

Обложка
щется

Обложка
щется

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 69.

VI Сем.

5 Апрѣля 1889 г.

№ 9.

О ГАЗООБРАЗНОМЪ И ЖИДКОМЪ СОСТОЯНІИ ТѢЛЪ.

(Продолженіе *).

Разсмотрѣвъ вкратцѣ различныя уравненія состоянія, предложенныя разными изслѣдователями для жидкихъ и газообразныхъ тѣлъ, мы приходимъ къ тому убѣжденію, что ни одно изъ всѣхъ этихъ уравненій не соотвѣтствуетъ вполнѣ дѣйствительности, и слѣдуетъ поэтому признать вопросъ объ общемъ уравненіи состоянія жидкихъ и газообразныхъ тѣлъ все еще открытымъ. Все въ этомъ направленіи до сихъ поръ сдѣланное надо разсматривать скорѣе, какъ первыя болѣе или менѣе удачныя попытки построить рациональную теорію жидкостей; до полнаго же рѣшенія вопроса еще далеко.

Но чтобы лучше оцѣнить все значеніе уже добытыхъ въ этомъ направленіи результатовъ и чтобы понять, на сколько важно для разныхъ теоретическихъ изысканій знакомство съ общимъ уравненіемъ состоянія жидкихъ и газообразныхъ тѣлъ, надо поближе разсмотрѣть одно какое-нибудь изъ ранѣе приведенныхъ уравненій. При этомъ слѣдуетъ замѣтить, что даже такое неполное уравненіе, какъ уравненіе Van der Waals'a привело все таки къ нѣкоторымъ замѣчательнымъ общимъ выводамъ и заключеніямъ, касающимся свойствъ жидкихъ тѣлъ, при чемъ опредѣленіе выяснилось то громадное значеніе, которое имѣетъ для подобнаго рода теоретическихъ изысканій знакомство съ критическимъ состояніемъ тѣлъ. Вопросомъ о критическомъ состояніи тѣлъ мы займемся впоследствии; мы увидимъ также, что всякая жидкость характеризуется двумя элементами: критической температурой и критическимъ давленіемъ; теперь же обратимся опять къ уравненіямъ состоянія.

Подробнымъ разборомъ этихъ уравненій мы, конечно, заниматься не станемъ, но все таки прослѣдимъ болѣе обстоятельнымъ образомъ одно изъ нихъ, чтобы наглядно убѣдиться въ томъ, какое дѣйствительно важное теоретическое значеніе подобныя изслѣдованія имѣютъ.

Для этого разбора мы выберемъ формулу Van der Waals'a, не потому, чтобы она была лучше остальныхъ, но ради того лишь, что, содержа только

*) См. „Вѣстникъ“ №№ 65 и 67.

двѣ неизвѣстныя постоянныя величины (a и b) она значительно проще другихъ общихъ уравненій состоянія (годныхъ также и для жидкостей); вслѣдствіе этого всѣ вычисленія съ ней будутъ сравнительно не сложны, хотя при этомъ нельзя не замѣтить, что и такое простое уравненіе, какъ уравненіе Van der Waals'a, приводитъ въ нѣкоторыхъ частныхъ вопросахъ, на примѣръ въ примѣненіи къ вопросу объ упругости насыщенныхъ паровъ, все таки къ довольно сложнымъ математическимъ выкладкамъ. Формула Van der Waals'a имѣетъ при этомъ то неоспоримое преимущество предъ другими формулами, что физическое значеніе входящихъ въ нее постоянныхъ въ высшей степени наглядно, а потому въ примѣненіи этой формулы къ разнымъ частнымъ вопросамъ мы не такъ рискуемъ запутаться въ разныхъ отвѣченныхъ математическихъ преобразованіяхъ, физическій смыслъ которыхъ совсѣмъ не осязаемъ; здѣсь же, наоборотъ, мы будемъ постоянно имѣть конкретный примѣръ предъ глазами и можемъ въ любой моментъ дать себѣ отчетъ, почему та либо другая величина вошла въ полученное нами выраженіе.

Мы уже въ началѣ этого § упомянули о наблюденіяхъ Regnault, показавшихъ, что ни одинъ газъ не слѣдуетъ строго закону Бойля-Мариотта, такъ что при обыкновенныхъ условіяхъ давленія и температуры всѣ газы, за исключеніемъ водорода, сжимаются сильнѣе, чѣмъ слѣдовало-бы по этому закону.

Это значитъ, что произведеніе pv не остается постояннымъ, при этомъ уменьшеніе pv тѣмъ значительнѣе, чѣмъ легче испытываемый газъ сжимается.

Разсмотримъ теперь, что даетъ намъ теорія Van der Waals'a, но для этого опредѣлимъ сначала величину постоянной R . Возьмемъ за единицу объема тотъ объемъ, который данная масса газа занимаетъ при температурѣ 0°C и при давленіи одной атмосферы, которое мы также примемъ за единицу давленій.

Для этого случая мы имѣемъ:

$$\left(1 + \frac{a}{v}\right)(1-b) = R.$$

Слѣдовательно, развернувъ скобки въ уравненіи (10), мы получимъ:

$$pv + \frac{a}{v} - bp - \frac{ab}{v^2} = (1+a)(1-b)(1+at) \dots (15)$$

Такъ какъ a и b суть очень малыя величины, то произведеніемъ ab (для не слишкомъ малыхъ объемовъ v) мы можемъ вообще пренебречь. Положимъ также для простоты, что $t=0$.

Тогда мы получимъ:

$$pv = (1+a-b) - \frac{a}{v} + bp.$$

Приблизительно $\frac{1}{v} = p.$

Такъ какъ $\frac{1}{v}$ въ правой части уравненія умножается на очень малую величину a , то, подставивъ p вмѣсто $\frac{1}{v}$, мы получимъ число, отличающееся отъ дѣйствительнаго лишь на величины высшихъ порядковъ, которыми мы вообще пренебрегаемъ.

Такимъ образомъ

$$pv = \text{Const.} - (a-b)p \dots \dots \dots (15')$$

Что-же мы видимъ? Въ большинствѣ газовъ, особенно въ легко сжимаемыхъ, гдѣ силы сѣпленія сравнительно велики, $a > b$, а потому съ увеличеніемъ давленія p , произведеніе pv должно уменьшаться, какъ это дѣйствительно и слѣдуетъ изъ наблюденій Regnault. Для водорода-же надо допустить, что между прочимъ оправдывается, какъ мы потомъ увидимъ, и другими наблюденіями, что a значительно меньше b ; тогда произведеніе pv съ увеличеніемъ давленія будетъ увеличиваться, опять въ полномъ согласіи съ наблюденіями Regnault.

Въ частномъ случаѣ, если $a=b$, то pv будетъ дѣйствительно постоянная величина, т. е. газъ будетъ строго слѣдовать закону Бойля-Мариотта. Такіе газы обыкновенно называютъ *идеальными* газами, подразумѣвая при этомъ неявнымъ образомъ, что между частицами идеальнаго газа не дѣйствуютъ никакія силы сѣпленія. Противъ такого взгляда особенно горячо возставалъ Van der Waals *), указывая совершенно справедливо на то, что идеальнымъ газомъ будетъ совсѣмъ не такой газъ, у котораго внутреннее сѣпленіе равно нулю, а у котораго случайно $a=b$. И Regnault уже иронически сдѣлалъ замѣчаніе, что если законъ Бойля-Мариотта долженъ служить критеріемъ идеальности какого нибудь газа (совершенный газъ по французски *gaz parfait*), то слѣдуетъ уже принять, что водородъ представляетъ собою „un gaz plus que parfait“.

Regnault для своихъ наблюденій далъ эмпирическую формулу для измѣняемости pv , воспользовавшись которой, не трудно уже опредѣлить и численное значеніе коэффициентовъ a и b .

Обратимся теперь къ коэффициентамъ расширенія и упругости газовъ.

Если мы обозначимъ, какъ и раньше, объемъ газа чрезъ v , давленіе при 0° чрезъ p_0 , а при температурѣ t чрезъ p , то коэффициентъ упругости α_p согласно опредѣленію будетъ:

$$\alpha_p = \frac{p - p_0}{p_0 t};$$

v при этомъ остается неизмѣннымъ. Коэффициентъ расширенія α_v при постоянномъ давленіи p будетъ, обозначая начальный объемъ чрезъ v_0 , а конечный чрезъ v ,

$$\alpha_v = \frac{v - v_0}{v_0 t}.$$

*) Ueber die Continuität etc. p. 74.

Выведемъ оба эти коэффициента изъ формулы Van der Waals'a.

$$p + \frac{a}{v^2} = R(1 + \alpha t) \cdot \frac{1}{v - b}$$

$$p_0 + \frac{a}{v_0^2} = R \cdot \frac{1}{v_0 - b}.$$

$$p - p_0 = R \cdot \alpha t \cdot \frac{1}{v - b} = \left(p_0 + \frac{a}{v_0^2} \right) \alpha t = p_0 \left(1 + \frac{a}{p_0 v_0^2} \right) \alpha t.$$

Отсюда

$$\alpha_p = \left(1 + \frac{a}{p_0 v_0^2} \right) \cdot \alpha$$

Мы уже видѣли, что R въ нашихъ единицахъ почти равно 1; слѣдовательно прил. зительно

$$p_0 v_0^2 = \frac{1}{p_0}.$$

Отсюда окончательно

$$\alpha_p = (1 + p_0 a) \alpha \dots \dots \dots (16)$$

То есть коэффициентъ упругости газа не есть постоянная величина, а съ увеличеніемъ начальнаго давленія также нѣсколько увеличивается, какъ это и должно быть согласно съ наблюденіями Regnault. Съ другой-же стороны мы также знаемъ *), что съ увеличеніемъ температуры коэффициентъ упругости нѣсколько уменьшается; изъ этого слѣдовало-бы заключить, что само удѣльное притяженіе а съ увеличеніемъ температуры не остается постояннымъ, а также нѣсколько уменьшается. Мы увидимъ ниже на основаніи другихъ соображеній, что это допущеніе дѣйствительно слѣдуетъ признать основательнымъ.

Выведемъ теперь коэффициентъ расширенія α_r .

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = R(1 + \alpha t).$$

$$\left(p + \frac{a}{v_0^2} \right) (v_0 - b) = R.$$

Вычитая второе уравненіе изъ перваго, получимъ:

$$p(v - v_0) + a \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} \right) - ab \left(\frac{1}{v^2} - \frac{1}{v_0^2} \right) = R \alpha t$$

или

$$\frac{v - v_0}{t} \left\{ p - \frac{a}{v v_0} + ab \frac{v + v_0}{v^2 v_0^2} \right\} = \left(p + \frac{a}{v_0^2} \right) (\alpha_0 - b) \cdot \alpha.$$

*) См. начало этого §.

А отсюда уже

$$\alpha_v = \frac{\left(p + \frac{a}{v_0^2}\right)\left(1 - \frac{b}{v_0}\right)}{p - \frac{a}{vv_0}\left(1 - b\frac{v+v_0}{vv_0}\right)} \alpha \dots \dots (17)$$

Эта формула слишком запутана, чтобы выводить изъ нея непосредственно разныя слѣдствія, а потому мы рассмотримъ здѣсь только два крайніе случая.

Въ большинствѣ газовъ при обыкновенныхъ температурахъ, b меньше a , такъ какъ произведеніе pv съ увеличеніемъ давленія уменьшается. (См. формулу 15'). Мы же для простоты возьмемъ крайній случай и положимъ $b=0$.

Тогда, пренебрегая величинами второго порядка,

$$\alpha_v = \frac{p + \frac{a}{v_0^2}}{p - \frac{a}{vv_0}} \alpha = \left(1 + \frac{a}{pv_0^2} + \frac{a}{vv_0 p}\right) \alpha.$$

Подставляя сюда $\frac{1}{p}$ вмѣстъ pv_0^2 , получимъ окончательно:

$$\alpha_v = \left\{1 + pa\left(1 + \frac{v_0}{v}\right)\right\} \alpha \dots \dots (18)$$

То есть коэффициентъ расширенія съ увеличеніемъ давленія нѣсколько увеличивается. Съ другой стороны, сравнивая формулу (18) съ формулой (16), мы видимъ, что

$$\alpha_v > \alpha_p.$$

Этотъ результатъ дѣйствительно подтверждается для большинства газовъ наблюденіями Regnault. (См. таблицу на слѣдующей страницѣ).

Для водорода мы уже видѣли, что b должно быть меньше a . Возьмемъ опять другой крайній случай и положимъ $a=0$.

Тогда изъ формулы (17) мы имѣемъ

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{b}{v_0}\right) \alpha.$$

Такъ какъ $v_0 = \frac{1}{p}$, то

$$\alpha_v = (1 - pb) \alpha \dots \dots (19)$$

То есть для водорода коэффициентъ расширенія (при постоянномъ давленіи) долженъ бы съ увеличеніемъ давленія въ противоположность остальнымъ газамъ нѣсколько уменьшаться. Если это измѣненіе дѣйстви-

тельно и существуетъ, то оно во всякомъ случаѣ въ высшей степени ничтожно.

Сравнивая формулу (19) съ формулой (16), въ которой мы должны, согласно съ предыдущимъ, положить $a=0$, мы видимъ, что

$$\alpha_v < \alpha_p.$$

И этотъ результатъ для водорода вполне согласуется съ наблюденіями Regnault, хотя самая разница между этими коэффициентами и чрезвычайно ничтожна, какъ что можно видѣть изъ слѣдующей таблицы, гдѣ приведены для нѣсколькихъ газовъ коэффициенты расширенія и упругости, заимствованныя у Regnault *).

Названіе газа.	Коэфф. упруг. α_p .	Коэфф. расшир. α_v .
Водородъ (H_2)	0,0036 7	0,003661
Азотъ (N_2)	3668	
Воздухъ.	3665	3670
Закись азота (N_2O).	3676	3719
Углекислота (CO_2)	3688	3710
Цианъ (C_2N_2)	3829	3877
Сѣрнистый ангидридъ (SO_2). .	3844	3903

Вернемся теперь опять къ закону Бойля-Мариотта. Мы рассматривали до сихъ поръ сжимаемость газовъ только при обыкновенныхъ условіяхъ давленія и температуры и нашли очень хорошее согласіе теоріи Van der Waals'a съ наблюденіями. Разсмотримъ-же теперь вкратцѣ, что будетъ при очень высокихъ температурахъ, а также какъ измѣняется произведеніе p_v при очень сильныхъ и при очень слабыхъ давленіяхъ p .

Мы уже видѣли, что

$$p = \text{Const.} - (a - b)p.$$

Съ другой стороны уменьшеніе коэффициентовъ расширенія и упругости съ увеличеніемъ температуры свидѣтельствуетъ о томъ, что удѣльное притяженіе a въ формулѣ Van der Waals'a не можетъ оставаться строго постояннымъ, а должно съ увеличеніемъ температуры нѣсколько уменьшаться. Отсюда уже слѣдуетъ заключить, что для большинства газовъ, у которыхъ $a > b$, при нѣкоторой достаточно высокой температурѣ можетъ случиться, что a сдѣлается равнымъ b , и законъ Бойля-Мариотта станетъ при этой температурѣ въ точности примѣнимъ; при дальнѣйшемъ-же возвышеніи температуры должны получаться отклоненія обратнаго характера отъ упомянутаго закона, подобно тому, какъ

*) Mém. de l'Ac. de Paris. T. 21; T. 26. См. O. E. Meyer. Die kinetische Theorie etc. p. 61.

мы это наблюдаемъ для водорода при обыкновенныхъ температурахъ *). Уже Regnault высказывался въ пользу такого взгляда, хотя Regnault и не произвелъ самъ изслѣдованій надъ сжимаемостью газовъ при высокихъ температурахъ. Теоретической разработкой этого вопроса занимались Reye**) и Schroder van den Kolk***), Amagat-же****) чисто экспериментальнымъ путемъ доказалъ, что съ возвышеніемъ температуры отклоненія газовъ отъ точнаго закона Бойля-Мариотта становятся все меньше и меньше. Итакъ дѣйствительно надо допустить, что удѣльное притяженіе a съ возвышеніемъ температуры нѣсколько уменьшается.

Мы сейчасъ увидимъ, какимъ образомъ можно до извѣстной степени объяснить причину этой измѣняемости удѣльнаго притяженія съ температурой, теперь же рассмотримъ сжимаемость газовъ при обыкновенныхъ температурахъ, но при очень сильныхъ давленіяхъ.

Мы получили формулу (15') изъ уравненія (15), пренебрегая въ послѣдней членомъ $\frac{ab}{v^2}$; но при очень значительныхъ давленіяхъ, слѣдовательно при очень малыхъ v , этотъ отбрасываемый членъ можетъ уже имѣть чувствительное вліяніе на результатъ, тѣмъ болѣе, что онъ растетъ пропорціонально квадрату давленія. Для очень большихъ давленій мы должны слѣдовательно вмѣсто формулы (15') пользоваться болѣе общимъ выраженіемъ:

$$pv = \text{Const.} - (a-b)p + ab.p^2.$$

Что-же мы видимъ? Для большинства газовъ, у которыхъ $a > b$, при малыхъ p произведеніе pv съ увеличеніемъ p уменьшается. При дальнѣйшемъ увеличеніи давленія, pv достигаетъ нѣкотораго минимума, но съ этого уже момента при дальнѣйшемъ увеличеніи давленія pv непрерывно растетъ. То есть, при достаточно сильныхъ давленіяхъ характеръ отклоненій всѣхъ газовъ отъ закона Бойля-Мариотта такой-же какъ у водорода.

Этотъ интересный результатъ дѣйствительно подтверждается наблюденіями надъ сжимаемостью газовъ. Въ подтвержденіе сказаннаго приведемъ нѣсколько чиселъ Amagat†). Давленія p даны высотой столба ртути и выражены въ метрахъ.

*) Къ этому обстоятельству надо прибавить еще то, что и величина b съ возвышеніемъ температуры по всей вѣроятности не остается постоянной, а нѣсколько увеличивается, какъ на это уже указываетъ самъ Van der Waals (Continuität. p. 87).

**) Pogg. Ann. CXVI. p. 424.

***) Pogg. Ann. CXVI. p. 429; CXXVI. p. 433.

****) C. R. 73. p. 183; 75. p. 179.

См. Jamin Cours de physique de l'école polytechnique. T. I. p. 210. 1882.

†) Ann. de Chim. et de Phys. (V). 19. Также. Wüllner. Lehrbuch der Experimentalphysik. 4 Aufl. I. p. 438.

<i>p</i>	<i>p^v</i>		
	Кислородъ.	Водородъ.	Окись углер.
24,1	26843	27381	27147
55,5	26185	27960	27025
64,0	26050	28129	27060
72,2	25858	28323	27071
84,2	25745	28533	27158
101,5	25639	—	27420
133,9	25671	29804	28092
177,6	25891	30755	29217
214,5	26536	31625	30467
303,0	28756	—	—
304,0	—	33887	33919

Отъ очень большихъ давленій перейдемъ теперь къ очень малымъ и рассмотримъ какова будетъ сжимаемость очень разрѣженныхъ газовъ.

При обыкновенныхъ температурахъ и давленіяхъ произведеніе *p^v* для всѣхъ газовъ за исключеніемъ водорода съ увеличеніемъ давленія уменьшается, при очень-же малыхъ давленіяхъ, какъ уже показали Менделѣевъ *), это произведеніе для воздуха, углекислоты, точно такъ-же какъ и для водорода съ увеличеніемъ давленія нѣсколько *увеличивается*. Къ такому-же результату пришелъ недавно и Fuchs **). Изъ этихъ наблюденій слѣдуетъ поэтому заключить, что не только съ увеличеніемъ температуры, но что также и съ уменьшеніемъ давленія, т. е. съ увеличеніемъ объема, занимаемаго газомъ, удѣльное притяженіе (*a*) нѣсколько уменьшается; и дѣйствительно, вглядываясь въ первую формулу Clausius'a, мы видимъ, что Clausius именно въ этомъ направленіи усовершенство-валъ формулу Van der Waals'a, такъ какъ взамѣнъ члена $\frac{a}{v^2}$, представляющаго собою величину молекулярнаго давленія, онъ ввелъ болѣе общее выраженіе:

$$\frac{a}{T(v+\beta)^2}$$

Теперь-же въ заключеніе рассмотримъ вкратцѣ, гдѣ кроется самая причина измѣняемости сѣпленія газовъ съ температурой и давленіемъ.

Мы уже знаемъ изъ наблюденій Thomson'a и Joule'a, что абсолютная величина сѣпленія въ газахъ довольно незначительна. Двѣ частицы газа могутъ дѣйствовать другъ на друга только въ томъ случаѣ, когда, описывая свои различныя траекторіи, они придутъ въ очень близкое другъ отъ друга разстояніе. Проявляющіяся между ними въ этотъ моментъ притягательныя силы могутъ дѣйствительно быть довольно значительны, но такъ какъ подобныя двѣ молекулы остаются въ сосѣдствѣ

*) Объ упругости газовъ 1875. Спб.

**) Wied. Ann. 35. p. 430.

См. также Вѣстн. оп. физ. (V). 9. стр. 203.

въ теченіе сравнительно очень ничтожнаго промежутка времени, то и при значительной величинѣ обнаруживающейся тогда притягательной силы, окончательное сцѣпленіе частицъ въ газѣ будетъ все таки очень ничтожно. Молекулы обладаютъ вообще такими значительными поступательными скоростями движенія, что на примѣръ двѣ какія нибудь частицы, придя въ близкое сосѣдство одна отъ другой, почти тотчасъ-же снова расходятся, описавъ около своего общаго центра тяжести нѣкоторую болѣе или менѣе изогнутую траекторію. Однако мы можемъ легко представить себѣ возможность такого случая, что двѣ движущіяся на встрѣчу молекулы встрѣтятся при такихъ удачныхъ обстоятельствахъ своего относительнаго движенія, что онѣ послѣ встрѣчи болѣе не разойдутся и будутъ продолжать свое движеніе вмѣстѣ, составляя какъ-бы одно неразрывное цѣлое. Эти случаи могутъ быть рѣдки, но тѣмъ не менѣе они возможны и очевидно тѣмъ болѣе вѣроятны, чѣмъ плотнѣе взятый газъ, т. е. чѣмъ чаще молекулы вообще сталкиваются между собою. Очевидно также, что съ увеличеніемъ относительной поступательной скорости движенія молекуламъ труднѣе будетъ притянуться столь сильно, чтобы составить въ послѣдствіи одно неразрывное цѣлое съ нѣкоторой общей обѣимъ частицамъ поступательной скоростью движенія. Итакъ, если допустить вмѣстѣ съ Playfair'омъ и Wanklyn'омъ*), что вліяніе сцѣпленія на отклоненіе газовъ отъ точныхъ законовъ Бойля-Мариотта и Гей-Люсака обуславливается именно соединеніемъ отдѣльныхъ частицъ въ сложныя молекулы, то становится совершенно понятнымъ, почему газы вообще**) должны обладать большою сжимаемостью, т. е. почему произведеніе pv должно съ увеличеніемъ p уменьшаться. Съ увеличеніемъ давленія увеличивается вѣроятность образованія сложныхъ молекулъ, что непосредственнымъ образомъ повлечетъ за собою соответствующее уменьшеніе объема v , отчего и произведеніе pv должно нѣсколько уменьшиться. Въ очень разрѣженныхъ газахъ, наоборотъ, вѣроятность подобной встрѣчи двухъ движущихся молекулъ, при которой эти раздѣльныя частицы соединяются въ одно цѣлое, очень мала, а потому и члены, зависящіе отъ сцѣпленія газовъ, въ уравненіи состоянія будутъ также очень малы и мы можемъ слѣдовательно ожидать обратнаго отклоненія газовъ отъ закона Бойля-Мариотта, что, какъ мы видѣли, вполнѣ и подтверждается наблюденіями Менделѣева и Fuchs'a. То-же очевидно случится и при возвышеніи температуры, потому что соединеніе частицъ въ сложныя молекулы будетъ при высокихъ температурахъ также очень мало вѣроятнымъ.

Опираясь на эту гипотезу о сущности явленія сцѣпленія въ газахъ, легко также объяснить, почему именно при большихъ давленіяхъ и низкихъ температурахъ коэффициентъ расширенія большинства газовъ больше, чѣмъ при обстоятельствахъ противоположныхъ. Дѣйствительно, если въ разсматриваемой массѣ газа нѣкоторыя изъ движущихся частицъ представляютъ собою сложныя молекулы, то съ увеличеніемъ температуры увеличивается не только поступательная скорость движенія всѣхъ частицъ даннаго газа, но ослабляется вмѣстѣ съ тѣмъ и связь отдѣльныхъ ча-

*) Edinb. Trans. 22. p. 441. 1861; Ann. Chem. Pharm. 122. p. 247. 1862. См. также O. E. Meyer. Die Kin. Th. p. 78.

**) Исключеніе представляетъ водородъ, гдѣ сцѣпленіе ничтожно.

стиць въ каждой сложной молекулѣ даннаго вещества. Нѣкоторые изъ этихъ сложныхъ молекулъ могутъ при этомъ распадаться на свои составныя части, такъ что полное число отдѣльныхъ частицъ, движущихся въ данной массѣ газа, отъ этой причины должно нѣсколько увеличиться. Это большее число частицъ потребуетъ для себя и большаго объема, вслѣдствіе чего мы именно и наблюдаемъ нѣсколько большій коэффициентъ расширения. Этотъ коэффициентъ расширения будетъ очевидно тѣмъ больше, чѣмъ больше данный газъ содержитъ сложныхъ молекулъ, т. е. чѣмъ больше давленіе и чѣмъ ниже температура, что вполне и подтверждается наблюденіями. Съ постояннымъ возвышеніемъ температуры коэффициентъ расширения долженъ уменьшаться, и мы можемъ представить себѣ такую высокую температуру, при которой данный газъ совсѣмъ уже болѣе не содержитъ сложныхъ молекулъ, такъ что дальнѣйшее возвышеніе температуры будетъ сопровождаться исключительно только увеличеніемъ поступательной скорости движенія отдѣльныхъ частицъ. Съ этого момента коэффициентъ расширения останется постояннымъ. И дѣйствительно мы видимъ во всѣхъ газахъ вообще, что съ увеличеніемъ температуры коэффициентъ расширения нѣсколько уменьшается, но уменьшается при этомъ не неограниченно, а стремится по видимому къ нѣкому определенному предѣлу, въ полномъ согласіи съ требованіями вышеизложенной теоріи.

Б. Голицынъ (Страсбургъ).

(Продолженіе слѣдуетъ).

Объ одномъ слѣдствіи изъ закона простаго преломленія.

Пусть будетъ i уголъ паденія луча на плоскость раздѣла двухъ срединъ, которыхъ относительный показатель преломленія n ; называя уголъ преломленія черезъ r , мы имѣемъ на основаніи закона Демарта:

$$\text{Sin} i = n \text{Sin} r, \quad (\text{I})$$

Для луча, падающаго на плоскость раздѣла тѣхъ же срединъ подъ другимъ угломъ i_1 , называя соотвѣтствующій ему уголъ преломленія чрезъ r_1 , на основаніи того же закона можемъ написать:

$$\text{Sin} i_1 = n \text{Sin} r_1, \quad (\text{II})$$

Складывая и вычитая оба равенства I и II, получимъ:

а) чрезъ сложение:

$$\text{Sin} i + \text{Sin} i_1 = n(\text{Sin} r + \text{Sin} r_1), \quad (\text{III})$$

б) чрезъ вычитаніе:

$$\text{Sin} i - \text{Sin} i_1 = n(\text{Sin} r - \text{Sin} r_1), \quad (\text{IV})$$

Отъ раздѣленія равенствъ III-го на IV-ое получаемъ:

$$\frac{\text{Sin} i + \text{Sin} i_1}{\text{Sin} i - \text{Sin} i_1} = \frac{\text{Sin} r + \text{Sin} r_1}{\text{Sin} r - \text{Sin} r_1}. \quad (\text{V})$$

Но на основаніи извѣстнаго соотношенія между суммою и разностью синусовъ двухъ угловъ и тангенсами полусуммы или полуразности тѣхъ-же угловъ, уравненіе (V) можно написать въ такомъ видѣ:

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{i+i_1}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{i-i_1}{2}\right)} = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{r+r_1}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{r-r_1}{2}\right)}$$

или, перемѣняя въ этой пропорціи мѣсто среднихъ членовъ, получимъ:

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{i+i_1}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{r+r_1}{2}\right)} = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{i-i_1}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{r-r_1}{2}\right)}. \quad (\text{VI})$$

Но если показатель преломленія двухъ данныхъ срединъ (одной относительно другой) n больше единицы, то на основаніи I и II очевидно, что $i > r$ и $i_1 > r_1$, а слѣдовательно:

$$i+i_1 > r+r_1. \quad (\text{VII})$$

Съ другой стороны углы паденія не могутъ быть каждый болѣе 90° , а потому сумма $\frac{i+i_1}{2}$ всегда меньше и въ крайнемъ случаѣ равна

90° . Въ виду этого можно утверждать, что $\operatorname{tg} \frac{i+i_1}{2}$ всегда больше $\operatorname{tg} \frac{r+r_1}{2}$,

то есть, что лѣвая сторона равенства VI-го всегда больше единицы, а отяюда слѣдуетъ, что и правая сторона этого равенства тоже больше единицы, или что:

$$\operatorname{tg} \frac{i-i_1}{2} > \operatorname{tg} \frac{r-r_1}{2}, \quad (\text{VIII})$$

но на основаніи свойствъ тангенса неравенство (VIII) приводитъ къ неравенству

$$i-i_1 > r-r_1. \quad (\text{IX})$$

Последнее неравенство показываетъ, что, въ случаѣ, если $n > 1$, разность градусныхъ величинъ двухъ какихъ нибудь угловъ паденія лучей на плоскость раздѣла двухъ данныхъ срединъ больше (или, въ крайнемъ случаѣ, равна) разности градусныхъ величинъ соответствующихъ угловъ преломленія.

Это слѣдствіе изъ закона Декарта имѣетъ весьма важное значеніе въ правильномъ рѣшеніи вопроса объ элементарномъ выводѣ условій наименьшаго отклоненія луча призмой. Въ самомъ дѣлѣ, называя преломляющій уголъ призмы черезъ A , а углы паденія и выхода черезъ i и i_1 , углы же, образуемые лучемъ внутри призмы, соответственно черезъ

r и r_1 , показатель преломления через n и угол отклонения луча призмой через δ , мы на основании известной зависимости можем написать:

$$\delta = i + i_1 - A, \quad (a)$$

гдѣ $A = r + r_1$ есть величина постоянная. Изъ равенства (a) очевидно, что величина угла отклонения δ измѣняется лишь съ измѣненіемъ переменной суммы $i + i_1$, что сдѣлается еще болѣе очевиднымъ, если равенству a придать форму $\delta + A = i + i_1$. Но на основаніи свойствъ тригонометрическихъ функций знаемъ, что, если уголъ увеличивается въ предѣлахъ отъ 0 до 90° , то его Sin увеличивается отъ 0 до 1. Половина угла отклонения луча призмой очевидно меньше 90° , а потому можно утверждать на основаніи (a), что уголъ δ будетъ minimum тогда, когда $\sin \frac{i + i_1}{2}$ наименьшій. Поэтому, чтобы найти условія, при которыхъ уголъ

δ достигаетъ minimum, надо найти условія, при которыхъ $\sin \frac{i + i_1}{2}$ имѣетъ minimum. Для этого воспользуемся выраженіемъ III:

$$\sin i + \sin i_1 = n(\sin r + \sin r_1),$$

замѣнивъ въ этомъ выраженіи сумму тригонометрическихъ величинъ угловъ тригонометрическими величинами полусуммы и полуразности угловъ, получимъ:

$$2 \sin \frac{i + i_1}{2} \cos \frac{i - i_1}{2} = 2n \sin \frac{r + r_1}{2} \cos \frac{r - r_1}{2},$$

отсюда:

$$\sin \frac{i + i_1}{2} = n \sin \frac{A}{2} \cdot \frac{\cos \frac{r - r_1}{2}}{\cos \frac{i - i_1}{2}} \quad (X)$$

Уравненіе X-ое показываетъ, что $\sin \frac{i + i_1}{2}$ зависитъ отъ дроби

$\frac{\cos \frac{r - r_1}{2}}{\cos \frac{i - i_1}{2}}$; но мы показали справедливость неравенства IX, изъ кото-

раго слѣдуетъ, что $\cos \frac{r - r_1}{2} > \cos \frac{i - i_1}{2}$ или что дробь $\frac{\cos \frac{r - r_1}{2}}{\cos \frac{i - i_1}{2}} > 1$; наименьшее значеніе этой дроби есть единица и этого наименьшаго значенія дробь эта достигаетъ тогда, когда $\frac{r - r_1}{2} = 0$ и $\frac{i - i_1}{2} = 0$, то есть,

когда $r=r_1$ и $i=i_1$; поэтому и minimum $\sin \frac{i+i_1}{2}$, а, следовательно, minimum δ бываетъ при условіи, когда $i=i_1$ и $r=r_1$, то есть, уголъ отклоненія луча призмой имѣетъ наименьшую величину тогда, когда углы входа луча въ призму и выхода его изъ призмы равны.

С. Стемпневскій (Пермь).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

♦ Средняя высота континентовъ и средняя глубина морей, какъ функція географической широты. Тилло. (*A. de Tillo. Comp. rend.* 107. p. 1141).

Авторъ воспользовался считающейся до сихъ поръ лучшей гипсометрической картой земли *Бартоломео*, приложенной къ статьѣ *Murray*, и опредѣлилъ на сколько было возможно точно среднюю высоту континентовъ и среднюю глубину морей. При этомъ онъ получилъ для различныхъ широтъ слѣдующія величины:

Континенты.

Средняя высота въ метр.

Широта.	Съверн. полушар.	Южн. полушар.	Цѣлая земля.
90°—80°	856	—	856
80°—70	546	1219	592
70°—60	359	507	362
60°—50	469	400	468
50°—40	769	542	757
40°—30	1353	466	1167
30°—20	738	604	686
20°—10	515	825	657
10°—0	686	553	619

Моря.

Средняя глубина въ метр.

Широта.	Съверн. полушар	Южн. полушар.	Цѣлая земля.
90°—80	740	1524	1108
80°—70	627	1584	1105
70°—60	888	2850	2395
60°—50	2130	3589	3145
50°—40	3648	4210	4022
40°—30	4154	4116	4131
30°—20	4152	4417	4298
20°—10	4100	4205	4154
10°—0	4021	4095	4059

Пояса, обладающіе наибольшей средней высотой континентовъ, и наибольшей средней глубиной морей, находятся на сѣверномъ полушаріи между 30° и 40° широты, а на южномъ полушаріи между 10° и 30° широты. Эти пояса въ то же время представляютъ собою и наибольшую дѣятельность нашей атмосферы, равно какъ и наибольшее среднее (годовое) давленіе.

Для каждого полушарія и для всей земли получилось въ метрахъ:

	Средн. выс. контин.	Средн. гллуб. морей.
Сѣверн. полушар.	713	3627
Южное "	634	3927
Цѣлая земля	693	3803

Вгм.

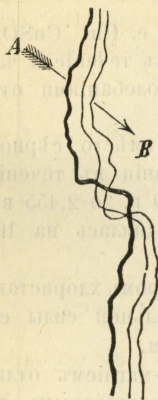
♦ Изслѣдованіе структуры молніи съ помощью фотографіи. (W. Prinz. Bull. Acad. Belg. 16. p. 244. 1888).

Всѣ фотографіи, полученные различными изслѣдователями въ послѣдніе года, показали, что путь молніи представляетъ тонкія, волнообразныя линіи, отъ которыхъ идутъ многочисленныя тонкія отвлѣченія. Въ нѣкоторыхъ рѣдкихъ случаяхъ, когда молнія падала недалеко отъ фотографическаго аппарата, изслѣдованія показали, что такая молнія состояла изъ двухъ или нѣсколькихъ строго параллельныхъ линій, соединенныхъ между собою въ огненную полосу при помощи поперечныхъ рубцовъ.

Автору казалась такая структура молніи невѣроятной и поэтому онъ искалъ случая самому сдѣлать снимокъ молніи, что ему и удалось—во время страшной грозы 25-го Юня (1888) между 9 и 10 часами въ Брюсселѣ. Молнія упала на колокольню, находившуюся отъ обсерваторіи на разстояніи 1700 метр. Получившаяся фотографія показала прежде наблюдавшіяся характеристичныя явленія. Однако при внимательномъ изученіи оказалось, что это происходитъ отъ ошибки, свойственной всѣмъ линзамъ, и которая дѣлается замѣтной при большомъ количествѣ дѣйствующаго свѣта.

Сначала можно было думать, что разряженія молніи имѣютъ склонность происходить нѣсколькими параллельными кривыми, какъ это и показываетъ опытъ съ электрическими машинами; но это мнѣніе становилось невѣроятнымъ при взглядѣ на фотографію, гдѣ линіи шли параллельно на громадномъ протяженіи, при чемъ вторичная молнія была слабѣе; иногда получалось нѣсколько строго параллельныхъ линій. Авторъ относительно этого явленія держится того мнѣнія, что это удвоеніе зависитъ отъ отраженія отъ обратной отороны чувствительной пластинки, а также и отъ линзы; главнымъ же образомъ отъ неточности установки. Въ пользу этого говоритъ то обстоятельство, что вторичныя линіи получаются всегда, при какихъ бы обстоятельствахъ молнія не падала и что всѣ линіи всегда находятся въ плоскости, параллельной первой. Нѣкоторыя изображенія, показывавшія побочныя линіи, которыя, какъ казалось, зависѣли отъ главной линіи (см. приложенную фигуру), служили даже прямымъ доказательствомъ того, что въ этомъ случаѣ произошло передвиженіе изображенія по направленію АВ.

Фиг. 32.



Такое изображеніе молніи на фотографіяхъ авторъ объясняетъ тѣмъ, что самыя лучшія линзы даютъ хорошее изображеніе только въ извѣстномъ ограниченномъ мѣстѣ, что можно легко видѣть на пластинкѣ, содержащей большое число звѣздъ; только тѣ изъ нихъ являются въ видѣ настоящихъ точекъ, которыя лежатъ въ центрѣ, ближе же къ краю онѣ становятся овальными и превращаются въ длинныя черточки. Фотографія, полученная авторомъ при запусканіи ракетъ, показываютъ подобныя явленія, хотя предметъ и былъ только рядомъ свѣтлыхъ точекъ.

На основаніи этого объясненія авторъ приходитъ къ заключенію, что молніи вообще составляютъ приближеніе къ шарообразной молніи и отличаются отъ нея только большей скоростью.

Бжм.

♦ **Наибольшая астрономическая труба на свѣтъ.** Едва успѣли установить считающійся до сихъ поръ наибольшимъ рефракторъ на Mount Hamilton (въ Калифорніи), какъ уже президентъ университета въ Los Angeles (Калифорнія) завелъ переговоры съ Клеркомъ относительно постройки рефрактора 1,016 метра въ діаметръ. Постройка его должна окончиться въ 5 — 6 лѣтъ. Какъ показываетъ выше названный рефракторъ обсерваторіи Lick, высшая граница такихъ оптическихъ инструментовъ еще не достигнута. Что касается до отшлифовки стекла, то въ новѣйшее время это обстоятельство не представляетъ большихъ трудностей. Единственная трудность состоитъ въ приготовленіи громаднаго куска изъ кронгласа совершенно чистаго, безъ пузырей и повсюду однороднаго.

Бжм.

О нѣкоторыхъ новыхъ гальваническихъ элементахъ.

1) *Элементы съ магніемъ.* Студентъ Казанскаго университета $\Theta.$ П. Лаптевъ, по указанію профессора Н. П. Слугинова, предпринялъ въ прошломъ году изученіе практическихъ преимуществъ такихъ гальваническихъ элементовъ, въ которыхъ окисляемымъ электродомъ служить не цинкъ, а магній, металлъ болѣе легкій. Результаты, къ какимъ пришелъ $\Theta.$ П. Лаптевъ, были сообщены проф. Н. П. Слугиновымъ въ засѣданіи Физ.-Мат. Секціи Каз. Общ. Ест. (3-го дек. 1888 г.), напечатаны въ приложеніи къ протоколу того-же (82-го) засѣданія (4-ый вып. VII-го тома, стр. 323), а потомъ изданы отдѣльной брошюрой: „ $\Theta.$ П. Лаптевъ. О гальваническихъ элементахъ съ магніемъ. Казань. 1889“ (стр. 17; цѣна не обозначена).

Были подвергнуты изслѣдованію элементы 4-хъ типовъ:

а) *Типъ Даніэля* съ 20% растворомъ сѣрнокислаго магнія ($MgSO_4$) вмѣсто раствора сѣрнокислаго цинка. Электровозбудительная сила измѣнялась въ теченіе $2\frac{1}{2}$ часовъ весьма мало: сначала она была = 1,757 в., потомъ къ концу перваго часа упала до 1,728 в., затѣмъ, медленно возростая, достигла къ концу опыта величины 1,738 в. — Сопротивленіе при взятыхъ размѣрахъ уменьшилось къ концу перваго

часа (въ теченіе котораго температура поднялась съ $20^{\circ},6$ С. до $24^{\circ},9$) отъ 1,45 ом. до 1,42 ом.; въ слѣдующіе затѣмъ $1\frac{1}{2}$ часа оно возросло до 1,0 ом. (при дальнѣйшемъ поднятіи темпер. до $27^{\circ},1$).

б) *Типъ Даниэля* съ 20,5% растворомъ хлористаго магнія (т. е. Cu , CuSO_4 , MgCl_2 , Mg) былъ замѣненъ (проводникомъ малаго сопротивленія) въ теченіе 4 часовъ. За это время: электровозб. сила возросла съ небольшими колебаніями отъ 1,724 в. до 1,766 в., а сопротивление—отъ 1,07 ом. до 1,33 ом.

в) *Типъ Бунзена* съ 19,35% растворомъ хлористаго магнія (вмѣсто сѣрной кислоты) т. е. элементъ: C , HNO_3 , MgCl_2 , Mg , подвергался испытанію въ теченіе 2 ч. 35 м. За это время: электровозбудительная сила упала съ 2,689 в. до 2,455 в.; сопротивление уменьшилось съ 0,45 ом. до 0,33 ом. Температура поднялась на 10° слишкомъ.

г) *Типъ Поллендорфа* съ хромовою жидкостью и 20,5% растворомъ хлористаго магнія въ теченіе 2 ч. 40 м. показалъ пониженіе электровозбудительной силы съ 2,782 в. до 2,041 и возрастаніе сопротивленія съ 0,48 ом. до 0,93 ом.

Изъ результатовъ этихъ измѣреній видно, что элементы съ магніемъ отличаются вообще очень высокою электровозбудительной силой и достаточнымъ ея постоянствомъ. Къ сожалѣнію, до сихъ поръ не удалось избѣгнуть излишней растворимости магнія въ то время когда элементы не замкнуты, что въ соединеніи съ высокою по сравненію съ цинкомъ цѣною магнія дѣлаетъ ихъ употребленіе на практикѣ невозможнымъ.

2) *Элементъ А. М. Имшенецкаго*, обратившій на себя вниманіе въ техническомъ отдѣлѣ гальванопластической по случаю 50-и лѣтняго юбилея выставки, состоитъ *) изъ цинка въ растворѣ сѣрноватистаго натра и графита въ хромовой или марганцовой кислотѣ. Каждый элементъ состоитъ изъ 9 отдѣленій, разграниченныхъ 8-ю тонкими пористыми перегородками; четыре отдѣленія (2, 4, 6 и 8) предназначены для раствора сѣрноватистаго натра, въ который погружаются 4 цинковыя пластинки, а остальные пять—для хромовой (при большихъ сопротивленіяхъ вѣншей цѣпи) или для марганцовой кислоты (при малыхъ сопротивленіяхъ), въ которую погружаются 5 графитовыхъ пластинокъ (спрессованныхъ плотно изъ смѣси порошкообразнаго графита и какого-то упругаго вещества). Все вмѣстѣ помѣщается въ одномъ ящикѣ ($9\frac{1}{2}$ " дл. 6" ш. $7\frac{1}{2}$ " в.). По мнѣнію А. М. Имшенецкаго цинкъ въ его элементѣ вовсе не расходуетъ, а лишь происходитъ окисленіе сѣрноватистаго натра. Электровозбудительныя силы указаны: 2,15 в. при употребленіи хромовой кислоты и 2,35 в.—при марганцовой. Сопротивленіе отъ 0,06 до 0,10 ома. Относительно постоянства силы тока приведенъ примѣръ паденія электровозбудительной силы съ 2,15 в. до 2,00 в. и увеличенія сопрот. съ 0,08 до 1,00 ома въ теченіе 20 часовъ непрерывнаго дѣйствія элемента. Цѣна элемента въ продажѣ пока не обозначена.

3) *Элементъ К. Н. Кузьмина* *) или *Диффузионный элементъ*, на той-же выставкѣ экспонированный, представляетъ удачное упрощеніе Пеггендорфскаго типа. Онъ состоитъ изъ цинка въ 20% раств. сѣрной кислоты и угля въ слабомъ 3%—8% раств. двухромокислаго кали. Пористой перегородки нѣтъ, и обѣ жидкости раздѣляются лишь вслѣдствіе различія плотности. Цинкъ (въ формѣ рѣшетки) и сѣрная кислота находятся на днѣ стекл. сосуда, а поверхъ приливается раств. двухромок. кали, въ

*) Заимствуемъ изъ „Обзора Выставки“, помѣщеннаго въ № 4 журн. „Электричество“ 1889 г.

**) То же.

которомъ погружены, прикрѣпленные къ крышкѣ 4 угля. Жидкости не смѣшиваются во всей массѣ, а лишь на границѣ ихъ соприкосновенія; ненужные продукты (сѣрнок. цинкъ и квасцы) падаютъ на дно сосуда.

4) *Батарея капитана Дика* *) состоитъ изъ 28 мѣдно-цинковыхъ элементовъ, погружаемыхъ въ общій резервуаръ, наполненный раств. мѣднаго купороса. Вся особенность этихъ элементовъ, въ каждомъ изъ которыхъ мѣдный листъ охватываетъ пластинку цинка съ обѣихъ сторонъ, заключается въ покрытіи амальгмированного цинка слоемъ какой то мастики (составляющей секретъ изобрѣтателя), прикрытой тонкой бумагой **).

5) *Батарея полковника Радивановскаго* ***) состоитъ изъ 14 мѣдно-цинковыхъ элементовъ; каждый изъ нихъ есть ничто иное какъ элементъ Даниэля съ растворомъ поваренной соли вмѣсто сѣрнокислаго цинка. Вмѣсто пористаго сосуда употреблены мѣшки изъ паргаментной бумаги, склеенной растворомъ гигроскопической ваты въ хлористомъ цинкѣ. Мѣдные электроды имѣютъ двойную поверхность и погружены, какъ обыкновенно, въ растворъ мѣднаго купороса.

Не останавливаясь на подвергнутыхъ комиссіей испытанію батареяхъ *Глазунова* и *Бюксенмейстера*, ибо онѣ отличаются лишь особенностями въ расположеніи, а не въ устройствѣ элементовъ. Замѣтимъ только, что первая изъ нихъ представляетъ собою видоизмѣненіе обыкновенной мѣдно-цинковой батареи, а вторая — угле-цинковой (съ сѣрной кислотой и растворомъ двуххромокислаго кали).

III.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Распорядительный Комитетъ Высочайше разрѣшеннаго VIII-го Съезда Русскихъ Естествоиспытателей и Врачей въ С.-Петербургѣ проситъ насъ перепечатать полностью нижеслѣдующее.

Съ Высочайшаго Его Императорскаго Величества соизволенія, послѣдовавшаго 6-го мая, сего 1889 г., вслѣдствіе ходатайства г. Министра Народнаго Просвѣщенія, графа И. Д. Делянова, имѣетъ быть въ С.-Петербургѣ, съ 28 декабря сего года по 7 января 1890 г., восьмой (VIII) съездъ русскихъ естествоиспытателей и врачей, на слѣдующихъ основаніяхъ:

1) „VIII съездъ русскихъ естествоиспытателей и врачей въ С.-Петербургѣ имѣетъ цѣлю способствовать ученой и учебной дѣятельности на поприщѣ естественныхъ наукъ, направлять эту дѣятельность, главнымъ образомъ, на ближайшее изслѣдованіе Россіи и доставлять русскимъ естествоиспытателямъ случай лично знакомиться между собою.

2) VIII съездъ, состоя, по примѣру предшествовавшихъ съездовъ, подъ покровительствомъ г. Министра Народнаго Просвѣщенія, находится въ ведѣніи г. Попечителя С.-Петербургскаго Учебнаго Округа, отъ котораго зависятъ ближайшія распоряженія по устройству сего съезда.

*) Заимств. изъ Отчета о Выставкѣ предметовъ освѣщенія, помѣщеннаго въ 6-мъ вып. Зап. Имп. Р. Техн. Общ. 1889 г. (Томъ XXIII, Июнь, стр. 20).

**) Экспертная комиссія присудила кап. Дикѣ похвальный отзывъ за эту батарею.

***) Заимств. изъ того-же отчета.

3) Членомъ сѣзда можетъ быть всякій, кто *научно занимается естествознаніемъ*; но правами голоса на сѣздѣ пользуются только ученые, напечатавшіе самостоятельное сочиненіе или изслѣдованіе по естественнымъ наукамъ, и преподаватели сихъ наукъ при высшихъ и среднихъ учебныхъ заведеніяхъ. Никакого диплома на званіе члена VIII сѣзда не выдается.

4) Засѣданія сѣзда бываютъ *общія и частныя* (или по секціямъ); въ общихъ засѣданіяхъ читаются статьи общепитерснныя и обсуждаются вопросы, касающіеся всего сѣзда; въ частныхъ засѣданіяхъ сообщаются и разбираются изслѣдованія и наблюденія, имѣющія болѣе специальное значеніе для одной изъ отраслей естествознанія.

5) Отдѣленія на сѣздѣ полагаются слѣдующія: а) по Математикѣ (чистой и прикладной) и Астрономіи, б) Физикѣ, в) Химіи, г) Минералогіи и Геологіи, е) Ботаникѣ, ф) Зоологіи, г) Анатоміи и Физиологіи человѣка и животныхъ, б) Географіи, Этнографіи и Антропологіи, и) Агрономіи, к) Научной Медицины и л) Научной Гигіены.

6) Члены Академіи Наукъ (находящіеся внѣ столицы), преподаватели Университетовъ и др. учебныхъ заведеній, желающіе принять участіе въ сѣздѣ, могутъ получать для этой цѣли командировки, срокомъ отъ двухъ до четырехъ недѣль, смотря по разстоянію ихъ мѣстожителства отъ С.-Петербурга.

7) Сѣздъ имѣетъ быть съ 28-го декабря сего года по 7-е января 1890 года, въ зданіи Университета.

Общій распорядокъ VIII сѣзда предполагается такой: 28 декабря*) 1889 г.—общее собраніе; 29, 30 и 31 декабря—засѣданія секцій; 2-го января 1890 года—общее собраніе; 3, 4 и 5 января—засѣданія секцій; 7-го января—заключительное общее собраніе и закрытіе сѣзда.

По примѣру предшествовавшихъ сѣздовъ, каждый членъ VIII сѣзда, вноситъ въ его кассу *три рубля* исключительно для научныхъ цѣлей. Ближайшее назначеніе собранной, такимъ образомъ, суммы зависитъ отъ самого сѣзда.

Для предварительныхъ работъ по устройству VIII сѣзда Физико-Математическій факультетъ Императорскаго С.-Петербургскаго Университета избралъ особый Распорядительный Комитетъ, въ составъ котораго вошли слѣдующіе профессора: Предсѣдатель Распорядительнаго Комитета VIII сѣзда А. Н. Бекетовъ, Дѣлопроизводитель В. В. Докучаевъ; Члены Комитета: И. И. Боргманъ, Н. П. Вагнеръ, А. И. Воейковъ, С. П. Глазенацъ, Х. Я. Гоби, Д. И. Менделѣевъ, А. А. Иностранцевъ, Д. П. Коноваловъ, А. Н. Коркинъ, Н. А. Меншуткинъ, Ф. В. Овсянниковъ, Ѳ. Ѳ. Петрушевскій, Э. Ю. Петри, Е. А. Поссе, А. В. Совѣтовъ и А. С. Фаминцынъ.

Въ таковомъ составѣ Распорядительный Комитетъ былъ одобренъ Совѣтомъ Императорскаго С.-Петербургскаго Университета и утвержденъ г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія.

Для ближайшаго обсужденія нѣкоторыхъ вопросовъ, относящихся къ Химіи, Научной Медицинѣ, Научной Гигіенѣ, Агрономіи, Географіи, Этнографіи и Антропологіи, Распорядительный Комитетъ рѣшилъ, съ согласія Совѣта Университета, пригласить въ свой составъ г. Президента Императорскаго Вольнаго Экономическаго Общества, Барона П. Л. Корфа, Вице-Предсѣдателя Императорскаго Географическаго

*) 27-го декабря состоится *предварительное* засѣданіе для разъясненія вопроса о выборѣ (28-го декабря) должностныхъ лицъ VIII сѣзда.

Общества, Сенатора П. П. Семенова, помощника Председателя, Начальника Военно-Топографического Отдѣла, Г. И. Стебникова, академика Н. Н. Бекетова и профессоров Военно-Медицинской Академіи А. П. Доброславина и В. В. Пашутина.

Довода о семъ до всеобщаго свѣдѣнія, Члены Комитета обращаются къ каждому изъ своихъ собратій по наукѣ съ покорнѣйшей просьбою, — почтить VIII сѣздъ естествоиспытателей своимъ личнымъ присутствіемъ или присылкою ученыхъ трудовъ.

Для доставленія возможности наибольшему числу иногороднихъ лицъ принять участіе въ сѣздѣ, Комитетъ 1) войдетъ въ сношенія съ обществами желѣзныхъ дорогъ (и иными учрежденіями) о дарованіи членамъ сѣзда льготъ при проѣздѣ ихъ въ Петербургъ и обратно; 2) будетъ ходатайствовать передъ гг. Генералъ-Губернаторами и Губернаторами о выдачѣ открытыхъ листовъ и другихъ льготъ лицамъ, отправляющимся на VIII сѣздъ въ С.-Петербургъ, а передъ гг. Попечителями Округовъ о возможномъ содѣйствіи лицамъ, пожелавшимъ участвовать въ сѣздѣ; 3) употребитъ все свое стараніе, чтобы приготовить, по возможности, удешевленное помѣщеніе для членовъ сѣзда въ С.-Петербургѣ. Заявленіе о желаніи воспользоваться такими квартирами должны быть доставлены въ Комитетъ не позже 10-го Декабря сего года.

Такъ какъ Комитету необходимо знать заранѣе, на какое число гостей онъ можетъ рассчитывать, то онъ и обращается съ просьбою ко всѣмъ, желающимъ принять участіе въ сѣздѣ, — извѣститъ Комитетъ заблаговременно о своемъ намѣреніи прибыть въ С.-Петербургъ, адресуя письма въ Университетъ, на имя дѣлопроизводителя VIII сѣзда, В. В. Докучаева, а также сообщитъ свои точные адреса, чтобы дать возможность заблаговременно выслать членамъ необходимое удостовѣреніе на право пользоваться льготами, дарованными различными обществами (конечно, если таковыя будутъ). Кромѣ того, крайне желательно, чтобы будущіе члены VIII сѣзда, присылая свои заявленія о желаніи участвовать въ сѣздѣ, — вмѣстѣ съ тѣмъ, — обозначали бы и ту секцію, на которую они намѣрены записаться.

4) Наконецъ, Распорядительный Комитетъ употребитъ всѣ старанія, чтобы доставить членамъ сѣзда возможность широко воспользоваться пребываніемъ ихъ въ Петербургѣ для осмотра мѣстныхъ достопримѣчательностей, музеевъ, коллекцій, лабораторій и т. д.

Подробныя программы занятій VIII сѣзда, какъ въ общихъ собраніяхъ, такъ и по секціямъ, будутъ своевременно сообщены членамъ сѣзда. О льготахъ, которыя могутъ быть предоставлены различными обществами желѣзныхъ дорогъ и проч., а равно и объ удешевленныхъ квартирахъ, будетъ опубликовано въ столичныхъ и нѣкоторыхъ провинціальныхъ газетахъ.

Въ заключеніе Распорядительный Комитетъ имѣетъ честь заявить, что онъ утвердилъ слѣдующія правила, касающіяся секціонныхъ и общихъ собраній.

а) При обсужденіи научныхъ и учебныхъ вопросовъ, какъ въ *общихъ*, такъ и въ *частныхъ* засѣданіяхъ, *все* члены сѣзда пользуются совершенно одинаковыми правами голоса; но при *баллотировкахъ*, въ *общихъ собраніяхъ*, право *утѣшающаго* голоса принадлежит только ученымъ, напечатавшимъ самостоятельное сочиненіе (§ 3 Высочайше утвержденныхъ положеній VIII сѣзда).

б) Весьма желательно, чтобы члены будущаго (VIII) сѣзда заблаговременно доставили бы въ Распорядительный Комитетъ *заглавія*, а если можно, то и *краткое* содержаніе тѣхъ научныхъ сообщеній и вообще работъ, съ которыми они думаютъ познакомить сѣздъ; если *таковыя* заявленія не будутъ доставлены до 15-го декабря

то и самыя сообщенія могутъ быть не допущены (за недостаткомъ времени) къ слушанію на сѣздѣ.

с) *Всѣ* сообщенія, постановленія и заявленія какъ отдѣльных членовъ сѣзда, такъ и секцій, имѣющія быть внесенными на обсужденіе общихъ собраній сѣзда, должны быть доставляемы въ Распорядительный Комитетъ на *предварительное заключеніе*.

Въ виду наступленія каникулярнаго времени, Распорядительный Комитетъ, доводя до общаго свѣдѣнія о послѣдовавшемъ Высочайшемъ разрѣшеніи VIII сѣзда, имѣетъ честь присовокупить, что пригласительныя письма съ просьбою принять участіе въ трудахъ сѣзда будутъ разосланы—какъ учрежденіямъ, такъ и отдѣльнымъ лицамъ—въ августѣ мѣсяцѣ.

ЗАДАЧИ.

№ 463. Показать, что если простое число p имѣетъ видъ $4q+3$, то одно изъ двухъ чиселъ

$$1.2.3.4.5 \dots \frac{p-1}{2} \pm 1$$

дѣлится на p .

Л. И. Постернакъ (Одесса).

№ 464. Доказать, что окружности, описанныя какъ на діаметрахъ на трехъ діагоналяхъ полнаго четырехугольника, имѣютъ общую радиальную ось.

З. Колтовскій (Харьковъ).

№ 465. Рѣшить уравненіе

$$\operatorname{Sin} mx + \operatorname{Sin} nx = \operatorname{Sin} m_1 x + \operatorname{Sin} n_1 x$$

при условіи

$$m - n = m_1 - n_1$$

гдѣ m , n , m_1 , n_1 —какія угодно данныя числа.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 466. Построить треугольникъ по даннымъ высотѣ и медианѣ, выходящимъ изъ одной вершины угла, и по отношенію сторонъ того-же угла.

А. Бобятинскій (Барнаулъ).

№ 467. Себрюный сосудъ съ тонкими отполированными снаружи стѣнками вѣситъ 500 граммовъ. Въ него налито 400 гр. воды. Температура воды и сосуда 20°C . Если въ воду опустить кусокъ желѣза, вѣсомъ въ 200 гр., нагрѣтый до 200°C , то тепловое равновѣсіе наступитъ при температурѣ $28,8^\circ\text{C}$. Если же въ сосудъ не опускать желѣза, а прилить вмѣсто него еще 200 гр. воды, нагрѣтой до $100,07^\circ\text{C}$, то общая температура воды и сосуда дойдетъ до $45,5^\circ\text{C}$.—Опредѣлить удѣльную теплоту серебра и желѣза, пренебрегая потерей тепла отъ лучеиспусканія.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 126. Гальваническій элементъ заряжаетъ круглый плоскій конденсаторъ, радіуса R , снабженный предохранительнымъ кольцомъ и ящикомъ *). Расстояніе между пластинками равно d см.; пластинка, противоположная предохранительному кольцу, соединена съ землею. Затѣмъ соединеніе конденсатора съ полюсомъ гальваническаго элемента прерывается; отведенная пластинка, предохранительное кольцо и ящикъ удаляются, такъ что остается одна тонкая круглая пластинка. Эта послѣдняя соединяется тонкою проволокою съ квадрантнымъ электрометромъ, одинъ полюсъ котораго отведенъ къ землѣ. Требуется опредѣлить отклоненіе ξ электрометра, если n есть его отклоненіе при непосредственномъ соединеніи съ упомянутымъ элементомъ. При этомъ пусть емкость электрометра будетъ c , а емкость круглой тонкой пластинки радіуса R есть $\frac{2}{\pi}R$; емкостью же соединительной проволоки можемъ пренебрегать.

Потенціалъ на заряженной пластинкѣ конденсатора будетъ Kn , гдѣ K есть коэффициентъ электрометра, количество электричества на этой пластинкѣ будетъ

$$\frac{\pi R^2}{4\pi d} Kn.$$

Потенціалъ на круглой пластинкѣ безъ остальныхъ частей, и на соединенныхъ съ ней квадрантахъ электрометра будетъ $K\xi$. Количество электричества на пластинкѣ и электрометрѣ будетъ

$$\frac{2}{\pi} R \cdot K\xi + c \cdot K\xi.$$

Изъ уравненія

$$\frac{\pi R^2}{4\pi d} Kn = \frac{2}{\pi} RK\xi + cK\xi$$

опредѣляемъ

$$\xi = \frac{\pi R^2 n}{4d(2R + \pi c)}.$$

ВВ. На эту задачу не было прислано ни одного удовлетворительнаго рѣшенія.

Прим. ред.

№ 179. Противоположныя стороны четырехугольника, вписаннаго въ кругъ, пересекаются въ точкахъ M и N . Соединимъ эти точки прямою и проведемъ изъ M и N касательныя къ кругу MP и NH . Возмож-

*) См. Шиллеръ Элем. уч. объ электр. § 11.

но-ли построить треугольникъ, три стороны котораго равнялись бы соответственно MN, MP и NH, и если возможно, то какого рода будетъ такой треугольникъ?

Фиг. 33.

Опишемъ около треугольника DBN (фиг. 33) кругъ, пересѣченіе котораго съ MN пусть будетъ точка O; эту послѣднюю соединимъ съ B. Извѣстно, что

$$MP^2 = MD \cdot MB,$$

а такъ какъ

$$MD \cdot MB = MN \cdot MO,$$

то

$$MP^2 = MN \cdot MO \dots \dots \dots (\alpha)$$

Кромѣ того

$$\angle MOB + \angle NOB = \angle NOB + \angle BDN = 2d,$$

слѣдовательно

$$\angle MOB = \angle BDN. \dots \dots \dots (1)$$

Точно также найдемъ, что

$$\angle MAB = \angle BDN. \dots \dots \dots (2)$$

Изъ (1) и (2) получимъ

$$\angle MOB = \angle MAB,$$

это показываетъ, что точки O, M, B и A лежатъ на одной окружности. Далѣе

$$NH^2 = NB \cdot NA,$$

но для окружности, проходящей чрезъ точки A, B, M, O имѣемъ

$$NB \cdot NA = MN \cdot NO,$$

слѣдовательно

$$NH^2 = MN \cdot NO \dots \dots \dots (\beta)$$

Изъ (α) и (β) получаемъ

$$MP^2 + NH^2 = MN(MO + NO) = MN^2.$$

Отсюда видно, что возможно построить треугольникъ, стороны котораго были бы MN, MP и NH; онъ будетъ прямоугольный, гипотеза его MN.

А. Бобятинскій (Барнаулъ), В. Каланъ (Одесса), С. Блажко (Москва), И. Кукуджановъ и В. Гиммельфарбъ (Кіевъ). Ученики: Елатом. г. (8) М. К., Тифл. р. уч. (7) Н. П.

№ 251. Доказать справедливость слѣдующаго признака дѣлимости на 7: если данное число, написанное въ обыкновенной десятичной системѣ, прочтемъ такъ какъ будто бы оно было написано въ троичной системѣ и если полученный результатъ будетъ дѣлиться на 7 безъ остатка, то и данное число раздѣлится на 7. (Напр. число 1211, прочитанное по троичной системѣ, даетъ: $1.3^3 + 2.3^2 + 1.3 + 1 = 49$)

Если цифры какого нибудь числа по порядку суть $abc....lmn$, то это число, прочитанное по десятичной системѣ равно:

$$a.10^p + b.10^{p-1} + c.10^{p-2} + + l.10^2 + m.10 + n,$$

а прочитанное по троичной:

$$a.3^p + b.3^{p-1} + c.3^{p-2} + + l.3^2 + m.3 + n.$$

Разность этихъ величинъ всегда дѣлится на цѣло на 7, такъ какъ эта разность равна

$$\Sigma A(10^p - 3^p),$$

а разность степеней двухъ количествъ всегда дѣлится на разность этихъ количествъ. Такъ какъ разность и вычитаемое дѣлится на 7, то и уменьшаемое дѣлится также на 7.

В. Сундунъ-Поповскій (Холмъ), С. Блажко (Москва). Ученики: Ворон. к. к. (6) Н. В. и (7) А. П., Тифл. р уч (7) Н. П.

№ 282. Найти площадь четырехугольника по четыремъ сторонамъ a, b, c, d и двумъ діагоналямъ m и n при условіи, что послѣднія пересѣкаются не подъ прямымъ угломъ.

Выразимъ сначала площадь параллелограмма въ зависимости отъ его сторонъ и діагоналей. Пусть въ параллелограммѣ ABCD стороны $AD=a$, $AB=b$, діагонали $AC=p$ и $BD=q$; CE—перпендикуляръ изъ C на продолженіе AD, DF—перпендикуляръ изъ D на BC. Изъ \triangle -ка ACD имѣемъ:

$$p^2 = a^2 + b^2 + 2a \cdot DE,$$

а изъ \triangle -ка BCD:

$$q^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot CF,$$

отсюда, такъ какъ $DE=CF$,

$$DE = \frac{p^2 - q^2}{4a}.$$

Тогда

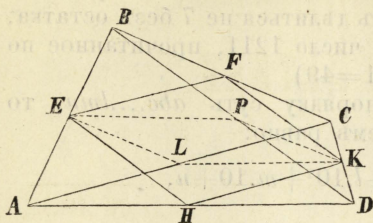
$$EC = \sqrt{b^2 - \left(\frac{p^2 - q^2}{4a}\right)^2},$$

и

$$\text{пл. ABCD} = \frac{1}{4} \sqrt{(4ab + p^2 - q^2)(4ab - p^2 + q^2)} \quad . \quad (1)$$

Опредѣлимъ теперь площадь четырехугольника ABCD (фиг. 34). Положимъ $AD=a$, $AB=b$, $BC=c$, $CD=d$, $AC=m$ и $BD=n$. Соединивъ

Фиг. 34.



средины смежныхъ сторонъ, всякаго четырехугольника, легко доказать, что полученная фигура будетъ параллелограммъ.

Въ нашемъ случаѣ этотъ параллелограммъ будетъ EFGH, и стороны его равны половинамъ діагоналей, а площадь—половинѣ площади даннаго четырехугольника.

Полагая $EK=p$, $FN=q$, на основаніи (1) имѣемъ:

$$\text{плоч. } ABCD = 2 \text{ плоч. } EFGH = \frac{1}{2} \sqrt{(mn+p^2-q^2)(mn-p^2+q^2)} \dots (2)$$

Это даетъ намъ площадь четырехугольника въ зависимости отъ его діагоналей и среднихъ линій. Если L и P будутъ середины AC и BD, то изъ параллелограмма ELPK имѣемъ:

$$p^2 + PL^2 = \frac{a^2 + c^2}{2},$$

а изъ параллелограмма FPHL:

$$q^2 + PL^2 = \frac{b^2 + d^2}{2}.$$

Опредѣляя отсюда $p^2 - q^2$ и подставляя во (2), находимъ:

$$\text{плоч. } ABCD = \frac{1}{4} \sqrt{(2mn + a^2 - b^2 + c^2 - d^2)(2mn - a^2 + b^2 - c^2 + d^2)} \dots (3)$$

Если же четырехугольникъ ABCD вписанный, то

$$mn = ac + bd$$

и (3) принимаетъ такой видъ:

$$\text{плоч. } ABCD = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

гдѣ $2p = a + b + c + d$.

В. Соколовскій (Гатчино), И. Чуприна (Кіевъ). Ученикъ Кур. г. (6) В. Х.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпагинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 3 Іюля 1889 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К^о.

Обложка
щется

Обложка
щется