Обложка
ищется

Обложка
пщется

XIX Сем. 10-го Ноября 1895 г. № 9.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 225.

Содержаніе: Электрическая машина Голлерита для подсчета статистическихъ данныхъ. *В. Г.* — Очеркъ геометрической системы Лобачевскаго (продолженіе). *В. Кагана.*—Изслѣдованіе о многогранникахъ симметрической формы (переводъ съ французскаго) (продолженіе). *А. Бравэ.* — Задачи №№ 272—277. — Рѣшенія задачъ 2-ой сер. №№ 220, 221, 234, 556 и 1-ой сер. № 384.—Обзоръ научныхъ журналовъ. *Д. Е.*— Библіографическій листокъ новѣйшихъ французскихъ изданій.—Объявленія.

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ МАШИНА ГОЛЛЕРИТА
ДЛЯ ПОДСЧЕТА
СТАТИСТИЧЕСКИХЪ ДАННЫХЪ. *)

Вѣроятно всѣмъ читателямъ нашего журнала извѣстно, что въ настоящее время въ Центральномъ Статистическомъ Комитетѣ Министерства Внутреннихъ Дѣлъ производятся подготовительныя работы ко всеобщей переписи населенія Россійской Имперіи. Поэтому мы считаемъ умѣстнымъ познакомить нашихъ читателей съ весьма остроумной электрической системой подсчета статистическихъ данныхъ, значительно сокращающей расходы и трудъ по разработкѣ добытаго во время переписи матеріала. Система эта, изобрѣтенная американцемъ Германомъ Голлеритъ (Herman Hollerith), была уже примѣнена въ 1890 году при разработкѣ переписи въ Сѣверо-Американскихъ Соединенныхъ Штатахъ и въ Австріи. Прекрасные результаты этихъ переписей обратили вниманіе нашего Правительства на машину Голлерита и газеты уже сообщили, что система эта будетъ примѣнена и при нашей всеобщей переписи, впервые предстоящей Россіи, и что для этой цѣли нашимъ

*) Настоящая статья составлена по описанію г. *В. Струве*, старшаго редактора Центральнаго Статистическаго Комитета М. В. Д., изданному Центральнымъ Статистическимъ Комитетомъ.

Правительствомъ взяты на прокатъ приборы, служившіе при разработкѣ австрійской переписи.

Всякая перепись распадается на двѣ главныя части: на собственно перепись, т. е. на добываніе необходимыхъ свѣдѣній относительно каждаго лица, и на разработку собраннаго матеріала, т. е. на подведеніе итоговъ добытыхъ свѣдѣній, на составленіе статистическихъ таблицъ.

До сихъ поръ примѣнялись два главныхъ способа разработки статистическихъ данныхъ: способъ черточекъ или точекъ и способъ счетныхъ карточекъ или фишекъ. Способъ черточекъ заключается въ томъ, что каждое показаніе, содержащееся въ переписныхъ вѣдомостяхъ, отмѣчается черточкой или точкой въ соотвѣтствующей клѣткѣ большой разграфленной таблицы, составленной примѣнительно къ тѣмъ свѣдѣніямъ, которыя желательно добыть, послѣ чего остается лишь сосчитать число черточекъ въ каждой графѣ. Способъ этотъ требуетъ массы труда и большого вниманія, такъ какъ число графъ, въ которыя приходится вносить черточки, бываетъ обыкновенно весьма велико (напр. для составленія скомбинированной таблицы населенія по поламъ, возрастамъ и семейному положенію приходится размѣщать данныя переписныхъ вѣдомостей въ таблицѣ съ 800 графами), и, кромѣ того, единственный способъ проконтролировать такую работу заключается въ ея повтореніи. Поэтому въ настоящее время этотъ способъ почти совершенно вытѣсненъ вторымъ — способомъ счетныхъ карточекъ или фишекъ, который состоитъ въ томъ, что всѣ показанія изъ переписныхъ вѣдомостей выписываются на небольшія карточки такъ, чтобы каждая карточка заключала въ себѣ свѣдѣнія объ одномъ лишь лицѣ; карточки эти раскладываются на группы, соотвѣтствующія графамъ общихъ таблицъ перваго способа, и затѣмъ сосчитываются отдѣльно въ каждой группѣ. Допуская значительное раздѣленіе труда, способъ этотъ представляетъ большое преимущество передъ первымъ. Очевидно, что удобнѣе всего было бы прямо ввести въ перепись такія личныя карточки, но это до такой степени усложняетъ самую перепись и столь увеличиваетъ работу лицъ, ее производящихъ, что во многихъ странахъ не рѣшались этого дѣлать.

Благодаря несовершенству способовъ разработки переписныхъ данныхъ, эта послѣдняя требуетъ обыкновенно почти столько же средствъ, сколько и самая перепись, не смотря на то, что центральныя статистическія учрежденія ограничиваются обыкновенно составленіемъ лишь немногихъ и несложныхъ, сравнительно съ богатымъ переписнымъ матеріаломъ, таблицъ.

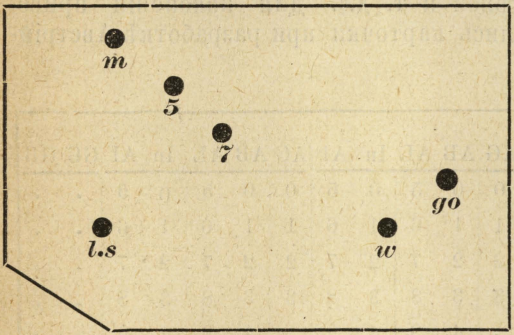
Электрическая машина Голлерита представляетъ собою усовершенствованіе способа счетныхъ карточекъ, дающее возможность значительно ускорить работу и сдѣлать ее болѣе точной.

Какъ и при ручномъ способѣ фишекъ, добытыя переписью данныя переносятся сперва на карточки, которыя затѣмъ сортируются и подсчитываются машиной. Отличіе этого механическаго способа отъ ручного заключается въ томъ, что переписныя данныя о каждомъ отдѣльномъ лицѣ не выписываются на карточку, а отмѣчаются на ней при помощи отверстій, расположенныхъ въ опредѣленныхъ мѣстахъ, соотвѣтствующихъ каждое извѣстному понятію. Дѣлается это при помощи особаго пробойника, состоящаго изъ доски въ видѣ широкаго сегмента, на которой въ извѣстномъ порядкѣ расположено столько дырочекъ, сколько различныхъ понятій желательно перенести изъ переписныхъ вѣдомостей на счетныя карточки. Каждая изъ этихъ дырочекъ снабжена условнымъ знакомъ, обозначающимъ извѣстное понятіе (напр. I— обыватель общества, имѣющаго не болѣе 500 жителей, II — обыватель общества, имѣющаго отъ 501 до 2000 жителей, и т. д.; *Fm.* — членъ семейства, *Am.* — жилецъ, *Sp.* — призрѣваемый въ больницѣ, *m.* — мущина, *rk.*—римско-католическаго вѣроисповѣданія, *dt*—говорящій обыкновенно на нѣмецкомъ языкѣ, *A*—работникъ, *l.s*—умѣющій читать и писать, *An*—безграмотный, *Bl*—слѣпой и т. д.). Для поясненія приводимъ схему, по которой пробивались карточки при разработкѣ Австрійской переписи:

I	Fm	s.P	m	.	.	.	.	AG	AB	AL	In	AI	AG	AB	AL	In	AI	GG	GB
II	Am	Hb	w	0	5	0	5	0	0	5	0	5	0	0	5	0	5	.	.
III	Bg	EA	.	1	6	1	6	1	1	6	1	6	1	1	6	1	6	.	.
IV	Dn	Kl	St	2	7	2	7	2	2	7	2	7	2	2	7	2	7	.	.
V	l.G	Sp	Ks	3	8	3	8	3	3	8	3	8	3	3	8	3	8	.	.
VI	g.G	Vs	s.A	4	9	4	9	.	4	9	4	9	.	4	9	4	9	.	
.	.	.	.	1	1	5	1	5	1	1	5	1	5	dt	bm	ld	rk	go	AC
.	O	.	HA	2	2	6	2	6	2	2	6	2	6	pl	rt	vh	gk	ao	HC
ZA	Bl	l.s	HM	3	3	7	3	7	3	3	7	3	7	sl	sk	w	ak	Mn	an
DA	Tb	l	GA	4	4	8	4	8	4	4	8	4	8	it	rm	gs	alt	un	Hh
.	Ir	An	GM	5	S	B	A	T	5	S	B	A	T	mg	fr	gt	is	lp	sB
.	Cr	.	.	.	.	.	.	O	D	FS	FB	FA	FT	.	.	.	cl	mh	.

Каждому знаку этой схемы соотвѣтствуетъ дырочка на доскѣ пробойника. Надъ этой доской движется рычагъ, къ концу котораго прикрѣпленъ вертикальный штифтикъ. Такъ какъ этотъ рычагъ можетъ двигаться и по своему направленію (т. е. можетъ удлиняться и укорачиваться) и по дугѣ вокругъ точки своего прикрѣпленія, то штифтикъ можетъ быть вводимъ въ любое изъ отверстій доски. Между центромъ, вокругъ котораго вращается рычагъ и доскою съ дырочками, помѣщена особая горизонтальная рама, на которую кладется въ извѣстномъ положеніи карточка; надъ карточкой движется собственно пробойникъ, прикрѣпленный къ тому же рычагу; каждому перемѣщенію штифтика рычага соотвѣтствуетъ перемѣщеніе пробойника, каждому положенію штифтика надъ одною изъ дырочекъ доски соотвѣтствуетъ положеніе пробойника надъ вполнѣ опредѣленнымъ мѣстомъ карточки. При погруженіи штифтика въ углубленіе доски пробойникъ выбиваетъ въ карточкѣ отверстіе, соотвѣтствующее по мѣсту тому именно понятію схемы, которое указано было штифтикомъ. Чтобы эта работа была произведена точно, необходимо, чтобы всѣ карточки клались на раму въ одномъ и томъ же положеніи; для этого у всѣхъ карточекъ правильно обрѣзанъ одинъ уголъ.

Положимъ напр., что мы желаемъ перенести на карточку изъ переписной вѣдомости слѣдующія свѣдѣнія о какомъ либо лицѣ: „мущина, вдовствующій, православнаго вѣроисповѣданія, 57-и лѣтъ, умѣющій читать и писать“. Для этого погружаемъ штифтикъ рычага въ отверстія доски *m*, *w*, *go*, *5*, *7*, *l.s*, отмѣченныя на нашей схемѣ жирнымъ шрифтомъ. Тогда пробойникъ выбиваетъ въ карточкѣ 6 дырочекъ, расположенныхъ приблизительно, какъ указано на фиг. 56. Если такую карточку наложить затѣмъ на печатную схему, то сквозь пробитыя отверстія будетъ видна полная запись, что даетъ возможность провѣрять правильность работы рабочаго, пробивающаго карточки. Опытъ показалъ, что эта работа выполняется значительно быстрѣе, чѣмъ переписка свѣдѣній на карточку при способѣ фишекъ.

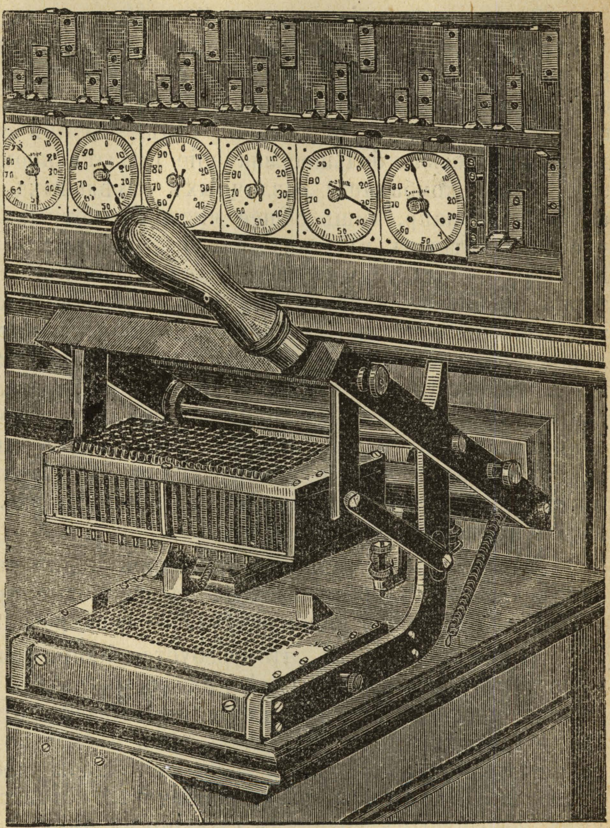


Фиг. 56.

Когда весь переписный матеріалъ разнесенъ надлежащимъ образомъ по карточкамъ, приступаютъ къ подсчету данныхъ на электрической машинѣ, представляющей существенную часть изобрѣтенія Голлерита.

Машина эта состоитъ изъ 1) батареи, 2) прибора для замыканія цѣпи (пресса), 3) счетчиковъ, 4) релэ и 5) изъ сортировальнаго ящика.

На фиг. 57 изображенъ въ перспективѣ приборъ для замыканія цѣпи (прессъ) и счетчики. Приборъ для замыканія цѣпи состоитъ изъ твердой горизонтальной каучуковой подушки, неподвижно прикрѣпленной къ столу и снабженной рядомъ цилиндрическихъ углубленій или чашечекъ, наполненныхъ до половины ртутью и при помощи проволокъ соединенныхъ съ электрической батареей. Число и расположеніе этихъ чашечекъ въ точности соотвѣтствуетъ числу и расположенію всѣхъ дырочекъ, которыя могутъ встрѣчаться на счетныхъ карточкахъ, т. е. всѣхъ углубленій доски пробойника, о которомъ мы говорили выше. Если поэтому правильно наложить карточку съ пробитыми въ ней дырочками на подушку, то большая часть чашечекъ со ртутью покроется карточкой; открытыми останутся лишь столько чашечекъ, сколько дырочекъ пробито на карточкѣ. Надъ каучуковой подушкой находится подвижной по вертикальному направленію приборъ, который при помощи рукоятки можетъ быть опущенъ на подушку и покрыть ее какъ прессъ. Приборъ этотъ представляетъ собою деревянную коробку, внутри которой помѣщены вертикальныя металлическія иглы, число и расположеніе которыхъ точно соотвѣтствуетъ числу и расположенію дырочекъ на каучуковой подушкѣ. Нижніе концы иголъ нѣсколько выдаются изъ коробки а самыя иглы прикрѣплены къ коробкѣ при помощи спиральныхъ пружинъ, которыя даютъ имъ возможность двигаться въ вертикальномъ направленіи и входить въ коробку. Если опустить прессъ на каучуковую подушку, то всѣ концы иголъ входятъ въ углубленія подушки и погружаются въ ртуть, а такъ какъ каждая игла находится въ соединеніи съ батареей, то токъ замыкается. Если же на каучуковую подушку положить карточку съ отверстіями и затѣмъ опустить прессъ, то иглы, упираясь въ карточку, будутъ отодвигаться вверхъ, въ коробку, кромѣ тѣхъ, которыя приходятся надъ отверстіями карточки. Эти послѣднія иглы пройдутъ свободно сквозь отверстія, погрузятся въ ртуть и замкнутъ токъ. Если затѣмъ отпустить рукоятку, то ящикъ съ иглами автоматически подымается вверхъ, благодаря противовѣсу и сильной пружинѣ, и токъ размыкается. Тогда на доску кладется новая карточка, ящикъ-прессъ снова опускается помощью рукоятки, и т. д.



Фиг. 57.

Каждое углубленіе въ каучуковой доскѣ соединено проволокою съ однимъ изъ счетчиковъ. Счетчики эти, по внѣшнему виду напоминающіе часы, состоятъ изъ циферблата, раздѣленнаго на 100 дѣленій, изъ двухъ стрѣлокъ и изъ зубчатыхъ колесъ, приводимыхъ въ движеніе небольшимъ электро-магнитомъ. При каждомъ замыканіи тока электромагнитъ передвигаетъ зубчатое колесо о ста зубцахъ, на оси котораго насажена одна изъ стрѣлокъ, на одинъ зубецъ, вслѣдствіе чего стрѣлка передвигается на одно дѣленіе. Когда это зубчатое колесо сдѣлаетъ полный оборотъ, оно передвигаетъ на одинъ зубецъ второе колесо о ста зубцахъ, скрѣпленное со второй стрѣлкой. Такимъ образомъ одна изъ стрѣлокъ показываетъ на циферблатѣ сотни, другая единицы.

Если пропустить черезъ прессъ извѣстное число счетныхъ карточекъ, то счетчики покажутъ, сколько разъ каждая изъ иголъ погружалась въ ртуть, т. е. сколько разъ повторяется на всѣхъ карточкахъ каждое понятіе.

Такимъ образомъ машина Голлерита даетъ возможность получить итоги всѣхъ отдѣльныхъ показаній, нанесенныхъ на счетныя карточки въ видѣ дырочекъ на опредѣленныхъ мѣстахъ. По изложенному способу можно опредѣлить напр. число мужчинъ, число женщинъ, число грамотныхъ и т. п. По дѣло въ томъ, что при статистическихъ изслѣдованіяхъ весьма большое значеніе имѣютъ кромѣ этихъ простыхъ итоговъ еще и комбинаціи различныхъ отдѣльныхъ понятій; недостаточно опредѣлить напр. лишь общее число грамотныхъ: надо также указать число грамотныхъ мужчинъ, число грамотныхъ женщинъ, число грамотныхъ въ различныхъ возрастахъ. Кромѣ того самая схема, по которой пробиваются карточки, такъ построена, что многія дырочки, взятыя отдѣльно, не представляютъ никакого понятія, а имѣютъ значеніе лишь въ комбинаціи съ другими дырочками. Такъ напр., чтобы уменьшить число рубрикъ схемы, возрастъ отмѣчается при помощи двухъ дырочекъ, изъ которыхъ одна изображаетъ десятки лѣтъ, а другая единицы; очевидно, что каждая изъ такихъ двухъ дырочекъ, взятая въ отдѣльности, ничего не выражаетъ. Во всѣхъ подобныхъ случаяхъ простое опредѣленіе суммы всѣхъ занимающихъ опредѣленное мѣсто дырочекъ не приводитъ къ цѣли.

Чтобы сдѣлать машину пригодной и для такихъ болѣе сложныхъ опредѣленій, Голлеритъ вводитъ въ нее новые приборы: а именно релэ, устройство котораго общеизвѣстно, и сортировальный ящикъ.

Представимъ себѣ, что требуется напр. узнать число грамотныхъ и неграмотныхъ въ десятилѣтнихъ возрастныхъ группахъ, т. е. опредѣлить, сколько лицъ находятся въ возрастѣ отъ 0 до 10 лѣтъ, отъ 10 до 20, отъ 20 до 30 и т. д. лѣтъ и сколько въ каждой изъ этихъ группъ грамотныхъ и неграмотныхъ. Чтобы достигнуть этого, соединяемъ каждую изъ ртутныхъ чашечекъ, сотвѣтствующихъ десятилѣтнимъ возрастнымъ группамъ, съ якорями двухъ релэ, а катушки каждаго изъ этихъ релэ—съ одною изъ двухъ ртутныхъ чашечекъ, соотвѣтствующихъ понятіямъ „грамотный" и „неграмотный". Такъ напр. отъ чашечки, соотвѣтствующей возрастной группѣ 10 — 20 лѣтъ, идутъ проводы къ якорямъ двухъ релэ, *A* и *B*. Катушка релэ *A* соединена проводомъ съ чашечкой, соотвѣтствующей понятію „грамотный", катушка релэ *B*— съ чашечкой, соотвѣтствующей понятію „неграмотный". Каждое изъ релэ находится въ соединеніи со своимъ отдѣльнымъ счетчикомъ. Очевидно, что если при такомъ расположеніи приборовъ пропускать черезъ прессъ счетныя карточки, то каждый разъ будетъ замыкаться цѣпь лишь одного релэ, и именно того, соединенія котораго со ртутными чашечками соотвѣтствуютъ изображенной на счетной карточкѣ комбинаціи; черезъ это релэ пройдетъ токъ и передвинетъ колесо счетчика, принадлежащаго этому релэ, на одинъ зубецъ.

Введеніе релэ даетъ возможность опредѣлить число какихъ угодно комбинацій различныхъ понятій, нанесенныхъ на счетныя карточки. Очевидно, что чѣмъ сложнѣе эти комбинаціи, чѣмъ больше отдѣльныхъ понятій входятъ въ ихъ число, тѣмъ больше требуется релэ и счетчиковъ и тѣмъ сложнѣе ихъ соединенія.

Такъ какъ статистическія переписныя данныя разрабатываются по многочисленнымъ и часто сложнымъ комбинаціямъ различныхъ понятій, и такъ какъ нѣтъ возможности сразу получить всѣ желаемыя комбинаціи, то счетныя карточки приходится пропускать черезъ прессъ по нѣсколько разъ, вводя при каждомъ пропускѣ все новыя комбинаціи дырочекъ. Для успѣшнаго выполненія этихъ операцій является необходимость каждый разъ сортировать карточки по одному изъ тѣхъ понятій, комбинаціи котораго съ другими понятіями желательно изучить. Такъ напр., если при слѣдующемъ пропускѣ желательно распредѣлить вѣроисповѣданія, занятія и грамотность по десятилѣтнимъ возрастнымъ группамъ, то при настоящемъ пропускѣ удобно подготовить матеріалъ для слѣдующаго пропуска, разсортировавъ всѣ счетныя карточки напр. по десятилѣтнимъ возрастнымъ группамъ: тогда осталось бы только подсчитать карточки каждой изъ этихъ группъ по вѣроисповѣданіямъ, занятіямъ и грамотности,—т. е. дальнѣйшая работа значительно упростилась бы и облегчилась. Это упрощеніе достигается при помощи сортировальнаго ящика.

Сортировальный ящикъ представляетъ собою обыкновенный длинный ящикъ, раздѣленный внутренними перегородками на небольшія отдѣленія, расположенныя въ два ряда и закрывающіяся каждое сверху отдѣльной крышкой. Каждая крышка можетъ автоматически открываться и удерживается въ закрытомъ состояніи особою зацѣпкой, соединенной съ якоремъ маленькаго электромагнита. Когда по обмоткѣ электромагнита проходитъ токъ, якорь притягивается, освобождаетъ зацѣпку, крышка ящика открывается и остается въ такомъ положеніи до тѣхъ поръ, пока ее не закроютъ рукою. Обмотка электромагнита каждаго отдѣленія сортировальнаго ящика соединена со ртутной чашечкой пресса, соотвѣтствующей тому понятію, по которому желательно разсортировать карточки. Каждый разъ, когда счетная карточка проходитъ черезъ прессъ, открывается отдѣленіе сортировальнаго ящика, соотвѣтствующее изображенному дырочкой на счетной карточкѣ понятію, по которому желательно разсортировать карточки. Въ это открывшееся отдѣленіе карточка и бросается, а затѣмъ крышку захлопываютъ рукой. Такимъ образомъ всѣ карточки, пройдя черезъ прессъ, оказываются разсортированными по извѣстнымъ понятіямъ. Работу сортировальнаго ящика легко проконтролировать, такъ какъ на всѣхъ карточкахъ каждаго отдѣленія должна на одномъ и томъ же мѣстѣ находиться дырочка, соотвѣтствующая тому понятію, по которому карточки сортировались. Если поэтому наложить всѣ карточки одного отдѣленія правильно одна на другую, то въ этомъ мѣстѣ можно смотрѣть сквозь всю пачку карточекъ или продѣть проволоку сквозь отверстія, что и гарантируетъ точность сортировки.

Очевидно, что и къ сортировальному ящику можно приспособить релэ и сортировать карточки не только по отдѣльнымъ понятіямъ, но также и по совокупностямъ нѣсколькихъ понятій.

Такимъ образомъ, когда счетныя карточки подготовлены, а релэ, счетчики и сортировальный ящикъ надлежащимъ образомъ введены въ цѣпь, вся работа сводится къ тому, чтобы положить правильно карточку на каучуковую подушку пресса, опустить этотъ послѣдній, затѣмъ, когда прессъ подымется, бросить карточку, въ открывшееся отдѣленіе сортировальнаго ящика и рукою закрыть крышку этого отдѣленія. Работа эта столь несложна, что можетъ быть выполнена простымъ рабочимъ. Мы уже говорили, какимъ образомъ контролируется работа сортировальнаго ящика. Для контроля работы электрической машины служатъ 1) электрическій звонокъ, который при пропусканіи каждой карточки сквозь машину извѣщаетъ о правильности ея дѣйствія и 2) спеціальный общій счетчикъ, показаніе котораго всегда должно быть равно суммѣ показаній всѣхъ отдѣльныхъ счетчиковъ. Эти приспособленія вполнѣ гарантируютъ точность работы.

Центръ тяжести всей обработки статистическаго матеріала лежитъ не въ подсчитываніи данныхъ, а въ подготовкѣ карточекъ, въ перенесеніи свѣдѣній изъ вѣдомостей на карточки. Поэтому на эту подготовительную работу должно быть обращено особое вниманіе: отъ точности ея выполненія зависитъ точность результатовъ всей переписи. Чтобы по возможности избѣжать ошибокъ при изготовленіи личныхъ карточекъ, принимаются слѣдующія мѣры: 1) всѣ свѣдѣнія переписныхъ вѣдомостей, подлежащія перенесенію на счетныя карточки, заранѣе снабжаются условными знаками схемы; это избавляетъ занимающагося пробивкой карточекъ отъ необходимости помнить значеніе условныхъ знаковъ схемы и даетъ ему возможность сосредоточить все свое вниманіе на правильности пробивки; 2) каждая изготовленная карточка накладывается на печатную схему и свѣряется съ переписной вѣдомостью. Опыты, произведенные въ Соединенныхъ Штатахъ, показали, что точность перенесенія показаній изъ переписныхъ вѣдомостей на карточки одинакова при ручномъ и при машинномъ способѣ, но за то подведеніе итоговъ, т. е. составленіе таблицъ, несомнѣнно точнѣе при машинномъ способѣ, нежели при ручной раскладкѣ карточекъ по группамъ.

Преимущества машины Голлерита заключаются:

a) въ значительномъ ускореніи и удешевленіи работы. При ручномъ способѣ можно разложить и подсчитать въ часъ не болѣе 400 карточекъ. Если принять, что въ Россійской Имперіи 120 милліоновъ жителей, то на изготовленіе одной только сводной таблицы потребуется не менѣе 120,000,000:400 = 300,000 часовъ. Черезъ машину же легко пропустить 600 карточекъ въ часъ, да кромѣ того за каждымъ пропускомъ изготовляются три и болѣе таблицъ, такъ что на изготовленіе одной таблицы потребуется не болѣе 120,000,000:(600 × 3) = = 66666 час., т. е. машина сокращаетъ работу почти въ 5 разъ, не считая того, что и пробивка карточекъ идетъ нѣсколько быстрѣе, нежели прежняя переписка свѣдѣній изъ переписныхъ вѣдомостей на личныя карточки;

b) въ большей точности результатовъ, получаемыхъ при машинномъ способѣ сравнительно съ результатами, получавшимися при прежнемъ ручномъ способѣ. При перенесеніи свѣдѣній на карточки точность машиннаго способа не менѣе ручного, при подсчетѣ данныхъ— значительно больше;

c) въ большей легкости полученія сложныхъ сводныхъ таблицъ. Благодаря введенію релэ и сортировальнаго ящика, работа составленія таблицъ при каждомъ пропускѣ счетныхъ карточекъ черезъ машину упрощается, такъ что послѣ немногихъ пропусковъ черезъ машину всѣхъ счетныхъ карточекъ получаются столь полныя и разнообразныя таблицы, составленіе которыхъ было почти немыслимо при прежнемъ способѣ, гдѣ по мѣрѣ увеличенія сложности таблицъ, по мѣрѣ введенія въ таблицы новыхъ комбинацій основныхъ понятій, значительно усложнялась и работа распредѣленія по группамъ и подсчитыванія карточекъ. При машинномъ способѣ самыя сложныя сочетанія получаются чисто механически, съ тою же легкостью, какъ и самыя простыя.

Итакъ машина Голлерита не только значительно ускоряетъ и удешевляетъ работу, но и даетъ возможность полнѣе и разностороннѣе разработать переписный матеріалъ.

Единственное неудобство изложеннаго способа заключается въ томъ, что до приступленія къ сводкѣ статистическаго матеріала необходимо въ деталяхъ выработать весь планъ дальнѣйшей работы. Это ясно изъ того, что уже при первомъ пропускѣ карточекъ черезъ машину эти послѣднія сортируются для дальнѣйшей работы. Но это неудобство вполнѣ и съ избыткомъ окупается изложенными преимуществами машины.

В. Г. (Одесса).

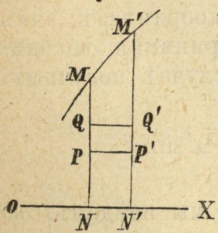
ОЧЕРКЪ

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЛОБАЧЕВСКАГО.

(Продолженіе).*

Займемся теперь разысканіемъ выраженій для элементовъ длины, площади, поверхности и объема.

Пусть M и M′ (фиг. 58) двѣ безконечно близкія точки на нѣкоторой кривой, N и N′ ихъ проэкціи на ось абсциссъ. Отрѣзокъ NN′ обозначимъ черезъ dx. Проводимъ MM″ такимъ образомъ, чтобы $MN = M''N'$, тогда M′M″ представляетъ собой dy. Изъ четырехугольника Саккери MNN′M″ съ безконечно малымъ основаніемъ получаемъ согласно формулѣ LX:



Фиг. 58.

$$MM'' = \frac{dx}{\sin y'}. \quad (8)$$

Сверхъ того площадь этого четырехугольника безконечно мала; между тѣмъ она равна, согласно выраженію XXX, $2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$, гдѣ φ уголъ

*) См. „Вѣстн. Оп. Физики“ №№ 174, 178, 179, 183, 187, 188, 189, 190, 194, 195 196, 198, 199, 201, 202, 203, 206, 207, 209, 214, 216 и 222.

при верхнемъ основанiи четырехугольника; этотъ уголъ, слѣдовательно, безконечно мало отличается отъ прямого; мы можемъ поэтому смотрѣть на треугольникъ MM′M″, какъ на прямоугольный съ безконечно малыми катетами, и примѣнить къ нему положенiе (A). Поэтому:

$$MM' = \sqrt{\overline{MM''}^2 + \overline{M'M''}^2},$$

или иначе, ввиду равенства (8):

$$dL = \sqrt{\frac{dx^2}{\sin^2 y'} + dy^2}. \qquad \text{LXV}$$

Интегрируя это выраженiе въ надлежащихъ предѣлахъ, получимъ длину дуги.

Разсмотримъ прежде всего тотъ случай, когда кривая представляетъ собой линiю равныхъ разстоянiй. Мы можемъ принять ось абсциссъ за основанiе кривой и положить

$$y = \text{const} = h.$$

Тогда имѣемъ:

$$dL = \frac{dx}{\sin h'}$$

и, слѣдовательно,

$$L = \frac{x_1 - x_0}{\sin h'}, \qquad \text{LXVI}$$

гдѣ L длина дуги линiи равныхъ разстоянiй, заключенной между точками (x_0, h) и (x_1, h). Этотъ выводъ можно формулировать такимъ образомъ: отношенiе дуги линiи равныхъ разстоянiя къ ея проэкцiи на основанiе, представляетъ собой для каждой кривой постоянную величину $\frac{1}{\sin h'}$, гдѣ h параметръ кривой *).

Положимъ теперь, что наша кривая представляетъ собой окружность круга. Мы можемъ принять за центръ начало координатъ, такъ что уравненiе кривой представится въ формѣ (5). Принимая во вниманiе найденное нами соотношенiе (6), мы въ этомъ случаѣ получимъ:

$$dL = dy\sqrt{\frac{\cos^2 y'}{\sin^2 y' \cos^2 x'} + 1} = \frac{dy}{\sin y' \cos x'}\sqrt{1 - \sin^2 x' \sin^2 y'}.$$

Далѣе, при помощи уравненiя окружности (5), мы найдемъ, во первыхъ:

---

*) Это положенiе можетъ быть доказано непосредственно. Такъ у *Tilly* въ мемуарѣ „Etudes de Mécanique Abstraite" (Mémoires couraunés de l'Acad. de Belgique. XXI) оно доказано на основанiи кинематическихъ соображенiй и служитъ основанiемъ Воображаемой геометрiи. Въ указанномъ выше мемоарѣ H. Cox'а („Homogeneous coordinates") положенiе это выводится при помощи принципа (A) и также служитъ основанiемъ системы.

$$dL = \frac{dy \cos r'}{\sin y' \cos x'} \tag{9}$$

во вторыхъ:

$$\cos x' = \sqrt{1 - \sin^2 x'} = \frac{1}{\sin y'} \sqrt{\sin^2 y' - \sin^2 r'} = \frac{1}{\sin y'} \sqrt{\sin^2 y' \cos^2 r' - \sin^2 r' \cos^2 y'} =$$

$$= \cos r' \sqrt{1 - \left(\frac{\operatorname{cotg} y'}{\operatorname{cotg} r'}\right)^2}.$$

Если сверхъ того примемъ во вниманіе соотношеніе (LXI), то найдемъ окончательно:

$$dL = \frac{d \operatorname{cotg} y'}{\sqrt{1 - \left(\frac{\operatorname{cotg} y'}{\operatorname{cotg} r'}\right)^2}}.$$

Поэтому, обозначая черезъ L дугу окружности, заключающуюся между ординатами y_0 и y_1 ($y_0 < y_1$), найдемъ:

$$L = \int_{y'_0}^{y'_1} \frac{d \operatorname{cotg} y'}{\sqrt{1 - \left(\frac{\operatorname{cotg} y'}{\operatorname{cotg} r'}\right)^2}} = \operatorname{cotg} r' \left\{ \arcsin\left(\frac{\operatorname{cotg} y'_1}{\operatorname{cotg} r'}\right) - \arcsin\left(\frac{\operatorname{cotg} y'_0}{\operatorname{cotg} r'}\right) \right\} \tag{LXVII}$$

Если представимъ себѣ прямоугольный треугольникъ, составленный изъ абциссы x, ординаты y и радіуса r, уголъ же, противолежащій ординатѣ, обозначимъ черезъ φ, то получимъ, согласно уравненію III:

$$\sin \varphi = \frac{\operatorname{cotg} y'}{\operatorname{cotg} r'}$$

и потому:

$$L = \operatorname{cotg} r' (\varphi_1 - \varphi_0) = \operatorname{cotg} r' . \psi, \tag{LXXII a)}$$

гдѣ ψ центральный уголъ, соотвѣтствующій дугѣ L. Замѣтимъ, что выраженіе LXVII получено интегрированіемъ, и потому уголъ ψ долженъ быть выраженъ въ такихъ единицахъ, въ которыхъ имѣетъ мѣсто соотношеніе:

$$\arcsin \tau - \arcsin \tau_0 = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{1 - \tau^2}}.$$

Мы знаемъ изъ *чисто аналитическихъ* соображеній, что для этого прямой уголъ долженъ выражаться *числомъ* $\frac{\pi}{2}$ *).

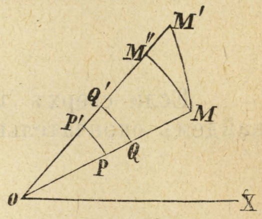
*) Мы видѣли выше, что это имѣетъ мѣсто, когда уголъ измѣряется отношеніемъ соотвѣтствующей центральной дуги къ геодезическому радіусу на орисферѣ см. „Вѣстн." № 199 стр. 153.

Принимая это во вниманіе, мы найдемъ для всей окружности выраженіе:

$$C = 2\pi \operatorname{cotg} \Pi(r),$$

совпадающее съ XXXVIII, такъ какъ мы приняли l за единицу длины.

Теперь не трудно также найти выраженіе для элемента длины въ полярныхъ координатахъ. Пусть M, M' (фиг. 59) двѣ безконечно близкія точки, отнесеныя къ полюсу 0 и полярной оси OX. Изъ точки 0 радіусомъ $OM = r$ проводимъ дугу круга MM''. По формулѣ LXVII a) длина этой дуги равна $\operatorname{cotg} r' d\varphi$; поэтому изъ прямоугольнаго треугольника $MM''M'$ съ безконечно малыми катетами находимъ:



Фиг. 59.

$$dL = \sqrt{dr^2 + \operatorname{cotg}^2 r' d\varphi^2}.$$

Въ видѣ примѣра примѣненія этихъ формулъ, найдемъ кривую, которая образуетъ постоянный уголъ съ радіусомъ векторомъ. Замѣтимъ для этого, что тотъ же безконечно малый треугольникъ даетъ:

$$\operatorname{cotg} MM'M'' = \frac{dr}{\operatorname{cotg} r' d\varphi}.$$

Обозначая поэтому черезъ α постоянный уголъ, который кривая по заданію образуетъ съ радіусомъ векторомъ, мы найдемъ слѣдующее дифференціальное уравненіе кривой:

$$\frac{dr}{\operatorname{cotg} r' d\varphi} = \operatorname{cotg} \alpha,$$

или иначе (фор. LXI):

$$-\frac{dr'}{\cos r'} = d\varphi \operatorname{cotg} \alpha;$$

интегрируя его, мы получимъ:

$$lg \operatorname{tg} \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = k + \varphi \operatorname{cotg} \alpha.$$

Полагая здѣсь $k = -\chi \operatorname{cotg} \alpha$, получимъ:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = \frac{1 - \sin r'}{1 + \sin r'} = e^{2(\varphi - \chi)\operatorname{cotg} \alpha},$$

откуда

$$\sin r' = \frac{1 - e^{2(\varphi - \chi)\operatorname{cotg} \alpha}}{1 + e^{2(\varphi - \chi)\operatorname{cotg} \alpha}} = \frac{e^{(\chi - \varphi)\operatorname{cotg} \alpha} - e^{(\varphi - \chi)\operatorname{cotg} \alpha}}{e^{(\chi - \varphi)\operatorname{cotg} \alpha} + e^{(\varphi - \chi)\operatorname{cotg} \alpha}}.$$

Принимая же во вниманіе формулу XXII b), мы дадимъ этому уравненію такой видъ:

$$\sin \Pi(r) = \cos \Pi[(\chi - \varphi)\operatorname{cotg} \alpha].$$

Уголъ $\Pi(r)$ по существу дѣла острый, ибо r величина положительная; уголъ $\Pi[(\chi-\varphi)\mathrm{cotg}\alpha]$ можетъ заключаться только между 0 и π; но при наличности послѣдняго уравненія, онъ необходимо будетъ острымъ, такъ какъ его cosinus положителенъ. Поэтому уравненіе кривой окончательно можно представить въ такомъ видѣ:

$$\Pi(r)+\Pi[(\chi-\varphi)\mathrm{cotg}\alpha]=\frac{\pi}{2}.$$

Если $\mathrm{cotg}\alpha>0$, то φ всегда меньше χ. При $\varphi=\chi$, имѣемъ $r'=0$ и $r=\infty$, когда φ убываетъ r уменьшается и при $\varphi=-\infty$ обращается въ нуль. Кривая слѣдовательно имѣетъ видъ спирали, ассимптотически приближающейся къ началу, съ одной стороны—и къ прямой, образующей съ осью уголъ χ, съ другой стороны.

Обратимся теперь къ элементу площади.

Если мы на фиг. 58 проведемъ PP′ и QQ′ такимъ образомъ, чтобы

$$PN=P'N' \text{ и } QN=Q'N',$$

то четырехугольникъ PQQ′P′ можно разсматривать, какъ прямоугольникъ въ евклидовомъ смыслѣ слова, если отрѣзки $PQ=P'Q'$ безконечно малы. Обозначая его площадь черезъ d^2s будемъ имѣть:

$$d^2s=PQ.PP'.$$

Обозначая черезъ x и y координаты точки P, мы имѣемъ:

$$PQ=dy,\ PP'=\frac{dx}{\sin y'},\ \text{(согл. ур. LX)}$$

поэтому:

$$d^2s=\frac{dxdy}{\sin y'}. \qquad \text{LXVIII}$$

Интегрируя это выраженіе въ надлежащихъ предѣлахъ, мы получимъ площадь, заключающуюся внутри даннаго контура. Такъ, оставляя прежде всего постояннымъ dx и интегрируя это выраженіе по y въ предѣлахъ отъ нуля до y, найдемъ:

$$ds=dx\int_0^y\frac{dy}{\sin y'}=-dx\int_{\frac{\pi}{2}}^{y'}\frac{dy'}{\sin^2 y'}=dx\mathrm{cotg}y', \qquad \text{LXVIII } a)$$

гдѣ ds означаетъ площадь четырехугольника Саккери съ безконечно малымъ основаніемъ dx и боковой стороной, равной y. Такимъ четырехугольникомъ будетъ NMM″N′ если принять $y=NM$. Интегрируя тогда это выраженіе по x, получимъ площадь, заключенную между соотвѣтствующими ординатами. Такъ для линіи равныхъ разстояній

$$y=\mathrm{const}=h,$$

и мы имѣемъ:

$$s_{\xi,h} = (x_1 - x_0)\cot g h' = \xi \cot g h'. \qquad \text{LXIX}$$

Таково выраженіе для площади ($s_{\xi,h}$), ограниченной дугой линіи равныхъ разстояній съ параметромъ h, основаніемъ этой дуги ξ и двумя перпендикулярами, опущенными изъ конечныхъ точекъ дуги на основаніе. Если h становится весьма малой по сравненію съ длиной l, принятой нами за единицу мѣры, то кривая приближается къ прямой; разсматриваемая нами площадь сводится къ евклидовскому прямоугольнику и площадь его

$$s = \xi . h.$$

Уравненіе предѣльной линіи, для которой ось абсциссъ (въ положительномъ направленіи) служитъ осью, имѣетъ видъ:

$$e^{-x} = \mathrm{K}\sin y'.$$

(См. предыдущую главу).

Если кривая проходитъ черезъ начало координатъ, то координаты $x=0$, $y=0$ или $y' = \frac{\pi}{2}$ удовлетворяютъ уравненію и потому $\mathrm{K}=1$, а уравненіе кривой будетъ:

$$\sin y' = e^{-x}.$$

Чтобы получить площадь (τ), заключающуюся между двумя перпендикулярами къ оси, возставленными въ точкѣ (x_0,0) и (x_1,0) и дугами, которыя эти перпендикуляры вырѣзываютъ, нужно проинтегрировать выраженіе LXVIII a) въ предѣлахъ отъ x_0 до x_1 и помножить результатъ на два. Но мы можемъ, очевидно, выразить dx черезъ dy' и интегрировать по y' въ предѣлахъ отъ y'_0 до y'_1. Дифференцируя уравненіе (10), мы находимъ

$$\cos y' dy' = - e^{-x} dx = - \sin y' dx.$$

Поэтому

$$\int_{x_0}^{x_1} dx \cot g y' = - \int_{y_0}^{y_1} dy' \cot g^2 y'.$$

Слѣдовательно:

$$r = 2\{\cot g y'_1 - \cot g y'_0 + y'_1 - y'_0\}.$$

Если здѣсь положить $y_0 = 0$ т. е. $y'_0 = \frac{\pi}{2}$, то получимъ площадь сегмента предѣльной линіи, хорда которой равна $2y_1$

$$\tau = 2\cot g y'_1 + 2y'_1 - \pi.$$

Выраженіе это уже было нами найдено въ VII главѣ [форм. XXXIV].

Не трудно также найти выраженіе для элемента площади въ полярныхъ координатахъ.

Если на фиг. 59 проведемъ двѣ безконечно близкія концентрическія дуги PP' и QQ' радіусами OP и OQ, то получимъ элементъ поверхности $d^2s = PQQ'P' = PP'.PQ$.

Если полярныя координаты точки P обозначимъ черезъ r и φ, то $PP' = \cot g r' d\varphi$ (ур. LXVII a), а $PQ = dr$ и потому

$$d^2s = \cot g r' dr d\varphi. \qquad \text{LXX}$$

Интегрируя это выраженіе въ предѣлахъ отъ 0 до 2π по φ и сохраняя r постояннымъ, найдемъ выраженіе для площади кольца, заключеннаго между двумя безконечно близкими концентрическими окружностями

$$ds = 2\pi \cot g r' dr.$$

В. Каганъ (Спб.).

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

ИЗСЛѢДОВАНІЕ О МНОГОГРАННИКАХЪ СИММЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ.

А. БРАВЭ.

(*Переводъ съ французскаго*).

(*Продолженіе**).

Кватертерные многогранники.

Теорема XLIV.—*Если мы построимъ кубъ, діагоналями котораго будутъ четыре тройныя оси даннаго кватертернаго многогранника, то три перпендикуляра, опущенные изъ центра формы на стороны куба, представятъ три оси многогранника одного и того же рода, второго или четвертаго порядка симметріи.*

Опишемъ вокругъ центра формы многогранника, точки пересѣченія его четырехъ тройныхъ осей, шаръ радіусомъ 1, который пересѣчетъ верхніе концы нашихъ четырехъ тройныхъ осей въ A, A_0, A_1 и A_2, фиг. 60. (Поверхность этого шара проэктирована стереографически на плоскость большаго круга, полюсъ котораго находится въ A; читателю предлагается представлять себѣ все это, происходящимъ на шарѣ, центръ котораго O не обозначенъ на фигурѣ). Вписанный кубъ, четыре верхнихъ угла котораго—A, A_0, A_1 и A_2, будетъ имѣть въ B_0, B_1 и B_2

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ №№ 214, 215, 218, 221 и 222.

углы діаметрально противолежащіе A_0, A_1 и A_2. $AA_0B_1A_2$, $AA_0B_2A_1$ и $AA_1B_0A_2$ представляютъ три сферическихъ квадратныхъ многоугольника, въ центрѣ которыхъ M_0, M_1 и M_2 находятся конечныя точки трехъ перпендикуляровъ, проведенныхъ изъ центра на стороны вписаннаго куба.

Двойной поворотъ на 120^0, сначала вокругъ A_2, какъ полюса, по направленію отъ A къ B_0, затѣмъ вокругъ B_0, какъ полюса, отъ A_2 къ A_1, переведетъ A въ B_0 и A_2 въ A_1, не измѣнивши положенія угловъ. Это двойное вращеніе эквивалентно одному повороту на 180^0 вокругъ полюса M_0. Такимъ образомъ OM_0 есть ось, порядокъ симметріи которой—2 или кратное 2. Но порядокъ симметріи OM_0 не можетъ быть выше четвертаго, такъ какъ въ этомъ случаѣ число тройныхъ осей, расположенныхъ вокругъ полюса M_0, было бы больше 4, что противно исходному положенію; слѣдовательно, три прямоугольныя оси OM_0, OM_1 и OM_2—втораго или четвертаго порядка.

Теорема XLV.—*Кватертерные многогранники, имѣющіе перпендикулярныя другъ къ другу двойныя оси, не могутъ содержать никакихъ другихъ двойныхъ осей.*

Если бы существовала другая двойная ось, то она могла бы пересѣчь верхнюю часть шаровой поверхности, фиг. 60, только въ одной изъ трехъ точекъ, представляющихъ средины дугъ AA_0, AA_1 и AA_2 или гомологичныхъ дугъ A_0B_1, A_0B_2, A_1B_2, A_1B_0, A_2B_0 и A_2B_1, такъ какъ въ каждомъ другомъ положеніи эта ось вызвала бы повтореніе тройныхъ осей, что удвоило бы ихъ число. Пусть G_0, середина AA_0, будетъ конечной точкой новой двойной оси, тогда два поворота многогранника—1) на 180^0 вокругъ полюса G_0 и 2) на 120^0 вокругъ полюса A_0, по направленію отъ A къ B_1—переведутъ

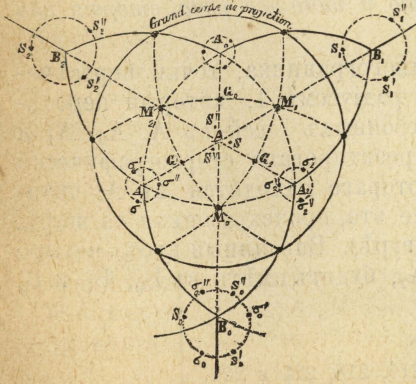
A въ A_0, затѣмъ въ A_0,

A_0 въ A, затѣмъ въ B_1,

B_1 въ A_1, затѣмъ въ A_2,

A_2 въ B_2, затѣмъ въ A.

Эти оба поворота, не измѣняющіе положенія угловъ многогранника, эквивалентны одному повороту на 90^0 вокругъ M_1 по направленію отъ A къ A_0. Тогда полюсъ M_1 будетъ концомъ четверной оси, что противорѣчитъ первоначальному условію.



Фиг. 60.

Итакъ не можетъ существовать никакой другой двойной оси.

Примѣчаніе. — Пусть S, фиг. 60, уголъ даннаго многогранника. Предположимъ, что этотъ уголъ находится на поверхности шара, при чемъ разстояніе его OS отъ центра формы многогранника примемъ за единицу; этому углу будутъ гомологичны—по отношенію къ тройному полюсу A—S' и S''. Система $S\ S'\ S''$ въ силу двойного характера полюсовъ M_0, M_1 и M_2 повторится въ $S_0S'_0S''_0$, $S_1S'_1S''_1$ и $S_2S'_2S''_2$. Полная система гомологовъ одного и того же угла будетъ такимъ образомъ въ настоящемъ случаѣ многогранникомъ, который можетъ быть вписанъ въ шаръ.

Это свойство, повторяющееся во всѣхъ сфероэдрическихъ многогранникахъ, послужитъ оправданіемъ, выбраннаго нами, названія, которое кромѣ того уже употреблялось въ аналогичномъ смыслѣ въ кристаллографической терминологіи знаменитаго профессора *Вейсса*.

Примѣчаніе.—Изъ расположенія двѣнадцати угловъ многогранника легко замѣтить, что онъ не имѣетъ ни плоскостей симметріи, ни центра симметріи, по крайней мѣрѣ, въ общемъ случаѣ, когда уголъ S не занимаетъ особеннаго положенія внутри сферическаго треугольника A_0A_2A (ср. доказательство обѣихъ слѣдующихъ теоремъ).

Теорема XLVI.—*Кватертерные многогранники съ двойными прямоугольными осями, могутъ имѣть или шесть плоскостей симметріи, которыя совпадутъ съ шестью плоскостями, соединяющими попарно тройныя оси, или еще три плоскости симметріи, которыя совпадутъ съ тремя плоскостями, соединяющими попарно двойныя оси. Другая плоскость симметріи не можетъ здѣсь имѣть мѣста.*

Всякое другое положеніе плоскости симметріи, кромѣ вышеприведенныхъ, обусловитъ повтореніе четырехъ тройныхъ осей, и поэтому должно быть устранено.

Если A_1AM_1, фиг. 60, представитъ одну изъ плоскостей симметріи, то тройной характеръ полюса A требуетъ, чтобы таковыми же были A_2AM_2 и A_0AM_0; тройной характеръ полюса A_1 вызоветъ существованіе плоскостей симметріи въ $B_2A_1M_0$ и $B_0A_1M_2$, и то же будетъ имѣть мѣсто по отношенію къ двойной оси OM_1 для $A_0M_1A_2$ (теорема XXIII).

Въ этомъ случаѣ каждый изъ треугольниковъ $SS'S''$, $S_0S'_0S''_0$, $S_1S'_1S''_1$ и $S_2S'_2S''_2$ обратится въ шестиугольникъ. Мы ограничились изображеніемъ одного изъ нихъ, расположеннаго вокругъ угла B_0. Двадцать четыре угла многогранника, могутъ быть сведены къ двѣнадцати, если уголъ S, который разсматривается, какъ исходный для положенія всѣхъ другихъ, будетъ находиться на дугахъ большихъ круговъ A_0AM_0, A_1AM_1, A_2AM_2. Эти углы могутъ быть сведены къ четыремъ, если S совпадетъ съ A и т. д.

Предположимъ теперь, что $M_2G_0M_1$ есть плоскость симметріи; тогда, въ зависимости отъ тройного характера полюса A, $M_1G_2M_0$ и $M_0G_1M_2$ будутъ также плоскостями симметріи. Въ этомъ случаѣ треугольникъ $SS'S''$ повторится вокругъ полюсовъ A_0, A_1 и A_2. Мы ограничились изображеніемъ повторенія этого только вокругъ A_1. Треугольникъ $\sigma\sigma'\sigma''$ гомологиченъ тогда треугольнику $SS'S''$ по отношенію къ плоскости симметріи $M_2G_1M_0$.

Но эти обѣ системы плоскостей симметріи не могутъ существовать одновременно, такъ какъ тогда имѣлось бы четыре плоскости симметріи, пересѣкающихся въ полюсѣ M_0, и ось OM_0 была бы, по крайней мѣрѣ, четверная (теорема XI), что противорѣчитъ условію, указанному въ теоремѣ.

Теорема XLVII.—*Кватертерные многогранники съ двойными прямоугольными осями могутъ имѣть центръ симметріи только подъ тѣмъ условіемъ, чтобы въ нихъ имѣлось три плоскости симметріи, которыя соединяютъ попарно двойныя оси, и обратно, существованіе этихъ плоскостей обусловливаетъ присутствіе центра симметріи.*

Это есть слѣдствіе теоремъ XXI и XXII.

Теорема XLVIII.—*Кватертерные многогранники съ двойными прямоугольными осями могутъ быть только трехъ различныхъ родовъ симметріи, смотря по тому, имѣются ли въ нихъ шесть плоскостей симметріи, проходящихъ черезъ тройныя оси, или три плоскости, проходящія черезъ двойныя оси, или же плоскости симметріи совсѣмъ отсутствуютъ.*

Это есть слѣдствіе изъ примѣчанія къ теоремѣ XLV и изъ теоремы XLVI. Принимая во вниманіе теорему XLVII и пользуясь нашими обыкновенными обозначеніями, мы получимъ слѣдующіе символы:

$$[4L^3, \quad 3L^2, \quad 0C, \quad 0P],$$
$$[4L^3, \quad 3L^2, \quad C, \quad 3P^2],$$
$$[4L^3, \quad 3L^2, \quad 0C, \quad 6P].$$

Теорема XLIX.—*Кватертерный многогранникъ съ четверными осями имѣетъ шесть двойныхъ осей, которыя попарно соединяютъ противолежащія ребра куба, діагоналями котораго служатъ четыре тройныя оси многогранника.*

Покажемъ, что прямая, полученная отъ соединенія центра шара 0, фиг. 60, съ точкою G_0, срединой AA_0, должна быть двойной осью многогранника.

Произведемъ поворотъ многогранника на 90^0 вокругъ 0M, по направленію отъ A къ A_0, и второй поворотъ на 120^0 вокругъ $0A_0$ отъ B_1 къ A, тогда этотъ двойной поворотъ, который не измѣняетъ видимаго положенія угловъ, переведетъ

A въ A_0, затѣмъ въ A_0,
A_0 въ B_1, затѣмъ въ A,
B_1 въ A_2, затѣмъ въ A_1,
A_2 въ A, затѣмъ въ B_2.

Результатъ этихъ двухъ вращеній таковъ же, какъ если бы мы поворотили многогранникъ на 180^0 вокругъ G_0; такимъ образомъ $0G_0$ есть ось четнаго порядка, которая, очевидно, можетъ быть только двойной; подобное же будетъ имѣть мѣсто для пяти остальныхъ осей, гомологичныхъ $0G_0$. Три изъ шести двойныхъ осей расположены въ плоскости основного круга проэкціи шара.

Можно показать, какъ это уже было приведено при доказательствѣ теоремы XLV, что всякая другая прямая не можетъ быть двойною осью системы.

Теорема L.—*Если кватертерные многогранники съ четверными осями имѣютъ вообще плоскости симметріи, то ихъ необходимо должно* *быть шесть, проходящихъ черезъ тройныя оси, и три, которыя идутъ черезъ четверныя оси; одновременно существуетъ центръ симметріи.*

Обозначимъ плоскости симметріи, проходящія черезъ четверныя оси P^4 и плоскости, проходящія черезъ тройныя оси P^2. Мы уже видѣли раньше (при доказательствѣ теоремы XLVI), что это суть единственно возможныя плоскости симметріи.

Примемъ существованіе плоскостей P^4; $M_0G_1M_2$ и $M_0G_2M_1$, фиг. 30, будутъ двумя плоскостями симметріи, которыя пересѣкаются въ одной четверной оси, слѣдовательно AM_0B_0 и $A_1M_0A_2$ будутъ также плоскостями симметріи (теорема XXV). Такимъ образомъ къ системѣ P^4 присоединяется система P^2. Точно также можно показать, что система плоскостей P^2 обусловливаетъ постоянно существованіе системы плоскостей P^4.

Каждая изъ трехъ плоскостей системы P^4 перпендикулярна къ одной изъ трехъ четверныхъ осей. Каждая изъ шести плоскостей системы P^2 перпендикулярна къ одной изъ шести двойныхъ осей; такъ какъ, если въ кубѣ съ четырьмя вертикальными ребрами соединить средины попарно противолежащихъ другъ другу реберъ, то каждая изъ этихъ прямыхъ будетъ перпендикулярна къ плоскости, проходящей черезъ два другія ребра. Существованіе плоскостей симметріи обусловливаетъ сверхъ того существованіе центра симметріи (теорема XXII).

Теорема LI.—*Въ кватертерныхъ многогранникахъ возможны только два рода симметріи, въ зависимости отъ присутствія или отсутствія плоскостей симметріи.*

Это слѣдуетъ изъ предыдущей теоремы.

Въ томъ случаѣ, когда многогранникъ не имѣетъ плоскостей симметріи, отсутствуетъ также и центръ симметріи, согласно теоремѣ XXI. Полная система угловъ, гомологичныхъ углу S, фиг. 60, образуетъ тогда вписанный многогранникъ о двадцати четырехъ, углахъ которые группируются по три вокругъ каждаго изъ восьми полюсовъ A, A_0, A_1, A_2, B_0 и т. д. Мы ограничились изображеніемъ на фигурѣ только треугольника $\sigma_2\sigma'_2\sigma''_2$, расположеннаго вокругъ полюса A_2.

Если многогранникъ имѣетъ указанныя девять плоскостей симметріи, то восемь треугольниковъ $SS'S''$, $S_0S'_0S''_0$ и т. д. замѣняются восемью шестиугольниками, и система гомологовъ охватываетъ сорокъ восемь угловъ.

Символы этихъ двухъ родовъ симметріи слѣдующія:

$$[3L^4,\quad 4L^3,\quad 0C,\quad 0P]$$

$$[3L^4,\quad 4L^3,\quad C,\quad 3P^4,\ 6P^2].$$

Децемтерные многогранники.

Теорема LII.—*Если мы построимъ правильный додекаэдръ, который имѣлъ бы діагоналями десять тройныхъ осей даннаго децемтернаго многогранника, то шесть перпендикуляровъ, которые опущены изъ центра формы на стороны этого додекаэдра, служатъ пятерными осями симметріи для этого многогранника.*

Радіусомъ, равнымъ единицѣ, опишемъ вокругъ общей точки пересѣченія десяти тройныхъ осей, какъ центра, шаръ, который пересѣчетъ верхнія половины десяти тройныхъ осей въ A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, B_0, B_1, B_2, B_3, фиг. 60. (Поверхность этого шара стереографически проэктирована на плоскость большого круга, параллельнаго сторонѣ $A_0A_1A_2A_3A_4$ вписаннаго правильнаго додекаэдра, углы котораго находятся въ конечныхъ точкахъ A_0, A_1,... B_0, B_1 и т. д. Читателю предлагается, мысленно придставлять себѣ точки и линіи фигуры, расположенными на поверхности шара; центръ шара 0 не указанъ на чертежѣ). Если мы соединимъ попарно точки пересѣченія, то получатся правильные сферическіе пятиугольники, двѣнадцать центровъ которыхъ M, M_0, $M_1 \ldots N_0$, N_1 и т. д. представляютъ концы тѣхъ радіусовъ, которые идутъ отъ центра шара перпендикулярно къ двѣнадцати сторонамъ додекаэдра.

Два поворота на 120^0: одинъ вокругъ OA_0 по направленію отъ A_4 къ B_0, другой вокругъ $0B_0$ отъ A_0 къ C_2, переведутъ A_4 въ B_0 и A_0 въ C_2. Эти оба поворота, которые не перемѣнятъ положенія угловъ многогранника, равнозначущи одному повороту на 144^0 вокругъ OM_2 отъ A_0 къ B_0; послѣдній, повторенный три раза, эквивалентенъ одному повороту на 72^0*); слѣдовательно ось $0M_0$ есть пятерная ось, точно то же имѣетъ мѣсто для $0M$, $0M_0$, $0M_1$ и т. д. Точки M_0, M_1 и т. д. суть углы правильнаго вписаннаго въ шаръ икосаэдра.

Як. Самойловъ (Спб.).

(Окончаніе слѣдуетъ).

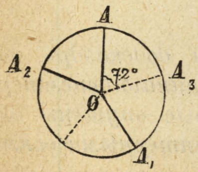
ЗАДАЧИ.

№ 272. Треугольникъ $A'B'C'$ вписанъ въ треугольникъ ABC такъ, что вершина A' лежитъ на сторонѣ BC, B' — на AC и C' — на AB. Обозначимъ стороны треугольника ABC черезъ a, b, c, а отрѣзки BA', CB' и AC' соотвѣтственно черезъ x, y, z. Показать, что отношеніе площади треугольника $A'B'C'$ къ площади ABC равно

$$\frac{xyz+(a-x)(b-y)(c-z)}{abc}.$$

Я. Полушкинъ (с. Знаменка).

*) Первый поворотъ на 144^0 переведетъ A въ A_1; второй въ A_2, третій въ A_3; уголъ $AOA_3 = 72^0$.



Фиг. 61.

Перев.

№ 273. Опредѣлить x изъ уравненія:

$$\frac{(x+a+b)^5+(x+c+d)^5}{(x+a+c)^5+(x+b+d)}=\frac{m}{n}.$$

Ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.

№ 274. Опредѣлить положеніе точки пересѣченія перпендикуляровъ, возставленныхъ изъ средины гипотенузы и разности катетовъ прямоугольнаго треугольника, откладывая меньшій катетъ на большемъ a) отъ вершины остраго и b) отъ вершины прямого угла.

В. Евгеновъ (Бѣлгородъ).

№ 275. Пусть μ обозначаетъ отношеніе площадей правильныхъ одноименныхъ многоугольниковъ, изъ которыхъ одинъ вписанъ въ кругъ, а другой описанъ около того же круга; пусть μ' обозначаетъ отношеніе площадей вписаннаго и описаннаго правильныхъ многоугольниковъ съ удвоеннымъ числомъ сторонъ. Показать, что

$$\mu'=\frac{1+\sqrt{\mu}}{2}.$$

П. Свѣшниковъ (Троицкъ)

№ 276. Найти геометрическое мѣсто ортоцентровъ треугольниковъ, имѣющихъ постоянные сторону и уголъ, противолежащій этой сторонѣ,

М. Зиминъ (Орелъ).

№ 277. Показать, что если

$$\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{4}{a},$$

то

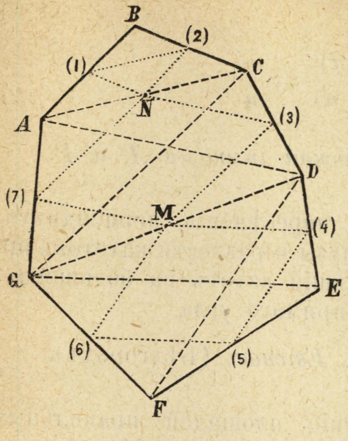
$$(a+b-c)^3+2(b+c-a)^3+(c+a-b)^3=2(b+c)^3.$$

(Заимств.) *В. Г.* (Одесса).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 220 (2 сер.). По даннымъ серединамъ сторонъ выпуклаго семиугольника построить его вершины.

Пусть точки (1), (2), (3), (4), (5), (6) и (7) суть данныя середины сторонъ выпуклаго семиугольника (фиг. 62). Соединивъ точку (6)



Фиг. 62.

съ точкой (5) и точку (5) съ (4), изъ точекъ (6) и (4) проведемъ прямыя, соотвѣтственно параллельныя прямымъ (5)(4) и (5)(6), до пересѣченія въ точкѣ M. Соединивъ точку M съ точками (3) и (7), изъ точекъ (3) и (7) проведемъ прямыя, соотвѣтственно параллельныя прямымъ $M(7)$ и $M(3)$, до пересѣченія въ точкѣ N. Черезъ N проведемъ прямую $AC \| (1)(2)$, черезъ (1)—прямую $AB \| N(2)$, черезъ (2)—прямую $BC \| N(1)$. Очевидно, что $A(1) = (1)B$, $B(2) = (2)C$ и $CN = NA$. Соединивъ точки C и (3), на продолженіи линіи $C(3)$ откладываемъ отъ точки (3) отрѣзокъ $(3)D = C(3)$, а соединивъ A и (7), отложимъ на прямой $A(7)$ отъ точки (7) отрѣзокъ $(7)G = A(7)$. Замѣтивъ, что $GC \| N(7)$ и $AD \| N(3)$, легко показать, что прямая GD проходитъ черезъ точку M и дѣлится въ этой точкѣ пополамъ. Точку D соединяемъ съ (4) и продолжаемъ прямую $D(4)$ до точки E такъ, что $D(4) = (4)E$. Точно такъ же находимъ и точку F на прямой $G(6)$. Соединивъ точки F и E и замѣтивъ, что $FD \| (6)M$ и $GE \| (4)M$, легко докажемъ, что прямая FE проходитъ черезъ точку (5) и дѣлится въ этой точкѣ пополамъ. Итакъ $ABCDEFG$ есть искомый семиугольникъ.

В. Россовская (Курскъ); *И. Бѣлянкинъ* (Кіевъ).

№ 221 (2 сер.). Ребра тетраэдра $SABC$ равны: $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, $AS = a_1$, $BS = b_1$, $CS = c_1$. Опредѣлить длины прямыхъ, соединяющихъ средины противоположныхъ реберъ.

Пусть M есть середина линіи AB, N—середина BC, P—середина AC, M_1—середина CS, N_1—середина AS и P_1—середина BS. Плоскость, проведенная черезъ CS и MM_1, пересѣкаетъ грань ASB по линіи SM, а грань ABC—по линіи CM. Изъ треугольника ASB находимъ:

$$MS = \frac{\sqrt{2a_1^2 + 2b_1^2 - c^2}}{2}.$$

Изъ треугольника ABC находимъ:

$$CM = \frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}.$$

Изъ треугольника CSM находимъ:

$$MM_1 = \frac{\sqrt{2\overline{MS}^2 + 2\overline{CM}^2 - \overline{CS}^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + a_1^2 + b^2 + b_1^2 - c^2 - c_1^2}}{2}.$$

Подобнымъ же образомъ найдемъ:

$$NN_1=\frac{\sqrt{b^2+b_1^2+c^2+c_1^2-a^2-a_1^2}}{2} \text{ и } PP_1=\frac{\sqrt{a^2+a_1^2+c^2+c_1^2-b^2-b_1^2}}{2}.$$

И. Бѣлянкинъ (Кіевъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *В. Россовская*, *К. Щиголевъ* (Курскъ); *П. Ивановъ* (Одесса); *П. Андреяновъ* (Москва).

№ 234 (2 сер.). Черезъ точку O проведены четыре окружности такъ, что точки пересѣченія 1-ой и 2-ой, 2-ой и 3-ей, 3-ей и 4-ой и 4-ой и 1-ой расположены на одной прямой. Показать, что произведеніе діаметровъ первой и третьей окружностей равно произведенію діаметровъ второй и четвертой.

Пусть 1-ая и 2-ая окружности пересѣкаются въ точкѣ A, 2-ая и 3-ья—въ B, 3-ья и 4-ая—въ C, 4-ая и 1-ая—въ D. Обозначимъ діаметры окружностей соотвѣтственно черезъ D_1, D_2, D_3, D_4 и опустимъ изъ точки O на прямую $ABCD$ перпендикуляръ h. Тогда получимъ

$$D_1=\frac{OD.OA}{h}, D_2=\frac{OA.OB}{h}, D_3=\frac{OB.OC}{h}, D_4=\frac{OC.OD}{h},$$

откуда

$$D_1D_3=D_2D_4.$$

В. Россовская, *К. Щиголевъ*, *П. Писаревъ* (Курскъ); *И. Богоявленскій* (Шуя).

№ 556 (2 сер.). Показать, что сумма удвоеннаго треугольнаго числа и квадрата всегда можетъ быть представлена въ видѣ суммы двухъ треугольныхъ чиселъ*).

Пусть $a(a+1)$ есть удвоенное треугольное число, а b^2—квадратное. Тогда имѣемъ:

$$a(a+1)+b^2=a^2+a+b^2=\frac{2a^2+2a+2b^2}{2}=$$

$$=\frac{(a+b)^2+(a-b)^2+(a+b)+(a-b)}{2}=\frac{(a+b)(a+b+1)}{2}+\frac{(a-b)(a-b+1)}{2}.$$

Я. Полушкинъ (с. Знаменка).

№ 384 (1 сер.). Показать, что въ ряду

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2, \left(\frac{2.4}{3.5}\right)^2, \left(\frac{2.4.6}{3.5.7}\right)^2, \ldots \left(\frac{2.4\ldots 2n}{3.5\ldots(2n+1)}\right)^2, \ldots$$

члены убываютъ безпредѣльно и что рядъ этотъ расходящійся.

Полагая

---

*) По недосмотру слово „удвоеннаго" было пропущено въ условіи задачи.

$$u_n = \left(\frac{2.4.6\ldots 2n}{3.5.7\ldots(2n+1)}\right)^2,$$

можемъ также писать:

$$u_n = \frac{3^2-1}{3^2}\cdot\frac{5^2-1}{5^2}\cdots\frac{(2n+1)^2-1}{(2n+1)^2}\cdot\frac{1}{n+1}$$

и

$$u_n = \frac{2^2}{2^2-1}\cdot\frac{4^2}{4^2-1}\cdots\frac{(2n)^2}{(2n)^2-1}\cdot\frac{1}{2n+1};$$

поэтому

$$u_n < \frac{1}{n+1} \text{ и } u_n > \frac{1}{2n+1}.$$

Первое изъ этихъ неравенствъ показываетъ, что u_n *безпредѣльно* убываетъ. Изъ второго неравенства вытекаетъ, что сумма членовъ предложеннаго ряда больше суммы

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\cdots$$

и, a fortiori, больше суммы

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\cdots$$

А такъ какъ эта сумма равна

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots\right)$$

и гармоническій рядъ $1/2+1/3+1/4+\cdots$ расходящійся, то и данный рядъ есть расходящійся.

С. Шатуновскій (Одесса).

NB. Были получены еще два рѣшенія этой задачи (отъ гг. А. Ш. изъ Кіева и П. Бѣлова изъ с. Знаменки). Авторы обоихъ рѣшеній доказываютъ вѣрно, что данный рядъ расходящійся и что члены его убываютъ, но не доказываютъ, что члены убываютъ *безпредѣльно.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 28-го Декабря 1895 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 29.

Le théorème de Feuerbach. Par M. *L. Vautré.* Какъ извѣстно, теорема Feuerbach'а состоитъ въ томъ, что кругъ девяти точекъ касается круга вписаннаго въ тр-къ и круговъ внѣвписанныхъ въ него. Доказывая эту теорему на основаніи теоріи гармоническихъ дѣленій, *Vautré* даетъ вмѣстѣ съ тѣмъ слѣдующее построеніе точекъ соприкосновенія упомянутыхъ круговъ. Пусть α и α' суть точки касанія стороны BC тр-ка ABC съ окружностями I и I' вписанной и внѣвписанной въ него; пусть D и D' — суть точки касанія этихъ окружностей съ другой общей внутренней къ нимъ касательной; если M есть средина прямой $\alpha\alpha'$, то сѣкущія MD, MD' пересѣкутъ окружности I и I' въ точкахъ E и E' соприкасанія ихъ съ окружностью девяти точекъ.

Exercices divers. Par *Aug. Boutin.* №№ 376—383. Всѣ вопросы, рѣшенные здѣсь, относятся къ теоріи треугольныхъ чиселъ.

Baccalauréats.

Bibliographie. Eléments de géométrie. Par. M. *Ch. Bioche.*

Questions. №№ 571, 573, 575, 577, 578, 580.

Questions proposées. №№ 620—626.

Д. Е.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ ФРАНЦУЗСКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Математика.

Resal, H. Traité de mécanique générale, comprenant les leçons professées à l'Ecole polytechnique. 2-e édition, entièrement refondue. T. 1-er: Cinématique; Théorèmes généraux de la mécanique; De l'équilibre et du mouvement des corps solides. In- 8°, XIX + 303 p. avec fig. Paris, Ganthier-Villars et fils. fr. 6,50.

Vacquant, C. et *A. Macé de Lépinay.* Eléments de trigonométrie à l'usage des élèves de l'enseignement secondaire moderne (programme du 15 juin 1891). In- 16°, 218 p. avec fig. Paris, G. Masson.

Sacerdote, G. Le livre de l'algèbre et la problème des asymptotes de Simon-Motot. In- 8°, 54 p. Versailles.

Bioche, C. Eléments de géométrie, à l'usage des classes de lettres. In- 12°, 191 p. avec fig. Paris, Belin frères.

Dupaigne, A. et *R. Damblemont.* Solutions raisonnées des problèmes contenus dans l'Arithmétique pratique du certificat d'études. Cours moyen. In- 12°, 247 p., Paris, Hatier.

Géométrie. Cours supérieur; par les Frères des écoles chrétiennes. In- 16°, IV—327 p. avec fig. Paris, Poussielgue.

Henry, C. Abrégé de la théorie des fonctions elliptiques, à l'usage des candidats à la licence ès sciences mathématiques. In- 8°, 126 p. avec fig. Paris, Nony et C-e.

Mondiet, O., et *V. Trabourin.* Cours élémentaire de trigonométrie plane, à l'usage des élèves de seconde moderne et de première sciences. In- 8°, 232 p. avec fig. Paris, Hachette et C-e. fr. 2.80.

Appel, P., et *E. Goursat.* Théorie des fonctions algébriques et de leurs intégrales; Etude des fonctions analytiques sur une surface de Riemann. In- 8°, X—542 p. avec fig. Paris, Gauthier-Villars et fils, gr. 16,00.

Maupin, G. Questions d'algèbre, à l'usage des élèves des classes de mathématiques spéciales et des candidats aux Ecoles polytechnique, normale, centrale, etc. Avec une préface de M. Laisant. In- 8°, VII—296 p. avec fig. et tableau. Paris, Nony et C-e.

Papelier, G. Leçons sur les coordonnées tangentielles. Deuxième partie: Géométrie dans l'espace. In- 8°, 364 p. Paris, Nony et C-e.

Problèmes de mécanique; par *F. J.* 2-e édition. In- 16, XI—576 p. avec fig Paris, Poussielgue.

Sonnet, H. Dictionnaire des mathématiques appliquées, contenant les principales applications des mathématiques et l'explication d'un grand nombre de termes techniques usités dans les applications. In- 8⁰ à 2 col., IV + 1478 pages avec 1900 fig. intercalées dans le texte. Paris, Hachette et C-e. fr. 30.00.

Xardel. Traité élémentaire d'algèbre, à l'usage des candidats aux baccalauréats ès sciences, aux Ecoles de Saint-Cyr, navale, centrale (partie élémentaire) et à l'institut agronomique. In- 8⁰, XI - 408 p. avec fig. Paris. Poussielgue.

Laisant, C. A. et *E. Lemoine.* Traité d'arithmétique. Suivi de Notes sur l'ortografie simplifiée, par P. Malvezin, directeur de la Société filologique française. Grand in- 16, VIII + 174 p. Paris, Gauthier-Villars et fils.

Méray, C. Leçons nouvelles sur l'analyse infinitésimale et ses applications géométriques. Deuxième partie: Etude monographique des principales fonctions d'une seule variable. In- 8⁰, XI + 495 p Paris, Gauthier-Villars et fils, fr. 14.00.

Resal, H. Traité de mécanique générale, comprenant les leçons professées à l'Ecole polytechnique. 2-e édition, entièrement refondue. T. 2.: Du mouvement des solides en égard aux frottements; Equilibre intérieur; Elasticité; Hydrostatique; Hydrodinamique; Hydraulique. In- 8⁰, XI + 166 p. avec fig. Paris, Gauthier-Villars et fils fr. 3,00.

Hoefer, F. Histoire des mathématiques depuis leurs origines jusqu'au commencement du XIX siècle. 4-e édition. In- 16, III + 609 p. avec fig. Paris, Hachette et C-e. fr. 4,00.

Химія.

Berthelot, D. De l'allotropie des corps simples. In- 8⁰, 88 p. Paris. Steinhel.

Drincourt, E. Trois années du chimie dans les écoles primaires supérieures, rèdigées conformément aux programmes du 21 janvier 1893 (garçons) et du 18 août 1893 (filles). In- 18 jésus, 272 p. avec 100 fig. Paris, Colin et G-e.

Fitte, J. Etude des combinaisons ammoniées du zinc, du cadmium, du cuivre et de l'argent (thèse). In- 8⁰, 38 p. Montpellier.

Joly, A. Cours élémentaire de chimie (notation atomique). Métaux. Chimie organique. 2-e fascicule. In- 16, p. 257 à 495 avec fig. Paris. Hachette et C-e. fr. 2,50.

Leduc, A. Sur la loi des volumes moléculaires; conférence faite au laboratoire de M. Friedel. In- 8⁰, 20 p. Paris. G. Carré.

Moureu, C. Les Azols; conférence faite au laboratoire de M. Friedel. In- 8⁰, 32 p. Paris, G. Carré.

Редакція „Вѣстника Оп. Физики“ проситъ г.г. рѣшающихъ и предлагающихъ задачи присылать рѣшенія напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“ задачъ на отдѣльныхъ листкахъ, **не соединяя ихъ съ предлагаемыми для рѣшенія задачами.** Лица, предлагающія задачи, приглашаются присылать вмѣстѣ и краткія ихъ рѣшенія.

Редакція „Вѣстника Оп. Физики“ проситъ своихъ сотрудниковъ дѣлать чертежи къ статьямъ возможно тщательно **на отдѣльныхъ бумажкахъ,** а не въ текстѣ рукописи и отмѣчать желаемое число отдѣльныхъ оттисковъ **на самой статьѣ.**

Съ 1896 года

будетъ издаваться новое періодическое изданіе

„ЕЖЕГОДНИКЪ ПО ГЕОЛОГІИ И МИНЕРАЛОГІИ РОССІИ“

„ANNUAIRE GÉOLOGIQUE ET MINÉRALOGIQUE DE LA RUSSIE“

при участіи свыше 60 спеціалистовъ, уже изъявившихъ свое согласіе къ 1 ноября минувшаго года.

„Ежегодникъ“ будетъ выходить одновременно на двухъ языкахъ (на русскомъ и параллельно на французскомъ или нѣмецкомъ), **отдѣльными выпусками, не менѣе двухъ разъ въ годъ,** по слѣдующей программѣ:

I **Рефераты и библіографическія указанія литературы** (книгъ, брошюръ, статей, замѣтокъ, сообщеній и пр.), касающейся Россіи, по слѣдующимъ отраслямъ знанія: 1) Минералогія и Кристаллографія, 2) Петрографія, 3) Палентологія, 4) Физическая Геологія, 5) Историческая Геологія, 6) Прикладная Геологія и Полезныя Ископаемыя, 7) Доисторическая Археологія, 8) Почвовѣдѣніе, 9) Техника изслѣдованій, 10) Учебныя Пособія, Учебники и Популяризація. Кромѣ того въ этомъ отдѣлѣ будутъ печататься библіограф. указанія, касающіяся „спеціальныхъ учрежденій“, а равно указатель біографій и некрологовъ.

II **Оригинальныя небольшія статьи и замѣтки,** носящія характеръ предварительныхъ сообщеній.

III Свѣдѣнія о экспедиціяхъ, экскурсіяхъ, командировкахъ и пр.

IV Свѣдѣнія, касающіяся личнаго состава отечественныхъ спеціалистовъ и изслѣдователей.

V Свѣдѣнія о состояніи и обогащеніяхъ отечественныхъ Музеевъ.

VI Публикаціи о продажѣ и обмѣнѣ коллекцій и отдѣльныхъ дублетовъ.

Подписная цѣна „Ежегодника“ за годъ (два выпуска) **4** рубля съ пересылкой (безъ пересылки **3** р. **50** коп.). Подписка принимается въ Редакціи: п. Ново-Александрія, Люблинской губ., Институтъ сельскаго хозяйства и лѣсоводства, у Редактора.

3—1 Редакторъ-издатель, **Николай Іосифовичъ Криштафовичъ.**

ОТКРЫТА ПОДПИСКА на

НОВЫЙ ИЛЛЮСТРИРОВАННЫЙ ЖУРНАЛЪ

для дѣтей школьнаго возраста:

„ВСХОДЫ“.

24 книжки въ годъ. Будетъ выходить два раза въ мѣсяцъ, 1-го и 15-го числа.

Цѣна 5 рублей съ доставкой и пересылкой.

Адресъ: С.-Петербургъ, Лиговка, 25, кв. 5.

Издательница **А. Давыдова.** 3—2 Редакторъ **П. Голяховскій.**

Обложка
ищется

Обложка
ищется