Обложка
ищется

Обложка
ищется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 101.

IX Сем. **1 Октября 1890 г.** **№ 5.**

ИЗЪ МЕТОДОЛОГІИ АЛГЕБРЫ.

Выдѣленіе нѣкоторыхъ законовъ алгебры и образованіе понятія о новомъ числѣ.

I. Извѣстно, что алгебра находитъ въ ариѳметикѣ и свои основные законы, и свой первый числовой матеріалъ. Поэтому предложимъ сперва бѣглый очеркъ операцій надъ числами натуральнаго ряда и подчеркнемъ основные законы этихъ операцій.

Простѣйшее и вмѣстѣ съ тѣмъ самое основное дѣйствіе есть *сложеніе*. Оно всегда *однозначно* и *возможно*, т. е. результатъ его—сумма—всегда опредѣленный и представляетъ одно изъ чиселъ натуральнаго ряда.

Члены суммы бываютъ вообще неравные; но если предположимъ ихъ равными, то получимъ понятіе о ближайшей къ сложенію операціи, именно объ *умноженіи*, которое есть не что иное, какъ повтореніе сложенія. Эта операція также однозначна и всегда возможна.

Такъ какъ произведеніе, подобно суммѣ, можетъ состоять изъ произвольныхъ чиселъ, то можно предположить спеціальный случай, когда факторы произведенія равны между собою, и разсматривать значеніе произведенія въ этомъ случаѣ, какъ результатъ новой операціи—*возвышенія*. Это дѣйствіе также однозначно и возможно.

Принявъ во вниманіе, что повторенное сложеніе привело насъ къ умноженію, а повторенное умноженіе къ возвышенію, можно ожидать, что повторенное возвышеніе, въ свою очередь, создастъ намъ новое дѣйствіе. Это на самомъ дѣлѣ имѣетъ мѣсто, но операція, получаемая такимъ образомъ, не разработана въ теоретическомъ отношеніи, да и не важна для практики. Поэтому на возвышеніи можемъ считать законченнымъ рядъ первоначальныхъ, *прямыхъ* или *тетическихъ* операцій. Изъ нихъ можно получить рядъ новыхъ операцій, называемыхъ *обратными* или *литическими*.

Подъ обратной операціей разумѣемъ такую, въ которой по искомому прямой операціи и одному изъ данныхъ ея требуется найти другое данное. По смыслу этого опредѣленія каждую прямую операцію можно обратить двоякимъ образомъ, смотря по тому, принимаемъ ли за искомое первый или второй изъ двухъ дѣйствующихъ или данныхъ ея символовъ, такъ что можно получить, повидимому, 6 обратныхъ операцій. Но такъ какъ сумма подчиняется перемѣстительному закону, то характеръ задачи, обратной сложенію, будетъ одинъ и тотъ же, какой бы изъ членовъ суммы не опредѣляли. То же самое справедливо относительно умноженія, ибо произведеніе также подчиняется перемѣстительному закону. Поэтому сложеніе и умноженіе допускаютъ только по одной обратной операціи. Напротивъ, возвышеніе служитъ источникомъ двухъ обратныхъ дѣйствій (извлеченія и логариѳмированія), и причина этого явленія заключается въ томъ, что степень не подлежитъ перемѣстительному закону, за единственнымъ исключеніемъ: $2^4=4^2$. Такимъ образомъ, имѣемъ не 6, а только 4 обратныя операціи.

Каждое прямое дѣйствіе съ соотвѣтствующимъ ему обращеніемъ составляетъ одну *ступень:* сложеніе и вычитаніе даютъ первую ступень, умноженіе и дѣленіе—вторую; возвышеніе, извлеченіе и логариѳмированіе—3-ю ступень. Въ дальнѣйшемъ изложеніи будемъ имѣть въ виду только первыя двѣ ступени, разсматриваемыя, обыкновенно, въ элементарной ариѳметикѣ.

II. Одна изъ главнѣйшихъ задачъ теоріи должна заключаться въ *выдѣленіи* основныхъ законовъ. Разсматривая съ этой стороны операціи надъ числами натуральнаго ряда, замѣчаемъ, что все разнообразіе свойствъ, присущихъ этимъ операціямъ, вытекаетъ изъ нѣсколькихъ главныхъ предложеній, заслуживающихъ поэтому названія *основныхъ законовъ*. Такъ, всѣ свойства сложенія являются слѣдствіемъ его *однозначности*, *перемѣстительнаго* и *ассоціативнаго* законовъ, такъ что эти законы вполнѣ характеризуютъ сложеніе и съ формальной точки зрѣнія могутъ служить его *опредѣленіемъ*. Всѣ свойства умноженія вытекаютъ изъ его *однозначности*, *перемѣстительнаго*, *ассоціативнаго* и *распредѣлительнаго* законовъ. Наконецъ, въ основѣ ученія о степенени лежитъ *законъ показателей* или, такъ называемый, *повторительный* законъ. Эти законы выражаются равенствами:

$$a+c=b+d \quad \text{и} \quad ac=bd, \quad \text{если} \quad a=b, \quad c=d;$$

$$a+b=b+a, \qquad ab=ba;$$

$$a+(b+c)=(a+b)+c, \qquad a(bc)=(ab)c;$$

$$(a+b)c=ac+bc;$$

$$a^b.a^c=a^{b+c}.$$

Присоединивъ къ этимъ законамъ опредѣленія обратныхъ операцій, можемъ установить теорію послѣднихъ. Возьмемъ для примѣра *вычитаніе*. Давъ опредѣленіе этого дѣйствія, прежде всего отмѣчаемъ однозначность его, т. е. поясняемъ, что *разность двухъ чиселъ имѣетъ только одно значеніе*. Для этого достаточно замѣтить, что если $x+b=z+b$, то необходимо $x=z$, ибо при $x \gtrless z$ было бы $x+b \gtrless z+b$.

Послѣ этого легко раскрыть *связь между вычитаніемъ и сложеніемъ*. Ограничиваясь случаемъ возможныхъ разностей, имѣемъ:

$$(a-b)+b=(a+b)-b=a,$$

$$a-(b+c)=(a-b)-c=(a-c)-b,$$

$$(a+b)-c=(a-c)+b=a+(b-c),$$

$$a-(b-c)=(a-b)+c=(a+c)-b,$$

$$(a-b)+(c-d)=(a+c)-(b+d)$$

$$(a-b)-(c-d)=(a+d)-(b+c).$$

Замѣтимъ еще, что если $a-b \gtreqless c-d$, то $a+d \gtreqless b+c$ и, обратно, изъ послѣдняго соотношенія вытекаетъ первое.

Итакъ, мы видимъ, что, присоединивъ къ основнымъ законамъ сложенія опредѣленіе и однозначность вычитанія, мы съ легкостью получаемъ всю теорію этого дѣйствія.

Чтобы не пройти молчаніемъ другое обратное дѣйствіе, разсматриваемое въ ариѳметикѣ, именно *дѣленіе*, замѣтимъ, что теорія его является простымъ повтореніемъ сказаннаго о вычитаніи: стоитъ только замѣнить соотвѣтственно слова „разность" и „сумма" словами: „частное" и „произведеніе". Такъ, напр., равенства, связывающія дѣленіе съ умноженіемъ, можно получить изъ соотвѣтственныхъ равенствъ теоріи вычитанія, замѣнивъ въ послѣднихъ знаки $(+)$ и $(-)$ соотвѣтственно знаками $(.)$ и $(:)$. Дѣйствительно, доказательство равенствъ, связывающихъ вычитаніе со сложеніемъ, основано на перемѣстительномъ и ассоціативномъ законахъ и на однозначности вычитанія. А такъ какъ соотвѣтственные законы остаются въ силѣ также для умноженія и дѣленія, то связь между этими операціями выразится аналогичными равенствами. Такимъ образомъ, имѣемъ:

$$(a:b).b=(a.b):b=a,$$

$$a:(bc)=(a:b):c=(a:c):b,$$

$$(ab):c=(a:c).b=a.(b:c),$$

$$a:(b:c)=(a:b).c=(a.c):b,$$

$$(a:b).(c:d)=ac:bd,$$

$$(a:b):(c:d)=ad:bc.$$

Если $a:b \gtreqless c:d$, то $ad \gtreqless bc$ и, взаимно, изъ послѣдняго соотношенія вытекаетъ первое.

Относительно первыхъ четырехъ дѣйствій, разсматриваемыхъ, обыкновенно, въ ариѳметикѣ, достойно замѣчанія еще то обстоятельство, что связь между операціями, находящимися на одной и той же ступени, выражается равенствами перемѣстительно-ассоціативнаго характера. Напротивъ, связь между операціями различныхъ ступеней представляется равенствами распредѣлительнаго характера. Именно, имѣемъ:

$$(a+b)c=ac+bc, \qquad (a-b)c=ac-bc,$$

$$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}, \qquad \frac{a-b}{c}=\frac{a}{c}-\frac{b}{c}.$$

III. Изъ понятія о равенствѣ непосредственно слѣдуетъ, что если A=B, то и B=A. Въ силу этого каждое равенство можно читать съ двухъ сторонъ, при чемъ получаются, вообще говоря, двѣ математическія мысли, тѣсно связынныя одна съ другой. Такъ, напр., равенство распредѣлительнаго закона, при чтеніи слѣва, говоритъ намъ, что множитель, сопровождающій сумму, распредѣляется между ея членами. Читая же это равенство справа, получаемъ правило для сложенія произведеній съ общимъ множителемъ, именно: чтобы сложить произведенія, содержащія общій множитель, достаточно сложить остальные множители и полученную сумму помножить на общаго множителя. Такъ какъ при этомъ общій множитель является за скобкой, то такая замѣна суммы произведеній однимъ произведеніемъ называется вычитаніемъ или выносомъ общаго множителя за скобки.

Что касается доказательства приведенныхъ выше равенствъ, то оно вообще просто. Въ теоріи операцій мы примѣняемъ, главнымъ образомъ, два пріема доказательствъ: *поступательный* и *повѣрочный* *). Первый пріемъ состоитъ въ томъ, что, исходя отъ лѣвой стороны равенства, подлежащаго доказательству, мы на основаніи предыдущихъ теоремъ постепенно переходитъ къ правой сторонѣ оправдываемаго равенства. Въ основаніи этого пріема лежитъ та истина, что если въ рядѣ членовъ каждый предыдущій равенъ своему послѣдующему, то первый членъ равенъ каждому изъ остальныхъ до послѣдняго включительно.

Повѣрочный пріемъ доказательства примѣняется, главнымъ образомъ, въ обратныхъ операціяхъ и основанъ на опредѣленіи обратной операціи и ея однозначности. Положимъ, что требуется оправдать равенство

$$a-(b+c)=(a-b)-c.$$

Разсуждаемъ такъ: лѣвая сторона предполагаемаго равенства представляетъ то число, прибавивъ къ которому $b+c$, должны получить a. Но такъ какъ разность имѣетъ только одно значеніе, то остается показать, что также правая сторона представляетъ число, приложивъ къ которому $b+c$, получимъ a. Не трудно убѣдиться, что это, дѣйствительно, такъ. Поэтому заключаемъ, что предполагаемое равенство справедливо.

Указанные пріемы доказательствъ въ большомъ ходу у нѣмецкихъ авторовъ и считаются совершенно достаточными даже такими изъ нихъ, какъ Шредеръ, Бальцеръ и др

IV. Во всемъ предыдущемъ мы старались выдѣлить тѣ начала,

*) См. „Начала Алгебры". Состав. П. Матковскій.

которыя лежатъ въ основѣ первыхъ четырехъ операцій надъ числами. Мы видѣли, что на каждой ступени этихъ операцій имѣется одинъ тезисъ и одинъ лизисъ; тезисъ ассоціативенъ и перемѣстителенъ, а лизисъ однозначенъ. Ясно, однако, что предыдущее разсмотрѣніе не вполнѣ теоретическое и не вполнѣ независимое отъ природы разсматриваемыхъ чиселъ. Чтобы устранить этотъ недостатокъ, зададимся вообще какой нибудь системой чиселъ и попытаемся рѣшить общій вопросъ: какія слѣдствія вытекаютъ изъ данныхъ чисто формальныхъ предположеній объ этой или другой операціи?

И такъ, пусть имѣемъ систему чиселъ:

$$a,\quad b,\quad c,\quad d\ldots\ldots$$

Разъ дана *система* чиселъ, то данъ также и критерій для сужденія объ относительной величинѣ членовъ этой системы, установлено понятіе о *равенствѣ* и *неравенствѣ*.

Допустимъ, что можно связать *тетически* два какихъ либо объекта системы, положимъ a и b, и что результатъ такой связи всегда *однозначенъ* и *возможенъ*, т. е. всегда опредѣленный и представляетъ одинъ изъ объектовъ c той же системы. Тогда, обозначивъ тезисъ символомъ $a_\circ b$, можемъ написать равенство:

$$a_\circ b=c.$$

Положимъ далѣе, что если $a=b$, $c=d$, то

$$a_\circ c=b_\circ d$$

и если $a>b$, то

$$a_\circ c>b_\circ c.$$

Допустимъ, наконецъ, что трехчленный тезисъ ассоціативенъ, а двучленный тезисъ подлежитъ перемѣстительному закону, т. е.

$$a_\circ(b_\circ c)=(a_\circ b)_\circ c,\qquad a_\circ b=b_\circ a.$$

Посмотримъ теперь, къ какимъ слѣдствіямъ приводятъ насъ эти предположенія?

Имѣемъ:

a) *Если трехчленный тезисъ ассоціативенъ, то и тезисъ изъ произвольнаго конечнаго числа членовъ также ассоціативенъ.*

Чтобы пояснить это, разсмотримъ систему, состоящую, напр., изъ n чиселъ, расположенныхъ въ извѣстномъ порядкѣ. Общій способъ соединенія этихъ чиселъ въ одно число состоитъ въ слѣдующемъ. Выбираемъ два послѣдовательныхъ числа и соединяемъ ихъ тетически; результатъ такого соединенія вмѣстѣ съ остальными числами взятой системы образуетъ новую систему, содержащую однимъ числомъ меньше, нежели первоначальная. Соединивъ теперь тетически два сосѣднихъ числа второй системы, получимъ 3-ю систему, заключающую двумя числами меньше, нежели первоначальная, и т. д. Ясно, что, продолжая такимъ образомъ, достигнемъ, наконецъ, къ системѣ, состоящей изъ двухъ чиселъ, соединивъ которыя, получимъ одно число, представляющее окончательный результатъ описаннаго процесса дѣйствій. Опираясь на ассоціативность трехчленнаго тезиса, можно доказать индуктивнымъ путемъ, что этотъ результатъ всегда одинъ и тотъ же, на какой бы манеръ не производились отдѣльныя простыя соединенія, съ тѣмъ лишь ограниченіемъ, что порядокъ слѣдованія чиселъ не долженъ быть нарушаемъ, т. е. если разобьемъ данную систему чиселъ на двѣ группы и соединимъ тетически сперва члены каждой группы, а затѣмъ полученные результаты между собою, то всегда придемъ къ одному и тому же числу. Мы не приводимъ здѣсь этого простаго доказательства, а замѣтимъ только еще разъ, что общій ассоціативный принципъ является непосредственнымъ слѣдствіемъ ассоціативности трехчленнаго тезиса.

b) *Каждый ассоціативный тезисъ подлежитъ перемѣстительному закону, если только двучленный тезисъ подчиняется этому закону.*

Чтобы убѣдиться въ этомъ, покажемъ сперва, что въ тезисѣ состоящемъ изъ какого угодно конечнаго числа членовъ, можно перемѣстить два послѣдовательныхъ члена. Это, на самомъ дѣлѣ, имѣетъ мѣсто, ибо, на основаніи ассоціативнаго закона, можно заключить эти члены въ скобки; примѣнивъ затѣмъ перемѣстительный законъ, данный для двучленнаго тезиса, и опустивъ скобки на основаніи ассоціативнаго закона, получимъ тезисъ, равный данному, но разсматриваемые члены будутъ перемѣщены. Послѣ этого ясно, что *порядокъ членовъ каждаго тезиса совершенно произволенъ*. Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ можно перемѣстить каждые два послѣдовательные члена, то посредствомъ извѣстнаго числа послѣдовательныхъ перемѣщеній каждый членъ тезиса можно перенести на любое изъ слѣдующихъ за нимъ мѣстъ и на любое изъ предшествующихъ ему мѣстъ, т. е. можно произвольно измѣнить порядокъ членовъ тезиса. Такимъ образомъ, установленіе общаго перемѣстительнаго закона основано не только на частномъ его видѣ, данномъ для двучленнаго тезиса, но также и на ассоціативномъ принципѣ.

c) Удерживая предыдущія допущенія, разсмотримъ уравненіе

$$x_\circ b = a,$$

гдѣ a и b произвольныя числа взятой системы, т. е. предположимъ, что требуется найти такое число x, которое, будучи связано тетически съ b, воспроизводитъ a. Легко видѣть, что *если вообще это число существуетъ, то непремѣнно только одно*. Для этого достаточно замѣтить, что если $x_\circ b = z_\circ b$, то необходимо $x = z$, ибо въ противномъ случаѣ имѣли бы $x_\circ b \gtrless z_\circ b$.

Операцію, посредствомъ которой опредѣляется x изъ уравненія $x_\circ b = a$, назовемъ *обратной* или *литической*. Если означимъ искомое число x черезъ $a \cup b$, то опредѣленіе лизиса выразится равенствомъ:

$$(a \cup b)_\circ b = a.$$

Не трудно видѣть, что кромѣ этого равенства существуетъ еще и такое:

$$(a_\circ b) \cup b = a,$$

ибо стороны его, будучи связаны тетически съ b, приводятъ къ единому и тому же результату $a_\circ b$. Эти равенства выражаютъ *законъ неизмѣняемости*, наблюдаемый въ области разсматриваемаго тезиса и соотвѣтствующаго лизиса: число не измѣнится, если послѣдовательно свяжемъ его тетически и литически съ однимъ и тѣмъ же числомъ, производя операціи въ произвольномъ порядкѣ.

Пользуясь изложенными началами, легко установить *связь между тезисомъ и лизисомъ*. Эта связь совершенно подобна той, какая существуетъ между сложеніемъ и вычитаніемъ съ одной стороны, умноженіемъ и дѣленіемъ—съ другой.—Не входя поэтому въ детали этого вопроса, отмѣтимъ здѣсь только два соотношенія, весьма важныя для дальнѣйшаго:

$$(a\cup b)_\circ(c\cup d)=(a_\circ c)\cup(b_\circ d), \qquad (1)$$

Если

$$a\cup b \gtreqless c\cup d \qquad (2)$$

то

$$a_\circ d \gtreqless b_\circ c,$$

и, взаимно, изъ послѣдняго соотношенія вытекаетъ первое. Отсюда заключаемъ, между прочимъ, что $a\cup b$ и $c\cup d$ тогда только равны между собою, когда $a_\circ d=b_\circ c$. *П. Матковскій* (Кіевъ).

(Окончаніе слѣдуетъ).

ВЕНЬЯМИНЪ ФРАНКЛИНЪ *).

Милостивые Государи! Сѣверо-Американскіе Соединенные Штаты въ текущемъ году чествуютъ память своего великаго патріота Веньямина Франклина, скончавшагося въ 1790 г., т. е. 100 лѣтъ тому назадъ, и пользовавшагося въ своей странѣ такой любовью и уваженіемъ, что послѣ его смерти былъ назначенъ мѣсячный національный трауръ. Имя Веньямина Франклина хорошо извѣстно и въ Европѣ, благодаря той рѣдкой и универсальной популярности, какую пріобрѣли въ самый короткій промежутокъ времени его физическіе идеи и опыты. Имя это, внесенное и въ наши учебники и переставшее быть чуждымъ для насъ съ юныхъ еще лѣтъ, наравнѣ съ именами другихъ двигателей науки, невольно связывается въ умѣ каждаго изъ насъ съ идеями объ электрическихъ гипотезахъ, т. е. съ тѣми именно вопросами, которые, вновь поднятые въ послѣднее время, такъ живо заинтересовали современныхъ физиковъ. Имя это, къ тому-же, слышится намъ явственно въ каждомъ раскатѣ грома, въ каждомъ ударѣ молніи, звуча не страхомъ, а сознаніемъ безопасности, сознаніемъ торжества науки надъ стихійными си-

*) Рѣчь, произнесенная *Э. К. Шпачинскимъ* въ засѣданіи Кіевскаго Физ.-Мат. Общества 25-го октября 1890 г.

лами. И неудивительно, что никогда и никому не было сооружено столько памятниковъ, сколько ихъ въ теченіе истекшаго столѣтія воздвигъ цивилизованный міръ Франклину, ибо этихъ памятниковъ, можно сказать, столько, сколько громоотводовъ, и каждое изъ этихъ гордо смотрящихъ въ небо остроконечій невольно напоминаетъ намъ стихъ поэта, такъ удачно примѣненный къ Франклину:

„Eripuit coelo fulmen, sceptrumque tyrannis!"

Популярность имени Франклина, помимо этого, обусловливается еще тѣмъ обстоятельствомъ, что о немъ много написано авторами различныхъ поучительныхъ книжекъ для юношества, такъ какъ дѣйствительно трудно найти лучшій примѣръ „самопомощи", энергіи, настойчивости, трудолюбія, благородства характера и вообще гражданскихъ доблестей, какъ тотъ, какой представляетъ намъ біографія этого талантливаго самоучки. Не буду поэтому останавливаться въ этомъ краткомъ историческомъ воспоминаніи на біографическихъ подробностяхъ: онѣ болѣе или менѣе извѣстны *), а постараюсь только напомнить о заслугахъ Франклина въ области физики.

Гумфри Деви говоритъ о Франклинѣ слѣдующее **): „Всѣ его изслѣдованія (объ электричествѣ) руководились совершенно свойственной ему счастливой индукціей, и онъ сумѣлъ, болѣе чѣмъ кто нибудь другой, съ самыми малыми средствами достигнуть самыхъ великихъ цѣлей. Рѣчь и способъ сообщенія его открытій такъ же удивительны, какъ и самое содержаніе этихъ открытій. Онъ старался устранить все темное и таинственное, чѣмъ окруженъ былъ доселѣ этотъ предметъ. Онъ писалъ такъ, что былъ понятенъ какъ для физика, такъ и для простого любителя физики и даже тогда, когда пускался въ подробности своего предмета, онъ былъ столь же простъ, какъ и пріятенъ. Въ его устахъ наука являлась въ удивительно прекрасной одеждѣ, лучше которой и нельзя было придумать для того чтобы выставить ея природную привлекательность. Никогда не позволялъ онъ себѣ соблазняться тѣмъ ложнымъ достоинствомъ,

---

*) В. Франклинъ род. въ 1706 г. въ Бостонѣ; былъ шестнадцатымъ ребенкомъ бѣднаго мыловара Жосія Франклина; въ 1732 г., имѣя уже свою типографію въ Филадельфіи, началъ издавать газету „Альманахъ бѣднаго Ричарда", имѣвшую важное политическое значеніе и пользовавшеюся въ теченіе четверти вѣка огромнымъ успѣхомъ. Съ 1745 г., не болѣе 10-и лѣтъ, занимался физическими изслѣдованіями какъ любитель; потомъ гражданскія обязанности отвлекли его отъ научныхъ занятій. Умеръ въ 1790 г., въ Филадельфіи, 84-хъ лѣтъ отъ роду, окруженный всеобщимъ почетомъ и уваженіемъ. (За большими біогр. подробностями отсылаю читателей напр. къ статьѣ г. *М. Ш.*, заимствованной изъ „Примѣчаній" Литтрова къ „Ист. Индукт. Наукъ" В. Уэвелля (см. пер. М. Антоновича, III т. 813—821 стр.) и появившейся недавно въ „Почтово-Телеграфномъ Журналѣ" (см. № 13, Іюль 1890 г. стр. 674—682), въ журналѣ—кстати сказать—въ которомъ со времени его преобразованія (съ 1-го янв. 1888 г.) помѣщаются въ неоффиціальномъ отдѣлѣ статьи весьма интересныя не только для лицъ, служащихъ въ Почт.-Телегр. Вѣдомствѣ.

**) См. „Примѣчанія" Литтрова къ „Исторіи Индуктивныхъ Наукъ" пер. М. Антоновича, т. III, стр. 819.

которое старается держать науку подальше отъ всѣхъ примѣненій ея въ обыденной жизни; напротивъ—онъ старался всегда сдѣлать ее полезной сожительницей нашихъ домовъ, вѣрной спутницей всѣхъ людей и всякого состоянія, а не выставлять ее, какъ дѣлаютъ многіе другіе, только какъ предметъ удивленія въ храмахъ науки и дворцахъ богачей."

Сочиненія Франклина объ электричествѣ, о которыхъ такъ лестно отозвался Деви, составляютъ его письма къ Питеру Киллинсону, члену Королевскаго Общества въ Лондонѣ; первое изъ нихъ помѣчено 28 іюля 1747 г., послѣднее—18 апр. 1754 г. Они были изданы въ Лондонѣ въ 1806 г. въ 3-хъ томахъ *).

Свою *теорію электричества*, въ основѣ которой лежитъ гипотеза *одной* электрической жидкости, Франклинъ описалъ уже въ первыхъ своихъ письмахъ, т. е. около 1747 г. Повидимому, онъ вовсе не былъ тогда еще знакомъ съ открытіемъ разноименныхъ электричествъ членомъ французской академіи наукъ *Дю-Файемъ*, которое однакожъ было опубликовано еще въ 1735 г. **), и кружекъ любителей физики, собиравшійся при типографіи Франклина, придерживался своихъ особыхъ терминовъ. По этому поводу Франклинъ пишетъ: „Мы называли, напримѣръ, черезъ В такое тѣло, которое получило искру отъ стекла, и всѣ тѣла въ подобномъ электрическомъ состояніи называли наэлектризованными *положительно;* черезъ А мы называли то тѣло, которое сообщило свое электричество стеклу, или называли его *отрицательно* наэлектризованнымъ, или же говорили просто, что В наэлектрозовано *плюсъ*, а А—*minus*" ***). Въ подтвержденіе своей гипотезы, по которой электрическія состоянія тѣлъ обусловливаются или избыткомъ или недостаткомъ нѣкоторой электрической жидкости, присущей всѣмъ вѣсомымъ тѣломъ, Франклинъ приводитъ слѣдующій основной опытъ: если изолированный человѣкъ натираетъ стеклянную трубку, то электрическая разность не обнаруживается, такъ какъ истеченіе электричества невозможно; но стоитъ другому

---

*) Главнымъ источникомъ современныхъ свѣдѣній о Франклинѣ было изданное въ 1818 г. на англійскомъ языкѣ трехтомное сочиненіе: „Мемуары о жизни и письмахъ В. Франклина", переведенное на нѣмецкій языкъ Бюргеромъ въ 1829 г. (въ 4-хъ т.).

**) „Мнѣ удалось замѣтить - говоритъ Дю-Фай—весьма простое начало, соотвѣтствующее массѣ аномалій и странностей, которыя повидимому сопровождаютъ электрическія явленія. Начало это состоитъ въ томъ, что всѣ электрическія тѣла притягиваютъ неэлектрическія и тотчасъ-же отталкиваютъ ихъ, какъ только они успѣли наэлектризоваться отъ соприкосновенія съ первыми."—„Случай—говоритъ онъ далѣе—далъ мнѣ возможность установить другое начало, еще болѣе замѣчательное и общее, нежели предыдущее и бросающее свѣтъ на трактуемый мною предметъ. Дѣло въ томъ, что существуютъ два различные и другъ другу противоположные вида электричества, которые я назову *стекляннымъ* электричествомъ (éléctr. vitrée) и *смолистымъ* (éléctr. résineuse)". И пр. (См. „Краткій ист. очеркъ развитія ученія объ электр. *О. Пергаментъ.* 1890 г.)

***) *Уатсонъ* (1715—1787), членъ англ. академіи, способствовавшій усовершенствованіямъ электрическихъ машинъ, лейденскихъ банокъ и пр. и стоявшій за гипотезу *одной* электр. жидкости, употреблялъ термины: *болѣе плотное* электричество (В) и *болѣе разрѣженное* электр. (А) (I. Priestley, Hist. of. Electr. p. 115).

изолированному человѣку извлечь изъ трубки искру, чтобы оба оказались наэлектризованными. — Гипотеза Франклина, какъ въ высшей степени простая, сразу была принята европейскими физиками главнымъ образомъ потому, что она дѣлала удобопонятными опыты съ лейденской банкой, которой тогда, какъ курьезной новинкой, всѣ сильно были заинтересованы. Самъ Франклинъ много способствовалъ уясненію теоріи лейденской банки, а именно онъ: 1) открылъ, что обкладки банки заряжены разноименными электричествами, 2) показалъ, что ее можно заряжать въ обратныхъ направленіяхъ, 3) показалъ, что ее можно разряжать послѣдовательными прикосновеніями къ обкладкамъ, 4) открылъ, что электричество скопляется не въ самихъ обкладкахъ, а на поверхности раздѣляющаго ихъ стекла, 5) соединилъ нѣсколько банокъ, расположенныхъ „каскадомъ", въ батарею *). Объясненіе заряда лейденской банки, данное Франклиномъ, хотя и ошибочное, стало весьма популярнымъ: принималось, что до и послѣ заряда количество электричества въ банкѣ одно и то-же, ибо избытокъ электричества на одной обкладкѣ, отталкивая (сквозь стекло) равное ему количество электричества со второй обкладки въ землю, вызывалъ въ этой обкладкѣ недостатокъ; при сообщеніи обкладокъ проводникомъ — равновѣсіе возстановлялось. — Второю причиною популярности гипотезы Франклина между физиками было ея согласіе съ господствовавшими тогда воззрѣніями на электрическое состояніе тѣлъ: предполагалось существованіе вокругъ наэлектризованныхъ тѣлъ нѣкоторой *электрической атмосферы*, происходящей вслѣдствіе истеченій электрической матеріи по двумъ направленіямъ: изъ тѣла внѣ и извнѣ внутрь тѣла (*Нолле*); такими истеченіями объяснялись притяженія и отталкиванія постороннихъ легкихъ тѣлъ. Свойствами электрической атмосферы объяснялись извѣстныя тогда явленія индукціи, замѣченныя *Дю-Файемъ*, *Греемъ* и *Кантономъ*. Впрочемъ самъ Франклинъ не рѣшился дать объясненія факту временнаго отталкиванія двухъ пробковыхъ шариковъ, подвѣшенныхъ на шелковинкахъ, когда къ нимъ приближали наэлектризованное тѣло. Первыми, проливішими свѣтъ на эти загадочныя явленія, были *Вильке* и *Эпинусъ*, занимавшіеся нѣкоторое время вмѣстѣ электрическими опытами въ Берлинѣ. Вильке (впослѣдствіи членъ шведской академіи наукъ), замѣтилъ, что если отъ тѣла, находящагося въ электрической атмосферѣ другого тѣла, отвести электричество прикосновеніемъ и затѣмъ удалить его изъ атмосферы, то въ немъ оказывается противоположное электрическое состояніе. Эпинусъ (впослѣдствіи членъ Петербургской академіи наукъ) устранилъ наконецъ представленія объ истеченіяхъ и электр. атмосферѣ и всѣ явленія электрическихъ взаимодѣйствій и вліяній объяснилъ дѣйствіемъ силъ на разстояніи, основываясь на гипотезѣ Франклина, которую онъ по необходимости долженъ былъ дополнить и — этими дополненіями погубить. Дѣйствительно, кромѣ основного допущенія присутствія въ каждой частицѣ вѣсомой матеріи нѣкотораго нормальнаго количества

*) Такъ называемая „Франклинова пластинка", (т. е. плоское стекло съ наклеенными на обѣихъ поверхностяхъ оловянными листами) была впервые устроена не Франклиномъ, а *Бевисомъ*. (См. „Очеркъ исторіи физики" Розенбергера. Часть II, стр. 321). Это и привело Уатсона на мысль оклеивать оловянными листами и обыкновенную лейденскую банку, устраиваемую до того времени съ водою.

электрической жидкости, частицы которой взаимно отталкиваются, пришлось еще сдѣлать дополнительныя допущенія, а именно: 1) что частицы вѣсомой матеріи и невѣсомой электрической жидкости взаимно притягиваются *) и 2) что частицы вѣсомой матеріи взаимно отталкивались бы (а не притягивались), если бы были вовсе лишены электрической жидкости **). Безъ перваго изъ этихъ допущеній почти невозможно объяснить явленій индукціи, вызванныхъ отрицательно наэлектризованнымъ тѣломъ, второе—было необходимо для пониманія взаимнаго отталкиванія двухъ отрицательно наэлектризованныхъ тѣлъ.—Эти дополненія лишили гипотезу Франклина главнаго ея преимущества—простоты, и такъ какъ въ это время (около 1760 г.) *Робертъ Симмеръ* возстановилъ дуалистическую гипотезу Дю-Файя, давъ ей болѣе широкое развитіе и подтвержденіе въ опытѣ пробиванія электрической искрой картона, то вскорѣ гипотеза избытка и недостатка была забыта въ Европѣ, какъ отжившая свой вѣкъ.

Открытое Франклиномъ явленіе *истеченія электричества изъ остроконечій*, игравшее столь важную роль въ исторіи громоотводовъ и содѣйствовавшее, вѣроятно, созданію самой гипотезы объ одной электрической жидкости, впослѣдствіи только ускорило ея паденіе: такіе, напримѣръ, приверженцы гипотезы Франклина какъ *Вильке* и *Бергманъ* (проф. физики въ Упсалѣ) отказались отъ нея именно потому, что вращеніе „Франклиноваго колеса" какъ при положительномъ такъ и при отрицательномъ зарядѣ объяснилось гораздо естественнѣе гипотезой Симмера. Еще большій перевѣсъ теоріи двухъ электрическихъ жидкостей дали такъ называемыя „Лихтенберговы фигуры", полученные Лихтенбергомъ въ 1777 г., а позже открытыя *Гамильтономъ* свѣтовыя различія при истеченіи электричествъ изъ остроконечій въ темнотѣ.

Перехожу теперь къ *изобрѣтенію громоотводовъ*, наиболѣе способствовавшему популярности имени Франклина.—Еще въ 1708 г. англичанинъ *Уаллъ*, первый извлекшій изъ натертаго янтаря искру, говорилъ, что „этотъ трескъ и свѣтъ какъ бы представляютъ громъ и молнію". Потомъ *Винклеръ* (1703—1770, проф. физ. въ Лейпцигѣ) въ одной своей брошюрѣ о лейденской банкѣ утверждалъ, что „разница между искрой лейденской банки и молніей заключается только въ силѣ электричества" (1746). Но гораздо дальше подобныхъ голословныхъ замѣчаній пошелъ Франклинъ; онъ ясно формулировалъ причины усматриваемой имъ тождественности между электр. искрой и молніей и свелъ ихъ къ нижеслѣдующимъ пунктамъ: 1) длинныя эл. искры какъ и молніи имѣютъ зигзагообразную форму, 2) остроконечія притягиваютъ электричество, и молнія ударяетъ по преимуществу въ деревья, мачты, высокія башни и пр., 3) молнія какъ и электричество выбираетъ лучшій проводникъ въ своемъ движеніи къ землѣ, 4) молнія какъ и электр. искра воспламеняетъ горючія вещества, 5) молнія и электричество расплавляютъ ме-

*) Въ этомъ допущеніи нельзя не видѣть логическаго противорѣчія: то что подвержено притяженію вѣсомой матеріей должно вмѣстѣ съ тѣмъ оставаться невѣсомымъ. (См. въ № 16 „Вѣстника" примѣчанія къ статьѣ А. Л. Королькова: „Гипотеза Франклина").

**) Такое искаженіе основного положенія Ньютоновой теоріи тяготѣнія не могло, очевидно, удержаться въ наукѣ.

таллы, 6) дурные проводники часто разрушаются молніею, точно также и электрическая искра прорываетъ листъ бумаги, 7) молнія убиваетъ людей и животныхъ, электрическая искра также можетъ убить маленькихъ птичекъ (!), 8) магниты отъ дѣйствія молніи теряютъ часто свой магнитизмъ или перемѣняютъ полюсы *), наоборотъ—желѣзные и стальные стержни часто пріобрѣтаютъ магнитныя свойства; подобныя явленія вызываетъ и электрическая искра. Въ виду этого Франклинъ уже въ 1749 г. предложилъ ставить громоотводы, предполагая, что заостренные металлическіе прутья, соединенные съ землею, будутъ отнимать *все* электричество у облаковъ, и что такимъ образомъ будетъ устранена даже сама возможность появленія молніи. Въ 1750 г., чтобы доказать непосредственнымъ опытомъ тождественность молніи и электр. искры, Франклинъ предложилъ устроить подъ кровлею высокой башни изолированную скамейку, соединенную съ выступающимъ надъ кровлею заостреннымъ шестомъ; при низкомъ ходѣ облаковъ человѣкъ, стоящій на такой скамейкѣ, долженъ наэлектризоваться **), и пока онъ самъ ожидалъ достройки высокой башни въ Филадельфіи, подобный опытъ по его мысли былъ выполненъ *Д'Алибаромъ*, въ окрестностяхъ Парижа, въ г. Марли, въ 1752 г., при помощи желѣзнаго шеста въ 40 ф. высотою, изолированнаго снизу. Во время грозы 10-го мая 1752 г., столяръ *Куафье*, приставленный караульнымъ къ шесту, извлекъ изъ него, въ присутствіи мѣстнаго священника, цѣлый рядъ искръ въ лейденскую банку. Это былъ первый опытъ низведенія „небеснаго огня“ на землю. Вскорѣ послѣ этого *Делоръ* повторилъ тотъ же опытъ въ Парижѣ, и—до смерти *Рихмана* въ Петербургѣ—изученію атмосфернаго электричества предались многіе физики, какъ *Кантонъ* въ Англіи, *Мазеасъ*, *Лемонье*, *Бюффонъ* и др. во Франціи, *Беккарія* въ Италіи и пр.—Ничего не зная еще объ этихъ опытахъ въ Европѣ, Франклинъ въ іюнѣ того-же 1752 г., придумалъ свой классическій опытъ съ воздушнымъ змѣемъ, и получилъ изъ него электрическія искры, первый разъ лишь въ присутствіи своего сына, ибо боялся насмѣшекъ на случай неудачи опыта. — Такимъ образомъ, благодаря Франклину, въ половинѣ прошлаго столѣтія электрическая природа молніи была безспорно доказана, и вмѣстѣ съ тѣмъ должны были пасть всѣ прежнія гипотезы ***).

Громоотводы Франклина весьма быстро распространились въ Америкѣ; въ Европѣ—они встрѣтили нѣкоторый протестъ. Нашлись люди, которые, подобно аббату *Нолле*, считали неумѣстнымъ такое вмѣшательство человѣка въ небесныя дѣла, которые смотрѣли на внезапную смерть Рихмана, какъ на заслуженную кару за дерзновенные опыты ****).

---

*) Это было замѣчено еще въ 1676 г. на одномъ кораблѣ.

**) До несчастнаго случая въ 1753 г. съ проф. естественной исторіи *Рихманомъ*, убитымъ въ Петербургѣ молніею, подобные опыты, повидимому, не казались особенно опасными.

***) Согласно гипотезѣ, завѣщанной намъ древнимъ міромъ, молнія считалась воспламененіемъ горючихъ паровъ; послѣ изобрѣтенія пороха, принималось многими, что въ земной атмосферѣ находится селитра и сѣра.

****) Интересна въ этомъ отношеніи судьба *перваго* европейскаго громоотвода, устроеннаго въ 1754 г. моравскимъ пасторомъ *Прокопомъ Дивишемъ* въ м. Прин-

Другіе, какъ *Уильсонъ* (членъ англ. корол. общ.) признавали громоотводы съ заостренными шестами даже вредными въ томъ смыслѣ, что они притягиваютъ атмосферное электричество; Уильсонъ старался доказать, что было бы цѣлесообразнѣе снабжать громоотводы не остроконечіями, а шарами и пробовалъ даже демонстрировать это на опытахъ.

По поводу этихъ давно забытыхъ споровъ, позволю себѣ сдѣлать небольшое отступленіе и обратить ваше вниманіе на тѣ несчастные случаи, которые *повидимому* подтверждаютъ опасность громоотводовъ франклиновскаго типа. Такъ напр. въ началѣ лѣта текущаго года, какъ вѣроятно многіе изъ васъ помнятъ, изъ числа трехъ рабочихъ, шедшихъ неподалеку отъ Кіевскаго Кадетскаго корпуса вдоль полотна желѣзной дороги по насыпи, одинъ былъ убитъ молніей на самомъ незначительномъ разстояніи отъ двухъ высокихъ и хорошо соединенныхъ съ землею громоотводовъ (защищающихъ нефтяные резервуары). Аналогичные примѣры, по всей вѣроятности, знакомы каждому изъ васъ. Они безспорно доказываютъ, что прежнія понятія о такъ называемыхъ *районахъ безопасности* лишены всякихъ основаній. Если громоотводъ долженъ играть роль не только *предупредительнаго* во время грозы, но и *предохранительнаго* аппарата, т. е. если онъ предназначается не только для уменьшенія разности электрическихъ потенціаловъ путемъ безпрерывнаго тихаго разряда черезъ остроконечіе, но и для предохраненія отъ несчастныхъ послѣдствій въ случаѣ разряда молніей—а эти случаи, какъ извѣстно, далеко не рѣдки—то при его устройствѣ должно заботиться не только о надежномъ сообщеніи остроконечія съ землею, но еще и о томъ, чтобы это сообщеніе могло защитить отъ пагубныхъ послѣдствій *индуктивной молніи*. Нельзя забывать, что мы имѣемъ здѣсь дѣло съ громаднымъ количествомъ скопленной въ воздухѣ энергіи, которая моментально не можетъ вся преобразоваться въ тепловую; чѣмъ лучше проводимость того шеста, который долженъ выполнять при ударѣ молніи роль разрядника, тѣмъ время разряда будетъ короче, а вмѣстѣ съ тѣмъ—какъ сегодня намъ хорошо извѣстно—число *перезарядовъ* проводника возрастетъ. При каждомъ ударѣ молніи въ громоотводъ должны, слѣдовательно, возникать электрическія колебанія, при которыхъ лишь часть энергіи, и тѣмъ меньшая чѣмъ лучше проводимость громоотвода, преобразуется въ теплоту, а остальная, распространяясь во всѣ стороны отъ кондуктора въ видѣ электрическихъ волнъ, поглощается другими предметами, обнаруживаясь въ нихъ индуктивными токами высокаго напряженія и попемѣннаго направленія. Весь этотъ процессъ погашенія энергіи происходитъ въ неизмѣримо малое (для нашихъ средствъ) время, и потому нерѣдко оказывается столь разрушительнымъ. Съ такой точки зрѣнія

дицѣ. Нѣкоторые принимаютъ, что Дивишъ изобрѣлъ свой громоотводъ независимо отъ Франклина (хотя и позже). Разсказываютъ, что въ 1755 г. проектъ Дивиша объ устройствѣ громоотводовъ, поданный имъ на разсмотрѣніе, былъ признанъ вѣнскими учеными нелѣпымъ, и что аббатъ Марци написалъ будто бы Дивишу въ отвѣтъ: „Blasphemant que ignorant". Къ довершенію несчастія, въ томъ-же году наступила продолжительная засуха, и суевѣрные крестьяне принудили Дивиша разрушить его громоотводъ. (См. „Кр. ист. оч. разв. уч. объ электр." О. Пергамента. 1890 г.).

становится понятнымъ, что толщина и матеріалъ проводника, соединяющаго остроконечіе съ землею, не играетъ въ этомъ вопросѣ существенной роли; напротивъ—совершенно безполезно и непроизводительно употреблять напр. толстые мѣдные проводники, тѣмъ болѣе, что такіе кратковременные разряды не проникаютъ внутрь массы проводника, а совершаются лишь въ его поверхностномъ слоѣ. Гораздо раціональнѣе позаботиться о томъ, чтобы излучаемая по всѣмъ направленіямъ энергія могла быть поглощена хорошо соединенными съ землею проводниками, а *полную* гарантію отъ вредныхъ послѣдствій молніи можетъ лишь доставить металлическая *сѣтка*, сообщенная съ землею, при условіи, чтобы внутрь защищаемаго ею пространства не проникали никакіе проводники, съ нею не соединенные. Не вдаваясь въ болѣе обстоятельное разсмотрѣніе этого вопроса, которое слишкомъ бы отклонило насъ отъ воспоминаній о Франклинѣ, замѣчу только, что система громоотводовъ, обнимающихъ все зданіе на подобіе проволочной сѣтки, (хотя бы и не густой), со многими направленными вертикально остріями, была предложена *Мельсеномъ* (въ Брюсселѣ) и въ настоящее время считается наиболѣе удовлетворительной.

Изъ другихъ опытныхъ изслѣдованій Франклина укажу на подмѣченную имъ аналогію между электропроводностью металловъ и ихъ теплопроводностью *), на доказанную непосредственнымъ опытомъ бóльшую скорость звука въ водѣ чѣмъ въ воздухѣ **), на опыты надъ распространеніемъ масла по поверхности воды ***). Франклинъ весьма интересовался также кораблестроеніемъ, теоріею плаванія ****), устройствомъ комнатныхъ печей, занимался съ любовью метеорологіей, музыкой, усовершенствовалъ музыкальную гармонику, (которой изобрѣтателемъ его несправедливо считаютъ) и пр.

Замѣчу въ заключеніе, что если Франклина, строго говоря, нельзя назвать *ученымъ*, ибо условія его жизни сложились такъ, что любимымъ физическимъ изслѣдованіямъ онъ могъ посвящать лишь свой досугъ, то это нисколько не умаляетъ его заслугъ. Не будемъ забывать, что этотъ человѣкъ былъ самоучкой въ самомъ тѣсномъ значеніи этого слова, что онъ не окончилъ никакого учебнаго заведенія, а между тѣмъ по его иниціативѣ создавались школы и университеты; у него не было учителей, но это не помѣшало ему имѣть многихъ послѣдователей. Потому,

---

*) Опытами надъ теплопроводностью металловъ занимался въ то-же время (1750—1751) въ Петербургѣ и *Рихманъ*.—Нѣсколько позже Франклина *Ашаръ* въ Берлинѣ высказывалъ ту же мысль. Потомъ вопросъ о теплопроводноси обстоятельнѣе былъ изученъ *Ингенгоузомъ*, *Іоанномъ Мейеромъ* и др. (См. „Gesch. der. Physik“ von. F. Rosenberger, III T. s. 110—111).

**) Объ этихъ опытахъ онъ говоритъ въ письмѣ отъ 20 іюля 1762 г. Около того-же времени опытами надъ скоростью звука въ водѣ занимался и аббатъ *Нолле*. Позднѣйшіе опыты *Савара* относятся къ 1826 г., а общеизвѣстные опыты *Колладона* и *Штурма*—къ 1827 г. (Rosenberger, III t. s. 268).

***) Письмо отъ 7 ноября 1773 г. (къ Броунрингу) (Rosenberger, III, s. 457).

****) Онъ пропагандировалъ мысль, что искусству плаванія должно обязательно учить всѣхъ въ учебныхъ заведеніяхъ.

съ увѣренностью можно сказать, что сколько бы не прошло столѣтій со дня его кончины, имя Веньямина Франклина въ исторіи цивилизаціи всегда будетъ занимать одно изъ самыхъ почетныхъ мѣстъ.

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Кіевское Физ.-Мат. Общество 10-ое очередное засѣданіе 27-го сентября. Предсѣдательствовалъ проф. Н. Н. Шиллеръ; присутствовало 32 члена. Были сдѣланы научныя сообщенія:

1) *Н. Н. Шиллеръ*: „Объ Атвудовой машинѣ“ *).

2) *П. И. Матковскій*: „Выдѣленіе нѣкоторыхъ законовъ алгебры и образованіе понятія о новомъ числѣ“ **).

3) В. П. Ермаковъ отъ имени иногородняго члена *Д. Д. Ефремова* изложилъ „Общее рѣшеніе въ цѣлыхъ числахъ неопредѣленныхъ уравненій 1-ой степени“ ***).

4) *В. П. Ермаковъ* по поводу только что доложеннаго сообщенія г. Ефремова указалъ еще на другой болѣе простой способъ общаго рѣшенія въ цѣлыхъ числахъ неопредѣленныхъ уравненій 1-ой степени.

5) *О. О. Косоноговъ*: „О стоячихъ свѣтовыхъ волнахъ и о направленіи колебаній поляризованнаго луча“. (Рефератъ статьи *Wiener*'а, помѣщенной въ № 6 „Wied. Ann.“ за 1890 г. ****).

Былъ прочитанъ найденный въ ящикѣ *вопросъ*: „Условія равновѣсія маятника (подвѣшеннаго и подпертаго) въ предположеніи, что точка подвѣса имѣетъ поступательное, неравномѣрное движеніе“.

Закр. баллотировкой были избраны въ дѣйств. члены Общества гг. А. П Бородинъ, Я. О. Врублевскій, А. И. Гольденбергъ (въ Спб.), В. И. Заіончевскій, С. К. Кулжинскій (въ г. Лубнахъ) и Б. К. Римша.

Предложенъ въ дѣйств. члены Общества Н. П. Соколовъ (гг. Ермаковымъ и Красовскимъ)

Слѣдующее 11-ое очер. засѣданіе назначено на 11-ое октября.

Ш.

Засѣданіе Матем. Отд. Новор. Общ. Естеств. по вопросамъ элементарной математики и физики. 5 Октября 1890 г.

Г. З. Рябковъ сдѣлалъ сообщеніе о преподаваніи черченія въ связи съ геометріей въ реальныхъ училищахъ, въ которомъ изложилъ ходъ преподаванія этого предмета въ Одесскомъ реальномъ училищѣ, демонстрируя большую коллекцію ученическихъ работъ, и указалъ на составленную имъ школу черченія, вышедшую изъ печати въ началѣ настоящаго учебнаго года.

В. В. Преображенскій и Х. І. Гохманъ сдѣлали замѣчанія относительно преподаванія дѣленія. При этомъ былъ поднятъ вопросъ, слѣдуетъ-ли разумѣть подъ дѣленіемъ чиселъ всякій способъ получать число, которое, будучи умножено на дѣлителя, дастъ дѣлимое, или только извѣстный сокращенный способъ. Мнѣнія присутствующихъ раздѣлились.

---

*) См. „Вѣстникъ“ № 100, стр. 61.

**) Печатается въ „Вѣсникѣ“ въ видѣ отд. статьи. (См. № 101, стр. 81).

***) Было помѣщено въ №№ 97 и 99 „Вѣстника“.

****) Будетъ помѣщено въ „Вѣстникѣ“ въ видѣ отд. статьи.

П. И. Злотчанскій предложилъ вопросъ, какъ опредѣлять понятіе: уголъ? Для разъясненія вопроса В. В. Преображенскій привелъ Бертраново доказательство постулята Евклида, уясняя неточность доказательства и указывая въ связи съ этимъ на неудобство довольно распространеннаго опредѣленія угла, какъ части плоскости. Вопросъ этотъ вызвалъ оживленный обмѣнъ мнѣній. Было высказано мнѣніе о необходимости разсматривать уголъ происходящимъ отъ вращенія прямой. Большинство склонилось къ мнѣнію, что понятіе объ углѣ, какъ о наклоненіи двухъ прямыхъ линій, должно быть выработано у учащихся, приступающихъ къ систематическому курсу геометріи. Въ систематическомъ-же курсѣ это понятіе должно быть оставлено безъ опредѣленія. *И. Слешинскій* (Одесса).

Засѣданіе Мат. Отд. Новор. Общ. Естеств. по вопросамъ элементарной математики и физики 19 октября 1890 года.

Н. Б. Завадскій сдѣлалъ сообщеніе о значеніи физики, какъ предмета начальнаго обученія. Референтъ, исходя изъ положенія, что обученіе дѣтей нужно начинать съ предмета наиболѣе для нихъ интереснаго, приходитъ къ заключенію, что предметомъ, наиболѣе пригоднымъ для возбужденія въ учащихся интереса къ знаніямъ и для постепеннаго введенія ихъ въ кругъ математическихъ наукъ, служитъ физика Обсужденіе реферата отложено до того времени, когда референтъ представитъ програму занятій физикой съ дѣтьми малаго возраста.

Ѳ. Н. Милятицкій демонстрировалъ поглощеніе желтой линіи въ спектрѣ, пропуская свѣтъ чрезъ два пламени натрія.

Былъ снова возбужденъ вопросъ объ опредѣленіи понятія: уголъ. Мнѣнія раздѣлились. Одни находили, что Евклидово понятіе объ углѣ недостаточно даже для элементарнаго курса геометріи и что нужно его расширить введеніемъ угловъ произвольной величины, прибѣгая при этомъ къ движенію. Другіе-же утверждали, что въ геометріи можно обходиться безъ этого расширенія понятія, не разсматривая суммы угловъ въ томъ случаѣ, когда она больше $2d$, какъ одного угла.

И. Слешинскій (Одесса).

ЗАДАЧИ.

№ 97. Въ треугольникѣ ABC задано отношеніе угловъ $A:B:C=2:3:7$ и дана его высота $CD=h$. Построить такой треугольникъ, пользуясь линейкой и однимъ только растворомъ циркуля. Опредѣлить стороны и площадь такого треугольника. *Ш.*

№ 98. Въ треугольникѣ ABC даны стороны $AB=c$ и $AC=b$. Черезъ вершины A и B проходитъ окружность радіуса r, пересѣкающая сторону BC въ точкѣ D. Черезъ точки A, C и D проходитъ вторая окружность, радіусъ которой требуется опредѣлить. *Н. Николаевъ* (Пенза).

№ 99. По данной образующей прямого конуса раздѣлить его боковую поверхность въ крайнемъ и среднемъ отношеніи плоскостью параллельною основанію. *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

№ 100. Построить вписываемый въ кругъ четыреугольникъ, зная двѣ прямыя, соединяющія средины противоположныхъ сторонъ, уголъ между ними и уголъ между одной діагональю и стороною.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 101. Показать, что произведеніе противоположныхъ медіанъ гармоническаго четыреугольника равно четверти квадрата другой діагонали.

NB. Медіаной въ четыреугольникѣ называется прямая, соединяющая его вершину съ срединой діагонали.

И. Пламеневскій (Темиръ-Ханъ-Шура).

№ 102. Вывести формулы ежегодныхъ взносовъ и срочныхъ уплатъ, не прибѣгая къ прогрессіямъ. *М. Попруженко* (Оренбургъ).

№ 103. Показать, что число a, опредѣленное рядомъ

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{q^{\frac{n(n+1)}{2}}}$$

гдѣ q цѣлое положительное число больше 1, есть число несоизмѣримое.

И. Ивановъ (Спб.)

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 423. Рѣшить систему уравненій

$$ax_1+bx_2=c_1$$
$$ax_2+bx_3=c_2$$
$$ax_3+bx_4=c_3$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$ax_n+bx_1=c_n.$$

Умноживъ данныя уравненія послѣдовательно на a^{n-1}, $-a^{n-2}b$, $a^{n-3}b^2,\dots\dots,\pm b^{n-1}$, сложимъ ихъ почленно, тогда легко получимъ

$$x_1=\frac{a^{n-1}c_1-a^{n-2}bc_2+a^{n-3}b^2c_3-\dots\dots\pm b^{n-1}c_n}{a^n\pm b^n}.$$

Умножимъ теперь второе уравненіе на a^{n-1}, третье на $-a^{n-2}b$, четвертое на $a^{n-3}b^2$,...... послѣднее на $\mp ab^{n-2}$ и первое на $\pm b^{n-1}$ и снова сложимъ ихъ почленно, тогда

$$x_2=\frac{a^{n-1}c_2-a^{n-2}bc_3+a^{n-3}b^2c_4-\ldots\ldots\mp ab^{n-2}c_n\pm b^{n-1}c_1}{a^n\pm b^n},$$

и вообще:

$$x_k=\frac{a^{n-1}c_k-a^{n-2}bc_{k+1}+a^{n-3}b^2c_{k+2}-\ldots\ldots\pm b^{n-1}c_{k-1}}{a^n+b^n}.$$

Н. Сыромятниковъ (Иван.-Возн.), *Н. Артемьевъ* (Спб.), *П. Трипольскій* (Полтава), *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ), *С. Блажко* (Москва), *А. Шульженко* (Кіевъ), Ученики: Москов. 3-й г. (4) *С. Б.*, Короч. г. (8) *I. С.*

№ 473. Опредѣлить x изъ уравненія

$$x^x+139x^{-x}-108x^{-2x}=32.$$

Полагая $x^x=y$, приводимъ данное уравненіе къ такому виду:

$$y^3-32y^2+139y-108=0,$$

или

$$y^3-31y^2+108y-y^2+31y-108=0,$$

что легко уже разложить на два множителя:

$$(y-1)(y^2-31y+108)=0.$$

Отсюда

$$y_1=1,\quad y_2=4,\quad y_3=27,$$

значитъ

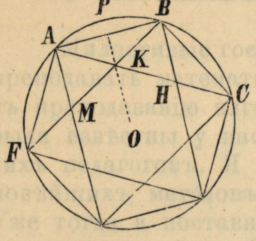
$$x_1=1,\quad x_2=2,\quad x_3=3.$$

А. Лентовскій и *Н. Соболевскій* (Москва). *П. Трипольскій* (Полтава), *А. Р.* (Астрах.), *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ), *Г. Ульяновъ* и *С. Карновичъ* (Воронежъ), *Н. Волковъ* (Спб.), *Я. Эйлеръ* (Могилевъ), *Т. Шаталовъ* (Курскъ). Ученики: Курск. г. (6) *А. Ш.*, (7) *В. Х.*, Кам. р. уч. (7) *А. В.*, Кам.-Под. г. (7) *Я. М.*, Т.-Х.-Ш. р. уч. (7) *А. Б.*, Кіев. р. уч. (6) *А. Ш.*, Спб. ц. Ек. уч. (7) *В. М.*

№ 454. Въ кругъ радiуса R вписанъ правильный шестиугольникъ и два равносторонніе треугольника. Пересѣченіемъ сторонъ этихъ треугольниковъ образуется новый прав. 6—угольникъ, въ который опять вписываемъ, какъ выше, два равные треугольника, дающихъ въ пересѣченіи сторонъ третій прав. 6—угольникъ. Въ этотъ послѣдній опять вписываемъ два треугольника и т. д до ∞. Показать къ какой площади стремится въ предѣлѣ сумма всѣхъ площадей полученныхъ такимъ образомъ шестиугольниковъ.

Означимъ сторону KH второго шестиугольника черезъ x и опустимъ перпендикуляръ KP изъ вершины K (фиг. 11) второго шестиугольника на сторону AB перваго шестиугольника. Такъ какъ

Фиг. 11.



$$\angle ABF=30^\circ,$$

то

$$PK=\frac{1}{2}BK=\frac{1}{2}KH=\frac{x}{2}$$

и

$$\frac{R^2}{4}+\frac{x^2}{4}=x^2,$$

откуда

$$x=\frac{R}{\sqrt{3}}.$$

Площадь второго шестиугольника относится къ площади перваго, какъ

$$x^2:R^2=\frac{1}{3}:1.$$

Такимъ образомъ площадь каждаго послѣдующаго шестиугольника втрое менѣе чѣмъ площадь предыдущаго. Сумма безконечно убывающей прогрессіи

$$1+{}^1/_3+{}^1/_9+\ldots\ldots \text{ равна } {}^3/_2.$$

Искомый предѣлъ составляетъ $^3/_2$ площади перваго шестиугольника, или $\dfrac{9R^2}{4}\sqrt{3}$.

А. Охитовичъ и *Н. Волковъ* (Спб.), *Н. Богоявленскій* (Шуя), *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ), *Г. Ульяновъ* (Воронежъ), *Я. Эйлеръ* (Могилевъ). Ученики: Спб. Ек. ц. уч. (7) *В. М.*, Курск. г. (7) *В. Х.*, Черн. г. (8) *Д. З.*, Камыш. р. уч. (7) *А. З*

№ 538. Найти сумму

$$S=\frac{1}{\mathrm{Cos}x.\mathrm{Cos}y}+\frac{1}{\mathrm{Cos}y.\mathrm{Cos}z}+\ldots\ldots+\frac{1}{\mathrm{Cos}t\,\mathrm{Cos}u}+\frac{1}{\mathrm{Cos}u.\mathrm{Cos}v}$$

если x, y, z,......., t, u, v образуютъ ариѳметическую прогрессію, разность которой $=r$.

Такъ какъ

$$\mathrm{Sin}(y-x)=\mathrm{Sin}y\mathrm{Cos}x-\mathrm{Cos}y\mathrm{Sin}x,$$

то

$$\frac{\mathrm{Sin}(y-x)}{\mathrm{Cos}y.\mathrm{Cos}x}=\mathrm{tg}y-\mathrm{tg}x,$$

$$\frac{\mathrm{Sin}(z-y)}{\mathrm{Cos}y.\mathrm{Cos}z}=\mathrm{tg}z-\mathrm{tg}y,$$

....

$$\frac{\mathrm{Sin}(v-u)}{\mathrm{Cos}u.\mathrm{Cos}v}=\mathrm{tg}v-\mathrm{tg}u.$$

Складывая эти выраженія, и помня, что

$$y-x=z-y=\ldots\ldots=v-u=r,$$

получимъ

$$S=\frac{\mathrm{tg}v-\mathrm{tg}x}{\mathrm{Sin}r}=\frac{\mathrm{Sin}(v-x)}{\mathrm{Sin}r.\mathrm{Cos}v.\mathrm{Cos}x}.$$

Примѣч. ред. Ни одного рѣшенія удовлетворительнаго прислано не было.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 1 Ноября 1890 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.

Обложка
ищется

Обложка
пщется