

Обложка
щется

<http://vofem.ru>

Обложка
щется

<http://vofem.ru>

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 96.

VIII Сем.

15 Мая 1890 г.

№ 12.

МЕХАНИЧЕСКІЯ ДѢЙСТВІЯ ПЕРЕМѢННЫХЪ ТОКОВЪ.

Для воспроизведенія въ высшей степени интересныхъ опытовъ Эліу Томсона *) надъ отталкиваніемъ хорошо проводящихъ токъ металлическихъ массъ электромагнитомъ, по обмоткѣ котораго проходитъ альтернативный токъ, при помощи скромныхъ средствъ лабораторіи, я употребилъ описываемый ниже приемъ. Я получилъ кромѣ того и нѣкоторые новые результаты.

Толстое кольцо изъ мѣдной проволоки подвѣшивается горизонтально къ одному концу коромысла вѣсовъ и уравнивается на другой сторонѣ грузомъ. Подъ это кольцо или внутрь его помѣщается вертикальная бобина изъ мѣдной проволоки $2\frac{1}{2}$ м.м. діаметра (высота бобины 120 м.м., ея внѣшній діаметръ 120 м.м. и внутренній—43 м.м.). Концы проволоки этой бобины соединяются съ проволочными щетками, нажимающими на коммутаторъ, приводимый во вращательное движеніе маленькимъ электрическимъ двигателемъ Бреге. (Для приведенія въ движеніе мотора употребляются 3 или 4 аккумулятора). Этотъ двигатель даетъ коммутатору болѣе 600 оборотовъ въ минуту. При одномъ полномъ оборотѣ коммутатора производится 20 переизмѣненія направленія тока въ бобинѣ. Самый токъ образуется нѣсколькими аккумуляторами. (Достаточно вполнѣ 2-хъ или 3-хъ аккумуляторовъ). При такихъ условіяхъ наблюдается весьма рѣзкое отталкиваніе кольца отъ бобины даже тогда, когда амметръ, помѣщенный въ цѣпь тока передъ коммутаторомъ указываетъ силу тока меньше, чѣмъ 0,5 ампера. Это отталкиваніе усиливается, когда внутрь бобины помѣщается пучекъ желѣзныхъ проволокъ или сплошной желѣзный стержень. Также точно отталкиваются отъ бобины мѣдный дискъ, подвѣшенный надъ нею горизонтально, и мѣдная трубка, входящая частью внутрь бобины. Последняя отталкивается, впрочемъ, очень слабо.

Такое-же дѣйствіе бобины, только болѣе слабое, получается и тогда, когда черезъ бобину проходитъ прерывистый токъ, не мѣняющій своего направленія. Для этого на ось двигателя надѣвается вѣзетъ коммутатора прерыватель, дающій 20 прерываній при одномъ оборотѣ.

Но совершенно особенныя* явленія наблюдаются въ ртути, находящейся надъ подобною бобиною или даже около нея. Моя бобина пред-

*) Эти опыты были показываемы въ Американскомъ Отдѣлѣ на Всемирной выставкѣ въ Парижѣ въ 1889 году.

ставляет собою только мотокъ хорошо изолированной проволоки, связанный нитками и вполне лишенный какихъ-бы то ни было металлических частей, могущихъ, какъ видно будетъ ниже, вліять на результатъ. Помѣстивъ вертикально такую бобину на подставкѣ съ тремя винтами, я ставлю поверхъ бобины цилиндрическую (77,5 м.м. діам.) кюветку съ плоскимъ стекляннымъ дномъ по возможности вполне центрально и наливаю въ нее ртуть, на поверхность которой насыпаю немного ликоподія. Когда ртуть придетъ въ покой, токъ замыкается (при вращеніи прерывателя или коммутатора). Тотчасъ послѣ замыканія тока обнаруживаются особыя движенія ртути въ кюветкѣ. Ликоподій, плавающий на поверхности ртути, указываетъ на образованіе двухъ вихреобразныхъ движеній ртути съ раздѣломъ, или лучше, съ общимъ потокомъ по діаметру кюветки. Эти вихри устанавливаются вполне правильными. Лучше всего наблюдается явленіе, когда ртути налито лишь столько, чтобы все дно кюветки было покрыто ею и самая кюветка горизонтальна. Если налить на ртуть воды, то при движеніи ртути можно отчетливо наблюдать два вихревыя движенія во всей массѣ воды. Описываемое явленіе получается и при альтернативномъ и при прерывистомъ токъ. Въ послѣднемъ случаѣ болѣе слабо. Помѣщеніе внутрь бобины желѣза усиливаетъ интенсивность вихревыхъ движеній въ ртути.

Если употребить бобину безъ желѣза внутри и подъ кюветку эксцентрично подложить часть тонкаго металлическаго кружка—въ ртути сейчасъ-же образуются два сильные вихря съ общимъ потокомъ (раздѣломъ) по направленію діаметра кружка. Наболѣе интенсивныя части этихъ вихрей приходится надъ подложеннымъ кружкомъ. Помѣщая подъ кюветку въ двухъ мѣстахъ металлическіе кружки, получаемъ 4 вихря. Помѣщая 3 кружка, получаемъ 6 отдѣльныхъ вихрей съ раздѣлами по направленію діаметровъ кружковъ. Если подъ кюветку по направленію ея діаметра подложить узкую тонкую металлическую полоску, въ ртути образуются 4 весьма рѣзкіе вихря съ раздѣлами: перпендикулярно длинѣ полоски (по этому направленію ртуть съ обѣихъ сторонъ течетъ къ полоскѣ) и по направленію средней линіи полоски (по этому направленію отъ центра кюветки ртуть оттекаетъ въ обѣ стороны). Можно очень разнообразить явленія, помѣщая подъ кюветку металлическія пластинки различной формы.

Если вложить внутрь бобины желѣзо и кюветку поставить эксцентрично—то получаютъ два очень сильные вихря съ общимъ потокомъ къ желѣзу. Вообще ртуть направляется къ мѣсту*нахожденія подъ кюветкою металла въ видѣ потока дающаго далѣе возвратныя токи и образующаго такимъ образомъ два вихря. Подкладывая подъ кюветку плоское кольцо (съ круглымъ вырѣзомъ въ центрѣ, равнымъ внутреннему діаметру бобины), составленное изъ 3 равныхъ и одинаковой толщины секторовъ изъ мѣди, латуни и цинка, получаемъ въ ртути 6 вихрей. Изъ нихъ два особенно интенсивные образуются надъ мѣднымъ секторомъ, болѣе слабые надъ латуннымъ и еще слабѣе надъ цинковымъ. Раздѣлы въ каждой парѣ вихрей направлены по срединѣ секторовъ. Если діаметръ кюветки меньше внутренняго діаметра бобины и кюветка помѣщена надъ отверстіемъ бобины—движенія ртути не замѣчаются.

Образованіе двухъ вихрей въ ртути на бобинѣ безъ желѣза и металла обязано не полной однородности обмотокъ бобины.

Качественно совершенно тѣ же явленія получаются, когда кюветка приподнята надъ бобиною. Точно также можно подкладывать подъ кюветку металлическія пластинки и движенія въ ртути остаются, хотя интенсивность уменьшается вмѣстѣ съ увеличеніемъ толщины подкладываемой пластинки.

Кладя бобину осью горизонтально и помѣщая надъ бобиною кюветку такъ, что часть ртути приходится надъ обмоткою, а часть внѣ, замѣчаемъ также два вихря съ раздѣломъ параллельно оси бобины.

Подобные-же вихри (впрочемъ, очень слабыя) получаются даже тогда, когда кюветка поставлена рядомъ съ вертикальною бобиною.

Нѣтъ надобности, чтобы дно кюветки было все покрыто ртутью. Движенія наблюдаются и въ отдѣльныхъ плоскихъ капляхъ.

Если насыпать на поверхность ртути мелкихъ желѣзныхъ опилокъ, то подъ влияніемъ альтернативныхъ токовъ въ бобинѣ, болѣе крупныя частички желѣза располагаются по направленію силовыхъ линий, въ видѣ лучей звѣзды, нѣсколько перемѣщаясь, однако, подъ влияніемъ вихревыхъ движеній въ ртути, болѣе мелкія частички желѣза, напротивъ, подвергаются весьма разнообразнымъ движеніямъ. Онѣ скачутъ во всѣ стороны по поверхности ртути и напоминаютъ своими движеніями мелкія капли жидкости въ сферoidalномъ состояніи.

Весьма слабыя вихревыя движенія при описанныхъ условіяхъ обнаруживаются и въ другихъ жидкостяхъ. Я наблюдалъ ихъ въ растворѣ мѣднаго купороса.

Проф. И. И. Борманъ (Спб.)

Гальваническія бутылки Э. К. Шпачинскаго.

(Окопчаніе)*).

Мнѣ остается описать еще два типа гальваническихъ элементовъ, заключаемыхъ въ простыя бутылки, тѣ именно, которые послѣ продолжительныхъ испытаній оказались гораздо практичнѣе прежде описанныхъ элементовъ съ сурикомъ.

1. Бутылка съ растворомъ марганцово-калиевой соли представляетъ простой и удобный элементъ, быстро снаряжаемый и въ случаѣ истощенія перезаряжаемый до полного израсходованія цинка; кромѣ достаточнаго постоянства тока, элементъ этотъ имѣетъ то важное преимущество, что при незамкнутой цѣпи цинкъ не расходуетъ и потому его не надо вынимать изъ раствора, какъ напр. въ элементахъ типа Грене (съ двухромовокислымъ калиемъ и сѣрной кислотой). Это преимущество и даетъ возможность устраивать элементы по этой системѣ въ какой угодно формѣ, и—слѣдовательно—даже въ обыкновенной бутылкѣ.—Въ этомъ послѣднемъ случаѣ поступаютъ такъ. Цинковый хорошаго качества цилиндрическій стержень, такого діаметра, чтобы входилъ свободно въ гор-

*) См. „Вѣстникъ“ №№ 72, 73, 74 и 78.

лышко бутылки, и такой длины, чтобы, будучи введенъ въ бутылку, онъ не доходилъ однимъ концомъ дна (плоскаго) на 5—6 см., а другимъ концомъ оканчивался въ томъ мѣстѣ шейки, гдѣ она расширена, (удобны напр. размѣры: длина 15 см., діаметръ 1 см.), долженъ быть предварительно снабженъ выводною довольно толстою и мягкой проволокою, мѣдною или желѣзною, впаянною съ одного конца по оси цилиндра; длина этой проволоки приблизительно такая-же какъ и цинковаго карандаша. Мѣсто спайки и вся проволока кромѣ 2—3 см. на свободномъ ея концѣ должны быть покрыты асфальтовымъ лакомъ; если употребляется желѣзная проволока, то свободный отъ лака ея конецъ нужно вылудить (при помощи амальгамационной палочки), иначе онъ заржавеетъ и будетъ давать плохой контактъ. Затѣмъ цинкъ амальгамируется, вводится до вышеуказанной глубины въ бутылку и въ такомъ положеніи выводная проволока загибается внизъ, чтобы прилегалла къ наружной стороне шейки, и, немного ниже того перехвата, который всегда имѣется на шейкахъ бутылокъ, загибается опять вертикально вверхъ; все это должно быть такъ сдѣлано, чтобы, держа за конецъ проволоки, можно было свободно вынимать цинкъ и вводить въ бутылку, и чтобы онъ, подвѣшенный на краю горлышка, не могъ особенно болтаться. Наконецъ на оба конца цинковаго стержня надѣвается по резиновому, плотно его обхватывающему, кольцу; эти кольца (ихъ можно отрѣзать ножницами отъ обыкновенной резиновой трубки) предназначаются для того, чтобы случайно цинкъ не могъ касаться своей боковой поверхностью другого электрода—угольного стержня. Притомъ верхнее кольцо, которое должно быть надѣто ниже того мѣста, гдѣ вслѣдствіе спайки съ проволокою могло остаться по поверхности нѣсколько припоя, слѣдуетъ брать шириною въ 1—1½ см.: оно будетъ вмѣстѣ съ тѣмъ служить мѣткой высоты, до которой должна быть въ бутылкѣ налита жидкость и предохранять цинкъ отъ развѣданія на границѣ соприкосновенія жидкости съ воздухомъ.—Покончивъ съ цинкомъ, нужно затѣмъ приготовить угольный электродъ. Для этой цѣли удобнѣе всего брать тѣ цилиндрики, которые употребляются для электрическаго освѣщенія; діаметръ такого стержня долженъ быть, какъ и для цинковаго карандаша, а длина—на 3—4 см. больше, такъ чтобы онъ едва не касался дна бутылки. Такъ какъ угольный цилиндрикъ дѣлается разъ на всегда, ибо онъ не подлежитъ никакой порчѣ и расходованію, то нужно позаботиться, чтобы его соединеніе съ выводною проволокою было особенно тщательно и надежно. Лучше всего просверлить съ одного основанія небольшую дырочку, въ которую плотно долженъ входить конецъ проволоки (хорошо отчищенный) и затѣмъ залить свинцовую головку; но чтобы сама головка прочно держалась, нужно чтобы она обхватывала конецъ угольнаго стержня съ боковъ, на которыхъ дѣлаются предварительно нарѣзки (подпилкомъ) или дырочки. Муфточку для отливки головки легко сдѣлать изъ игральной карты, обворачиваемой вокругъ конца цилиндрика. Вообще эта работа любителю можетъ не удалась. Можно поэтому соединить уголь съ проволокою въ крайнемъ случаѣ и такъ: возлѣ одного изъ концовъ угольнаго цилиндрика надо выпилить по боковой поверхности углубленіе, по которому очень туго обмотать три, четыре раза довольно толстой (1 мм.) мѣдною, хорошо отчищенной проволокой и концы, при помощи щипчиковъ,

скрутить такъ туго, какъ только возможно (лишь бы только не раскрошился уголь или проволока не лопнула); одинъ изъ лишнихъ концовъ обрѣзывается, другой оставляется для вывода наружу. Чтобы не покрывать его затѣмъ лакомъ, въ этомъ случаѣ удобнѣе взять мѣдную, изолированную гуттаперчей проволоку и съ одного конца очистить отъ изолировки столько, сколько понадобится для обмотки угля, а съ другого—не болѣе 2 см. Затѣмъ, послѣ того какъ угольный цилиндрикъ съ одного конца обмотанъ такъ плотно, что ничуть не шатается внутри оборотовъ, все то пространство, гдѣ уголь соприкасается съ мѣдью, необходимо плотно обернуть или заклеить станіолемъ (оловянной бумагой) или свинцовой бумагой, и поверхъ покрыть какою нибудь непроницаемой мастикой, напр. гуттаперчей, или хорошимъ лакомъ и пр. (Хорошую мастику можно приготовить изъ 2 частей гуттаперчи и 1 части канифоли, которыя расплавляются вмѣстѣ; такая мастика, наложенная горячею, хорошо пристаетъ, отлично изолируетъ и очень скоро засыхаетъ). Когда такъ либо иначе угольный электродъ соединенъ надежнымъ образомъ съ выводною проволокою, его вводятъ въ бутылку и, приравливая его положеніе такъ чтобы онъ вѣсилъ параллельно цинку и по возможности ближе къ нему, точно также загибаютъ около горлышка проволоку, сначала вертикально по шейкѣ внизъ, потомъ вертикально вверхъ; третій разъ проволока отъ угля загибается еще подъ прямымъ угломъ такъ, чтобы конецъ ея торчалъ въ горизонтальномъ направленіи отъ бутылки; это дѣлается во 1-хъ для нагляднаго отличія полюсовъ (цинковый—вертикальный, угольный—горизонтальный) и во 2-хъ для удобства послѣдовательнаго соединенія бутылокъ при помощи клеммъ (мои цилиндрическія клеммы имѣютъ одно отверстіе съ боку, другое съ основанія).—Когда оба электрода готовы, ихъ вынимаютъ, насыпаютъ въ бутылку 3 или 4 ложки кристалловъ марганцово-кислаго калия и поверхъ этого слой угля въ кусочкахъ, свободно входящихъ въ горлышко, толщиною около сантиметра (лишь бы конецъ цинка отстоялъ отъ поверхности слоя по крайней мѣрѣ на 1 см.). Поверхъ угля не мѣшается всыпать около 2 ложекъ чистой поваренной соли. Послѣ этого слѣдуетъ вставить сначала цинковый электродъ, потомъ угольный; этотъ послѣдній долженъ проникнуть непременно въ слой мелкаго угля своимъ нижнимъ концомъ; ради этого то онъ и дѣлается длиннѣе. Когда оба электрода вставлены и установлены какъ слѣдуетъ, поверхъ шейки надѣвается резиновое кольцо, которое, въ перехватѣ шейки, прижимало бы къ стеклу и удерживало на мѣстѣ обѣ выводныя проволоки. (Если нѣтъ такого кольца, которое тоже можно отрѣзать отъ гуттаперчевой или резиновой трубки, то можно обмотать шейку въ перехватѣ нѣсколько разъ обыкновеннымъ шнуркомъ, но кольцо удобнѣе на случай выниманія электродовъ при очисткѣ бутылки и ея перезарядкѣ). Затѣмъ нужно подобрать пробку (лучше гуттаперчевую), сдѣлать по бокамъ ея двѣ діаметрально противоположныя выемки для выводныхъ проволокъ, такъ чтобы ею легко было закупоривать бутылку, а также, чтобы въ случаѣ необходимости, ее легко было вынимать. Наконецъ въ бутылку, когда уже она нужна для работы, вливаютъ насыщенный растворъ поваренной соли, до той высоты, какая указана верхнимъ резиновымъ кольцомъ на цинкѣ. Послѣ прилитія жидкости, которая скоро сдѣлается темнофіолетовою отъ растворенія въ ней марганцово-кислаго калия, бу-

бутылку закупориваютъ ранѣе приготовленной пробкой и она готова. Растворъ поваренной соли нужно дѣлать въ чистой прокипяченной водѣ и потомъ профильтровать.

При незамкнутой цѣпи никакихъ почти реакцій въ такомъ элементѣ не происходитъ; въ присутствіи воздуха растворъ марганцово-каліевой соли понемногу раскисляется (вѣроятно отъ присутствія въ воздушной пыли органическихъ веществъ, почему этотъ растворъ и употребляется какъ дезинфицирующее средство *)), но если держать бутылку закупоренною (даже и не плотно), то при этомъ никакой почти потери быть не можетъ. При дѣйствіи тока образуется хлористый цинкъ, окись цинка и ждкій натрій въ растворѣ, а выдѣляющійся со стороны угля водородъ раскисляетъ марганцово-каліевую соль (KMnO_4) при чемъ получается перекись марганца въ видѣ осадка, падающаго на дно, и ждкій калий въ растворѣ. Сама перекись марганца тоже въ свою очередь можетъ отчасти еще служить деполаризаторомъ; чтобы этимъ воспользоваться, я и совѣтую кромѣ угольнаго цилиндрика помѣстить на дно слой угля въ кускахъ, и привести этой слой въ соприкосновеніе съ цилиндромъ; это во 1-хъ увеличить значительно поверхность угольнаго электрода, а во 2-хъ, поверхность этого слоя будетъ осаждаться образующаяся перекись марганца, которая отчасти будетъ деполаризовать элементъ при дальнѣйшемъ его дѣйствіи.

Самою дорогою составною частью такого элемента является марганцово-каліевая соль (около 50 коп. фунтъ въ апт. складахъ). Угольный цилиндрикъ стоитъ нѣсколько копѣекъ и служить на всегда. Уголь въ кускахъ, насыпаемый на дно, лучше всего брать на газовыхъ заводахъ, гдѣ, подъ названіемъ „ретортнаго“, онъ продается какъ ненужный продуктъ по 40 коп. пудъ и дешевле. Поверхность цинка загрязняется не скоро, а когда это случится, цинкъ не трудно вынуть и очистить.

Вмѣсто раствора поваренной соли можно брать и растворъ нашатыря, но эту комбинацію я считаю менѣе удобною, хотя она и вліяетъ сначала на увеличеніе силы тока, потому что цинкъ при этомъ не такъ хорошо сохраняется въ растворѣ и элементъ выдѣляетъ амміакъ, неприятно и разрушительно дѣйствующій.

При снаряженіи по этой системѣ гальваническихъ элементовъ съ большими поверхностями электродовъ, можно съ удобствомъ употреблять пористые сосуды, но слѣдуетъ избѣгать вовсе всякихъ перегородокъ изъ органическихъ веществъ, какъ напр. пергаментная бумага, ибо таковыя окисляются и разрушаются въ растворахъ марганцово-каліевой соли очень скоро.

II. *Сухая гальваническая бутылка* представляетъ собою весьма удобный для перевозки элементъ типа Леклянше и, безъ сомнѣнія, самый дешевый изъ всѣхъ такъ называемыхъ „сухихъ“ элементовъ, которые, какъ читателю извѣстно, въ сущности суть „влажные“, ибо основаны на введеніи между электродами какой нибудь порошкообразной

*) Слѣдовательно, если устроить гальваническую батарею (угле-цинковую) съ растворомъ марганцово-каліевой и поваренной солей въ обыкновенныхъ открытыхъ сосудахъ, то она не только не будетъ выдѣлять никакихъ вредныхъ газовъ, но еще наоборотъ—будетъ дезинфицировать воздухъ помѣщенія.

(какъ напр. гипса, окиси цинка, иногда древесныхъ опилокъ и пр.) или желе-образной (какъ напр. желатина, настоя изъ исландскаго моху и пр.) массы, пропитанной растворами нѣкоторыхъ солей.—Кромѣ наружной формы и расположенія частей моя „сухая“ бутылка отличается отъ другихъ этого типа элементовъ во 1-хъ тѣмъ, что она не „влажная“, а попросту „мокрая“, ибо содержитъ не тѣсто, пропитанное растворомъ, а самый растворъ въ жидкомъ видѣ. Второе отличіе касается самаго раствора. Въ большинствѣ случаевъ при изготовленіи сухихъ элементовъ употребляется насыщенный растворъ нашатыря или другихъ солей аммонія (напр. сѣрниокислаго). Я замѣняю его попросту растворомъ поваренной соли, на томъ основаніи, что хотя при этомъ электровозбудительная сила элемента нѣсколько ниже, но за то: во 1-хъ—чистая поваренная соль значительно дешевле чистаго нашатыря (это, впрочемъ, маловажно), во 2-хъ дѣйствіе раствора поваренной соли на цинкъ при разомкнутой цѣпи весьма ничтожно, чего нельзя сказать о растворѣ нашатыря, въ особенности о растворѣ насыщенномъ, и въ 3-хъ—что въ данномъ случаѣ имѣетъ зущественную важность—элементъ съ растворомъ поваренной соли при герметической закупоркѣ не стремится къ разбуханію, т. е. давленіе внутри него не возрастаетъ по мѣрѣ дѣйствія тока, какъ въ элементахъ съ нашатыремъ и другими солями аммонія, при электролизѣ которыхъ освобождается не только водородъ (окисляющійся въ воду на счетъ кислорода перекиси марганца), но еще и амміакъ. Правда, въ началѣ эта поляризація элемента амміакомъ устраняется сильною поглощательною способностью воды и угля, которые—какъ извѣстно—жально поглощаютъ амміакъ (въ особенности при низкихъ температурахъ) и элементъ дѣйствуетъ энергично, но потомъ онъ замѣтно ослабѣваетъ вслѣдствіе насыщенія и воды и угля амміакомъ, давленіе внутри элемента возрастаетъ, и, если только онъ герметически закрытъ, со временемъ долженъ лопнуть. Вотъ почему конструкторы сухихъ элементовъ съ амміачными солями во избѣжаніе этой непріятности или (какъ напр. Гаснеръ) оставляютъ внутри угольнаго электрода запасное свободное пространство для амміака (что непроизводительно увеличиваетъ объемъ элемента и все-таки не вполне гарантируетъ его отъ порчи раньше истощенія) или—что рациональнѣе—выводятъ угольный электродъ наружу, доставляя такимъ образомъ амміаку при его накопленіи внутри элемента возможность просачиваться сквозь уголь и перейти въ воздухъ (но этимъ-же путемъ черезъ скважины угля можетъ отчасти испариться и вода, и элементъ высыхаетъ). Во избѣжаніе всѣхъ этихъ неудобствъ я и рекомендую употреблять при изготовленіи удобныхъ для перевозки гальваническихъ бутылокъ растворъ обыкновенной поваренной соли, при электролизѣ котораго образуется въ элементѣ одинъ только газообразный продуктъ, водородъ, который пойдетъ на восстановленіе перекиси марганца; что же касается получаемаго въ растворѣ ѣдкаго натра, то при герметической закупоркѣ (предохраняющей отъ поглощенія углекислоты изъ воздуха) онъ не только не вредитъ дѣйствию элемента, но, напротивъ того, помогаетъ, ибо способствуетъ растворимости окиси цинка. Для того же чтобы усилить элементъ достаточно къ насыщенному раствору поваренной соли прибавить немного нашатыря, напр. одну ложку на бутылку, но не болѣе, чтобы элементъ не стремился къ

разбуханію (въ особенности опасному при случайныхъ повышеніяхъ температуры).

Само снаряженіе бутылки можетъ быть выполнено домашними средствами такъ. Цинковый и угольный электроды готовятся совершенно такъ, какъ описано выше. Цинковый стержень можно въ этомъ случаѣ взять еще меньшаго діаметра; резиновыхъ колецъ надѣвать на него не нужно, а за то надо обернуть его со всѣхъ сторонъ чистой хлопчатобумажной ватой (можно гигроскопической, еще лучше—азбестомъ), а чтобы этотъ ватный футляръ не отпадалъ, его слѣдуетъ обмотать по спирали нѣсколько разъ ниткой. На дно бутылки насыпаютъ немного поваренной соли для запаса и одну ложку нашатыря. Затѣмъ вставляютъ оба электрода (длина ихъ въ этомъ случаѣ можетъ быть одинакова) такъ, чтобы они касались другъ друга и, изогнувъ выводныя проволоки, какъ и въ прежнемъ случаѣ, закрѣпляютъ ихъ возлѣ шейки на глухо, лучше не резиновымъ кольцомъ, а тонкимъ шнуркомъ, который обматывалъ бы почти всю шейку бутылки; шнурокъ этотъ долженъ быть потомъ пропитанъ какимъ нибудь изолирующимъ веществомъ; онъ предназначенъ не только для закрѣпленія выводныхъ проволокъ, но еще и для удобства брать бутылку въ руку при переноскѣ: безъ шнурка, при значительномъ вѣсѣ бутылки (около 6 фунтовъ) шейка, за которую обыкновенно берутъ, легко можетъ выскользнуть изъ руки. Вставивъ электроды, надо всыпать въ бутылку смѣсь мелкихъ кусочковъ ретортнаго угля и перекиси марганца (пиролюзита); лучше вовсе избѣгать употребленія и угля и перекиси въ порошокъ, а надо брать ихъ въ такихъ кусочкахъ, которые входили бы свободно въ горлышко бутылки, въ которомъ уже помѣщены обѣ выводныя проволоки; при наполненіи смѣсью слѣдуетъ бутылку слегка встряхивать, чтобы все хорошо улеглось и электроды не шатались. Можно брать и перекиси и угля равныя по вѣсу количества, но избытокъ перекиси никогда не помѣшаетъ. Она стоитъ въ аптечныхъ складахъ 10 р. пудъ. Смѣси слѣдуетъ насыпать лишь столько, чтобы ея поверхность не доходила до верхнихъ концовъ электродовъ на $3\frac{1}{2}$ или 4 см. Послѣ надо прилить чистаго насыщеннаго раствора поваренной соли, но такъ, чтобы уровень жидкости въ бутылкѣ послѣ встряхиванія не доходилъ до свободной поверхности смѣси, а былъ нѣсколько ниже ея. Затѣмъ въ бутылку, при помощи тонкой палочки или проволоки, вводятъ куски ваты, изъ которыхъ долженъ образоваться надъ смѣсью угля и перекиси слой толщиной въ $1\frac{1}{2}$ —2 см.; это дѣлается какъ для того, чтобы та заливка, которою бутылка будетъ разъ на всегда закрыта, не проникла въ промежутки между кусочками смѣси, такъ и для того—главнымъ образомъ—чтобы внутри элемента осталось пространство на случай расширенія жидкости отъ теплоты и пр. Поверхъ ваты остается влить въ бутылку расплавленную смолу (или другую заливку), при чемъ можно наполнить ею всю шейку по край. Если же шейка очень объемиста, можно смолы прилить меньше, лишь бы ею непременно было залито то мѣсто въ бутылкѣ, гдѣ оба электрода соприкасаются со своими выводными проволоками; въ послѣднемъ случаѣ придется еще вставить и пробку, которая впрочемъ не играетъ здѣсь никакой существенной роли. Если можно опасаться, что верхняя часть бутылки лопнетъ при вливаніи горячей смолы, ее слѣ-

дуетъ предварительно нагрѣть при помощи смоченной въ горячей водѣ тряпочки.—Лучше однакожъ во всѣхъ отношеніяхъ употреблять прочныя бутылки изъ темно-зеленаго стекла, напр. литровыя бутылки, въ которыхъ у насъ продаются заграничныя минеральныя воды; онѣ не лопаются, и я имѣлъ случай нѣсколько разъ убѣдиться, что онѣ не бьются и не даютъ трещинъ когда, даже уже наполненные, падаютъ на полъ съ высоты стола или шкапа.

Такъ приготовленная бутылка не боится, конечно, никакой переноски и перевозки; работать она будетъ одинаково во всѣхъ положеніяхъ, даже поставленная вверхъ дномъ. При тщательномъ приготовленіи она можетъ служить очень долго, если только не требовать отъ нея непрерывной работы въ теченіе многихъ часовъ безъ отдыха. Для такой цѣли, какъ извѣстно, всѣ элементы типа Леклянше не годятся, ибо они быстрѣе поляризуются чѣмъ деполяризуются. Но для прерывнаго кратковременнаго дѣйствія, какъ напр. при электрическихъ звонкахъ, такія бутылки, какъ по простотѣ снаряженія и дешевизнѣ, такъ и по силѣ даваемого тока, вполне достаточны, удобны и доступны.

Можно устроить сухую бутылку и съ марганцово-каліевой солью; она будетъ лучше, но дороже. Вся разница приготовленія будетъ заключаться въ томъ, что на дно бутылки (кромѣ соли) надо еще всыпать 4—5 ложекъ кристалловъ марганцово-каліевой соли, за то перекиси марганца въ кускахъ можно взять менѣе. Футляръ возлѣ цинковаго карандаша нельзя въ этомъ случаѣ дѣлать изъ ваты (ибо она быстро бы разрушилась), а непременно изъ азбеста (горнаго льна), который стоитъ около 60 коп. фунтъ. Электровозб. сила такой бутылки больше и—пока есть запасъ марганцово-каліевой соли—она не поляризуется и можетъ служить для непрерывной работы тока.

III.

Къ теоріи неопредѣленныхъ уравненій.

Цѣлыя рѣшенія неопредѣленнаго уравненія 1-й степени съ двумя неизвѣстными могутъ быть найдены путемъ рѣшенія двухъ уравненій 1-й степени съ двумя неизвѣстными. Сообщаю этотъ методъ, не ручаясь за новизну его.

Пусть дано неопредѣленное уравненіе

$$ax + by = c, \quad (1)$$

гдѣ a и b суть числа взаимно-простыя, при чемъ a положительное, а b можетъ быть и положительнымъ и отрицательнымъ. Обозначимъ чрезъ a' и b' числителя и знаменателя предпоследней подходящей въ разложениі дроби $\frac{a}{b}$ въ непрерывную, и, принимая b' съ тѣмъ-же знакомъ, какъ и b , напомнимъ уравненіе

$$a'x + b'y = t, \quad (2)$$

гдѣ t какое угодно цѣлое число. Рѣшивъ уравненія (1) и (2), найдемъ

$$x = \frac{cb' - bt}{ab' - ba'}, \quad y = \frac{at - ca'}{ab' - ba'};$$

но, по теоріи непрерывныхъ дробей,

$$ab' - ba' = \pm 1;$$

слѣдовательно

$$x = \pm (cb' - bt), \quad y = \pm (at - ca'). \quad (3)$$

Такимъ образомъ получены въ цѣлыхъ числахъ общія рѣшенія даннаго уравненія.

Возьмемъ примѣръ, рѣшенный въ алгебрѣ Давидова:

$$29x + 17y = 250. \quad (1)$$

Разлагаемъ дробь $\frac{29}{17}$ въ непрерывную:

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ \hline 29 & 17 & 12 & 5 & 2 & 1 \\ 17 & 12 & 10 & 4 & 2 & \\ \hline 12 & 5 & 2 & 1 & 0 & \end{array}$$

$$\frac{29}{17} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$$

и, составивъ подходящія:

$$\begin{array}{c|ccccc} 1 & 2 & 5 & 12 & 29 \\ \hline 1' & 1' & 3' & 7' & 17' \end{array}$$

пишемъ уравненіе

$$12x + 7y = t \quad (2)$$

Рѣшивъ уравненія (1) и (2), получимъ.

$$x = 17t - 1750,$$

$$y = 3000 - 29t.$$

Дм. Ефремовъ (Иваново-Вознес.).

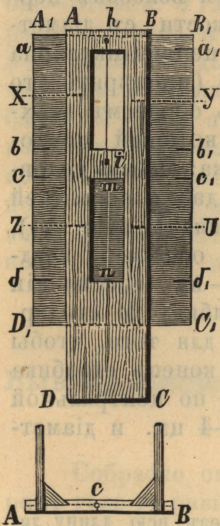
ДЕШЕВАЯ АСТРОЛЯВІЯ.

Всякому извѣстно, какъ бываетъ любопытно знать то или другое разстояніе, ту или другую длину, какая высота зданія, дерева? какое разстояніе между двумя какими нибудь предметами? какая высота плотныхъ кучевыхъ облаковъ (см. „Вѣстникъ Оп. Физ. и Элем. Мат.“ № 27 стр. 51)? какъ велика площадь даннаго куска земли? какова географическая широта даннаго мѣста? и пр.—все это въ большинствѣ случаевъ полезно, вообще же—весьма интересно и занимательно, и все это рѣ-

шается при помощи тригонометрии, а, следовательно, и астролябии. Астролябия, стоящая не менее 35—40 рублей, не всякому доступна, а темъ болѣе напр. ученику 7-го класса—ученику, который такъ недавно познакомился съ тригонометріей, и для котораго поэтому вышеприведенные вопросы представляютъ особенный интересъ. Благодаря дороговизнѣ астролябии, послѣдняя не приобретается, и практическія занятія по тригонометріи откладываются—сначала до болѣе благопріятнаго времени, а потомъ и на всегда. Чтобы устранить это неудобство и вмѣстѣ съ тѣмъ дать возможность рѣшать интересные вопросы, т. е. заниматься тригонометріей практически, я предлагаю здѣсь описаніе астролябии, которую при нѣкоторомъ стараніи всякій можетъ самъ сдѣлать, и которая въ общей сложности будетъ стоить около рубля.

Возьмите дощечку въ 3—4 мм. толщиной и пилочкой для выпиливанія рамокъ вырѣжьте изъ нея кругъ радіусомъ 10—12 см. (на 2—3 см. больше радіуса употребляемаго транспорта). Купите большой мѣдный транспортиръ (наибольшій обыкновенно бываетъ 7—8 см. радіусомъ) и прикрѣпите его къ кружку такъ, чтобы центры ихъ совпадали. Лучше, если транспортиръ не будетъ выдаваться надъ плоскостью кружка; для этого сдѣлайте въ кружкѣ для него *соответственный* желобокъ. Прикрѣпляйте его такъ: на дугѣ транспорта просверлите 3—4 дырочки и прибейте транспортиръ гвоздями, а головки послѣднихъ, если они сполна не вошли въ коническія дырочки, спилите, чтобы поверхность транспорта была гладкая. Въ центрѣ кружка сдѣлайте дырочку 2—2½ мм. діаметромъ, но только такъ, чтобы центръ ея былъ въ центрѣ кружка, а, следовательно, и транспорта. Продѣлавши это, вы приступаете къ устройству алидады. Для этого изъ деревянной дощечки надо вырѣзать фигуру ABCD (см. фиг. 53), въ 1½—2 см. шириною и 11—13 см. длиною съ строго прямыми углами

Фиг. 53.



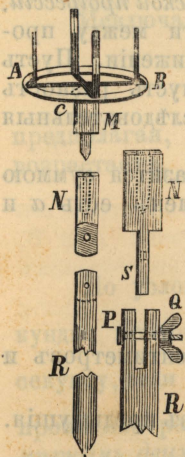
и выпилить въ ней два прямоугольные окошка въ 3 см. длиною и $\frac{3}{4}$ см. шириною. Затѣмъ берете пластинку $A_1B_1C_1D_1$ (изъ тонкой бѣлой жести), немного короче дощечки ABCD, но вдвое шире ея, и этою жестью огибаете кругомъ дощечку ABCD, сдѣлавши предварительно разрывы по $a, b, c, d, a_1, b_1, c_1$ и d_1 такъ, чтобы жесть обхватила кругомъ столбики X, Y, Z и U. Пользуясь небольшимъ молоткомъ, надо постараться, чтобы жесть вездѣ плотно пристала. Такимъ образомъ окованная дощечка представить съ одной стороны жестяную поверхность гладкую, съ другой—съ двумя прямоугольными углубленіями. По срединѣ гладкой стороны перпендикулярно къ DC вы начерчиваете прямую линію и по этой прямой, тонкой пилочкой въ одномъ изъ прямоугольных углубленій прорѣзываете щелочку mn ; въ другомъ углубленіи надо вырѣзать всю жесть и тогда оно превратится въ прямоугольное окошко. Въ немъ на одной линіи со щелочкой mn протягивается волосокъ. Это дѣлается такъ: на одной линіи со щелью mn про-

сверливаются двѣ маленькія дырочки *h* и *i* и, вытесавши изъ спички два маленькіе колышка, ущемляете ими волосокъ по вертикальному діаметру сначала дырочки *h*, а потомъ дырочки *i*. Волосокъ такимъ образомъ хорошо укрѣпляется и сильно натягивается (для прочности колышки прежде чѣмъ вбивать можно смочить столярнымъ клеемъ). Такимъ же точно образомъ готовится вторая стойка, съ тою разницею, что если въ 1-й волосокъ былъ въ верхнемъ окошкѣ, а щель—въ нижнемъ (какъ на рисункѣ), то во 2-й—наоборотъ—въ верхнемъ окошкѣ должна быть щель, а въ нижнемъ волосокъ. Обѣ эти стойки прикрѣпляются къ концамъ линейки, длина которой на $1\frac{1}{2}$ —2 см. меньше діаметра транспортира, а ширина равна ширинѣ стоекъ; прикрѣплять надо такъ, чтобы щелки, волоски обихъ стоекъ и продольная середина*) линейки были въ одной плоскости, перпендикулярной къ этой линейкѣ. Для провѣрки этого вы берете тоненькую нитку, продѣваете ее въ щелку одной стойки, обматываете ею соответствующій волосокъ другой стойки, потомъ волосокъ первой, наконецъ, переходите въ щелку послѣдней стойки и смотрите, всѣ ли эти нитки лежатъ въ одной плоскости съ продольной срединной линіей линейки; перпендикулярность этой плоскости къ линейкѣ вы можете провѣрить наугольникомъ. Стойки прикрѣпляются столярнымъ клеемъ къ линейкѣ АВ для большей прочности слѣдуетъ вклеить деревянные наугольнички (какъ показано на чертежѣ), но непременно прямые; все это можно кромѣ клея скрѣпить еще маленькими гвоздиками или винтиками. Въ линейкѣ АВ въ точкѣ пересѣченія продольной срединной линіи съ линіей, дѣлящей пополамъ разстояніе между стойками, вы продѣлываете коническую дырку въ $2\frac{1}{2}$ мм. діаметромъ. Алидада уже готова, остается ее прикрѣпить къ кружку, о чемъ я скажу немного ниже. Приготовьте теперь еще другую пару такихъ же стоекъ и прикрѣпите ихъ неподвижно къ кружку (также вклейте деревянные углы, но не изнутри, а снаружи, какъ видно на фиг. 54) такъ, чтобы щелочка и волосокъ первой, щелочка и волосокъ второй были въ одной плоскости съ діаметромъ транспортира и чтобы сама эта плоскость была перпендикулярна къ плоскости кружка, а, слѣдовательно, и транспортира (провѣрить это вы можете вышеописаннымъ способомъ). Когда такимъ образомъ верхняя часть будетъ готова, ее прикрѣпляютъ винтомъ (который проходитъ черезъ дырочку С алидады и черезъ центръ кружка; своею головкой, входящей въ коническую дырочку алидады, винтъ даетъ послѣдней болѣе устойчивое положеніе) въ центрѣ основанія столбика М (фиг. 54), у котораго всѣ боковыя грани прямоугольники, а въ основаніи квадратъ со стороною въ $2\frac{1}{2}$ —3 см. (центръ основанія—на пересѣченіи діагоналей), приклеивая кромѣ того кружокъ С къ столбику М столярнымъ клеемъ. Винтъ завинчивается не очень сильно для того, чтобы алидада могла сводбоно вокругъ него вращаться. Другой конецъ столбика М предварительно долженъ быть обтесанъ такъ, чтобы по центральной линіи получился колышекъ (см. фиг. 54) длиною въ 3—4 см. и діамет-

*) Эту срединную линію вы должны нарѣзать слегка черезъ всю длину линейки (какъ на черт.); концы ея нужны для отсчитыванія угловъ.

ромъ въ $1-1\frac{1}{4}$ цм. Затѣмъ надо сдѣлать другой такого же квадратнаго сѣченія столбикъ N въ 9—10 цм. длины, и въ немъ съ верхней стороны

Фиг. 54.



по центральной линіи сдѣлать цилиндрическое углубленіе, плотно обхватывающее колышекъ верхняго столбика N. Это приспособленіе даетъ возможность вращать верхнюю часть (кружокъ съ алидадой) астролябіи. Затѣмъ нижняя часть столбика N спиливается по бокамъ такъ чтобы по срединѣ остался выступъ S (см. рисунокъ) въ 4—5 цм. длины. Наконецъ на длинномъ шестѣ R въ $1\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}$ м. длины (съ основаніемъ, равнымъ основанію столбика N), выпиливается съ верхняго конца соотвѣтственное этому выступу углубленіе. Округливъ всѣ острые края и вставивъ столбикъ N выступомъ S въ широкую щель шеста R, остается просверлить дыру и вставить въ нее винтъ P, который при помощи гайки съ крыльями Q скрѣпляетъ это соединеніе шеста R со столбикомъ N (крылья, которые видны на чертежѣ, нужны для того, чтобы удобно было откручивать гайку пальцами). Это соединеніе позволяетъ производить измѣ-

реніе угловъ не только въ горизонтальной плоскости, но и въ различныхъ плоскостяхъ. Остальную часть шеста R лучше округлить, а конецъ сдѣлать заостреннымъ, чтобы удобно было втыкать его въ землю (для прочности острый конецъ можете оковать жестью). На всей этой системѣ, начиная съ верхняго основанія столбика M, надо еще нане-ти дѣленія (дециметры).

При помощи такой простенькой астролябіи, самую дорогую часть которой составляетъ обыкновенный транспортиръ, вы можете довольно точно рѣшать тригонометрическія задачи, употребляя для измѣренія длинъ еще веревку, а для вертикальнаго устанавливанія шеста астролябіи—отвѣсъ. Углы измѣряются очень просто: положимъ, нужно измѣрить въ точкѣ A уголъ, составленный направленіями АВ и АС, гдѣ В и С какія нибудь точки. Для этого ставимъ астролябію въ А, поворачиваемъ верхнюю систему такъ, чтобы точки В и С и плоскость кружка были на одной плоскости; затѣмъ поворачиваемъ кружокъ до тѣхъ поръ, пока щелочка, волосокъ неподвижныхъ стоекъ и точка В будутъ на одной линіи и вращаемъ алидаду съ подвижными стойками до тѣхъ поръ пока ихъ щель и волосокъ и точка С будутъ тоже на одной линіи; дуга, которая отложится на транспортирѣ до срединной продольной линіи линейки алидады, и будетъ дугою искомаго угла ВАС.

Студентъ А. Яницкій (Кіевъ).

Выводъ закона пространства при равномѣрно-ускоренномъ движеніи *).

Собразно опредѣленію: „Равномѣрное движеніе есть такое, при которомъ тѣло въ равные и произвольно выбранные промежутки времени прохо-

*) Сообщено въ 4-мъ очер. зас. Кіевского Физ.-Мат. Общ. 22-го Марта 1890 г.

дять *равныя* пространства^а, дадимъ равноѣрно-ускоренному движенію слѣдующее опредѣленіе: „Равноѣрно-ускоренное движеніе есть такое, въ которомъ пространства, пройденныя тѣломъ въ каждыя равныя и послѣдовательныя промежутки времени, *возрастаютъ въ арифметической прогрессіи*.“

Это опредѣленіе позволяетъ найти форму зависимости между пространствомъ и временемъ въ равноѣрно-ускоренномъ движеніи. Пусть въ *первую* секунду тѣло проходитъ *a* центиметровъ и пусть разность между пространствами, проходимыми въ каждыя двѣ послѣдовательныя секунды есть *g* см.

Пространство, пройденное въ теченіе *n* секундъ, выразится суммою *n* членовъ арифметической прогрессіи, которой первый членъ есть *a* и разность *g*, т. е.

$$S = \frac{[2a + g(n-1)]n}{2} \text{ или } S = \left(a - \frac{g}{2}\right)n + \frac{gn^2}{2}.$$

Пусть въ $\frac{1}{m}$ часть секунды тѣло проходитъ *a'* центиметровъ и въ каждыя слѣдующія $\frac{1}{m}$ секунды на *g'* см. болѣе нежели въ предыдущія.

Тогда пространство, пройденное въ *тѣ же n секундъ* выразится суммою *mn* членовъ арифм. прогрессіи, которой первый членъ есть *a'* и разность *g'*, т. е.

$$S = \left(a' - \frac{g'}{2}\right)mn + \frac{g'm^2n^2}{2}.$$

Слѣдовательно

$$\left(a - \frac{g}{2}\right)n + \frac{gn^2}{2} = \left(a' - \frac{g'}{2}\right)mn + \frac{g'm^2n^2}{2}.$$

Такъ какъ это равенство существуетъ при всѣхъ цѣлыхъ значеніяхъ числа *n*, то коэффициенты при равныхъ степеняхъ *n* должны быть равны между собою, т. е.

$$a - \frac{g}{2} = \left(a' - \frac{g'}{2}\right)m \text{ и } g = g'm^2. \quad (1)$$

Наконецъ пространство, пройденное въ $\frac{l}{m}$ секунды, выразится суммою *l* членовъ арифм. прогрессіи, въ которой первый членъ *a'* и разность *g'*, т. е.

$$S = \left(a' - \frac{g'}{2}\right)l + \frac{g'l^2}{2},$$

что на осн. (1) принимаетъ видъ:

$$S = \left(a - \frac{g}{2}\right)\frac{l}{m} + \frac{g}{2}\left(\frac{l}{m}\right)^2.$$

Полагая $\frac{l}{m} = t$, получимъ

$$S = \left(a - \frac{g}{2}\right)t + \frac{gt^2}{2},$$

что и представляет искомое соотношеніе для всякаго времени t соизмѣримаго съ 1 секундой.

Исключая g' изъ уравненій (1), получимъ:

$$a'm = \left(a - \frac{g}{2}\right) + \frac{g}{2m},$$

предполагая, что число m , на которое мы дѣлимъ секунду, безпредѣльно возрастаетъ, получимъ

$$\text{предѣлъ } (a'm) = \left(a - \frac{g}{2}\right).$$

По условію a' есть пространство, пройденное въ первую $\frac{1}{m}$ секунды, поэтому $a'm$ есть пространство, которое тѣло прошло бы въ одну секунду, если бы оно въ каждыя безконечно малыя $\frac{1}{m}$ части секунды проходило равныя пространства a' , т. е. еслибы тѣло двигалось *равномѣрнымъ движеніемъ*, не измѣняя этой равномѣрности съ самаго начала разсматриваемаго движенія. Но пространство, пройденное въ 1 секунду равномѣрнымъ движеніемъ, называется скоростію, поэтому назовемъ выраженіе

$$\left(a - \frac{g}{2}\right)$$

начальной скоростію тѣла. Означивъ ее чрезъ c , получимъ

$$S = ct + \frac{gt^2}{2}.$$

Переходя отъ кинематическаго описанія къ кинетической роли равномѣрно-ускореннаго движенія, легко убѣдиться, что если на тѣло дѣйствуетъ постоянная сила, то пространства, пройденныя въ каждые послѣдовательные равные промежутки времени возрастаютъ въ арифметической прогрессіи, т. е. тѣло движется равномѣрно-ускореннымъ движеніемъ.

Для этого сперва представимъ себѣ, что тѣло въ началѣ каждаго промежутка времени τ получаетъ импульсъ мгновенной силы равнаго напряженія.

Если тѣло въ теченіе времени τ совершитъ перемѣщеніе σ по инерціи и перемѣщеніе μ отъ импульса, то слѣдовательно оно совершитъ въ промежутокъ времени τ перемѣщеніе $\sigma + \mu$.

Въ слѣдующій промежутокъ τ тѣло дѣлаетъ перемѣщенія:

$\sigma + \mu$ по инерціи

μ отъ импульса

слѣд. тѣло дѣлаетъ перемѣщеніе $\sigma + 2\mu$ и т. д.

Итакъ, при дѣйствіи импульсирующей чрезъ равныя времена τ мгновенной силы равнаго напряженія, пространства, пройденныя тѣломъ

въ послѣдовательные промежутки времени τ , возрастаютъ въ ариѳметической прогрессіи.

Слѣдствіе. Отъ силы импульсирующей непрерывно съ равнымъ напряженіемъ, т. е. отъ постоянной силы тѣло будетъ проходить въ каждые послѣдовательные промежутки времени пространства, возрастающія въ ариѳметической прогрессіи.

Г. Флоринскій (Кіевъ).

ЗАДАЧИ.

№ 66. Стороны угла M пересѣчены параллельными прямыми AB и CD . Требуется провести двѣ окружности, одну черезъ точки A и B , другую—черезъ точки C и D такъ, чтобы онѣ пересѣклись на сторонахъ угла и чтобы общая ихъ хорда имѣла данную длину a .

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 67. Найти сумму ряда:

$$S=1+3a^3+5a^5+7a^7+\dots+(2n-1)a^{2n-1}.$$

(Займств.) Я. Тепляковъ (Кіевъ).

№ 68. Въ треугольникѣ ABC сторона AC раздѣлена въ точкѣ D въ отношеніи $AD:DC=m:n$ и черезъ вершину B проведены равнонаклонныя BD и BD' . Доказать, что

$$AD':D'C=nc^2:ma^2,$$

гдѣ $a=BC$ и $c=AB$. Указать слѣдствія. П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 69. Въ окружности радіуса r проведены хорды $AB=a$ и $BC=b$. Определить длину хорды AC .

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 70. Рѣшить уравненіе

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} + \frac{1}{x-b-c+a} = 0$$

и показать, что всѣ его корни дѣйствительны.

(Займств.) П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 424. Показать, что если высоты треугольника составляютъ ариѳметическую прогрессію, то стороны его составляютъ гармоническій рядъ и наоборотъ.

Пусть стороны треугольника будутъ a , b и c , а высоты имъ соотвѣтствующія, h_1 , h_2 и h_3 . По условію

$$h_1=h_2-x \text{ и } h_3=h_2+x,$$

слѣдовательно

$$a(h_2-x)=bh_2=c(h_2+x).$$

Опредѣливъ x изъ одного уравненія и подставивъ въ другое, получимъ.

$$\frac{b-c}{a-b} = \frac{c}{a},$$

что и требовалось доказать.

Если же стороны треугольника составляютъ арифметическую прогрессию, т. е.

$$a=b-x \text{ и } c=b+x,$$

то

$$h_1(b-x) = bh_2 = h_3(b+x);$$

исключивъ изъ этихъ двухъ уравненій x , получимъ гармоническій рядъ

$$\frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_2} = \frac{h_1}{h_3}.$$

П. Трипольскій (Полтава), Н. Артемьевъ (Сиб.), П. Свѣшниковъ (Троицкъ), С. Кричевскій (Ромны). Ученики: Могил. г. (7) Я. Э., Вор. к. к. (7) Н. В.

№ 441. Доказать, что если линія АВ разсѣкается точками В' и А' на части, образующія пропорцію

$$\frac{BA'}{AB} = \frac{A'B'}{AB'},$$

то

$$\frac{1}{A'B'} + \frac{1}{AB} = \frac{2}{AA'} + \frac{2}{BB'}.$$

Такъ какъ

$$BA' = BB' - A'B'$$

и

$$AB' = AA' - A'B',$$

то равенство, получающееся изъ данной пропорціи, преобразуется въ такое:

$$AB \cdot A'B' = AA' \cdot BB' - A'B'(AA' + BB') + A'B'^2.$$

Замѣчая, что

$$AA' + BB' = AB + A'B',$$

находимъ

$$AB \cdot A'B' = \frac{AA' \cdot BB'}{2}.$$

Тогда

$$\frac{AB + A'B'}{AB \cdot A'B'} = \frac{AA' + BB'}{2AA' \cdot BB'},$$

откуда и получается требуемое выражение.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ). Ученики: Камен.-Под. г. (7) Я. М., Могил. г. (8) Я. Э.

№ 465. Рѣшить уравненіе

$$\sin mx + \sin nx = \sin m_1 x + \sin n_1 x$$

при условіи

$$m - n = m_1 - n_1,$$

гдѣ m, n, m_1, n_1 — какія угодно данныя числа.

Данное уравненіе можно представить такъ:

$$2\sin \frac{m+n}{2}x \cdot \cos \frac{m-n}{2}x = 2\sin \frac{m_1+n_1}{2}x \cdot \cos \frac{m_1-n_1}{2}x.$$

Первое рѣшеніе будетъ

$$\cos \frac{m-n}{2}x = 0 \quad \text{и} \quad x = \pm \frac{\pi(1+2k)}{m-n},$$

гдѣ k есть цѣлое произвольное число.

По сокращеніи на $2\cos \frac{m-n}{2}x$, находимъ

$$\sin \frac{m+n}{2}x - \sin \frac{m_1+n_1}{2}x = 0,$$

или

$$2\sin \frac{m+n+m_1+n_1}{4}x \cdot \cos \frac{m+n-m_1-n_1}{4}x = 0,$$

откуда

$$x = \pm \frac{4k\pi}{m+n+m_1+n_1} \quad \text{и} \quad x = \frac{2\pi(2k+1)}{m+n-m_1-n_1}$$

Н. Николаевъ (Пенза), С. Кричевскій (Ромны), С. Блажко (Москва), Мясовъ (Словимъ), Н. Волковъ (Воронежъ). Ученикъ Курск. г. (8) С. Д.

№ 470. Показать, что сторона правильнаго девятиугольника равна разности наибольшей и наименьшей изъ его діагоналей.

Пусть девятиугольникъ будетъ ABCDEFGHT; на большей діагонали СН откладываемъ длину СК равную меньшей діагонали СА и соединяемъ точку К съ точками А и Т. Треугольники АСТ и КСТ равны по двумъ сторонамъ и углу между ними. Отсюда $КТ=АТ=НТ$. Дуга ТАВС содержитъ 120° , поэтому $\angle КНТ=60^\circ$, слѣд. \triangle -къ ТКН равносторонній и $НК=НТ$, что и требовалось доказать.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ), С. Кричевскій (Ромны), П. Трипольскій (Полтава), Н. Волковъ и Г. Уляновъ (Воронежъ), В. Моргулъ (Кіевъ). Ученики: Курск. г. (6) Л. Л., (7) В. Х., (8) А. П., Кам.-Под. г. (8) А. Р., Кіев. р. уч. (6) А. Ш., Могил. г. (8) Я. Э.

№ 525. Исключить ω изъ уравненій:

$$\frac{\cos(a-3\omega)}{\cos^3\omega} = \frac{\sin(a-3\omega)}{\cos^3\omega} = m.$$

Первые два члена данного выраженія даютъ

$$\cos(a-3\omega) = \sin(a-3\omega) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{2}.$$

Отсюда

$$a-3\omega = k\pi + \frac{\pi}{4}.$$

и

$$\omega = \frac{4a - (4k+1)\pi}{12}.$$

Теперь, замѣнивъ ω этою величиною въ уравненіи первомъ, получимъ

$$\pm \frac{1}{2} \sqrt{2} = m \cos^3 \left[\frac{4a - (4k+1)\pi}{12} \right],$$

выраженіе, не содержащее ω .

П. Свѣшниковъ (Троицкъ). Ученики: Могил.-Под. г. (6) С. И., 1-й Слб. г. (7) Е. Е., Кіев. р. уч. (6) А. Ш., Курск. г. (7) В. Х.

№ 530. Построить, возможно проще, по даннымъ угламъ a и b , при радіусѣ равномъ единицѣ, величину

$$\frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg}(a+b)}.$$

Строимъ кругъ радіуса 1, и въ немъ центральный уголъ $\angle AOB = a + b$. Проводимъ tg этого угла до C , пересѣченія съ продолженнымъ радіусомъ. На линіи OB , внутри угла $\angle AOB$ строимъ уголъ равный a и внутреннюю сторону его продолжаемъ до пересѣченія съ BC въ точкѣ D . Проведемъ теперь $DE \parallel OC$, видимъ что BE и есть искома величина. Въ самомъ дѣлѣ \triangle -ки DBE и CBO подобны, слѣдовательно

$$BE:OB=BD:BC,$$

откуда, послѣ подстановокъ, имѣемъ

$$BE = \frac{\text{tg } a}{\text{tg } (a+b)}.$$

Ученики: 1-й Кіевск. г. (8) *А. Шм.*, Курск. г. (7) *В. Х.* и (8) *Н. К.*

№ 548. Рѣшить уравненія

$$x + y + z = a$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 + 2b^2$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = a^3.$$

Возведя уравненіе первое въ квадратъ, легко найти, что

$$xy + xz + yz = -b^2;$$

а отъ возвышенія его же въ кубъ, найдемъ, что

$$xyz = -ab^2.$$

Значитъ x , y , z суть корни кубическаго уравненія:

$$u^3 - au^2 - b^2u + ab^2 = 0,$$

которое не трудно представить въ такомъ видѣ:

$$(u-a)(u+b)(u-b) = 0.$$

Слѣдовательно $x=a$, $y=b$, $z=-b$.

Н. Артемьевъ (Спб.), *Н. Волковъ*, *Г. Уляновъ* и *С. Карновичъ* (Воронежъ).

Ученики: Могил. г. (8) *Я. Э.*, 1-й Кіев. г. (7) *А. С.*, Троицк. г. (7) *Н. Г.*, Курск. г. (6) *Л. Л.*, (7) *В. Х.*, Курск. землем. уч. (2) *И. К.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 23 Іюня 1890 г.

Типо-литографія, Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Купшперевъ и К^о.

Обложка
щется

<http://vofem.ru>

Обложка
щется

<http://vofem.ru>