе надъ отвлеченными числами. Напр., № 303. Къ какому числу надо приложить 118, чтобы получить 200. № 379. Найти сумму девяти слагаемыхъ, изъ которыхъ каждое равно 45, № 852. Сумму чиселъ: 214, 146 раздѣлить на разность чиселъ 1745 и 1673. Такихъ задачъ и примѣровъ 598, такъ что изъ 860 задачъ только 262 представляютъ собою собственно задачи съ условіями. Если къ нимъ присоединить 117 задачъ изъ отдѣла на „всѣ дѣйствія“, то во всемъ сборникѣ окажется только 379 задачъ съ условіями. Остальные изъ 1000 задачъ сборника составляютъ вопросъ для вычисленій надъ отвлеченными числами. Къ нимъ слѣдуетъ присоединить еще 268 численныхъ примѣровъ на нѣсколько послѣдовательныхъ дѣйствій, которые должны рѣшаться устно всемъ классомъ.

Примѣры для вычисленій во всемъ сборникѣ расположены систематически въ смыслѣ послѣдовательности въ сложности вычисленій, причемъ обращено вниманіе на упрощенные приемы устныхъ вычисленій. Эти приемы указаны авторомъ въ соответствующихъ мѣстахъ. Такъ на 40 стран. $99.2 = 100.2 - 2$; $127.8 = 125.8 + 2.8$; на 47 стран. $252.3 = (240 + 12) : 3$; на 52 стран $4500 : 25 = (4500 : 100) : 4$; $875 : 25 = (800 + 75) : 25 = (800 : 25) + 3$.

Нѣкоторыя письменныя упражненія въ вычисленіяхъ приспособлены къ тому, чтобы подготовить къ соответствующимъ устнымъ, но систематической подготовки въ этомъ отношеніи въ сборникѣ нѣтъ.

Теперь перейдемъ къ разсмотрѣнію задачъ съ условіями.

Имѣя въ виду, что сборникъ назначается для приготовительнаго класса, посмотримъ прежде всего на тѣ задачи, которыя должны уяснить смыслъ дѣйствія и указать различные случаи примѣненія каждое изъ нихъ.

Задачи, помѣщенные въ отдѣлахъ на каждое дѣйствіе, вообще очень просты и довольно разнообразны, такъ что могутъ служить для указанной цѣли. Но къ сожалѣнію онѣ съ этой стороны мало систематизированы и между прочимъ мало обращено вниманія на примѣненія соответствующаго дѣйствія при рѣшеніи вопроса объ увеличеніи или уменьшеніи даннаго числа на нѣсколько единицъ или въ нѣсколько разъ. Такіе вопросы мы еще встрѣчаемъ въ отдѣлѣ задачъ на сложеніе и вычитаніе, но въ задачахъ на умноженіе мы находимъ ихъ лишь три — №№ 500, 501, 502, да и тѣ представляютъ собою прямое отвлеченное требованіе. Напр., зад. № 501 „увеличить 25 въ 45 разъ“, зад. № 502 „Произведеніе чиселъ 34 и 35 увеличить въ 7 разъ“, задатъ же съ условіемъ, въ который входило бы это требованіе мы не встрѣчаемъ вовсе.

Не лучше обстоятъ съ этой стороны дѣло и въ отдѣлѣ задачъ на дѣленіе. Здѣсь первоначально разсматривается тотъ случай дѣленія, когда ищется часть числа (дѣленіе на равныя части), а затѣмъ, начиная съ задачи № 823, и тотъ случай, когда узнать, сколько разъ одно число содержится въ другомъ. Къ первому случаю дѣленія слѣдуетъ отнести задачи, въ которыхъ требуется данное число уменьшить въ нѣсколько разъ, или найти число въ нѣсколько разъ меньшее даннаго. Но къ сожалѣнію мы ни одной подобной задачи въ этой части сборника, т. е. до задачи № 723 не находимъ. Въ первый разъ этотъ вопросъ совершенно неожиданно встрѣчается въ задачѣ № 780, а затѣмъ въ № 819 и больше не попадаетъ ни разу во всемъ сборникѣ. Но за то ранѣе этого помѣщенъ цѣлый рядъ задачъ, въ которыхъ требуется узнать, во сколько разъ одно число больше другого (№№ 737, 738, 740, 744—750). Намъ представляется непонятнымъ, почему вопросъ объ отысканіи отношенія чиселъ поставленъ ранѣе уменьшенія числа въ нѣсколько разъ, когда „дѣленіе на части“ т. е. уменьшеніе числа въ нѣсколько разъ разсматривано ранѣе „дѣленія по содержанію“ и когда вопросъ объ уменьшеніи числа въ нѣсколько разъ естественнѣе было бы поставить ранѣе отысканія отношенія, и также непонятно почему вопросу объ уменьшеніи числа въ нѣсколько разъ удѣлено только двѣ задачи. Эти вопросы составляютъ часто камень преткновенія для учениковъ и на нихъ слѣдовало бы обратить особое вниманіе тѣмъ болѣе, что авторъ посвящаетъ нѣсколько задачъ вопросу, въ которомъ требуется узнать, какую часть одного числа составляетъ другое

(№№ 742, 743, 810, 811). Этот вопрос может быть решен непосредственно только в курсе дробей и его скорее можно было бы игнорировать в курсе приготовительного класса, чѣм вопрос, на который мы обращаемъ внимание выше.

Въ отдѣлѣ задачъ на „вѣ дѣйствія“, указанный выше пробѣлъ не пополненъ. Значительная часть задачъ этого отдѣла представляетъ собою повтореніе ранѣе усвоеннаго и состоитъ изъ довольно простыхъ и ясно формулированныхъ задачъ. Вообще нужно сказать, что вѣ задачи формулированы очень ясно и хорошо. Но кромѣ этихъ повторительныхъ задачъ въ этотъ отдѣлъ входятъ задачи, новыя по своему содержанию, къ которымъ учениковъ приготовительнаго класса надо подготовить. Такъ тутъ встрѣчается 13 задачъ на пропорціальное дѣленіе, *два* задачи на дѣленіе числа въ данномъ разностномъ отношеніи; *пять* задачъ на курьеры, *ѣдущіе навстрѣчу другъ другу*, (сюда мы отнесли и задачи о времени, въ теченіи котораго наполняется бассейнъ нѣсколькими трубами); *одна* задача на опредѣленіе времени, въ теченіе котораго наполнится бассейнъ, когда въ него чрезъ одну трубу вода вливается, а чрезъ другую вытекаетъ, соответствующихъ же задачъ на догоняющихъ другъ друга курьеровъ нѣтъ; еще *два* задачи особаго типа подъ №№ 941 и 945, и *три* задачи подъ №№ 938, 963, 987. Мы указываемъ на эти задачи и приводимъ число ихъ не потому, чтобы считали ихъ излишними въ курсѣ приготовительнаго класса, напротивъ, мы считаемъ ихъ здѣсь умѣстными, но думаемъ, что онѣ должны быть надлежащимъ образомъ систематизированы и число ихъ должно быть значительно больше. Если при этомъ условіи ученикъ рѣшитъ первую изъ нихъ при непосредственной помощи учителя, то для него еще останется достаточно полезной умственной работы распознать этотъ типъ задачъ при совершенно другой фабулѣ и самостоятельно повторить тѣ разсужденія, тѣ соображенія, которыя онъ при рѣшеніи первой задачи того же типа непосредственно заимствовалъ у учителя. Но рѣшеніе этихъ задачъ, если ихъ помѣщено въ сборникъ всего двѣ—три не приводитъ ни къ какимъ результатамъ. Вообще мы думаемъ, что автору слѣдовало бы увеличить число задачъ съ условіями и болѣе ихъ систематизировать и пополнить пробѣлы, на которые мы отчасти указали.

Съ вѣншей стороны, со стороны бумаги и печати, задачникъ производитъ хорошее впечатлѣніе. Отвѣтовъ на задачи въ сборникѣ не дано. Мы полагали бы, что на болѣе сложныя задачи слѣдовало бы дать отвѣты въ концѣ сборника. Это помогло бы ученику при самостоятельномъ рѣшеніи проверить себя и добиваться правильнаго отвѣта. Мы не раздѣляемъ того мнѣнія, что отвѣты въ задачникѣ приводить къ тому, что ученики механически подбираютъ дѣйствія для того, чтобы добиться отвѣта задачника. Если это имѣетъ мѣсто, то корень зла тутъ болѣе глубокъ и отсутствіе отвѣтовъ его не нагладитъ.

С. Житковъ (Одесса).

ЗАДАЧИ.

XX. Въ одной и той же плоскости даны точка A и двѣ концентрическія окружности. Черезъ точку A и нѣкоторую точку B одной изъ данныхъ окружностей проводимъ нѣкоторую новую окружность и продолжаемъ радикальную ось этой новой окружности и второй изъ данныхъ окружностей до пересѣченія въ точкѣ M съ прямой AB . Найти геометрическое мѣсто точки M .

Е. Буракий (Одесса).

XXI. Въ плоскости треугольника ABC взята точка M , и построены точки A_1, B_1, C_1 , соответственно дополнительныя *) для точекъ A, B, C отно-

*) См. „Вѣстникъ Опытной Физики“ № 232, „Новая геометрія треугольника“, стр. 88, §§ 9, 10.

сительно треугольников MBC , MCA , MAV . Доказать, что прямые AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в одной точке M_1 и что треугольник $A_1B_1C_1$ равен треугольнику ABC и имеет стороны, параллельные сторонам последнего. По данным расстояниям точки M от сторон треугольника ABC и по элементам этого треугольника вычислить такие же расстояния для точки M_1 и показать, что точка M_1 есть точка, дополнительная для точки M' , дополнительной для точки M относительно треугольника ABC .

М. Зиминъ (Варшава).

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 34 (4 сер.). Построить треугольникъ по даннымъ расстояниямъ его вершинъ отъ его медіанъ.

М. Зиминъ (Варшава).

№ 35 (4 сер.). Определить геометрическія мѣста 1) ортоцентровъ и 2) центровъ тяжести вписанныхъ въ данный кругъ треугольниковъ, сумма квадратовъ сторонъ которыхъ остается постоянной.

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 36 (4 сер.). Пусть O — центръ круга вписаннаго, а O_a , O_b и O_c — центры вѣтвѣвписанныхъ круговъ относительно треугольника ABC . Показать, что

$$\overline{OO_a}^2 + \overline{OO_b}^2 + \overline{OO_c}^2 + \overline{O_aO_b}^2 + \overline{O_bO_c}^2 + \overline{O_cO_a}^2 = 48R^2,$$

гдѣ R —радіусъ круга, описаннаго около треугольника ABC .

(Займств.) А. К. (Севастополь).

№ 37 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій:

$$x(y+z) = yz(ax^2+1),$$

$$y(x+z) = zx(by^2+1)$$

$$z(x+y) = xy(cz^2+1).$$

Ф. Доброготовъ (Самара).

№ 88 (4 сер.). Упростить выраженіе

$$\sqrt{3,75 + \sqrt{3} + \sqrt{6} + 2\sqrt{2}},$$

представивъ его въ видѣ трехчлена.

Н. Г. (Митава).

№ 39 (4 сер.). Мѣдная проволока длиной въ 100 метровъ и съ сѣченіемъ въ 3 квадратныхъ миллиметра соединяетъ полюсы элемента, электродвижущая сила котораго 1,1 вольта, а сопротивление 1,5 ома. Определить:

1) силу тока и 2) разность потенциаловъ на полюсахъ элемента. Сопротивленіе мѣдной проволоки длиною въ 1 метръ и съ сѣченіемъ въ 1 квадратный миллиметръ равно 0,018 ома.

(Займств.) М. Гербановскій.

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 599 (3 сер.). Решить систему уравнений:

$$x : y = u : z,$$

$$x - y + z - u = a,$$

$$x^2 - y^2 + z^2 - u^2 = b,$$

$$x^3 - y^3 + z^3 - u^3 = c.$$

Первое уравнение даетъ

$$xz = yu \quad (1).$$

Представивъ второе изъ данныхъ уравнений въ видѣ

$$x + z = a + y + u \quad (2),$$

возвысимъ обѣ части его въ квадратъ и отъ полученнаго уравненія отнимемъ почленно уравненіе (1), умноживъ предварительно обѣ части его на 2. Тогда находимъ:

$$x^2 + z^2 = a^2 + 2a(y + u) + y^2 + u^2, \text{ откуда}$$

$$2a(y + u) = x^2 - y^2 + z^2 - u^2 - a^2,$$

или, подставляя b вмѣсто $x^2 - y^2 + z^2 - u^2$ на основаніи третьяго изъ предложенныхъ уравненій: $2a(y + u) = b - a^2$, откуда (см. (2))

$$y + u = \frac{b - a^2}{2a}, \quad x + z = \frac{b + a^2}{2a} \quad (3).$$

Четвертое изъ предложенныхъ уравненій даетъ:

$$x^3 + z^3 = c + y^3 + u^3.$$

Но

$$\begin{aligned} x^3 + z^3 &= (x+z) (x^2 - xz + z^2) = (x+z) [(x+z)^2 - 3xz] = \\ &= (x+z)^3 - 3xz(x+z), \end{aligned}$$

$$y^3 + u^3 = (y+u)^3 - 3yu(y+u).$$

Поэтому

$$(x+z)^3 - 3xz(x+z) = c + (y+u)^3 - 3yu(y+u),$$

или (см. 1)

$$(x+z)^3 - 3xz(x+z) = c + (y+u)^3 - 3xz(y+u),$$

откуда

$$3xz[(y+u) - (x+z)] = c + (y+u)^3 - (x+z)^3.$$

Подставляя значенія $y+u$ и $x+z$ изъ уравненій (3), находимъ:

$$xz = yu = \frac{a^4 + 3b^2 - 4ac}{12a^2}.$$

Такимъ образомъ x и z суть корни квадратнаго уравненія

$$t^2 - \frac{b + a^2}{2a} t + \frac{a^4 + 3b^2 - 4ac}{12a^2} = 0,$$

а y и u — корни уравненія

$$t^2 - \frac{b - a^2}{2a} t + \frac{a^4 + 3b^2 - 4ac}{12a^2} = 0.$$

П. Полушкинъ (Знаменка); Н. С. (Одесса),

№ 609 (3 сер.). Решить уравнение

$$x^7 + a^7 + b^7 = (x + a + b)^7.$$

Положимъ

$$a = \alpha - \beta, \quad b = \alpha + \beta,$$

т. е.,

$$\alpha = \frac{a+b}{2}, \quad \beta = \frac{b-a}{2} \quad (1),$$

и

$$x = y - \alpha \quad (2).$$

Тогда данное уравнение приводится къ новому:

$$(y - \alpha)^7 + (\alpha - \beta)^7 + (\alpha + \beta)^7 = (y + \alpha)^7.$$

Переносимъ все члены его въ одну часть и открывая скобки, получимъ:

$$14xy^6 + 70x^2y^4 + 42x^3y^2 + 2x^7 - 2\alpha^7 - 42x^2\beta^2 - 70x^3\beta^4 - 14x\beta^6 = 0.$$

Сокращая члены этого уравнения на $14x$, имеемъ:

$$y^6 + 5x^2y^4 + 3x^4y^2 - 3x^4\beta^2 - 5x^2\beta^4 - 4x^6 = , \text{ или}$$

$$(y^6 - \beta^6) + 5x^2(y^4 - \beta^4) + 3x^4(y^2 - \beta^2) =$$

$$= (y^2 - \beta^2) [y^4 + (9x^2 + \beta^2)y^2 + 3x^4 + 5x^2\beta^2 + \beta^4] = 0.$$

Предыдущее уравнение имѣетъ корни:

$$y_1 = \beta, \quad y_2 = -\beta \quad (3)$$

и еще четыре корня биквадратнаго уравнения

$$y^4 + (5x^2 + \beta^2)y^2 + 3x^4 + 5x^2\beta^2 + \beta^4 = 0 \quad (4),$$

коэффициенты котораго (см. (1)) намъ извѣстны.

Такимъ образомъ предложенное уравнение имѣетъ корни (см. (1), (2), (3)):

$$x_1 = \frac{b-a}{2} - \alpha = -a, \quad x_2 = \frac{a-b}{2} - \alpha = -b$$

и еще четыре корня, которые получимъ, вычитая по α изъ каждаго изъ корней уравнения (4).

П. Полушкинъ (Знаменка); Н. С. (Одесса).

№ 614 (3 сер.). Решить систему уравнений:

$$(x^3 + y^3)(x - y) = 304$$

$$(x^3 - y^3)(x - y) = 784.$$

Раздѣливъ первое уравнение на второе, находимъ послѣдовательно:

$$\frac{x^3 + y^3}{x^3 - y^3} = \frac{304}{784} = \frac{19}{49},$$

$$49x^3 + 49y^3 = 19x^3 - 19y^3, \quad 30x^3 = -68y^3, \quad x^3 = -\frac{34}{15}y^3,$$

откуда

$$x = -\alpha y \sqrt[3]{\frac{34}{15}} \quad (1),$$

гдѣ α —одинъ изъ корней третьей степени изъ единицы.

Подставляя это значение x въ первое изъ предложенныхъ уравнений получимъ:

$$\frac{19}{15} \left(1 + \alpha \sqrt[3]{\frac{34}{15}} \right) y^4 = 304,$$

откуда (см. (1))

$$y = \beta \sqrt[4]{\frac{240}{1 + \alpha \sqrt[3]{\frac{34}{15}}}}, \quad x = -\alpha \beta \sqrt[3]{\frac{34}{15}} \cdot \sqrt[4]{\frac{240}{1 + \alpha \sqrt[3]{\frac{34}{15}}}},$$

гдѣ β —одинъ изъ корней четвертой степени изъ единицы.

Л. Гальперинъ (Бердичевъ).

№ 637 (3 сер.). На ребрахъ SA , SB и SC прямого трехграннаго угла взять соответственно точки a , b и c такъ, что треугольникъ abc равенъ некоторому данному треугольнику. Построить отрезки Sa , Sb и Sc .

Введемъ обозначенія: $Sa = x$, $Sb = y$, $Sc = z$; $bc = \alpha$, $ca = \beta$, $ab = \gamma$. Тогда

$$x^2 + y^2 = \gamma^2, \quad y^2 + z^2 = \alpha^2, \quad z^2 + x^2 = \beta^2.$$

Рѣшая эту систему относительно x^2 , y^2 , z^2 , найдемъ:

$$x^2 = \frac{1}{2} (\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2), \quad y^2 = \frac{1}{2} (\alpha^2 + \gamma^2 - \beta^2), \quad z^2 = \frac{1}{2} (\beta^2 + \alpha^2 - \gamma^2),$$

откуда видно, что задача возможна лишь тогда, когда

$$\beta^2 + \gamma^2 \geq \alpha^2, \quad \alpha^2 + \gamma^2 \geq \beta^2, \quad \beta^2 + \alpha^2 \geq \gamma^2,$$

т. е. когда данный треугольникъ не тупоугольный.

Если принять въ треугольникъ abc одну изъ сторонъ β или γ , напр. β , за основаніе, то по известной формулѣ

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta m,$$

гдѣ m есть отръзокъ основанія отъ вершины a до высоты; слѣдовательно

$$\beta m = \frac{\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2}{2} = x^2,$$

откуда видно, что x есть средняя пропорціональная линія между β и m . Подобнымъ же образомъ можно опредѣлить и построить y и z .

Ю. Рабиновичъ (Одесса); М. Миласевичъ (Севастополь).

Обложка
щется

Обложка
щется