

Обложка  
щется

Обложка  
щется



# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 189.

**Содержаніе:** Введеніе въ методику физики (продолженіе). Проф. *Θ. Шведова*. — Очеркъ геометрической системы Лобачевского (продолженіе). *В. Капана*. — Опредѣленіе скорости звука въ воздухѣ при помощи эха. *П. Елсакова*. — Къ вопросу объ экзаменахъ по математикѣ и физикѣ. *Р. Пржмишловскаго*. — Научная хроника. — Разныя извѣстія. — Доставленныя въ редакцію книги и брошюры. — Задачи №№ 50—55. — Маленькіе вопросы № 9. — Рѣшенія задачъ 2-ой сер. №№ 569 и 589. — Полученныя рѣшенія задачъ. — Поправка. — Обзоръ научныхъ журналовъ. — Ответы редакціи. — Объявленія.

### ВВЕДЕНІЕ

въ

### МЕТОДИКУ ФИЗИКИ.

(Продолженіе\*)

Изъ сказаннаго вытекаетъ, что курсъ перваго періода соотвѣтствуетъ *пропедевтикѣ* физики. Мнѣ случалось слышать не разъ, что введеніе подобнаго курса для физики составляло бы реформу нежелательную, потому что пропедевтика, доставляя поверхностное знакомство съ наукой, притупляетъ въ ученикѣ интересъ къ подробностямъ и дѣлаетъ его недостаточно внимательнымъ въ высшихъ классахъ. Такое замѣчаніе было бы основательно, если бы пропедевтика, какъ это иногда думаютъ, представляла „сокращенное“ изложеніе всей физики, или если бы курсъ второго періода былъ осужденъ представлять распространенное изложеніе пропедевтики. Напр., если въ пропедевтическомъ курсѣ показатъ опыты съ одной лейденской банкой, а въ слѣдующемъ классѣ—съ шестью банками, то послѣдній опытъ дѣйствительно не представлялъ бы захватывающаго интереса. Ученикъ имѣлъ бы право подумать: „о! я это уже знаю“. Но такое отношеніе низшаго курса къ

\*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ №№ 172, 175, 181 и 186.



высшему ничѣмъ не мотивируется и не подходитъ подъ ту точку отправления, которую мы намѣтили выше.

Характеръ второго періода изложенія физики совсѣмъ иного рода. Отъ пропедевтики второй періодъ отличается не большею подробностью изложенія, а выборомъ такихъ свѣдѣній, для воспріятія которыхъ требуется преимущественно воображеніе. Въ отличіе отъ памяти, пассивно подчиняющейся внѣшнимъ впечатлѣніямъ, воображеніе обладаетъ активностью. Умъ не удовлетворяется сложною реальностью, но требуетъ для себя работы въ видѣ созданія *упрощенныхъ* представлений о внѣшнемъ мірѣ. На всѣхъ ступеняхъ умственного развитія, какъ племенного, такъ и индивидуальнаго, человѣкъ стремится удовлетворить этой потребности и создаетъ о внѣшнемъ мірѣ представленія, хотя и фиктивные, не тождественныя съ тѣми слѣдами, которыя оставляютъ въ мозгу внѣшнія впечатлѣнія, но простыя, облегчающія работу мысли. Обязанность дидактики — воспользоваться этой естественной склонностью ума ученика, дать ей разумное направленіе и сдѣлать продукты ея воображенія орудіемъ для изученія реальности. Эта существенно новая задача опредѣляетъ дисциплину второго періода изученія физики.

Не смотря на разнообразіе упрощенныхъ представлений о внѣшнемъ мірѣ, выработанныхъ жизнью и наукой, ихъ можно подвести подъ двѣ главныя формы: *абстракція* или отвлеченіе и *образъ* или уподобленіе. Когда предметъ, подлежащій изученію, весьма сложенъ, то съ цѣлью упростить его изслѣдованіе мы отвлекаемся отъ нѣкоторыхъ или даже отъ всѣхъ его особенностей или деталей, за исключеніемъ той, которую считаемъ существенною. Вмѣсто дѣйствительнаго предмета, получаемъ абстракцію. Таково происхожденіе точекъ прикрѣпленія силы, невѣсомыхъ рычаговъ, несжимаемыхъ жидкостей, абсолютныхъ газовъ, прямолинейныхъ лучей свѣта и теплоты, свободныхъ тѣлъ, абсолютныхъ проводниковъ или изоляторовъ и т. д. Все это — продуктъ нашего воображенія, и въ природѣ не существуетъ. Но все это существуетъ въ физикѣ, какъ основа для построенія формальныхъ ученій или *теорій* и, раньше или позже, должно быть сообщено ученику. Было бы несообразно не только съ дидактикой, но и съ требованіями элементарной логики начинать физику съ абстракцій, включать послѣднія въ пропедевтический курсъ. Абстракція не есть ничто простое само по себѣ, первоначальное, а упрощенная конкретность. Къ абстракціи умъ приходитъ только послѣ долгихъ усилій и размышленій надъ сложной конкретностью. Изученіе абстрактнаго должно слѣдовать за прочнымъ усвоеніемъ конкретнаго, и потому ему мѣсто только во второмъ періодѣ обученія. Таковъ порядокъ, принятый въ ариѳметикѣ, и давно пора ввести его въ физику.

Вторая форма упрощеннаго представленія есть *образъ*. Цѣль созданія образа — замѣна предмета, трудно поддающагося воображенію, другимъ предметомъ, легко воображаемымъ и имѣющимъ съ первымъ формальное сходство. По сущности, образъ можетъ отличаться отъ прототипа на столько же, на сколько портретъ отличается отъ живого оригинала. Но если внѣшніе, формальные признаки образа и прототипа тождественны, то все изслѣдованіе реального предмета можетъ быть повторено, съ неизмѣримо-большимъ удобствомъ, надъ его образомъ.



Такое изслѣдованіе называется *теоретическимъ*, а положенія, выражающія результатъ изслѣдованія — *теоремами*. Таково происхожденіе параллелограмма силъ, силовыхъ линій и потоковъ, поверхностей уровня, электрическихъ и магнитныхъ жидкостей, амперовыхъ токовъ и т. д., а также всѣхъ къ нимъ относящихся теоремъ.

Введеніе въ физику преднамѣренно-упрощенныхъ понятій и геометрическихъ образовъ позволяетъ привлечь математику къ теоретическому разрѣшенію сложныхъ физическихъ вопросовъ. А это обстоятельство подчиняетъ изложеніе физики во второмъ періодѣ совершенно новой дисциплинѣ. Новая дисциплина требуетъ иной методы. Эвристическій способъ изложенія становится здѣсь совершенно непригоднымъ. Созданіе чистой абстракціи или удачнаго образа для понятія физическаго есть продуктъ многолѣтней работы нѣсколькихъ поколѣній. Ученику не подѣ силу конкурировать собственнымъ умомъ съ гигантами мысли, создавшими математическіе приемы изслѣдованія природы. Инициатива его собственной мысли окажется безплодной въ этомъ направленіи. Единственный путь преподаванія теоретической части физики — это изложеніе готоваго матеріала въ строго логической формѣ, какъ онъ выработанъ и завѣщанъ намъ гениемъ науки. Отсюда естественно вытекаетъ правило:

*Во второмъ періодѣ изложенія физики годится метода только догматическая.*

Съ этого момента трудъ преподавателя существенно облегчается. Почти всѣ существующіе учебники физики составлены въ догматическомъ стилѣ, и между ними не мало такихъ, которые, по крайней мѣрѣ въ отдѣльныхъ главахъ, могутъ быть приняты за образецъ изложенія. Тѣмъ не менѣе, преподаватель долженъ дополнить изложеніе тѣмъ, чего въ учебникахъ большею частью недостаетъ. Именно, онъ долженъ съ особеннымъ натискомъ отбросить значеніе абстракціи и образа, какъ искусственныхъ приемовъ, не имѣющихъ эквивалента въ природѣ. Ученикъ долженъ проникнуться различіемъ между физическимъ закономъ и математической теоремой, между принципомъ и геометрическимъ построеніемъ. Въ умѣ его не должно оставлять мѣста мысли, что электричество, напр., *есть* невѣсомая жидкость, а непроницаемость *есть* общее свойство матеріи. Въ особенности же слѣдуетъ избѣгать *моделизации* образовъ, т. е. механическаго ихъ *воспроизведенія*. Послѣдній приемъ весьма симпатиченъ нѣкоторымъ преподавателямъ, въ силу будто бы „наглядности“ доказательствъ. Какъ примѣръ, приведу механизмы изъ линеекъ и шарнировъ, придуманные для законовъ отраженія и преломленія свѣта, или же подобные механизмы для параллелограмма силъ. Роль модели въ преподаваніи совсѣмъ иная. Модель, какъ предметъ реальный, предназначается для укрѣпленія въ памяти конкретныхъ представленій. Въ такой роли, модель должна представлять возможно точное подобіе прототипу по общему расположенію и по внутреннему смыслу своихъ частей. По отношенію къ ходу лучей свѣта, подходящею моделью служатъ тѣ дѣйствительные лучи, которые пролагаются на экранѣ наклонно (по способу Розенберга). Но линейки и шарниры ничего общаго съ лучами свѣта не имѣютъ. Послѣдніе отражаются и преломляются вовсе не потому, что состоятъ изъ твердыхъ линеекъ, скрѣплен-



нихъ шарнирами. Такимъ же образомъ, три силы, дѣйствующія на одну точку, уравновѣшиваются другъ другомъ вовсе не потому, что онѣ приложены къ линейчатому четырехугольнику. Такія модели, ничего не доказывая, порождаютъ невѣрное представленіе о реальной сторонѣ явленія и неумѣстны даже и въ пропедевтическомъ курсѣ. Но въ теоретическомъ курсѣ онѣ вдвойнѣ нежелательны, такъ какъ упраздняютъ смыслъ той задачи, которая преслѣдуется въ этомъ курсѣ. Главная цѣль преподавателя во второмъ періодѣ изложенія физики—развить воображеніе ученика, приучить его къ свободному обращенію съ абстракціями и образами, даже въ отсутствіи всякихъ конкретныхъ стимуловъ мысли. Конечно, не напряженнымъ созерцаніемъ модели, поставленной передъ глазами, можно достигнуть указанной цѣли.

Съ другой стороны не слѣдуетъ думать, что при изложеніи теоретической части физики можно ограничиться исключительно умозрѣніемъ. Абстракція и образъ, взятые отдѣльно, не имѣли бы мѣста въ физикѣ, а входятъ въ нее только потому, что служатъ орудіями познания природы. Задача преподавателя выяснить эту роль абстракціи и образа, показать ихъ полезность, продуктивность. Онъ долженъ показать *на опытъ* реальность тѣхъ заключеній или теоремъ, которые вытекаютъ изъ формальныхъ построеній. Опытъ и во второмъ періодѣ составляетъ необходимую принадлежность преподаванія. Но здѣсь онъ является въ роли существенно новой, а потому и форма его должна быть иная, совсѣмъ не та, что въ курсѣ пропедевтическомъ.

Уясню сказанное на частномъ случаѣ, — ученіи о силахъ. Въ курсѣ пропедевтическомъ ученикъ знакомится, при помощи опытовъ, съ различными видами силы (силой тяжести, упругости, инерціи, давленія, сѣпленія, тренія, прилипанія, силой электрической, магнитной) и съ тѣми эффектами, которые свойственны каждому виду силы. Все это—знанія приобретаемыя субъективно, конкретныя, все это, такъ сказать, открытія, дѣлаемыя ученикомъ въ самый моментъ наблюденія. Во второмъ періодѣ устанавливается принципъ независимости силъ другъ отъ друга и составляется абстрактное представленіе о *силѣ просто*, безъ всякаго физическаго эпитета, и о *тѣлѣ*, какъ *точкѣ* приложенія силы. Эта абстракція запечатлѣвается въ умѣ при помощи геометрическаго образа, такъ называемаго *вектора*, — прямой линіи, идущей отъ точки приложенія силы и имѣющей данную длину и определенное направленіе. Прилагая принципъ независимости силъ къ этому образу, мы выводимъ *теорему* (а не доказываемъ законъ) параллелограмма силъ. Наконецъ, при помощи опыта подтверждаемъ убѣжденіе, что теоретическое рѣшеніе вопроса согласно съ дѣйствительнымъ результатомъ. Само собой разумѣется, что опытъ будетъ убѣдителенъ только тогда, если въ приборѣ возможно сохранены тѣ условія, которыя положены въ основаніе теоремы, а именно, возможная свобода точки прикрѣпленія силъ и ихъ независимость другъ отъ друга.

Наконецъ, въ третьемъ періодѣ изложенія физики преподаватель долженъ привлечь къ дѣятельности высшую умственную способность ученика—соображеніе. Толчкомъ для развитія этой способности служить присущій чловѣку утилитаризмъ, т. е. стремленіе извлечь изъ своихъ



познаній практическую выгоду или нравственное удовлетвореніе. Таково происхожденіе паровыхъ машинъ, динамомашинъ, телеграфовъ, телефоновъ, телескоповъ, физическихъ инструментовъ, искусства фотографіи и гальванопластики и проч. Все это объекты не имѣющіе въ природѣ ни эквивалентовъ, ни аналоговъ, продукты соображенія, приспособленные къ потребностямъ человѣка. Поэтому изученіе ихъ не подлежитъ ни исключительно эвристическому методу, ни догматическому. Разбрасываніе всѣхъ этихъ объектовъ знанія по всему курсу физики не соотвѣтствуетъ духу ни перваго ни втораго періода и нарушаетъ гармонію въ ихъ изложеніи. Но съ другой стороны, будучи сконцентрированы въ третьемъ періодѣ и въ томъ объемѣ, какой допускается временемъ, всѣ эти предметы обученія могутъ послужить могущественнымъ орудіемъ какъ для развитія въ ученикѣ способности соображенія, такъ и для упроченія тѣхъ познаній по физикѣ, которыя приобрѣтены въ предыдущіе два періода. Способъ изложенія, наиболѣе подходящий къ этому послѣднему періоду, долженъ состоять въ сообщеніи ученику тѣхъ научныхъ данныхъ, которыя логически привели (или вѣроятно привели) изобрѣтателей къ соотвѣстственнымъ изобрѣтеніямъ. Это и будетъ примѣненіе метода *исторической*, примѣненіе въ данномъ случаѣ своевременное, такъ какъ ученикъ достаточно подготовленъ къ тому, чтобы сознательно отнестись къ историческому ходу изобрѣтенія.

Проф. *Θ. Шведовъ.*

(Продолженіе слѣдуетъ).

## ОЧЕРКЪ

### ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЛОБАЧЕВСКАГО.

(Продолженіе \*).

#### IV. Теорія параллельныхъ линій.

Приступая къ изложенію геометріи Лобачевскаго, мы не считаемъ необходимымъ слѣдить шагъ за шагомъ за его трактатомъ. Пятидесятилѣтіе, истекшее послѣ его смерти, принесло съ собою широкое развитіе его идей и обработку самой системы. Работы Beltrami, Frischauf, Killing'a\*\*) значительно упростили разсужденія Лобачевскаго. Не прини-

\*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ №№ 174, 178, 179, 183, 187 и 188.

\*\*) Beltrami: „Saggio di Interpretazione della Geometria non-Euclidea“. Giornale di Matematiche VI. 1868.

Frischauf. „Absolute Geometrie nach J. Bolyai“. Leipzig. 1872.

— „Einführung in die absolute Geometrie“. Leipzig. 1876.

Killing. „Die nichteuclidischen Raumformen“. Leipzig. 1885.

Этой книги мы, къ сожалѣнію, не имѣли возможности видѣть.

— „Einführung in die Grundlagen der Geometrie“. Paderborn. 1893.

Прекрасно обработанное новое сочиненіе, которое мы позволимъ себѣ рекомендовать вниманію читателей.



сывая нашему геометру тѣхъ идей, которыя принадлежать его послѣдователямъ, мы позволимъ себѣ однако представить вниманію читателя нашу собственную обработку матеріала, на которой не могли, конечно, не отразиться произведенія, указанныя нами въ примѣчаніи. Тѣ доказательства, которыя мы заимствуемъ непосредственно у Лобачевского, будутъ указаны.

Положимъ, что мы имѣемъ прямую  $M'M$  (фиг. 58) и точку  $O$  внѣ ея. Изъ этой точки опустимъ перпендикуляръ  $OP$  на прямую. Всѣ прямыя, проходящія чрезъ точку  $O$ , дѣлятся по отношенію къ прямой  $M'M$  на двѣ группы: прямыя первой группы встрѣчаютъ линію  $M'M$ , прямыя второй группы — ея не встрѣчаютъ. (Лобачевскій называетъ первыя прямыя *сводными*, вторыя *разводными*). Въ этой группировкѣ прямыхъ не заключается ничего гипотетическаго: перпендикуляръ  $N'N$  не встрѣчаетъ линіи  $M'M$ ; вопросъ заключается только въ томъ, сводится ли группа нестрѣкающихъ прямыхъ къ одной этой прямой, или она включаетъ еще другія прямыя. Первое допущеніе служить основаніемъ геометріи Евклида. Мы обратимся ко второму допущенію, изъ котораго исходитъ Лобачевскій.



Фиг. 58.

Замѣтимъ прежде всего, что прямыя, образующія съ перпендикуляромъ, скажемъ, съ правой стороны тупой уголъ, не могутъ встрѣтить прямой  $M'M$  съ этой стороны, ибо при такихъ условіяхъ составилъ бы треугольникъ, въ которомъ сумма угловъ была бы больше  $\pi$ . Далѣе, если прямая  $OJ$  встрѣчаетъ линію  $M'M$ , то всякая прямая  $OH$ , образующая съ перпендикуляромъ меньшій уголъ  $RON$ , входя въ треугольникъ  $POJ$ , должна изъ него выйти; при этомъ она пересѣчетъ прямую  $RJ$ , такъ какъ не имѣетъ возможности встрѣтить еще разъ другія стороны треугольника\*). Наоборотъ, если прямая  $OK$  не встрѣчаетъ прямой  $M'M$ , то всякая прямая  $OL$ , проходящая между прямыми  $OK$  и  $ON$ , также не встрѣчаетъ линіи  $M'M$ : въ самомъ дѣлѣ, пересѣченіе прямыхъ  $OL$  и  $M'M$  должно было бы произойти неизбежно (на нашемъ чертежѣ) на право отъ  $OP$ , со стороны острого угла  $POL$ ; а для этого прямая  $OL$  должна была бы перейти при достаточномъ продолженіи въ сторону  $OL$  на другую сторону прямой  $OK$ , т. е. встрѣтить ее во второй разъ. Изъ всего сказаннаго слѣдуетъ, что между прямыми  $OJ$  и  $OK$  проходитъ нѣкоторая прямая  $OQ$ , отдѣляющая лучи (прямыя), которыя пересѣкаютъ прямую  $M'M$ , отъ тѣхъ лучей, которыя ея не пересѣкаютъ\*\*).

\*) Мы обращали вниманіе читателя въ первой главѣ (см. „Вѣстникъ“ № 178 стр. 218) на то обстоятельство, что „Начала“ Евклида безмолвно подразумѣваютъ постулатъ, согласно которому непрерывная линія, имѣющая одну точку внутри, а другую внѣ замкнутого контура, пересѣкаетъ периферію между этими точками. Лобачевскій, слѣдовательно, не вводитъ новаго постулата, опираясь на это положеніе.

\*\*) Существованіе такой прямой вытекаетъ изъ идеи непрерывности плоскости и можетъ быть строго доказано, если опредѣлить непрерывность такъ, какъ это дѣлаетъ



дѣтъ, что эта прямая  $OQ$  не пересѣкаетъ  $M'M$ . Въ самомъ дѣлѣ, положимъ, что эта прямая встрѣчаетъ  $M'M$  въ какой нибудь точкѣ  $X$ . Возьмемъ точку  $U$  на прямой  $M'M$ , лежащую за  $X$ , и соединимъ ее съ  $O$ ; мы получимъ прямую  $OY$ , проходящую между  $OQ$  и  $ON$  и встрѣчающую  $M'M$ . Прямая  $OQ$  не производитъ, слѣдовательно, требуемаго раздѣленія лучей.

Если повернемъ всю фигуру вокругъ  $OP$ , то лучъ  $OQ$  займетъ положеніе  $OQ'$  и представитъ собой прямую, которая съ другой стороны перпендикуляра отдѣляетъ прямые, пересѣкающія  $M'M$ , отъ непересѣкающихъ. Такимъ образомъ прямые, расположенныя внутри вертикальныхъ угловъ  $QOQ'$  и  $ROQ'$ , встрѣчаютъ  $M'M$ —а прямые, лежащія внутри угловъ  $R'OQ$  и  $ROQ'$ , не встрѣчаютъ этой прямой.

*Двѣ прямые  $QR$  и  $Q'R'$ , проходящія черезъ точку  $O$  прямой  $M'M$  и отдѣляющія въ этой точкѣ прямолинейные лучи, которые встрѣчаютъ  $M'M$ , отъ лучей, которые ея не встрѣчаютъ, Лобачевскій называетъ параллельными прямой  $M'M$  въ точкѣ  $O$ .*

Уголъ  $POQ$  Лобачевскій называетъ угломъ параллельности. Если этотъ уголъ равенъ  $\frac{\pi}{2}$ , то  $\angle R'OQ = 2\angle NOQ$  обращается въ нуль. При этомъ обѣ параллели, а вмѣстѣ съ тѣмъ и всѣ прямые, не встрѣчающія  $M'M$ , сливаются въ одну прямую  $N'N$ . Въ этомъ случаѣ мы приходимъ къ геометріи Евклида. Она представляетъ собой, слѣдовательно, частный случай системы Лобачевского—случай, соответствующій допущенію, что уголъ параллельности равенъ постоянной величинѣ  $\frac{\pi}{2}$ . Замѣтимъ при этомъ, что достаточно допустить такое совпаденіе для какой нибудь одной точки  $O$  и опредѣленной прямой  $M'M$ ,—и оно будетъ имѣть мѣсто относительно всякой точки и всякой прямой. Въ самомъ дѣлѣ, при этихъ условіяхъ  $\angle JON = \angle PJO$ , ибо иначе прямая, составляющая въ  $O$  съ  $OJ$  уголъ, равный  $PJO$ , представляла бы собой второй лучъ, проходящій черезъ  $O$  и не пересѣкающій  $M'M$ . При такихъ условіяхъ имѣемъ:

$$\angle POJ + \angle PJO = \angle POJ + \angle JON = \frac{\pi}{2}.$$

Слѣдовательно, въ треугольникѣ  $POJ$  сумма угловъ равна  $\pi$ ; а этого достаточно для обоснованія геометріи Евклида.

Относительно двухъ параллелей  $RQ$  и  $R'Q'$  Лобачевскій говоритъ, что первая параллельна данной прямой въ направленіи  $M'M$ , вторая—въ направленіи  $MM'$ . Поэтому, если прямой приписать опредѣленное направленіе въ ту или другую сторону\*), то черезъ данную точку проходитъ только одна прямая, параллельная данной:

---

Dedekind въ своей статьѣ — „Stätigkeit und irrationale Zahlen.“ (Статья эта имѣетъ скоро появиться на страницахъ „Вѣстника“) Входитъ въ эти подробности мы считаемъ нецѣлесообразнымъ,—такъ какъ, съ одной стороны, Лобачевскій далекъ отъ такой строгости,—съ другой стороны, за этими деталями можетъ ступаться основная идея.

\* Что мы и будемъ дѣлать во всемъ дальнѣйшемъ изложеніи и подъ прямой  $AB$  будемъ разумѣть прямую, направленную отъ  $A$  къ  $B$ .



Это будетъ прямая, отдѣляющая въ данной точкѣ пересѣкающіяся прямая отъ непересѣкающихся и составляющая съ перпендикуляромъ острый уголъ съ той стороны, въ которую направлена данная прямая.

Мы будемъ обозначать это знакомъ:

$$RQ \parallel M'M \text{ и } R'Q' \parallel MM'.$$

Замѣтимъ однако, что послѣднее опредѣленіе можно перефразировать такимъ образомъ:

*Прямой параллельной данной называется прямая, отдѣляющая въ данной точкѣ пересѣкающіе лучи отъ непересѣкающихся съ той стороны перпендикуляра, въ которую направлена данная прямая.*

Мы утверждаемъ, что это опредѣленіе эквивалентно предыдущему потому, что прямая  $OQ$  неизбѣжно образуетъ съ перпендикуляромъ  $OP$  острый уголъ  $POQ$ , если она отдѣляетъ лучи, пересѣкающіе  $M'M$  отъ непересѣкающихся такимъ образомъ, что всѣ прямая, проходящая внутри угла  $POQ$ , встрѣчаютъ  $M'M$ . Въ самомъ дѣлѣ, этотъ уголъ не можетъ быть прямымъ, ибо тогда всѣ непересѣкающіяся прямая свелись бы къ одной, и мы возвратились бы геометріи Евклида. Этотъ уголъ тѣмъ болѣе не можетъ быть тупымъ, ибо тогда между  $OQ$  и  $OP$  внутри этого угла проходила бы прямая перпендикулярная къ  $OP$ , которая не встрѣчала бы  $M'M$ ,—что противорѣчитъ условію.

Такимъ образомъ опредѣленіе параллельныхъ прямыхъ у Лобачевского существенно отличается отъ опредѣленія Евклида. Помимо того различія, которое само собою выступаетъ въ предыдущихъ разсужденіяхъ, мы обратимъ вниманіе на два существенно важныхъ момента.

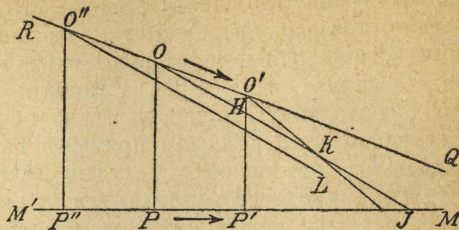
По Евклиду параллельными называются такія линіи, которыя не встрѣчаются, сколько бы мы ихъ ни продолжали. Въ этомъ опредѣленіи обѣ прямая играютъ, во первыхъ, совершенно одинаковую роль. Во вторыхъ, совершенно одинаковое значеніе по отношенію къ параллельности имѣютъ всѣ точки одной и другой прямой. Не то у Лобачевского. Прямая  $RQ$ , параллельная  $M'M$ , отдѣляетъ въ точкѣ  $O$  прямая, встрѣчающія  $M'M$ , отъ невстрѣчающихъ; будетъ ли она производить то же отдѣленіе въ точкѣ  $O'$ , т. е. будетъ ли всякая прямая, проходящая черезъ  $O'$  между  $O'Q$  и  $O'P'$  пересѣкать  $M'M$ ,—этотъ вопросъ требуетъ изслѣдованія. Точно такъ же необходимо рѣшить, будетъ ли прямая  $M'M$ , въ свою очередь, въ одной или во всѣхъ своихъ точкахъ отдѣлять прямая, пересѣкающія  $RQ$  отъ непересѣкающихся; иными словами, будетъ ли параллельность двухъ линій свойствомъ взаимнымъ или нѣтъ.

Обнаружимъ прежде всего, что первый вопросъ рѣшается въ утвердительномъ смыслѣ.

Положимъ, что прямая  $RQ$  параллельна  $M'M$  (фиг. 59) въ точкѣ  $O$ . Возьмемъ сначала точку  $O'$  лежащую отъ  $O$  въ направленіи параллелизма и докажемъ, что всякая прямая  $O'K$ , проходящая внутри угла  $P'O'Q$ , пересѣкаетъ  $M'M$ . Для этого достаточно соединить произвольную точку  $K$  этой прямой съ точкой  $O$ . Прямая  $OK$ , будучи расположена внутри угла  $POQ$  пересѣкаетъ прямую  $M'M$  въ нѣкоторой точкѣ  $J$ , ибо прямая  $OQ$  по условію отдѣляетъ въ точкѣ  $O$  прямая, пересѣкающія отъ непересѣкающихся. Но предварительно она пересѣчетъ сто-



рону  $O'R'$ , ибо она входитъ внутрь четырехугольника  $OPR'O'$  и при выходѣ изъ него не имѣетъ возможности встрѣтить трехъ другихъ сторонъ. Въ виду этого прямая  $O'K$ , входя внутрь треугольника  $HP'J$  неизбежно пересѣчетъ его основаніе, т. е. прямую  $M'M$ .



Фиг. 59.

Такимъ образомъ прямая  $OQ$  не встрѣчаетъ прямой  $M'M$  и отдѣляетъ въ точкѣ  $O'$  прямая, пересѣкающія  $M'M$ , отъ непересѣкающихся и притомъ съ той же стороны перпендикуляра, съ которой она производитъ это отдѣленіе въ точкѣ  $O$ .

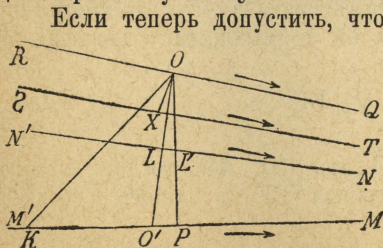
Слѣдовательно, она образуетъ съ перпендикуляромъ острый уголъ  $P'O'Q$  и параллельна прямой  $M'M$  въ точкѣ  $O'$ .

Предложеніе это доказывается еще проще для точки  $O''$ , лежащей на  $RQ$  по другую сторону отъ  $O$ . Въ самомъ дѣлѣ, чтобы обнаружить, что всякая прямая  $O''L$  пересѣчетъ  $M'M$ , достаточно провести прямую  $OK$  подъ угломъ  $KOQ$ , равнымъ углу  $LO''Q$ . Тогда прямая  $O''L$ , входя внутрь четырехугольника  $P''O''OJ$ , не имѣетъ возможности встрѣтить прямыхъ  $P''O''$ ,  $O''O$ ,  $OJ$ , а потому, выходя изъ замкнутого контура, пересѣчетъ прямую  $P''J$ . Слѣдовательно, прямая  $RQ$  и въ точкѣ  $O''$  параллельна  $M'M^*)$ .

Обращаясь теперь къ доказательству второго предложенія, мы предпошлемъ ему слѣдующую лемму, которая будетъ намъ полезна во всемъ дальнѣйшемъ изложеніи.

Какъ бы ни были расположены двѣ прямыя на плоскости, мы всегда имѣемъ возможность черезъ любую точку одной изъ нихъ провести сѣкущую, которая составила бы равные внутренніе односторонніе углы съ обѣими прямыми.

Въ самомъ дѣлѣ, изъ точки  $O$  прямой  $RQ$  (фиг. 60) опустимъ перпендикуляръ  $OP$  на  $M'M$  и положимъ, что  $\angle QOP$  острый; тогда онъ меньше внутренняго односторонняго съ нимъ угла  $OPM$ . Отложимъ на прямой  $PM'$  отрезокъ  $PK=OP$ ; тогда  $\angle PKO=\angle KOP$ . Слѣдовательно  $\angle KOQ$ , будучи больше угла  $KOP$ , превышаетъ внутренний односторонній съ нимъ уголъ  $OKP$ . Слѣдовательно, при вращеніи прямой  $OP$  вокругъ точки  $O$ , она займетъ нѣкоторое промежуточное положеніе  $OO'$ , при которомъ она составитъ съ обѣими прямыми равные внутренніе односторонніе углы  $QOO'$  и  $MO'O$ .



Фиг. 60.

Если теперь допустить, что  $RQ$  параллельна  $M'M$ , то очевидно и  $M'M$ , въ свою очередь, параллельна  $RQ$ . Въ самомъ дѣлѣ, повернемъ плоскость другой стороной и произведемъ наложеніе такимъ образомъ, чтобы точка  $O'$  упала въ точку  $O$  и, наоборотъ, точка  $O$  въ точку  $O'$ ; тогда прямая  $RQ$  совмѣстится съ  $M'M$  и, наоборотъ, прямая  $M'M$  съ  $RQ$ . Сѣкущая  $OO'$  играетъ важную

\*) Доказательство это почти цѣликомъ заимствовано у Лобачевского.



роль въ геометріи Лобачевского. Мы будемъ называть ее *сѣкущей равнаго наклона*. Мы видимъ, что она образуетъ съ двумя параллелями острые углы со стороны параллельности, ибо уголъ  $OO'P$  меньше вѣшняго угла  $OPM$ . Изложенное доказательство обнаруживаетъ, что черезъ данную точку  $O$  можно провести только одну сѣкущую равнаго наклона къ даннымъ прямымъ  $RQ$  и  $M'M$ . Въ самомъ дѣлѣ: если прямая  $O'O$  отклоняется въ ту или другую сторону, то одинъ изъ двухъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ возрастаетъ, а другой убываетъ; слѣдовательно, между ними не можетъ установиться равенство во второй разъ.

Замѣчательное свойство этихъ сѣкущихъ заключается въ томъ, что перпендикуляръ, возставленный изъ середины сѣкущей равнаго наклона двухъ параллелей, въ свою очередь, параллеленъ этимъ послѣднимъ\*).

Во первыхъ, очевидно, что прямая  $RQ$  и  $M'M$  не могутъ встрѣтить перпендикуляра  $N'N$ , ибо, ввиду симметричнаго ихъ расположенія относительно этой прямой, онѣ встрѣтили бы ее въ общей точкѣ и такимъ образомъ пересѣклись бы другъ съ другомъ. Наоборотъ, всѣ прямыя, проходящія черезъ точку  $O$  между  $OL$  и  $OQ$  (или черезъ  $O'$  между  $O'M$  и  $O'L$ ) пересѣкаютъ перпендикуляръ. Въ самомъ дѣлѣ, если сѣкущая проходитъ между  $OL$  и  $OL'$ , то она входитъ въ треугольникъ  $OLL'$  и при выходѣ изъ него пересѣчетъ основаніе. Если же она проходитъ между  $OP$  и  $OQ$ , то она должна пересѣчь другую параллельную  $M'M$ , а слѣдовательно, должна перейти на другую сторону перпендикуляра. Поэтому прямыя  $OQ$  и  $O'M$  въ точкахъ  $O$  и  $O'$  отдѣляютъ лучи, пересѣкающіе  $N'N$  отъ непересѣкающихъ.

Впрочемъ, изложенное здѣсь доказательство охватываетъ болѣе общее предложеніе: всякая прямая  $ST$ , проходящая между двумя параллельными прямыми  $RQ$  и  $M'M$  и не встрѣчающая ихъ, параллельна имъ. Въ самомъ дѣлѣ, если перпендикуляръ  $OX$  проходитъ внутри угла  $POR$ , то мы докажемъ это положеніе, не измѣняя ни слова въ предыдущемъ доказательствѣ. Если же онъ пройдетъ внутри угла  $POQ$ , то доказательство будетъ еще проще въ томъ отношеніи, что первый случай можно будетъ опустить.

Отсюда непосредственно вытекаетъ, что двѣ прямыя, параллельныя третьей (конечно, въ одномъ и томъ же направленіи), параллельны между собой. Въ самомъ дѣлѣ, допустимъ сначала, что эта третья прямая лежитъ вѣ двухъ параллельныхъ ей прямыхъ, такъ что (фиг. 61).

$$AB \parallel EF \text{ и } CD \parallel EF.$$

Очевидно,  $AB$  не можетъ встрѣтить  $CD$ , ибо тогда изъ общей точки выходили двѣ прямыя, параллельныя  $EF$  въ одномъ и томъ же

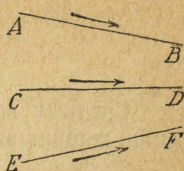
\*) Frischauf. Absolute Geometrie § 9.



направленіи. Слѣдовательно,  $CD$  проходитъ между  $AB$  и  $EF$ , не встрѣчая ни одной изъ нихъ; поэтому она параллельна обѣимъ, т. е.  $CD \parallel AB$ . Если же намъ дано, что

$$AB \parallel CD \text{ и } EF \parallel CD,$$

то мы проведемъ, чрезъ точку  $E$  прямую  $EH$  (на чертѣ не нанесенную) параллельную  $AB$ . Тогда  $EH \parallel AB$  и  $CD \parallel AB$ . Слѣдовательно на основаніи рассмотрѣннаго нами случая прямая  $EH$  будетъ также параллельна  $CD$  и потому совпадетъ съ  $EF$ .



Фиг. 61.

*В. Каланъ (Одесса).*

*(Продолженіе слѣдуетъ).*

## ОПРЕДѢЛЕНІЕ СКОРОСТИ ЗВУКА ВЪ ВОЗДУХѢ ПРИ ПОМОЩИ ЭХА.

Если въ одномъ концѣ длиннаго корридора произвести отрывистый звукъ, напр., ударить о стѣну или о столъ чѣмъ либо твердымъ, то черезъ нѣкоторое время для нашего уха звукъ повторится въ видѣ эха вслѣдствіе отраженія отъ стѣны на противоположномъ концѣ корридора.

Будемъ производить удары одинъ за другимъ по возможности равномерно и такъ, чтобы эхо отъ какого либо удара дѣлило промежутокъ времени между этимъ ударомъ и слѣдующимъ пополамъ.

Считая удары отъ одного и, напр., до 101, замѣтимъ по часамъ моменты перваго и 101-го удара для того, чтобы опредѣлить затѣмъ промежутокъ времени между первымъ и послѣднимъ ударами.

Положимъ, далѣе, что длина корридора отъ того мѣста, гдѣ производились удары, до того конца корридора, гдѣ звукъ испытывалъ отраженіе, равна  $l$  метрамъ.

Не трудно понять, что изъ полученныхъ данныхъ скорость звука можетъ быть вычислена по слѣдующей простой формулѣ:

$$v = \frac{2.2l.100}{t},$$

гдѣ  $l$  есть, какъ уже сказано, длина корридора, 100—число промежутковъ а  $t$  число секундъ между первымъ и послѣднимъ ударами.

Привожу численные результаты подобныхъ опредѣленій. Опытъ дѣлался 30 разъ; для  $t$  получались, какъ и слѣдовало ожидать, значенія различныя, а именно изъ 30 разъ

2 раза получилось  $t = 65$  сек.

4 " "  $t = 66$  "

3 " "  $t = 67$  "

8 " "  $t = 68$  "



4	"	"	$t = 69$ сек.
6	"	"	$t = 70$ "
3	"	"	$t = 71$ "

Средняя величина изъ 30 опредѣленій оказалась:  $t = 68,27$  сек. Длина корридора была 58,49 метра. Слѣдовательно:

$$v = \frac{4.58,49.100}{68,27} = 342,7 \text{ метра въ секунду.}$$

Результатъ вполне удовлетворительный, если принять во вниманіе, что во время опытовъ въ корридорѣ средняя температура воздуха была  $17,8^{\circ}\text{C}$ .

При обыкновенномъ устройствѣ большинства нашихъ гимназій въ нихъ имѣются корридоры, достаточно длинные для того, чтобы можно было съ успѣхомъ опредѣлить скорость распространенія звука въ воздухѣ по описанному способу, и, думается, что подобныя опредѣленія будутъ не безполезны при прохожденіи съ учениками VII класса изъ курса физики отдѣла о звукѣ.

II. Елсаковъ (Екатеринбургъ).

## КЪ ВОПРОСУ ОБЪ ЭКЗАМЕНАХЪ ПО МАТЕМАТИКЪ И ФИЗИКЪ.

Прежде чѣмъ приступить къ болѣе специальному вопросу, который я намѣренъ разсмотрѣть въ этой статьѣ, считаю необходимымъ высказать нѣсколько соображеній болѣе общаго характера о томъ, какую цѣль должно преслѣдовать преподаваніе математики и физики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ.

На сколько намъ извѣстно, наиболѣе распространено мнѣніе, что эта цѣль, главнымъ образомъ, должна состоять въ развитіи и упражненіи мыслительныхъ способностей учениковъ. Знаніямъ, сообщаемымъ этими предметами, принято приписывать весьма небольшое значеніе въ виду того, что эти знанія, послѣ окончанія курса, забываются въ болѣе или менѣе продолжительное время. Такой взглядъ былъ даже высказанъ въ прошедшемъ году на страницахъ этого журнала \*).

Конечно, нельзя оспаривать того, что развитіе мыслительныхъ способностей учениковъ есть главная цѣль преподаванія всѣхъ предметовъ вообще и что математическіе предметы играютъ въ этомъ отношеніи значительную, ничѣмъ не замѣнимую роль. Тѣмъ не менѣе, опредѣлять главнымъ образомъ этимъ развитіемъ цѣль, къ которой должны стремиться преподаватели математики и физики, было бы безплодно и

\*) Статья „Нужны ли экзамены по математикѣ и физикѣ“ „Вѣстникъ Оп. Физ. и Эл. Мат.“ № 179, стр. 253.



даже вредно. Эта бесплодность и вредъ заключались бы въ неопредѣленности цѣли.

Хотя и самый малограмотный человѣкъ понимаетъ приблизительное значеніе умственного развитія, но никому еще до сихъ поръ не удавалось, и едва ли когда либо удастся, точно опредѣлить понятіе, которое выражаютъ эти слова. Причина этого очевидна: умственное развитіе понимается людьми настолько различно въ зависимости отъ ихъ специальности, отъ того, насколько они сами образованы, гдѣ и какъ протекла ихъ жизнь, въ тиши ли кабинета или на глазахъ у народа, въ городѣ или деревнѣ и т. д., что ихъ всѣхъ могла бы удовлетворить только такая формулировка этого понятія, которая бы установила самыя общія, отвлеченныя его стороны. Такое опредѣленіе, очевидно, не могло бы имѣть никакого практическаго значенія. Въ виду важности только что высказаннаго положенія и для болѣе рельефнаго представленія нашей мысли, позволю себѣ дополнить ее примѣрами, взятыми прямо изъ жизни. Каждому изъ насъ случалось наблюдать, какъ весьма развитой и образованный человѣкъ производилъ очень невыгодное для себя впечатлѣніе на людей другого круга или другой специальности. Учитель русскаго языка назоветъ безграмотнымъ свѣтскаго человѣка, сдѣлавшаго случайную ошибку въ орфографіи; послѣдній, наоборотъ, услышавъ какъ первый неправильно произнесъ одно французское слово, невольно отнесетъ его къ людямъ низшаго круга. Человѣкъ, получившій основательное классическое образованіе, сочтетъ малообразованнымъ другого, который неправильно произнесъ русское слово латинскаго происхожденія. Наоборотъ, тотъ же образованный классикъ покажется человѣкомъ крайне ограниченнымъ безграмотному мужику, выказавъ свое непониманіе нѣкоторыхъ простѣйшихъ законовъ механики, которые крестьянинъ съ малолѣтства ежедневно практически изучаетъ. Остроумный математикъ, столкнувшись случайно въ жизни съ купцомъ, можетъ иногда показаться послѣднему дѣтски наивнымъ и т. п. — Мы согласны, что сужденія, которыя приведены, иногда представляютъ оцѣнку и другихъ сторонъ человѣка, кромѣ его умственного развитія; но, во всякомъ случаѣ, онѣ въ значительной мѣрѣ являются и оцѣнкой послѣдняго. Спрашивается, какъ придумать опредѣленіе умственного развитія, которое, не представляя общаго мѣста, въ одинаковой степени удовлетворило бы адвоката, филолога, математика, купца и т. д. На высказанное могутъ намъ возразить, что всѣ роды человѣческой дѣятельности отличаются только по внѣшнему своему виду, что сущность логическихъ процессовъ, происходящихъ въ умѣ каждого человѣка, какою бы онъ специальностью ни занимался, одна и та же. Дѣйствительно, если бы окончательно формулировать сущность соображеній, которыя дѣлаетъ каждый человѣкъ, то получились бы примѣры на приложеніе того или другого логическаго метода. Но окончательная формулировка умозаключенія, не даетъ никакого понятія о тѣхъ внутреннихъ, техническихъ процессахъ, которые были необходимы для того, чтобы его совершить. Эти техническіе процессы, безъ дѣятельнаго участія которыхъ логическія умозаключенія немыслимы, захватываютъ самыя разнообразныя стороны человѣческой души. Въ дѣлѣ должны принять участіе различныя роды памяти, воображеніе, впечатлительность, способность сосредоточиваться, наблюдательность, выдержка и т.



д. Быстрыя и правильныя умозаключенія, которыя прійдется дѣлать человѣку, избирающему какую нибудь специальность, неизбѣжно потребуютъ изощренія одной или нѣсколькихъ изъ указанныхъ душевныхъ сторонъ его. Которымъ изъ нихъ дать въ школѣ предпочтеніе, которыя изъ нихъ могутъ быть усовершенствованы школой, не притупляетъ ли она многихъ изъ нихъ, — все это вопросы, на которые нѣтъ пока опредѣленныхъ отвѣтовъ. Изъ всего сказаннаго заключаемъ, что поставить умственное развитіе какъ цѣль, къ которой долженъ стремиться преподаватель, значило бы ввести неопредѣленность въ ту область, гдѣ все должно быть ясно, точно и строго опредѣлено. Опасность отъ постановки такой неопредѣленной цѣли очевидна. Въ лучшемъ случаѣ, преподаватель будетъ пополнять ея пробѣлы собственными соображеніями, которыя могутъ не всегда выдерживать критику. Въ большинствѣ же случаевъ, не видя возможности руководствоваться неопредѣленной цѣлью, онъ станетъ къ дѣлу относиться механически, формально; будетъ заботиться только о томъ, чтобы тѣмъ или другимъ путемъ, большинство учениковъ его класса получило хорошія отмѣтки на испытаніи.

Какъ видитъ читатель, во всемъ сказанномъ нами находится большое противорѣчіе. Съ одной стороны, мы признаемъ, что умственное развитіе есть главная цѣль преподаванія математическихъ предметовъ, — съ другой же, мы доказываемъ, что это развитіе нельзя ставить какъ цѣль преподавателямъ этихъ предметовъ.

Это противорѣчіе кажущееся, что мы и постараемся обнаружить.

Опытъ многихъ столѣтій, трудъ цѣлыхъ поколѣній дѣятелей на почвѣ просвѣщенія, требованія, которыя жизнь послѣдовательно ставила школѣ, — все это привело ее къ тому виду, въ которомъ она въ настоящее время существуетъ. При этомъ вводилось преподаваніе однихъ предметовъ, устранялись или сокращались другіе; исправлялись старыя ошибки; правда, неоднократно, дѣлались при этомъ и новыя; тѣмъ не менѣе, при постоянномъ стремленіи улучшить школу, въ общемъ, долженъ былъ все таки совершиться прогрессъ. Въ результатѣ, создалась извѣстная группировка предметовъ и выработались извѣстные способы ихъ преподаванія, за которыми признано свойство наилучше сообщать ученикамъ ту степень умственного развитія, которая требуется въ данное время отъ образованнаго человѣка. Быть можетъ и въ программахъ школы и въ принятыхъ способахъ преподаванія есть еще много недостатковъ; тѣмъ не менѣе, на практикѣ, необходимо признать существующій типъ школы наилучшимъ и стараться только, чтобы предметы, означенные программой, были возможно лучше усвоены учениками.

Говорятъ, что самый гениальный человѣкъ не могъ бы выдумать паровую машину со всѣми тѣми усовершенствованіями, которыя въ ней сдѣланы до настоящаго времени; для это потребовались цѣлыя поколѣнія людей, трудъ ихъ мысли какъ будто доставлялъ соки, пользуясь которыми, выросла паровая машина, какъ органическое цѣлое, и достигла всего своего современнаго совершенства. На сколько же сложнее представляется организація школы, которая имѣетъ дѣло не съ паромъ и углемъ, но съ цѣлымъ поколѣніемъ людей; исправить ея недостатки можетъ только совокупный трудъ всего общества и дѣятелей на почвѣ



просвѣщенія. Было бы легкомысліемъ, если бы кто нибудь, замѣтивъ пробѣлъ въ развитіи учениковъ, являющійся слѣдствіемъ недостатка школьнаго строя, хотѣлъ бы своими личными усиліями пополнить этотъ пробѣлъ, выходя при этомъ за предѣлы своей ближайшей задачи. Каждый преподаватель долженъ имѣть только ту цѣль, чтобы предметъ, который онъ преподаетъ, былъ наилучше усвоенъ учениками; достигнувъ этого, онъ, вмѣстѣ со своими товарищами, преподавателями другихъ предметовъ, достигнетъ въ предѣлахъ возможнаго и главной цѣли школы, то есть наибольшаго умственнаго развитія учениковъ.

Мы видимъ, что все сводится къ наилучшему усвоенію предмета учениками, что это есть главная задача преподавателя. Поэтому мы должны высказаться, какъ слѣдуетъ понимать эти слова по отношенію къ математическимъ предметамъ. Но, прежде чѣмъ разсмотрѣть сказанное, я возвращусь къ практической пользѣ, которую можетъ доставить изученіе математики и физики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ. Повторяемъ, что весьма распространено мнѣніе о незначительности этой пользы. Намъ кажется, что едва ли можно считать такой взглядъ вѣрнымъ; едва ли можетъ быть названо нормальнымъ такое явленіе, что предметы, изучаемые въ школѣ отъ семи до восьми лѣтъ, не даютъ никакихъ прочныхъ, практически примѣнимыхъ знаній,—и едва ли можетъ быть названо удовлетворяющимъ своей цѣли преподаваніе предмета, соотвѣтствующее этому явленію. Въ средніе вѣка люди, кончающіе школы, свободно объяснялись и писали на латинскомъ языкѣ; это знаніе имѣло тогда весьма большое практическое значеніе, такъ какъ латынь давала доступъ на высшія духовныя и свѣтскія должности. Непонятно, почему и теперь хоть важнѣйшіе предметы курса, не могутъ изучаться столь же основательно при способахъ преподаванія, которые должны же были сколько нибудь улучшиться черезъ шесть, семь столѣтій. Конечно, нельзя ожидать, чтобы кончившій гимназію лѣтъ десять тому назадъ и все это время не упражнявшійся въ математикѣ, не задумываясь, извлекъ квадратный корень изъ дроби, или рѣшилъ болѣе сложное квадратное уравненіе, какъ бы онъ хорошо ни изучилъ раньше математику. Но если этотъ человѣкъ, съ помощью руководства, безъ большого труда, не вспомнить любой отдѣлъ пройденнаго имъ раньше курса математики настолько, чтобы пользоваться имъ для практическихъ вычисленій, то можно утверждать, что курсъ былъ пройденъ имъ плохо. Среднее учебное заведеніе должно давать настолько прочныя знанія по математикѣ, чтобы они не легко забывались. При увеличивающемся числѣ точекъ соприкосновенія между различными отраслями человѣческаго знанія, науки, не имѣвшія раньше ничего общаго съ математикой, приходятъ все болѣе и болѣе къ необходимости пользоваться этимъ, столь совершеннымъ логическимъ орудіемъ. Нѣтъ рода дѣятельности, занимаясь которой, человѣкъ, не желающій отставать отъ своей спеціальности, не находилъ бы весьма полезными для себя прочныя знанія, хоть въ элементарной математикѣ.

Послѣ этого отступленія, которое намъ казалось необходимымъ предпослать, возвращаемся къ опредѣленію понятія объ усвоеніи предмета. Разберемъ этотъ вопросъ отдѣльно для cadaго изъ трехъ главныхъ математическихъ предметовъ, такъ какъ каждый изъ нихъ имѣетъ свои особенности.



Можно сказать, что ученикъ усвоилъ курсъ алгебры, если онъ выполнѣ ясно понимаетъ опредѣленія и свойства алгебраическихъ, логарифмическихъ и показательныхъ функций и всѣ дѣйствія, проистекающія изъ этихъ опредѣленій; затѣмъ, онъ долженъ обладать полнымъ умѣніемъ выражать алгебраически зависимость между величинами, встрѣчающимися въ любомъ вопросѣ, не переходящемъ за предѣлы элементарной математики, и имѣть достаточную снаровку въ отысканіи этихъ зависимостей на основаніи данныхъ условій вопроса. Кромѣ того, необходимо, чтобы онъ имѣлъ привычку къ алгебраическимъ передѣлкамъ и умѣлъ при этомъ сокращать себѣ работу, пользуясь формулами, встрѣчающимися въ различныхъ частяхъ алгебры. Все перечисленное можетъ и должно быть достигнуто ученикомъ въ году; конечно, для этого потребуется нѣкоторый трудъ, но трудъ равнѣрный, правильный, не надрывающій силъ ученика. Зато, если все сказанное имъ достигнуто, то приготовленіе къ экзамену не потребуетъ отъ него особыхъ усилій. Въ самомъ дѣлѣ, главная сущность знаній, которыя отъ него требуютъ, состоитъ въ извѣстной снаровкѣ, которую онъ уже приобрѣлъ, и въ знаніи нѣсколькихъ опредѣленій, которыя можно по пальцамъ перечестъ. Учить къ экзамену формулы наизусть ему не придется, такъ какъ, примѣняя ихъ къ задачамъ, онъ ихъ невольно заучилъ въ году. Конечно, говоря это, мы предполагаемъ, что экзаменъ будетъ правильно поставленъ, то есть будетъ состоять въ повѣркѣ только того, усвоенъ ли курсъ учениками; на такомъ экзаменѣ не должны допускаться вопросы, служащіе испытаніемъ сообразительности или остроумія учениковъ и не должны предлагаться задачи, требующія новыхъ соображеній, сравнительно съ тѣми, которыя ученику приходилось дѣлать въ году. Каждый учитель знаетъ всю безцѣльность экзаменовъ, не удовлетворяющихъ этимъ условіямъ. Если ученики, по опыту и по школьному преданію, знаютъ, что на экзаменѣ ихъ спросятъ только то, что они проходили, и не будутъ имъ предлагать новыхъ задачъ, то ихъ страхъ передъ экзаменомъ на половину уменьшится.

Курсъ геометріи усвоенъ, если ученикъ помнитъ и понимаетъ всѣ геометрическія опредѣленія, формулировку теоремъ и ихъ послѣдовательность и можетъ осмыслить эту послѣдовательность, группируя теоремы, тѣсно связанные другъ съ другомъ, — напримѣръ, теоремы объ измѣреніи угловъ, или объ измѣреніи площадей. Затѣмъ, онъ долженъ знать доказательства этихъ теоремъ при какомъ угодно положеніи фигуры и умѣть примѣнять приемы, встрѣчающіеся въ этихъ доказательствахъ къ выводу самыхъ, сравнительно, легкихъ предложеній. Наконецъ, онъ долженъ знать всѣ пройденныя въ классѣ задачи на построеніе и долженъ рѣшить любую задачу на вычисленіе, если она прямо основана на теоремахъ, пройденныхъ въ году. Ни въ какомъ случаѣ не слѣдуетъ давать на экзаменахъ новыхъ задачъ на построеніе; почти каждая такая задача требуетъ самостоятельныхъ соображеній, къ которымъ человѣкъ не всегда одинаково способенъ, хотя бы онъ находился и въ спокойномъ состояніи духа. Въ доказательство этого, позволю себѣ привести одинъ фактъ изъ моей педагогической практики. Разъ, когда я приступалъ къ повторенію геометріи въ дополнительномъ классѣ реального училища, ученики мнѣ заявили о своемъ рѣшеніи самостоятельно повторить курсъ и передѣлать всѣ задачи, находящіяся въ руководствѣ;



меня же просили, чтобы я съ ними на урокахъ дѣлалъ только новыя задачи, не находящіяся въ учебникѣ. Зная хорошо моихъ учениковъ, я согласился и пошла работа дружная, хорошая. Въ этотъ періодъ, неоднократно случалось, что ученикъ, рѣшившій въ одинъ урокъ безъ моихъ намековъ и указаній четыре довольно трудныя задачи на построение, въ слѣдующій урокъ, не смотря на всѣ свои усилія, не могъ рѣшить ни одной, тогда какъ его товарищи ихъ рѣшали. Затѣмъ тотъ же ученикъ вновь приобрѣталъ свои способности. Если это могло случаться на урокъ, когда ученики были въ совершенно спокойномъ состояніи духа, то насколько болѣе возможны такія временныя притупленія способностей, при экзаменнаціонномъ возбужденіи и тревогѣ! Какую цѣнность представляетъ выводъ экзаменационной комиссіи, если ученикъ не рѣшилъ предложенной ему новой задачи на построение, хотя бы она была и не трудная?

Изложенныя мною условія, при которыхъ курсъ геометріи можно считать усвоеннымъ, приводятъ къ заключенію, которое подобно соотвѣтствующему заключенію относительно курса алгебры,—то есть, что это усвоеніе можетъ быть сдѣлано только постепенно въ году, но, что если оно въ году достигнуто, то къ экзамену ученику придется не много работать. Ему нужно будетъ возобновить въ памяти послѣдовательность теоремъ, обдумать ея причины и повторить нѣкоторыя болѣе трудныя или искусственныя доказательства.

Курсъ физики усвоенъ, если ученикъ понимаетъ значеніе законовъ, излагаемыхъ въ курсѣ, знаетъ дедуктивный выводъ тѣхъ изъ нихъ, которые приводятся къ болѣе общимъ законамъ, и имѣетъ совершенно ясное представленіе объ опытахъ, на которыхъ основаны законы, выводящіеся въ курсѣ только индукціей. Кромѣ того, ученикъ долженъ умѣть рѣшать задачи, составляющія прямое приложеніе изученныхъ имъ законовъ, на примѣръ, опредѣленіе положенія изображенія предмета, когда лучи послѣдовательно отразятся отъ вогнутаго и плоскаго зеркала, или опредѣленіе тока при данномъ сопротивленіи цѣпи, данномъ числѣ извѣстныхъ элементовъ и опредѣленной ихъ группировкѣ. Наконецъ, онъ долженъ самостоятельно умѣть объяснить нѣкоторыя явленія вѣшняго міра на основаніи извѣстныхъ ему законовъ физики,—на примѣръ, долженъ дать точное объясненіе того, почему во время морозовъ воздухъ въ комнатахъ сухой. Послѣднее намъ кажется существенной стороной преподаванія физики, пріучающею учениковъ къ анализу окружающихъ явленій и къ тому, чтобы они смотрѣли на физику какъ на науку, которая приноситъ непосредственную пользу въ обыкновенной жизни. Для достиженія всего сказаннаго необходимо, чтобы тѣ законы, которые не выводятся дедукціей, были выведены на основаніи дѣйствительныхъ опытовъ, продѣланныхъ въ классѣ при изложеніи закона. Кромѣ того, необходимо, чтобы хотя нѣкоторые изъ нихъ были выведены учениками вполнѣ самостоятельно на основаніи опытовъ, которые передъ ними будетъ дѣлать учитель, предлагая имъ самимъ формулировать законъ,—на примѣръ, законъ Ампера относительно отклоненія магнитной стрѣлки токомъ. Такимъ образомъ ученики будутъ имѣть случай хотя нѣсколько ознакомиться практически съ физическими методами. Замѣтимъ, что тѣ законы, которые составляютъ прямое слѣдствіе другихъ, болѣе общихъ законовъ, слѣдуетъ выводить дедуктивно,



если только это допускает математическая подготовка учеников; на-  
примѣръ, выводъ правила о наименьшемъ углѣ отклоненія луча при-  
зой можетъ быть легко полученъ, какъ слѣдствіе формулъ, которые  
раньше доказываются для призмы. Такимъ образомъ сберегается время,  
столь дорогое при прохожденіи курса физики, и, что еще важнѣе, об-  
наруживается тѣсная зависимость между двумя законами: это служить  
къ уясненію обоихъ. Законы, которые не могутъ быть доказаны или  
выведены опытнымъ путемъ, или выводъ которыхъ по аналогіи съ дру-  
гими выводами можетъ не представляться ученикамъ совершенно яснымъ,  
должны быть вовсе выброшены изъ курса; кромѣ того, никогда не слѣ-  
дуетъ говорить о какомъ нибудь законѣ раньше, чѣмъ получится воз-  
можность вывести его опытнымъ путемъ или доказать съ достаточной  
строгостію. Не соблюдая этихъ правилъ, мы даемъ голый фактический  
матеріалъ, не имѣющій никакого образовательнаго значенія; или, пы-  
таясь поверхностно объяснить сказанное, вводимъ въ умы учащихся  
смутныя, неопредѣленныя представленія, противъ которыхъ мы и долж-  
ны, главнымъ образомъ, бороться. Смутныя представленія можно уподо-  
бить сорной травѣ, которая, быстро распространяясь, занимаетъ и тѣ  
области, гдѣ ее никто не сѣялъ. Если мы допустили, что ученикъ имѣ-  
етъ неясное представленіе объ одномъ вопросѣ, то, по естественной  
наклонности въ умственной лѣни, онъ придетъ ко взгляду, что это  
вообще допустимо, и не будетъ дѣлать усилій для уразумѣнія и тѣхъ  
вопросовъ, которые онъ можетъ вполне себѣ высказать.

Если курсъ физики пройденъ, какъ сказано, то ученикамъ для  
того, чтобы приготовиться къ экзамену, придется возобновить въ па-  
мяти устройство болѣе сложныхъ приборовъ и нѣкоторые математиче-  
скіе выводы, на-примѣръ, выводъ наиболѣе выгоднаго расположенія бата-  
реи. Все остальное не потребуетъ никакихъ почти усилій, представля-  
ясь ученикамъ совершенно яснымъ и понятнымъ. Даже числовыя дан-  
ныя не потребуютъ усилій памяти, такъ какъ, пользуясь этими дан-  
ными часто, при рѣшеніи задачъ, ученики къ концу года невольно  
знаютъ ихъ наизусть.

На основаніи всего изложеннаго, приходимъ къ выводу, что, по  
математическимъ предметамъ, ученикамъ приготовиться къ экзамену  
легче, чѣмъ по другимъ предметамъ курса среднихъ учебныхъ заве-  
деній. Это, происходитъ, во первыхъ, потому, что сущность знанія пер-  
выхъ состоитъ преимущественно въ извѣстной привычкѣ къ логическимъ  
операціямъ, которая приобрѣтается учениками постепенно въ году и, разъ  
приобрѣтенная, не легко можетъ потеряться. Во вторыхъ, потому, что фак-  
тический матеріалъ, который нужно помнить по этимъ предметамъ, пред-  
ставляетъ настолько стройное цѣлое, его части настолько органически  
связаны другъ съ другомъ, что процессъ запоминанія и воспроизведенія  
въ памяти различныхъ его частей требуетъ весьма небольшихъ усилій.

Такъ какъ главная причина, заставляющая протестовать противъ  
экзаменовъ, есть опасеніе переутомленія учениковъ, то, на основаніи  
вышесказаннаго, по отношенію къ математическимъ предметамъ, можно  
утвердительно сказать, что эти опасенія не имѣютъ достаточныхъ  
основаній.

Теперь естественно является вопросъ о томъ, нужны ли экзамены  
по этимъ предметамъ. Если они не приносятъ замѣтнаго вреда, со-



дѣйствуя переутомленію учениковъ. то все таки требуютъ значительной траты времени, которую лучше устранить, если прямая польза экзаменовъ не очевидна. Мы думаемъ, что экзамены по математическимъ предметамъ не только нужны, но необходимы, такъ какъ они представляютъ наилучшее средство заставить учениковъ свести въ одно цѣлое весь курсъ, который они изучали въ году по частямъ. Постараемся выяснить нашу мысль. Каждый педагогъ знаетъ по опыту, что нерѣдко необходимость удержать въ памяти массу фактовъ, находящихся въ учебникѣ, заставляетъ учениковъ связывать эти факты чѣмъ нибудь случайнымъ: представленіями о книгѣ, о мѣстѣ страницы, гдѣ находится данный фактъ. По нѣкоторымъ предметамъ составители учебниковъ даже нарочно располагаютъ данные факты въ извѣстномъ порядкѣ, даютъ имъ нѣкоторую форму, чтобы эта форма служила связью фактамъ и облегчала ихъ воспроизведеніе въ памяти; на примѣръ, имена на *is, masculini generis* и т. д. Въ математическихъ предметахъ такую связь фактовъ являются не случайныя совпаденія, представляющія нерѣдко ненужный балластъ для памяти (какъ запоминаніе пятенъ на страницѣ учебника), но логическая послѣдовательность этихъ фактовъ, или ихъ зависимость отъ болѣе общихъ законовъ, что всего важнѣе ученикамъ себѣ выяснить и усвоить. По физикѣ, ученикъ только тогда уяснить себѣ вполнѣ важное значеніе основныхъ законовъ природы, когда увидитъ, какую пользу ему приноситъ знаніе этихъ законовъ, облегчая воспроизведеніе въ памяти фактовъ на экзаменѣ. Предположимъ, что ученикъ забылъ, сжимается ли или расширяется спиртъ, смѣшиваясь съ водою, но знаетъ, что эта смѣсь нагрѣвается, или, на примѣръ, забылъ въ какомъ направленіи будетъ идти токъ въ соленой водѣ, при приближеніи его къ сѣверному полюсу магнита; для того, чтобы вспомнить забытое, ему достаточно будетъ подумать о законѣ сохраненія энергіи или дѣйствія, равнаго противодѣйствію.

Готовясь къ экзамену по алгебрѣ, ученикъ, для своей чисто практической цѣли, будетъ въ своемъ представленіи соединять формулу квадрата и куба двучлена съ извлеченіемъ корней изъ алгебраическихъ выраженій, съ формулой бинома, паскалевымъ треугольникомъ, суммой ариометической прогрессіи и т. д.

По геометріи лучшее средство легко вспоминать теоремы и ихъ послѣдовательность, — это выяснить себѣ причины этой послѣдовательности; ученикъ этимъ не замедлитъ воспользоваться, готовясь къ экзамену. Все, что могло быть сказано преподавателемъ въ году относительно этого вопроса, выплыветъ наверхъ, будетъ опѣнено ученикомъ по достоинству и останется навсегда его достояніемъ.

Человѣкъ, изучавшій хоть разъ въ жизни что либо самостоятельно, знаетъ, какъ важно, познакомившись уже съ отдѣльными частями какого нибудь изслѣдованія, возобновить его въ памяти во всей его цѣлости. Только тогда, когда совершенъ этотъ трудъ, иногда не легкій, пріобрѣтается увѣренность въ сколько нибудь основательномъ знаніи изучаемаго вопроса. Молодежь, имѣя еще слабо выработанную волю, естественно нуждается во внѣшнемъ стимулѣ, который бы ее заставилъ продѣлать подобный трудъ по отношенію къ предметамъ, пройденнымъ въ году; этимъ стимуломъ и являются экзамены. Въ этомъ отношеніи



польза экзаменовъ очевидна и спору можетъ подлежать только та или другая ихъ форма.

Высказавъ нашъ взглядъ на значеніе экзаменовъ по математическимъ предметамъ, скажемъ еще нѣсколько словъ о значеніи, которое слѣдуетъ давать экзаменной отмѣткѣ сравнительно съ годичною и четвертными отмѣтками, которыя нерѣдко представляютъ съ первой два воюющіе лагерь.

Не каждый ученикъ, занимавшійся успѣшно въ году, будетъ столь же хорошо держать экзаменъ по тому же предмету. Для послѣдняго, какъ выше было сказано, требуется свести въ одно цѣлое довольно значительную массу фактовъ, что предполагаетъ нѣкоторую способность къ систематизации и къ обобщенію, къ чему не всѣ люди въ одинаковой мѣрѣ способны. Мнѣ не рѣдко случалось наблюдать людей остроумныхъ и обладающихъ значительною сообразительностью и при этомъ лишенныхъ способности привести въ порядокъ сколько нибудь большое число фактовъ и, наоборотъ, случаются люди, на первый взглядъ мало сообразительные, но обладающіе большою способностью къ отвлеченному мышленію. На основаніи сказаннаго экзаменная отмѣтка имѣетъ свое самостоятельное значеніе при опредѣленіи знаній и способностей ученика, почему она не должна стоять ниже четвертныхъ отмѣтокъ. Тѣмъ не менѣе, было бы непослѣдовательно давать этой отмѣткѣ значеніе, равносильное годовой, такъ какъ послѣдняя основана на значительно большемъ числѣ данныхъ.

*Р. В. Пржишховскій (Елисаветградъ).*

## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Перегонка металловъ подъ очень низкими давленіями.** Перегоняя различныя органическія вещества при низкихъ давленіяхъ, Кальбаумъ вывелъ заключеніе, что пониженіе точки кипѣнія въ зависимости отъ давленія тѣмъ больше, чѣмъ выше температура кипѣнія при нормальномъ давленіи. Такимъ образомъ пониженіе это должно быть особенно значительнымъ для металловъ, температура кипѣнія которыхъ вообще высока. Дѣйствительно, Кальбауму удалось перегонять въ стеклянныхъ сосудахъ калий, натрій, селенъ, теллуръ, кадмій, магній, висмутъ и талій при давленіяхъ отъ 0,002 mm до 0,00004 mm ртутнаго столба. Такая перегонка въ значительной степени очищаетъ металлы; такъ, однократная перегонка самого чистаго продажнаго теллура очистила его до такой степени, что изъ спектра его исчезли 35 фраунгоферовыхъ линій. (Ж. Р. Ф. Х. О.).

**Новая комета.** Профессоромъ Denning'омъ (Бристоль) 26 марта (нов. ст.) открыта блѣдная комета между созвѣздіями Большого Льва и Малаго.

*И. Б.—о (Цюрихъ).*

**Вліяніе низкихъ температуръ на свойства матеріи.** Dolbear въ ж. Cosmopolitan указываетъ на поразительное вліяніе низкихъ темпе-



ратуръ на физическія свойства матеріи. Химическая энергія понижается вмѣстѣ съ температурой, напр. фосфоръ и кислородъ, столь дѣятельно вступающіе въ соединеніе при обыкновенной температурѣ, становятся все болѣе инертными при пониженіи температуры и теряютъ способность соединяться при  $-200^{\circ}$ \*). Съ другой стороны магнитныя и электрическія свойства при пониженіи температуры возрастаютъ. Кислородъ, слабо магнитный при обыкновенныхъ условіяхъ, становится сильно магнитнымъ при  $-200^{\circ}$ . Мѣдь при  $-100^{\circ}$  становится въ десять разъ лучшимъ проводникомъ, чѣмъ при  $0^{\circ}$ . На этомъ основаніи, если-бъ мѣдные проводники окружить оболочкой, внутри которой поддерживалась бы очень низкая температура, то можно было-бы, благодаря увеличенію проводимости, сократить размѣры проводниковъ.

*К. Смоличъ (Умань).*

## РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

❖ Заимствуемъ изъ доставленнаго намъ второго отчета Распорядительнаго Комитета, организованнаго Казанскимъ Физико-Математическимъ Обществомъ для составленія фонда имени Н. И. Лобачевского, слѣдующія свѣдѣнія о ходѣ подписки. Со времени юбилея, т. е. съ 22 октября прошлаго года, подписка значительно оживилась и съ 22-го окт. по 10-е февр. 1894 г. всего пожертвовано 4046 р.  $83\frac{1}{2}$  к., тогда какъ съ 10-го февр. по 22-е окт. 1893 года въ фондъ поступило всего лишь 3039 р. 55 к. Всего, такимъ образомъ, пока собрано 7086 р.  $38\frac{1}{2}$  к., а за вычетомъ расходовъ (печатаніе и разсылка приглашеній, возобновленіе могильнаго памятника), часть которыхъ (50 р.) Физико-Математическое Общество приняло на свой счетъ, въ фондъ Лобачевского остается 6891 р.  $28\frac{1}{2}$  к. Къ 22 окт. 1894 года предполагается напечатать полный списокъ лицъ, принимавшихъ участіе въ составленіи капитала имени Лобачевского.

❖ **Смитсоніановскій Институтъ** въ Вашингтонѣ назначилъ 500 долларовъ профессорамъ О. Lummer'у и Е. Pringsheim'у въ Берлинѣ за точныя изслѣдованія охлажденія газовъ при ихъ расширеніи и 1000 долларовъ I. S. Billings'у въ Вашингтонѣ и W. Mitchell'ю въ Филадельфіи за изслѣдованія особыхъ органическихъ веществъ, содержащихся въ выдыхаемомъ человѣкомъ воздухѣ.

❖ **Henry Tompson** пожертвовалъ 5000 фунтовъ стерлинговъ для покупки новаго телескопа въ гринвичскую обсерваторію. Приборъ этотъ предназначается для фотографическихъ цѣлей.

❖ **Директоромъ** цюрихской обсерваторіи назначенъ Dr. Alfred Wolter.

\*) См. также «Вѣстникъ Оп. Физики», № 169, стр. 17.



✧ **Международный метеорологический комитетъ** соберется 20-го августа сего года въ Упсалѣ.

✧ 12 мая сего года состоится **двадцатипятилѣтній юбилей Общества Естествоиспытателей при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ.**

✧ **Умерли:** въ Ганноверѣ 28 февраля проф. математики Theodor Wittstein 78-и лѣтъ, въ Юрьевѣ 15 марта химикъ проф. Карлъ Шмидтъ 72-хъ лѣтъ, въ Мадридѣ проф. химіи Laurens Colderon, въ Гейдельбергѣ проф. химіи Friedrich W. H. Delffs 82-хъ лѣтъ.

## ДОСТАВЛЕННЫЯ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ И БРОШЮРЫ.

**Русское химическое общество. XXV (1868—1893).** Отдѣленіе химіи Русскаго Физико-Химическаго Общества. Отчетъ объ экстренномъ общемъ собраніи Русскаго Физико-Химическаго Общества 6 ноября 1893 г. Спб. 1894.

**Отчетъ мѣстнаго Распорядительнаго Комитета, организованнаго Физико-Математическимъ Обществомъ для составленія капитала имени Н. И. Лобачевского. № 2.** (За время съ 10 февраля 1893 по 10 февраля 1894 г.). Казань. 1894.

**Прямолинейная тригонометрія.** Составилъ *Н. Рыбкинъ*, преподаватель Лазаревскаго Института восточныхъ языковъ и частнаго реальнаго училища К. К. Мазинга. Выпускъ первый, содержащій курсъ гимназій. Изданіе магазина „Сотрудникъ школъ“ А. К. Залѣсской. Москва. 1894. Ц. 60 к.

**Примѣненіе ряда по функціямъ  $(n+1-x)$  къ выводу одного числового соотношенія.** *А. П. Минина.* (Отд. отт. изъ VI тома Трудовъ Отдѣленія Физическихъ Наукъ Императорскаго Общества Любителей Естествознанія). Москва 1893.

**О числахъ, дѣлящихся на число своихъ дѣлителей.** *А. П. Минина.* Изд. Московск. Математ. Общества (Математ. Сборникъ, т. XVII). Москва. 1893.

**О числахъ, для которыхъ число дѣлителей равно числу чиселъ первыхъ съ ними и меньшихъ ихъ.** *А. П. Минина.* Изд. Московск. Математ. Общества (Математ. Сборникъ, т. XVII). Москва. 1894.

**Термодинамика и электричество.** По поводу изслѣдованій кн. Б. Голицына по математической физикѣ. *П. А. Некрасова.* (Изъ „Ученыхъ Записокъ“ Имп. Моск. Университета). Москва. 1894.

## ЗАДАЧИ.

**№ 50.** Въ данный секторъ вписать прямоугольникъ даннаго периметра такъ, чтобы двѣ его вершины лежали на дугѣ.

*И. Александровъ (Тамбовъ).*



**№ 51.** Построить треугольник  $ABC$ , когда данъ треугольник  $A_1B_1C_1$ , образованный касательными, проведенными къ внутреннему вписанному въ треугольник  $ABC$  кругу въ точкахъ пересѣченія его съ биссекторами угловъ треугольника  $ABC$ .

*В. Ахматовъ (Тула).*

**№ 52.** Показать, что если изъ ортоцентра треугольника  $ABC$  опустить перпендикуляры на вѣншній и внутренній биссекторы угла  $A$ , то прямая, соединяющая основанія этихъ перпендикуляровъ, раздѣлитъ сторону  $BC$  пополамъ.

*(Заимств.) Д. Е. (Ив.-Вознес.).*

**№ 53.** Въ сборникѣ тригонометрическихъ задачъ г. Кліоновскаго (Варшава, 1893 г.) подъ № 194 помѣщена вмѣстѣ съ отвѣтомъ слѣдующая задача:

„ $n$  равныхъ конусовъ, касающихся другъ друга, имѣютъ общую вершину въ центрѣ шара, радіусъ котораго  $R$ , а точки взаимнаго касанія окружностей основаній этихъ конусовъ расположены на одной и той-же окружности малаго круга шара, имѣющей то свойство, что радіусъ этой окружности съ радіусомъ шара, проведеннымъ къ той-же ея точкѣ, составляютъ между собою уголъ  $\alpha$ . Определить боковую поверхность одного изъ такихъ конусовъ и найти наибольшій уголъ между его образующими.

$$\text{Отв. 1) } \pi R^2 \csc \alpha \sin \frac{180^\circ}{n}; \quad 2) \quad \sin \alpha = \csc \alpha \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}.$$

Отвѣтъ этотъ невѣренъ. Указать, отъ чего произошла ошибка, и найти вѣрный отвѣтъ.

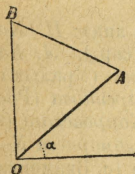
*Р. Хмѣлевскій (Полтава).*

**№ 54.** Задача по практической геометріи.—Провести чрезъ данную точку линію, параллельно недоступной прямой.

*НВ.* При рѣшеніи этой задачи можно пользоваться лишь цѣпью и колыями.

*Н. С. (Тифлисъ).*

**№ 55.** Тяжелый прутъ, составляющій уголъ  $\alpha$  съ горизонтомъ, упирается однимъ изъ своихъ концовъ въ точкѣ  $O$  (фиг. 62), вокругъ которой онъ можетъ свободно вращаться. Другой его конецъ поддерживается шнуркомъ  $AB$ , прикрѣпленнымъ въ точкѣ  $B$ , расположенной на одной вертикали съ точкой  $O$ . Называя  $OB$  черезъ  $h$ , длину  $OA$  прута черезъ  $l$ , а вѣсъ его черезъ  $P$ , вычислить силу, натягивающую веревку.



Фиг. 62.

*(Заимств.) В. Г. (Одесса).*

## МАЛЕНЬКІЕ ВОПРОСЫ.

**№ 9.** Изъ вертикально поставленной пушки вылетаетъ ядро, вѣсомъ въ одинъ килограммъ. Пороховые газы дѣйствуютъ всего на разстояніи одного метра. Такъ какъ на всемъ остальномъ пути ядра дѣй-



ствіе газомъ равно нулю, то они, слѣдовательно, подняли одинъ килограммъ на высоту одного метра, т. е. совершили работу всего въ одинъ килограммометръ.—Неужели ихъ работа столь мала?

Требуется ясное изложеніе вопроса.

Проф. О. Хвольсонъ (Спб.).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

**№ 569** (2 сер.). Рѣшить неравенство

$$(1.2.3....b)^a > (1.2.3....a)^b$$

относительно  $b$ .

Логариѣмируя обѣ части неравенства, получаемъ

$$a \lg(1.2.3....b) > b \lg(1.2.3....a),$$

или

$$\frac{\lg 1 + \lg 2 + \lg 3 + \dots + \lg b}{b} > \frac{\lg 1 + \lg 2 + \lg 3 + \dots + \lg a}{a},$$

откуда очевидно  $b > a$ .

*А. Варениковъ* (Рост. н. Д.).

*НВ.* Задача рѣшается также легко, если извлечь корень степени  $ab$  изъ обѣихъ частей неравенства. Тогда получимъ

$$\sqrt[b]{1.2.3....b} > \sqrt[a]{1.2.3....a},$$

откуда  $b > a$ .

**№ 589** (2 сер.). Сумма квадратовъ первыхъ трехъ членовъ геометрической прогрессіи = 1029. Найти пятый членъ этой прогрессіи, не прибѣгая къ рѣшенію уравненій.

Такъ какъ

$$a^2 + a^2 q^2 + a^2 q^4 = a^2(1 + q^2 + q^4) = 1029 = 7^2 \cdot 21,$$

то  $a = 7$  и

$$1 + q^2 + q^4 = 21; \quad q^2(1 + q^2) = 20 = 2^2 \cdot 5,$$

откуда  $q = 2$ . Поэтому  $aq^4 = 7 \cdot 2^4 = 112$ .

*Г. Легошинъ* (с. Знаменка); *П. Ивановъ* (Одесса); *Е. Щигелевъ* (Курскъ).

**ПОЛУЧЕНЫ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ** отъ слѣдующихъ лицъ: *И. Ходаповича* (Кіевъ) № 37, (3 сер.); *П. Бѣлова* (с. Знаменка) № 584 (2 сер.); *Л. Камішева* (Тула) №№ 22, 25, 27, 28 (3 сер.) и № 6 (Мал. вопр.); *Чайана* (Уральскъ) № 30 (3 сер.); *С. Адамовича* (с. Спасское) № 290, 381 (2 сер.); *А. Вареникова* (Ростовъ н.-Д.) №№ 560, 569 (2 сер.), и 19, 23, 28, 30, 31 (3 сер.); *С. Копровскаго* (с. Дяткевичи) №№ 8, 9, 12, 15, 16, 22, 25, 28, 30, 34, 36 (3 сер.); *І. Черноморцева* № 7 (3 сер.); *К. и О.* (Тамбовъ) №№ 33, 34, 35, 37 (3 сер.); *Я. Полушкина* (с. Знаменка) №№ 27, 28, 34 (3 сер.).

**ПОПРАВКА.** Въ № 7 „Вѣстника Оп. Физики“, въ подстрочномъ примѣчаніи къ стр. 151 вмѣсто  $S = \pi - (A + B + C)$  и  $S = \frac{1}{2}(\pi - A - B - C)$  слѣдуетъ читать  $S = (A + B + C) - \pi$  и  $S = \frac{1}{2}(A + B + C - \pi)$ .

Редакторъ-Издатель **Э. Я. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 12-го Апрѣля 1894 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.



ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1894 ГОДЪ  
НА

# „ЗАПИСКИ“

## Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.

(двадцать восьмой годъ изданія).

### ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:

1) Работы и изслѣдованія, составляющія доклады въ Отдѣлахъ и общихъ собраніяхъ Имп. Русскаго Техническаго Общества, главнымъ образомъ по химической технологіи и металлургіи, механикѣ и механической технологіи, инженерно-строительному и горному дѣлу, военному и морскому дѣлу, фотографіи и ея примѣненіямъ, воздухоплаванію и отчасти по электротехникѣ, желѣзнодорожному дѣлу и техническому образованію—имѣющихъ свои спеціальныя органы.

2) Спеціальныя доклады на сѣздахъ, устраиваемыхъ Техническимъ Обществомъ.

3) Отчеты о систематическихъ изслѣдованіяхъ, произведенныхъ спеціальными комиссіями: экспертными на выставкахъ, устраиваемыхъ Техническимъ Обществомъ и конкурсными; отчеты о произведенныхъ работахъ въ лабораторіи Техническаго Общества и командированныхъ Обществомъ лицъ.

4) Обзоръ важнѣйшихъ явленій въ области техническихъ усовершенствованій и изобрѣтеній въ Россіи и за границею.

5) Правительственныя распоряженія, относящіяся до нашей заводской и фабричной промышленности.

6) Указатель испрашиваемыхъ и прекращенныхъ привилегій.

7) Дѣятельность Общества: журналы засѣданій Совѣта и Отдѣловъ Техническаго Общества и его Отдѣленій и пр.

8) Объявленія.

Записки выходятъ ежемѣсячно книжками въ размѣрѣ 8—10 печатныхъ листовъ.

Подписчики въ видѣ приложенія получаютъ отъ 3 до 4 книгъ, составляющихъ:

### „СВОДЪ ПРИВИЛЕГІЙ“

на изобрѣтенія и усовершенствованія. Число привилегій ежегодно простирается до 250 и представляется въ точной копіи съ подлинныхъ привилегій и съ объяснительными чертежами.

### Подписная цѣна журнала „ЗАПИСКИ“:

Съ пересылкою . . . . . Съ пересылкою  
и доставкою . . . . . и доставкою за границу.

На годъ . . . . . 12 руб. . . . . 16 руб.

На полгода . . . . . 7 „ . . . . . 9 „



## Объявленія принимаются:

Разовая за 1 стр.	10 руб.
" " $\frac{1}{2}$ "	6 "
Годовая со всякаго срока:	
На обложкѣ за 1 стр.	50 "
Впереди текста за $\frac{1}{2}$ стр.	20 "
" " " 1 "	35 "
" " " 2 "	50 "
Вкладныя за 1.000 шт. (до 1 л. вѣса)	10 "

Подписка принимается въ редакціи: С.-Петербургъ, Пантелеймоновская, 2 и у книгопродавцевъ. Гг. иногородніе благоволятъ обращаться преимущественно въ редакцію.

„Записки“ И. Р. Техническаго Общества за прежніе года можно приобрести въ Редакцію. Съ 1867—1889 годъ — 4 руб. за годъ и 1 руб. за отдѣльный выпускъ, за 1890—98 г. 8 руб. за годъ и 2 руб. за отдѣльный выпускъ. При приобретеніи „Записокъ“ за 19 лѣтъ цѣна въ сложности опредѣлена въ 70 руб. съ доставкой и пересылкой, а для школьныхъ, общественныхъ и частныхъ библиотекъ, согласно постановленія Совѣта И. Р. Т. О. — 40 р. За года 1866, 1884, 1885 и 1888 „Записки“ всѣ разошлись.

Спеціальныи редакторъ **А. Васильевъ.**

**ТОЛЬКО ЧТО ОТПЕЧАТАНО**  
**ПЯТОЕ, ЗНАЧИТЕЛЬНО ДОПОЛНЕННОЕ, ИЗДАНИЕ**  
**(35-я тысяча экземпляровъ)**

## СБОРНИКА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ

**В. П. МИНИНА**

съ приложеніемъ большаго числа задачъ, рѣшаемыхъ совмѣстнымъ примѣненіемъ геометріи и тригонометріи.

(VII) — 204 стр. и 151 черт. въ текстѣ.

1894 г. Цѣна 90 коп.

Изданіе книжнаго магазина В. В. Думнова, подъ фирмою „насл. бр. Са- лаевыхъ“ (Москва, Мясницкая, д. Обидиной). 4—3

Редакція „Вѣстника Оп. Физики“ проситъ гг. рѣшающихъ и предлагающихъ задачи присылать рѣшенія напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“ задачъ на отдѣльныхъ листкахъ, не соединяя ихъ съ предлагаемыми для рѣшенія задачами. Лица, предлагающія задачи, приглашаются присылать вмѣстѣ и краткія ихъ рѣшенія.

Редакція „Вѣстника Оп. Физики“ проситъ своихъ сотрудни- ковъ дѣлать чертежи къ статьямъ возможно тщательно на отдѣль- ныхъ бумажкахъ, а не въ текстѣ рукописи и отмѣчать желаемое число отдѣльныхъ оттисковъ на самой статьѣ.



## НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

**Ермаковъ, Е. П.** Записки химіи, составленныя по лекціямъ, читаннымъ въ младшемъ классѣ николаевскаго кавалерійскаго училища Н. П. Поповымъ и А. И. Козловскимъ. Спб. 1894.

Краткій обзоръ дѣятельности педагогическаго музея военно-учебныхъ заведеній за 1892—93 г. (23-й обзоръ). Дѣятельность отдѣловъ учебно-воспитательнаго комитета математическаго и физическаго. Спб. 1894. Ц. 30 к.

**Черновъ, Д. К.** О наступленіи возможности механическаго воздухоплаванія безъ помощи баллона. Докладъ по VII отдѣлу Имп. русскаго технического общества въ засѣданіяхъ 17-го и 23-го декабря 1893 г. Спб. 1894.

**Сорокинъ, Н.** Рѣшеніе уравненій второй степени съ простымъ модулемъ. Исслѣдованіе. Кіевъ. 1893.

**Гончаровъ, Д.** Курсъ астрономіи для учениковъ мореходныхъ классовъ. Изд. мореходныхъ классовъ с.-петербургскаго рѣчного яхтъ-клуба. Спб. 1894. Ц. 2 р.

**Ивановъ, Леонидъ.** Рѣшеніе задачъ алгебры. Изданіе, вновь обработанное, книжки магазина В. Думнова. Съ чертежами, гравированными Рихау. Москва. 1894. Ц. 1 р. 25 коп.

Исслѣдованія надъ почвенными (грунтовыми) водами (Отд. отд. изъ „Метеорологическаго Вѣстника“ 1893 г.). Спб.

**Пламеневскій, И.** Жизнь и ученые труды Н. И. Лобачевского. Рѣчь, читанная на торжественномъ собраніи въ тифлисской 3-й гимназій, устроенномъ 28 ноября 1893 года въ память великаго русскаго геометра. Тифлисъ. 1894.

**Радионовъ, горн. инж.** Практическая школа обработки матерьяловъ. Изученіе кузнечнаго, слесарнаго, паяльнаго, плавильнаго, лудильнаго и др. искусствъ. Съ приложеніемъ полнаго наставленія для практики гальваноластики, бронзирования, золоченія, серебрения и эмалированія металловъ по новѣйшимъ способамъ, усовершенствованнымъ согласно современнымъ требованіямъ. Съ пояснительными политипажамъ. Изд. книгопр. С. Леухина. Москва. 1894.

**Агаповъ, Д. В.** Рѣшеніе нѣкоторыхъ геометрическихъ задачъ помощью теоремы Агапова: во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ произведеніе катетовъ равно произведенію полупериметра его на разность между суммою катетовъ и гипотенузы. Оренбургъ. 1894. Ц. 33 к.

**Ано, А., проф.** Физика въ объемѣ курса среднихъ учебныхъ заведеній. I (Предварительные понятія. Тяжесть. Теплота. Звукъ. Приложенія). Переводъ со 2-го французскаго изданія, съ дополненіями и примѣчаніями. Н. И. Мамонтова. Москва. 1894.

**Бычковъ, Ѳ.** Сборникъ примѣровъ и задачъ, относящихся къ курсу элементарной алгебры. Изд. 13-е (исправленное). Спб. 1894. Ц. 1 р. 35 к.

**Васильевъ, А., проф.** Николай Ивановичъ Лобачевскій. Рѣчь, произнесенная въ торжественномъ собраніи Имп. казанскаго университета 22-го октября 1893 г. Казань. 1894.

**Зелинскій, Н. Д.,** экстраорд. проф. Научное значеніе химическихъ работъ Пастера. Вступительная лекція, читанная въ Имп. московск. университетѣ 12-го октября 1893 г. Москва. 1894.

**Износковъ, И. О.** О дѣятельности Н. И. Лобачевского въ казанскомъ экономическомъ обществѣ. Казань.

**Коломнинъ, В.** Книга вычисленія процентовъ и учета ихъ. Назначена къ руководству для служащихъ при банкахъ, банкирскихъ конторахъ, торговыхъ домахъ и другихъ торгово-коммерческихъ учрежденіяхъ. Съ приложеніемъ таблицъ сравнительной стоимости русской монеты съ иностранными деньгами и иностранныхъ денегъ съ русской монетой. Исправилъ и дополнилъ отъ 7% до 10% Земскій. Изд. 4-е, исправл. и дополненное, книгопр. Земскаго. Москва. 1894. Ц. 3 р.

**Лалаандъ.** Таблицы логарифмовъ чиселъ и тригонометрическихъ величинъ. Съ предисловіемъ А. Ѳ. Малинина. Изд. книжн. магазина В. Думнова. Москва. 1894. Ц. 85 к.

**Лузининъ, В. Ф.** Описанія различныхъ методовъ опредѣленія теплотъ горѣнія органическихъ соединений. Москва 1894.



**С. Петрашкевичу** (Скопинъ).—Составленные Вами задачи, конечно, можете присылать. Онѣ должны быть четко написаны и къ нимъ должны быть приложены краткія ихъ рѣшенія.

**С. Адамовичу** (с. Спасское).—Если Вамъ извѣстенъ выводъ формулы, которую Вы даете въ Вашей статейкѣ объ опредѣленіи дня недѣли, то не откажите его сообщить; этимъ избавите насъ отъ лишней работы.

ВЫШЛА ИЗЪ ПЕЧАТИ НОВАЯ КНИГА

ПРИЛОЖЕНІЕ

# АЛГЕБРЫ КЪ ГЕОМЕТРИИ.

По программѣ реальныхъ училищъ

составилъ

преподаватель Харьковскаго реального училища

**П. С. ФЛОРОВЪ.**

*Цѣна 75 копѣекъ.*

**Склады изданія:**

Харьковѣ, у автора, въ реальномъ училищѣ.

Одесса, у Шпачинскаго, въ редакціи „Вѣстника Опытной Физики“.

Въ Москвѣ, въ книжномъ магазинѣ В. Думнова подѣ фирмою „Наслѣдники братьевъ Салаевыхъ“, продается сочиненіе того же автора подѣ названіемъ:

## КУРСЪ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХЪ СТАТЕЙ АЛГЕБРЫ,

съ приложеніемъ 140 задачъ. По новой программѣ реальныхъ училищъ составилъ П. С. Флоровъ. Москва. 1893. VIII+152. Цѣна одинъ рубль.

Это сочиненіе Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія одобрено въ качествѣ учебнаго руководства при прохожденіи алгебры въ дополнительномъ классѣ реальныхъ училищъ, о чемъ и напечатано въ Журналѣ Министерства Народнаго Просвѣщенія за юнь мѣсяца 1893 года.

Обложка  
щется

Обложка  
щется