Обложка
пщется

Обложка
ищется

XVI Сем. 25-го Февраля 1894 г. № 5.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 185.

Содержаніе: Теорія выраженій, содержащихъ квадратные радикалы, въ связи съ теоріей графическихъ задачъ элементарной геометріи (продолженіе). *С. Шатуновскаго.*—Исторія барометра и его примѣненій (продолженіе). *О. Пергамента.*—Свѣтъ и электричество (по Максвеллю и Герцу). *Н. Poincaré.* — Къ вопросу о влажности воздуха по учебникамъ физики. Кн. *Б. Т.*—Эдмондъ Фреми. *В. Г.*—Математическія мелочи. Одинъ изъ способовъ рѣшенія неопр. уравненія вида $x^2 + y^2 = z^2$. *В. Шидловскаго.*—Научная хроника. — Разныя извѣстія.—Доставленныя въ редакцію книги и брошюры.— Задачи №№ 26 — 31. — Рѣшенія задачъ 2-ой сер. №№ 388, 396, 401, 427 и 458.—Обзоръ научныхъ журналовъ. — Библіографическій листокъ новѣйшихъ нѣмецкихъ изданій.— Отвѣты редакціи.—Объявленія.

ТЕОРІЯ ВЫРАЖЕНІЙ,
содержащихъ квадратные радикалы,
въ связи
съ теоріей графическихъ задачъ
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ГЕОМЕТРІИ.

(*§ 13, продолженіе* *).

Теорема I. *Если несократимое квадраторадикальное или раціональное уравненіе* $N_s = 0$ *степени* 2^s *удовлетворяется значеніемъ* f *квадраторадикальной функціи, то тѣмъ же значеніемъ* f *удовлетворяется несократимое квадраторадикальное уравненіе* $N_{s-1} = 0$ *степени* 2^{s-1}, *отличающееся отъ уравненія* $N_s = 0$ *только однимъ радикаломъ.*

Степень 2^s уравненія $N_s = 0$ не можетъ быть выше степени 2^t несократимаго раціональнаго уравненія $M_t = 0$, корень котораго равенъ f, ибо въ противномъ случаѣ несократимое уравненіе $N_s = 0$ и сходное съ нимъ уравненіе $M_t = 0$ низшей степени имѣли бы общій корень, чего допустить нельзя (§ 11, I). Далѣе мы знаемъ, что, исходя изъ уравненія $M=0$, гдѣ подъ M разумѣемъ $x-f$, можемъ написать рядъ удовлетворяющихся при $x=f$ несократимыхъ квадраторадикальныхъ уравненій

*) См. „Вѣстникъ Оп Физики“ №№ 158, 159, 163, 165 и 184.

$$M=0;\ M_1=0;\ldots\ldots M_{s-1}=0;\ M_s=0;\ldots\ldots M_t=0$$

степеней 1; 2;.....; 2^{s-1}; $2;^s$.....; 2^t. Если уравненіе $M_{s-1}=0$ степени 2^{s-1}
n отличается отъ уравненія N_s = более чѣмъ однимъ радикаломъ, то по предыдущей леммѣ, можно найти удовлетворяющееся при $x=f$ несократимое уравненіе степени 2^{s-1}, которое отличается отъ уравненія $N_s=0$ меньшимъ числомъ радикаловъ, чѣмъ уравненіе $M_{s-1}=0$, и этотъ процессъ можно продолжать до тѣхъ поръ, пока ни получимъ требуемое уравненіе $N_{s-1}=0$.

Теорема II. *Если несократимое раціональное уравненіе* $M_t=0$ *степени* 2^t *разрѣшимо въ квадратныхъ радикалахъ, то корнями его служатъ* 2^t *значеній квадраторадикальной функціи порядка* t.

Дѣйствительно, по предыдущей теоремѣ одно и то-же значеніе f квадраторадикальной функціи, удовлетворяя уравненію $M_t=0$, должно удовлетворять каждому изъ уравненій

$$M_t=0;\ M_{t-1}=0;\ldots\ldots M_s=0;\ldots\ldots M_1=0;\ M=0,$$

коихъ степени выражаются соотвѣтственно черезъ $2^t;\ 2^{t-1};\ldots\ldots 2^s;\ldots\ldots;\ 2;\ 1$, причемъ порядокъ каждаго послѣдующаго уравненія только на 1-цу выше порядка предыдущаго, такъ что порядокъ уравненія $M=0$ равенъ t. Изъ этого уравненія опредѣлимъ x какъ одно изъ значеній квадраторадикальной функціи порядка t, а этого только, на основаніи теоремы I § 11, и требовалось доказать.

Слѣдствіе I. Изъ послѣдней теоремы и теоремы I § 11 слѣдуетъ, что minimum, къ которому можетъ быть приведенъ порядокъ квадраторадикальной функціи, равенъ t, гдѣ 2^t есть степень раціональнаго несократимаго уравненія $M_t=0$, которому эта функція удовлетворяетъ. Для приведенія порядка функціи къ minimum'у составляемъ извѣстнымъ образомъ рядъ несократимыхъ уравненій $M=0$; $M_1=0$;.....; $M_t=0$, преобразовываемъ ихъ такъ, чтобы каждое предыдущее отличалось отъ послѣдующаго только однимъ радикаломъ, и опредѣляемъ x изъ уравненія $M=0$. Какъ было показано, всѣ эти преобразованія приводятся къ слѣдующимъ: къ исключенію изъ функціи радикала, приводимаго къ остальнымъ ея радикаламъ; къ замѣщеніямъ вида $\sqrt{r}\cdot\sqrt{r_1}=\sqrt{rr_1}$; ко введенію радикала $\sqrt{m}$ вмѣсто радикаловъ $\sqrt{r_1}$ и $\sqrt{a+b\sqrt{r_1}}$, гдѣ $\sqrt{m}$ есть модуль функціи $a+b\sqrt{r_1}$ по радикалу $\sqrt{r_1}$ и, наконецъ, ко введенію радикала $\sqrt{{}^1/_2(a\pm\sqrt{m})}$ вмѣсто радикаловъ $\sqrt{r_1}$ и $\sqrt{a+b\sqrt{r_1}}$, что въ сущности есть замѣщеніе радикала $\sqrt{a+b\sqrt{r_1}}$ по рав. (5) § 8, полагая $p=1$ и $r=r_1$.

Слѣдствіе II. Квадраторадикальная функція f *всегда* можетъ быть такъ преобразована, черезъ приведеніе ея порядка къ minimum'у, чтобы всѣ ея значенія были различны, ибо если послѣ приведенія къ minimum'у порядокъ функціи f равенъ t, то степень несократимаго раціональнаго уравненія, которому функція удовлетворяетъ, равна 2^t. Корнями этого уравненія будутъ только 2^t значеній функціи f, и среди этихъ значеній не можетъ быть равныхъ (§ 11, II). Этимъ свойствомъ квадраторадикальная функція вообще отличается отъ другихъ радикальныхъ функцій.

Слѣдствіе III. Квадраторадикальное уравненіе $M_n = 0$ степени 2^n порядка q несократимо, если оно удовлетворяется квадраторадикальной функціей f, которой порядокъ, по приведеніи его къ minimum'у, равенъ $n+q$. Въ этомъ случаѣ степень несократимаго раціональнаго уравненія, которому удовлетворяетъ функція f, равна 2^{n+q}, а потому $n+q < s+q_1$, гдѣ 2^s есть степень, а q_1 порядокъ какого либо несократимаго квадраторадикальнаго уравненія, которому рдовлетворяетъ f (§ 11, теор. II). Но если уравненіе $M_n = 0$ сократимо, то, разложеніемъ его на несократимыя уравненія, найдемъ удовлетворяющееся при $x=f$ несократимое квадраторадикальное уравненіе $M_s = 0$ степени $2^s < 2^n$ порядка $q_1 \leqq q$, такъ что будетъ $n+q > s+q_1$, чего допустить не можемъ.

§ 14. Возвратимся снова къ уравненіямъ

$$M_t = 0;\ M_{t-1} = 0; \dots\ M_{s+1} = 0;\ M_s = 0; \dots\ M_1 = 0;\ M = 0,$$

разсмотрѣннымъ при доказательствѣ теоремы II § 13. Пусть вообще $\sqrt{r_s}$ будетъ тотъ единственный радикалъ, которымъ уравненіе $M_s = 0$ отличается отъ $M_{s+1} = 0$. Уравненіе $M_{t-1} = 0$ содержитъ только одинъ радикалъ $\sqrt{r_{t-1}}$. Этотъ радикалъ можемъ поэтому опредѣлить раціонально черезъ x и черезъ данныя количества и, по внесеніи во всѣ остальныя уравненія, можемъ изъ уравненія $M_{t-2} = 0$ опредѣлить радикалъ $\sqrt{r_{t-2}}$, которымъ это уравненіе отличается $M_{t-1} = 0$, раціонально въ x и въ данныхъ количествахъ. Внеся найденное выраженіе для $\sqrt{r_{t-2}}$ во всѣ остальныя уравненія и продолжая этотъ процессъ, выразимъ раціонально каждый радикалъ функціи f черезъ данныя количества и черезъ x, гдѣ x есть то значеніе функціи f, въ составъ котораго входятъ всѣ радикалы $\sqrt{r_{t-1}}; \sqrt{r_{t-2}}; \dots \sqrt{r_1}; \sqrt{r}$, такъ что:

I. Всякій радикалъ, входящій въ составъ опредѣленнаго значенія f квадраторадикальной функціи, приведенной къ наименьшему порядку, есть раціональная функція отъ f и отъ данныхъ количествъ. Это свойство не принадлежитъ вообще квадраторадикальнымъ функціямъ, не приведеннымъ къ наименьшему порядку.

II. Всякое значеніе F квадраторадикальной функціи, сходное со значеніемъ f другой квадраторадикальной функціи, приведенной къ наименьшему порядку, есть раціональная функція отъ f, ибо, выразивъ каждый радикалъ, входящій въ составъ f, раціонально черезъ f и внеся эти выраженія въ F, получимъ $F=\varphi(f)$, гдѣ φ есть совокупность раціональныхъ дѣйствій, совершаемыхъ надъ f и надъ данными количествами.

Два сопряженныхъ значенія $x_1=a+b\sqrt{r}$ и $x_2=a-b\sqrt{r}$ квадраторадикальной функціи взаимно сходны, а потому, предполагая функцію приведенной къ наименьшему порядку, найдемъ, что соотношеніе $x_1=\varphi(x_2)$, гдѣ φ раціональная функція, существуетъ тождественно. Мѣняя въ этомъ тождествѣ знакъ радикала $\sqrt{r}$, получимъ тождественно (§ 5) $x_2=\varphi(x_1)$. Мѣняя же въ тождествѣ $x_1=\varphi(x_2)$ знаки какихъ угодно радикаловъ, получимъ тождественно $x_p=\varphi(x_q)$, гдѣ x_p и x_q суть два любыхъ сопряженныхъ значенія разсматриваемой функціи.

Опредѣленіе. Кронеккеръ и Жорданъ называютъ *абелевскимъ уравненіемъ* всякое несократимое уравненіе, въ которомъ хоть одинъ корень раціонально выражается въ какомъ либо изъ остальныхъ корней*). Отсюда

Теорема. *Разрѣшимое въ квадратныхъ радикалахъ раціональное несократимое уравненіе необходимо принадлежитъ къ классу абелевскихъ уравненій.*

Ибо такое уравненіе, будучи степени 2^t, имѣетъ 2^{t-1} паръ корней, изъ коихъ каждая пара есть пара сопряженныхъ значеній квадраторадикальной функціи, которой корядокъ, по приведеніи къ minimum'у, равенъ t. Каждая такая пара корней x_1 и x_2 связана соотношеніемъ

$$x_1=\varphi(x_2); x_2=\varphi(x_1).$$

Такимъ образомъ установлена зависимость между уравненіями, разрѣшимыми въ квадратныхъ радикалахъ, и хорошо обслѣдованнымъ въ наукѣ классомъ абелевскихъ уравненій. По общей теоріи этихъ послѣднихъ, рѣшеніе абелевскаго уравненія степени 2^t, котораго два корня x_1 и x_2 связаны соотношеніями $x_1=\varphi(x_2); x_2=\varphi(x_1)$, приводится къ рѣшенію несократимаго раціональнаго уравненія $M_{t-1}=0$ степени 2^{t-1} и къ рѣшенію квадратнаго уравненія, котораго коэффиценты раціонально выражаются въ корнѣ уравненія $M_{t-1}=0$. Мы докажемъ это независимо отъ общей теоріи абелевскихъ уравненій.

С. Шатуновскій (Одесса).

(Продолженіе слѣдуетъ).

ИСТОРІЯ БАРОМЕТРА И ЕГО ПРИМѢНЕНІЙ.

(*По поводу 250-лѣтія его существованія*).

1643—1893.

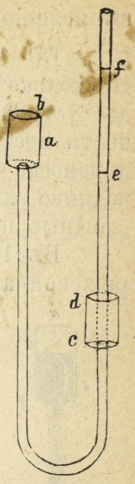
*(Продолженіе **)*

Извѣстный Гюйгенсъ также потрудился надъ усовершенствованіемъ барометра. Онъ воспользовался мыслью Декарта и осуществилъ ее, но, найдя, что изъ воды подымается въ Торричелліеву пустоту воздухъ, давящій какъ на воду, такъ и на ртуть, постарался устранить эту погрѣшность. Поэтому, онъ построилъ въ 1672 году приборъ, получившій названіе двойного барометра (Doppelbarometer, baromètre bitubulé). При различныхъ давленіяхъ воздуха, ртуть, находящаяся въ

*) Такъ понимаетъ абелевское уравненіе Жорданъ. Опредѣленіе Кронеккера носитъ болѣе частный характеръ.

**) См. „Вѣстникъ Оп. Физ.“ № 182 и 183.

широкомъ сосудѣ *ab* (фиг. 29) то падаетъ, то поднимается. Сосудъ этотъ соединенъ съ узкой трубкой, которая снова расширяется въ равновеликій сосудъ *cd*, въ которомъ, такимъ образомъ, ртуть поднимается и опускается настолько, насколько она въ *ab* падала или возвышалась. Надъ сосудомъ *cd* имѣется узкая трубка, въ которую должна быть наливаема какая-нибудь незамерзающая жидкость, не растворяющая притомъ ртути, напримѣръ смѣсь изъ воды и $^1/_8$ сѣрной кислоты. Ртуть, опустившись въ *ab*, повысится въ *cd* и подниметъ жидкость надъ *e* на значительную высоту. Если діаметръ чашекъ *ab* и *cd* обозначить черезъ B, а діаметръ трубки у *e* черезъ *b*; отношеніе удѣльныхъ вѣсовъ ртути и смѣси черезъ $\frac{m}{n}$, то увеличеніе поднятія выразится формулой



Фиг. 29.

$$\frac{mB^2}{(2m-1)b^2+nB^2}.$$

Если положить $\frac{m}{n} = 14$, то формула приметъ слѣдующій видъ:

$$\frac{14B^2}{27b^2+B^2},$$

такъ что, если діаметръ *b* по сравненію съ B весьма незначителенъ, полученное увеличеніе окажется равнымъ 14.

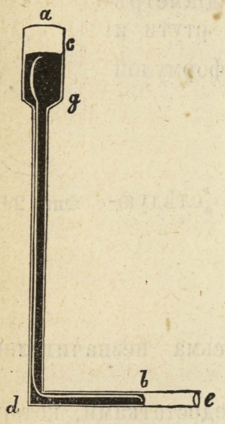
Барометръ этотъ обладаетъ значительными недостатками, которые были замѣчены еще въ свое время: 1) внѣшнее давленіе передается ртути лишь при посредствѣ смѣси; 2) смѣсь, испаряясь со временемъ, уменьшается въ объемѣ и не даетъ уже точныхъ показаній; 3) смачиваніе стекла смѣсью вызываетъ нѣкоторую нечувствительность барометра; 4) вліяніе температуры сказывается съ особенной силой на смѣси, болѣе расширяющейся, нежели ртуть; это послѣднее неудобство прибора оказалось хорошимъ лишь въ томъ отношеніи, что заставило задуматься надъ необходимостью ввести поправку на температуру.

Такъ какъ недостатки двойнаго барометра скоро стали замѣтны, то Гукъ попытался устранить ихъ слѣдующими видоизмѣненіями. Надъ жидкостью (смѣсь воды и H_2SO_4), находившейся въ трубкѣ *fed* наливалась еще другая (подкрашенный спиртъ); къ концу же трубки припаивалась третья чашка такой же емкости, какъ первыя двѣ [30]). О барометрическихъ колебаніяхъ должно было судить по перемѣщеніямъ уровня *f*, отдѣлявшаго одну жидкость отъ другой. Этимъ устройствомъ Гукъ думалъ добиться того, чтобы треніе обѣихъ жидкостей о стекло сохраняло постоянную величину, такъ какъ обѣ жидкости въ совокупности сохраняютъ одну и ту же высоту надъ *c*; кромѣ того, думалось, что такимъ путемъ отсчеты могутъ быть сколь угодно увеличены. Какъ первое, такъ и второе предположеніе, однако, явно ошибочно. Простое

[30]) Притязанія на первенство этого изобрѣтенія заявляли также Дэ-ля-Гиръ и Амонтонъ (*Fischer*, op. cit. Bd. II. S. 420; *Poggendorff*, op. cit. S. 583), впрочемъ, повидимому, неосновательно.

вычисленіе показываетъ, что увеличеніе это никогда не превышаетъ $\frac{m}{n-p}$, гдѣ m, n, p удѣльные вѣса ртути, нижней и верхней жидкости. Нисколько не устраняя неудобствъ барометра Гюйгенса, вышеописанное устройство привноситъ много новыхъ, къ которымъ нельзя не отнести постепенно возрастающую мутность жидкости, происходящую отъ переноса частицъ окрашеннаго спирта. Однимъ словомъ, какъ справедливо замѣчаетъ Фишеръ, опытъ еще разъ доказалъ, что наиболѣе сложные приборы не всегда являются и наиболѣе пригодными.

Въ 1710 году предложилъ Іоганнъ Бернулли на разсмотрѣніе Парижской академіи барометръ свой, извѣстный подъ именемъ прямоугольнаго. Еще нѣсколько раньше, Доминико Кассини придумалъ этотъ приборъ, но не успѣлъ построить его. Онъ состоитъ (фиг. 30) изъ двухъ узкихъ трубокъ gd и de, наклоненныхъ другъ къ другу подъ прямымъ угломъ. Къ вертикальной трубкѣ припаяна сверху чашечка, $2^1/_2$ дюймовъ высоты, въ которой ртуть поднимается и опускается. Такъ какъ трубка de должна быть довольно узка—иначе ртуть разобьется на капли и не образуетъ столба,—то понятно, что незначительное паденіе ртути въ c вызоветъ весьма ощутительное перемѣщеніе этой послѣдней въ b. Неудобство этого прибора то, что при поднятіи уровня въ c, ртуть въ трубкѣ de не поспѣваетъ за этимъ измѣненіемъ, такъ какъ, находясь въ горизонтальномъ положеніи въ трубкѣ, она производитъ давленіе на нижнюю стѣнку этой послѣдней, вслѣдствіе чего сама испытываетъ значительное треніе[31]).



Фиг. 30.

Немало потрудился надъ усовершенствованіемъ барометра, хотя и безъ практическаго успѣха, французскій ученый Амонтонъ (1663—1705). Въ изданномъ въ 1695 году сочиненіи своемъ „Remarques et expériences physiques sur la construction d'une nouvelle clepsydre, sur les baromètres, thermomètres et hygromètres" мы находимъ описаніе не лишеннаго интереса прибора: такъ называемаго коническаго барометра. Онъ состоитъ (фиг. 31) изъ конической трубки узкій конецъ которой запаянъ, а широкій открытъ. Такъ какъ ртуть поддерживается давленіемъ воздуха, то трубка должна быть достаточна узка. Длина трубки зависитъ отъ угла образующихъ конуса. При уменьшеніи воздушнаго давленія ртуть должна опуститься въ трубкѣ; напротивъ того, при увеличеніи этого послѣдняго—подняться.

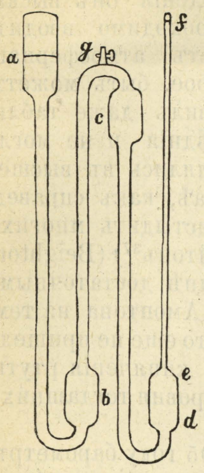
Такъ какъ ртутный барометръ требуетъ все же высоты въ $2^1/_2$ фута, то Амонтонъ[32]) задался цѣлью построить барометръ, который, не отличаясь такими большими размѣрами, могъ бы давать точныя показанія. Приборъ этотъ въ


Фиг. 31.

[31]) Извѣстный физикъ Мушенбрэкъ былъ чрезвычайно высокаго мнѣнія объ этомъ приборѣ, считая его очень чувствительнымъ. Онъ находилъ въ немъ только одинъ недостатокъ: воздухъ входилъ въ приборъ черезъ горизонтальную трубку. Поэтому, онъ предлагалъ выбирать эту послѣднюю возможно меньшаго діаметра и предварительно тщательно кипятить ртуть для удаленія изъ нея воздуха.

[32]) Ancienne histoire de l'Académie des sciences. T. II. p. 39.

силу этого и носитъ названіе укороченнаго барометра. Этотъ послѣдній состоитъ изъ ряда изогнутыхъ, спаянныхъ между собою трубокъ. Первая изъ нихъ *ab* (фиг. 32) наполнена ртутью; вторая *bc* содержитъ воздухъ или какую-нибудь жидкость; третья вновь ртуть и т. д. Два ртутныхъ столба и одинъ воздушный понижаютъ высоту 28 дюймовъ до 14 дюймовъ; четыре ртутныхъ и три воздушныхъ столба—до 7 дюймовъ и т. д. Воздушные столбы служатъ собственно для одной только передачи давленія, такъ что на *d* давитъ снизу вѣсъ всѣхъ предыдущихъ ртутныхъ столбовъ. Отсчеты по такому барометру представляютъ однако тѣмъ меньшее поле, чѣмъ больше число столбовъ ртути. Для уничтоженія этого неудобства Амонтонъ придалъ своему барометру характеръ Гюйгенсова двойного барометра, помѣстивъ надъ уровнемъ послѣдняго ртутнаго столба нѣкоторую жидкость, которая должна была подниматься по узкой трубкѣ *ef*. Надъ каждымъ верхнимъ колѣномъ долженъ еще находиться кранъ *g*, который служитъ для наполненія прибора ртутью. Хотя идеѣ этого барометра нельзя отказать въ остроуміи, тѣмъ не менѣе она не осуществима, такъ какъ вліяніе теплоты становится слишкомъ сложнымъ, а частыя искривленія трубокъ представляютъ не мало задержекъ при движеніи ртути[33]).



Фиг. 32.

Амонтону[34]) принадлежитъ еще честь построенія такъ называемаго морского барометра[35]), который есть не иное что, какъ воздушный термометръ того же изобрѣтателя. Такъ какъ Амонтонъ замѣтилъ, что теплота имѣетъ большое вліяніе на этотъ приборъ, то онъ предложилъ поставить рядомъ съ нимъ обыкновенный термометръ, чтобы изъ сравненія можно было заключить, какая часть вліянія на воздушный термометръ должна быть отнесена на счетъ тепла; остальная должна быть результатомъ давленія атмосферы. Такъ какъ приборъ этотъ казался Амонтону наиболѣе пригоднымъ для наблюденій на морѣ, то онъ и далъ ему названіе морского[36]).

Крупная роль, которую сыгралъ Амонтонъ въ исторіи барометра, заключается, однако, не въ изобрѣтеніи этихъ нѣсколькихъ барометровъ. Онъ замѣтилъ, что при измѣненіи температуры отъ максималь-

---

[33]) Относительно другого укороченнаго барометра, изобрѣтеннаго Мэраномъ и описаннаго Дю-Файемъ (baromètre tronqué) см. *Fischer*, op. cit. Bd. IV S. 171, 172.

[34]) Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris. An 1705.

[35]) Приборъ этотъ былъ описанъ въ 1700 году, какъ изобрѣтеніе Гука, котораго и слѣдуетъ считать настоящимъ изобрѣтателемъ этого барометра. Ср. *Poggendorff*, op. cit. S. 502.

[36]) Нѣкоторые называютъ морскимъ коническій барометръ Амонтона (Ср. *Hoefer* op. cit. p. 25). —Въ 1724—25 годахъ Фаренгейтъ (Description of a new barometer въ Philosophical Transactions) предложилъ пользоваться изобрѣтеннымъ имъ термометромъ въ качествѣ барометра, судя о вѣсѣ атмосферы по колебанію точки кипѣнія воды. Предложеніе это было подхвачено лишь въ настоящемъ столѣтіи Волластономъ и сдѣлалось исходнымъ пунктомъ гипсометрическихъ опредѣленій.

наго зимняго холода до максимальнаго лѣтняго зноя въ Парижѣ, т. е. въ предѣлахъ отъ -14^0 R, до $+22^0$R ртуть расширяется на $^1/_{115}$ своего первоначальнаго объема. Тотчасъ послѣ этого наблюденія онъ высказалъ (1704) мысль, что при отсчетахъ барометра необходимо вводить поправку на температуру, чтобы не отнести на счетъ атмосфернаго давленія то измѣненіе высоты ртутнаго столба, которое, быть можетъ, является результатомъ разности температуръ, и составилъ даже таблицы для введенія указанной поправки. Хотя эти послѣднія и не могли похвалиться особенной точностью, тѣмъ не менѣе являлись въ высшей степени цѣнными по тому времени. Во всякомъ случаѣ, какъ справедливо замѣчаетъ Поггендорффъ, Амонтонъ можетъ пристыдить многихъ позднѣйшихъ физиковъ, которые, какъ англичанинъ Бэйтонъ[37]) (Beighton, 1738), утверждали, что кипяченіе ртути является вполнѣ достаточнымъ предохраненіемъ ея отъ дѣйствій тепла.[38]) Поправки Амонтона на температуру были конечно несвоевременны, такъ какъ никто еще не пришелъ даже къ убѣжденію въ необходимости предварительнаго кипяченія ртути. Слѣдующій случай служитъ прекрасной иллюстраціей уровня тогдашнихъ понятій.

Французскій канцлеръ Поншатрэнъ имѣлъ въ 1705 году барометръ, который давалъ показанія, отличавшіяся отъ показаній другихъ барометровъ на 18 и 19 линій, не смотря на тождество приготовленія всѣхъ приборовъ и общность ихъ мѣстонахожденія. Поншатрэнъ чрезвычайно заинтересовался причиной этого явленія. Всѣ физики академіи соединили свои ученыя силы, чтобы удовлетворить любопытству канцлера. Чему приписать столь замѣтную разность показаній? Не ошибкѣ ли конструкціи? Таково было, по крайней мѣрѣ, мнѣніе большинства ученой коллегіи. Амонтонъ съ большинствомъ однако не согласился и, чтобы отдать себѣ вполнѣ ясный отчетъ въ интересовавшемъ его, но непонятномъ ему явленіи, заказалъ тому же механику, который изготовлялъ барометръ для Поншатрэна, еще четыре подобныхъ прибора, изъ которыхъ каждая пара была сдѣлана изъ различнаго стекла. Помѣстивъ ихъ вмѣстѣ съ своими двумя барометрами въ одно и то же мѣсто, онъ не замедлилъ убѣдиться, что максимальная разница показаній его шести барометровъ достигала въ началѣ 10 линій. Но каково было его пораженіе, когда онъ замѣтилъ, что разность эта подверглась измѣненію втеченіе одного и того же дня; такъ утромъ она достигала 18-и линій, въ послѣобѣден-

---

[37]) Фишеръ (op. cit. Bd. IV. S. 173) называетъ его по ошибкѣ Брайтонъ. Ср. *Poggendorff*, op. cit. p. 502 и *Id*: Biographisch-litterarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften. Leipzig, 1863. Bd. I. S. 136.

[38]) Членъ Берлинской академіи наукъ врачъ Христіанъ Лудольфъ (1707—1763) находилъ, что крайне неудобно справляться при каждомъ наблюденіи съ таблицами и вводить всякій разъ поправки на температуру. Помимо этого, онъ считалъ показанія барометра вообще несовершенными и требующими еще вычисленій, какъ указывающія лишь на высоту ртути. Во избѣжаніе этихъ неудобствъ онъ придумалъ особенную шкалу, по которой можно было сразу опредѣлить настоящее давленіе, включая уже и поправку на температуру. Подробное описаніе этой шкалы, не имѣющей впрочемъ никакого ни теоретическаго, ни практическаго интереса см.: Manière de construire une echelle de baromètre qui indique directement la véritable pression de l'air et qui corrige les défauts causés par les altérations que la chaleur de l'air fait éprouver au mercure. *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin, an 1759*, p. 33 et suiv.

ное время 19-и, а вечеромъ всего только 9-и. Амонтонъ рѣшилъ, что причина явленія кроется въ скважности стекла, которое пропускаетъ воздухъ въ Торричелліеву пустоту.

Смерть застигла Амонтона за этими наблюденіями. Въ слѣдующемъ 1706-мъ году академія поручила члену своему Маральди отвѣтить канцлеру на интересующій его вопросъ. Ученый физикъ обратился къ сочлену своему, механику Гомбергу, (1652—1715), который сообщилъ ему, что трубки, до наполненія ртутью, были вымыты спиртомъ. Маральди высказалъ предположеніе, что оставшіеся, быть можетъ, пары этого послѣдняго, проникнувъ въ Торричелліеву пустоту, производятъ своей упругостью пониженіе уровня ртути. И только черезъ полстолѣтія Дэ-Люкъ показалъ, что для полученія согласныхъ показаній, необходимо добиться одинаковой емкости трубки по всей ея длинѣ и предварительно тщательно прокипятить ртуть.

Въ высшей степени интересно прослѣдить, какъ назрѣло, такъ сказать, сознаніе необходимости этой операціи. Кипяченіе ртути составляетъ чрезвычайно поучительный эпизодъ въ исторіи барометра, такъ какъ вопросъ этотъ тянулся втеченіе цѣлаго столѣтія, выдвинувшись впервые въ послѣдней четверти XVII вѣка.

Въ 1675 году французскій ученый Пикаръ сдѣлалъ случайное наблюденіе, не лишенное интереса: онъ замѣтилъ, что его барометръ обнаруживаетъ въ своей Торричелліевой пустотѣ нѣкоторое свѣченіе, если его привести въ колебаніе[39]). Такое же наблюденіе сдѣлалъ и Кассини, но, такъ какъ большинство барометровъ не обнаруживало этой особенности, то ее сочли за курьезъ, окрестили названіемъ меркурьяльнаго фосфора и не обратили на нее никакого особеннаго вниманія. Лишь четверть вѣка спустя занялся извѣстный математикъ Іоганнъ Бернулли изслѣдованіемъ этого явленія и нашелъ, какъ ему казалось, средство изготовлять свѣтящіеся барометры. Свое открытіе онъ сообщилъ Парижской академіи, но опыты, продѣланные въ Парижѣ для изготовленія такихъ свѣтящихся приборовъ по его указаніямъ, не увѣнчались успѣхомъ. Это его побудило написать въ 1701 году вторую работу по тому же вопросу, и когда и эта не вызвала достаточнаго вниманія, то онъ написалъ въ 1719 г. третью, болѣе обстоятельную: „Dissertatio de mercurio lucente in vacuo“. Въ этомъ изслѣдованіи Бернулли излагаетъ чрезвычайно подробно, при какихъ условіяхъ барометръ обладаетъ фосфоресценціею, чѣмъ эта послѣдняя вызвана, и какъ ее можно искусственно воспроизвести.

Для изготовленія свѣтящихся барометровъ онъ давалъ три указанія, изъ которыхъ ни одно не попадало въ цѣль[40]). Значеніе его изслѣдованія для дальнѣйшаго усовершенствованія барометра заключается въ томъ, что оно вызвало цѣлый рядъ сочиненій, направленныхъ къ разъясненію загадочнаго явленія. Такъ о немъ писали извѣстный

[39]) Ср. мой „Краткій историческій очеркъ развитія ученія объ электричествѣ“, Кіевъ 1890, § 4.

[40]) Подробное изложеніе содержанія этого изслѣдованія см. у *Fischer'a*, op. cit. Bd. III S. 432.

голландскій ученый Мушенбрэкъ, французскій врачъ Дюталь (1706), членъ англійскаго королевскаго общества Гоксби (1708), преподаватель императора Петра I (въ бытность его въ Амстердамѣ) Гартсэкеръ, вступившій по этому поводу въ горячую полемику съ Бернулли; Витембергскій профессоръ математики Вайдлеръ (1715), Гиссенскіе профессора Либкнехтъ и Гэйзингеръ (1716) и, наконецъ, французскій физикъ Мэранъ (1717).

Работы всѣхъ указанныхъ лицъ не послужили, однако, къ разъясненію ни искусственнаго воспроизведенія явленія, ни причины этого послѣдняго. Большинство думало, что вопросъ выясненъ, если назвать явленіе меркурьяльнымъ фосфоромъ, а Мэранъ, изслѣдованіе котораго было премировано академіей наукой въ Бордо, предполагалъ, что оно происходитъ отъ сѣры, содержащейся въ ртути! Таково было положеніе дѣлъ въ 1723 году. Какъ вдругъ одинъ изъ членовъ Парижской академіи наукъ, Дю-Фай, немало потрудившійся надъ развитіемъ ученія объ электричествѣ, напечаталъ мемуаръ, въ которомъ сообщалъ, что научился у одного нѣмейкаго мастера, занимавшагося изготовленіемъ стеклянныхъ трубокъ, искусству безошибочно приготовлять свѣтящіеся барометры. Искусство это заключалось въ слѣдующемъ. Предварительно должно вычистить трубку и ртуть. Наливъ ея черезъ бумажную воронку столько, сколько нужно для наполненія одной трети трубки, слѣдуетъ держать эту послѣднюю въ наклонномъ положеніи надъ горящими углями для совершеннаго удаленія воздуха, для чего особенно полезно поворачивать трубку и погрузить въ ртуть желѣзную проволоку. Точно такъ же слѣдуетъ поступить и со второй третью. Давъ ртути остынуть, наливаютъ послѣднюю треть, не повторяя описанной манипуляціи. Дю-Фай увѣряетъ, что при такомъ способѣ приготовленія ртуть должна неминуемо свѣтиться. Если же, прибавляетъ онъ, предварительно нагрѣть ртуть до такой степени, что она начнетъ испаряться, и налить ее въ нагрѣтую трубку, помѣшивая желѣзной проволокой, то способность свѣченія окончательно уничтожится. „При этомъ, прибавляетъ Дю-Фай, вопреки мнѣнію Гэйзингера, я не думаю, чтобы состояніе воздуха имѣло какое-либо вліяніе па свѣченіе барометра, такъ какъ по моимъ наблюденіямъ свѣтъ этотъ не находится въ зависимости отъ степени влажности воздуха“. Причину этого явленія Дю-Фай усматривалъ въ томъ, что ртуть поглощаетъ при кипѣніи огненныя частицы, которыя вслѣдъ затѣмъ медленно испускаетъ! Въ такомъ положеніи находилось дѣло втеченіе еще 17-и лѣтъ. Ртуть кипятили то такъ, то сякъ для изученія оригинальнаго свѣченія или же просто—для удовольствія.

О. Пергаментъ (Одесса).

(*Окончаніе слѣдуетъ*).

СВѢТЪ И ЭЛЕКТРИЧЕСТВО *)

(по Максвеллю и Герцу).

Когда опыты Френеля привели ученыхъ къ допущенію, что свѣтъ есть результатъ вибрацій эфира, наполняющаго междупланетное про-

*) Переводъ *К. Смолича* (Умань) со статьи г. *H. Poincaré*, помѣщенной въ Revue scientifique № 4. 1894.

странство, работы Ампера обнаружили законы взаимодѣйствія токовъ и послужили основаніемъ электродинамикѣ.

Оставалось сдѣлать одинъ шагъ до предположенія, что та же самая среда—эфиръ, являющаяся причиной свѣтовыхъ явленій, есть въ то же время мѣстопребываніе электрическихъ дѣйствій; этотъ шагъ сдѣлало вообораженіе Ампера; но знаменитый физикъ, высказывая эту соблазнительную гипотезу, безъ сомнѣнія не предвидѣлъ, что она такъ скоро приметъ форму болѣе точную и начнетъ подтверждаться.

Однако это оставалось мечтой до того дня, когда электрическія измѣренія обнаружили неожиданный фактъ: чтобы перейти отъ системы электростатическихъ единицъ къ системѣ единицъ электродинамическихъ, пользуются извѣстнымъ множителемъ; этотъ множитель, называемый также *отношеніемъ единицъ*, *точно равенъ скорости свѣта*.

Наблюденія вскорѣ стали настолько точными, что нельзя было приписать этого совпаденія случаю.

Нельзя было сомнѣваться въ томъ, что существуютъ тѣсныя соотношенія между оптическими и электрическими явленіями. Быть можетъ долго еще ускользала бы отъ насъ природа этихъ соотношеній, если-бы ея не угадалъ геній Максвелля.

Токи перемѣщенія (de deplacement).

Всѣмъ извѣстно, что тѣла можно раздѣлить на два класса: проводники, въ которыхъ мы констатируемъ перемѣщенія электричества, т. е. вольтаическіе токи, и изоляторы или діэлектрики. Согласно воззрѣнію прежнихъ электриковъ, діэлектрики являлись инертными и ихъ роль ограничивалась только сопротивленіемъ прохожденію электричества. Если-бъ было такъ, то можно было-бы замѣнить одинъ діэлектрикъ другимъ, ничего не измѣняя въ явленіяхъ. Опыты Фарадея показали, что это не такъ: два конденсатора одинаковой формы и одинаковыхъ размѣровъ, приведенные въ сообщеніе съ тѣми же источниками электричества, не получатъ одинаковыхъ зарядовъ, хотя толщина изолирующей пластинки одинакова, если природа изоляторовъ различна. Максвелль, благодаря глубокому изученію трудовъ Фарадея, понялъ всю важность діэлектриковъ и необходимость отвести имъ ихъ истинное мѣсто.

Затѣмъ, если вѣрно то, что свѣтъ есть электрическое явленіе, то, когда онъ распространяется чрезъ изоляторъ, необходимо, чтобы изоляторъ служилъ мѣстопребываніемъ этого явленія; поэтому должны существовать электрическія явленія, локализированныя въ діэлектрикахъ. Какова же природа этихъ явленій? Максвелль смѣло отвѣчаетъ: это токи.

Всѣ опыты того времени повидимому противорѣчили такому взгляду, такъ какъ токи наблюдали только въ проводникахъ. Какъ Максвелль могъ примирить свою смѣлую гипотезу со столь прочно установленнымъ фактомъ? Почему при извѣстныхъ обстоятельствахъ эти гипотетическіе токи производятъ дѣйствія явныя и совершенно незамѣтны при обыкновенныхъ условіяхъ? Это потому, что діэлектрики прохожденію тока представляютъ не большее сопротивленіе, чѣмъ проводники, но сопротивленіе иного рода. Сравненіе лучше уяснитъ мысль Максвелля.

Если мы пытаемся натянуть пружину, то встрѣчаемъ сопротивленіе, возрастающее по мѣрѣ натягиванія ея. Если при этомъ мы располагаемъ только ограниченной силой, то наступитъ моментъ, когда этого сопротивленія нельзя будетъ преодолѣть; движеніе прекратится и установится равновѣсіе; наконецъ, когда сила перестанетъ дѣйствовать, пружина возстановитъ свою форму, отдавая при этомъ всю работу, затраченную на ея натяженіе.

Предположимъ, напротивъ, что мы желаемъ перемѣстить тѣло, погруженное въ воду; здѣсь также мы встрѣтимъ сопротивленіе, зависящее отъ скорости, но оно при постоянной скорости не будетъ возрастать при движеніи тѣла; движеніе будетъ продолжаться до тѣхъ поръ, пока дѣйствуетъ движущая сила и равновѣсія не наступитъ; наконецъ, когда сила перестанетъ дѣйствовать, тѣло не будетъ стремиться вернуться въ начальное положеніе и работа, затраченная на перемѣщеніе, не можетъ быть отдана; она вся будетъ преобразована въ теплоту вслѣдствіе вязкости воды.

Контрастъ очевиденъ; необходимо различать *упругое* сопротивленіе отъ сопротивленія *вязкаго*. Діэлектрики относятся къ движенію электричества какъ упругія тѣла къ матеріальнымъ движеніямъ, въ то время какъ проводники ведутъ себя какъ вязкія жидкости. Отсюда двѣ категоріи токовъ: токи перемѣщенія или Максвеллевскіе, проходящіе чрезъ діэлектрики и токи обыкновенные, проводящіе (de conduction), циркулирующіе по проводникамъ.

Первые должны преодолѣвать родъ упругаго сопротивленія и могутъ быть только кратковременными, ибо при непрерывномъ возрастаніи сопротивленія равновѣсіе устанавливается быстро.

Токи проводимости, наоборотъ, должны преодолѣвать родъ вязкаго сопротивленія и могутъ продолжаться слѣдовательно до тѣхъ поръ, пока существуетъ электродвижущая сила, дающая имъ начало.

Приведемъ весьма удобное сравненіе, взятое Корню изъ гидравлики. Предположимъ, что въ резервуарѣ имѣется вода подъ давленіемъ; этотъ резервуаръ приведемъ въ сообщеніе съ вертикальной трубой; вода въ ней поднимется; движеніе въ ней прекратится, какъ только будетъ достигнуто гидростатическое равновѣсіе. Если труба широка, то не будетъ ни тренія, ни потери давленія и вода, поднятая такимъ образомъ, будетъ способна произвести работу. Это подобіе тока перемѣщенія.

Если же вода изъ резервуара вытекаетъ по горизонтальной трубѣ, то движеніе будетъ продолжаться, пока резервуаръ не опорожнится; если трубка узка, то произойдетъ значительная потеря работы и произведеніе теплоты треніемъ; здѣсь мы имѣемъ подобіе тока проводимости.

Хотя невозможно и нѣсколько праздно пытаться изобразить всѣ детали механизма явленія, можно сказать, что все происходитъ такъ, какъ будто токи перемѣщенія натягиваютъ множество маленькихъ пружинъ. Когда эти токи прекращаются, то устанавливается электростатическое равновѣсіе и эти пружины тѣмъ болѣе натянуты, чѣмъ электрическое поле сильнѣе. Работа, скопленная въ этихъ пружинахъ, т. е. электростатическая энергія, можетъ быть возстановлена, какъ только онѣ получатъ возможность стягиваться; такимъ образомъ мы получимъ механическую работу, когда предоставимъ проводники ихъ электростатическимъ притяженіямъ. Эти притяженія—результатъ давленія натянутыхъ пружинъ на проводники. Наконецъ, чтобы довести сравненіе до конца, слѣдуетъ уподобить разрывной разрядъ перелому нѣкоторыхъ сильно натянутыхъ пружинъ.

Наоборотъ, работа, затраченная на произведеніе токовъ проводимости, теряется, т. е. цѣликомъ превращается въ теплоту, какъ и та, которую затрачиваемъ на преодолѣніе тренія или вязкости жидкости. По этой причинѣ проводящія проволоки нагрѣваются.

По мнѣнію Максвелля есть только замкнутые токи. По взглядамъ прежнихъ электриковъ было не такъ: токъ, проходящій по проволокѣ, соединяющей оба полюса батареи, считали замкнутымъ; если же, вмѣсто того, чтобы соединять оба полюса прямо, ихъ соединить соотвѣтственно съ обкладками конденсатора, то мгновенный токъ, продолжающійся пока не зарядится конденсаторъ, считался незамкнутымъ; онъ шелъ, какъ думали, отъ одной обкладки къ другой чрезъ соединительную проволоку и батарею и останавливался на поверхности обкладокъ. Максвелль, наоборотъ, предполагаетъ, что токъ проходитъ въ видѣ тока перемѣщенія чрезъ изоляторъ, раздѣляющій обѣ обкладки, и что такимъ образомъ онъ замыкается вполнѣ. Упругое сопротивленіе, встрѣчаемое имъ при прохожденіи чрезъ изоляторъ, объясняетъ его кратковременность.

Токи могутъ проявлять себя троякимъ образомъ; тепловыми дѣйствіями, дѣйствіемъ на токи и магниты и производимыми ими индуктивными токами. Выше мы видѣли, почему токи проводимости развиваютъ теплоту и почему токи перемѣщенія ея не производятъ. За то, по гипотезѣ Максвелля, воображаемые имъ токи, какъ и обыкновенные токи, должны производить электромагнитныя, электродинамическія и индуктивныя дѣйствія.

Почему же эти дѣйствія еще не обнаружены?

Потому что токъ перемѣщенія, какъ бы слабъ онъ ни былъ, не можетъ долго идти въ одномъ и томъ же направленіи, такъ какъ натяженіе нашихъ воображаемыхъ пружинъ, непрерывно возрастающее, должно скоро его прекратить. Поэтому въ діэлектрикахъ не можетъ быть ни продолжительнаго постояннаго тока, ни замѣтнаго альтернативнаго тока съ длиннымъ періодомъ.

Дѣйствія, наоборотъ, сдѣлаются доступными наблюденію, если перемѣна направленія совершается весьма быстро.

Природа свѣта.

Въ этомъ, согласно Максвеллю, и заключается причина свѣта: свѣтовая волна—это родъ альтернативныхъ токовъ, происходящихъ въ діэлектрикахъ, въ воздухѣ и междупланетной пустотѣ, и мѣняющихъ направленіе квадрильоны разъ въ секунду. Громадная индукція, производимая этими частыми перемѣнами направленія, производитъ другіе токи въ сосѣднихъ частяхъ діэлектриковъ и такимъ образомъ свѣтовая волна распространяется все далѣе и далѣе. Вычисленіе показываетъ, что скорость распростраенния равна *отношенію единицъ*, т. е. скорости свѣта.

Эти альтернативные токи имѣютъ видъ электрическихъ колебаній; вопросъ въ томъ, продольны ли эти колебанія, какъ звуковыя, или поперечны, какъ въ Френелевскомъ эфирѣ? Въ случаѣ звука воздухъ испытываетъ попеременныя сгущенія и разрѣженія. Наоборотъ, эфиръ Френеля относится къ этимъ колебаніямъ такъ, какъ будто онъ состоитъ изъ несжимаемыхъ слоевъ, способныхъ только скользить другъ около друга. Если-бы существовали незамкнутые токи, то электричество, двигаясь отъ одного конца тока къ другому, собиралось-бы на одномъ изъ концовъ; оно сгущалось-бы и разрѣжалось, какъ воздухъ, колебанія были-бы продольными. Но Максвелль не допускаетъ незамкнутыхъ токовъ; поэтому такое скопленіе невозможно и электричество ведетъ себя, какъ несжимаемый эфиръ Френеля; его колебанія поперечны.

Опытное подтвержденіе.

Такимъ образомъ мы получаемъ всѣ результаты теоріи волнъ. Этого, однако, не было достаточно для того, чтобы физики, скорѣе соблазненные, чѣмъ убѣжденные, рѣшились принять идеи Максвелля; все, что можно было сказать въ ихъ пользу, это—что онѣ не противорѣчатъ ни одному наблюденному явленію и что было-бы жаль, если-бъ онѣ не оказались вѣрными. Не доставало опытнаго подтвержденія; оно заставило себя ждать 25 лѣтъ.

Нужно было найти разногласіе между прежней теоріей и теоріей Максвелля, разногласіе, которое бы не ускользнуло отъ нашихъ грубыхъ средствъ изслѣдованія. Такое разногласіе надъ которымъ можно было бы произвести experimentum crucis существуетъ относительно одного лишь пункта. Прежняя электродинамика требуетъ, чтобы электромагнитная индукція происходила мгновенно; по новому ученію она, напротивъ, должна распространяться со скоростью свѣта.

Поэтому нужно измѣрить или по крайней мѣрѣ констатировать скорость распространенія индуктивныхъ дѣйствій, что и сдѣлалъ знаменитый нѣмецкій физикъ Герцъ по методу интерференціи.

Этотъ методъ хорошо извѣстенъ по своимъ приложеніямъ къ оптическимъ явленіямъ. Два свѣтовыхъ луча, выходящихъ изъ одного источника, интерферируютъ, когда приходятъ въ одну и ту же точку, пройдя различные пути. Если разность путей равна длинѣ волны, т. е. пути, проходимому въ теченіе одного періода, или цѣлому числу волнъ, то однѣ колебанія отстаютъ отъ другихъ на цѣлое число періодовъ; тѣ и другія колебанія находятся въ одной фазѣ, имѣютъ одинаковое направленіе и складываются. Если, наоборотъ, разность путей двухъ лучей равна нечетному числу полуволнъ, то колебанія имѣютъ противоположныя направленія и вычитаются однѣ изъ другихъ. Не однѣ свѣтовыя волны способны интерферировать; всякое періодическое и альтернативное явленіе, распространяющееся съ конечной скоростью, способно къ аналогичнымъ эффектамъ. Это происходитъ со звукомъ, это должно произойти и съ электродинамической индукціей, если скорость ея распространенія конечна; если же она распространяется мгновенно, то интерференціи не будетъ.

Но этой интерференціи нельзя было-бы обнаружить, если-бъ длина волны была больше лабораторныхъ залъ, больше, чѣмъ пространство, пробѣгая которое, индукція не слишкомъ ослабѣваетъ. Поэтому нужны токи съ весьма короткимъ періодомъ.

(*Окончаніе слѣдуетъ*).

КЪ ВОПРОСУ О „ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА“
по учебникамъ физики.

Отсутствіе у насъ до сихъ поръ учебника физики для среднихъ учебныхъ заведеній, вполнѣ удовлетворяющаго требованіямъ какъ науки, такъ и дидактики, сдѣлалось уже общимъ мѣстомъ въ педагогической литературѣ, такъ что мало кого трогаютъ іереміады преподавателей о недостаткахъ, присущихъ тому или другому изъ учебниковъ. Всѣ свыклись какъ бы съ мыслью, что хорошихъ учебниковъ нѣтъ, да и едва ли будутъ.

Между прочими есть одинъ вопросъ въ физикѣ, которому выпала на долю незавидная участь; именно, статья о влажности воздуха, о которой трактуютъ послѣ статьи „о парахъ“ всѣ составители учебниковъ физики и трактуютъ, какъ намъ кажется, не совсѣмъ согласно какъ съ требованіями дидактики, такъ и съ практикой метеорологіи; такъ, по крайней мѣрѣ, стоитъ дѣло въ учебникахъ наиболѣе распространенныхъ.

Вмѣсто того, чтобы дать опредѣленія понятія „влажности“ такъ, чтобы учащемуся впослѣдствіи понятны были таблицы влажности, употребляющіяся у насъ на всѣхъ метеорологическихъ станціяхъ, въ учебникахъ вопросъ ставится такимъ образомъ, что съ одной стороны таблицы будутъ китайской грамотой, а съ другой, остается невыясненной, недоказанной самая возможность составленія таблицъ.

Такъ напр. въ наиболѣе научно изложенномъ учебникѣ г. Ковалевскаго на стр. 174 (2-ое изд.) говорится: „количество пара (p), заключающееся въ данномъ объемѣ воздуха при той или другой температурѣ t^0, называется *абсолютной влажностью*, въ отличіе отъ *относительной*, подъ которой разумѣется отношеніе количества пара, имѣющагося „въ данномъ объемѣ воздуха, къ количеству пара, необходимому для „полнаго насыщенія того-же объема при одинаковой температурѣ t^0“, и дальше (стр. 175) „обыкновенно, при опредѣленіи влажности, вмѣсто „отношенія между вышеупомянутыми количествами паровъ $p{:}p'$ при нѣ„которой температурѣ t^0, берутъ отношеніе соотвѣтствующихъ имъ упру„гостей f: F, потому что эти отношенія между собой равны“, послѣ чего въ выноскѣ доказывается это утвержденіе теоретически при посредствѣ понятія о коэффиціентѣ расширенія газовъ. Г. Краевичъ и того не дѣлаетъ, а голословно утверждаетъ, что опытъ доказалъ, что количество пара и упругость его при одинаковыхъ объемахъ пропорціальны *приблизительно*, хотя это на столько же приблизительно, на сколько приблизителенъ законъ Маріотта для паровъ: при томъ же количествѣ объемъ и упругость обратно пропорціональны, слѣдовательно, при томъ же объемѣ количество и упругость прямо пропорціональны, что должно быть выяснено классу еще при изложеніи закона Маріотта и слѣдствій изъ него.

Такимъ образомъ количество пара мы всегда можемъ измѣрять его упругостью, какъ массу тѣла измѣряемъ его вѣсомъ или углы въ геометріи—соотвѣтствующими дугами, а доказательство въ выноскѣ г. Ковалевскаго является совершенно излишнимъ.

Абсолютная влажность всегда и измѣряется на самомъ дѣлѣ упругостью пара, какъ это извѣстно всѣмъ, кто держалъ въ рукахъ таблицы влажности для опредѣленія ея хотя бы по психрометру Августа; иначе сказать, при метеорологическихъ наблюденіяхъ подъ абсолютной влажностью разумѣютъ не количество пара въ данномъ объемѣ при данной температурѣ (температура то тутъ при чемъ?), а заключающееся въ воздухѣ въ данный моментъ количество пара, *выраженное посредствомъ его упругости въ* mm. *барометрическаго столба.*

Обращаемъ вниманіе гг. преподавателей на курсивное дополненіе къ общепринятому опредѣленію, такъ какъ такое дополненіе выясняетъ возможность обозначенія числомъ не только относительной, но и абсолютной влажности, что и дѣлается при метеорологическихъ наблюденіяхъ, потому что абсолютная влажность воздуха есть факторъ погоды едва ли менѣе важный, чѣмъ относительная; кромѣ того это дополненіе дѣлаетъ понятными всѣ дальнѣйшія разсужденія гг. авторовъ о пользованіи таблицами влажности, безъ того представляющіяся ученикамъ парадоксальными и ни вѣсть на чемъ обоснованными.

При опредѣленіи понятія объ относительной влажности почему то учебники пропускаютъ, что это есть процентное отношеніе (г. Краевичъ, впрочемъ упоминаетъ, что „влажность умножаютъ на 100, чтобы не разсматривать дробей“,—основаніе даже для учениковъ 3-го класса гимназіи не убѣдительное). Объясненія, полагаемъ, этого пропуска слѣдуетъ искать въ томъ, что слово *относительная* вызываетъ представленіе объ отношеніи, которое прямо и вводится въ опредѣленіе, безъ упоминанія о томъ, какъ влажность выражается, съ той цѣлью, чтобы не запутать учениковъ и чтобы имъ легче было запомнить самое опредѣленіе; но, намъ кажется, что такая простота не желательна, потому что она затемняетъ суть дѣла, оставляетъ неяснымъ для учениковъ причины появленія въ дальнѣйшемъ изложеніи, для выраженія относительной влажности, большихъ чиселъ.

Въ своей практикѣ, для выясненія понятія объ относительной влажности и зависимости его отъ понятія о влажности абсолютной, мы опредѣляемъ относительную влажность, какъ процентное отношеніе абсолютной влажности въ данной моментъ къ абсолютной влажности воздуха, насыщеннаго парами при той же температурѣ. Изъ этого опредѣленія, правда, не такого упрощеннаго, какъ обыкновенно, уясняется связь и различіе той и другой влажности, такъ же какъ составъ и роль таблицъ при розысканіи влажности, при чемъ ученикъ не останавливается въ недоумѣніи предъ кажущимся противорѣчіемъ теоріи съ практикой. Нѣтъ никакихъ основаній опасаться, что выраженіе *процентное отношеніе* затруднитъ учениковъ VII или VI класса, и потому завѣдомо давать неполное или несоотвѣтствующее дѣйствительности практики опредѣленіе.

Если намъ удастся обратить вниманіе гг. преподавателей физики на этотъ вопросъ, все болѣе и болѣе пріобрѣтающій важность, ввиду успѣховъ метеорологіи въ послѣднее время и желательности распространенія здравыхъ метеорологическихъ понятій въ массѣ общества, то задача этой замѣтки выполнена.

Кн. *Б. Т.* (Спб.)

Эдмондъ Фреми.

21 января 1894 года скончался въ Парижѣ извѣстный химикъ Эдмондъ Фреми. Онъ родился 16 февраля 1814 года въ Версали и началъ заниматься химіей въ 1831 году въ лабораторіи Гэ-Люссака подъ руководствомъ Пелуза, мѣсто котораго въ Ecole Polytechnique онъ занялъ впослѣдствіи. По смерти же Гэ-Люссака въ 1850 году, Фреми былъ также назначенъ профессоромъ въ Muséum. Въ 1857 году онъ былъ избранъ въ Академію, на мѣсто Тенара, а когда, въ 1879 году, Шеврель отказался отъ управленія Muséum'омъ, на его мѣсто былъ избранъ Фреми.

Фреми самъ называлъ себя послѣднимъ представителемъ старой химіи, которой занимались до него Шееле, Вокелэнъ, Шеврель и Пелузъ. Онъ не любилъ теорій, считалъ ихъ опасными, суть химіи видѣлъ въ фактахъ, добытыхъ опытомъ, и всегда повторялъ, что химикъ учится не въ аудиторіи, а въ лабораторіи. Одинъ изъ старыхъ его учениковъ, а нынѣ академикъ Dehérain, говоритъ, что до сей поры помнитъ, какъ колко Фреми отослалъ его къ колбамъ и ретортамъ, — единственному учителю, который не ошибается, — когда онъ попросилъ разъяснить ему нѣкоторые пункты въ атомистической теоріи.

Фреми работалъ въ весьма различныхъ областяхъ химіи Первыя его работы относятся къ изученію кислотъ, образуемыхъ металлами при соединеніи ихъ съ кислородомъ: онъ изучилъ желѣзную, оловяную и метаоловяную кислоты, кристаллическія соединенія окисловъ цинка, свинца и марганца со щелочами. Онъ открылъ сульфо-азотныя кислоты и рядъ аммонійно-кобальтовыхъ основаній, онъ же, вмѣстѣ съ Эд. Бекерелемъ, установилъ истинную природу озона, получивъ его изъ кислорода дѣйствіемъ электрическаго разряда. Онъ изучилъ фтористыя соединенія; разлагая токомъ сплавленныя фтористыя соединенія, онъ получилъ газъ, вытѣсняющій іодъ изъ его соединеній и разлагающій воду съ выдѣленіемъ фтористаго водорода, и такимъ образомъ явился предшественникомъ Муассана, который одно время былъ ученикомъ Фреми. Вмѣстѣ съ Вернейлемъ онъ произвелъ рядъ изслѣдованій надъ условіями кристаллизаціи глинозема и получилъ искусственные кристаллы нѣкоторыхъ драгоцѣнныхъ камней. Онъ изучилъ имѣющій большое значеніе въ техникѣ процессъ разложенія жировъ сѣрной кислотой, открылъ пальмитиновую кислоту, играющую нынѣ весьма важную роль въ производствѣ свѣчей. Онъ выдѣлилъ изъ животныхъ и растительныхъ тканей цѣлый рядъ сложныхъ веществъ, которыя слишкомъ долго было бы перечислять.

Вмѣстѣ съ Пелузомъ Фреми составилъ „Traité de Chimie générale". Книга эта до 1865 года выдержала нѣсколько изданій. Онъ предпринялъ изданіе „Химической Энциклопедіи", которая, однако, осталась незаконченной. Въ изданіи этомъ приняли участіе Бертло, Дюкло, Шлезингъ, Бекерель, Дебрэ, Малларъ, Муассанъ и др.

Въ послѣднее время, съ 1890 года, силы начали покидать его, память ослабѣла, онъ не могъ уже посѣщать засѣданій Академіи. Умеръ онъ, не достигнувъ нѣсколькихъ дней до 80-лѣтняго возраста.

В. Г. (Одесса).

МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

Одинъ изъ способовъ рѣшенія неопр. уравненія вида: $x^2+y^2=z^2$.

Греческій математикъ Діофантъ Александрійскій, жившій, какъ полагаютъ, въ IV столѣтіи по Р. Х. написалъ объ алгебрѣ 13 книгъ, изъ которыхъ только 6 дошло до насъ.

Въ твореніи Діофанта болѣе всего примѣчательны рѣшенія особеннаго рода неопредѣленныхъ вопросовъ о числахъ квадратныхъ, кубичныхъ и проч. Въ этихъ задачахъ часто ищутъ только цѣлыя рѣшенія неопредѣленныхъ уравненій, допускающихъ безчисленное множество рѣшеній. Приведемъ примѣръ рѣшенія уравненія $x^2+y^2=z^2$ въ цѣлыхъ числахъ.

Во 1-хъ замѣтимъ, что x и y можно считать взаимно простыми; дѣйствительно, если бы x и y имѣли общаго дѣлителя напр. ϑ, то получили бы $x=\vartheta x'$ и $y=\vartheta y'$, слѣдов.

$$(\vartheta x')^2+(\vartheta y')^2=\vartheta^2(x'^2+y'^2)=z^2,$$

откуда видно, что z дѣлится на ϑ^2, и потому $z=\vartheta z'$, и первонач. уравненіе приметъ видъ: $x'^2+y'^2=z'^2$.

И такъ положимъ, что числа x, y, z въ уравненіи $x^2+y^2=z^2$; суть взаимно первыя. Сверхъ того замѣтимъ, что одно изъ чиселъ x или y будетъ обязательно четное, а другое нечетное; оба они четными быть не могутъ, ибо въ такомъ случаѣ x и y дѣлились бы одновременно на 2; нечетными x и y тоже одновременно быть не могутъ, потому что сумма квадратовъ двухъ нечетныхъ чиселъ: $(2k+1)^2+(2k'+1)^2=$ $=4(k^2+k'^2+k+k')+2$ не можетъ быть квадратнымъ числомъ, ибо дѣлится на 2, а не на 4.

Пусть будетъ x нечетное число, y четное; обозначимъ $\frac{z-x}{y}$ черезъ $\frac{p}{q}$, гдѣ $^p/_q$ дробь несократимая, получимъ: $x^2+y^2=(x+{}^p/_q y)^2$; или $x^2+y^2=$ $=x^2+\frac{2pxy}{q}+\frac{p^2y^2}{q^2}$, откуда $\frac{x}{y}=\frac{q^2-p^2}{2pq}$; такъ какъ p и q общаго множителя не имѣютъ, то дробь $\frac{q^2-p^2}{2pq}$ несократима; числа p и q не могутъ быть оба нечетныя, ибо тогда разность q^2-p^2 дѣлились бы на 4, и по сокращеніи дроби на 2, остался бы множитель 2 въ числителѣ, чего не должно быть по причинѣ x нечетнаго. И такъ числа p и q одно четное, другое нечетное, а потому числитель не дѣлится на 2, а вся дробь несократима; слѣдовательно: $x=q^2-p^2$; $y=2pq$; $z=x+{}^p/_q y=$ $=q^2-p^2+2p^2=p^2+q^2$.

Вотъ общія рѣшенія даннаго урав. въ цѣлыхъ числахъ:

$$x=q^2-p^2,$$
$$y=2pq,$$
$$z=p^2+q^2.$$

Полагая послѣдовательно:

$p \approx 1$, $q=2$ получимъ: $x=3$, $y=4$, $z=5$
$p \approx 1$, $q=4$ „ : $x=15$, $y=8$, $z=17$
$p \approx 2$, $q=3$ „ : $x=5$, $y=12$, $z=13$
$p \approx 3$, $q=4$ „ : $x=7$, $y=24$, $z=25$
и т. д. и т. д.

В. Шидловскій (Полоцкъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Общее число кометъ въ солнечной системѣ. Принимая, что ежегодно 5 кометъ пересѣкаютъ шаръ, центръ котораго солнце, а радіусъ равенъ радіусу земной орбиты, Kleyber вычислилъ, что въ солнечную систему, представляя ее какъ шаръ съ радіусомъ равнымъ радіусу орбиты Нептуна, ежегодно появляется 240 кометъ, а общее число кометъ во всякое время находящихся въ солнечной системѣ, среднимъ числомъ около 6000. (Astr. Nachr.). *И. Б—о* (Цюрихъ).

Большой метеоръ.—O'Reilly 31 января изъ Training College (Weterford) наблюдалъ необыкновенный метеоръ. Вечеромъ въ 7 ч. 45 м. метеоръ явился подъ полярной звѣздой, тихо упадалъ по направленію къ востоку и медленно исчезъ подъ созвѣздіемъ Кассіопеи. Раскаленная до бѣла масса казалось величиной съ апельсинъ и блестѣла голубовато-бѣлымъ свѣтомъ. *И. Б—о* (Цюрихъ).

Параллаксъ солнца. D-r T. See недавно прочелъ докладъ въ Chicago Akademy of Science „О различныхъ методахъ опредѣленія солнечнаго параллакса и, въ особенности, о методѣ, основывающемся на постоянной аббераціи (the Constante of Abberation)". Разсмотрѣвъ различные методы опредѣленія разстоянія солнца и резюмировавъ изслѣдованія Gill'a, который выводитъ величину солнечнаго параллакса на основаніи наблюденій надъ планетами Марсъ, Викторія и Сафо и на основаніи изслѣдованій о постоянной аббераціи Nyren'a, Küstner'a Peters'a и др.— онъ пришелъ къ заключенію, что величина солнечнаго параллакса находится между 8″,78 и 8″,81. Эти данныя близко подходятъ къ результатамъ, полученнымъ Barberich'омъ, который, на основаніи величины постоянной аббераціи [=20,500″] и на основаніи опытныхъ изслѣдованій Michelson'a о скорости свѣта, нашелъ величину параллакса солнца равной 8″,794. (Astronomy and Astro-Physics).

И. Б—о (Цюрихъ).

Плотность снѣга и льда. I. Vallot и Ioseph Ioubert 16 сентября 1893 г. опредѣлили плотность различныхъ льдинъ на глетчерѣ Taconnaz'ѣ (Монбланъ) на высотѣ 3020 м. Полученное число 0,842. Изслѣдователи замѣтили, что зерна льда на этой высотѣ были значительно крупнѣе, чѣмъ напр. у подножія глетчера Basson'a; этимъ и объясняется незначительная плотность. Оба наблюдателя производили также въ вышепоименованномъ глетчерѣ многочисленныя измѣренія плотности снѣга и пришли къ слѣдующимъ результатамъ:

Глубина пробы	0,30 m.	0.50
Давность снѣга	6—8 мѣсяцевъ	7—9—
Плотность	0,484	0,477.

Въ это же время была опредѣлена плотность снѣга около обсерваторіи Tour St-Jaques и найдена равной 0,133.

И. Б—о (Цюрихъ).

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

2 февраля скончался въ Люттихѣ отъ остраго воспаленія легкихъ извѣстный математикъ Eug. Ch. Catalan, родившійся въ 1814 году.

Гигантская пушка, построенная Круппомъ, фигурировала на выставкѣ въ Чикаго. Пушка эта вѣситъ 31000 килограммовъ и можетъ бросить ядро въ 215 килогр. подъ угломъ въ $44^0,5$ къ горизонту на разстояніе въ 20 километровъ. Если бы эту пушку помѣстить въ долинѣ Шамуни, то она перебросила бы ядро черезъ Монъ-Бланъ и оно не только не задѣло бы горы, но прошло бы на 1680 метровъ выше ея вершины.

ДОСТАВЛЕННЫЯ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ И БРОШЮРЫ.

Элементы геометріи. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Съ прибавленіемъ коническихъ сѣченій, способовъ рѣшенія задачъ на построеніе и понятія о воображаемой геометріи. Составилъ *Д. Гика*, директоръ Скопинскаго реальнаго училища. Изд. книжн. магазина М. Д. Наумова. Москва. 1894. Цѣна 1 р. 20 к.

Жизнь и ученые труды Н. И. Лобачевскаго. *И. Пламеневскій.* Рѣчь, читанная на торжественномъ собраніи въ Тифлисской 3-ей гимназіи, устроенномъ 28 ноября 1893 года въ память великаго русскаго геометра. Тифлисъ. 1894.

Николай Ивановичъ Лобачевскій. Рѣчь, произнесенная въ торжественномъ собраніи Императорскаго Казанскаго университета 22 октября 1893 г. профессоромъ *А. Васильевымъ.* Казань. 1894.

Броннеръ и Лобачевскій. Два эпизода изъ жизни первыхъ профессоровъ Казанскаго университета. *А. Васильева.* Казань. 1893.

ЗАДАЧИ.

(Третья серія).

№ 26. Двое часовъ A и B бьютъ одновременно и пробили 19 разъ. Опредѣлить часъ, который они показывали, зная, что часы A отстаютъ отъ B на 2 секунды, и промежутокъ между двумя ударами часовъ A равенъ 3 секундамъ, а часовъ B—4 секундамъ. Одинаковыхъ ударовъ совпалъ лишь одинъ.

В. Рюминъ (Николаевъ).

№ 27. Построить треугольникъ по углу, перпендикуляру, опущенному изъ вершины этого угла на противоположную сторону, и перпендикуляру, опущенному изъ вершины другого угла на противоположную ему сторону.

М. Добровольскій (Воронежъ).

№ 28. Безъ помощи тригонометріи найти углы равнобочной трапеціи, зная, что радіусъ круга, описаннаго около нея, равенъ ея діагонали.

И. Ок—чъ (Варшава).

№ 29. Найти minimum полной поверхности и объема тѣла вращенія, описаннаго около шара радіуса R и состоящаго изъ двухъ равныхъ усѣченныхъ конусовъ, сложенныхъ вмѣстѣ большими основаніями.

С. Гирманъ (Варшава).

№ 30. Показать, что выраженіе

$$5^{2n+1}+2^{n+4}+2^{n+1}$$

дѣлится на 23 безъ остатка.

(Заимств.) *В. Г.* (Одесса).

№ 31. Даны n силъ, равныхъ по величинѣ числамъ натуральнаго ряда отъ 1 до n. Требуется разбить эти силы на такія двѣ группы, чтобы, заставляя каждую изъ этихъ группъ дѣйствовать по одной изъ сторонъ прямого угла на точку, помѣщенную въ его вершинѣ, получить равнодѣйствующую minimum.

Е. Буницкій (Одесса).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 388 (2 сер.). Пирамида имѣетъ при вершинѣ прямой трехгранный уголъ. Найти зависимость между площадью ея основанія и площадями остальныхъ граней.

Если P есть площадь основанія, а площади остальныхъ граней суть p, p_1, p_2, то

$$P^2=p^2+p_1^2+p_2^2.$$

(См. „Вѣстникъ“ № 182, стр. 38—39).

П. Ивановъ (Одесса); *П. Хлѣбниковъ* (Тула); *В. Буханцевъ* (Борисоглѣбскъ); *А. П.* (Пенза); *К. Щиголевъ* (Курскъ).

№ 396 (2 сер.). На основаніи тождества

$$\operatorname{ctg} a - 2\operatorname{ctg} 2a = \operatorname{tg} a$$

опредѣлить, чему равняется сумма n членовъ

$$\operatorname{tg} a + {}^1/_2 \operatorname{tg} {}^a/_2 + {}^1/_4 \operatorname{tg} {}^a/_4 + \ldots\ldots + {}^1/2^{n-1} \operatorname{tg} {}^a/2^{n-1},$$

и чему равняется предѣлъ этой суммы при увеличеніи n до безконечности.

На основаніи даннаго тожества можемъ написать:

$$\begin{aligned} {}^1/_2 \operatorname{tg} {}^a/_2 &= {}^1/_2 \operatorname{ctg} {}^a/_2 - \operatorname{ctg} a \\ {}^1/_{2^2} \operatorname{tg} {}^a/_4 &= {}^1/_4 \operatorname{ctg} {}^a/_4 - {}^1/_2 \operatorname{ctg} {}^a/_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ {}^1/2^{n-1} \operatorname{tg} {}^a/2^{n-1} &= {}^1/2^{n-1} \operatorname{ctg} {}^a/2^{n-1} - {}^1/2^{n-2} \operatorname{ctg} {}^a/2^{n-2} \end{aligned}$$

складывая эти равенства и присоединяя сюда данное тожество, получимъ

$$S = {}^1/2^{n-1} \operatorname{ctg} {}^a/2^{n-1} - 2\operatorname{ctg} 2a.$$

Чтобы опредѣлить предѣлъ этой суммы, напишемъ ее такъ:

$$S = \frac{1}{a} \operatorname{cs} {}^a/2^{n-1} \frac{{}^a/2^{n-1}}{\operatorname{sn} {}^a/2^{n-1}} - 2\operatorname{ctg} 2a,$$

что при $n=\infty$ даетъ

$$\lim S = {}^1/_a - 2\operatorname{ctg} 2a.$$

Я. Тепляковъ (Радомысль); *В. Буханцевъ* (Борисоглѣбскъ); *А. П.* (Пенза).

NB. Кромѣ того были получены еще 4 рѣшенія, въ которыхъ ошибочно опредѣленъ предѣлъ суммы.

№ 401 (2 сер.). Пользуясь свойствомъ площадей, найти отношеніе діагоналей вписаннаго въ кругъ четыреугольника.

Пусть $ABCD$—вписанный въ кругъ четыреугольникъ, AC и BD—его діагонали.

Такъ какъ $\angle ACB = \angle ADB$ и $\angle ACD = \angle ABD$, то

$$\frac{\Delta ABC}{\Delta ABD} = \frac{AC.BC}{AD.BD} \text{ и } \frac{\Delta ACD}{\Delta ABD} = \frac{AC.CD}{AB.BD}.$$

Складывая эти два равенства, получаемъ

$$\frac{\text{пл. } ABCD}{\Delta ABD} = \frac{AC}{BD}\left(\frac{BC}{AD} + \frac{CD}{AB}\right) \ldots\ldots\ldots (1)$$

Точно такъ же изъ $\triangle\triangle ABC$ и BCD, ACD и BCD найдемъ

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle BCD}=\frac{AB.AC}{BD.CD};\frac{\triangle ACD}{\triangle BCD}=\frac{AC.AD}{BC.BD};\frac{\text{пл.}ABCD}{\triangle BCD}=\frac{AC}{BD}\left(\frac{AB}{CD}+\frac{AD}{BC}\right).....(2)$$

Равенства (1) и (2) пишемъ такъ:

$$\frac{\triangle ABD}{\text{пл.}ABCD}=\frac{1}{\frac{AC}{BD}\left(\frac{BC.AB+AD.CD}{AD.AB}\right)}\text{ и }\frac{\triangle BCD}{\text{пл.}ABCD}=\frac{1}{\frac{AC}{BD}\left(\frac{AB.BC+AD.CD}{CD.BC}\right)}.$$

Складывая эти два равенства и замѣчая, что сумма первыхъ ихъ частей равна единицѣ, получимъ:

$$\frac{BD.AD.AB}{AC(AB.BC+CD.AD)}+\frac{BD.BC.CD}{AC(AB.BC+CD.AD)}=1,$$

откуда

$$\frac{BD}{AC}=\frac{AB.BC+CD.AD}{AD.AB+BC.CD}.$$

П. Ивановъ (Одесса); *В. Шишаловъ* (с. Середа); *К. Щиголевъ* (Курскъ).

№ 427 (2 сер.). Рѣшить систему

$$(x+y)(x-y)^2=(y+z)(y-z)^2=(z+x)(z-x)^2.$$

Вычитая изъ перваго уравненія второе и изъ перваго третье, представимъ данную систему въ такомъ видѣ:

$$(x-z)\{x^2+xz+z^2-y(x+y+z)\}=0$$
$$(y-z)\{y^2+yz+z^2-x(x+y+z)\}=0.$$

Такимъ образомъ данная система разбивается на такія уравненія:

$$x-z=0,\text{ откуда } x=z\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (1)$$
$$x^2+xz+z^2-y(x+y+z)=0\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (2)$$
$$y-z=0,\text{ откуда } y=z\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (3)$$
$$y^2+yz+z^2-x(x+y+z)=0\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (4).$$

Если положимъ $x+y+z=S$, то изъ ур. (2) и (4) можемъ написать

$$xz=S^2-3Sy+y^2$$
$$yz=S^2-3Sx+x^2$$
$$\text{и по аналогіи } xy=S^2-3Sz+z^2.$$

Подставляя эти выраженія вмѣсто xy, xz и yz въ уравненіе (2), получимъ

$$x^2+S^2-3Sy+y^2+z^2-y^2-2S^2+3S(S-y)-x^2-z^2=0$$

откуда

$$6Sy=2S^2\text{ ,т. е. } y=S/_3$$

Подобнымъ образомъ найдемъ, что

$$x=S/_3,\ z=S/_3.$$

Итакъ $x=y=z$.

Я. Тепляковъ (Радомысль); *П. Ивановъ* (Одесса).

№ 458 (2 сер). Количество топлива, истребляемаго пароходомъ, пропорціонально кубу его скорости. Онъ потребляетъ въ часъ 1,5 тонны угля, стоящаго по 9 руб. за тонну, при скорости 15 англ. миль въ часъ; другіе расходы составляютъ 8 р. въ часъ. Найти наименьшій расходъ, какой можно сдѣлать при переходѣ въ 2000 англ. миль.

Такъ какъ количество топлива пропорціонально кубу скорости, то

$$1{,}5 = \alpha.15^3,$$

откуда коэффиціентъ пропорціональности $\alpha = {}^1/_{2250}$. Обозначимъ черезъ v ту скорость, при которой расходъ будетъ minimum. Тогда стоимость топлива въ часъ будетъ

$$\frac{9v^3}{2250} = \frac{v^3}{250},$$

а такъ какъ для перехода требуется $\frac{2000}{v}$ час., то весь переходъ обойдется въ

$$\left(8 + \frac{v^3}{250}\right)\frac{2000}{v} = 8\left(\frac{2000+v^3}{v}\right) \text{ руб.}$$

Такимъ образомъ вопросъ приводится къ опредѣленію min. дроби

$$\frac{2000+v^3}{v} = v^{-1}(2000+v^3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Умноживъ это выраженіе на —1 и возведя въ кубъ, получимъ

$$(-v^{-1})^3(2000+v^3)^3 = (-v^3)^{-1}(2000+v^3)^3 \quad . \quad . \quad (2)$$

Minimum этого выраженія будетъ при тѣхъ же значеніяхъ v, что и выраженія (1). Изъ выраженія (2) по извѣстной теоремѣ имѣемъ

$$\frac{-v^3}{-1} = \frac{2000+v^3}{3}, \text{ откуда } v=10,$$

а наименьшій расходъ=2400 руб.

Minimum выраженія (1) можетъ быть отысканъ по принципу Фермата еще такъ:

Пусть v_1 и v_2 будутъ два безконечно близкія къ v значенія скорости, при которыхъ

$$\frac{2000+v_1^3}{v_1} = \frac{2000+v_2^3}{v_2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

причемъ $v_1 < v < v_2$. Изъ равенства (3) находимъ

$$v_1 v_2(v_1^2 - v_2^2) - 2000(v_1 - v_2) = 0$$

$$v_1 v_2(v_1 + v_2) = 2000 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Въ предѣлѣ $v_1 = v_2 = v$ и выраженіе (4) обращается въ

$$2v_3 = 2000, \quad v = 10.$$

А. Варенцовъ (Ростовъ н. Д.).

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 5-го Марта 1894 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ НѢМЕЦКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Математика.

Faber. Lehrer. Darstellende Geometrie mit Einschluss der Perspektive. Nach des Verf. Tode herausgegeben von Archit. O. Schmidt. Dresden. 8,00.

Zwicky. Gymn.-Lehrer. Grundriss der Stereometrie nebst Uebungsaufgaben. Bern. 1,20.

Schulze, Dr. Leitfaden und Aufgabensammlung für den arithmetischen Unterricht an Realschulen. Dresden. 2,00.

Molenbroeck, Doc., Dr. Anwendung der Quaternionen auf die Geometrie. Leiden. 7,00.

Dirichlet. Vorlesungen über Zahlentheorie. Herausg. und mit Zusätzen versehen von Prof. Dedekind. 4 Aufl. Braunschweig. 14,00.

Физика, метеорологія, физ. географія, астрономія.

Michalitschke, Assist. Ein Monochord mit spiralförmigem Stege zur Darstellung der pythagoräischen, physikalischen und der gleichschwebend temperierten Toninter-valle. Dresden. 2,00.

Giberne. Sonne, Mond und Sterne. Nach der 20. Aufl. deutsch von Kirchner. Berlin. 4,00.

Lingg, Ing.-Hauptm. Konstruktion des Meridianquadranten auf dessen Sehne. Nach den Besselschen Erddimensionen etc. entworfen, berechnet und in der Verjüngung von 1:10 Mill. gez. München. In Mappe 10,00.

Klodt. Die Sternbilder des nördl. Himmels. Ausgeführt zur Vergrösserung mit dem Proj.-App. laterna magica. 34 Glasbilder. Frankfut a. M. 6,00.

Sumpf's, Dr., Anfangsgründe der Physik. 6. Aufl. Bearb. von Sem.-Lehrer Dr. Papst. Hildesheim. 1,50.

Epstein, Dr. Ueberblik über die Elektrotechnik. 6 populäre Experimentalvorträge. 2. Aufl. Frankfurt a. M. 2,00.

Netoliczka, weil. Oberrealsch.-Prof., Dr. Experimentierkunde. 2. Aufl. von Prof. Krauss. Wien. 2,40.

Weiler, Prof. Der prakt. Elektriker. Popul. Anleitung zur Selbstanfertigung elektr. Apparate etc. 2. Aufl. Lpz. 8,00.

Химія.

Bischoff, Prof., Dr. Handbuch der Stereochemie. 1. Bd. Frankfurt. 14,00.

Gerber, *P*. Qualitative chemische Analyse in tabellarischer Uebersicht. Bern. 1,00.

Kühling, Privatdoc., Dr. Handbuch der stickstoffhaltigen Ortokondensations-Produkte. Berlin. 14,00.

Arzruni. Physikalische Chemie der Krystalle. Braunschweig. 7,50.

Berthelot. Praktische Anleitung zur Ausführung thermochemischer Messungen. Uebers. von Prof. Siebert. Lpz. 2,00.

Haenle, Dir., Dr. Einführung in die organische Chemie. Berlin. 2,00.

Wislicenus, Die Chemie und das Problem von der Materie. Lpz. 1,20.

Witt, Prof., Dr. Die deutsche chemische Industrie in ihren Beziehungen zum Patentwesen. Mit bes. Berücksichtigung der Erfindungen aus dem Gebiete der organ. Chemie. Berlin. 5,00.

Schultze, Dr. Methodisch-systematisches Lehrbuch für den chemisch-mineralogischen Unterricht auf Realschulen etc. Hannover. 1,20.

Beilstein, Prof., Dr. Handbuch der organischen Chemie. 3. Aufl. Hamburg. 45,00.

Landolt, Prof., Dir. u. Prof., Dr. *Börnstein*. Physikalisch-chemische Tabellen. 2. Aufl. Berlin. 24,00.

ОТВѢТЫ РЕДАКЦІИ.

П. Бѣлову (с. Знаменка) —**Рѣшеніе вѣрно. Письмо было получено.**

ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

JOURNAL
de mathématiques élémentaires.
1894.—№ 1.

Sur les centres de rotation. Par M. *A. Poulain.* Центромъ вращенія двухъ равныхъ фигуръ въ одной плоскости, какъ извѣстно, наз. точка, вращеніемъ около которой одна фигура приводится въ совпаденіе съ другой. Авторъ замѣтки указываетъ, что для доказательства существованія такой точки O необходимо сначала доказать, что тр-ки AOB и A'OB', получающіеся отъ соединенія концовъ двухъ соотвѣтственныхъ линій AB и A'B' данныхъ фигуръ съ точкой O, должны быть *одинаково* расположены, что обыкновенно упускается изъ виду. Въ замѣткѣ положеніе это доказано способомъ отъ противнаго.

Le calcul de la bissectrice. Par M. *E. Lauvernay.* Для вычисленія биссектриссы AD тр-ка ABC авторъ доказываетъ теорему, по которой $AD^2 = AE.AF$, гдѣ $AE = AC + CD$, $AF = AB - BD$. Доказательство основано на подобіи тр-въ ADE и AFD.

Sur certaines généralisations de l'équation de Pell. Задача *Pell'a* состоитъ въ рѣшеніи въ цѣлыхъ числахъ ур-нія.

$$2x^2 = y^2 + z^2.$$

Авторъ статьи (G. L.) разсматриваетъ это ур-ніе какъ частный случай ур-нія

$$nx^2 = y_1^2 + y_2^2 + \ldots\ldots + y_n^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

и доказываетъ, что ур-ніе это имѣетъ безчисленное множество цѣлыхъ рѣшеній при всякомъ n. Дѣйствительно, тождество

$$(x-y_1)^2 + (x-y_2)^2 + \ldots + (x-y_n)^2 = nx^2 + y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_n^2 - 2x(y_1 + y_2 + \ldots + y_n)$$

на основаніи ур. (1) преобразуется въ ур-ніе

$$(x-y_1)^2 + (x-y_2)^2 + \ldots + (x-y_n)^2 = 2x(nx - y_1 - y_2 \ldots - y_n),$$

или

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \ldots\ldots + \alpha_n^2 = 2x(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n) \quad \ldots \quad (2)$$

гдѣ

$$\alpha_1 = x - y_1,\ \alpha_2 = x - y_2,\ \ldots,\ \alpha_n = x - y_n \quad \ldots\ldots \quad (3).$$

Такимъ образомъ, рѣшеніе ур. (1) приводится къ рѣшенію въ цѣлыхъ числахъ ур. (2) относительно $x, \alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$. Замѣтивъ, что сумма $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n$ не можетъ быть равно ни нулю, ни единицѣ, авторъ полагаетъ

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = 2; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

подставивъ въ ур. (2) числа $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, удовлетворяющія этому ур-нію, выразимъ чрезъ нихъ x; ур-нія (3) опредѣлятъ затѣмъ $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Такъ-какъ ур. (4) удовлетворяется безчисленнымъ множествомъ системъ цѣлыхъ четныхъ чиселъ, то ур. (1) имѣетъ безчисленное множество рѣшеній.

Ур-ніе Pell'a представляетъ также частный случай ур-нія

$$nx^2 = y^2 + (n-1)z^2,$$

которое рѣшается также, какъ ур. (1). Наиболѣе общее ур-ніе того-же типа есть

$$Mx^2 = Ay^2 + Bz^2 + \ldots + Kt^2,$$

гдѣ $M = A + B + \ldots + K$. Рѣшеніе этого ур. основывается на тождествѣ

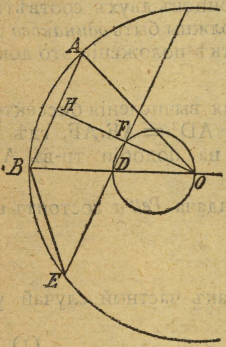
$$\lambda_1(x-y_1)^2 + \lambda_2(x-y_2)^2 + \ldots + \lambda_n(x-y_n)^2 = x^2\Sigma\lambda_i - 2x\Sigma\lambda_i y_i + \Sigma\lambda_i y_i^2,$$

которое, при условіи $x^2\Sigma\lambda_i = \Sigma\lambda_i y_i^2$, преобразуется въ ур-ніе

$$\Sigma\lambda_i\alpha_i^2 = 2x\Sigma\lambda_i\alpha_i, \text{ гдѣ } x-y_1=\alpha_1,\ x-y_2=\alpha_2, \ldots, x-y_n=\alpha_n.$$

Положимъ $\Sigma\lambda_1\alpha_1 = 2$ и возьмемъ для $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n-2}$ произвольныя четныя числа; найдя затѣмъ для α_{n-1} такое число, чтобы $\lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\alpha_2 + \ldots + \lambda_{n-1}\alpha_{n-1} - 2$ дѣлилось на λ_n, получимъ α_n; изъ ур-нія $\Sigma\lambda_i\alpha_i^2 = 2x\Sigma\lambda_i\alpha_i$ тогда найдется x, и задача будетъ рѣшена.

Sur l'inscription approchée de l'ennéagone régulier et sur la trisection de l'angle. Сообщается слѣдующее приблизительное построеніе стороны правильнаго вписаннаго 9-ти угольника, заимствованное изъ *Educational Times*. При центрѣ окружности O строимъ $\angle AOB = 45^0$ и опускаемъ перпендикуляръ OH на линію AB (фиг. 34). Раздѣливъ въ D радіусъ BO пополамъ, опишемъ на DO, какъ на діаметрѣ, окружность и обозначимъ чрезъ F пересеченіе ея съ OH; соединивъ D съ F и продолживъ DF до пересѣченія съ окружностью O въ точкѣ E, получимъ хорду BE, которая приблизительно равна сторонѣ правильнаго вписаннаго 9-ти угольника. Положивъ $^1/_2 \angle BOE = \vartheta$, найдемъ



Фиг. 34.

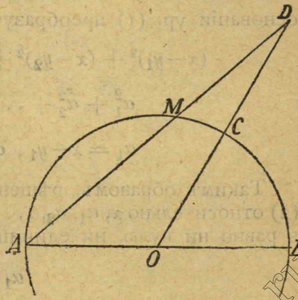
$$\operatorname{tg}\vartheta = \frac{\sqrt{15-8\sqrt{2}} - 2(\sqrt{2}-1)}{3} = 0{,}36384\ldots,$$

т. е. ϑ меньше 20^0 менѣе чѣмъ на $30''$.

Далѣе сообщается приблизительное рѣшеніе задачи о трисекціи угла, основанное *Catalan'омъ* на приблизительномъ равенствѣ $\operatorname{cs} {}^1/_3\, x = \frac{4+5\operatorname{cs}x}{5+4\operatorname{cs}x}$. Данная дуга BC (фиг. 35) продолжается до полуокружности BCA; на продолженіи радіуса OC откладывается CD = OC и точка D соединяется съ A; прямая AD отрѣжетъ дугу CM, которая приблизительно = $^1/_3$ дуги BC.

Наконецъ сообщается еще слѣдующее приблизительное рѣшеніе той-же задачи, заимствованное изъ *La Universidad*. Чрезъ точку M на сторонѣ OQ даннаго угла POQ проводится параллель сторонѣ OP, пересѣкающая биссектриссу даннаго угла въ M'; соединивъ вершину O съ срединой R отрѣзка MM', получимъ $\angle ROQ$, приблизительно равный $^1/_3$ угла POQ.

Точности этихъ построеній не указаны.



Фиг. 35.

Construire une ellipse connaissant l'un des deux diamètres conjugués égaux et un point. Par. M. *C. Margerie.* Построеніе эллипса по одному изъ равныхъ сопряженныхъ діаметровъ его и одной изъ его точекъ приводится здѣсь къ рѣшенію слѣдующей простой задачи: чрезъ точку C, заданную въ углѣ POQ, провести прямую, пересѣкающую стороны угловъ D и E такъ, чтобы $OC^2 = CD.CE$.

Exercices divers. Par. M. *Boutin.* (№№ 302—304). Авторъ рѣшаетъ слѣдующія задачи:

Обложка
ищется

Обложка
ищется