Обложка
пщется

Обложка
ищется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 95.

VIII Сем. 5 Мая 1890 г. № 11.

ВНУТРЕННЯЯ ТОЧКА

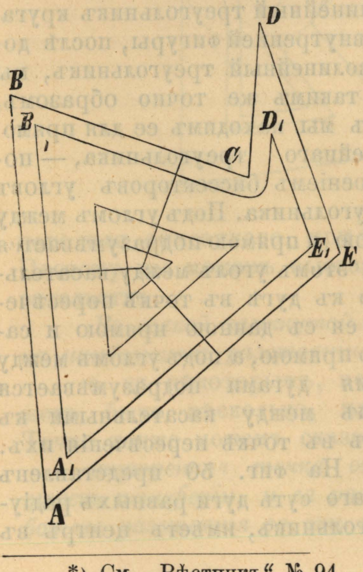
геометрической фигуры.

(*Окончаніе*) *).

III.

Перейдемъ теперь къ новому случаю многоугольниковъ со входящими углами. Здѣсь мы встрѣтимся съ совершенно своеобразнымъ явленіемъ. Внутреннія фигуры, которыя мы будемъ строить по вышеизложенному принципу, соединяя точки, отстоящія на данномъ разстояніи отъ периферіи, окажутся уже не простыми многоугольниками, составленными изъ прямыхъ линій, а криволинейными фигурами, одни изъ сторонъ которыхъ будутъ прямыя линіи, а другія—дуги круговъ. Въ самомъ дѣлѣ разсмотримъ напр. простѣйшій случай пятиугольника ABCDE (фиг. 49) съ входящимъ угломъ C. Встанемъ въ какой нибудь точкѣ M внутри пятиугольника на разстояніи a отъ ближайшей стороны AB и пойдемъ вдоль берега AB, оставаясь все время на томъ же разстояніи a отъ него. Дойдя до точки B_1, лежащей на биссекторѣ BB_1, угла ABC, повернемъ по направленію $B_1C_1 \parallel BC$ и пойдемъ вдоль B_1C_1, оставаясь опять таки все время на разстояніи a отъ периферіи. Такимъ образомъ мы дойдемъ до точки C_1, отстоящей на разстояніи a отъ входящей вершины C нашего пятиугольника. Точка C_1 лежитъ на перпендикулярѣ, возставленномъ въ C къ сторонѣ BC пятиугольника. Какъ намъ теперь идти дальше, если мы желаемъ оставаться все время на разстояніи a отъ ограды? Легко видѣть, что мы должны пойти по дугѣ $C_1C'_1$, описанной изъ входящей вершины C, радіусомъ, равнымъ a. Въ самомъ дѣлѣ всѣ точки этой окружности отстоятъ на a отъ вершины C, и для всѣхъ точекъ ея ближайшій выходъ изъ ограды именно представляется черезъ C. Итакъ мы должны двигаться дальше уже не по прямолинейному пути, а по

Фиг. 49.



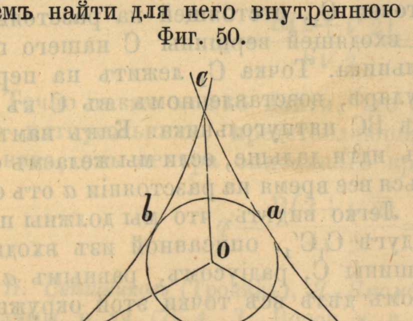
*) См. „Вѣстникъ“ № 94.

дугѣ круга, пока не дойдемъ до точки C'_1 пересѣченія только что описаннаго круга съ перпендикуляромъ CC'_1 изъ входящей вершины къ слѣдующей сторонѣ CD пятиугольника. Отсюда мы двинемся дальше по прямой $C_1D_1 \parallel CD$, дойдемъ до биссектора DD_1 угла CDE, и т. д., наконецъ вернемся въ точку A_1 и M.

Продолжая строить такимъ же образомъ внутреннія фигуры, мы получимъ въ концѣ концовъ искомую внутреннюю точку O. Послѣдняя фигура будетъ и въ данномъ случаѣ треугольникъ, но этотъ треугольникъ можетъ быть и прямолинейный и криволинейный. Одна, двѣ или три стороны его могутъ состоять изъ дугъ круга, одинаковаго радіуса. Въ томъ случаѣ, когда послѣдній внутренній многоугольникъ есть прямолинейный треугольникъ, внутренняя точка отстоитъ на равномъ разстояніи отъ нѣкоторыхъ трехъ сторонъ даннаго многоугольника. Въ томъ же случаѣ, когда внутренній треугольникъ имѣетъ одну, двѣ или всѣ три стороны криволинейныя, число криволинейныхъ сторонъ очевидно не можетъ превышать числа входящихъ вершинъ даннаго многоугольника, то ближайшіе пути изъ внутренней точки наружу направляются къ двумъ сторонамъ многоугольника и къ одной изъ входящихъ вершинъ, или къ одной сторонѣ и къ двумъ входящимъ вершинамъ, или наконецъ къ тремъ входящимъ вершинамъ. Въ этихъ случаяхъ эти входящія вершины также можно назвать *существенными* вершинами. Въ послѣднемъ случаѣ, т. е. когда оказывается, что въ данномъ многоугольникѣ имѣются три существенныя вершины, внутренняя точка есть центръ круга проходящаго черезъ эти три вершины.

По этому поводу можно замѣтить, что треугольники, составленные изъ дугъ круга или отчасти изъ прямыхъ линій и отчасти изъ дугъ круга, обладаютъ многими свойствами, аналогичными свойствамъ простыхъ прямолинейныхъ треугольниковъ. Такъ напр. они обладаютъ тѣмъ, важнымъ для насъ, въ настоящемъ случаѣ, свойствомъ, что прямыя дѣлящія углы треугольниковъ пополамъ, пересѣкаются въ одной точкѣ, и точка эта есть центръ вписаннаго въ криволинейный треугольникъ круга. Такимъ образомъ, получивъ въ построеніи внутренней фигуры, послѣ достаточнаго числа операцій, внутренній криволинейный треугольникъ, мы можемъ найти для него внутреннюю точку такимъ же точно образомъ,

Фиг. 50.



какъ мы находимъ ее для прямолинейнаго треугольника, — построеніемъ биссекторовъ угловъ треугольника. Подъ угломъ между дугою и прямою подразумѣвается при этомъ уголъ между касательною къ дугѣ въ точкѣ пересѣченія ея съ данною прямою и самою прямою, а подъ угломъ между двумя дугами подразумѣвается уголъ между касательными къ нимъ въ точкѣ пересѣченія ихъ.

На фиг. 50 представленъ треугольникъ ABC, всѣ три стороны котораго суть дуги равныхъ радіусовъ. Кругъ *abc*, вписанный въ этотъ треугольникъ, имѣетъ центръ въ точкѣ O, лежащей на биссекторахъ AO, BO, CO угловъ треугольника. Биссекторы эти проходятъ также чрезъ вторыя точки пересѣченія соотвѣтственныхъ круговъ и перпендикулярны къ линіи центровъ круговъ.

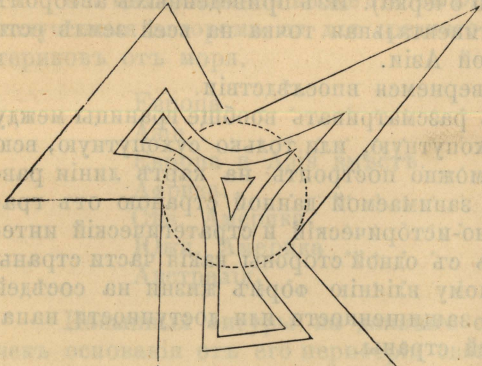
Сказанное о фигурѣ внутреннихъ многоугольниковъ въ многоугольникахъ со входящими вершинами легко провѣрить посредствомъ катанія внутри такихъ многоугольниковъ круговъ. Если бы мы покатили внутри пятиугольника ABCDE (фиг. 49) кругъ радіуса a, то, дойдя до того положенія, при которомъ центръ этого круга находился бы въ точкѣ C, кругъ нашъ дальше не катился бы, а повернулся бы около точки C, какъ около центра вращенія, пока центръ его не попалъ бы въ точку C_1', и отсюда кругъ скатился бы дальше вдоль прямой CD.

На фиг. 51 представленъ многоугольникъ съ тремя входящими углами и притомъ такой, что внутренній треугольникъ для него состоитъ изъ однихъ дугъ круга. Значеніе начерченныхъ на фигурѣ линій понятно изъ вышеизложеннаго и я не буду останавливаться на подробномъ описаніи фигуры.

IV.

Уже въ самомъ началѣ было сказано нѣсколько словъ о внутренней точкѣ въ криволинейныхъ фигурахъ, въ кругѣ, эллипсѣ. Въ предыдущемъ параграфѣ мы строили также внутреннія фигуры и находили внутреннія точки для такихъ криволинейныхъ фигуръ, стороны которыхъ состоятъ отчасти изъ прямыхъ линій, отчасти изъ дугъ круговъ одинаковаго радіуса. Понятно, что всѣ положенія, найденныя для прямолинейныхъ фигуръ, могутъ быть обобщены и на криволинейныя фигуры, ибо всякая кривая линія можетъ разсматриваться какъ многоугольникъ съ безконечно большимъ числомъ безконечно малыхъ сторонъ, или какъ предѣлъ многоугольника, вписаннаго или описаннаго, при безпредѣльномъ увеличеніи числа его сторонъ. Поэтому мы можемъ высказать слѣдующія положенія безъ новыхъ доказательствъ.

Фиг. 51.



Во всякой замкнутой кривой есть одна внутренняя точка, отстоящая на наибольшемъ разстояніи отъ периферіи кривой,

а въ нѣкоторыхъ, исключительныхъ, случаяхъ такихъ точекъ можетъ быть нѣсколько, или онѣ могутъ составлять сплошныя линіи. Точно также можемъ сказать:

внутренняя точка отстоитъ на равномъ разстояніи отъ трехъ точекъ периферіи, и ея разстояніе отъ всѣхъ другихъ точекъ периферіи больше разстоянія ея отъ этихъ трехъ точекъ.

А отсюда слѣдуетъ, что
наибольшій кругъ, который можно описать внутри данной геометрической фигуры, есть кругъ, описанный изъ внутренней точки какъ изъ центра, радіусомъ, равнымъ кратчайшему разстоянію ея отъ периферіи.

V.

Я намѣренъ въ другой разъ показать нѣсколько приложеній изложенной здѣсь теоріи внутреннихъ фигуръ и внутренней точки къ различнымъ вопросамъ прикладныхъ наукъ. Ограничусь здѣсь только перечисленіемъ нѣкоторыхъ изъ этихъ приложеній.

Если мы разсмотримъ какую нибудь часть свѣта, или страну, окруженную со всѣхъ сторонъ водою, напр Африку или Англію, и построимъ для нея внутреннія фигуры, разсматривая очеркъ берега какъ нѣкоторую кривую линію, то мы разобьемъ страну на полосы, находящіяся на равномъ разстояніи отъ моря, а внутренняя точка страны будетъ точка, наиболѣе удаленная отъ моря. Построеніе такихъ линій и нахожденіе такихъ точекъ представляетъ не малый географическій и климатологическій интересъ. Въ одномъ изъ послѣднихъ номеровъ журнала Petermann's Geographische Mittheilungen помѣщена статья Dr. Rohrbach'а, въ которой названный авторъ построилъ линіи равныхъ разстояній отъ моря для всѣхъ континентовъ земли. (Статья эта и подала мнѣ первую мысль о написаніи настоящаго очерка). Изъ приведенныхъ авторомъ картъ видно напр., что самая континентальная точка на всей землѣ есть точка, находящаяся въ центральной Азіи.

Къ этимъ картамъ мы еще вернемся впослѣдствіи.

Если вмѣсто морского очерка разсматривать вообще границы между двумя странами, морскую или сухопутную, или только сухопутную, всю границу или только часть ея, то можно построить на картѣ линіи равныхъ разстояній точекъ площади, занимаемой данной страною отъ границы. Линіи эти имѣютъ культурно-историческій и стратегическій интересъ, такъ какъ онѣ показываютъ съ одной стороны какія части страны наиболѣе доступны непосредственному вліянію формъ жизни на сосѣдей и съ другой стороны даютъ мѣру защищенности или доступности нападенію сосѣдей отдѣльныхъ областей страны.

Мы вступаемъ, повидимому, въ совершенно отличную отъ только что упомянутой области, упоминая о другомъ приложеніи внутреннихъ фигуръ и точекъ—о правильныхъ формахъ сыпучихъ тѣлъ.

Вырѣжемъ изъ картона, или дерева, или иного матеріала, какую нибудь фигуру, напр. многоугольникъ, и, укрѣпивъ его горизонтально на подставкѣ, будемъ насыпать сверху какое нибудь сыпучее вещество, напр. песокъ. Тогда, какъ легко себѣ представить, надъ вырѣзанною фигурою насыплется пирамидальное или конусообразное тѣло, форма котораго зависитъ отъ формы основанія. Можно показать, что сѣченія этого насыпного тѣла, параллельныя основанію, будутъ составлять многоугольники, со сторонами параллельными сторонамъ основанія, и именно такіе многоугольники, которые мы назвали *внутренними.* Вершина или высшая точка пирамидальнаго насыпного тѣла окажется какъ разъ надъ внутреннею точкою основанія. Если вмѣсто одной внутренней точки ихъ есть нѣсколько, то и вершинъ будетъ столько же. Наконецъ, если въ основаніи существуетъ цѣлая внутренняя линія, то вмѣсто вершины мы получимъ въ насыпномъ тѣлѣ высшее горизонтальное ребро (какъ напр. очевидно при насыпаніи на прямоугольникъ). Шесть лѣтъ тому назадъ я слушалъ сообщеніе о правильныхъ формахъ сыпучихъ тѣлъ, читанное проф. Ѳ. Ѳ. Петрушевскимъ въ общемъ засѣданіи Русскаго Физико-Химическаго Общества (См. Журналъ Р. Ф.-Х. О. 1884, стр. 410 и 458). Проф. Петрушевскій указывалъ при этомъ, между прочимъ, на интересъ, какой могутъ представлять такія изслѣдованія для геолога.

Если раздѣлить данный многоугольникъ посредствомъ системы внутреннихъ многоугольниковъ на узкія полосы, и, найдя разстояніе каждой полосы отъ периферіи, помножить величину этого разстоянія на величину площади полосы, къ которой оно относится, а затѣмъ, сложивъ всѣ полученныя произведенія, раздѣлить ихъ сумму на величину всей площади многоугольника, то полученное частное будетъ представлять *среднее разстояніе всѣхъ точекъ, лежащихъ внутри даннаго многоугольника отъ его периферіи*, а эта величина можетъ служить мѣриломъ *замкнутости* многоугольника. Прилагая это опредѣленіе къ географическимъ объектамъ, мы получаемъ мѣрило континентальности какой нибудь страны, если за очертаніе ея принимаемъ ея морской берегъ, или мѣрило замкнутости страны для сосѣднихъ народовъ, если за очертаніе страны беремъ ея границу политическую.

Въ цитированной выше статьѣ Dr. Rohrbach'а даны слѣдующія числа, полученныя авторомъ ея для средняго разстоянія точекъ отдѣльныхъ материковъ отъ моря.

Европа.	336	килом.
Азія	776	„
Европа и Азія вмѣстѣ.	697	„
Африка.	672	„
Сѣв. Америка.	471	„
Южн. Америка	553	„
Австралія.	345	„

Насыпныя фигуры на данномъ основаніи и среднее разстояніе точекъ основанія отъ его периферіи связаны между собою очень простымъ соотношеніемъ. А именно можно показать, что среднее разстояніе всѣхъ точекъ данной фигуры отъ периферіи пропорціонально отношенію объема насыпаннаго на данную фигуру тѣла къ площади основанія. Если уголъ естественнаго ската насыпаемаго вещества равенъ 45°, т. е. если насыпая кучу изъ даннаго сыпучаго вещества на безграничную плоскость мы получимъ конусъ, отверстіе при вершинѣ котораго есть прямой уголъ, то отношеніе объема насыпного тѣла къ площади основанія *равно* среднему разстоянію точекъ основанія отъ периферіи. Если же полуотверстіе у вершины составляетъ уголъ α, то для полученія этого средняго разстоянія, должно раздѣлить указанное отношеніе на $\operatorname{tg}\alpha$. Такимъ образомъ можно получить напр. среднее разстояніе всѣхъ точекъ данной страны отъ моря, если вырѣзать или выпилить фигуру этой страны изъ дерева, насыпать на выпиленную фигуру песокъ и взвѣсить насыпное тѣло. Частныя отъ раздѣленія вѣсовъ насыпныхъ тѣлъ на площади основанія будутъ пропорціональны среднимъ разстояніямъ точекъ данныхъ очертаній отъ берега. (Приблизительно, ибо на самомъ дѣлѣ географическія карты не могутъ быть нарисованы такъ, чтобы и фигуры контуровъ на плоскомъ рисункѣ были подобны соотвѣтствующимъ фигурамъ контуровъ на шарѣ, и чтобы въ то же время и площади ихъ сохранили свою величину. Для малыхъ частей поверхности шара измѣненіе длинъ и площадей при всякой проекціи незначительно. Для большихъ площадей лучше пожертвовать подобіемъ очертанія и начертить карту въ *равноплощадной, изографической проекціи*, напр. въ проекціи Lambert'a, Lorgna, Mollweide. Въ этомъ случаѣ должно, между прочимъ, оказаться, что вѣсъ выпиленныхъ дощечекъ, если онѣ достаточно однородны, пропорціоналенъ площади изображенныхъ на нихъ странъ).

VI.

Вполнѣ понятно, что сказанное о многоугольникахъ и вообще плоскихъ геометрическихъ фигурахъ, можетъ быть обобщено и на фигуры, имѣющія три измѣренія. Такимъ образомъ мы можемъ прямо высказать слѣдующія положенія.

Во всякомъ многогранникѣ существуетъ нѣкоторая внутренняя точка, наиболѣе удаленная отъ периферіи. Точка эта находится на равномъ разстояніи отъ нѣкоторыхъ четырехъ граней многогранника.

Назовемъ эти четыре грани *существенными* гранями многогранника. Имѣемъ дальше:

Наибольшій шаръ, который можно описать внутри даннаго многогранника, есть шаръ, вписанный въ тетраэдръ, составленный существенными гранями его.

Внутреннимъ многогранникомъ въ данномъ многогранникѣ мы назовемъ многогранникъ, составленный изъ плоскостей, параллельныхъ гранямъ даннаго многогранника и отстоящихъ отъ него на одномъ и томъ же разстояніи. По аналогіи съ плоскими фигурами, можно усмотрѣть, что при построеніи внутреннихъ многогранниковъ мы будемъ постепенно получать фигуры съ все меньшимъ числомъ граней, пока не дойдемъ до тетраэдра, стороны котораго параллельны существеннымъ сторонамъ даннаго многогранника. Вершины всѣхъ внутреннихъ многогранниковъ будутъ лежать на осяхъ тѣлесныхъ угловъ многогранника.

Особенные случаи, которые намъ представлялись при изслѣдованіи внутреннихъ фигуръ въ плоскихъ многоугольникахъ съ еще большимъ разнообразіемъ являются въ тѣлахъ трехъ измѣреній. Вмѣсто одной внутренней точки, мы можемъ въ исключительныхъ случаяхъ получить внутреннюю прямую линію, или внутреннюю плоскость. Первая получится, напримѣръ, въ параллелепипедѣ съ квадратнымъ основаніемъ, если это основаніе меньше другихъ граней, второй случай будетъ въ параллелепипедѣ съ квадратнымъ основаніемъ, если это основаніе больше другихъ граней или въ параллелепипедѣ съ прямоугольнымъ, но не квадратнымъ основаніемъ.

Въ многогранникахъ со входящими углами внутреннія тѣла состоятъ не только изъ плоскихъ граней но и изъ частей шаровыхъ поверхностей. Если число входящихъ угловъ не меньше четырехъ, то можетъ оказаться, что послѣдняя вписанная фигура будетъ шаровой тетраэдръ, т. е. тѣло, получающееся отъ пересѣченія четырехъ шаровъ. Такія фигуры также обладаютъ нѣкоторыми свойствами, аналогичными свойствамъ тетраэдровъ, составленныхъ изъ плоскостей. Внутренняя точка для шарового тетраедра есть центръ шара вписаннаго въ него.

Построеніе внутреннихъ тѣлъ въ какомъ угодно тѣлѣ можетъ быть сдѣлано посредствомъ катанія внутри него шара. Въ случаѣ входящихъ угловъ катящійся шаръ, дойдя до нихъ, вращается по нимъ во всѣ стороны, и обвертка всѣхъ положеній центра его есть шаръ описанный изъ входящей вершины тѣмъ же радіусомъ, этотъ послѣдній шаръ и составляетъ сторону внутренняго тѣла.

Наибольшій шаръ, описанный изъ внутренней точки внутри многогранника, можетъ проходить чрезъ входящія вершины его, если эти входящія вершины имѣютъ *существенный* характеръ. Если въ многогранникѣ есть не менѣе четырехъ существенныхъ входящихъ вершинъ, то внутренній шаръ можетъ быть построенъ изъ того условія, что онъ долженъ проходить черезъ всѣ эти вершины.

Всѣ эти разсужденія примѣняются и къ кривымъ поверхностямъ, такъ что мы имѣемъ слѣдующія теоремы.

Во всякомъ геометрическомъ тѣлѣ, конечныхъ размѣровъ, есть одна внутренняя точка, отстоящая на наибольшемъ разстояніи отъ периферіи его.

А въ нѣкоторыхъ, исключительныхъ, случаяхъ такихъ точекъ можетъ быть нѣсколько, или онѣ могутъ составлять сплошныя линіи, плоскости или поверхности. Точно также можемъ сказать, что

внутренняя точка отстоитъ на равномъ разстояніи отъ четырехъ точекъ периферіи, и ея разстояніе отъ всѣхъ другихъ точекъ периферіи больше разстоянія ея отъ этихъ четырехъ точекъ.

А отсюда слѣдуетъ, что

наибольшій шаръ, который можно описать внутри даннаго тѣла, есть шаръ, описанный изъ внутренней точки, какъ изъ центра, радіусомъ равнымъ кратчайшему разстоянію ея отъ периферіи.

І. А. Клейберъ (Спб.).

ПРОСТЫЕ ФИЗИЧЕСКІЕ ОПЫТЫ и ПРИБОРЫ.

II.

Приготовленіе полой призмы для жидкостей.

Слѣдуетъ приготовить изъ плотнаго дерева сплошную трегранную призму съ однимъ изъ угловъ равнымъ желаемому преломляющему углу. Внутренность призмы продолбить или пропилить насквозь сбоку, такъ чтобы сохранилась одна изъ граней, оба основанія и часть, примыкающая къ преломляющему углу; такимъ образомъ получится нѣчто вродѣ призматической рамки. Открытыя бока призмы слѣдуетъ заклеить двумя пластинками изъ зеркальнаго стекла (осколками хорошаго французскаго зеркала, освобожденнаго отъ слоя серебра). Въ одномъ изъ основаній просверливается отверстіе для вливанія жидкости; отверстіе потомъ закрывается пробкой и даже заклеивается.

Если жидкостью въ призмѣ будетъ сѣрнистый углеродъ, то употребляется столярный клей, сваренный изъ разбухавшаго нѣсколько часовъ столярнаго клея и равнаго, по вѣсу, количества патоки. Этимъ клеемъ густо, въ нѣсколько слоевъ, покрываютъ внутренность призмы и приклеиваемую деревянную поверхность.

Если жидкость—вода, то употребляется тотъ же столярный клей съ небольшимъ количествомъ двухромокислаго кали. Внутренность деревянныхъ частей призмы, въ послѣднемъ случаѣ, покрывается асфальтовымъ лакомъ.

Слѣдуетъ замѣтить, что, подобравъ соотвѣтственнымъ образомъ преломляющіе углы водяной и сѣроуглеродной призмъ, можно устроить, какъ ахроматическую комбинацію призмъ, такъ и сочетаніе призмъ à vision directe. *А. Корольковъ.*

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Новая система электрическихъ аккумуляторовъ Поллака (Bulletin de la société internationale des électriciens № 4). Въ своихъ изслѣдованіяхъ надъ аккумуляторами рода Планте г. Поллакъ задался цѣлью придать имъ большую емкость въ возможно болѣе короткій срокъ. Для этого покрываетъ онъ пластинки губчатымъ свинцомъ, полученнымъ электролитическимъ путемъ. Чтобы добиться прочнаго приставанія губчатаго свинца къ поверхности пластинки, пластинка обработывается помощью особой плющильной машины, такъ что получаетъ видъ щетки съ короткими щетинками. Свинцовыя щетинки имѣютъ два миллиметра высоты и одинъ миллиметръ основанія; промежутки между нами равны также одному миллиметру. Промывъ такую пластинку, для освобожденія ея отъ жировъ, ее смазываютъ тѣстомъ, состоящимъ изъ сѣрносвинцовой соли, разведенной въ соленой водѣ, и погружаютъ въ соленую воду между двумя цинковыми пластинками. Возстановленныя пластинки получаютъ сѣрый цвѣтъ, и губчатый свинецъ очень прочно пристаетъ къ поверхности пластинокъ и къ свинцовымъ щетинкамъ. Подготовка аккумуляторовъ длится 50 часовъ и не требуетъ перемѣнъ направленія тока. Послѣ подготовки губчатый свинецъ и перекись свинца настолько сильно скрѣпляются съ пластинками, что, по отзыву изобрѣтателя, нельзя отыскать мѣста, гдѣ начинается наложенный слой. Аккумуляторъ этого рода, состоящій изъ 9 пластинокъ (4-хъ положительныхъ и 5-ти отрицательныхъ) съ общимъ вѣсомъ въ 11,206 килограмма, включая сюда вѣсъ соединительныхъ стержней, послѣ сорока пяти часовой подготовки токомъ въ 16 амперъ, далъ при разрядѣ (всего) 95,4 амперъ-часовъ. Тотъ же аккумуляторъ, вторично заряженный въ теченіе 7-ми часовъ 16-ти амперным токомъ, далъ при разрядѣ 102,35 амперъ-часовъ. Отдача, какъ видно, равна 91,384 ампера на сто, а емкость 9,133 амперъ-часамъ на килограммъ свинца. Напряженіе, почти не мѣняясь во время разряда, быстро падаетъ къ концу. *П. П.*

РЕЦЕНЗІИ.

Современные взгляды на электричество. Лоджъ. Пер. съ англ. А. Вульфа подъ редакціей проф. Н. Егорова. Спб. 1889.

Объ отношеніяхъ между свѣтомъ и электричествомъ. Г. Герцъ. Перев. съ 5 нѣм. изд. Н. Дрентельна. Спб. 1890. Ц. 50 к.

Опыты Герца и ихъ значеніе. О. Хвольсонъ. Популярное изложеніе. Спб. 1890. Изд. К. Риккера. Ц. 50 к.

Нашей физикѣ до послѣдняго времени ставили въ упрекъ, что въ своихъ взглядахъ на теорію электричества и на матерію она почти совсѣмъ не ушла отъ XVII столѣтія, временъ Галилея и Ньютона*). Вопросъ о раціональной теоріи электричества въ самое послѣднее время однако значительно подвинулся впередъ, благодаря трудамъ Фарадея, Клеркъ Максуэлля, Герца и др. Фарадей первый показалъ, что причина электрическихъ явленій лежитъ не въ проводникахъ, а въ изоляторахъ или, по новой терминологіи, въ діэлектрикахъ. Недостаточно ясная терминологія Фарадея, отсутствіе подходящей теоріи не давали возможности распространиться его взглядамъ на электричество въ наукѣ, пока въ 1865 году Клеркъ Максуэлль не выпустилъ въ свѣтъ сочиненія подъ заглавіемъ „Динамическая теорія электричества", охватившаго сразу всѣ электрическія и свѣтовыя явленія въ одной теоріи. Теорія эта въ достаточной мѣрѣ согласуется съ опытомъ и позволяетъ даже предвидѣть нѣкоторые факты по отношенію къ зависимости между свѣтовыми и электрическими свойствами тѣлъ; не доставало только классически простыхъ опытовъ, которые могли бы сдѣлать справедливость теоріи несомнѣнною для всѣхъ. Опыты эти были произведены Герцомъ и вызвали общее удивленіе. Теоріи Максуэлля и описанію опытовъ Герца и посвящены три вышеназванныя книги. Наиболѣе подробно излагается этотъ вопросъ у Лоджа, который нѣсколько дополнилъ и видоизмѣнилъ взгляды Максуэлля на электричество и помѣстилъ въ своей книгѣ описаніе множества приборовъ и опытовъ, поясняющихъ новую теорію. При всемъ томъ книга читается весьма трудно, ибо расчитана, очевидно, на иную подготовку читателей, чѣмъ наша. Для облегченія читателей позволю себѣ указать, что Лоджъ, прежде чѣмъ говорить о новѣйшихъ гипотезахъ, иллюстрируетъ факты при помощи предварительныхъ крайне грубыхъ аналогій, которыя однако позволяютъ выяснить весьма много. Таково напр. представленіе о діэлектрикѣ, какъ о студнѣ, въ которомъ завязли частицы электричества (электричество разсматривается, по новой теоріи, какъ нѣчто матеріальное); пустоты и каналы въ студнѣ соотвѣтствуютъ проводникамъ. Лоджъ принимаетъ два вида электрической матеріи, между тѣмъ какъ Максуэлль признавалъ достаточною одну. Книга Лоджа составлена изъ ряда статей, печатавшихся въ англійскомъ журналѣ Nature и отъ этого, быть можетъ, происходитъ ея отрывочность и недостаточная систематичность. Тѣмъ не менѣе чтеніе книги Лоджа можетъ доставить большое удовольствіе, ибо она не насилуетъ умъ читателя, а, намѣчая главнѣйшіе пункты, предоставляетъ полный просторъ его уму фантазіи. Въ особенности интересна послѣдняя часть о лучистомъ электричествѣ.

Вторая брошюра есть переводъ рѣчи Герца, произнесенной на послѣднемъ съѣздѣ нѣмецкихъ естествоиспытателей. Въ немногихъ словахъ образно и изящно Герцъ излагаетъ значеніе и сущность своихъ опытовъ.

Статья проф. О. Хвольсона, печатавшаяся предварительно въ журналѣ „Элек-

*) См. Ф. Розенбергера. Очеркъ исторіи физики. Ч. II, стр. 13.

тричество", содержитъ въ себѣ описаніе тѣхъ же опытовъ Герца и сущности электромагнитной теоріи свѣта въ формѣ наиболѣе доступной для русскаго читателя. Результаты опытовъ Герца авторъ формулируетъ слѣдующимъ образомъ:

1. Быстрая періодическая пертурбація несомнѣнно электрическаго характера, произведенная въ одномъ мѣстѣ пространства, распространяется въ немъ волнообразно; получаемые при этомъ лучи способны отражаться, преломляться, интерферировать, образовать стоячія волны и т. д.

2. Скорость распространенія этихъ лучей равняется скорости свѣта; поэтому весьма вѣроятно, что свѣтъ есть частный случай распространяющейся періодической электрической пертурбаціи съ весьма малымъ періодомъ.

3. Справедливость основныхъ положеній теоріи Максуэлля можно считать доказанною. *А. Корольковъ.*

Journal de physique, chimie et histoire naturelle élémentaires à l'usage des candidats aux écoles du gouvernement et aux baccalauréats, des écoles normales primaires, etc., publié sous la direction de M. *Abel Buguet.* 1886—87 №№ 1—12, 1887—88 №№ 1—12, 1888—89 №№ 1—7.

Хотя я и не имѣю подъ руками перваго тома этого журнала элементарной физики, но и вышеперечисленныхъ №№ совершенно достаточно, чтобы составить себѣ ясное понятіе о немъ. Журналъ, какъ видно изъ заголовка, предназначенъ исключительно для лицъ, подготовляющихся къ различнымъ конкурснымъ экзаменамъ, объ обиліи которыхъ во Франціи можно судить по статьѣ „Конкурсы во Франціи", помѣщенной въ послѣднихъ книгахъ „Вѣстника Европы" за этотъ годъ. Потому научныхъ, хотя бы и элементарныхъ статей въ журналѣ почти не имѣется. Все содержаніе журнала можетъ быть разбито на три части: 1) статьи, содержащія пересказъ и легкую передѣлку различныхъ отдѣловъ общепринятыхъ во Франціи учебниковъ, 2) конкурсныя задачи различныхъ заведеній и 3) задачи съ рѣшеніями, подходящія по типу ко 2-му разряду.

Изъ ряда первыхъ статей по физикѣ укажу, какъ на болѣе интересныя: „Конспектъ физики въ видѣ синоптическихъ таблицъ", „Приложеніе барометра къ опредѣленію высотъ", „Коэффиціентъ расширенія", „Опредѣленіе металловъ электролизомъ", „Объ электрическихъ единицахъ", нѣсколько статей по геометрической оптикѣ, „Сохраненіе энергіи".

Имѣется также отдѣлъ рецензій, гдѣ въ 5—6 строчкахъ характеризуется содержаніе присылаемыхъ книгъ всегда съ неизбѣжнымъ заявленіемъ удовольствія по поводу появленія разсматриваемой книги.

Въ одномъ изъ слѣдующихъ №№ я позволю себѣ познакомить читателей съ характеромъ нѣмецкаго журнала по элементарной физикѣ. *А. Д. К*

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Кіевское Физ.-Мат. Общ. 8-ое очер. засѣданіе 17-го Мая. Предсѣдательствовалъ проф. Н. Н. Шиллера; присутствовали: 32 члена и—въ числѣ гостей—бывшій профессоръ Н. А. Любимовъ.

Были сдѣланы научныя сообщенія:

1) *Н. А. Любимовъ*: „О новомъ приборѣ для образованія пустоты". Исторія физики свидѣтельствуетъ, что вопросъ объ атмосферномъ давленіи былъ однимъ изъ

наиболѣе трудныхъ; даже великій Галилей не могъ съ нимъ справиться, и его отвѣтъ, данный по поводу извѣстнаго опыта съ водянымъ насосомъ, что природа боится пустоты только до извѣстной высоты, надо понимать не какъ насмѣшку надъ господствовавшими тогда воззрѣніями, а какъ невозможность объяснить это загадочное тогда явленіе инымъ, болѣе раціональнымъ, образомъ. Не слѣдуетъ поэтому упускать изъ виду, что этотъ вопросъ продолжаетъ и въ наше время оставаться столь же труднымъ для тѣхъ, кто впервые на него наталкивается, и потому, при преподаваніи физики, никогда не мѣшаетъ самый фактъ существованія атмосфернаго давленія доказать возможно простымъ и возможно убѣдительнымъ способомъ. Тотъ пріемъ этого доказательства, какой былъ употребленъ Торичели и какой повторяется въ учебникахъ, особенно убѣдительнымъ назвать нельзя. Въ этомъ случаѣ, по мнѣнію референта, легче было бы для начинающаго идти по тому-же пути, по которому шелъ Отто-фонъ-Герике къ изобрѣтенію воздушнаго насоса. Какъ извѣстно, онъ разсуждалъ такъ: если какой нибудь закрытый сосудъ, напримѣръ бочку, наполнить жидкостью, напримѣръ водою, и если затѣмъ *снизу* увеличимъ какимъ нибудь образомъ объемъ этого сосуда, придѣлавъ къ нему напр. насосъ съ поршнемъ, способнымъ опускаться внизъ, то вода, *вслѣдствіе своей тяжести*, опускаясь, займетъ наиболѣе низкія мѣста сосуда, а такъ какъ объемъ ея при этомъ не имѣетъ причинъ увеличиться, то *надъ нею въ сосудѣ должно образоваться пустое пространство*, ничѣмъ не занятое. И хотя опытъ Герике съ простою бочкою не удался, но тѣмъ не менѣе его принципъ былъ совершенно вѣренъ, и отказываться отъ примѣненія его къ устройству самаго элементарнаго по теоріи, и самаго убѣдительнаго по наглядности воздушнаго насоса—рѣшительно нѣтъ основаній.—Референтъ и задался цѣлью построить приборъ по забытому почти типу *Гериковской бочки*, приборъ, который, выполняя роль небольшого и весьма совершеннаго воздушнаго насоса можетъ въ то-же время служить въ рукахъ преподавателя физики весьма удобнымъ пособіемъ для нагляднаго первоначальнаго ознакомленія учащихся съ атмосфернымъ давленіемъ, упругостью воздуха и пр.

Приборъ такой, весьма тщательно и удачно изготовленный въ нѣсколько дней механикомъ при Физ. Каб. Кіевскаго Унив. Шереметьевымъ, былъ демонстрированъ референтомъ. Онъ состоитъ изъ цилиндра, стекляннаго въ верхней и латуннаго въ нижней части; сверху цилиндръ можетъ герметически накрываться плоскою хорошо отшлифованной стекляною пластинкою, изъ толстаго зеркальнаго стекла, снабженною въ центрѣ трубкой съ краномъ. Нижняя, латунная часть цилиндра, не имѣющая дна, вставлена въ другой латунный цилиндръ, немного большаго діаметра, имѣющій нижнее дно; этотъ второй, внѣшній цилиндръ при помощи особаго винта можетъ опускаться или подыматься, измѣняя такимъ образомъ объемъ всего сосуда. Чтобы наружный воздухъ не могъ проникать во внутреннюю полость, внѣшній и внутренній цилиндры должны быть очень тщательно выточены, и въ кольцеобразное между ними пространство вставлено такое же кожаное кольцо, какое обыкновенно окружаетъ поршень гидравлическихъ прессовъ. Весь приборъ укрѣпленъ на металлическомъ треножникѣ.—Для наполненія цилиндра жидкостью удобнѣе всего употребить глицеринъ, для чего стекляная крышка снимается. Наливъ глицеринъ по края, надо позаботиться наложить крышку такъ, чтобы внутри сосуда не осталось вовсе воздуха (для возможности слѣдить за этимъ, верхняя часть цилиндра и дѣлается прозрачною, изъ стекла) и затѣмъ плотно прижать ее къ краямъ. Когда затѣмъ станемъ, при помощи винта, опускать нижнюю подвижную часть сосуда, вмѣстимость его увеличится и надъ глицериномъ подъ крышкою образуется пустота, занятая только парами глицерина (имѣющими при комнатной температурѣ незначительную лишь упругость). Тогда уже крышки нельзя будетъ снять вслѣдствіе атмосфернаго на нее давленія, до тѣхъ поръ пока не впустимъ черезъ кранъ воздуха.— Наложивъ на конецъ трубки съ краномъ плотную резиновую трубку, можно второй конецъ ея соединить съ тѣмъ резервуаромъ, изъ котораго желаемъ выкачать воздухъ; тогда, повторяя опусканіе и подыманіе дна сосуда нѣсколько разъ, можемъ пользоваться аппаратомъ какъ воздушнымъ насосомъ.—При опытѣ, произведенномъ въ засѣданіи, трубка была соединена съ ртутнымъ манометромъ, при помощи котораго было видно, что разрѣженіе, доведенное до нѣсколькихъ миллиметровъ, сохраняется въ этомъ приборѣ очень долго.—Въ заключеніе референтъ, указавъ на возможныя видоизмѣненія его прибора и на рядъ опытовъ съ нимъ, направленныхъ къ систематическому ознакомленію учащихся съ явленіями упругости газовъ, обратилъ вниманіе присутствующихъ преподавателей на весьма важную роль, какую играетъ въ этомъ отдѣлѣ физики теорія Маріоттова сосуда; при этомъ референтъ напомнилъ въ нѣсколькихъ словахъ о тѣхъ предложенныхъ имъ добавленіяхъ въ устройствѣ Маріоттова сосуда (какъ напр. манометръ), при пособіи которыхъ опыты съ этимъ приборомъ пріобрѣтаютъ большую убѣдительность для учащихся.

2) *Ѳ. Ю. Мацонъ*: „Именованныя величины въ школьномъ преподаваніи и значеніе ихъ символовъ“ *).

3) *Н. Н. Шиллеръ*: „Современное представленіе объ электричествѣ“. (Продолженіе) **). Прежде всего референтъ напоминаетъ ту часть предыдущаго своего реферата, гдѣ было выяснено, что дѣйствія между наэлектризованными проводниками могутъ быть представлены, какъ результатъ растяженія среды по силовымъ нитямъ и ея сжатія—перпендикулярно къ направленію упомянутыхъ нитей. Реальность процессовъ, происходящихъ въ средѣ, окружающей наэлектризованные проводники, подтверждается вліяніемъ діэлектриковъ на величину потенціала проводниковъ, прямыми опытами Больцмана надъ взаимодѣйствіемъ діэлектриковъ и опытами Керра надъ измѣненіемъ оптическихъ свойствъ діэлектриковъ въ электрическомъ полѣ. Лоджъ даетъ нижеслѣдующую механическую иллюстрацію для упомянутыхъ свойствъ электрическаго поля. Діэлектрикъ онъ представляетъ упругимъ ноздреватымъ тѣломъ, въ полостяхъ котораго заключена жидкость электричество, которая не можетъ свободно перемѣщаться внутри включающаго ее тѣла; но можетъ растягивать включающія ее клѣточки, передавая это растяженіе отъ одной клѣточки къ другой по направленію силовыхъ нитей. Сплошные каналы и вмѣстилища, внутри описанной губчатой среды, гдѣ жидкость свободно можетъ двигаться и переливаться, будутъ соотвѣтствовать электрическимъ проводникамъ. Представимъ себѣ, что жидкость изъ одного подобнаго вмѣстилища или камеры будетъ перекачиваема черезъ каналъ въ другое вмѣстилище; въ такомъ случаѣ жидкость будетъ имѣть стремленіе черезъ посредство окружающей камеру ноздреватой среды перейти обратно въ первую камеру, изъ которой она нагнетается во вторую; но окружающая среда не даетъ свободнаго прохода жидкости, а только передаетъ ея давленіе отъ одной своей клѣточки къ другой, обусловливая такимъ образомъ въ самой средѣ извѣстное состояніе упругихъ натяженій. Описанное явленіе въ ноздреватой средѣ и ея камерахъ аналогично съ зарядами двухъ проводниковъ противоположными электричествами и съ вызываемыми этими зарядами натяженіями діэлектрической среды. Далѣе референтомъ была демонстрирована знакомая уже членамъ Общества гидравлическая модель лейденской банки, устроенная В. И. Юскевичъ-Красковскимъ по указаніямъ книги Лоджа

*) См. „Вѣстникъ“ №№ 55, 56, 63, 75, 77, 82, 83 и 84.
**) См. „Вѣстникъ“ № 93, стр. 175.

Въ дальнѣйшемъ изложеніи референтомъ были въ общихъ чертахъ намѣчены соображенія, имѣющія быть въ послѣдствіи подробнѣе разсмотрѣнными и ведущія къ необходимости представленія о двухъ электричествахъ. Первое обстоятельство, говорящее за принятіе гипотезы о двухъ электричествахъ, есть отсутствіе явленія сохраненія плоскостей вращенія въ случаѣ проводниковъ, обтекаемыхъ электрическимъ токомъ; такое обстоятельство объясняется вполнѣ, если допустить, что токъ представляетъ собою теченіе двухъ разнородныхъ составляющихъ частей эѳира въ противоположныхъ направленіяхъ. Тѣмъ-же допущеніемъ существованія двухъ родовъ электричества значительно облегчается объясненіе передачи въ средѣ электро-магнитныхъ дѣйствій. Переходя къ краткому очерку упомянутыхъ объясненій, референтъ прежде всего обратилъ вниманіе на магнитныя взаимодѣйствія, которыя, подобно электрическимъ, объясняются натяженіями средѣ вдоль магнитныхъ силовыхъ нитей и давленіями перпендикулярно этимъ послѣднимъ. Упомянутыя натяженія могутъ быть объяснены вращеніями, происходящими въ средѣ вокругъ осей силовыхъ нитей, вслѣдствіе чего каждая силовая нить имѣетъ стремленіе укоротиться и расшириться. Вращенія обоихъ электричествъ происходятъ въ противоположномъ другъ другу смыслѣ; при этомъ можно принять, что вращающіяся силовыя нити попеременно состоятъ или изъ положительнаго электричества или изъ отрицательнаго такимъ образомъ, что одна нить производитъ вращеніе въ обратномъ смыслѣ сосѣдней нити, подобно зацѣпляющимся другъ за друга зубчатымъ валикамъ. Иначе можно себѣ представить, что одна и та же нить состоитъ изъ различныхъ поперечныхъ слоевъ, вращающихся въ разныя стороны, и притомъ такъ, что положительный слой одной нити разворачиваетъ отрицательные слои сосѣднихъ нитей, и наоборотъ. Въ непроводящей средѣ вращеніе одной нити передается другой, такъ сказать, безъ потери, такъ что скорости смежныхъ частей двухъ нитей одинаковы. Въ проводящей средѣ одна нить скользитъ по другой и вращеніе постепенно только проникаетъ въ глубь проводящей среды; при этомъ смежныя части двухъ нитей противоположнаго электрическаго строенія имѣютъ разныя скорости, такъ что положительное и отрицательное электричества перемѣщаются, отставая одно отъ другого, обусловливая этимъ явленіе тока. Упомянутое скольженіе нитей другъ по другу имѣетъ мѣсто только при началѣ распространенія вращеній, или при ихъ постепенномъ прекращеніи, чѣмъ и объясняется возникновеніе обратныхъ и прямыхъ индуктивныхъ токовъ. Можно вообразить себѣ такую среду, въ которой вращеніе вовсе не будетъ распространяться. Такая среда будетъ абсолютнымъ проводникомъ электричества, и токи будутъ идти только по ея поверхности. Опыты Герца показали, что при быстрой смѣнѣ направленія индуктивныхъ токовъ обыкновенные проводники приближаются своими качествами къ абсолютнымъ, поглощающимъ достигающее до нихъ вращеніе нитей при самой ихъ поверхности. Энергія поглощаемаго проводниками вращенія превращается въ концѣ концовъ въ теплоту. Пойнтингъ въ первый разъ обратилъ вниманіе на то обстоятельство, что электрическая энергія проводника обтекаемаго токомъ, несется не этимъ послѣднимъ, но приходитъ къ разнымъ частямъ проводника по внѣшней непроводящей средѣ и потомъ поглощается упомянутыми частями проводника.

Два параллельные одноименные тока стремятся вращать въ противоположныя стороны нити среды, лежащей между проводниками, что обусловливаетъ уменьшеніе центробѣжной силы упомянутыхъ нитей, имѣющее своимъ слѣдствіемъ приталкиваніе проводниковъ другъ къ другу окружающими ихъ вращающимися нитями. Наоборотъ, два параллельные разноименные тока, развертывая промежуточныя нити въ одномъ и томъ-же смыслѣ, увеличиваютъ ихъ скорость вращенія въ сравненіи со скоростію окружающихъ нитей, вслѣдствіе чего такіе токи должны расталкиваться промежуточными нитями. Подобныя разсужденія приводятъ насъ такимъ образомъ къ объясненію извѣстныхъ пондеромоторныхъ дѣйствій токовъ другъ на друга *).

Закрытой баллотировкой былъ избранъ въ дѣйств. члены Общества В. В. Пилюгинъ.—Предложенъ (гг. Шпачинскимъ и Григорьевымъ) въ дѣйств. члены И. И. Александровъ (въ г. Тамбовѣ).

Очередныя засѣданія Общества въ теченіе всего лѣтняго каникулярнаго времени постановлено прекратить и возобновить таковыя съ начала будущаго учебнаго года. *Ш.*

ЗАДАЧИ.

№ 60. Въ смежныхъ углахъ, одинъ изъ которыхъ равенъ 36°, вписаны два круга, касающіеся общей стороны угловъ въ одной точкѣ, находящейся на разстояніи a отъ вершины. Опредѣлить радіусы круговъ. *П. Трипольскій* (Полтава).

№ 61. Рѣшить систему

$$x(y+z-x)=a$$
$$y(z+x-y)=b$$
$$z(x+y-z)=c.$$

Я. Тепляковъ (Кіевъ).

№ 62. Въ кругѣ радіуса R проведены три діаметра AOB, COD, EOF такъ что $\angle AOC=\alpha$ и $\angle COE=\beta$. Изъ произвольной точки окружности опущены перпендикуляры на эти діаметры и ихъ основанія соединены прямыми. Опредѣлить стороны полученнаго такимъ образомъ треугольника и найти условія, при которыхъ треугольникъ будетъ 1) прямоугольный и 2) равносторонній. *Н. Николаевъ* (Пенза).

№ 63. Даны три точки: А—вершина треугольника, М—средина основанія и Н—точка пересѣченія трехъ высотъ; построить по этимъ даннымъ треугольникъ. *Н. Николаевъ* (Пенза).

№ 64. Доказать, что во всякомъ сферическомъ четыреугольникѣ, вписанномъ въ кругъ, суммы противоположныхъ угловъ равны (и обратно: если въ сферическомъ четыреугольникѣ суммы противоположныхъ угловъ равны, то около него можно описать окружность малаго круга).
П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 65. Выразить длины внутреннихъ и внѣшнихъ симедіанъ треугольника черезъ его стороны. *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

*) Отчетъ объ этомъ сообщеніи составленъ самимъ референтомъ.

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 3. (2-я серія) Показать, что если

$$\frac{\frac{a-b}{a+b}}{6}=\frac{\frac{b-c}{b+c}}{5}=\frac{\frac{c-a}{c+a}}{10},$$

то

$$16a+11b+15c=0.$$

Данныя пропорціи можно написать въ такомъ видѣ:

$$\frac{6a+6b}{a-b}=\frac{5b+5c}{b-c}=-\frac{10c+10a}{a-c}.$$

На основаніи свойства ряда равныхъ отношеній будемъ имѣть

$$\frac{6a+11b+5c}{a-c}=-\frac{10c+10a}{a-c},$$

откуда

$$16a+11b+15c=0.$$

Дьяковъ (Новочеркасскъ), *В. Шидловскій* (Полоцкъ), *В. Моргунъ* (Кіевъ), *Н. Волковъ*, *Г. Ульяновъ* и *С. Карновичъ* (Воронежъ).

№ 14. (2-я серія). Даны три палочки длиною въ 5, 9 и 13 цм.; чтобы составить изъ нихъ треугольникъ съ тупымъ угломъ въ 120° пришлось ихъ укоротить, при чемъ отъ 2-й отрѣзано въ 2 раза больше, а отъ 3-ей въ 3 раза больше чѣмъ отъ 1-ой. Поскольку отрѣзано отъ каждой.

Замѣтимъ, что если a, b, c суть стороны $\triangle$-ка и противъ a лежитъ уголъ въ 120°, то:

$$a^2=b^2+c^2+bc.$$

Значитъ уравненіе, на основаніи данныхъ условій, будетъ:

$$(13-3x)^2=(5-x)^2+(9-2x)^2+(5-x)(9-2x).$$

Отсюда $x=2$ и $x=\frac{9}{2}$. Условію удовлетворяетъ $x=2$. Тогда отъ первой надо отрѣзать 2, отъ второй 4 и отъ третьей 6 цм.

М. Балдинъ 2-й (Спб.), *Н. Николаевъ* и *А. П.* (Пенза), *И. Склобовскій* и *Н. Волковъ* (Воронежъ). Ученики: Курск. г. (8) *С. Г.*, Урюп. р. уч. (7) *П. У—ъ*.

№ 451. Въ „Сборникѣ алгебраическихъ задачъ И. Верещагина, Спб. 1886 г.“ подъ № 570, на стр. 153 помѣщена слѣдующая задача: „Периметръ прямоугольнаго треугольника равенъ $2p$ и равнодѣлящая прямого угла равна m. Вычислить всѣ стороны треугольника.“ При чемъ сдѣлано указаніе, что для „рѣшенія этой задачи необходимо вывести, что равнодѣлящая прямого угла въ прямоугольномъ треугольникѣ равна сторонѣ квадрата, вписаннаго въ такой кругъ, радіусъ котораго равенъ высотѣ прямоугольника, имѣющаго площадь вдвое болѣе площади треугольника и основаніе равное суммѣ катетовъ.“ Рѣшить эту задачу, не пользуясь указаніемъ.

Означая катеты даннаго прямоугольнаго треугольника черезъ x и y, а гипотенузу чрезъ z, имѣемъ по условію:

$$x+y+z=2p. \qquad \ldots\ldots\ldots (1)$$

кромѣ того

$$x^2+y^2=z^2 \qquad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Пользуясь общей формулой для биссектора*), получимъ

$$m=\frac{\sqrt{xy(x+y+z)(x+y-z)}}{x+y}$$

или

$$m=\frac{xy\sqrt{2}}{x+y} \qquad \ldots\ldots\ldots (3)$$

Такъ какъ

$$x+y=2p-z,$$

а

$$xy=\frac{(x+y)^2-(x^2+y^2)}{2}=2p(p-z),$$

то подставляя найденныя выраженія для $x+y$ и xy въ уравненіе (3), найдемъ, что

$$z=\frac{2p^2\sqrt{2}-2pm}{2p\sqrt{2}-m}.$$

Тогда

$$x+y=\frac{2p^2\sqrt{2}}{2p\sqrt{2}-m}$$

и

$$xy=\frac{2mp^2}{2p\sqrt{2}-m},$$

*) См. рѣшеніе задачи № 311, „Вѣстникъ Оп. Физ. и Эл. Мат.“ № 57, V сем.

т. е. x и y представляютъ корни уравненія

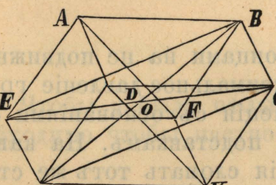
$$u^2-\frac{2p^2\sqrt{2}}{2p\sqrt{2}-m}\;u+\frac{2mp^2}{2p\sqrt{2}-m}=0.$$

Н. Артемьевъ (Спб.), *Н. Соболевскій* (Москва), *Н. Волковъ* и *Г. Ульяновъ* (Воронежъ). Ученики: Кременч. р. уч. (6) *І. Т.*, Кіев. р. уч. (6) *А. Ш.*

№ 459. Доказать, что сумма квадратовъ діагоналей всякаго параллелепипеда равна суммѣ квадратовъ всѣхъ его двѣнадцати реберъ.

Изъ параллелограмовъ ADKF и BCHE (фиг. 52) находимъ:

Фиг. 52.



$$AD^2+FK^2+AF^2+DK^2=AK^2+DF^2\text{*)}$$

$$BC^2+EH^2+BE^2+CH^2=BH^2+CE^2,$$

складывая почленно эти выраженія и помня, что

$$AF^2+BE^2=AB^2+EF^2+AE^2+BF^2,$$

а

$$DK^2+CH^2=DC^2+HK^2+DH^2+CK^2,$$

легко получить выраженіе, подтверждающее высказанное предложеніе.

А. Охитовичъ (Спб.) *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ), *Г. Ульяновъ* (Воронежъ), *В. Моргунъ* (Кіевъ). Ученики: Курск. г. (6) *В. К.*, *Л. Л.*, (7) *В. Х.* и *Н. Ф.*, Троицкой г. (7) *П. Ѳ.*, Полт. Сем. (4) *С. З.*, Могил. г. (8) *Я. Э.*

№ 467. Серебряный сосудъ, съ тонкими отполированными снаружи стѣнками, вѣситъ 500 гр. въ него налито 400 гр. воды. Температура воды и сосуда 20°C. Если въ воду опустить кусокъ желѣза, вѣсомъ въ 200 гр., нагрѣтый до 200° С., то тепловое равновѣсіе наступитъ при температурѣ 28,8° С. Если же въ сосудъ не опускать желѣза, а прилить вмѣсто него еще 200 гр. воды, нагрѣтой до 100,07° С., то общая темпергагура воды и сосуда дойдетъ до 45,5° С.—Опредѣлить удѣльную теплоту серебра и желѣза, пренебрегая потерей тепла отъ лучеиспусканія.

Пусть удѣльная теплота желѣза будетъ α и серебра β. Теплоемкость серебрянаго сосуда въ 500 гр., наполненнаго 400 гр. воды и и имѣющаго 20° С. равна

$$400.20+500.20\beta.$$

Теплоемкость куска желѣза въ 200 гр. при 200° С. равна 200.200α, Наконецъ теплоемкость 500 гр. серебра, 400 гр. воды и 200 гр. желѣза при 28,8° С. будетъ

$$(500\beta+400+200\alpha).28,8.$$

*) Линіи AK и DF на чертежѣ не проведены.

По условію перваго опыта

$$500\,20\beta+400.20+200.200\alpha=(500\beta+200\alpha+400).28,8\ldots.(1)$$

Изъ данныхъ же второго опыта слѣдуетъ такое уравненіе:

$$500.20\beta+400.20+200.100,07=(500\beta+600).45,5\ldots\ldots(2)$$

Изъ (2) находимъ, что $\beta=0,056$, тогда изъ (1) имѣемъ $\alpha=0,11$.

С. Блажко (Москва). Ученики: 2-й Кіевск. г. (8) *В. М.*, Кіев. р. уч. (7) *Л. А.*, Троицк. г. (7) *И. К.*, Могил. г. (8) *Я. Э.*, Камыш. р. уч. (7) *А. З.*, Ворон. к. к. (7) *Н. В.* и *Г. У.*

№ 480. Стержень, опирающійся своими концами на не подвижныя подставки, можетъ выдерживать по срединѣ максимальное давленіе груза P. Поперечное сѣченіе этого стержня есть трапеція съ основаніями a и b, причемъ большее основаніе a прилегаетъ къ подставкамъ. На какую величину можно увеличить грузъ P безъ опасенія сломать тотъ же стержень, если онъ будетъ повернутъ такъ, что опираться на подставки будетъ меньшее основаніе b?

Извѣстно, что

$$P=\frac{q.s.l}{L},$$

гдѣ q обозначаетъ грузъ необходимый для разрыва висящаго прута, сдѣланнаго изъ того же вещества, какъ и данный стержень, и имѣющаго поперечное сѣченіе, равное единицѣ площади; s есть площадь поперечнаго сѣченія стержня, l—разстояніе центра тяжести поперечнаго сѣченія стержня отъ его основанія и L половина длины стержня. Если стержень будетъ прилегать къ подставкамъ другимъ основаніемъ, то онъ будетъ выдерживать по срединѣ другой грузъ:

$$P'=\frac{q.s.l'}{L}.$$

Отсюда

$$P':P=l'.l.$$

По свойству центра тяжести трапеціи:

$$l':l=\frac{2a+b}{2b+a},$$

слѣдовательно

$$P':P=\frac{2a+b}{2b+a}$$

и

$$P'-P=P\frac{a-b}{a+2b}.$$

П. Свѣшниковъ (Троицкъ). Кадеты Вор. к. к. (6) *А. Б* и (7) *Г. У.* и *К. Аг.*

№ 497. Найти двузначное число, которое равно удвоенному произведенію изъ цыфръ его составляющихъ.

Пусть искомое число будетъ $10x+y$, тогда по условію, имѣемъ

$$10x+y=2xy.$$

Рѣшая это уравненіе относительно y, получимъ

$$y=5+\frac{5}{2x-1}.$$

Чтобы y было цѣлымъ числомъ и удовлетворяло данному вопросу, необходимо чтобы частное

$$\frac{5}{2x-1}$$

было цѣлымъ числомъ. Число это можетъ быть или 5, или 1. Удовлетворяетъ же вопросу только число 1. Слѣдовательно $y=6$, а 36—искомое число.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ), *И. Пастуховъ* (Пермь), *Н. Столяровъ* (Кіевъ). Ученики: 6-й Спб. г. (?) *П. Лит.*, 4-й Кіев. г. (6) *В. Г.*, Кіев. р. уч. (6) *Я. Ш.*, (7) *Л. А.*, Ворон. к. к. (7) *Н. В.* и *Г. У.*, Курск. г. (6) *А. Ш.*, (7) *В. Х.*, (8) *А. П.*, 1-й Спб. г. (7) *К. К.*, Могил. г. (8) *Я. Э.*, Симб. г. (7) *В. Ф.*, Кременч. р. уч. (6) *І. Т.*, Могил.-Под. р. уч. (6) *С. И.*, Короч. г. (8) *Г. С.*, Черниговъ. г. (8) *Д. З.*

№ 501. Рѣшить уравненіе

$$2x^3+ax^2+bx+c=0,$$

если коэффиціенты его удовлетворяютъ условію:

$$54c=9ab-a^3.$$

Замѣнимъ въ данномъ уравненіи x величиною $y+h$, при чемъ постараемся выбрать такъ h, чтобы коэффиціентъ при x^2, въ преобразованномъ уравненіи, былъ равенъ нулю. Легко убѣдиться, что это будетъ при $h=-\frac{a}{6}$. Тогда получимъ

$$2y^3-\left(\frac{a^2}{6}-6\right)y+\frac{a^3-9ab+54c}{54}=0,$$

или, принявъ во вниманіе данную зависимость между коэффиціентами,

$$y\left(2y^2-\frac{a^2-6b}{6}\right)=0,$$

т. е.

$$y=0 \quad \text{и} \quad y=\pm\sqrt{\frac{a^2-6b}{12}},$$

слѣдовательно

$$x=-\frac{a}{6}, \quad x=-\frac{a}{6}\pm\sqrt{\frac{a^2-6b}{12}}.$$

Первый корень дѣйствительный, два же остальные будутъ дѣйствительные только при условіи $a^2 \geq 6b$

Въ случаѣ $a^2=6b$ всѣ три корня предложеннаго уравненія равны каждый $-\frac{a}{6}$.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ), *П. Трипольскій* (Полтава), Ученики: Курск. г. (7) *В. Х.* и (8) *А. П.*, Т.-Х.-Ш. р. уч. (7) *А. Б.*

№ 503. Обозначимъ высоты тетраэдра черезъ h_1, h_2, h_3, h_4 и радіусъ вписаннаго въ него шара черезъ r. Доказать, что

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{h_1}+\frac{1}{h_2}+\frac{1}{h_3}+\frac{1}{h_4}.$$

Если черезъ центръ шара, вписаннаго въ данный тетраэдръ, объема v, и ребра его проведемъ плоскости, то получимъ четыре тетраэдра, объемы которыхъ обозначимъ черезъ v_1, v_2, v_3 и v_4, и тогда

$$\frac{v_1}{v}=\frac{r}{h_1}, \quad \frac{v_2}{v}=\frac{r}{h_2}, \quad \frac{v_3}{v}=\frac{r}{h_3} \quad \text{и} \quad \frac{v_4}{v}=\frac{r}{h_4}.$$

Складывая эти равенства, находимъ

$$\frac{v_1+v_2+v_3+v_4}{v}=\frac{r}{h_1}+\frac{r}{h_2}+\frac{r}{h_3}+\frac{r}{h_4},$$

но

$$v_1+v_2+v_3+v_4=v,$$

а потому

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{h_1}+\frac{1}{h_2}+\frac{1}{h_3}+\frac{1}{h_4}.$$

В. Ивановъ (Златополь), *Н. Николаевъ* (Пенза), *И. Пастуховъ* (Пермь). Ученики: Курск. г. (7) *В. Х.*, Ворон к. к. (7) *Н. В.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 23 Іюня 1890 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.

Обложка
ищется

Обложка
ищется