Обложка
пщется

Обложка
ищется

XXII Сем. № 3.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 255.

Отъ Распорядительнаго Комитета

X-го Съѣзда Русскихъ Естествоиспытателей и Врачей въ г. Кіевѣ.

Его Императорское Величество, Государь Императоръ, Высочайше повелѣть соизволилъ отложить X съѣздъ русскихъ естествоиспытателей и врачей въ Кіевѣ на Августъ мѣсяцъ будущаго 1898 года.

Въ Распорядительный Комитетъ X-го съѣзда русскихъ естествоиспытателей и врачей поступили заявленія отъ Императорскаго С.-Петербургскаго минералогическаго Общества, отъ Императорскаго С.-Петербургскаго Общества естествоиспытателей, отъ Физико-Математическаго факультета Императорскаго Московскаго Университета, отъ предсѣдателя Комитета по устройству международнаго геологическаго конгресса въ С.-Петербургѣ и отъ многихъ частныхъ лицъ о томъ, что время, назначенное для съѣзда въ Кіевѣ, неудобно по совпаденію своему со временемъ засѣданій и экскурсій геологическаго конгресса, вслѣдствіе чего многіе ученые лишены будутъ возможности принять личное участіе въ трудахъ съѣзда.

Распорядительный Комитетъ въ засѣданіи своемъ 9 Апрѣля сего года, заслушавъ вышеупомянутыя заявленія, постановилъ войти съ ходатайствомъ къ Его Сіятельству Господину Министру Народнаго Просвѣщенія о перенесеніи X съѣзда съ Августа 1897 года на Августъ (съ 21 по 30) 1898 г., на что нынѣ и послѣдовало Высочайшее соизволеніе. Комитетъ рѣшился на эту перемѣну, желая по мѣрѣ своихъ силъ содѣйствовать лишь интересамъ русской науки и объединенію ея представителей.

Лицамъ, внесшимъ свои членскіе взносы и не заявившимъ Комитету о желаніи получить ихъ обратно, своевременно будутъ высланы билеты на право участвовать въ засѣданіяхъ съѣзда въ будущемъ 1898 г.

Приглашенія, разосланныя Комитетомъ въ настоящемъ году, дѣйствительны и на 1898-й годъ. Вторичныхъ приглашеній разослано не будетъ.

О преміяхъ профессора Кесслера и т. с. Маразли.

На VII съѣздѣ русскихъ естествоиспытателей и врачей, бывшемъ въ 1883 г. въ г. Одессѣ, учреждены были четыре «Кесслеровскія» преміи по 500 рублей каждая для выдачи за лучшія сочиненія по описанію Крымскаго полуострова въ геологическомъ, зоологическомъ, ботаническомъ и медицинскомъ отношеніяхъ. Одна изъ этихъ премій была выдана на московскомъ IX съѣздѣ, бывшемъ въ 1894 году; остальная-же сумма съ наросшими процентами въ количествѣ 1816 рублей передана въ Распорядительный Комитетъ X съѣзда естествоиспытателей и врачей въ Кіевѣ.

На томъ-же VII съѣздѣ въ г. Одессѣ было доложено письмо тайнаго совѣтника Григорія Григорьевича Маразли о томъ, что въ память перваго въ Одессѣ съѣзда русскихъ естествоиспытателей и врачей онъ учреждаетъ двѣ преміи по 500 рублей каждая, а именно, одну за сочиненіе на тему: «Геологическое описаніе Одессы и ея окрестностей», другую—«О вліяніи земскихъ учрежденій на улучшеніе народнаго здравія на югѣ Россіи». Вторая тема, по предложенію г-на Приселкина, была видоизмѣнена внесеніемъ двухъ новыхъ пунктовъ, а именно: 1) какія изъ земскихъ учрежденій имѣли уже благодѣтельное вліяніе на сохраненіе и развитіе народнаго здравія и 2) какія еще слѣдуетъ узаконить и принять мѣры съ этою первостепенною цѣлью. Эти преміи не могли быть до сихъ поръ ни присужденными, ни выданными за непредставленіемъ сочиненій. Нынѣ, вслѣдствіе переписки по этому вопросу съ т. с. Г. Г. Маразли, послѣдній увѣдомилъ Распорядительный Комитетъ X съѣзда въ Кіевѣ, что онъ не считаетъ эти преміи упраздненными и проситъ заняться разборомъ тѣхъ сочиненій, которыя могутъ быть представлены на соисканіе премій его имени.

Доводя объ этомъ до всеобщаго свѣдѣнія, Распорядительный Комитетъ X съѣзда проситъ заинтересованныхъ лицъ озаботиться доставленіемъ ему сочиненій, удовлетворяющихъ условіямъ конкурса «Кесслеровскихъ» премій и премій имени т. с. Г. Г. Маразли, не позднѣе 1-го марта 1898 года*).

Условія конкурса на соисканіе «Кесслеровскихъ» премій, утвержденныя VII съѣздомъ, согласно напечатанному въ № 81 «Одесскаго Вѣстника» за 1884 г., заключаются въ слѣдующемъ:

I. Преміи (500 руб. каждая) даются за лучшія сочиненія по описанію Крымскаго полуострова на слѣдующія темы:

1. Монографическое описаніе какой-нибудь группы (класса или отряда) животныхъ, водящихся въ Крыму.

Описаніе должно быть не только систематическое, но и анатомическое. Эмбріологическія данныя также весьма желательны. Желательно также, чтобы образъ жизни и зависимость описанныхъ формъ отъ окружающихъ условій были приняты во вниманіе. Какъ образецъ подобныхъ монографій, Комитетъ считаетъ возможнымъ указать на монографіи, издаваемыя Неаполитанскою зоологическою станціей.

2. Морфолого-систематическое изслѣдованіе встрѣчающихся у береговъ Крыма водорослей изъ группы Florideae.

Особенное вниманіе должно быть обращено на строеніе клѣточекъ и вѣтвленіе сосвища, на образованіе цистокарпіевъ и т. д. Желательно, чтобы было обращено вниманіе на условія распредѣленія Florideae у береговъ Крыма въ зависимости отъ различныхъ условій, какъ, напр., глубины, силы прибоя, различнаго освѣщенія, примѣси прѣсной воды, а также на смѣну флоры Florideae въ различное время года. Ради большей подробности и тщательности въ изслѣдованіи Florideae въ только что указанныхъ направленіяхъ, можно ограничиться изученіемъ Florideae Севастопольской и Балаклавской бухтъ. Къ сочиненію должны быть приложены рисунки для поясненія какъ морфологической, такъ и систематической части изслѣдованія.

3. Подробное описаніе одной изъ формацій, участвующихъ въ строеніи Крыма. Въ сочиненіи этомъ должны быть изложены: а) историческій очеркъ формаціи, изслѣдованной авторомъ; б) геологическій ея характеръ въ предѣлахъ всего Крымскаго полуострова и в) критическій обзоръ найденныхъ въ ней органическихъ остатковъ.

*) Срокъ представленія сочиненій на преміи профессора Кесслера измѣненъ вслѣдствіе перенесенія времени съѣзда на 1898 г.

4. Изслѣдованіе въ медико-статистическомъ, климатологическомъ или бальнеологическомъ отношеніяхъ лечебныхъ мѣстностей Крыма, одной или нѣсколькихъ.

II. Сочиненія должны быть на русскомъ языкѣ, рукописныя или печатныя. Первыя могутъ быть съ обозначеніемъ имени автора или подъ особеннымъ девизомъ, причемъ имя автора прилагается въ отдѣльномъ конвертѣ съ тѣмъ же девизомъ. Рукописное сочиненіе, удостоенное преміи, можетъ быть напечатано авторомъ, гдѣ удобно.

III. Если же ни одно изъ предъявленныхъ на конкурсъ сочиненій не будетъ одобрено, то преміи передаются въ распоряженіе слѣдующаго съѣзда за сочиненія на тѣ-же темы.

Предсѣдатель, заслуженный профессоръ *И. Рахманиновъ.*

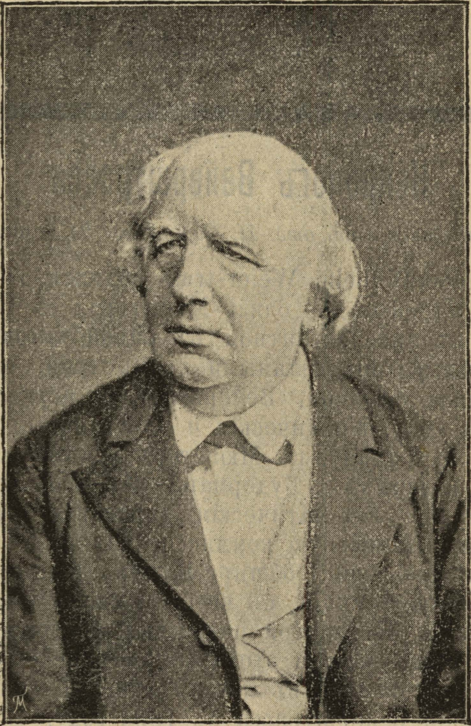
Дѣлопроизводители, профессора: *С. Реформатскій.*

Г. Де-Метцъ.

Некрологъ Вейерштрасса

(*Читанъ въ засѣданіи мат. отд. Н. Общ. Ест. 24 марта 1897 года*).

Karl Theodor Wilhelm Weierstrass родился 31 октября н. с. 1815 года въ Остенфельде, близь Мюнстера, въ Вестфаліи. Онъ принадлежалъ къ интеллигентной нѣмецкой католической семьѣ. Отецъ его, завѣдывавшій соляными промыслами, часы досуга посвящалъ занятіямъ физикой. Вейерштрассъ изучалъ сначала въ Боннѣ, въ 1834 году, юридическія и камеральныя науки. Затѣмъ онъ переѣхалъ на родину, въ Мюнстеръ и тамъ слушалъ лекціи по математикѣ и физикѣ у Гудермана. Въ это время онъ обнаружилъ выдающіяся математическія дарованія, представивъ въ 1840 году въ испытательную коммиссію для полученія права преподаванія (facultas docendi) обширный мемуаръ, посвященный теоріи эллиптическихъ функцій, съ которой онъ познакомился лишь годъ тому назадъ. Не смотря на весьма благопріятный отзывъ Гудермана и желаніе автора, этотъ мемуаръ не былъ въ свое время напечатанъ и появился въ печати впервые лишь въ полномъ собраніи сочиненій Вейерштрасса въ 1894 году. Вслѣдъ за тѣмъ въ 1841 и 1842 годахъ, оставаясь преподавателемъ средняго учебнаго заведенія въ Мюнстерѣ, Вейерштрассъ занимался общей теоріей функцій и написалъ три весьма замѣчательныхъ мемуара, которые остались, по неизвѣстнымъ причинамъ, не напечатанными до 1894 года. Въ этихъ мемуарахъ содержатся основанія теоріи функцій въ той формѣ, въ какой ее развивалъ Вейерштассъ въ теченіе всей своей ученой дѣятельности. Тамъ дается доказательство очень важной теоремы, которую вывелъ Лоранъ лишь въ 1847 году. Тамъ-же находится понятіе о равномѣрной сходимости, которое установлено лишь послѣ работъ Зейделя и Стокса 1848 г. Въ этихъ-же мемуарахъ, наконецъ, дано доказательство существованія интеграловъ системы обыкновенныхъ дифференціальныхъ уравненій, отличное отъ доказательства Коши, причемъ послѣднее Вейерштрассу не было извѣстно. Въ 1843 году Вейерштрассъ перешелъ преподавателемъ прогимназіи въ Дейчъ-Кроне, гдѣ появилась первая печатная его работа „Объ аналитическихъ факультетахъ", какъ приложеніе къ отчету о прогимназіи за $184^2/_3$ годъ. Эту работу онъ впослѣдствіи развилъ въ обширную статью въ журналѣ Крелля. Въ этой работѣ, замѣчательной по точности, Вейерштрассъ ясно выразилъ свой взглядъ на аналитическія функціи, взглядъ, который послѣ легъ въ основаніе всѣхъ его изслѣдованій. Въ Дейчъ-Кроне онъ оставался до 1848 года, въ которомъ перешелъ преподавателемъ гимназіи въ Браунсбергъ, гдѣ, при



Карлъ Вейерштрассъ.

отчетѣ по гимназіи за $184^8/_9$ ак. годъ появилась его статья по теоріи Абелевыхъ интеграловъ, содержащая первое его изслѣдованіе въ этой области. Въ этой статьѣ указаны результаты новаго рѣшенія знаменитой задачи Якоби. За нею послѣдовала въ 1853 году другая статья, помѣщенная въ журналѣ Крелля, въ которой изложенъ самый методъ рѣшенія задачи, но изложеніе не доведено до конца. Послѣднія работы обратили вниманіе Берлинской Академіи Наукъ на скромнаго учителя гимназіи, который въ немногіе часы досуга занимался съ успѣхомъ рѣшеніемъ труднѣйшей и важнѣйшей изъ задачъ современной математики и тогда лишь выступилъ съ печатной работой, когда рѣшеніе въ самомъ общемъ видѣ было доведено до конца. Такимъ образомъ въ 1856 году Вейерштрассъ былъ избранъ въ члены Берлинской Академіи Наукъ, послѣ 14 лѣтъ учительскаго труда при 30 урокахъ въ недѣлю. Съ этого времени до конца жизни Вейерштрассъ непрерывно работалъ въ области теоріи аналитическихъ функцій, помѣщая свои изслѣдованія въ изданіяхъ Берлинской Академіи. Одна изъ наиболѣе важныхъ работъ его—знаменитый мемуаръ „Къ теоріи однозначныхъ функцій", въ которомъ онъ кладетъ основаніе новой теоріи функцій и развиваетъ общую теорію однозначныхъ функцій.

Въ годъ избранія въ академію Вейерштрассъ получилъ также приглашеніе читать лекціи въ техническомъ институтѣ въ Берлинѣ; но лишь въ 1864 году, т. е. 49 лѣтъ отъ роду, началъ онъ свою профессорскую дѣятельность въ университетѣ. Съ этихъ поръ втеченіе 20 съ лишнимъ лѣтъ онъ читалъ лекціи въ Берлинскомъ Университетѣ. Слѣдуя примѣру своего великаго предшественника, Якоби, Вейерштрассъ читалъ лишь спеціальные курсы по тѣмъ отдѣленіямъ математики, надъ которыми самъ работалъ. Центромъ этихъ чтеній служили лекціи по теоріи Абелевыхъ функцій—главному предмету занятій Вейерштрасса. Этому курсу предшествовалъ курсъ эллиптическихъ функцій и ихъ приложеній. Его теорія эллиптическихъ функцій стала въ настоящее время общепринятой теоріей. Курсу эллиптическихъ функцій, въ свою очередь, естественно предшествовалъ курсъ введенія въ теорію аналитическихъ функцій. Кромѣ этихъ 4-хъ столь тѣсно связанныхъ между собою курсовъ, Вейерштрассъ читалъ еще курсъ варіаціоннаго исчисленія, которымъ онъ сталъ заниматься заинтересовавшись извѣстной задачей Ньютона. Его лекціи, не смотря на мастерское изложеніе, понимались не легко, во первыхъ потому, что относились къ предметамъ труднымъ и, во вторыхъ, потому, что разсматривались эти предметы съ новой точки зрѣнія и съ большой точностью. Тѣмъ не менѣе кругъ слушателей постоянно увеличивался и въ восьмидесятыхъ годахъ на его лекціяхъ бывало до 200 слушателей. Молодые математики всѣхъ странъ стекались въ Берлинъ учиться у Вейерштрасса. Особенно ревностно направлялъ къ нему своихъ учениковъ знаменитый французскій математикъ Эрмитъ. Въ Германіи большинство молодыхъ математиковъ—ученики Вейерштрасса. Особенно извѣстны среди нихъ члены Берлинской академіи Фуксъ, Фробеніусъ и Шварцъ. Наиболѣе близко къ Вейерштрассу изъ ученыхъ другихъ странъ стояли извѣстный математикъ Миттагъ-Леффлеръ и С. В. Ковалевская. Въ 1886 году въ 70-ю годовщину дня рожденія Вейерштрасса ученики устроили ему торжественное чествованіе, которое повторилось затѣмъ въ 80-ю годовщину.

Сообщая новые результаты своихъ изслѣдованій въ засѣданіяхъ академіи и на своихъ лекціяхъ, Вейерштрассъ не спѣшилъ публиковать ихъ. По настоянію друзей и учениковъ онъ издалъ въ 1886 году нѣсколько своихъ работъ подъ заглавіемъ „Статьи изъ теоріи функцій" и лишь за 10 лѣтъ до смерти, когда болѣзнь приковала его къ креслу, онъ пересталъ читать лекціи и задумалъ издать полное собраніе своихъ сочиненій, 2 тома котораго уже вышли въ свѣтъ. (Этимъ изданіемъ занимается особая коммисія, состоящая изъ нѣсколькихъ членовъ Берлинской Академіи Наукъ). Понятно, что такое отношеніе къ публикаціи своихъ изслѣдованій, какое обнаруживалъ Вейерштассъ, было причиной весьма медленнаго распространенія идей и методовъ этого ученаго. Оно объясняется скромностью и требовательностью по отношенію къ себѣ. Не только не стараясь пріобрѣсти славу, но даже не защищая собственныхъ правъ на сообщенныя на лекціяхъ открытія, Вейерштрассъ всецѣло былъ преданъ интересамъ науки и преподаванія.

Послѣднихъ 8 или 9 лѣтъ Вейерштрассъ страдалъ водянкой вслѣдствіе болѣзни сердца и долженъ былъ прекратить чтенія лекцій. Послѣднихъ 3 года онъ чаще всего лежалъ на диванѣ или въ креслѣ и дремалъ. Ходить онъ совсѣмъ не могъ. Два служителя переносили его съ постели въ кресло, а также носили его по лѣстницѣ на улицу и возили въ креслѣ по Берлинскому парку. Онъ умеръ 19 февраля отъ воспаленія легкихъ и болѣлъ этой болѣзнью всего 4 дня. Почти до послѣдней болѣзни онъ сохранилъ ясность мысли и бесѣдовалъ о математикѣ съ многочисленными учениками, живущими въ Берлинѣ. Вейерштрассъ не былъ женатъ. При немъ жили двѣ сестры его, которыхъ жизнь была посвящена всецѣло заботамъ о братѣ. Одна изъ нихъ умерла нѣсколькими мѣсяцами раньше брата, другая пережила его. 22 февраля состоялось погребеніе въ присутствіи многихъ студенческихъ корпорацій, учениковъ и товарищей покойнаго. Рѣчей надъ гробомъ не было. Вейерштрассъ не желалъ этого.

И. Слешинскій.

Карлъ Вейерштрассъ.

(*Краткій біографическій очеркъ Проф. П. М. Покровскаго* *).

Математическій міръ понесъ невознаградимую утрату: 19 февраля новаго стиля скончался берлинскій профессоръ и академикъ Карлъ Вейерштрассъ. Покойный былъ однимъ изъ послѣднихъ представителей той блестящей плеяды математиковъ (конца прошлаго и начала нынѣшняго столѣтія), труды которыхъ создавали эпохи въ наукѣ. Съ именемъ Вейерштрасса будутъ неразрывно связаны теорія высшихъ трансцендентныхъ (эллиптическихъ, ультра-эллиптическихъ и Абелевыхъ), а также рядъ общихъ положеній въ области аналитическихъ функцій.

*) Болѣе подробный разборъ трудовъ Вейерштрасса дается проф. Покровскимъ въ его рѣчи, которая была произнесена 17 февраля въ Кіевскомъ физико-математическомъ Обществѣ и будетъ напечатана въ Кіевскихъ Университетскихъ Извѣстіяхъ.

Карлъ-Теодоръ-Вильгельмъ Вейерштрассъ родился 31-го октября 1815 года въ Остенфельдѣ, въ Вестфаліи; онъ происходилъ изъ католической семьи и былъ сыномъ директора соляныхъ заводовъ. Среднее образованіе Вейерштрассъ получилъ въ гимназіи въ Падерборнѣ; съ 1834 по 1838 г. онъ изучалъ въ Боннѣ юридическія и коммерческія науки. Съ 1838 по 1840 г. Вейерштрассъ занимался въ Мюнстерской академіи математикой и физикой, подъ руководствомъ проф. Гудермана; послѣдній былъ ученикомъ знаменитаго Якоби и однимъ изъ первыхъ популяризаторовъ его теоріи эллиптическихъ функцій.

Въ теченіе 14-ти послѣдующихъ лѣтъ Вейерштрассъ занимаетъ должность учителя гимназіи сперва въ Мюнстерѣ, затѣмъ въ Дейтшкронѣ и Браунсбергѣ. Тяжелое время пришлось ему пережить: посвящая урокамъ 30 часовъ въ недѣлю, Вейерштрассъ долженъ былъ, кромѣ математики и физики, излагать своимъ ученикамъ основы химіи и начала естествознанія; мало того, на немъ сперва лежало и преподаваніе гимнастики. Нельзя не удивляться силѣ воли и невѣроятной энергіи молодого педагога, который, несмотря на самыя неблагопріятныя условія, продолжаетъ свое математическое самообразованіе и не останавливается передъ самыми трудными вопросами науки.

Уже первыя изслѣдованія недавняго юриста, который всего два года слушалъ математическіе курсы, носятъ на себѣ отпечатокъ могучаго таланта. Въ 1841 году Вейерштрассъ представилъ въ Мюнстерскую испытательную комиссію (для полученія званія учителя гимназіи) сочиненіе „Ueber die Entwicklung der Modularfunctionen". Это изслѣдованіе было безусловно новымъ для своего времени; оно и теперь представляетъ большой интересъ, такъ какъ характеризуетъ дальнѣйшее направленіе ученой дѣятельности Вейерштрасса. Съ первой уже работы Вейерштрассъ въ теоріи высшихъ трансцендентныхъ пошелъ непосредственно по слѣдамъ геніальнаго Абеля (этотъ норвежскій ученый, скончавшійся на двадцать седьмомъ году жизни, создалъ, какъ извѣстно, новую эру въ математикѣ).

Высокій историческій интересъ представляютъ и три послѣдующихъ мемуара (1841 и начала 1842 года): „Darstellung einer analytischen Function einer complexen Veränderlichen", „Zur Theorie der Potenzreihen" и „Definition analytischer Functionen vermittelst algebraischer Differentialgleichungen". Оказывается, что общее опредѣленіе аналитическихъ функцій, понятія о степенныхъ рядахъ и ихъ продолженіи и т. д. составляли предметъ изысканій Вейерштрасса уже въ 1840—42 годахъ, притомъ независимо отъ изслѣдованій Коши. Такъ, еще въ 1842 году Вейерштрассъ открылъ положеніе, извѣстное въ наукѣ подъ именемъ *теоремы Лорана*, которая была опубликована въ 1843 г.

Къ періоду преподавательской дѣятельности Вейерштрасса относятся также и нѣкоторыя другія работы въ области аналитическихъ функцій, какъ напр. „Theorie der analytischen Facultäten".

Эти работы, по словамъ самого автора, имѣли подготовительный характеръ и послужили къ созданію новой теоріи высшихъ трансцендентныхъ.

Въ 1849 году въ приложеніяхъ къ отчету Браунсбергской гимназіи появился замѣчательный мемуаръ Вейерштрасса: „Beitrag zur Theorie der Abelschen Functionen“; здѣсь приводятся многія основныя свойства новыхъ функцій — ультра-эллиптическихъ. Дальнѣйшее развитіе своей теоріи Вейерштрассъ даетъ въ мемуарахъ: „Zur Theorie der Abelschen Functionen“ (1853 г.) и „Theorie d. A. F.“ (1856 г.).

Нельзя не замѣтить, что въ первыхъ двухъ мемуарахъ результаты приведены безъ доказательствъ; въ третьемъ — мы встрѣчаемъ только нѣкоторое развитіе самыхъ общихъ положеній (теорема Абеля). Съ перваго взгляда кажется непонятнымъ, почему авторъ спѣшитъ опубликовывать результаты своихъ незаконченныхъ изслѣдованій; но нужно принять во вниманіе, что это происходило въ эпоху, когда зарождалась теорія высшихъ трансцендентныхъ. Многія идеи Абеля остались неосуществленными, а отчасти и забытыми послѣ его преждевременной кончины; только теорія элиптическихъ функцій продолжала развиваться — съ другой, впрочемъ, точки зрѣнія, — благодаря трудамъ Якоби. Послѣднему принадлежитъ также постановка вопроса объ обращеніи интеграловъ алгебраическихъ функцій (такъ наз. *задача Якоби*). Пользуясь теоремой Абеля, Якоби въ своемъ мемуарѣ „De functionibus duarum variabilium quadrupliciter periodicis“ (1834) показалъ, что уже въ случаѣ квадратныхъ радикаловъ изъ многочлена пятой или шестой степени вопросъ сводится къ нѣкоторымъ новымъ функціямъ отъ двухъ аргументовъ (ультра—эллиптическимъ I класса).

Первое рѣшеніе задачи Якоби для ультра-эллиптическихъ функцій I класса дано было почти одновременно Гэпелемъ и Розенгайномъ, при помощи обобщенія такъ наз. *обратнаго метода Якоби* въ теоріи эллиптическихъ функцій. Въ 1847 году въ журналѣ Крелля появился мемуаръ Гэпеля „Theoriae transcendentium Abelianarum primi ordinis adumbratio levis“. Въ 1846 году на премію Парижской Академіи Наукъ представленъ былъ Розенгайномъ „Mémoire sur les fonctions de deux variables et à quatre périodes“ (напечатанъ въ 1851 году въ Mémoires des Savants étrangers). Эти изысканія, касавшіяся только частнаго случая ультра-эллиптическихъ функцій I класса, обратили на себя общее вниманіе, и авторамъ ихъ приписывается почетное имя творцевъ новой теоріи.

Между тѣмъ, малоизвѣстный браунсбергскій преподаватель Вейерштрассъ имѣлъ уже болѣе общіе результаты въ теоріи ультра-эллиптическихъ функцій какого-угодно класса, выведенные при помощи самой теоремы Абеля; но сложныя педагогическія обязанности, вдали отъ университетскихъ центровъ, не давали ему возможности закончить и привести въ систему свои изысканія.

Лишь спустя нѣсколько лѣтъ, оригинальныя изслѣдованія браунсбергскаго педагога обратили на себя вниманіе издателя Креллевскаго журнала—Борхардта: послѣдній навѣстилъ Вейерштрасса въ Браунсбергѣ и позаботился объ его приглашеніи въ Берлинъ.

Въ 1856 году Вейерштрассъ былъ назначенъ профессоромъ технологическаго института (Gewerbeinstitut); въ томъ же 1856 г. берлинская академія наукъ воздала должную дань ученымъ заслугамъ Вейерштрасса, избравъ его въ свои члены.

Наступаетъ новый періодъ неутомимой, разносторонней и замѣчательно плодотворной дѣятельности Вейерштрасса.

Въ рядѣ мемуаровъ, составившихъ потомъ большой томъ „Abhandlungen aus der Functionenlehre“ (1886), Вейерштрассъ излагаетъ свое оригинальное ученіе объ аналитическихъ функціяхъ. Далѣе, онъ создаетъ новую теорію для эллиптическихъ функцій, заканчиваетъ и приводитъ въ стройную систему свои изысканія по ультраэллиптическимъ функціямъ; введенный здѣсь методъ обобщаетъ и распространяетъ на Абелевы функціи. Кромѣ этихъ главныхъ работъ, Вейерштрассу принадлежитъ рядъ мемуаровъ по самымъ разнообразнымъ отдѣламъ чистой математики, какъ-то: по теоріи дифференціальныхъ уравненій, теоріи формъ и комплексныхъ чиселъ, геометріи, алгебрѣ и т. д. Нельзя также не замѣтить, что, благодаря идеямъ Вейерштрасса и его личному содѣйствію, механика обогатилась новой задачей о вращеніи твердаго тѣла, рѣшеніе которой принадлежитъ нашей знаменитой соотечественницѣ С. В. Ковалевской.

Изслѣдованія Вейерштрасса по теоріи аналитическихъ функцій создали эпоху въ этой области. Первымъ популяризаторомъ новой теоріи былъ знаменитый французскій математикъ Шарль Эрмитъ; на западѣ, и въ университетскихъ лекціяхъ, и въ новѣйшихъ учебникахъ анализа (Jordan, Laurent, Picard, Forsyth и др.) теорія Вейерштрасса выставляется теперь на первый планъ. Его глубокія изслѣдованія въ области аналитическихъ функцій проливаютъ новый свѣтъ и ставятъ въ болѣе тѣсную связь различные отдѣлы чистой математики; такъ, на этой почвѣ создается современная теорія дифференціальныхъ уравненій. Нельзя не пожелать, чтобы изслѣдованія Вейерштрасса по аналитическимъ функціямъ получили большее распространеніе и у насъ, въ Россіи.

Съ 1864 года Вейерштрассъ сдѣлался профессоромъ Берлинскаго университета; періодъ семидесятыхъ и первой половины восьмидесятыхъ годовъ былъ для математики однимъ изъ самыхъ блестящихъ. Это такъ называемая эпоха трехъ созвѣздій (Dreigestirn): Куммеръ-Вейерштрассъ-Кронеккеръ. Вмѣстѣ съ Куммеромъ Вейерштрассъ былъ основателемъ математическаго семинара, который способствовалъ распространенію идей трехъ знаменитыхъ математиковъ, а также дальнѣйшему развитію ихъ въ трудахъ учениковъ.

Вмѣстѣ съ Кронеккеромъ Вейерштрассъ участвовалъ съ 1881 г. въ изданіи Креллевскаго „Journal für die reine und angewandte Mathematik“.

Университетскіе курсы Вейерштрасса, на которыхъ онъ излагалъ свои новыя, замѣчательныя изслѣдованія по теоріи функцій (аналитическихъ, эллиптическихъ, ультра-эллиптическихъ и Абелевыхъ) и варіаціонному исчисленію, привлекали массы слушателей. Напр. въ 1883—84 году число записавшихся на теорію эллиптическихъ функцій (спеціальный отдѣлъ) было такъ велико, что, за непомѣстительностью университетскихъ аудиторій, Вейерштрассъ долженъ былъ читать въ большомъ залѣ химическаго института.

Изъ школы Вейерштрасса вышелъ рядъ выдающихся ученыхъ: извѣстный стокгольмскій профессоръ Миттагъ-Леффлеръ, берлинскій академикъ Шварцъ, покойная С. В. Ковалевская, берлинскіе профессора Кноблаухъ, Фробеніусъ, Геттнеръ, Гензель, братья Кöттеръ, а также многіе профессора другихъ нѣмецкихъ университетовъ.

Къ крайнему сожалѣнію, съ 1888 года Вейерштрассъ долженъ былъ прекратить университетскія чтенія, вслѣдствіе болѣзни сердца и развивавшейся водянки; но ученыхъ занятій онъ не оставлялъ до самой смерти Покойный, какъ намъ приходилось слышать отъ его учениковъ, былъ крайне строгъ и требователенъ по отношенію къ собственнымъ работамъ; поэтому рядъ мемуаровъ, а также замѣчательные курсы Вейерштрасса по теоріи высшихъ трансцендентныхъ и до сихъ поръ еще не напечатаны.

Пишущему эти строки удалось въ 1890 году познакомиться по рукописи берлинскаго математическаго Verein'а съ лекціями Вейерштрасса „Ueber die Theorie der hyperelliptischen Functionen". Этотъ курсъ поражаетъ, при своей оригинальности, и глубиною мысли, и строгой логичностью построеній, и изяществомъ формъ. Въ теоріи высшихъ трансцендентныхъ Вейерштрасъ является непосредственнымъ преемникомъ Абеля; знаменитой теоремѣ сложенія интеграловъ алгебраическихъ функцій онъ далъ новое освѣщеніе и новыя приложенія. Положивъ въ основаніе своихъ изслѣдованій теорему Абеля, Вейерштрассъ пользуется и другимъ могучимъ орудіемъ — общей теоріей аналитическихъ функцій; его система, благодаря указаннымъ причинамъ, отличается своей стройностью и строгостью.

Въ 1894 г. берлинская академія наукъ приступила къ изданію полнаго собранія сочиненій Вейерштрасса (честь, рѣдко выпадающая при жизни на долю автора). Академическая комиссія изъ Оверса, Фробеніуса, Шварца и самого Вейерштрасса выпустила только два тома (всего предположено восемь томовъ). Нельзя не пожелать, чтобы курсы Вейерштрасса были опубликованы въ возможно скоромъ времени.

Появленіе въ свѣтъ этихъ замѣчательныхъ изслѣдованій, мы глубоко убѣждены, создастъ новую эру въ теоріи высшихъ трансцендентныхъ; съ большимъ ореоломъ выступитъ тогда мощный талантъ великаго математика.

*Кіевъ, 27 февраля 1897 г.**)

Два руководящія указанія.

Въ январской книжкѣ (1897 г.) Журнала Министерства Народнаго Просвѣщенія, въ двухъ рецензіяхъ, посвященныхъ разбору алгебры г. Юревича и геометрическаго задачника г. Шишкина, поставлены дьа принципіальныя требованія, обращающія на себя особое вниманіе.

I. „*Нужно, не вдаваясь въ теоріи, выяснять ученикамъ, хотя бы на примѣрахъ, представленія объ ирраціональномъ показателѣ. Безъ этихъ представленій теорія логариѳмовъ является ни на чемъ не основанной*".

*) Очеркъ проф. Покровскаго былъ полученъ въ редакціи 1 марта, но до настоящаго времени не могъ быть напечатанъ вслѣдствіе запозданія номеровъ „Вѣстника" за настоящій семестръ.—*Ред.*

Требованіе это не представляетъ собой какого либо новшества, такъ какъ уже въ объяснительной запискѣ къ учебному плану математики 1888 г. для реальныхъ училищъ значится:

„Передъ прохожденіемъ логариѳмовъ должно *по мѣрѣ возможности* выяснять представленіе о несоизмѣримомъ показателѣ“. Нѣкоторая неопредѣленность этой формулировки можетъ быть и объясняетъ то отсутствіе поступательнаго движенія въ данномъ направленіи, которое заставило рецензента съ горечью сказать: „Когда же наконецъ авторы нашихъ алгебръ поймутъ, что необходимо выяснять ученикамъ представленіе объ ирраціональномъ показателѣ“....

Съ другой стороны, по самому существу дѣла вопросъ этотъ очень деликатный, и преподаватель легко здѣсь можетъ впасть въ ошибку, или не досказавъ чего нибудь, или перейдя за границы необходимаго. Въ этомъ щекотливомъ, съ педагогической точки зрѣнія, уголкѣ, преподавателю должно быть присуще особое чувство такта и мѣры. Учебники же наши грѣшатъ или почти полнымъ замалчиваніемъ вопроса, или столь обширнымъ развитіемъ его, которое, если не превосходитъ силъ учениковъ, то во всякомъ случаѣ требуетъ непропорціональной затраты времени.

Такъ или иначе съ этимъ дѣломъ необходимо разобраться, и рецензія даетъ нѣкоторыя указанія къ тому, какъ эту разборку сдѣлать:

1) *Вдаваться въ теоріи не надо.*

2) *Выясненіе вести хотя бы* (?) *на примѣрахъ.*

Нельзя сказать, чтобы этими совѣтами дѣло исчерпывалось: нужна болѣе детальная, опредѣленная и практическая программа-инструкція, и ее слѣдуетъ выработать. Оставаться въ прежнемъ положеніи нельзя, и въ этомъ надо отдать себѣ полный отчетъ.

Въ теоріи логариѳмовъ приходится разсматривать измѣненіе степени съ сплошнымъ измѣненіемъ показателя отъ $-\infty$ до $+\infty$, и при этомъ показатель переходитъ черезъ безчисленное множество несоизмѣримыхъ значеній. Какой же смыслъ имѣетъ степень съ несоизмѣримымъ показателемъ, что она собою означаетъ?

Далѣе—справедливы ли общіе законы показателей для случая ихъ несоизмѣримости? Вѣдь если они не справедливы, то какое значеніе имѣютъ обычныя доказательства о логариѳмѣ произведенія, частнаго, корня и пр.?!

Необходимость разрѣшенія этихъ вопросовъ такъ очевидна и такъ настоятельна, что объ ней какъ то даже совѣстно распространяться. Поэтому всѣ, дорожащіе строгостью и логичностью развитія школьныхъ математическихъ ученій, не могутъ не присоединиться вполнѣ къ пожеланіямъ почтеннаго рецензента Журнала Министерства Народнаго Просвѣщенія*).

II. *Ученики, рѣшающіе задачу по приближенію, должны умѣть, хотя приблизительно, оцѣнивать ошибки въ вычисленіяхъ*, *и это всегда*

*) Указанный пробѣлъ, конечно, не единственный въ школьной теоріи несоизмѣримыхъ количествъ. Онъ только иллюстрируетъ общее ея состояніе.

можно сдѣлать въ каждомъ частномъ случаѣ, не прибѣгая ни къ какимъ теоріямъ и не заучивая никакихъ правилъ.

Надо откровенно сознаться, что ученики наши этимъ умѣньемъ дѣйствительно не обладаютъ; это извѣстно всякому, близко стоящему къ школьному дѣлу и подтверждается литературными справками. Вотъ что писалъ по этому поводу въ 1892 году профессоръ Ермаковъ*): „Въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ ученики не имѣютъ никакого понятія о приближенномъ вычисленіи. Часто случается, что, взявъ

$$\pi = \frac{22}{7},$$

ученикъ вычисляетъ окончательный результатъ съ 7 цифрами, изъ которыхъ по крайней мѣрѣ 4 не вѣрны. Правила приближеннаго вычисленія необязательны и не входятъ въ программы". Гг. преподаватели или, вѣрнѣе сказать, нѣкоторые изъ нихъ держатся того убѣжденія, что въ этихъ правилахъ или пріемахъ и надобности нѣтъ.

Такъ г. Шишкинъ, составитель сборника геометрическихъ задачъ, выражается слѣдующимъ образомъ:**) „Большинство геометрическихъ задачъ рѣшается по приближенію, а такъ какъ приближеніе можетъ быть ведено различно, то и получаются отвѣты различные (?), не только въ десятыхъ или сотыхъ, но и въ цѣлыхъ. Есть, конечно, способъ получать точные отвѣты до желаемаго предѣла, но способъ этотъ не входитъ въ программу среднихъ учебныхъ заведеній, да едва ли онъ нуженъ тамъ, гдѣ главная цѣль не заключается въ этой точности, лишнія правила скорѣе повредятъ простотѣ рѣшенія, нежели помогутъ ему".

Надо отдать справедливость рецензенту ученаго комитета за то, что онъ чрезвычайно кратко, убѣдительно и сильно опровергаетъ этотъ, по меньшей мѣрѣ, странный взглядъ г. Шишкина. Приводимъ подлинныя слова рецензіи:

„Замѣтимъ автору (г. Шишкину), что 1) онъ предлагаетъ въ своей книжкѣ задачи на вычисленіе, предполагая, конечно, подъ словомъ „вычисленіе" правильное вычисленіе и 2) Хороша будетъ та наука, ни за одинъ результатъ которой нельзя будетъ поручиться". Къ этому прибавить нечего, развѣ только то, что и въ другихъ задачникахъ встрѣчаются погрѣшности въ отношеніи приближеннаго вычисленія.

Если погрѣшаютъ преподаватели, то ученики и подавно, — это естественно.

Такъ что дѣло это обстоитъ вообще неблагополучно, и вина въ этомъ отношеніи всецѣло падаетъ на программы, потому что, если даже и согласиться съ авторомъ рецензіи, будто „не нужно никакихъ теорій и правилъ", то во всякомъ случаѣ программы должны были указать на самое требованіе и на характеръ его.

*) Педагогическій Сборникъ.

**) Цитирую по Ж. М. Н. П. съ сохраненіемъ знаковъ вопросительныхъ рецензента.

Это—во первыхъ. Во вторыхъ, едва ли можно признать, что „никакихъ теорій и правилъ не нужно“. Правда, рецензентъ въ своемъ частномъ примѣрѣ обходится безъ всякихъ теорій, но за то онъ на этомъ частномъ примѣрѣ и развиваетъ своего рода теорію. Повторять въ каждомъ данномъ случаѣ всѣ разсужденія рецензента будетъ и утомительно, и громоздко; иногда опредѣленіе степени приближенія заслонитъ собою задачу (какъ оно отчасти и вышло въ разобранной задачѣ: „Требуется найти окружность круга, если площадь его=153,86 кв. м.“); иногда оно будетъ такъ сложно, что запутаетъ учениковъ. Далѣе рецензентъ не упоминаетъ объ обратной задачѣ, имѣющей тоже серьезное практическое и теоретическое значеніе: Какова должна быть точность данныхъ задачи для того, чтобы результатъ могъ быть найденъ съ желаемою степенью приближенія. Подобнаго рода задачи настоятельно представляются на каждомъ шагу и рѣшать ихъ ощупью, конечно, не желательно.

Словомъ—безъ извѣстныхъ руководящихъ указаній, т. е. безъ извѣстной теоріи обойтись, мнѣ кажется, нельзя.

Но въ настоящее время мы до такой степени запуганы страшными словами: „*обремененіе курсовъ*“, „*переутомленіе учащихся*“ и пр., что положительно рисковано высказываться въ пользу хотя бы самомалѣйшаго и необходимѣйшаго расширенія программы.

Не испытывая священнаго трепета передъ этими далеко не всегда основательными, жалкими стонами, я все таки не могу не замѣтить, что введеніе новой маленькой статейки могло бы найти себѣ достаточный эквивалентъ, если бы мы выбросили за бортъ часть стараго груза, который почти безполезно обрѣтается въ нашихъ учебныхъ трюмахъ.

М. Попруженко (Оренбургъ).

Вычисленіе формулъ по данному приближенію.

(Опытъ пособія для учащихся).

(*Окончаніе**)

§ 5. **Формула частнаго.** *1-й случай.* Пусть частное $\frac{A}{K}$ числа приближеннаго на точное требуется вычислить съ точностью $\frac{1}{10^m}$. Выражая число A черезъ его приближенное значеніе и погрѣшность имѣемъ:

$$\frac{A}{K}=\frac{a+\alpha}{K}=\frac{a}{K}+\frac{\alpha}{K},$$

*) См. „Вѣстн. Оп. Физики“ № 254.

откуда видно, что погрѣшность для частнаго $\frac{a}{K}$ будетъ;

$$\Delta_v = \frac{\alpha}{K},$$

т. е, выразится погрѣшностью дѣлимаго, дѣленной на дѣлителя. Если $K > 1$, то, взявъ дѣлимое съ точностью, требуемой для частнаго, т. е. положивъ $\alpha < \frac{1}{10^m}$, получимъ и подавно

$$\Delta_v < \frac{1}{10^m} \text{ . . . . } (5)$$

Если же $K < 1$, то умножая члены даннаго частнаго $\frac{A}{K}$ на 10^n, легко сведемъ вопросъ къ случаю $K > 1$. Итакъ

Чтобы вычислить частное $\frac{A}{K}$ *съ точностью* $\frac{1}{10^m}$, *должно, сдѣлавъ дѣлителя* $K > 1$, *взять дѣлимое* A *съ показателемъ* $x = m$ *той же точности.*

Такъ напримѣръ, для вычисленія $\frac{\pi}{5}$ съ точностью до $\frac{1}{10^2}$, беремъ $\pi = 3,14$ и получимъ $\frac{3,14}{5} = 0,62$. Для вычисленія же напримѣръ $\frac{3,67854....}{0,02}$ съ точностью $\frac{1}{10^1}$, сначала увеличиваемъ члены даннной дроби въ 100 разъ и полученное частное $\frac{367.854....}{2}$ уже вычисляемъ съ требуемой точностью; будемъ имѣть: $\frac{367,8}{2} = 183,9$; итакъ, слѣдовательно, $\frac{3,67854...}{0,02} = 183,9$ (до $\frac{1}{10}$).

2-й случай. Пусть частное $\frac{A}{B}$ двухъ приближенныхъ чиселъ требуется вычислить съ точностью $\frac{1}{10^m}$. Выражая A и B черезъ ихъ приближенныя значенія и соотвѣтственныя погрѣшности, получимъ:

$$\frac{A}{B} = \frac{a + \alpha}{b + \beta}$$

Производя во второй части этого равенства дѣленіе на самомъ дѣлѣ и ограничиваясь въ частномъ однимъ числомъ, будемъ имѣть:

$$\Delta_v = \frac{a}{b} + \frac{b\alpha - a\beta}{b(b + \beta)},$$

откуда видимъ, что погрѣшность для приближеннаго частнаго $\frac{a}{b}$ будетъ;

$$\Delta_v = \frac{b\alpha - a\beta}{b(b+\beta)}.$$

Если оба числа частнаго A и B взять съ требуемой точностью для самого частнаго, т. е. положить $\alpha < \frac{1}{10^m}$, $\beta < \frac{1}{10^m}$, то не трудно видѣть, разсматривая абсолютную величину Δ_v, что можно принять:

или

$$\Delta_v < \frac{b}{b(b+\beta)} \cdot \frac{1}{10^m},$$

или

$$\Delta_v < \frac{a}{b(b+\beta)} \cdot \frac{1}{10^m},$$

смотря по тому, которое изъ чиселъ a и b болѣе. Называя черезъ p ближайшее *большее* цѣлое число къ числамъ A и B, а слѣдовательно и къ a и b, и черезъ q ближайшее *меньшее* цѣлое число къ B, а слѣдовательно и къ b, мы еще усилимъ послѣднія неравенства, если вообще положимъ:

$$\Delta_v < \frac{p}{q^2} \cdot \frac{1}{10^m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Разсуждая затѣмъ подобно тому, какъ при опредѣленіи погрѣшности суммы и произведенія, увидимъ, что при $\frac{p}{q^2} < 1$, для полученія желаемой точности, члены частнаго достаточно взять съ тою же точностью $\frac{1}{10^m}$; при $\frac{p}{q^2} > 1$, но < 10, A и B слѣдуетъ взять съ точностью однимъ знакомъ выше, т. е. $\frac{1}{10^{m+1}}$; при $\frac{p}{q^2} > 10$, но < 100,—съ точностью $\frac{1}{10^{m+2}}$, и т. д.

Такимъ образомъ вообще, *чтобы вычислить частное двухъ приближенныхъ чиселъ съ точностью* $\frac{1}{10^m}$, *должно, опредѣливъ ближайшее большее цѣлое число* p *къ дѣлимому и дѣлителю и ближайшее меньшее цѣлое число* q *къ дѣлителю, должно и дѣлимое и дѣлителя брать съ показателемъ*, $x = m$, *той же точности, если* $\frac{p}{q^2} < 10^0$; *съ показателемъ точности* $m = q + 1$, *если* $10^0 < \frac{p}{q^2} < 10^1$; *съ показателемъ точности* $x = m + 2$, *если* $10^1 < \frac{p}{q^2} < 10^2$ *и т. д.*

Такъ напримѣръ для вычисленія $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ съ точностью до $\frac{1}{10^2}$, имѣемъ: $p = 4$, $q = 3$, $\frac{p}{q^2} < 10^0$, $x = 2 + 0 = 2$, а слѣдовательно $\sqrt{3}$ и π слѣдуетъ взять съ той же точностью $\frac{1}{10^2}$; такимъ образомъ $\frac{\sqrt{3}}{\pi}=\frac{1,73}{3,14}=0,55$.

Еще примѣръ: пусть дано опредѣлить частное $\frac{31415,92653589\ldots}{432,6394825\ldots\ldots}$ съ точностью до $\frac{1}{10^2}$; предварительно для простоты уменьшимъ и дѣлимое и дѣлителя въ 10^2 разъ; тогда получимъ частное $\frac{314,159265358\ldots}{4,3263948\ldots\ldots}$, для котораго будемъ имѣть $p=315$; $q=4$; $\frac{p}{q^2}=\frac{315}{16}$; $\frac{315}{16}<10^2$; $x=2+2=4$, и слѣдовательно данное частное $\frac{314,1592}{4,3263}=72,61$.

Примѣчаніе. Изъ приведенныхъ примѣровъ видно, что прямо трудно сказать: съ недостаткомъ или съ избыткомъ получится такимъ образомъ опредѣляемое частное; для рѣшенія этого вопроса каждый разъ слѣдуетъ обращаться къ выраженію ошибки $\varDelta_v$, опредѣляя знакъ числителя этого выраженія: $ba-a\beta$; если $ba-a\beta>0$, частное будетъ съ недостаткомъ; если $ba-a\beta<0$—съ избыткомъ. Такъ, для разсмотрѣнныхъ примѣровъ получимъ: для 1-го $ba-a\beta=3,14\times0,0020..-1,73\times0,0015\ldots$, а слѣдовательно >0; и частное $\frac{\sqrt{3}}{\pi}=0,55$ будетъ съ недостаткомъ; для 2-го примѣра—$ba-a\beta=4,3263\times0,00006\ldots-314,1592\times0,00008\ldots$, и слѣдовательно <0, и частное 72,61 будетъ съ избыткомъ; оно же съ недостаткомъ очевидно будетъ $=72,60$.

3-й случай. Пусть наконецъ частное $\frac{K}{B}$ точнаго числа на приближенное требуется вычислить съ точностью до $\frac{1}{10^m}$. Обращаясь къ выраженію погрѣшности $\varDelta_v$ частнаго 2-хъ приближенныхъ чиселъ и положивъ въ немъ $\alpha=0$, $a=K$, и получимъ:

$$\varDelta_v=\frac{-K\beta}{b(b+\beta)},$$

выраженіе погрѣшности для частнаго $\frac{K}{B}$. Такъ какъ эта погрѣшность отрицательна, то приближеніе будетъ всегда съ избыткомъ. Разсматривая абсолютную величину погрѣшности и взявъ дѣлителя B съ точностью $\frac{1}{10^m}$, получимъ:

$$\varDelta_v<\frac{K}{q^2}\cdot\frac{1}{10^m}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (7)$$

гдѣ q есть ближайшее *меньшее* цѣлое число къ дѣлителю. Отсюда на основаніи разсужденій, подобныхъ предыдущимъ, заключаемъ, что для того *чтобы вычислить частное точнаго числа на приближенное съ точностью* $\frac{1}{10^m}$, *должно, опредѣливъ ближайшее меньшее цѣлое число* q къ *дѣлителю, брать послѣдняго съ показателемъ точности* $x = m$, *если* $\frac{K}{q^2} < 10^0$; *съ показателемъ точности* $x = m + 1$, *если* $10^0 < \frac{K}{q^2} < 10^1$; *съ показателемъ точности* $x = m + 2$, *если* $10^1 < \frac{K}{q^2} < 10^2$ *и т. д.*

Такъ напримѣръ для вычисленія $\frac{15}{\pi}$ съ точностью до $\frac{1}{10^2}$, имѣемъ: $K = 15$; $q = 3$; $\frac{K}{q^2} = \frac{15}{9}$, $\frac{15}{9} < 10^1$; $x = 2 + 1 = 3$, а слѣдовательно $\frac{15}{\pi} = \frac{15}{3,141} = 4,77$.

§ 6. **Формула степени.** Вопросъ о приближенномъ вычисленіи степени сводится къ вопросу о приближеніи произведенія. Такъ напримѣръ для вычисленія π^4 съ точностью до $\frac{1}{10^1}$, по формулѣ (4) сначала для произведенія $\pi^2.\pi^2$, имѣемъ: $p + q + 1 = 16 + 16 + 1 = 33$; $10^1 < 23 < 10^2$; $x = 1 + 2 = 3$, и слѣдовательно для π^2 имѣемъ $m = 3$; для послѣдней же степени по той же формулѣ (4) получимъ: $p + q + 1 = 4 + 4 + 1 = 9$; $10^0 < 9 < 10^1$; $x = 3 + 1 = 4$. Такимъ образомъ получимъ:

$$\pi^4 = (3,1415)^2.(3,1415)^2 = 9,869.9,869 = 97,3.$$

§ 7. **Формула корня.** Извлеченіе корней 2-й и 3-й ст. съ требуемымъ приближеніемъ разсматривается въ начальной алгебрѣ.

§ 8. **Формула совокупности дѣйствій.** Для вычисленія съ требуемой точностью формулы совокупности нѣсколькихъ дѣйствій, опредѣляемъ сначала необходимую точность для членовъ послѣдняго по порядку дѣйствія въ этой формулѣ; затѣмъ для членовъ послѣднихъ дѣйствій въ этихъ отдѣльныхъ членахъ и т. д., доходя постепенно до простѣйшихъ зависимостей между входящими въ формулу числами.

Такъ напримѣръ пусть формулу $\frac{\pi.\sqrt{7} + \sqrt{5}}{2\pi - \sqrt{3}}$ требуется вычислить съ точностью до $\frac{1}{10^1}$. Замѣчая, что послѣднее по порядку дѣйствіе въ формулѣ есть дѣленіе, опредѣляемъ сначала показателя приближенія для дѣлимаго $\pi\sqrt{7} + \sqrt{5}$ и дѣлителя: $2\pi - \sqrt{3}$; начавъ извлеченія корней и взявъ первыя числа для π, для означеннаго частнаго по формулѣ (6) получимъ: $p = 15$; $q = 4$; $\frac{p}{q^2} = \frac{15}{16}$; $\frac{15}{16} < 10^0$; $x = 1 + 0 = 1$, а слѣдовательно члены данной дроби слѣдуетъ взять съ тою же точностью $\frac{1}{10^1}$. Разсматривая теперь отдѣльно дѣлимое и дѣлителя, замѣтимъ, что въ дѣлимомъ послѣднее дѣйствіе есть сложеніе; поэтому, руководясь формулой (1) для слагаемыхъ $\pi.\sqrt{7}$ и $\sqrt{5}$ получимъ: $n = 2$; $2 < 10^1$; $x = m + 1 = 1 + 1 = 2$; итакъ $\sqrt{5} = 2,23$. Для опредѣленія же $\pi.\sqrt{7}$ съ точностью до $\frac{1}{10^2}$, руководясь формулой (4), получимъ, $p = 4$; $q = 3$;

$p+q+1=8$, $8<10^1$; $x=2+1=3$; итакъ $\pi.\sqrt{7}=3{,}141\times2{,}645=8{,}30$, и слѣдовательно дѣлимое $\pi\sqrt{7}+\sqrt{5}=8{,}30+2{,}23=10{,}5$ (до $\frac{1}{10^1}$).

Обращаясь теперь къ дѣлителю, видимъ, что послѣднее дѣйствіе въ немъ есть вычитаніе; поэтому, руководясь формулой (2) для разности $2\pi-\sqrt{3}$, получимъ: $x=m=1$; итакъ $\sqrt{3}=1{,}7$. Накопецъ для опредѣленія 2π съ точностью до $\frac{1}{10^1}$, по формулѣ (3), будемъ имѣть: $k=2$; $2<10^1$; $x=m+1=1+1=2$; итакъ $2\pi=2.3{,}14=6{,}2$, и слѣдовательно дѣлитель $2\pi-\sqrt{3}=6{,}2-1{,}7=4{,}5$.

Накопецъ окончательно $\frac{\pi\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2\pi-\sqrt{3}}=\frac{10{,}5}{4{,}5}=2{,}3$, съ точностью до $\frac{1}{10^1}$, съ избыткомъ.

Н. С. (Муромъ).

Рѣшеніе кубическаго уравненія.

Самый общій видъ кубическаго уравненія слѣдующій:

$$Ax^3+Bx^2+Cx+D=0. \qquad (1).$$

Раздѣливъ обѣ части этого уравненія на A, получимъ:

$$x^3+ax^2+bx+c=0, \qquad (2).$$

гдѣ

$$a=\frac{B}{A},\ b=\frac{C}{A},\ c=\frac{D}{A}. \qquad (3)$$

Полагая

$$x=y-\frac{a}{3}, \qquad (4)$$

приведемъ уравненіе (2) къ виду:

$$y^3+py+q=0, \qquad (5)$$

гдѣ

$$p=b-\frac{a^2}{3},\ q=c-\frac{ab}{3}+\frac{2a^3}{27}. \qquad (6)$$

Полагая

$$p=3P,\ q=2Q, \qquad (7)$$

дадимъ уравненію (5) слѣдующій видъ:

$$y^3+3Py+2Q=0, \qquad (8)$$

гдѣ

$$P=\frac{p}{3},\ Q=\frac{q}{2}. \qquad (9)$$

Полагая въ уравненіи (8)

$$y = mz, \tag{10}$$

получаемъ уравненіе:

$$m^3z^3 + 3Pmz + 2Q = 0, \tag{11}$$

откуда

$$z^3 + 3\cdot\frac{P}{m^2}\cdot z + 2\cdot\frac{Q}{m^3} = 0. \tag{12}$$

Полагая здѣсь

$$\frac{P}{m^2} = -1,\ \frac{Q}{m^3} = -n, \tag{13}$$

получаемъ уравненіе:

$$z^3 - 3z - 2n = 0. \tag{14}$$

Полагая въ этомъ уравненіи

$$z = u + \frac{1}{u} \tag{15}$$

и замѣчая, что

$$z^3 = u^3 + \frac{1}{u^3} + 3\left(u + \frac{1}{u}\right) = u^3 + \frac{1}{u^3} + 3z, \tag{16}$$

получаемъ:

$$u^3 + \frac{1}{u^3} - 2n = 0, \tag{17}$$

или послѣ освобожденія отъ знаменателей:

$$u^6 - 2nu^3 + 1 = 0. \tag{18}$$

Полагая здѣсь

$$u^3 = v, \tag{19}$$

получаемъ уравненіе:

$$v^2 - 2nv + 1 = 0, \tag{20}$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= n + \sqrt{n^2 - 1}, \\ v_2 &= n - \sqrt{n^2 - 1}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \tag{21}$$

Зная v, изъ уравненія (19) находимъ:

$$u = \sqrt[3]{v} = \sqrt[3]{1.v} = \sqrt[3]{1}.\sqrt[3]{v} = w\sqrt[3]{v}, \tag{22}$$

гдѣ

$$w = \sqrt[3]{1}, \tag{23}$$

и слѣдовательно

$$w^3 - 1 = 0, \tag{24}$$

или

$$(w - 1)(w^2 + w + 1) = 0. \tag{25}$$

Пусть α_1 и α_2 обозначаютъ корни уравненія:

$$w^2 + w + 1 = 0, \tag{26}$$

такъ что

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}, \\ \alpha_2 &= \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}, \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots\dots \quad (27)$$

гдѣ

$$i=\sqrt{-1}; \qquad (28)$$

въ такомъ случаѣ уравненіе (24) будетъ имѣть слѣдующіе корни:

$$\left.\begin{aligned} w_1 &= 1, \\ w_2 &= \alpha_1, \\ w_3 &= \alpha_2. \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots\dots \quad (29)$$

Пусть

$$\left.\begin{aligned} u'_k &= w_k \sqrt[3]{v_1}, \\ u''_k &= w_k \sqrt[3]{v_2}, \\ k &= 1,\ 2,\ 3. \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots\dots \quad (30)$$

и

$$\left.\begin{aligned} z'_k &= u'_k + \frac{1}{u'_k}, \\ z''_k &= u''_k + \frac{1}{u''_k}, \\ k &= 1,\ 2,\ 3. \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots\dots \quad (31)$$

Равенства (30) дадутъ 6 значеній для u и равенства (31)—6 значеній для z. Уравненіе (18) 6-ой степени и слѣдовательно должно имѣть дѣйствительно 6 корней, что согласно съ равенствами (30). Уравненіе же (14) 3-тьей степени, должно слѣдовательно имѣть только 3 корня; между тѣмъ изъ равенствъ (31) для z получается не 3, а 6 значеній. Но легко видѣть, что эти 6 значеній z попарно равны. Дѣйствительно, замѣчая, что

$$\alpha_1\alpha_2 = 1,\ v_1v_2 = 1, \qquad (32)$$

получаемъ:

$$\left.\begin{aligned} z'_1 = z''_1 &= \sqrt[3]{v_1} + \sqrt[3]{v_2}, \\ z'_2 = z''_3 &= \alpha_1\sqrt[3]{v_1} + \alpha_2\sqrt[3]{v_2}, \\ z'_3 = z''_2 &= \alpha_2\sqrt[3]{v_1} + \alpha_1\sqrt[3]{v_2}. \end{aligned}\right\} \dots\dots \quad (33)$$

Поэтому, обозначая корни уравненія (14) чрезъ z_1, z_2, z_3, можемъ принять, что

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= \sqrt[3]{v_1} + \sqrt[3]{v_2}, \\ z_2 &= \alpha_1 \sqrt[3]{v_1} + \alpha_2 \sqrt[3]{v_2}, \\ z_3 &= \alpha_2 \sqrt[3]{v_1} + \alpha_1 \sqrt[3]{v_2}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

и полагая:

$$\left.\begin{aligned} y_k &= m z_k, \\ k &= 1,\ 2,\ 3, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

получимъ для корней уравненія (8) слѣдующія формулы:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \sqrt[3]{t_1} + \sqrt[3]{t_2}, \\ y_2 &= \alpha_1 \sqrt[3]{t_1} + \alpha_2 \sqrt[3]{t_2}, \\ y_3 &= \alpha_2 \sqrt[3]{t_1} + \alpha_1 \sqrt[3]{t_2}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

гдѣ

$$t_1 = m^3 v_1,\ t_2 = m^3 v_2. \qquad (37)$$

Очевидно, что t_1 и t_2 будутъ корни уравненія:

$$t^2 - 2m^3 nt + m^6 = 0, \qquad (38.$$

которое получится, если исключить v изъ уравненія (20) и слѣдующаго:

$$t = m^3 v. \qquad (39)$$

Исключая m и n изъ уравненія (38) при помощи равенствъ (13), получаемъ уравненіе:

$$t_1 + 2Qt - P^3 = 0, \qquad (40)$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= -Q + \sqrt{Q^2 + P^3}, \\ t_2 &= -Q - \sqrt{Q^2 + P^3}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

Слѣдовательно

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \sqrt[3]{-Q + \sqrt{Q^2 + P^3}} + \sqrt[3]{-Q - \sqrt{Q^2 + P^3}}, \\ y_2 &= \alpha_1 \sqrt[3]{-Q + \sqrt{Q^2 + P^3}} + \alpha_2 \sqrt[3]{-Q - \sqrt{Q^2 + P^3}}, \\ y_3 &= \alpha_2 \sqrt[3]{-Q + \sqrt{Q^2 + P^3}} + \alpha_1 \sqrt[3]{-Q - \sqrt{Q^2 + P^3}}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (42)$$

Найдя y, можемъ опредѣлить x изъ уравненія (4); получимъ:

$$\left.\begin{aligned} x_k &= y_k - \frac{a}{3}, \\ k &= 1,\ 2,\ 3. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

Уравненію (40) и формуламъ (42) даютъ обыкновенно нѣсколько иной видъ. Чтобы придти къ этому виду, обратимъ вниманіе на равенства (9); кромѣ того положимъ:

$$\alpha_1 = \alpha, \tag{44}$$

тогда

$$\alpha_2 = \alpha^2. \tag{45}$$

Исключая P и Q изъ уравненія (40) при помощи равенствъ (9), получаемъ такъ называемое *разрѣшающее* уравненіе:

$$t^2 + qt - \frac{p^3}{27} = 0, \tag{46}$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}, \\ t_2 &= -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \quad (47)$$

Исключая α_1, α_2, t_1 и t_2 изъ формулъ (36) при помощи равенствъ (44), (45) и (47), получаемъ извѣстныя *Кардановскія* формулы:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}, \\ y_2 &= \alpha\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \alpha^2\sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}, \\ y_3 &= \alpha^2\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \alpha\sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \end{aligned}\right\} \ldots (48)$$

Кардановскія формулы можно получить также непосредственно изъ формулъ (42), исключая P, Q, α_1 и α_2 изъ формулъ (42) при помощи равенствъ (9), (44) и (45).

Мнѣ не извѣстно, пользовался ли кто нибудь для рѣшенія уравненія (1) приведеніемъ его къ виду (14); что же касается рѣшенія уравненій послѣдняго вида, то относительно этого Dr. E. Wrobel даетъ слѣдующее указаніе:

„*Die kubischen Gleichungen von der Form*:

$$x^3 \mp 3x + m = 0“.$$

„Setze $x = y + \frac{1}{y}$, resp. $x = y - \frac{1}{y}$ so kommt man auf die „Gleichungen

$$y^3 + \frac{1}{y^3} + m = 0, \text{ resp. } y^3 - \frac{1}{y^3} + m = 0,$$

„woraus $y^3 = z$, $y = \sqrt[3]{z}$ gefunden werden kann“ *).

Этимъ указаніемъ я и воспользовался для рѣшенія уравненія (14).

С. Гирманъ (Варшава).

Объ уменьшеніи скорости вращенія земли около оси.

Скорость вращенія земли около оси (слѣдовательно и единицу времени — звѣздныя сутки) принято считать за величину совершенно постоянную. Между тѣмъ на измѣняемость этой скорости неопровержимымъ образомъ указываютъ слѣдующія теоретическія соображенія.

Приливъ и отливъ моря, повторяющіеся изо дня въ день, представляютъ собою извѣстное количество кинетической энергіи, которую можно было бы утилизировать для производства какой-либо полезной для человѣка работы, и которая помимо воли человѣка постоянно является источникомъ работы, совершаемой въ видѣ размыванія берега морского, перенесенія почвы со дна морского на берегъ и т. д. Эта кинетическая энергія, содержащаяся въ приливѣ и отливѣ, не уменьшается, слѣдовательно,—согласно закону о сохраненіи энергіи,—постоянно вновь черпается изъ какого-то источника.

Гдѣ-же этотъ источникъ?

Отвѣтъ можетъ быть только одинъ. Причина морского прилива и отлива заключается въ тяготѣніи водяныхъ массъ океановъ къ лунѣ и солнцу.

Разсмотримъ сначала дѣйствіе одного изъ нихъ, напр. солнца, на подвижныя части земли и предположимъ сначала землю безъ движенія около оси. Результатомъ дѣйствія силы тяготѣнія явилось бы тогда возвышеніе жидкихъ частей ея въ сторону солнца или, иначе говоря, удлиненіе формы земли по направленію къ солнцу; если бы она была вся однородная и жидкая, то она приняла бы форму эллипсоида, котораго наибольшая ось совпала бы по направленію съ прямою, соединяющею центры солнца и земли, а другія двѣ оси были бы равны. Въ тотъ моментъ, когда произошло бы это измѣненіе формы земного шара, въ него внесено было бы *вполнѣ опредѣленное* количество потенціальной энергіи, которую можно было бы извлечь опять изъ него при переходѣ его въ прежнюю шарообразную форму.

Но какъ только представимъ себѣ землю вращающеюся около оси, то окажется, что образовавшееся на шарѣ возвышеніе будетъ перемѣщаться въ направленіи противоположномъ вращенію земли, т. е. будутъ подниматься по направленію къ солнцу новыя частички, прежнія же опускаться, причемъ потенціальная энергія будетъ переходить въ кинетическую.

---

*) Dr. E. Wrobel. Uebungsbuch zur Arithmetik und Algebra. Zweiter Teil. Rostock. 1890. Seite: 23.

Эти поднимающіяся и опускающіяся массы представляютъ собою уже не опредѣленное количество энергіи, а количество постоянно вновь получаемое изъ нѣкотораго источника.

Какъ распространить разсмотрѣнное нами и на тотъ случай, когда на подвижныя массы, входящія въ составъ земли, дѣйствуютъ и солнце и луна, это само по себѣ ясно. Объ этомъ мы тѣмъ болѣе желали бы не распространяться, что вовсе не намѣрены излагать теорію прилива и отлива.

Итакъ въ явленіи прилива и отлива мы видимъ полученіе землею непрерывно энергіи.

Но извѣстно, что если въ какой либо массѣ появляется вновь энергія, то въ другомъ мѣстѣ она должна убывать. Откуда же получается разсматриваемая нами энергія?

Одно тяготѣніе воды къ солнцу и лунѣ еще не вызвало бы прилива и отлива, они образуются вслѣдствіе того, что кромѣ того еще земля вращается около оси. Въ этомъ вращеніи заключается кинетическая энергія и это и есть единственный источникъ, изъ котораго черпается энергія, обнаруживающаяся въ приливѣ и отливѣ.

Но изъ этого слѣдуетъ, что энергія, заключающаяся во вращеніи земли около оси, должна уменьшаться.

Вообще же кинетическая энергія зависитъ отъ массы и скорости движенія этой массы. Масса земли не измѣняется отъ прилива и отлива, слѣдовательно остается одно—*должна уменьшаться скорость вращенія земли около оси.*

Послѣ долгихъ тщетныхъ поисковъ въ русской и иностранной литературѣ за какими-либо указаніями, относящимися къ разсмотрѣнному мною только что вопросу, я наконецъ встрѣтилъ въ книгѣ: „Hann, Hochstetter, Pokorny: Allgemeine Erdkunde, fünfte neu bearbeitete Auflage von J. Hann, Ed. Brückner und A. Kirchhoff, I Abtheilung, 1896“, сообщеніе, что уже философъ Кантъ видѣлъ въ перемѣщающемся съ запада на востокъ морскомъ приливѣ и въ неизбѣжномъ при этомъ внутреннемъ треніи частицъ какъ бы тормазъ, который долженъ замедлять вращеніе земли. Въ той же книгѣ я нахожу указаніе, что Адамсъ (Adams) и Делоне (Delaunay) доказали изъ движенія луны, что длина дня со временъ Гиппарха (жившаго во второмъ вѣкѣ до Р. Х.) увеличилась, и что Феррель (Ferrel) въ 1864 году математическими изслѣдованіями доказалъ, что если предположить вполнѣ жидкую землю, то констатированное кажущееся ускореніе движенія луны вполнѣ объяснится приливомъ на экваторѣ вышиною въ 61 сантиметръ, котораго высшая точка отставала бы на 2^0 отъ меридіана, въ которомъ кульминируетъ луна.

Все разсмотрѣнное выше намъ поможетъ объяснить своеобразное движеніе луны около земли.

Масса земли слишкомъ въ 80 разъ больше массы луны, слѣдовательно и замедленіе вращенія луны около оси должно было происходить, пока она еще была въ жидкомъ состояніи, въ значительно болѣе сильной степени, чѣмъ замедляется соотвѣтственное вращеніе земли. Теперь вращеніе луны землею какъ-бы остановлено и луна потому показываетъ намъ всегда одну и ту же половину.

Интересное освѣщеніе получаетъ также на основаніи вышеизложеннаго открытый извѣстнымъ астрономомъ Скіапарелли въ 1881 году фактъ, что планета Меркурій обращается около солнца совершенно такъ же, какъ луна около земли, т. е. показывая солнцу всегда одну и ту же половину свою.

Если примемъ во вниманіе, что разстояніе Меркурія отъ солнца въ $2^1/_2$ раза меньше, чѣмъ разстояніе земли отъ него, и что масса Меркурія меньше массы земли, то легко понять, что солнце успѣло уже остановить вращеніе этой планеты около оси.

То же самое можно будетъ сказать и о Венерѣ, если подтвердится съ достовѣрностью утвержденіе Скіапарелли, что и эта планета движется около солнца подобно Меркурію, т. е. такъ, что время обращенія ея около солнца равно времени вращенія ея около оси.

Вѣроятнымъ слѣдуетъ считать, что такимъ же образомъ движутся около планетъ ихъ спутники.

Г. Барховъ (Ревель).

P.S. По поводу перваго примѣчанія редакціи къ моей замѣткѣ „О температурѣ солнца" (№ 241 Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. М.) я считаю долгомъ заявить, что редакція Вѣстника была столь любезна сообщить мнѣ, что она заимствовала данныя относительно измѣняемости діаметра солнца изъ статьи Коновацкаго „Солнце" (№ 2, 5, 8, 14, 16, 19, 21, 22 „Вѣстника"), составленной, какъ говоритъ самъ авторъ, по Секки.

Вообще же преимущественно Секки самъ и утверждалъ эту измѣняемость. Между тѣмъ болѣе точныя изслѣдованія Ауверса, Вагнера и другихъ не подтвердили этого факта (см. Newcomb—Engelmans Populäre Astronomie, zweite vermehrte Auflage, herausgegeben von Dr. H. C. Vogel, Director des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam, 1892, стр. 309).

Сожалѣю, что не замѣтилъ до составленія моей замѣтки, сообщенія К. Смолича (въ № 205 Вѣстн. Оп. Физ.) объ опытахъ, которыми опредѣляется температура солнце въ 6200° и 7600°, такъ какъ эти числа еще болѣе пригодились бы для моей замѣтки, чѣмъ вычисленная Цёлльнеромъ температура солнца.

Относительно возмѣщенія теплоты солнца черезъ сжатіе не могу не остаться при убѣжденіи, что оно противорѣчитъ закону о сохраненіи энергіи. Если бы сжатіе происходило вслѣдствіе дѣйствія силъ, находящихся внѣ солнца, тогда бы было ясно, что энергія, отдаваемая въ міровое пространство чрезъ излученіе могла быть возмѣщаема, вносима въ солнцѣ извнѣ. А если это сжатіе происходитъ вслѣдствіе охлажденія, то возмѣщенія энергіи нѣтъ никакого.

Я во всѣхъ извѣстныхъ мнѣ данныхъ относящихся къ теоріи неизмѣняемости температуры солнца вслѣдствіе сжатія, вижу только указаніе на непрерывное охлажденіе солнца, но *очень медленное, вслѣдствіе большого объема его.*

Г. Б.

ЗАДАЧИ.

№ 451. На сторонахъ AD и BC даннаго четыреугольника $ABCD$ выбраны соотвѣтственно точки J и J' такъ, что

$$\frac{AJ}{JD}=\frac{BJ'}{J'C}=\frac{AB}{CD}$$

1°. Показать, что прямая JJ' параллельна биссектору угла между прямыми AB и CD.

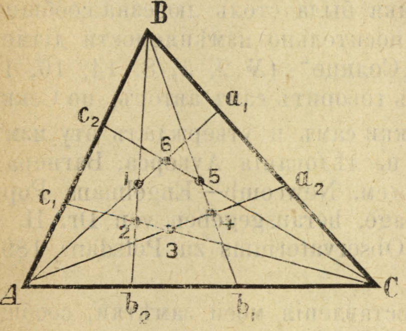
2°. Если A' и B' суть точки, соотвѣтственно симметричныя точкамъ A и B относительно прямой JJ', то прямыя DA' и CB' пересѣкаются на JJ'.

3°. Если O есть точка пересѣченія прямыхъ DA' и CB', то треугольники OCD и OAB подобны.

(Заимств.).

№ 452. Черезъ вершины треугольника ABC проведены прямыя Aa_1 и Aa_2, Bb_1 и Bb_2, Cc_1 и Cc_2, дѣлящія соотвѣтственно углы треугольника на три части (фиг. 14). Обозначимъ точки пересѣченія прямыхъ Aa_1 и Bb_2, Bb_2 и Cc_1, Cc_1 и Aa_2, Aa_2 и Bb_1, Bb_1 и Cc_2, Cc_2 и Aa_1 соотвѣтственно черезъ 1, 2, 3, 4, 5, 6. Показать, что прямыя 14, 25 и 36 пересѣкаются въ одной точкѣ.

Е. Буницкій (Одесса).



Фиг. 14.

№ 453. Доказать теорему:

Если въ окружности проведемъ произвольно двѣ хорды, то произведеніе перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ концовъ одной изъ нихъ на другую, равно произведенію перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ концовъ второй на первую.

На основаніи этой теоремы рѣшить слѣдующую задачу:

Черезъ одну изъ трехъ данныхъ точекъ провести прямую такъ, чтобы перпендикуляры, опущенные на нее изъ двухъ другихъ точекъ, имѣли данное произведеніе.

З. Колтовскій (Харьковъ).

№ 454. Въ плоскости треугольника ABC дана точка M. Построены параллелограммы $AMBc$, $BMCa$, $CMAb$. Прямыя Aa, Bb и Cc пересѣкаются въ точкѣ M'.

Показать, что точка M' есть дополнительная для точки M.

М. Зиминъ (Орелъ).

№ 455. Безъ помощи тригонометрiи рѣшить слѣдующую задачу (изъ „Собранiя стереом. задачъ, требующихъ примѣненiя тригонометрiи“ Н. Рыбкина, № 228).

„Опредѣлить острый уголъ ромба, въ которомъ сторона есть средняя пропорцiональная между дiагоналями“.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 456. Показать, что во всякомъ треугольникѣ

$$abc \,.\, h_a h_b h_c \,.\, r_a r_b r_c \,.\, \operatorname{ctg}\frac{A}{2} \cdot \operatorname{ctg}\frac{B}{2} \cdot \operatorname{ctg}\frac{C}{2} = 8p^3S^3,$$

гдѣ a, b, c суть стороны треугольника, A, B, C — его углы, h_a, h_b, h_c — высоты, r_a, r_b, r_c — радiусы внѣвписанныхъ круговъ, p — полупериметръ, и S — площадь.

(Заимств.). *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка).

РѢШЕНIЯ ЗАДАЧЪ.

№ 331 (3 сер.). Показать, что

$$(x^2+y^2+z^2+t^2)-(x^3+y^3+z^3+t^3) > 48xyzt,$$

если $x+y+z+t=1$ и всѣ числа x, y, z, t положительны.

№ 332 (3 сер.). Доказать теорему: если числа x, y, z, t положительны и сумма ихъ равна единицѣ, то

$$(x^2+y^2+z^2+t^2)-(x^3+y^3+z^3+t^3) > 3(xyz+xzt+xyt+yzt).$$

Такъ какъ среднее ариѳметическое положительныхъ чиселъ болѣе ихъ средняго гармоническаго, то

$$\frac{x+y+z}{3} > \frac{3xyz}{xy+xz+yz},$$

откуда

$$(1-t)(xy+xz+yz) > 9xyz.$$

Подобнымъ образомъ найдемъ:

$$(1-z)(xy+xt+yt) > 9xyt,$$

$$(1-y)(xz+xt+zt) > 9xzt,$$

$$(1-x)(yz+yt+zt) > 9yzt.$$

Сложивъ почленно четыре послѣднiя неравенства и раскрывъ скобки, по приведенiи получимъ:

$$2s_2 - 3s_3 > 9s_3.$$

гдѣ s_2 обозначаетъ сумму произведеній по два числа x, y, z, t, а s_3— сумму ихъ тройныхъ произведеній. Послѣднее неравенство даетъ:

$$s_2 > 6s_3 \text{ или } s_2 - 3s_3 > 3s_3,$$

а такъ какъ (см. зад. № 325 въ № 254 „В. О. Ф.", стр. 52)

$$(x^2 + y^2 + z^2 + t^2) - (x^3 + y^3 + z^3 + t^3) = s_2 - 3s_3,$$

то

$$(x^2 + y^2 + z^2 + t^2) - (x^3 + y^3 + z^3 + t^3) > 3s_3,$$

что и требовалось доказать.

Неравенство задачи № 331 является слѣдствіемъ доказаннаго неравенства. Дѣйствительно, такъ какъ

$$\frac{x+y+z+t}{4} = \frac{1}{4} > \frac{4xyzt}{xyz + xyt + xzt + yzt},$$

то

$$xyz + xyt + xzt + yzt > 16xyzt$$

и

$$3(xyz + xyt + xzt + yzt) > 48xyzt.$$

М. Зиминъ (Орелъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка).

ПОЛУЧЕНЫ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ отъ слѣдующихъ лицъ: *И. Поповскаго* (Умань) 439, 440, 441, 442, 448 (3 сер.); *Н. Артемьева* (Спб.) 447 (3 сер.); *М. К.* (?) 444 (3 сер.); *Л. Кинги* (Гельсингфорсъ) 339, 340, 390 (3 сер.); *Ѳ. Дгесперова* (с. Акуличи) 340, 341, 389 (3 сер.); *А. Гольденберга* (Спб.) 377, 378 (3 сер.); *А. Шверцеля* (Курскъ) 380, 383 (3 сер.); *М. Огородова* (Сарапуль) 374 (3 сер.); *С. Циклинскаго* (Пинскъ) 316, 327, 336, 340, 389, 390 (3 сер.); *И. Доманскаго* (Псковъ) 442 (3 сер.); *Н. Маршалова* (Екатеринбургъ) 302 (3 сер.); *Е. Иванова* (Новочеркасскъ) 441, 448 (3 сер.); *М. Зимина* (Орелъ) 335, 344, 367, 370, 372, 373, 374, 375, 377, 378 (3 сер.); *А. Игнатова* (Тула) 380 (3 сер.); *А. Евлахова* (Владикавказъ) 338, 340, 341, 371 (3 сер.); *С. Фотіева* (Тула) 380 (3 сер.); *С. Фридриха* (Ковна) 380, 387, 389 (3 сер.); *А. Болгарина* (Глуховъ) 389 (3 сер.); *И. Евдокимова* (Тула) 441, 442, 443 (3 сер.); *П. Соловьева* (Нижній-Новгородъ) 371, 374, 380, 383, 389 (3 сер.), маленьк. вопр. № 1. *Лежебока* и *Г.* (Иваново-Вознесенскъ) 384, 387, 388, 389, 390, 439, 440, 441, 442, 443, 444 (3 сер.); *Л. Магазаника* (Бердичевъ) 440, 441, 443 (3 сер.); *А. Д.* (Иваново-Вознесенскъ) 387, 389, 390, 441, 444 (3 сер.); *Н. И.* и *А. Д.* (Иваново-Вознесенскъ) 443 (3 сер.); *Я. Полушкина* (с. Знаменка) 266, 308, 350, 430 (1 сер.), 536 (2 сер.), 84, 220, 370, 380, 381, 382, 385, 387, 389, 394, 395, 440, 441, 442, 443, 448 (3 сер.).

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 23-го Мая 1897 г.
„Центральная типо-литографія", уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 39.

Обложка
ищется

Обложка
пщется